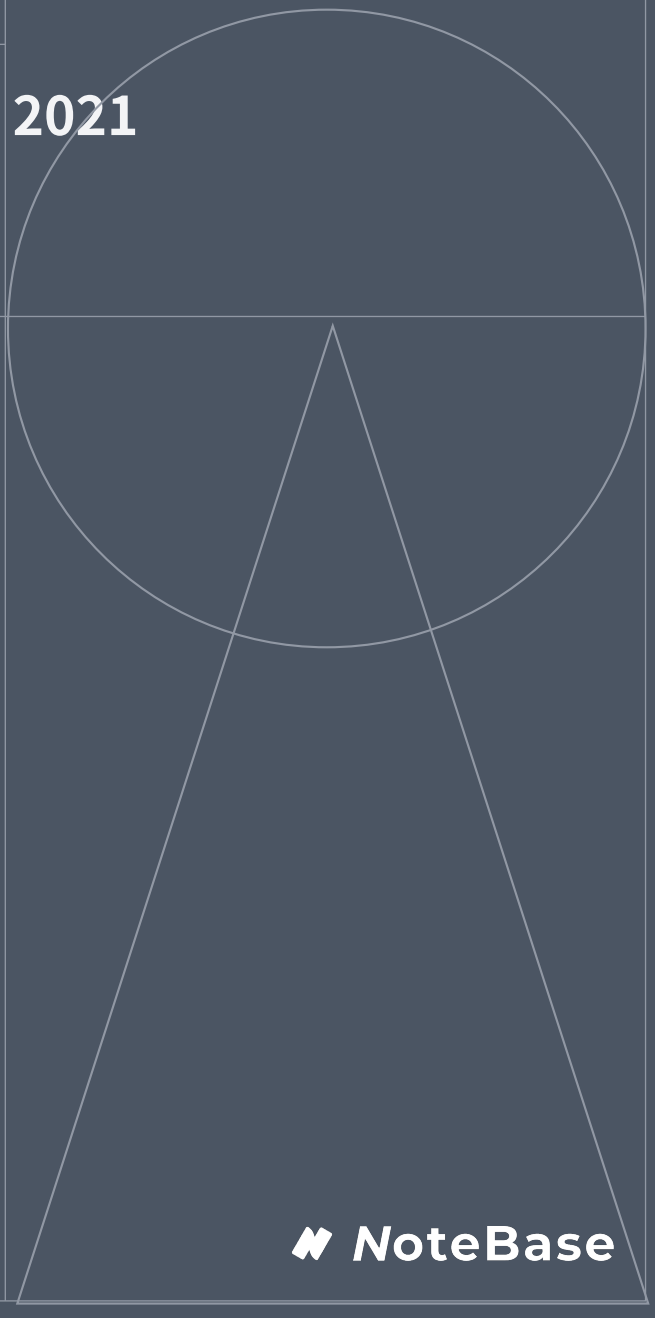
기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 수학 · 2021



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 수학 · 2021

공무원/지방직/9급 · 수학 · 2021

문 1. $\log_3 36 - 4\log_3 \sqrt{2}$**의 값은?**

① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 2번

간단한 해설

계수 4를 **진수의 지수**로 옮기면 $(\sqrt{2})^4 = 4$이다. 따라서 주어진 로그의 차는 $\log_3 9 = 2$가 된다.

계산 과정

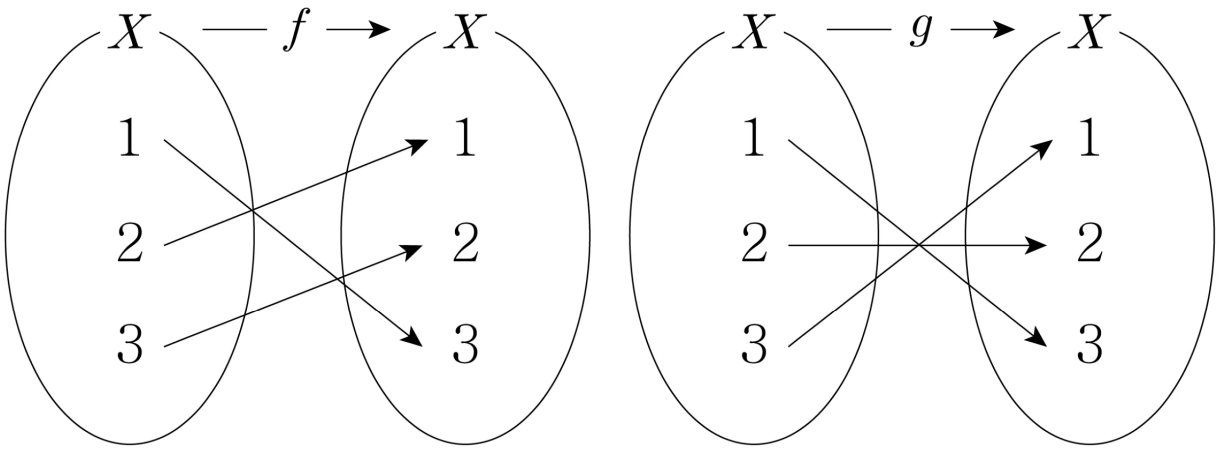
로그의 밑은 3이고 진수 36과 $\sqrt{2}$는 모두 양수이므로 로그의 성질을 적용할 수 있다. 먼저 **로그 앞의 계수를 진수의 지수로** 옮기면 $4\log_3 \sqrt{2} = \log_3 (\sqrt{2})^4$이다. 이때 $(\sqrt{2})^4 = 2^2 = 4$이므로 두 번째 항은 $\log_3 4$가 된다.

밑이 같은 로그의 차는 진수의 나눗셈으로 합칠 수 있다. 따라서 주어진 식은
$\log_3 36 - \log_3 4 = \log_3 \frac{36}{4} = \log_3 9$로 정리된다.

$\log_3 9$는 3을 몇 제곱해야 9가 되는지를 나타낸다. $3^2 = 9$이므로 식의 값은 2이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 2. 집합 $X=\{1,2,3\}$에 대하여 두 함수 $f: X \to X$, $g: X \to X$가 다음 그림과 같을 때, $(g \circ f)(1)+(f^{-1} \circ g^{-1})(2)$의 값은?



① 4

② 5

③ 6

④ 7

정답 1번

간단한 해설

합성함수는 **오른쪽 함수부터** 적용하고, 역함수는 **화살표를 거꾸로** 따라간다. 두 항의 값은 각각 1과 3이므로 합은 4이다.

계산 과정

첫째 항: $(g \circ f)(1)$은 **먼저 함수 f, 다음 함수 g**를 적용한 값이다. 그림에서 $f(1)=3$이고 $g(3)=1$이므로 $(g \circ f)(1)=g(3)=1$이다.

둘째 항: 그림에서 두 함수는 각각 집합 X의 원소를 서로 다른 원소에 하나씩 대응시키므로 역함수가 존재한다. 역함수는 **원래 화살표의 도착점에서 출발점을 찾는** 함수이다. 먼저 $g(2)=2$이므로 $g^{-1}(2)=2$이다. 이어서 $f(3)=2$이므로 $f^{-1}(2)=3$이다. 따라서 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)=f^{-1}(2)=3$이다.

두 항의 합은 $1+3=4$이며, 이는 ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 3. 방정식 $27^{x-1}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3-5x}$ 의 해는?

① $\frac{5}{2}$

② 3

③ $\frac{7}{2}$

④ 4

정답 2번

간단한 해설

양변을 **밑이 3인 거듭제곱**으로 나타내면 지수가 같아야 한다. 지수를 비교해 얻은 일차방정식을 풀면 $x=3$이다.

계산 과정

밑 통일: $27=3^3$, $\frac{1}{\sqrt{3}}=3^{-\frac{1}{2}}$이므로 양변을 밑이 3인 거듭제곱으로 바꾼다. 거듭제곱의 거듭제곱은 **지수끼리 곱하므로** 왼쪽은 $3^{3(x-1)}$, 오른쪽은 $3^{-\frac{3-5x}{2}}$이다.

지수 비교: 밑이 3인 지수함수는 증가함수이므로 **값이 같으면 지수도 같다**. 따라서 $3(x-1)=-\frac{3-5x}{2}$이다.

일차방정식 풀이: 양변에 2를 곱하면 $6(x-1)=-(3-5x)$이다. 괄호 앞의 음수를 분배하면
$6x-6=-3+5x$이고, 이항하여 정리하면 $x=3$이다. 이는 선택지 ②의 값 3에 해당한다.

NoteBase

문 4. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여, $\lim_{x\to\infty}\{2f(x)+g(x)\}=7$, $\lim_{x\to\infty}\{f(x)-2g(x)\}=1$일 때, $\lim_{x\to\infty}\{f(x)+g(x)\}$의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

정답 3번

간단한 해설

주어진 첫 번째 식을 3배한 뒤 두 번째 식을 빼면 $5\{f(x)+g(x)\}$가 된다. **극한의 선형성**을 적용하면 구하는 값은 $\frac{3\cdot 7-1}{5}=4$이다.

계산 과정

주어진 두 함수식을 $A(x)=2f(x)+g(x)$, $B(x)=f(x)-2g(x)$로 놓는다. 조건에 따라 $\lim_{x\to\infty}A(x)=7$, $\lim_{x\to\infty}B(x)=1$이다.

구하려는 식을 만들기 위해 **첫 번째 식의 3배에서 두 번째 식을 뺀다**. 전개하면 $3A(x)-B(x)=5f(x)+5g(x)$이므로, $f(x)+g(x)=\frac{3A(x)-B(x)}{5}$이다.

두 함수식의 극한이 모두 유한하므로 상수배와 차에 대한 극한의 성질을 적용할 수 있다. 따라서 구하는 극한값은 $\frac{3\cdot 7-1}{5}=\frac{20}{5}=4$이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 5. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k$의 최솟값이 -3이 되도록 하는 모든 실수 k의 합은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

정답 1번

간단한 해설

완전제곱식으로 나타내면 최솟값은 $k - k^2$이다. 이 값이 -3이 되는 조건은 $k^2 - k - 3 = 0$이므로, **두 실근의 합**은 1이다.

계산 과정

최솟값 구하기: $y = x^2 - 2kx + k = (x - k)^2 + k - k^2$으로 나타낸다. 실수 k를 고정하면 $(x - k)^2$은 항상 0 이상이고, $x = k$에서 0이 된다. 따라서 **최솟값은 상수항에 해당하는** $k - k^2$이다.

조건을 방정식으로 나타내기: 최솟값이 -3이므로 $k - k^2 = -3$이다. 이를 정리하면 $k^2 - k - 3 = 0$을 얻는다. 이 방정식의 실근이 조건을 만족하는 모든 실수 k이다.

모든 실수 k의 합 구하기: 방정식 $k^2 - k - 3 = 0$의 판별식은 $(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 13 > 0$이므로 서로 다른 두 실근이 존재한다. 이차방정식 $at^2 + bt + c = 0$에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$이므로, 구하는 합은 $-\frac{-1}{1} = 1$이다. 이는 ①의 값과 같다.

NoteBase

문 6. 서로 다른 두개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 두 눈의 수의 합을 k라고 할 때, $i^k = 1$일 확률은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{1}{4}$
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$

정답 1번

간단한 해설

$i^k = 1$이 되려면 두 눈의 합이 **4의 배수**여야 한다. 가능한 합은 4, 8, 12이며, 이를 만족하는 경우가 전체 36가지 중 9가지이므로 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

계산 과정

전체 경우의 수: 서로 다른 두 주사위의 눈을 순서쌍으로 나타내면 (1, 3)과 (3, 1)은 다른 경우이다. 각 주사위에서 1부터 6까지 나올 수 있으므로 전체 경우는 6 × 6 = 36가지이며, 각 경우가 나올 가능성은 같다.

거듭제곱의 조건: $i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$이고 이후에는 이 값들이 반복된다. 따라서 $i^k = 1$인 것은 **지수가 4의 배수일 때**이다. 두 눈의 합은 $2 \leq k \leq 12$이므로 해당하는 합은 4, 8, 12이다.

합이 4인 경우: (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이다.

합이 8인 경우: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지이다.

합이 12인 경우: (6, 6)의 1가지이다.

확률 계산: 합이 4, 8, 12인 경우는 서로 겹치지 않으므로 조건을 만족하는 경우는 3 + 5 + 1 = 9가지이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$이며, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 7. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=20$, $n(A)=15$, $n(B)=8$, $n(A^C \cap B^C)=4$일 때, $n(A \cap B)$의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

정답 4번

간단한 해설

A와 B 어느 쪽에도 속하지 않는 원소가 4개이므로, **합집합의 원소 수**는 $20-4=16$개이다. 두 집합의 원소 수를 더하면 교집합이 두 번 세어지므로, 교집합의 원소 수는 $15+8-16=7$개이다.

계산 과정

합집합의 원소 수: $n(X)$는 집합 X의 원소 수이고, A^C는 전체집합 U에서 A에 속하지 않는 원소들의 집합이다. 따라서 $A^C \cap B^C$는 **두 집합 어느 쪽에도 속하지 않는 원소**들의 집합으로, $A \cup B$의 여집합이다. 전체 20개에서 이 4개를 빼면 $n(A \cup B)=20-4=16$이다.

교집합의 중복 계산: 구하려는 $n(A \cap B)$를 x라고 하자. $n(A)=15$와 $n(B)=8$을 더하면 한 집합에만 속하는 원소는 한 번, 두 집합에 공통으로 속하는 원소는 두 번 센다. 합집합에서는 각 원소를 한 번씩 세므로 **중복된 교집합의 원소 수를 한 번 빼야 한다**. 따라서 $16=15+8-x$이다.

교집합의 원소 수: 위 식을 정리하면 $x=15+8-16=7$이다. 따라서 두 집합에 공통으로 속하는 원소는 7개이며, 이는 ④의 7에 해당한다.

NoteBase

문 8. 0 ≤ θ ≤ π일 때, 방정식 $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0$을 만족하는 θ의 값은?

① $\frac{1}{6}\pi$
② $\frac{1}{4}\pi$
③ $\frac{1}{3}\pi$
④ $\frac{2}{3}\pi$

정답 4번

간단한 해설

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$를 대입하면 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ 또는 $\cos\theta = 2$를 얻는다. **코사인값은 −1 이상 1 이하**이므로 가능한 값은 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$이고, 주어진 구간에서 $\theta = \frac{2\pi}{3}$이다.

계산 과정

1. 식 변형: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$을 이용하여 **코사인만의 이차방정식**으로 바꾼다. 원래 식에 $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$를 대입하면 $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta = 0$이고, 정리하면 $2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$이다.

2. 가능한 코사인값: $x = \cos\theta$로 놓으면 $2x^2 - 3x - 2 = 0$이다. 이를 인수분해하면 $(2x + 1)(x - 2) = 0$이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$이다. 다만 **코사인값의 범위**는 $-1 \le \cos\theta \le 1$이므로 2는 제외한다. 따라서 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$이다.

3. 각도 결정: $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$이고 $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$이므로 $\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$이다. 코사인은 $0 \le \theta \le \pi$에서 1부터 −1까지 계속 감소하므로 이 값을 갖는 각은 하나뿐이다. 따라서 $\theta = \frac{2\pi}{3}$이며, ④의 값과 일치한다.

NoteBase

문 9. 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-1}$가 _x→∞f(x)=1, _x→ -1f(x)=2를 만족할 때, $a+b+c$의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

정답 4번

간단한 해설

무한대에서의 극한으로 $a=1$이고, $x\to -1$일 때 극한이 유한하려면 **분자도 0으로 수렴**해야 한다. 공통인수 $x+1$을 약분한 뒤 극한값 2를 적용하면 $b=-2, c=-3$이므로 $a+b+c=-4$이다.

계산 과정

1. 무한대에서의 극한: 분자와 분모를 x^2으로 나누면 상수항과 일차항에서 나온 항들은 0으로 수렴한다. 따라서 극한은 **최고차항 계수의 비**인 a이고, 주어진 극한값이 1이므로 $a=1$이다.

2. 분자의 조건: $x\to -1$일 때 분모 x^2-1은 0으로 수렴한다. 이때 함수의 극한이 유한한 값 2이려면 **분자도 0으로 수렴**해야 하므로 $1-b+c=0$, 즉 $c=b-1$이다.

3. 공통인수 약분: 위 관계를 분자에 대입하면 $x^2+bx+b-1=(x+1)(x+b-1)$이다. 분모는 $(x+1)(x-1)$이므로, $x\neq \pm 1$에서 $f(x)=\frac{x+b-1}{x-1}$로 약분된다. 극한은 $x=-1$에서의 함수값이 아니라 **그 주변에서의 함수값**으로 결정되므로 이 식으로 계산할 수 있다.

4. 나머지 계수 결정: 약분한 식의 분모는 $x=-1$에서 -2이므로 그대로 대입할 수 있다. 주어진 극한값을 적용하면 $\frac{b-2}{-2}=2$이므로 $b-2=-4, b=-2$이다. 따라서 $c=b-1=-3$이다.

5. 요구한 합: $a+b+c=1-2-3=-4$이며, 이는 ④의 -4와 일치한다.

NoteBase

문 10. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $P(A) = 2P(B)$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$일 때, $P(A \cup B)$의 값은?

① $\frac{3}{8}$
② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$

정답 3번

간단한 해설

두 사건이 **독립**이므로 교집합의 확률은 두 확률의 곱이며, 주어진 비율을 적용하면 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$이다. 합집합의 확률은 두 확률을 더한 뒤 **중복된 교집합을 한 번 빼서** 구하므로 $\frac{5}{8}$이다.

계산 과정

독립 조건 적용: 두 사건이 독립이면 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$가 성립한다. $P(B) = x$로 놓으면 $P(A) = 2x$이므로, $2x^2 = \frac{1}{8}$이다.

각 사건의 확률: 위 식을 풀면 $x^2 = \frac{1}{16}$이다. x는 확률이므로 **음수일 수 없어** $x = \frac{1}{4}$이다. 따라서 $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{2}$이다.

합집합의 확률: $P(A) + P(B)$에는 두 사건이 동시에 일어나는 경우가 두 번 포함되므로 **교집합의 확률을 한 번 빼야 한다**. 따라서 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$에 대입하면 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$이며, 이는 ③의 값이다.

NoteBase

문 11. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 = 2$, $a_5 = 54$일 때, a_3의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

정답 1번

간단한 해설

둘째항에서 다섯째항까지는 **공비를 세 번 곱하므로** 공비는 3이다. 따라서 셋째항은 $a_3 = 2 \cdot 3 = 6$이다.

계산 과정

공비를 r라 하면 등비수열은 다음 항으로 갈 때마다 같은 수 r을 곱한다. 둘째항에서 다섯째항까지는 **세 번 곱하므로** $a_5 = a_2 r^3$이다.

주어진 $a_2 = 2$, $a_5 = 54$를 대입하면 $54 = 2r^3$이다. 따라서 $r^3 = \frac{54}{2} = 27$이고, 공비는 $r = 3$이다.

셋째항은 둘째항에 공비를 한 번 곱한 값이므로 $a_3 = a_2 r = 2 \cdot 3 = 6$이다. 이 값은 ①의 6과 일치한다.

NoteBase

문 12. 두 다항식 $A = x^2 - 4x + 5$, $B = -4x + 5$에 대하여 $A^2 - B^2$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

정답 3번

간단한 해설

제곱의 차 공식을 쓰면 $A^2 - B^2 = x^2(x^2 - 8x + 10)$이다. 바깥의 x^2과 괄호 안의 **상수항 10**을 곱해야 이차항이 만들어지므로, 구하는 계수는 10이다.

계산 과정

두 다항식의 제곱의 차이므로 **제곱의 차 공식** $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$를 적용한다. 주어진 식에서 $A - B = x^2$이고, $A + B = x^2 - 8x + 10$이다.

따라서 $A^2 - B^2 = x^2(x^2 - 8x + 10)$이다. 괄호 안의 각 항에 x^2을 곱하면 전개식은 $x^4 - 8x^3 + 10x^2$이 된다.

이때 x^2항은 **바깥의 이차항과 괄호 안의 상수항을 곱해서** 생긴다. 그 항이 $10x^2$이므로 구하는 계수는 10이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 13. 일차함수 $f(x) = ax + 2$와 그 역함수 $f^{-1}(x)$가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

정답 2번

간단한 해설

역함수는 입력값과 출력값을 서로 바꾸므로, $f(0) = 2$이면 $f^{-1}(2) = 0$이다. 두 함수가 같다는 조건에 따라 $f(2) = 0$이어야 하므로 $a = -1$이다.

계산 과정

역함수의 관계: 일차함수 $f(x) = ax + 2$는 $a \neq 0$일 때 역함수를 갖는다. 역함수는 원래 함수의 **입력값과 출력값을 서로 바꾼다**. $f(0) = 2$이므로 $f^{-1}(2) = 0$이다.

상수 구하기: $f(x) = f^{-1}(x)$이므로 $x = 2$에서도 두 함수의 값이 같아야 한다. 따라서 $f(2) = 0$이고, 주어진 함수에 대입하면 $2a + 2 = 0$이다. 이를 풀면 $a = -1$을 얻는다.

조건 확인: $a = -1$이면 $f(x) = -x + 2$이다. 이 함수를 두 번 적용하면 $f(f(x)) = -(-x + 2) + 2 = x$가 되어 원래 입력값으로 돌아오므로, 실제로 자기 자신이 역함수이다. 구한 값 -1은 ②에 해당한다.

NoteBase

문 14. 두 점 $A(-1, 1), B(5, 4)$에 대하여 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P라 할 때, 점 P를 지나고 직선 AB에 수직인 직선의 y절편은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

정답 2번

간단한 해설

내분점은 $P(1, 2)$이고, 직선 AB의 기울기가 1/2이므로 **수직인 직선의 기울기**는 −2이다. 이 직선은 $y = -2x + 4$이므로 y절편은 4이다.

계산 과정

1. 내분점의 좌표: $AP : PB = 1 : 2$이므로 P는 A에서 B 쪽으로 선분 길이의 1/3만큼 이동한 점이다. 내분점 공식에서 **각 끝점의 좌표에 반대쪽 비의 값을 곱해** 더하므로, $x_P = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 5}{1 + 2} = 1$, $y_P = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 4}{1 + 2} = 2$이다. 따라서 $P(1, 2)$이다.

2. 수직인 직선의 기울기: 직선 AB의 기울기는 $\frac{4 - 1}{5 - (-1)} = \frac{1}{2}$이다. 기울기가 있는 두 직선이 수직이면 **기울기의 곱이 −1**이므로, 구하는 직선의 기울기 m은 $\frac{1}{2}m = -1$에서 $m = -2$이다.

3. 직선의 방정식과 절편: 기울기가 −2이고 $P(1, 2)$를 지나므로 $y - 2 = -2(x - 1)$, 즉 $y = -2x + 4$이다. y절편은 $x = 0$**일 때의** y**값**이므로 4이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 15. 함수 f(x)=cases-x & (x<0)\ x^3 & (x≥ 0)cases에 대하여 정적분 ∫ _-1^3 f(x-1) dx의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

정답 3번

간단한 해설

$f(x-1)$은 **입력값이 0이 되는 지점**인 $x=1$에서 식이 달라진다. 이 지점에서 적분을 나누면 두 구간의 적분값이 각각 2와 4이므로 전체 값은 6이다.

계산 과정

1. 적분 구간 나누기: 함수의 식을 고르는 기준은 x가 아니라 **함수에 대입되는 값**인 $x-1$의 부호이다. $x-1<0$, 즉 $x<1$이면 $f(x-1)=-(x-1)=1-x$이고, $x\geq 1$이면 $f(x-1)=(x-1)^3$이다. 따라서 적분 구간을 $[-1,1]$과 $[1,3]$으로 나누어 계산한다.

2. 왼쪽 구간의 적분: $[-1,1]$에서는 $1-x$를 적분한다. 경계점 $x=1$에서도 두 식의 값은 모두 0이다. 원시함수는 $x-\frac{x^2}{2}$이므로 $\int_{-1}^{1}(1-x)dx$의 값은 $(1-\frac{1}{2})-(-1-\frac{1}{2})=2$이다.

3. 오른쪽 구간의 적분: $[1,3]$에서는 $(x-1)^3$을 적분한다. $x-1$의 미분값이 1이므로 원시함수는 $\frac{(x-1)^4}{4}$이다. 따라서 $\int_{1}^{3}(x-1)^3dx$의 값은 $\frac{(3-1)^4}{4}-\frac{(1-1)^4}{4}=4$이다.

4. 전체 적분값: 정적분은 구간을 나누어 계산한 값을 더할 수 있으므로 구하는 값은 $2+4=6$이다. 이는 ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 16. 부등식 $\log_2 k \le \log_4 (5k+6)$를 만족하는 모든 정수 k의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

정답 2번

간단한 해설

로그의 밑을 통일하면 주어진 부등식은 $k^2 \le 5k+6$이 된다. **진수 조건**인 $k>0$을 함께 적용하면 1≤ k≤6인 정수만 남으므로 6개이다.

계산 과정

진수 조건: 로그가 정의되려면 **진수가 양수**여야 한다. 따라서 $k>0$, $5k+6>0$이어야 하며, 두 조건을 동시에 만족하는 범위는 $k>0$이다.

밑 통일: 밑 변환 공식에 따라 $\log_4 (5k+6) = \frac{1}{2}\log_2 (5k+6)$이다. 주어진 부등식의 양변에 2를 곱하면 $2\log_2 k \le \log_2 (5k+6)$이다. 왼쪽은 $\log_2 (k^2)$이고, **밑 2가 1보다 크므로** 로그함수는 증가한다. 따라서 두 진수를 비교하여 k^2≤5k+6을 얻는다.

이차부등식 풀이: 모든 항을 왼쪽으로 옮기면 k^2-5k-6≤0이다. 인수분해하면 (k-6)(k+1)≤0이므로 해는 -1≤ k≤6이다. 여기에 **진수 조건을 함께 적용**하면 0<k≤6이 된다.

정수 개수: 이 범위에 속하는 정수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이며, 개수는 6 - 1 + 1 = 6개이다. 이는 ②의 6에 해당한다.

NoteBase

문 17. 확률변수 X가 이항분포 $B\left(150, \frac{3}{5}\right)$을 따를 때, 다음 표준정규분포표를 이용하여 확률 P(81≤ X≤96)을 구하면?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328

② 0.6247

③ 0.7745

④ 0.8185

정답 3번

간단한 해설

평균 90, 표준편차 6인 정규분포로 근사하면 구간 81≤ X≤96은 -1.5≤ Z≤1에 대응한다. **표준정규분포의 대칭성**을 이용하여 평균 왼쪽과 오른쪽의 확률을 더하면 0.4332 + 0.3413 = 0.7745이다.

NoteBase

계산 과정

평균과 표준편차: 이항분포 $B(n, p)$의 평균은 np, 분산은 $np(1-p)$이다. 따라서 $\mu = 150 \cdot \frac{3}{5} = 90$, $\sigma^2 = 150 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = 36$이므로 표준편차는 6이다. $np = 90$, $n(1-p) = 60$으로 모두 충분히 크므로, 이항분포를 **같은 평균과 분산을 갖는 정규분포**로 근사한다.

구간의 표준화: $Z = \frac{X-90}{6}$으로 놓으면 근사적으로 표준정규분포를 따른다. 아래 경계는 $\frac{81-90}{6} = -1.5$, 위 경계는 $\frac{96-90}{6} = 1$이다. 즉, 81은 평균보다 표준편차의 1.5배만큼 작고, 96은 평균보다 표준편차만큼 크다. 따라서 구하는 확률은 P(-1.5≤ Z≤1)로 근사한다.

표의 확률 합산: 주어진 표는 **0에서 양의 z까지의 확률**을 나타낸다. 표에서 P(0≤ Z≤1.5)=0.4332, P(0≤ Z≤1)=0.3413이다. 표준정규분포는 0을 기준으로 좌우 대칭이므로 P(-1.5≤ Z≤0)=0.4332이다. 구간을 0에서 나누어 두 확률을 더하면 0.4332 + 0.3413 = 0.7745이다. 따라서 구하는 확률은 약 0.7745이며, ③의 값에 해당한다.

NoteBase

문 18. 두 실수 x, y가 $(x-2i)+y(1+xi)=4$를 만족할 때, x^3+y^3의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 40

② 42

③ 44

④ 46

정답 1번

간단한 해설

복소수의 실수부와 허수부를 각각 비교하면 $x+y=4, xy=2$이다. **두 수의 합과 곱**을 이용하면 $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=40$을 얻는다.

계산 과정

주어진 식의 좌변을 정리하면 $(x+y)+(xy-2)i$이다. 우변 4는 $4+0i$로 나타낼 수 있다. x, y가 실수이므로 두 복소수가 같으려면 **실수부와 허수부가 각각 같아야** 한다. 따라서 $x+y=4, xy-2=0$이므로 $xy=2$이다.

$(x+y)^3$을 전개하면 x^3+y^3 외에 $3x^2y+3xy^2=3xy(x+y)$가 더해진다. 이 항을 빼면 $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$이다. 따라서 **두 수를 각각 구하지 않고 합과 곱만으로** 세제곱의 합을 계산할 수 있다.

$x+y=4, xy=2$를 대입하면 $x^3+y^3=4^3-3\cdot2\cdot4$이다. 이를 계산하면 $64-24=40$이며, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 19. 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$에 대하여, _n→∞n≤ft\f≤ft(2+(2)/(n))-f≤ft(2-(1)/(n))\의 값은?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

정답 4번

간단한 해설

두 함수값의 차는 $\frac{15}{n} + \frac{6}{n^2}$이므로, n을 곱하면 $15 + \frac{6}{n}$이 된다. **극한에서 분수항이 0으로 수렴**하므로 구하는 값은 15이다.

계산 과정

주어진 다항함수에 두 입력을 각각 대입하여 전개한다. $f\left(2 + \frac{2}{n}\right) = 7 + \frac{10}{n} + \frac{8}{n^2}$이고, $f\left(2 - \frac{1}{n}\right) = 7 - \frac{5}{n} + \frac{2}{n^2}$이다.

두 함수값을 빼면 **상수항 7은 소거**된다. $f\left(2 + \frac{2}{n}\right) - f\left(2 - \frac{1}{n}\right)$은 $\frac{15}{n} + \frac{6}{n^2}$이다. 여기에 n을 곱하면 $n\left(\frac{15}{n} + \frac{6}{n^2}\right) = 15 + \frac{6}{n}$이 된다.

$n \to \infty$일 때 $\frac{6}{n} \to 0$이므로 $\lim_{n\to\infty}\left(15+\frac{6}{n}\right)=15$이다. 이는 ④의 15와 일치한다.

NoteBase

문 20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족할 때, $f(1)$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(-x)$이다.
(나) 방정식 $f(x) = 2$는 서로 다른 세 실근을 갖는다.
(다) 방정식 $f(x) = -2$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① $-\frac{1}{2}$
② -1
③ $-\frac{3}{2}$
④ -2

정답 2번

간단한 해설

짝함수에서 0이 아닌 실근은 양수와 음수의 쌍으로 나타나므로, $f(x) = 2$의 실근이 세 개이면 **0이 반드시 실근**이고 $f(0) = 2$이다. 여기에 $f(x) = -2$의 실근이 두 개라는 조건을 적용하면 $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2$이므로 $f(1) = -1$이다.

NoteBase

계산 과정

(가) 함수식 설정: $f(x) = f(-x)$이므로 홀수차 항의 계수는 모두 0이다. 최고차항의 계수가 1인 사차함수이므로 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$로 놓는다.

(나) 세 실근의 의미: 방정식 $f(x) = 2$에서 0이 아닌 실근은 부호가 반대인 두 근으로 짝을 이룬다. 서로 다른 실근이 세 개이려면 **0과 한 쌍의 0이 아닌 실근**이 있어야 한다. 따라서 $f(0) = b = 2$이고, 방정식은 $x^2(x^2 + a) = 0$이 된다. 0 이외의 두 실근이 존재하려면 $x^2 = -a$가 양수와 음수의 두 해를 가져야 하므로 $a < 0$이다.

(다) 두 실근의 의미: $f(x) = -2$를 정리하면 $x^4 + ax^2 + 4 = 0$이다. $t = x^2$로 치환하면 $t \geq 0$에서 $t^2 + at + 4 = 0$을 푼다. 양의 t 하나마다 $x = \pm\sqrt{t}$라는 서로 다른 두 실근이 생기며, 상수항이 4이므로 $t = 0$은 근이 아니다. 이 이차방정식의 두 근의 곱은 4, 합은 $-a > 0$이므로, 서로 다른 두 실근을 갖는다면 둘 다 양수여서 원래 방정식의 실근은 네 개가 된다. 따라서 원래 방정식이 실근을 두 개만 가지려면 **양의 중근 하나**를 가져야 한다.

계수 결정: $t^2 + at + 4 = 0$의 판별식이 0이므로 $a^2 - 16 = 0$이다. 앞에서 구한 $a < 0$을 적용하면 $a = -4$이다. 이때 $t^2 - 4t + 4 = (t - 2)^2$이므로 중근은 양수 2이며, $f(x) = -2$의 실근은 실제로 $x = \pm\sqrt{2}$ 두 개이다.

함숫값 계산: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2$이므로 $f(1) = 1 - 4 + 2 = -1$이다. 이는 ②의 값과 일치한다.

NoteBase