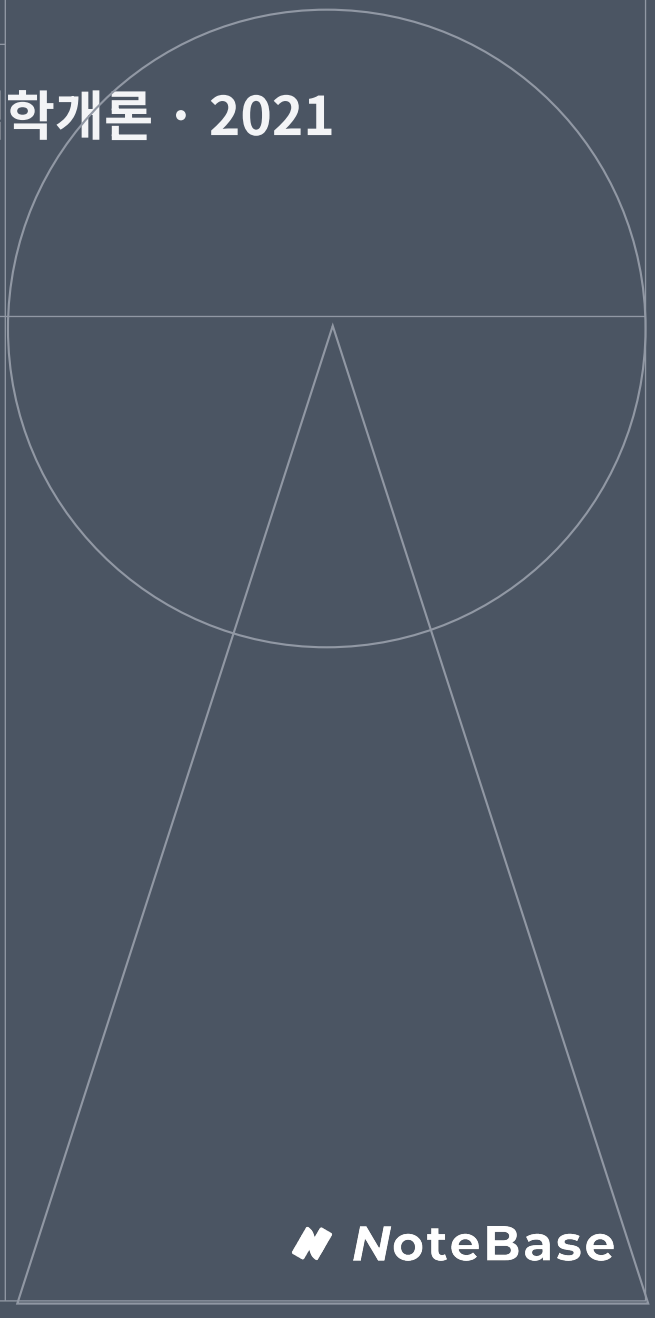
기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2021



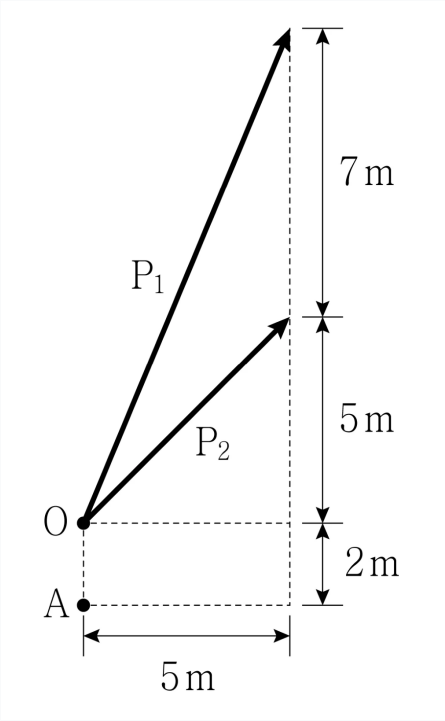
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2021

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2021

문 1. 그림과 같이 $P_1 = 13\ \text{kN}, P_2 = 7\sqrt{2}\ \text{kN}$의 힘이 O점에 작용할 때, A점에 대한 모멘트의 크기[kN · m]는?



① 24

② 26

③ 28

④ 30

정답 1번

간단한 해설

두 힘의 수직성분은 작용선이 A점을 지나므로 모멘트를 만들지 않는다. **수평성분의 합 12 kN**에 A와 O 사이의 거리 2 m를 곱하면 모멘트의 크기는 24 kN · m이다.

NoteBase

계산 과정

모멘트의 기준: 힘의 모멘트는 힘의 크기와 기준점에서 작용선까지의 수직거리를 곱한 값이다. O는 A의 바로 위 2 m 지점에 있으므로, 각 힘을 수평·수직성분으로 나누면 **수직성분의 작용선은 A점을 지난다**. 따라서 수직성분의 모멘트는 0이고, 오른쪽 수평성분만 A에 대해 시계방향 모멘트를 만든다. 이때 모멘트팔은 2 m이다.

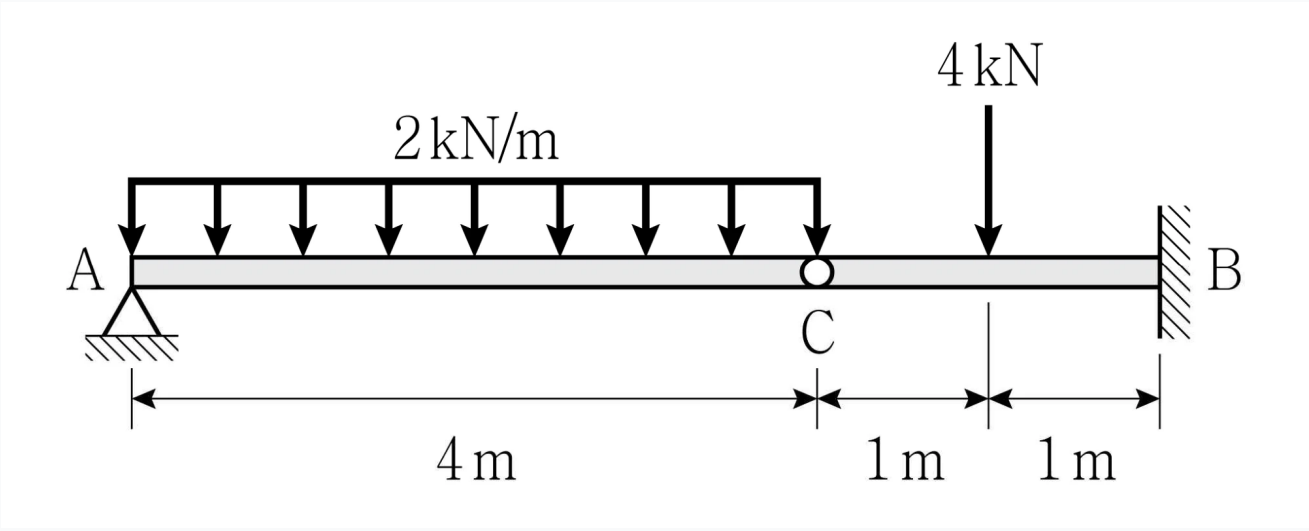
P_1의 수평성분: 그림에서 방향을 나타내는 직각삼각형의 가로 길이는 5 m, 세로 길이는 5 + 7 = 12 m이다. 빗변은 $\sqrt{5^2+12^2}=13$ m이므로, 힘의 수평성분은 전체 힘에 **가로 길이와 빗변 길이의 비**를 곱해 구한다. 따라서 $P_{1x}=13\cdot\frac{5}{13}=5$ kN이다.

P_2의 수평성분: 방향삼각형의 가로와 세로가 각각 5 m이므로 수평선과 이루는 각은 45°이다. 따라서 $P_{2x}=7\sqrt{2}\cos 45^\circ=7$ kN이다.

모멘트의 합: 두 수평성분은 모두 오른쪽을 향하므로 합은 5 + 7 = 12 kN이다. 두 힘의 모멘트는 모두 시계방향이므로 더한다. 반시계방향을 양으로 잡으면 $M_A=-(5+7)\cdot 2=-24$ kN · m이다. 음의 부호는 시계방향을 뜻하며, 요구한 모멘트의 크기는 24 kN · m로 ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 게르버보에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① A점에서 수직반력의 크기는 4 kN이다.

② B점에서 수직반력의 크기는 8 kN이다.

③ C점에서 전단력의 크기는 4 kN이다.

④ B점에서 휨모멘트반력의 크기는 16 kN·m이다.

정답 4번

간단한 해설

B점의 휨모멘트반력은 **12 kN·m**이다. C에서 오른쪽 구간으로 전달되는 하향력 4 kN의 팔길이는 2 m이고, 집중하중 4 kN의 팔길이는 1 m이므로 두 하중의 모멘트를 더해야 한다.

NoteBase

선지별 해설

C는 내부힌지이므로 **휨모멘트는 전달하지 않지만 전단력은 전달한다**. 따라서 C에서 보를 나누어 각 구간의 힘과 모멘트 평형을 적용할 수 있다. AC 구간의 등분포하중은 합력 $2 \times 4 = 8$ kN으로 바꾸며, 이 합력은 AC의 중앙, 즉 A와 C에서 각각 2 m 떨어진 곳에 아래로 작용한다.

① O: A점의 상향 수직반력을 R_A라 한다. AC 구간에서 C에 대한 모멘트 평형을 적용하면 C의 힌지력은 팔길이가 0이므로 식에서 제외된다. A의 반력과 등분포하중 합력의 모멘트가 서로 같아야 하므로 $R_A = \frac{8 \cdot 2}{4} = 4$ kN이다.

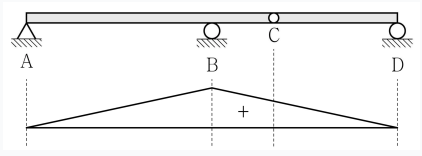
② O: 보 전체에 작용하는 하향하중은 등분포하중의 합력 8 kN과 집중하중 4 kN으로, 합계 12 kN이다. 수직방향 힘의 평형에 따라 B점의 상향 수직반력은 $12 - 4 = 8$ kN이다.

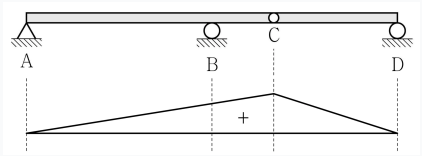
③ O: AC 구간의 수직방향 힘이 평형을 이루려면 C에서 AC 구간에 $8 - 4 = 4$ kN의 상향력이 작용해야 한다. 작용·반작용에 의해 CB 구간에는 같은 크기의 하향력이 작용한다. 이것이 힌지를 통해 전달되는 전단력이므로 C점 전단력의 크기는 4 kN이다. **힌지에서 0인 것은 휨모멘트**이며 전단력까지 0인 것은 아니다.

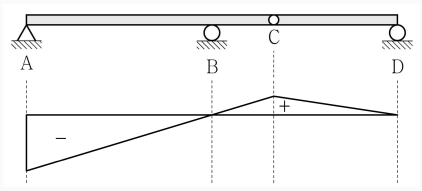
④ X: CB 구간에는 C의 하향력 4 kN과 그림의 집중하중 4 kN이 작용한다. B로부터의 거리는 각각 2 m와 1 m이다. 두 하중 모두 B에 대해 반시계방향 모멘트를 만들므로, 이를 상쇄하는 시계방향 휨모멘트반력이 필요하다. 그 크기는 $4 \times 2 + 4 \times 1 = 12$ kN·m이므로 '16 kN·m'을 **'12 kN·m'**로 고친다.

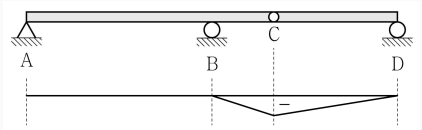
NoteBase

문 3. 그림과 같이 내부 힌지를 가지고 있는 게르버보에서 B점의 정성적인 휨모멘트의 영향선은?

① 

② 

③ 

④ 

정답 4번

간단한 해설

이동 단위하중이 A~B에 있을 때 B점의 휨모멘트는 0이고, B~D에 있을 때는 **음의 휨모멘트**가 생긴다. 그 절댓값은 **C에서 가장 크고** B와 D에서는 0이므로, B~D 구간에만 아래쪽 삼각형이 나타난다.

NoteBase

도식 해설

B점 휨모멘트의 영향선은 아래로 향하는 단위하중을 보 위에서 이동시킬 때, 각 하중 위치에 따른 B점의 휨모멘트를 그린 선이다. 아래로 처지는 휨을 양으로 두면, B 오른쪽 돌출부에 작용하는 하향 하중은 B에 음의 휨모멘트를 만든다.

A~B 구간: 하중이 이 구간에 있으면 C~D에는 하중이 없다. C~D 부분의 평형에서 D의 반력과 C의 전달력이 모두 0이므로 B 오른쪽에는 휨을 일으키는 힘이 없다. 따라서 이 구간의 영향선은 **전체가 0**이다.

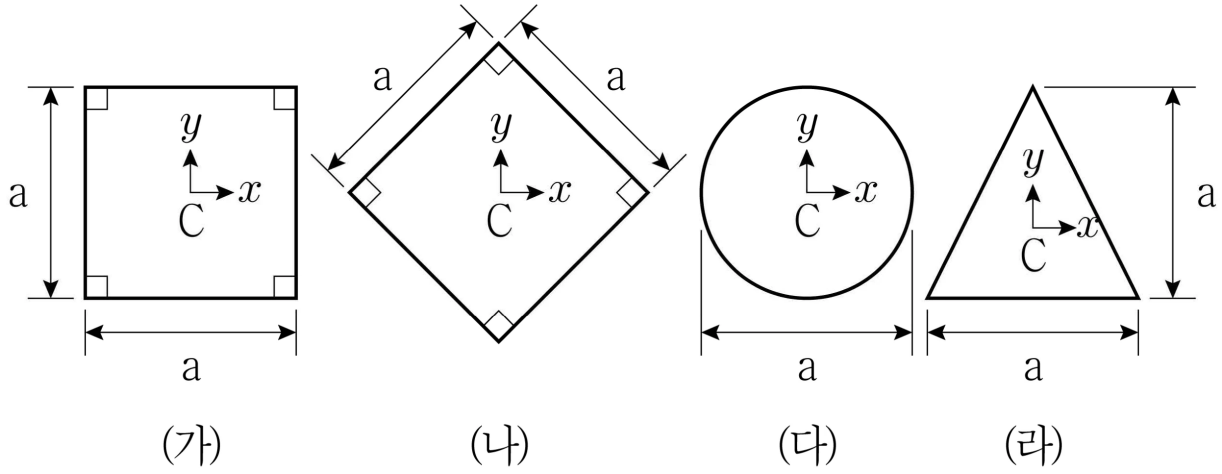
B~C 구간: C~D에 하중이 없으므로 C의 전달력은 0이다. B점의 휨모멘트는 B 오른쪽에 놓인 단위하중이 만드는 모멘트이며, 하중이 B에서 멀어질수록 음의 모멘트의 절댓값이 커진다. 따라서 B에서 0으로 시작하여 C까지 **직선으로 감소**한다.

C~D 구간: C~D 부분은 C의 내부 힌지와 D 지점에 지지된 단순보로 볼 수 있다. 하중이 C에서 D로 이동하면 C가 이 부분을 받치는 상향력은 단위하중 크기에서 0까지 직선적으로 줄어든다. 그 반작용으로 왼쪽 보의 C에 작용하는 하향력도 줄어들므로, B점의 음의 휨모멘트는 C에서 절댓값이 최대이고 D에서는 0이 된다. 이 구간의 영향선은 **C의 음의 값에서 D의 0까지 직선으로 증가**한다.

따라서 A~B는 0이고 B~D에만 음의 삼각형이 있는 ④의 도형과 일치한다. ①·②는 양의 영역과 A~B의 0이 아닌 값이 맞지 않고, ③도 A~B가 0이 아니며 B~D의 부호가 반대이다. C가 내부 힌지라는 것은 C 단면의 휨모멘트가 0이라는 뜻이지, 하중이 C에 있을 때 B점의 휨모멘트까지 0이라는 뜻은 아니다.

NoteBase

문 4. 그림과 같이 도형의 도심 C의 x축에 대한 탄성단면계수의 크기가 큰 것부터 바르게 나열한 것은?



① (가) > (나) > (다) > (라)

② (나) > (가) > (다) > (라)

③ (가) > (나) > (라) > (다)

④ (나) > (가) > (라) > (다)

정답 1번

간단한 해설

탄성단면계수는 $Z_x = \frac{I_x}{c}$로, **단면2차모멘트뿐 아니라 최외단 거리도 반영**한다. (나)는 (가)와 단면2차모멘트가 같지만 도심축에서 최외단까지의 거리가 더 커서 탄성단면계수가 작다.

NoteBase

선지별 해설

x축에 대한 탄성단면계수는 $Z_x = \frac{I_x}{c}$이다. 여기서 I_x는 도심을 지나는 x축에 대한 단면2차모멘트이고, c는 **x축에서 가장 먼 단면 끝까지의 수직거리**이다. 탄성 휨에서 최대응력의 크기는 $\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{Z_x}$이므로, 같은 휨모멘트에서는 탄성단면계수가 클수록 최대응력이 작다. 각 도형의 a는 같은 길이이며, 탄성단면계수의 단위는 길이의 세제곱이다.

(가): 한 변의 길이가 a인 정사각형이다. 직사각형의 도심축에 대한 식 $I_x = \frac{bh^3}{12}$에 폭과 높이로 각각 a를 넣으면 $I_x = \frac{a^4}{12}$이다. 최외단 거리는 $c = \frac{a}{2}$이므로 $Z_x = \frac{a^3}{6} \approx 0.1667a^3$이다.

(나): 한 변의 길이가 a인 정사각형을 45° 회전시킨 도형이다. 정사각형은 도심을 지나는 두 직교 대칭축에 대한 단면2차모멘트가 같으므로, 회전 후에도 $I_x = \frac{a^4}{12}$이다. 다만 세로 대각선 길이가 $\sqrt{2}a$이므로 최외단 거리는 그 절반인 $c = \frac{a}{\sqrt{2}}$이다. 따라서 $Z_x = \frac{a^3}{6\sqrt{2}} \approx 0.1179a^3$이다. (가)보다 **최외단 거리가 커진 만큼 탄성단면계수가 작아진다**.

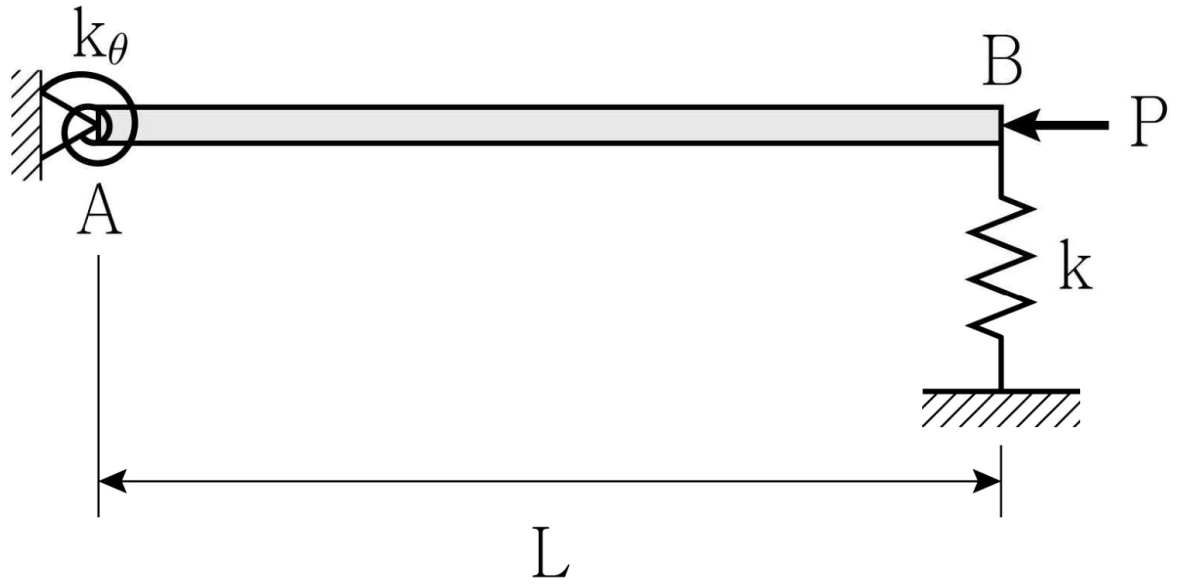
(다): 지름이 a인 원이므로 반지름은 $r = \frac{a}{2}$이다. 원의 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I_x = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi a^4}{64}$이고, 최외단 거리는 $c = \frac{a}{2}$이다. 따라서 $Z_x = \frac{\pi a^3}{32} \approx 0.0982a^3$이다.

(라): 밑변과 높이가 모두 a인 삼각형이다. 밑변에 평행한 도심축에 대해 $I_x = \frac{bh^3}{36} = \frac{a^4}{36}$이다. 도심은 밑변에서 높이의 1/3 지점에 있으므로, x축에서 밑변까지는 $\frac{a}{3}$, 꼭짓점까지는 $\frac{2a}{3}$이다. 최대응력을 결정하는 **더 먼 꼭짓점까지의 거리**를 써야 하므로 $c = \frac{2a}{3}$이며, $Z_x = \frac{a^3}{24} \approx 0.0417a^3$이다.

같은 양의 길이 a에 대한 계수를 비교하면 0.1667 > 0.1179 > 0.0982 > 0.0417이다. 따라서 탄성단면계수의 크기는 (가) > (나) > (다) > (라)이며, ①의 배열과 일치한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같이 압축력 P를 받는 길이가 L인 강체봉이 A점은 회전스프링(스프링 계수 k_θ)으로, B점은 병진스프링(스프링 계수 k)으로 각각 지지되어 있다. 좌굴하중 P_{cr}의 크기는? (단, 봉의 자중은 무시하고, 미소변형이론을 적용한다)



① $kL + \frac{k_\theta}{2L}$
② $kL + \frac{k_\theta}{L}$
③ $2kL + \frac{k_\theta}{L}$
④ $2kL + \frac{k_\theta}{2L}$

정답 2번

간단한 해설

강체봉이 미소 회전하면 B점의 변위는 $L\theta$이고, 두 스프링의 복원모멘트는 $(kL^2 + k_\theta)\theta$이다. 이것이 압축력에 의한 **회전을 키우는 모멘트** $PL\theta$와 같아지는 하중이므로, $P_{cr} = kL + \frac{k_\theta}{L}$이다.

NoteBase

계산 과정

B점의 변위: 자중을 무시한 강체봉이 A점을 중심으로 미소각 θ만큼 위로 회전한다고 두면, 봉 자체는 휘어지지 않는다. B점의 수직변위는 $y = L\sin\theta$이며, 미소변형이론에서 $y \approx L\theta$이다. 이 변위가 병진스프링의 변형량이다.

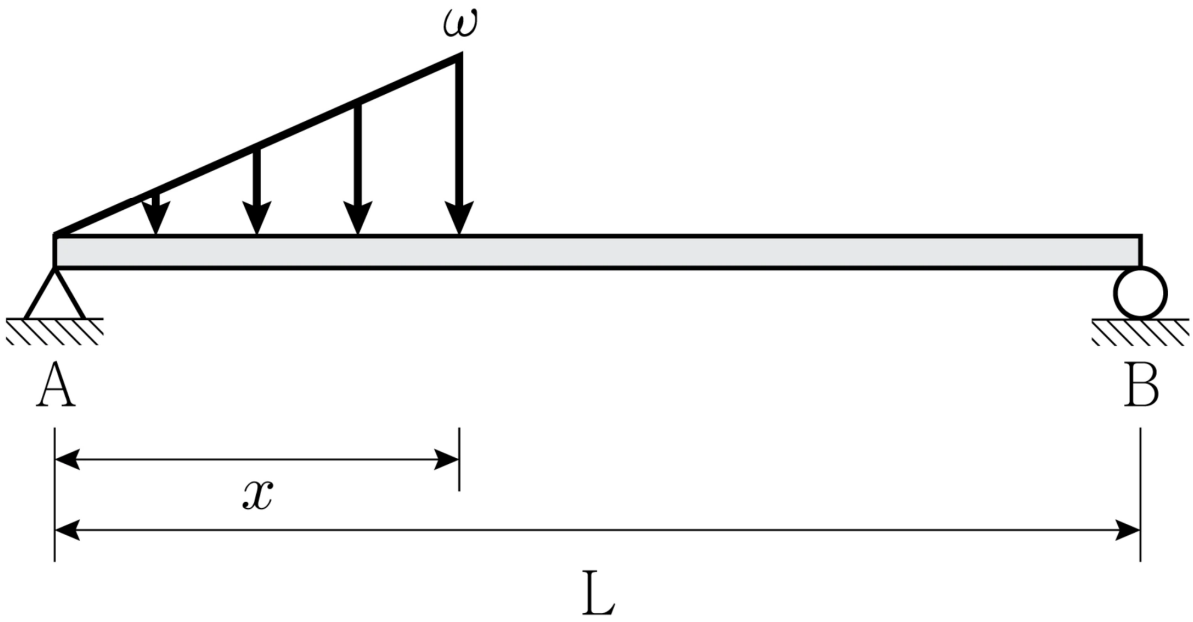
스프링의 복원모멘트: B점의 병진스프링은 변위와 반대 방향으로 $F_s = ky \approx kL\theta$의 힘을 가한다. A점에 대한 모멘트팔은 미소변형에서 L이므로, 이 힘의 복원모멘트는 $M_B \approx kL^2\theta$이다. A점 회전스프링의 복원모멘트는 $M_A = k_\theta\theta$이다. 두 모멘트는 모두 **봉을 원래 위치로 되돌리는 방향**이므로 더한다.

압축력의 모멘트: 그림의 압축력 P는 B점에서 수평으로 작용한다. 봉이 기울면 그 작용선과 A점 사이에 수직거리 y가 생기므로, A점에 대한 모멘트는 $M_P = Py \approx PL\theta$이다. 이 모멘트는 **이미 생긴 회전을 더 키우는 방향**으로 작용한다.

좌굴 조건과 하중: 좌굴하중은 미소 회전에 대한 스프링의 복원효과와 압축력의 회전 증대 효과가 같아지는 경계이다. 모멘트 평형은 $P_{cr}L\theta = (kL^2 + k_\theta)\theta$이다. **0이 아닌 미소 회전이 가능한 조건**을 구하므로 θ를 소거하면 $P_{cr}L = kL^2 + k_\theta$이고, $P_{cr} = kL + \frac{k_\theta}{L}$을 얻는다. k의 단위는 힘/길이이고 k_θ의 단위는 모멘트/라디안이므로, 두 항은 모두 힘의 단위를 갖는다. 이 식은 ②와 일치한다.

NoteBase

문 6. 그림과 같이 길이가 L인 단순보에 삼각형 분포하중이 작용하고 있다. A점과 B점의 수직반력이 같다면, 삼각형 분포하중이 작용하는 거리 x는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 0.25L

② 0.5L

③ 0.75L

④ 1.0L

정답 3번

간단한 해설

두 수직반력이 같으려면 분포하중의 **합력이 보의 중앙**에 작용해야 한다. 삼각형 하중의 합력은 A점에서 $\frac{2x}{3}$ 떨어진 곳에 작용하므로, $\frac{2x}{3} = \frac{L}{2}$에서 x = 0.75L이다.

NoteBase

계산 과정

1. 삼각형 분포하중을 합력으로 바꾼다. 그림에서 하중은 A점에서 0이고, A점으로부터 거리 x인 곳까지 선형으로 증가한다. 최대 하중강도를 ω, 아래쪽 합력의 크기를 W라 하면, 합력은 하중도 면적과 같으므로 $W = \frac{\omega x}{2}$이다. 작용선은 삼각형 하중도의 도심을 지나므로 **하중이 0인 A점에서 하중 구간 길이의 2/3**만큼 떨어진 곳에 있다. 이 거리를 d라 하면 $d = \frac{2x}{3}$이다.

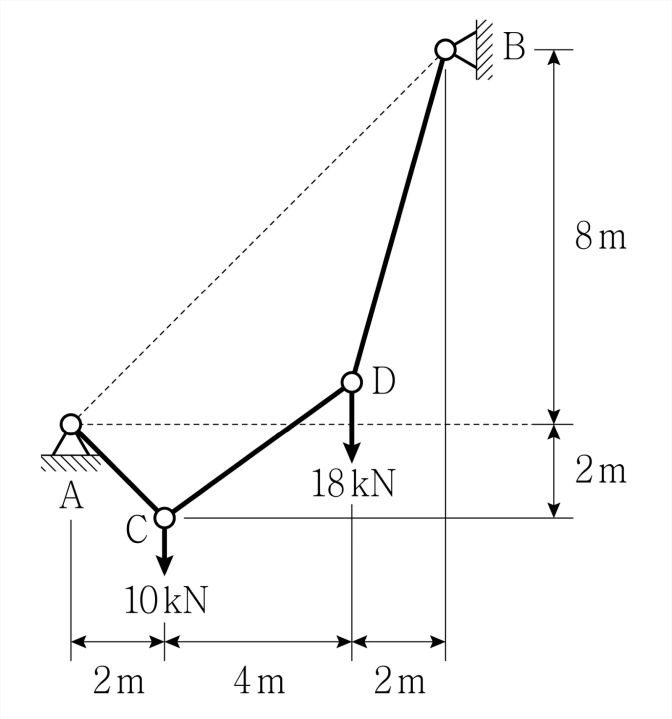
2. 두 반력이 같다는 조건을 적용한다. 자중을 무시하므로 위쪽 수직반력의 합은 분포하중의 합력과 같다. 즉, $R_A + R_B = W$이고 $R_A = R_B$이므로 $R_A = R_B = \frac{W}{2}$이다. 각 지점이 전체 하중의 절반씩을 부담한다는 뜻이다.

3. A점에 대한 모멘트 평형을 세운다. B점 반력의 모멘트팔은 보 전체 길이 L이고, 합력의 모멘트팔은 d이다. 두 힘이 만드는 회전 방향은 반대이므로 $R_B L = Wd$이다. $R_B = \frac{W}{2}$를 대입하면 $\frac{W}{2}L = Wd$에서 $d = \frac{L}{2}$이다. 따라서 **합력의 작용선이 두 지점의 중앙**을 지나야 한다.

4. 하중 구간 길이 x를 구한다. 도심 위치와 반력 조건을 연결하면 $\frac{2x}{3} = \frac{L}{2}$이고, 이를 풀면 $x = \frac{3L}{4}$이다. 따라서 하중이 작용하는 거리는 보 전체 길이의 75%인 0.75L로, ③과 일치한다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 집중하중을 받는 케이블로 구성된 구조물에서 힌지 지점 A에서 수평반력의 크기[kN]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 6

② 8

③ 10

④ 12

정답 1번

간단한 해설

케이블 AC는 수평거리와 높이 차가 모두 2 m이므로 A의 **수평반력과 수직반력의 크기가 같다**. 이 관계를 B점에 대한 모멘트 평형식에 적용하면 수평반력은 6 kN이다.

NoteBase

계산 과정

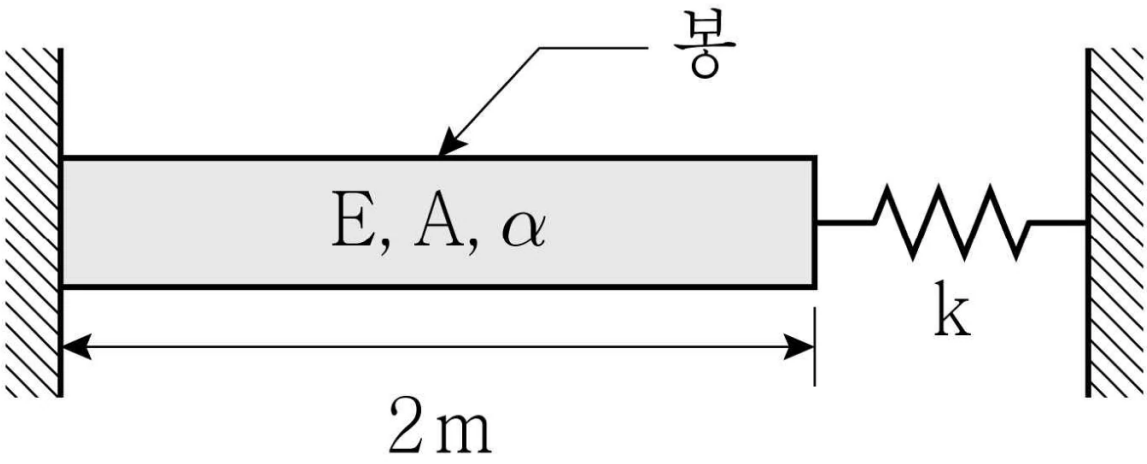
1. A의 반력 방향과 성분 관계: 자중을 무시한 케이블 AC에는 구간 방향의 인장력만 작용한다. 따라서 A의 지점반력은 AC와 나란하고, 케이블이 A를 당기는 방향과 반대인 왼쪽 위를 향한다. 왼쪽 수평반력을 H, 위쪽 수직반력을 V라 두고 힘의 단위를 kN으로 한다. 그림에서 A와 C 사이의 수평거리는 2 m, 높이 차도 2 m이므로 $\frac{V}{H} = \frac{2}{2} = 1$, 즉 $V = H$이다.

2. B점에 대한 모멘트 평형: 구조물 전체를 대상으로 **B점에 대해 모멘트를 취하면 B의 반력은 소거된다**. A와 B 사이의 수평거리와 높이 차는 각각 8 m이므로, H와 V의 모멘트 팔 길이는 모두 8 m이다. 두 반력은 B점에 대해 시계방향 모멘트를 만든다. C의 10 kN과 D의 18 kN 하중은 각각 B에서 수평으로 6 m, 2 m 떨어져 반시계방향 모멘트를 만든다. 이 하중들의 모멘트 합은 $10 \times 6 + 18 \times 2 = 96$ kN·m이다. 따라서 모멘트 평형식은 $8H + 8V = 96$이다.

3. 수평반력 계산: $V = H$를 대입하면 $16H = 96$이므로 $H = \frac{96}{16} = 6$이다. A에서 수평반력의 크기는 6 kN이며, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 8. 그림과 같은 구조물에서 스프링을 제외한 봉의 온도가 30 °C만큼 전 단면에서 균일하게 상승할 때, 늘어난 봉의 길이[mm]는? (단, 봉의 열팽창계수 $\alpha = 10^{-5}$/°C, 탄성계수 E = 200 GPa, 단면적 A = 100 mm^2이고, 스프링 계수 k = 2,000 N/mm이며, 구조물의 좌굴 및 자중은 무시한다)



① 0.2

② 0.3

③ 0.4

④ 0.5

정답 4번

간단한 해설

봉이 팽창하면 스프링이 압축되어 봉을 누르므로, 실제 신장량은 **자유 열팽창량에서 압축에 의한 탄성 수축량을 뺀 값**이다. 자유 열팽창량 0.6 mm 중 0.1 mm가 탄성 수축으로 상쇄되어 봉은 0.5 mm 늘어난다.

NoteBase

계산 과정

1. 길이와 단위: 그림에서 봉의 길이는 L = 2 m = 2,000 mm이다. N과 mm를 기준으로 계산하면 E = 200 GPa = 200,000 N/mm^{2}이고 A = 100 mm^2, k = 2,000 N/mm이다. 봉만 30 °C 상승하며, 스프링 자체의 열팽창과 구조물의 좌굴·자중은 고려하지 않는다.

2. 자유 열팽창량: 구속이 없다면 봉의 신장량은 $\delta_T = \alpha L \Delta T$이다. 따라서 $\delta_T = 10^{-5} \cdot 2{,}000 \cdot 30 = 0.6\text{mm}$이다. 이는 **스프링의 저항이 없을 때** 늘어날 길이이다.

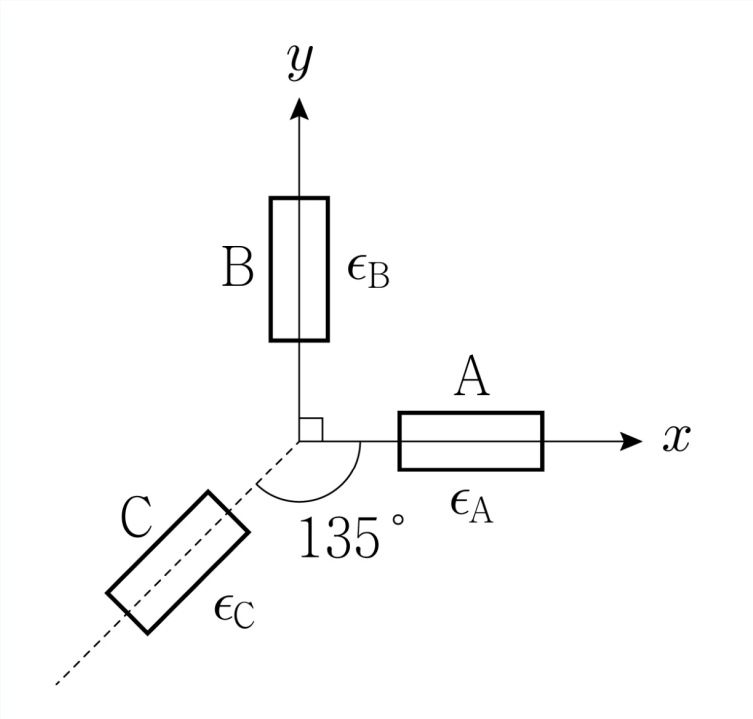
3. 스프링과 봉의 힘: 실제 봉의 신장량을 δ, 압축력의 크기를 P라 하자. 봉의 왼쪽 끝과 스프링의 오른쪽 끝이 고정되어 있으므로 **봉의 신장량과 스프링의 압축량이 같다**. 스프링의 저항력은 $P = k\delta$이고, 이 힘이 봉에도 압축력으로 작용한다.

4. 변형의 적합조건: 압축력 P에 의한 봉의 탄성 수축량은 $\delta_e = \frac{PL}{EA}$이다. 봉의 축방향 강성은 $K_b = \frac{EA}{L} = \frac{200{,}000 \cdot 100}{2{,}000}$, 즉 10,000 N/mm이다. 따라서 $\delta_e = \frac{P}{K_b} = \frac{k}{K_b}\delta$이고, $\delta_e = \frac{2{,}000}{10{,}000}\delta = 0.2\delta$이다. 실제 신장량은 열팽창과 탄성 수축을 합한 값이므로 $\delta = \delta_T - \delta_e$가 성립한다.

5. 실제 신장량: 위 관계에 대입하면 $\delta = 0.6 - 0.2\delta$이고, $1.2\delta = 0.6$에서 $\delta = \frac{0.6}{1.2} = 0.5\text{mm}$이다. 이때 봉의 탄성 수축량은 $0.2 \times 0.5 = 0.1$ mm이다. 따라서 봉이 실제로 늘어난 길이는 0.5 mm이며, ④의 값에 해당한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 평면에 변형률 로제트 게이지를 부착하여 3방향의 변형률 ε_A, ε_B, ε_C를 측정하였을 때, 최대전단변형률 γ_{max}의 크기 [10^{-6}]는? (단, $\varepsilon_A = 250 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_B = 130 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_C = 235 \times 10^{-6}$ 이다)



① 100

② 150

③ 200

④ 250

정답 2번

간단한 해설

그림의 C는 x축과 45°를 이루는 축과 같은 방향의 수직변형률을 측정하므로, 이 값으로 전단변형률을 구할 수 있다. 평면 내 **최대전단변형률은 두 주변형률의 차**이며, 계산하면 150×10^{-6}이다.

NoteBase

계산 과정

1. 좌표축 방향의 변형률: 그림에서 A는 x축, B는 y축 방향이므로 $\varepsilon_x = 250 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_y = 130 \times 10^{-6}$이다. 두 값의 차는 120×10^{-6}이다.

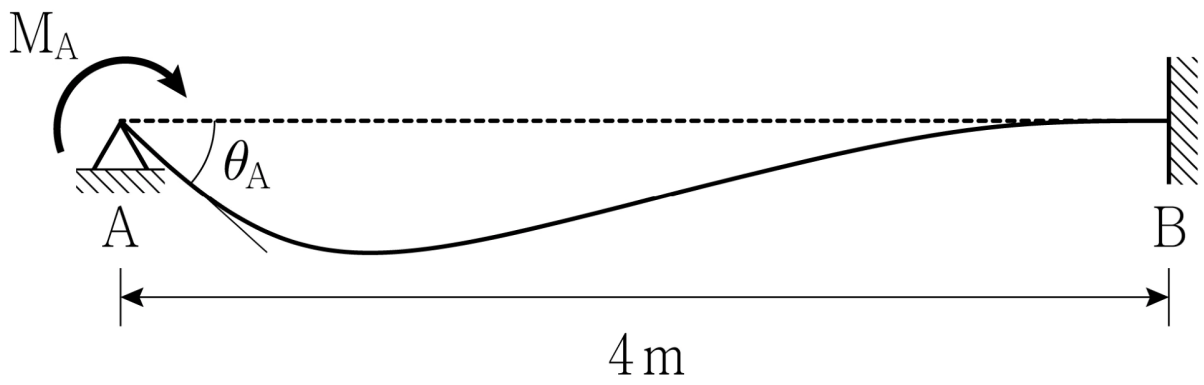
2. C 측정값으로 전단변형률 계산: C는 x축에서 시계방향으로 135°인 축 위에 있다. 수직변형률은 같은 축의 방향을 반대로 잡아도 같으므로, **x축에서 반시계방향으로 45°인 방향**의 측정값으로 사용할 수 있다. 45° 방향의 미소변형률 변환식은 $\varepsilon_C = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\gamma_{xy}}{2}$이다. 여기서 γ_{xy}는 x축과 y축 사이의 각도 변화에 해당하는 공학전단변형률이다. 두 수직변형률의 평균은 $\frac{250+130}{2} \times 10^{-6} = 190 \times 10^{-6}$이므로, $\gamma_{xy} = 2(235 - 190) \times 10^{-6}$, 즉 90×10^{-6}이다.

3. 최대전단변형률의 관계식: 변형률 모어원에서 세로축은 $\gamma/2$이므로, **최대 공학전단변형률은 모어원 반지름의 2배**이다. 이는 평면 내 두 주변형률의 차와 같으며, $\gamma_{\max} = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$로 계산한다. 현재 좌표축에서의 전단변형률과 모든 방향 중 최대인 전단변형률은 구별해야 한다.

4. 수치 대입과 선택지 연결: $\gamma_{\max} = \sqrt{120^2 + 90^2} \times 10^{-6}$이므로 150×10^{-6}이다. 변형률은 무차원량이며, 문제에서 요구한 $[10^{-6}]$ 단위로 나타낸 크기는 150으로 ②에 해당한다.

NoteBase

문 10. 그림과 같은 부정정 구조물의 A점에 처짐각 $\theta_A = 0.025$ rad이 발생하였다. 이때 A점에 작용하는 휨모멘트 M_A의 크기[N·mm]는? (단, 휨강성 EI=40,000 N·mm^{2}이며, 구조물의 자중은 무시한다)



① 0.5

② 1.0

③ 5.0

④ 10.0

정답 2번

간단한 해설

양 끝의 수직변위가 없고 B점이 고정되어 있으므로, A점의 **회전강성**은 $\frac{4EI}{L}$이다. 길이 4 m를 4,000 mm로 바꾸어 $M_A = \frac{4EI}{L}\theta_A$에 대입하면 1.0 N·mm가 된다.

계산 과정

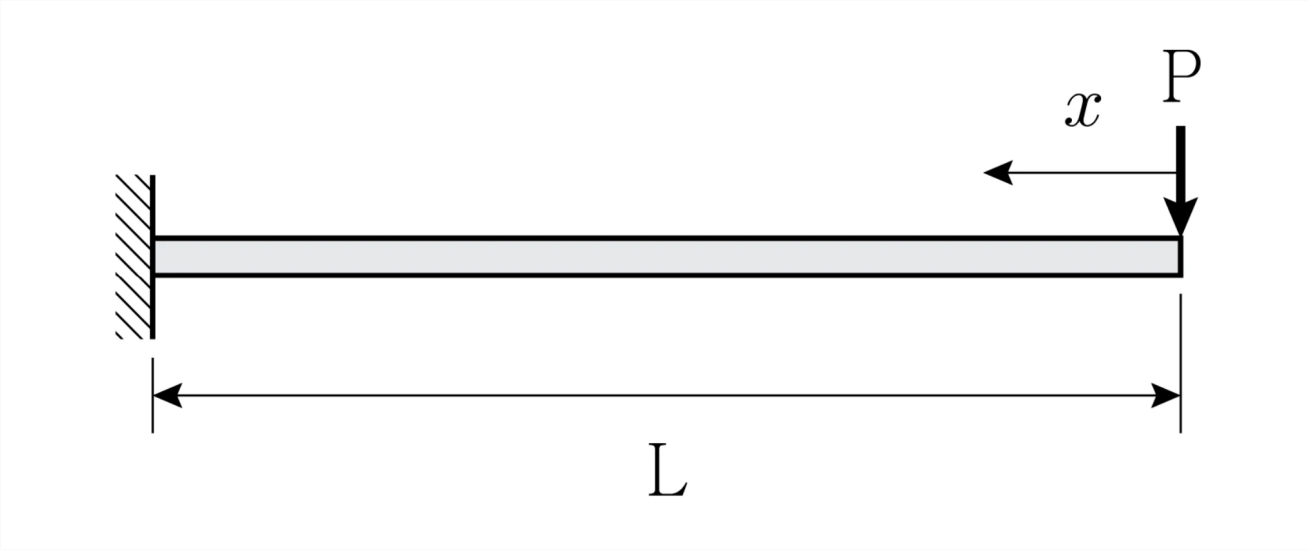
조건과 단위: 그림에서 A점은 회전이 가능한 지점이고 B점은 고정단이다. 양 끝의 수직변위는 없으며, B점의 회전각도 0이다. 부재 길이는 L = 4 m = 4,000 mm, 휨강성은 EI = 40,000 N·mm^2, A점의 회전각은 $\theta_A = 0.025$ rad이다.

모멘트와 회전각의 관계: 부재에 작용하는 횡하중이 없고 양 끝을 잇는 선의 회전도 없으므로, 처짐각법에서 A점의 단부모멘트는 $M_A = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B)$이다. **B점이 고정되어** $\theta_B = 0$이므로 $M_A = \frac{4EI}{L}\theta_A$가 된다. 여기서 $\frac{4EI}{L}$은 B점을 고정한 상태에서 A점을 단위 각도만큼 회전시키는 데 필요한 모멘트, 즉 A점의 회전강성이다.

수치 대입: 길이 단위를 휨강성의 mm에 맞추면 회전강성은 $\frac{4EI}{L} = \frac{4 \cdot 40{,}000}{4{,}000} = 40$ N·mm/rad이다. 따라서 휨모멘트의 크기는 $M_A = 40 \cdot 0.025 = 1.0$ N·mm이며, ②의 1.0에 해당한다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 길이 L인 캔틸레버보의 끝에 집중하중 P가 작용할 때 휨에 의한 변형에너지의 크기는 $C_1\frac{P^2L^3}{EI}$이다. 상수 C_1의 크기는? (단, 전단변형에 의한 에너지는 무시하고, 휨강성 EI는 일정하며, 구조물의 자중은 무시한다.)



① $\frac{1}{3}$
② $\frac{1}{4}$
③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{12}$

정답 3번

간단한 해설

휨 변형에너지는 **휨모멘트의 제곱을 보 전체에 걸쳐 적분**하여 구한다. 자유단에서 거리 x인 단면의 휨모멘트 크기가 Px이므로, $U=\frac{P^2L^3}{6EI}$이며 $C_1=\frac{1}{6}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 휨모멘트 구하기: 그림처럼 자유단에서 고정단 쪽으로 잰 거리를 x로 두면 $0 \le x \le L$이다. 단면에서 자유단까지의 부분을 떼어 보면 집중하중 P의 모멘트팔이 x이므로, 단면의 휨모멘트 크기는 $|M(x)| = Px$이다. 자유단에서는 0이고 고정단에서는 PL로, **고정단 쪽으로 갈수록 선형으로 증가**한다.

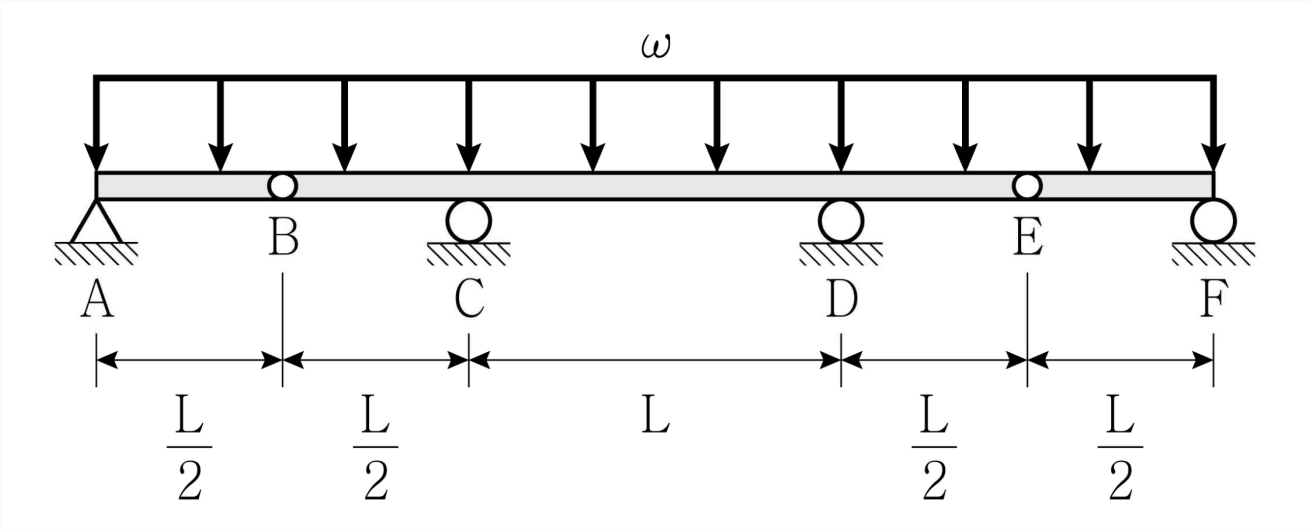
2. 변형에너지 식 세우기: 선형탄성 보의 휨 변형에너지는 $U = \int_0^L \frac{M(x)^2}{2EI} dx$이다. E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이며 EI는 휨강성이다. 이 식은 각 미소 구간에 저장되는 휨 에너지를 합한 것이다. 문제에서 **전단변형 에너지와 자중을 무시**하므로 끝 집중하중에 의한 휨모멘트만 사용한다.

3. 보 전체에 걸쳐 적분하기: EI가 일정하므로 적분 밖으로 꺼내면 $U = \frac{P^2}{2EI}\int_0^L x^2 dx$이다. 여기서 $\int_0^L x^2 dx = \frac{L^3}{3}$이므로, $U = \frac{P^2}{2EI} \cdot \frac{L^3}{3}$, 즉 $U = \frac{P^2 L^3}{6EI}$를 얻는다. 휨모멘트가 위치에 따라 변하므로 고정단의 최대 모멘트 PL을 보 전체에 동일하게 적용해서는 안 된다.

4. 계수 비교하기: 주어진 $U = C_1 \frac{P^2 L^3}{EI}$와 비교하면 $C_1 = \frac{1}{6}$이며, 이는 ③의 값이다. U는 힘×길이의 차원을 갖는 에너지이고, 계수 C_1은 단위가 없다.

NoteBase

문 12. 그림과 같이 내부 힌지가 있는 보에서 C점의 수직반력은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{6}{5}\omega L$

② $\frac{5}{4}\omega L$

③ $\frac{4}{3}\omega L$

④ $\frac{3}{2}\omega L$

정답 2번

간단한 해설

중앙 BE 구간은 자체 분포하중뿐 아니라 양쪽 내부 힌지에서 전달되는 하중도 받는다. 총하중 $\frac{5}{2}\omega L$을 C·D가 **대칭으로 나누어 지지**하므로 C점의 수직반력은 위쪽으로 $\frac{5}{4}\omega L$이다.

NoteBase

계산 과정

구간 분리: 그림에서 $AB = BC = DE = EF = \frac{L}{2}$, $CD = L$이므로 중앙 BE 구간의 길이는 2L이다. 등분포하중의 세기 ω는 단위 길이당 힘이다. 자중은 무시하고, **내부 힌지 B·E는 휨모멘트를 전달하지 않으므로** AB, BE, EF를 나누어 각각 평형을 적용한다.

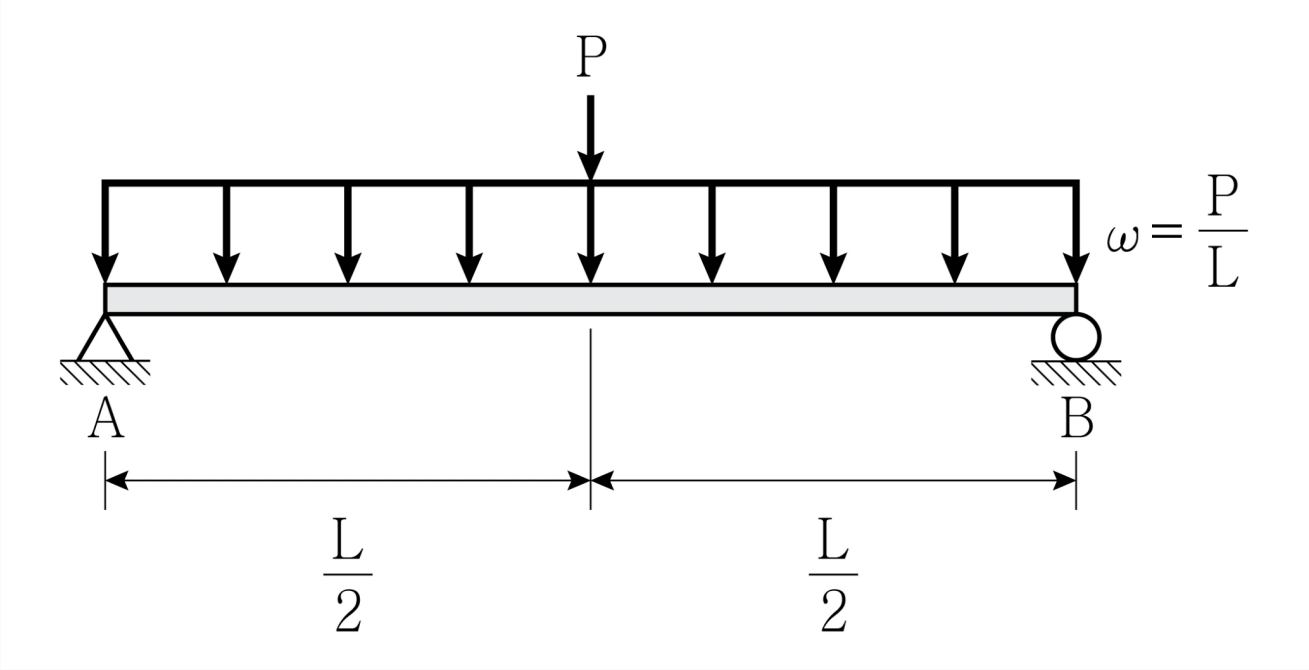
양끝 구간의 힌지력: AB에 작용하는 분포하중의 합력은 $\frac{\omega L}{2}$이며 AB의 중앙에 작용한다. AB가 B에서 받는 위쪽 힘을 H_B라 두고 A점에 대한 모멘트 평형을 세우면 $H_B \cdot \frac{L}{2} = \frac{\omega L}{2} \cdot \frac{L}{4}$이므로 $H_B = \frac{\omega L}{4}$이다. EF도 길이와 하중이 같으므로 E에서 같은 크기의 위쪽 힘을 받는다. 작용·반작용에 따라 **중앙 BE에는 B·E에서 각각 아래쪽으로** $\frac{\omega L}{4}$가 작용한다.

중앙 구간의 총하중: BE 자체의 등분포하중 합력은 $\omega \cdot 2L = 2\omega L$이다. 여기에 두 힌지의 아래쪽 힘을 더하면, 수직력 평형식은 $R_C + R_D = 2\omega L + 2 \cdot \frac{\omega L}{4}$가 된다. 따라서 C·D가 함께 지지하는 하중은 $\frac{5}{2}\omega L$이다.

C점 반력: BE의 하중과 C·D의 위치가 구간 중앙을 기준으로 좌우대칭이므로 $R_C = R_D$이다. 따라서 $R_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}\omega L = \frac{5}{4}\omega L$이며 방향은 위쪽이다. ωL의 단위는 힘이고, 이 값은 ②의 식과 일치한다.

NoteBase

문 13. 그림과 같은 단순보에 집중하중 P와 분포하중 $\omega = \frac{P}{L}$가 작용할 경우, A점의 처짐각은 $C_1 \frac{PL^2}{EI}$이다. 상수 C_1의 크기는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{5}{48}$
② $\frac{7}{48}$
③ $\frac{7}{24}$
④ $\frac{11}{24}$

정답 1번

간단한 해설

하중이 좌우 대칭이므로 **보 중앙의 처짐각은 0**이고, A점 처짐각의 크기는 A에서 중앙까지 휨모멘트를 EI로 나누어 적분한 값이다. 이를 계산하면 $|\theta_A| = \frac{5}{48} \frac{PL^2}{EI}$가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중과 지점반력: 보의 전체 길이는 L이고, 중앙에 집중하중 P, 전 구간에 등분포하중 $\omega = \frac{P}{L}$가 작용한다. 분포하중의 합력은 $\omega L = P$이므로 전체 하중은 2P이다. 하중과 지점 배치가 대칭이므로 양쪽의 위쪽 지점반력은 각각 $R_A = R_B = P$이고, **보 중앙의 처짐각은 0**이다.

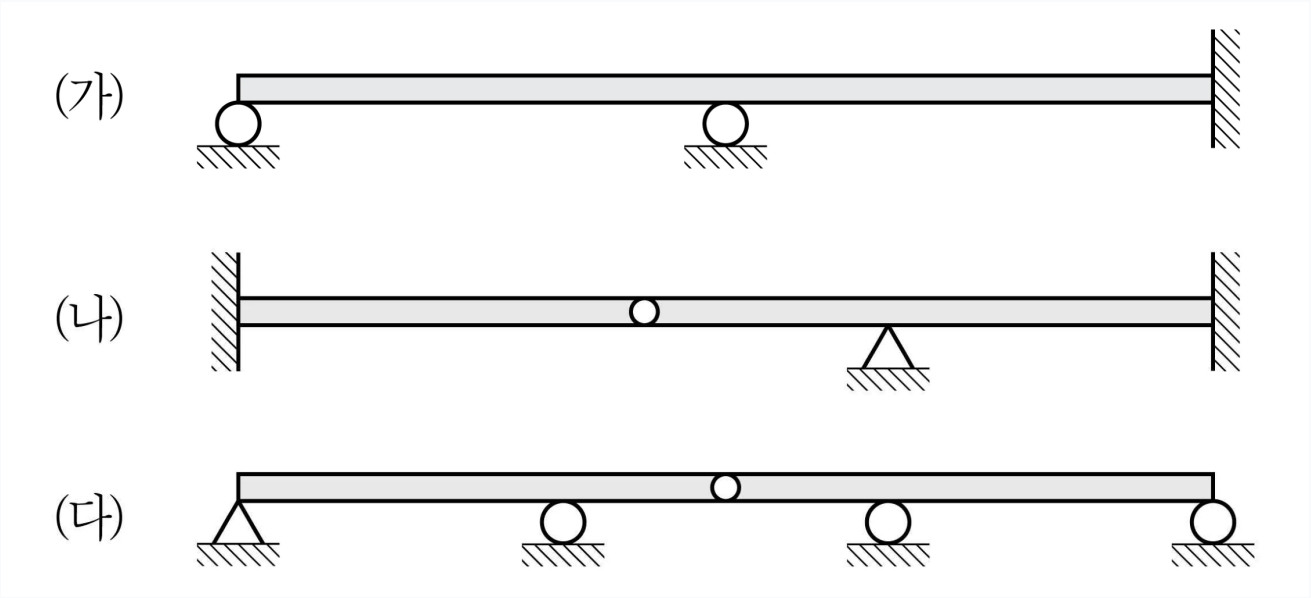
2. 왼쪽 절반의 휨모멘트: A에서 오른쪽으로 잰 거리를 x라 두고 $0 \le x \le \frac{L}{2}$ 구간을 살핀다. 길이 x에 작용하는 분포하중의 합력은 ωx이고 절단면까지의 거리는 $\frac{x}{2}$이다. 따라서 보의 아래쪽이 인장되는 휨모멘트를 양으로 두면 $M(x) = Px - \frac{\omega x^2}{2}$이다.

3. A점 처짐각: 선형 보 이론에서 두 단면 사이의 처짐각 변화는 **휨모멘트를 휨강성으로 나눈 값의 적분**이다. EI가 일정하고 중앙의 처짐각이 0이므로 A점 처짐각의 크기는 $|\theta_A| = \frac{1}{EI}\int_0^{L/2} M(x)dx$이다. 앞의 휨모멘트식을 적분하면 $|\theta_A| = \frac{PL^2}{8EI} - \frac{\omega L^3}{48EI}$를 얻는다.

4. 계수 결정: $\omega = \frac{P}{L}$를 대입하면 $|\theta_A| = \frac{5}{48}\frac{PL^2}{EI}$이다. 따라서 $C_1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{48} = \frac{5}{48}$이며, 이는 ①의 값과 일치한다. 처짐각은 라디안(rad)으로 나타내며, 계수 C_1은 무차원이다.

NoteBase

문 14. 그림과 같은 보 (가), (나), (다)의 부정정 차수를 모두 합한 차수는?



① 5차
② 6차
③ 7차
④ 8차

정답 3번

간단한 해설

내부힌지는 휨모멘트를 전달하지 않아 **독립적인 평형조건을 하나 더 제공**한다. 지점반력 수와 내부힌지를 함께 세면 (가), (나), (다)는 각각 2차, 4차, 1차 부정정이므로 합은 7차이다.

NoteBase

계산 과정

부정정 차수는 평형조건만으로 결정할 수 없는 독립적인 미지력의 수이다. 평면에서 고정단의 반력은 수평력·수직력·모멘트의 3개, 힌지지점의 반력은 수평력·수직력의 2개, 수평면 위 롤러지점의 반력은 수직력 1개이다. 그림의 안정한 보에서는 지점반력 수를 r, 내부힌지 수를 h라 할 때 부정정 차수는 $D = r - 3 - h$이다. 3은 평면의 힘 평형식 2개와 모멘트 평형식 1개를 뜻한다. **내부힌지에서는 휨모멘트가 0**이므로, 힌지 한쪽 부분의 모멘트 평형에서 독립적인 조건을 하나 더 얻는다.

(가): 오른쪽 고정단에서 반력 3개, 왼쪽과 중간의 롤러지점에서 각각 1개가 생긴다. 지점반력은 총 5개이고 내부힌지는 없으므로 부정정 차수는 5 − 3 = 2차이다.

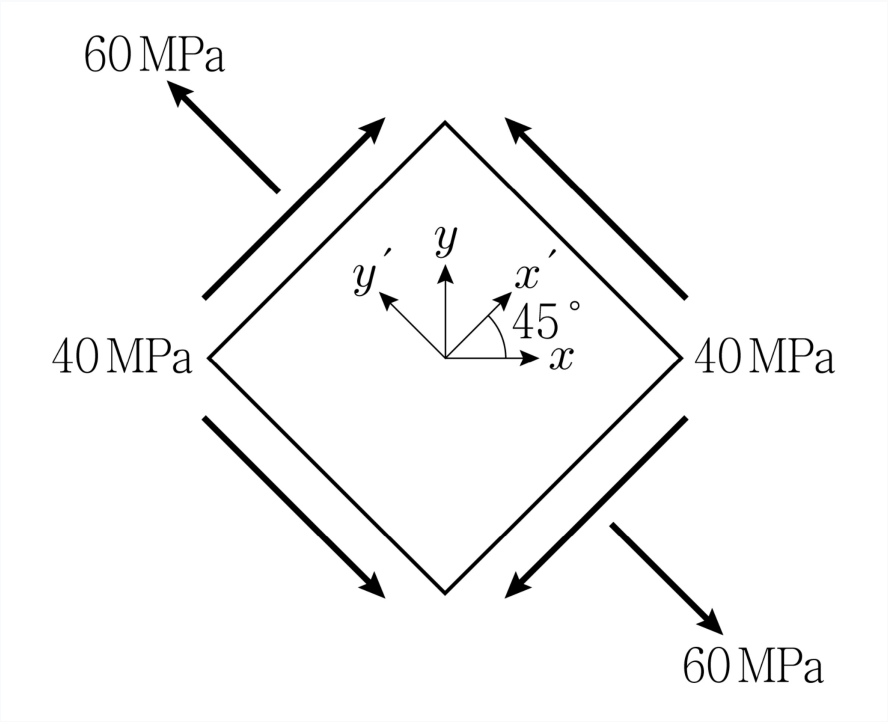
(나): 양쪽 고정단에서 각각 반력 3개, 중간의 삼각형 힌지지점에서 반력 2개가 생겨 지점반력은 총 8개이다. 보 안의 작은 원은 **지점이 아니라 내부힌지**이므로 반력을 더하는 대신 독립적인 평형조건 1개를 추가한다. 부정정 차수는 8 − 3 − 1 = 4차이다.

(다): 왼쪽 힌지지점에서 반력 2개, 나머지 롤러지점 3곳에서 각각 반력 1개가 생겨 지점반력은 총 5개이다. 내부힌지가 1개 있으므로 부정정 차수는 5 − 3 − 1 = 1차이다.

세 보의 부정정 차수를 합하면 2 + 4 + 1 = 7차이며, ③의 7차에 해당한다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 평면응력요소에서 최대전단응력 τ□□□와 최대주응력 σ□□□의 크기[MPa]는?



① τ□□□: 10, σ□□□: 40

② τ□□□: 10, σ□□□: 60

③ τ□□□: 50, σ□□□: 80

④ τ□□□: 50, σ□□□: 110

정답 3번

간단한 해설

모어 원의 중심은 30 MPa이고 반지름은 50 MPa이다. **최대전단응력은 반지름**인 50 MPa이며, 최대주응력은 중심에 반지름을 더한 80 MPa이다.

NoteBase

계산 과정

응력 성분 읽기: 그림의 면에 맞춘 x', y'축을 사용한다. 60 MPa 화살표는 면에 수직으로 바깥쪽을 향하므로 $\sigma_{y'} = 60\text{MPa}$인 인장응력이다. 이에 직교하는 면에는 수직응력이 없어 $\sigma_{x'} = 0$이고, 면을 따라 작용하는 40 MPa는 **전단응력**이므로 $|\tau_{x'y'}| = 40\text{MPa}$이다. 최대응력의 크기는 좌표축 회전에 따라 바뀌지 않으므로, 표시된 45°를 이용해 원래 축으로 변환할 필요는 없다.

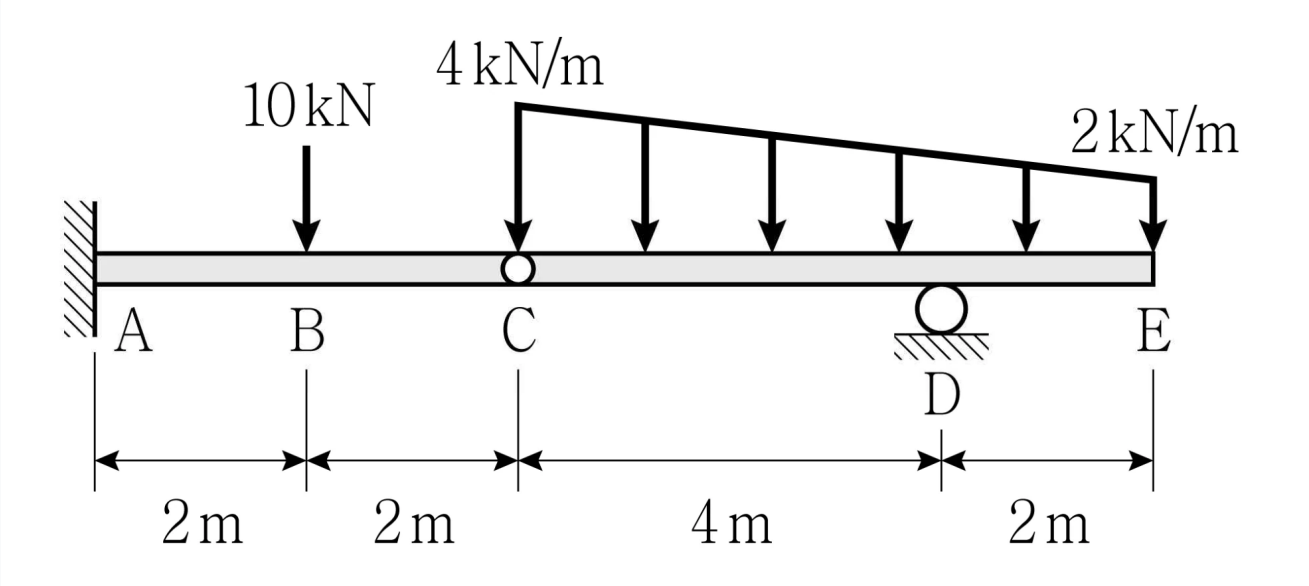
모어 원의 중심: 수직응력축 위의 중심값 C는 두 직교면의 수직응력 평균이다. 따라서 $C = \frac{0+60}{2} = 30\text{MPa}$이다.

최대전단응력: 모어 원에서 응력 상태를 나타내는 점과 중심 사이의 거리가 반지름 R이다. 수평 거리는 두 수직응력 차이의 절반이고, 수직 거리는 전단응력의 크기이므로 $R = \sqrt{\left(\frac{0-60}{2}\right)^2 + 40^2}$ 이다. 이를 계산하면 $R = \sqrt{900 + 1600} = 50\text{MPa}$이다. 원에서 전단응력의 최대 크기는 **중심값을 더하지 않은 반지름**이므로 $\tau_{\max} = 50\text{MPa}$이다.

최대주응력: 주응력은 전단응력이 0인 면의 수직응력이므로 모어 원과 수직응력축이 만나는 두 점에서 구한다. 그중 큰 값은 **중심값에 반지름을 더한 값**으로, $\sigma_{\max} = C + R = 30 + 50 = 80\text{MPa}$이다. 최대전단응력 50 MPa와 최대주응력 80 MPa의 조합은 ③에 해당한다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 보에서 A점의 휨모멘트반력 M_A의 크기[kN·m]는? (단, 휨강성 EI는 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① 20

② 44

③ 52

④ 60

정답 2번

간단한 해설

C는 휨모멘트를 전달하지 않는 **내부힌지**이다. 오른쪽 보의 평형에서 C가 왼쪽 보에 가하는 힘은 아래쪽으로 6 kN이므로, A점의 모멘트반력 크기는 $10 \times 2 + 6 \times 4 =$ **44 kN·m**이다.

NoteBase

계산 과정

구조와 구간 분리: A는 고정단, C는 내부힌지, D는 롤러지점이다. 내부힌지는 힘을 전달하지만 **휨모멘트는 전달하지 않으므로** C에서 보를 나누어 각 부분의 평형을 적용할 수 있다. 길이는 AB = BC = 2 m, CD = 4 m, DE = 2 m이므로 AC = 4 m, CE = 6 m이다. 이 구조는 평형조건만으로 반력을 구할 수 있어 일정한 휨강성 EI를 이용한 처짐 계산은 필요하지 않다.

CE의 분포하중: C에서 4 kN/m, E에서 2 kN/m인 사다리꼴 하중을 전 구간의 2 kN/m 등분포하중과 C에서 2 kN/m, E에서 0인 삼각형 하중으로 나눈다. 등분포하중의 합력은 $2 \times 6 = 12$ kN이며 C에서 3 m에 작용한다. 삼각형 하중의 합력은 $\frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6$ kN이며, **하중이 큰 C쪽에서 길이의 1/3**인 2 m에 작용한다. 따라서 전체 하중은 18 kN이고, C에 대한 시계방향 모멘트는 $12 \times 3 + 6 \times 2 = 48$ kN·m이다.

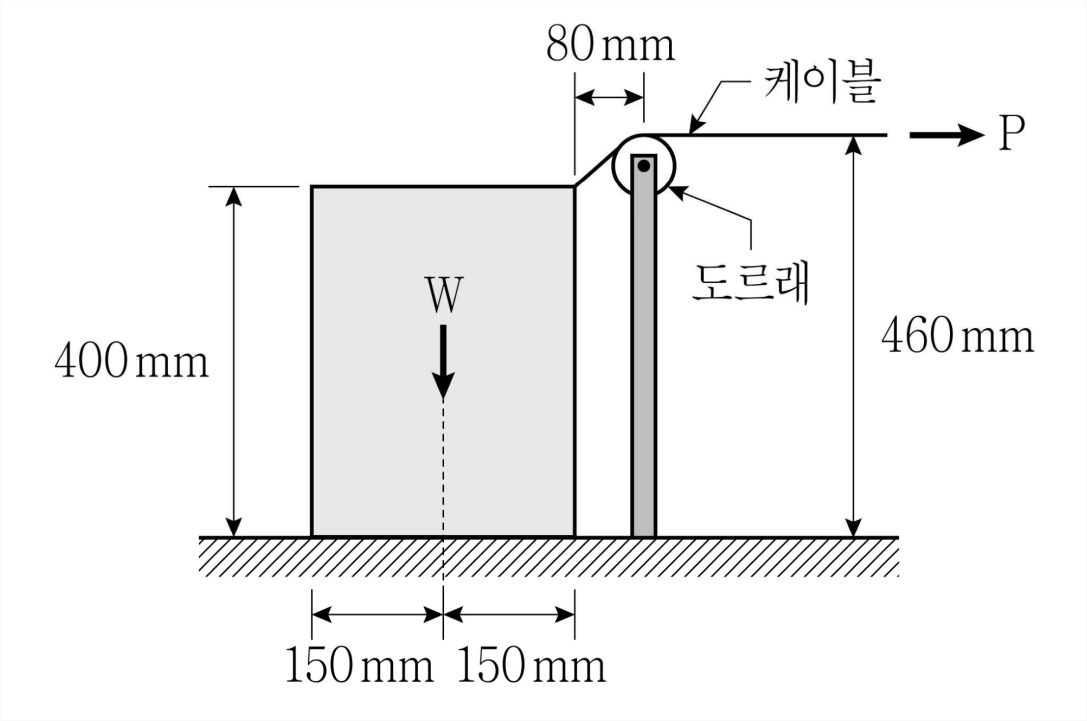
D점 반력: 위쪽 지점반력을 R_D라 한다. 오른쪽 부분 CE에서 C에 대한 모멘트 평형을 적용하면 C의 힌지력은 모멘트팔이 0이므로 소거된다. D는 C에서 4 m 떨어져 있으므로 $4R_D = 48$, 따라서 $R_D = \frac{48}{4} = 12$ kN이다.

C점 힌지력: CE 부분에서 C가 받는 위쪽 힘을 R_C라 하면, 수직방향 평형은 $R_C + 12 - 18 = 0$이다. 따라서 $R_C = 6$ kN으로, CE 부분에는 위쪽으로 작용한다. **작용·반작용에 따라 왼쪽 부분 AC에는 아래쪽으로 6 kN**이 작용한다.

A점 모멘트반력: 왼쪽 부분 AC에서 B의 10 kN 하중은 A에서 2 m, C의 아래쪽 6 kN 힘은 A에서 4 m 떨어져 있다. 두 힘이 만드는 시계방향 모멘트를 고정단의 반시계방향 모멘트반력이 평형시킨다. 따라서 M_A의 크기는 $10 \times 2 + 6 \times 4 = 44$ kN·m이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 17. 그림과 같이 평면 역계에서 자중 W = 550 kN인 물체에 도르래를 이용하여 힘 P = 250 kN이 작용한다. 물체가 평형상태를 유지하기 위한 물체와 바닥 사이의 최소정지마찰계수의 크기는? (단, 도르래와 케이블 사이의 마찰력은 무시한다)



① $\frac{3}{10}$
② $\frac{4}{11}$
③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{7}{11}$

정답 3번

간단한 해설

케이블이 물체를 위로도 당기므로 **수직항력은 자중보다 작아진다**. 수평방향으로 필요한 마찰력은 200 kN, 수직항력은 400 kN이므로 최소정지마찰계수는 $\frac{200}{400} = \frac{1}{2}$이다.

NoteBase

계산 과정

장력과 케이블 방향: 도르래와 케이블 사이의 마찰을 무시하므로 케이블 장력 T는 P와 같은 250 kN이다. 도해의 수평거리는 80 mm, 높이차는 460 − 400 = 60 mm이므로 경사 방향의 직각삼각형 빗변은 $\sqrt{80^2 + 60^2} = 100\text{mm}$이다.

장력의 성분: 물체에 작용하는 장력은 오른쪽 위를 향한다. 수평성분은 $T_x = 250 \cdot \frac{80}{100} = 200\text{kN}$, 수직성분은 $T_y = 250 \cdot \frac{60}{100} = 150\text{kN}$이다.

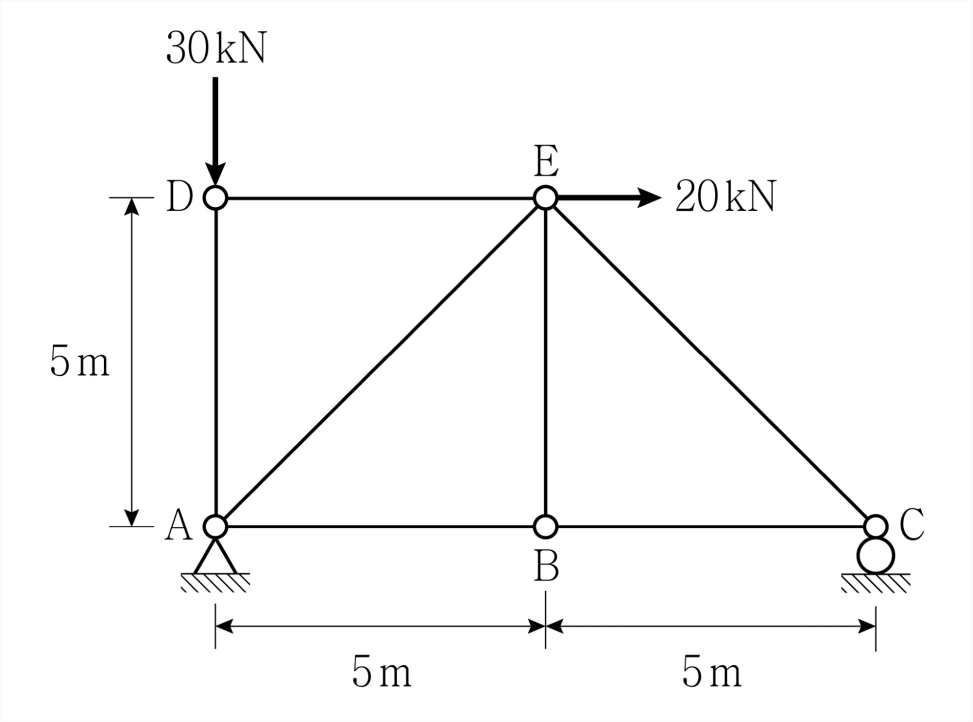
힘의 평형: 물체가 오른쪽으로 미끄러지려 하므로 바닥의 정지마찰력 F는 왼쪽으로 작용하며, 수평평형에서 F = 200 kN이다. 위쪽 장력 성분이 무게의 일부를 지탱하므로 **수직항력 N은 자중에서 수직 장력 성분을 뺀 값**이다. 수직평형식 $N + T_y - W = 0$에서 N = 550 − 150 = 400 kN이다.

전도 여부: 오른쪽 아래 모서리를 기준으로 자중의 반시계방향 모멘트는 550 × 150 = 82,500 kN·mm이고, 수평 장력 성분의 시계방향 모멘트는 200 × 400 = 80,000 kN·mm이다. 수직 장력 성분은 이 모서리의 바로 위에 작용하므로 이 점에 대한 모멘트가 없다. 자중의 모멘트가 더 크고, 수직항력의 작용점은 오른쪽 모서리에서 왼쪽으로 $\frac{82{,}500 - 80{,}000}{400} = 6.25\text{mm}$인 바닥 접촉면 안에 있으므로 전도하지 않고 평형을 유지할 수 있다.

최소정지마찰계수: 정지마찰력은 $F \le \mu_s N$을 만족해야 한다. 계수가 최소일 때는 **필요한 마찰력과 최대정지마찰력이 같아지므로** $\mu_{s,\,\min} = \frac{F}{N} = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$이다. 마찰계수는 힘의 비이므로 단위가 없으며, 이 값은 ③의 $\frac{1}{2}$과 일치한다.

NoteBase

문 18. 그림과 같은 트러스 구조물에서 부재 AB의 부재력 크기[kN]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 10

② $10\sqrt{2}$

③ 50

④ $50\sqrt{2}$

정답 1번

간단한 해설

E점의 수평하중이 만드는 모멘트로 인해 C점의 수직반력은 10 kN이다. C점의 경사 부재가 45°이므로 수평 부재 BC의 힘도 10 kN이며, 외력이 없는 B점에서 **AB와 BC의 부재력 크기가 같다**.

NoteBase

계산 과정

그림에서 A는 힌지 지점, C는 롤러 지점이며, AB와 BC는 각각 5 m이고 트러스 높이는 5 m이다. 따라서 부재 CE는 수평선과 45°를 이룬다. 자중을 무시하고 각 절점의 힘의 평형을 이용하며, 부재력은 인장을 양(+)으로 정한다.

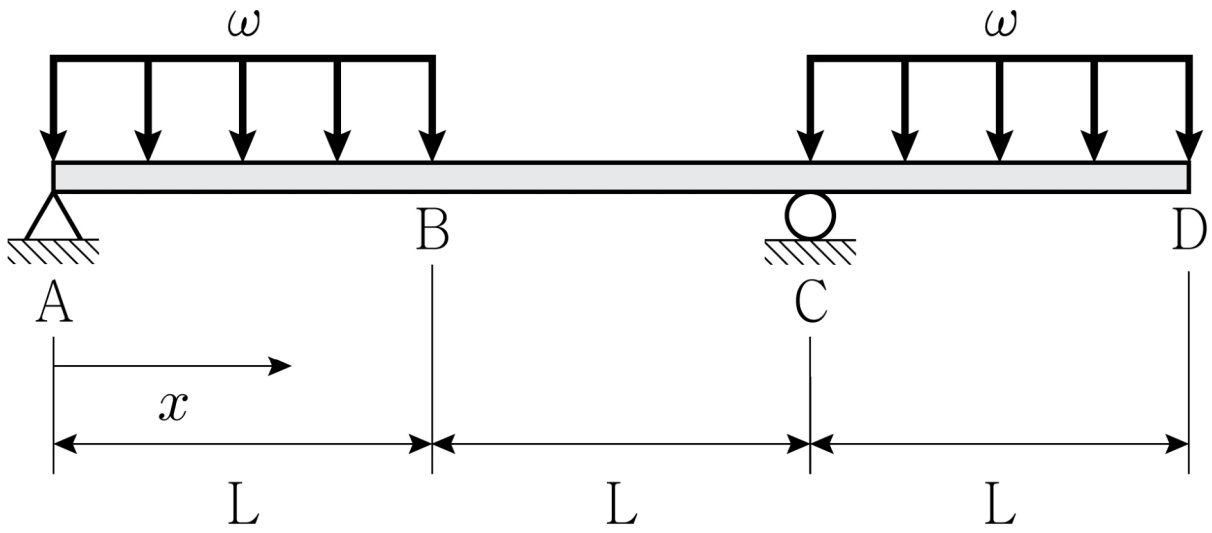
C점 반력: 위쪽 수직반력을 C_y라 하고 A점에 대한 모멘트 평형을 세운다. D점의 30 kN 하중은 **작용선이 A점을 지나므로** A점에 대한 모멘트가 0이다. E점의 오른쪽 방향 20 kN 하중은 높이 5 m에서 시계방향 모멘트를 만든다. 반시계방향을 양(+)으로 하면 $10C_y - 20 \times 5 = 0$이므로, $C_y = \frac{20 \times 5}{10} = 10\text{kN}$이다.

C점의 부재력: C점에는 위쪽 반력과 부재 CE, BC의 힘이 작용한다. CE와 BC의 인장 부재력을 각각 N_{CE}, N_{BC}라 하면 수직방향 평형은 $C_y + N_{CE}\sin 45^\circ = 0$이다. 따라서 $N_{CE} = -10\sqrt{2}\,\text{kN}$으로 CE는 압축을 받는다. 수평방향 평형 $-N_{BC} - N_{CE}\cos 45^\circ = 0$에 대입하면 $N_{BC} = 10\text{kN}$이다. 즉, CE의 압축력이 C점을 오른쪽 아래로 밀고, BC의 인장력이 왼쪽으로 당겨 평형을 이룬다.

B점의 평형과 AB의 힘: B점에는 외력이 없고 AB와 BC는 같은 수평선 위에 있다. 수직방향 힘은 BE의 부재력뿐이므로 BE는 영부재이다. 수평방향에서는 **AB와 BC의 힘이 서로 평형**을 이루므로 $N_{AB} = N_{BC} = 10\text{kN}$이다. AB는 인장 부재이며, 요구한 부재력 크기는 10 kN으로 ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같은 내민보에서 휨모멘트가 0이 되는 위치까지의 수평거리 x로 옳은 것은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 0.7L

② 1.0L

③ 1.2L

④ 1.5L

정답 2번

간단한 해설

AB 구간의 휨모멘트는 $M(x) = \frac{\omega x(L-x)}{2}$이므로, A에서 떨어진 **보 내부의 영점은 B**이다. 따라서 구하는 수평거리는 1.0L이다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중을 합력으로 바꾸기: AB와 CD에는 각각 길이 L에 걸쳐 같은 등분포하중 ω가 작용하고, BC에는 하중이 없다. 구조물의 자중은 무시한다. 각 분포하중의 합력은 ωL이며 **각 재하 구간의 중앙**에 작용한다. 따라서 C에서 AB 합력까지의 거리는 $\frac{3L}{2}$, CD 합력까지의 거리는 $\frac{L}{2}$이다.

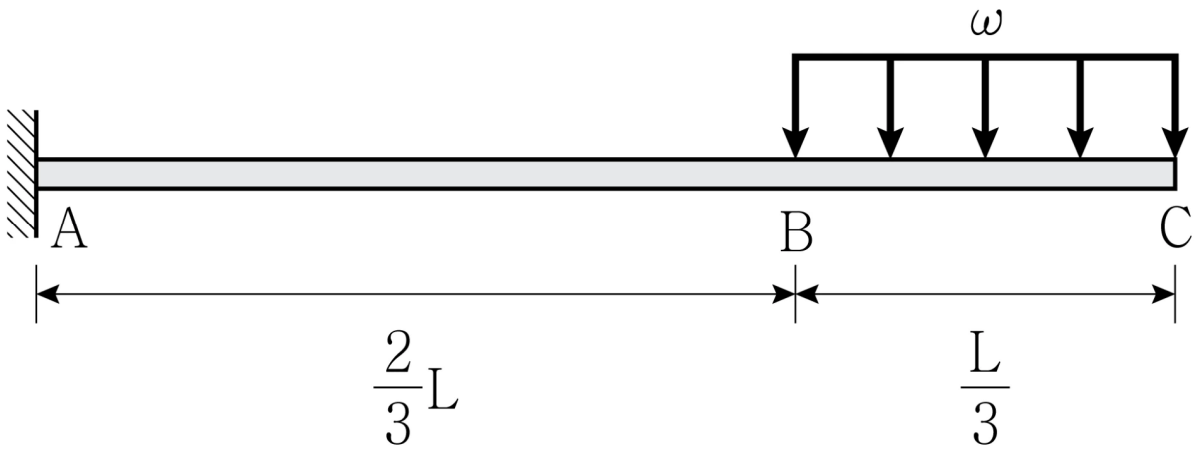
2. A의 수직반력 구하기: A의 위쪽 반력을 R_A라 한다. C에 대한 모멘트를 계산하면 C의 반력은 모멘트를 만들지 않는다. AB 하중의 반시계방향 모멘트는 $\frac{3\omega L^2}{2}$, CD 하중의 시계방향 모멘트는 $\frac{\omega L^2}{2}$이므로 두 하중의 순모멘트는 반시계방향으로 ωL^2이다. A의 반력은 C에서 2L 떨어져 시계방향 모멘트를 만들므로, 평형식은 $2LR_A = \omega L^2$이다. 따라서 $R_A = \frac{\omega L}{2}$이다.

3. AB 구간의 휨모멘트 세우기: A에서 오른쪽으로 x만큼 떨어진 단면을 잡는다. 이때 $0 \le x \le L$이며, 단면 왼쪽의 분포하중 합력은 ωx, 단면까지의 거리는 $\frac{x}{2}$이다. 아래로 처지는 휨을 양으로 두면, **반력과 분포하중의 모멘트는 서로 반대 부호**이므로 $M(x) = R_A x - \frac{\omega x^2}{2}$이다. 반력을 대입하면 $M(x) = \frac{\omega x(L-x)}{2}$가 된다.

4. 휨모멘트가 0인 위치 구하기: $\frac{\omega x(L-x)}{2} = 0$에서 x = 0 또는 x = L이다. x = 0은 시작점 A이고, x = L은 AB의 끝인 B이다. 따라서 보 내부에서 휨모멘트가 0이 되는 위치까지의 수평거리는 **1.0L**이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 등분포하중이 작용하는 선형탄성재료의 캔틸레버보에서 처짐공식을 사용하여 구한 C점의 처짐은 $C_1\frac{\omega L^4}{EI}$이다. 상수 C_1의 크기는? (단, 등분포하중 ω가 캔틸레버 길이 L의 전 구간에 작용할 때, 자유단에서 처짐각 $\theta=\frac{\omega L^3}{6EI}$, 처짐 $\delta=\frac{\omega L^4}{8EI}$이고, 휨강성 EI는 일정하며, 구조물의 자중은 무시한다.)



① $\frac{4}{81}$
② $\frac{41}{384}$
③ $\frac{49}{648}$
④ $\frac{163}{1944}$

정답 4번

간단한 해설

실제 하중은 **AC 전 구간의 등분포하중에서 AB 구간의 등분포하중을 뺀 것**으로 나타낼 수 있다. AB에만 하중이 작용할 때 C점 처짐은 B점 처짐에 B점 회전으로 생기는 추가 처짐을 더해 구하므로, 두 하중 경우를 중첩하면 $C_1=\frac{163}{1944}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중의 중첩: 그림에서 $AB = \frac{2L}{3}$, $BC = \frac{L}{3}$이고, 아래쪽 등분포하중은 BC에만 작용한다. 선형탄성 조건이므로 AC 전체에 같은 등분포하중을 가한 경우에서 AB에만 가한 경우를 빼면 실제 처짐을 얻는다. 아래쪽 처짐과 시계방향 처짐각의 크기를 양으로 둔다.

2. AC 전체에 하중이 작용하는 경우: 길이 L인 캔틸레버보의 자유단 처짐공식을 그대로 적용하면 _C^(전체)=(ω L^4)/(8EI)이다.

3. AB에만 하중이 작용하는 경우의 B점 변형: BC에는 하중이 없고 C가 자유단이므로 BC의 휨모멘트는 0이다. 따라서 AB는 길이가 $\frac{2L}{3}$인 캔틸레버보로 계산할 수 있다. 주어진 공식의 길이를 바꾸면 $\delta_B = \frac{\omega(2L/3)^4}{8EI} = \frac{2}{81}\frac{\omega L^4}{EI}$, $\theta_B = \frac{\omega(2L/3)^3}{6EI} = \frac{4}{81}\frac{\omega L^3}{EI}$이다.

4. AB 하중에 의한 C점 처짐: 휨모멘트가 0인 BC는 곡률 없이 B점의 접선 방향으로 이어진다. 따라서 C점은 **B점의 하강과 회전에 의한 추가 하강**을 모두 겪는다. 작은 처짐의 관계를 적용하면 $\delta_C^{(AB)} = \delta_B + \theta_B\frac{L}{3}$이다. 이를 대입하면 $\delta_C^{(AB)} = \left(\frac{2}{81} + \frac{4}{243}\right)\frac{\omega L^4}{EI} = \frac{10}{243}\frac{\omega L^4}{EI}$이다.

5. 실제 C점 처짐: 두 하중 경우의 처짐을 빼면 _C=_C^(전체)-_C^(AB)이고, $\delta_C = \left(\frac{1}{8} - \frac{10}{243}\right)\frac{\omega L^4}{EI} = \frac{163}{1944}\frac{\omega L^4}{EI}$로 아래쪽이다. 따라서 무차원 계수는 $C_1 = \frac{163}{1944}$이며 ④의 값과 일치한다. $\frac{\omega L^4}{EI}$는 길이의 차원을 가지므로 처짐의 단위와도 맞는다.

NoteBase