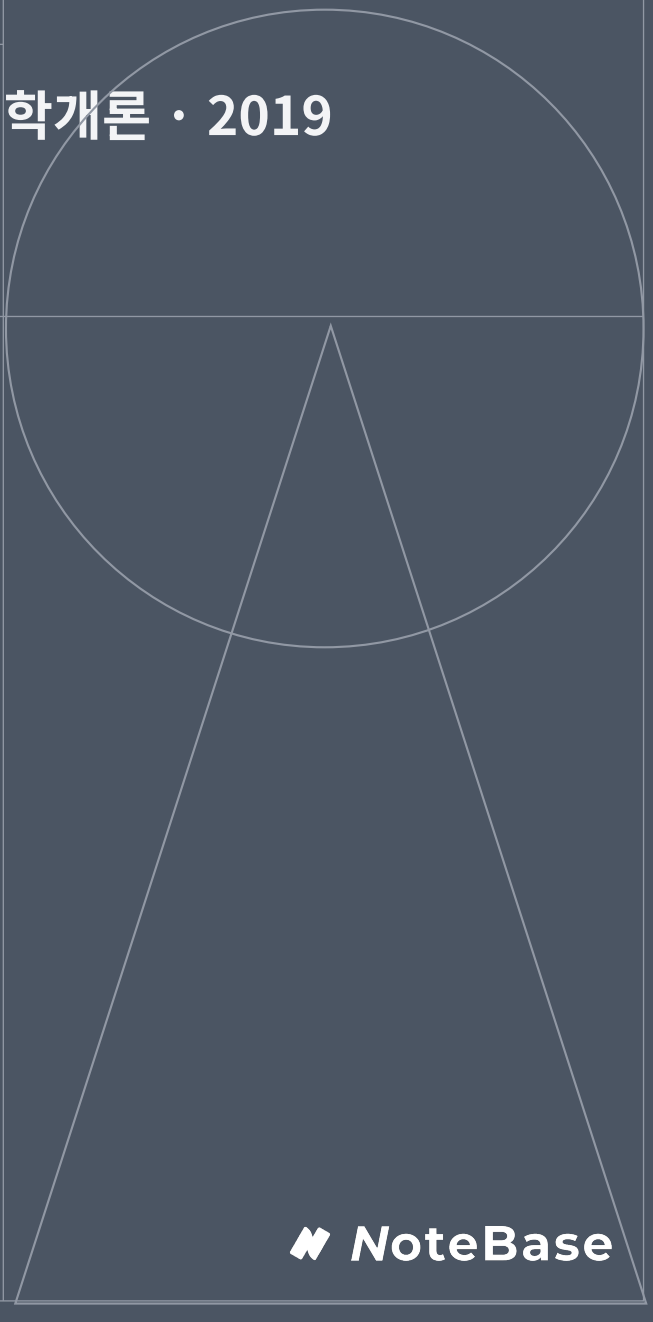
기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2019



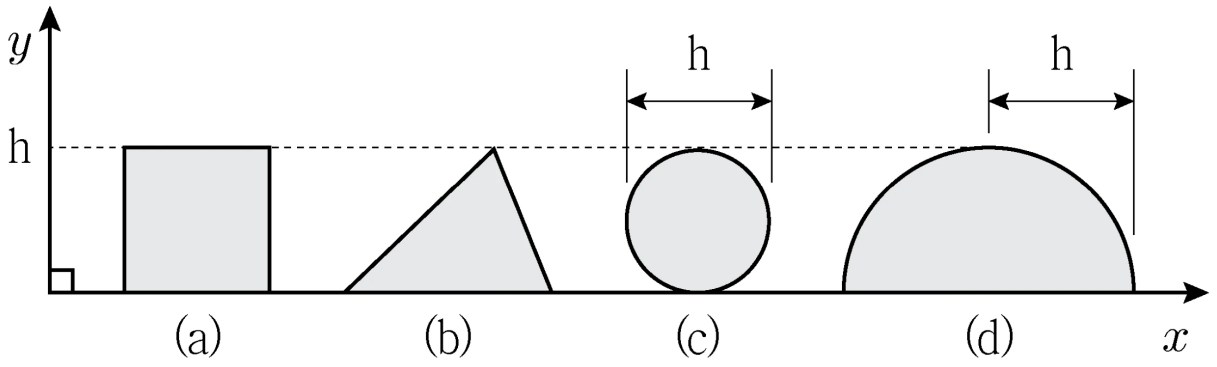
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2019

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2019

문 1. 그림과 같이 x-y 평면 상에 있는 단면 중 도심의 y좌표 값이 가장 작은 것은?



① (a)

② (b)

③ (c)

④ (d)

정답 2번

간단한 해설

삼각형 (b)의 도심은 **밑변에서 높이의 1/3** 지점에 있어 $\bar{y} = \frac{h}{3}$이다. 이 높이가 나머지 단면의 도심 높이보다 작다.

NoteBase

선지별 해설

도심의 y좌표는 단면의 각 부분이 차지하는 면적을 고려한 평균 높이이다. 그림에서 모든 단면의 최하단은 x축에 있고 최상단은 y = h에 있으므로, x축에서 도심까지의 높이를 같은 기준으로 비교한다.

① (a): 직사각형은 높이 방향으로 **위아래가 대칭**이므로 도심이 높이의 중앙에 있다. 따라서 $\bar{y}_a = \frac{h}{2}$이다.

② (b): 삼각형의 도심은 세 중선의 교점이며, 밑변에서 높이의 1/3 지점에 있다. 두 밑변 꼭짓점의 y좌표는 0이고 나머지 꼭짓점은 h이므로, $\bar{y}_b = \frac{0+0+h}{3} = \frac{h}{3}$이다. 꼭짓점이 좌우 어느 쪽에 치우쳐 있어도 이 높이는 같다.

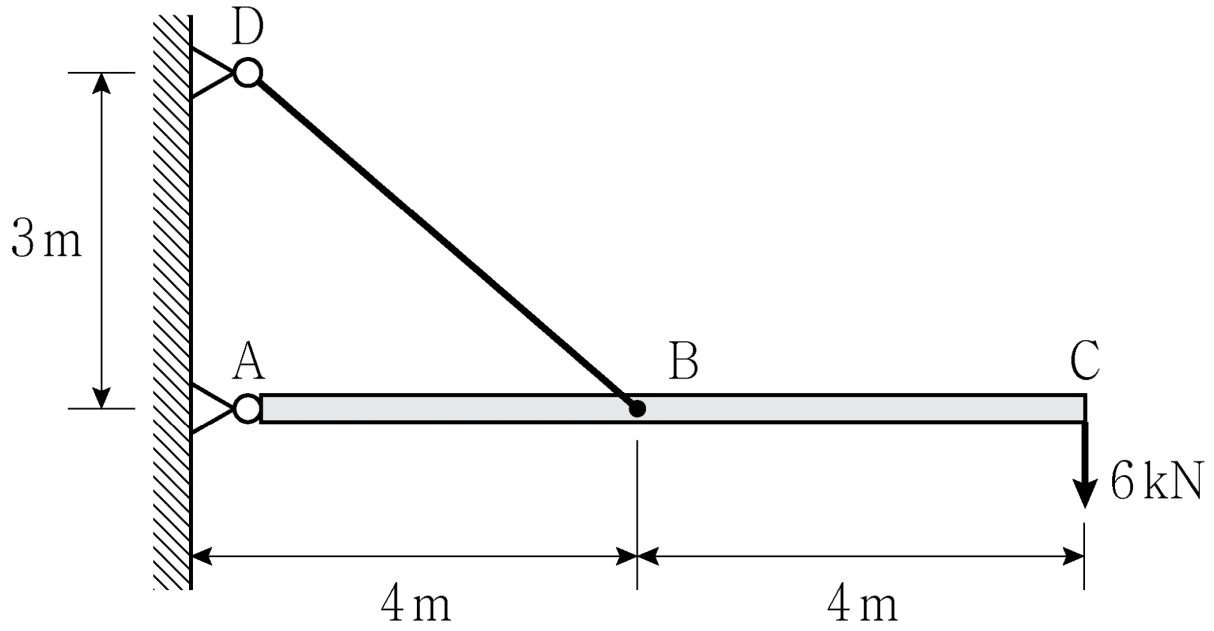
③ (c): 원의 도심은 **원의 중심**이다. 지름이 h이고 원의 아랫부분이 x축에 접하므로, 중심의 높이는 반지름과 같은 $\bar{y}_c = \frac{h}{2}$이다.

④ (d): 반원의 도심은 대칭축 위에 있으며, **지름에서 반원 내부 쪽으로** $\frac{4R}{3\pi}$만큼 떨어져 있다. 여기서 R은 반지름이다. 그림에서는 지름이 x축에 놓이고 반지름이 h이므로 $\bar{y}_d = \frac{4h}{3\pi} \approx 0.424h$이다.

h가 양수일 때 $\frac{h}{3} < \frac{4h}{3\pi} < \frac{h}{2}$이므로, 도심의 y좌표가 가장 작은 단면은 ②의 (b)이다.

NoteBase

문 2. 그림과 같이 강체로 된 보가 케이블로 B점에서 지지되고 있다. C점에 수직하중이 작용할 때, 부재 AB에 발생되는 축력의 크기[kN]는? (단, 모든 부재의 자중은 무시한다)



① 12 (압축)

② 12 (인장)

③ 16 (압축)

④ 16 (인장)

정답 3번

간단한 해설

A점에 대한 모멘트 평형으로 구한 케이블 힘의 수직성분은 12 kN이다. 케이블의 수평거리와 높이의 비가 4:3이므로 수평성분은 16 kN이며, 이 힘은 AB 구간을 **압축**한다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 AB = 4 m, BC = 4 m이므로 AC = 8 m이고, D는 A보다 3 m 위에 있다. 자중을 무시하므로 보에 작용하는 하중은 C점의 아래쪽 6 kN이다. 케이블은 B점을 D 방향으로 당기므로, 보에 가하는 힘은 왼쪽 수평성분과 위쪽 수직성분으로 나뉜다.

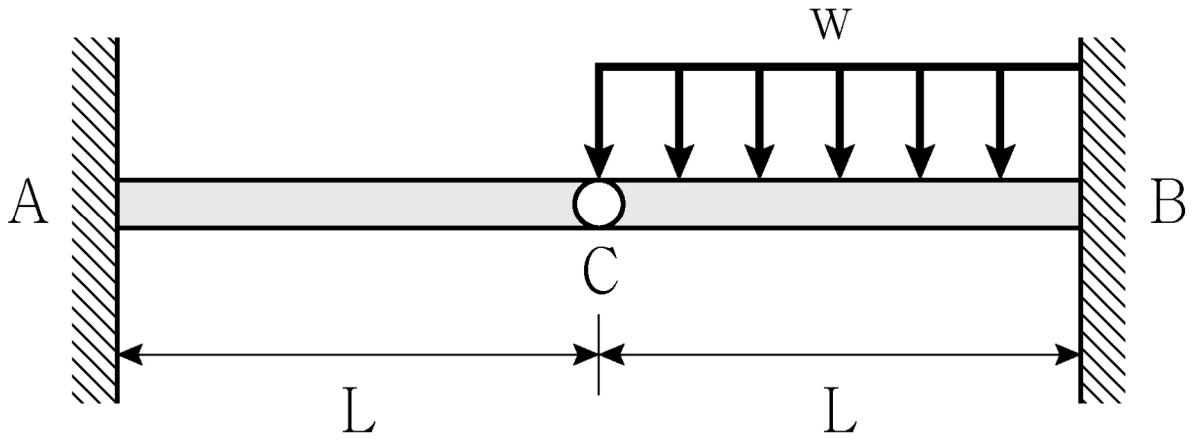
케이블 힘의 수직성분: 위쪽 성분을 T_y라 한다. A점에 대한 모멘트를 취하면 A점 반력은 모멘트를 만들지 않고, 케이블의 수평성분도 작용선이 A를 지나므로 모멘트를 만들지 않는다. 따라서 **수직성분만 하중의 모멘트와 평형**을 이룬다. 반시계방향을 양으로 두면 $4T_y - 6 \cdot 8 = 0$이므로 $T_y = \frac{6 \cdot 8}{4} = 12\text{kN}$이다. 이는 케이블 전체 장력이 아니라 위쪽 성분의 크기이다.

케이블 힘의 수평성분: 수평성분의 크기를 T_x라 한다. 케이블 BD의 수평거리와 높이가 각각 4 m, 3 m이므로, 힘의 성분비도 $\frac{T_x}{T_y} = \frac{4}{3}$이다. 따라서 $T_x = 12 \cdot \frac{4}{3} = 16\text{kN}$이며 방향은 왼쪽이다.

AB의 축력: 보 전체의 수평방향 평형에 따라 A점에는 오른쪽으로 16 kN의 반력이 작용한다. AB 구간을 절단하여 A쪽 부분을 보면, 이 반력과 평형을 이루는 단면 축력은 왼쪽으로 작용한다. 즉 AB를 **안쪽으로 미는 압축력**이므로 축력의 크기는 16 kN이고, ③의 16 kN(압축)에 해당한다.

NoteBase

문 3. 그림과 같이 C점에 내부힌지가 있는 보의 지점 A와 B에서 수직반력의 비 R_A/R_B는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{3}{16}$
② $\frac{3}{15}$
③ $\frac{3}{14}$
④ $\frac{3}{13}$

정답 4번

간단한 해설

내부힌지는 휨모멘트를 전달하지 않지만, 연결된 **양쪽 보의 C점 처짐은 같아야 한다**. 이 조건으로 구한 반력은 $R_A = \frac{3WL}{16}$, $R_B = \frac{13WL}{16}$이므로 반력의 비는 $\frac{3}{13}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 보의 분리와 힌지력 설정: A와 B는 고정단이고, AC와 BC의 길이는 각각 L이다. BC에만 강도 W의 등분포하중이 작용하므로 전체 하중은 WL이다. 자중은 무시한다. C의 내부힌지는 **휨모멘트를 전달하지 않으므로** AC와 BC를 각각 길이 L인 캔틸레버로 나누어 생각할 수 있다. C에서 AC에 아래쪽으로 작용하는 힌지력을 H로 두면, BC에는 같은 크기의 힘이 위쪽으로 작용한다.

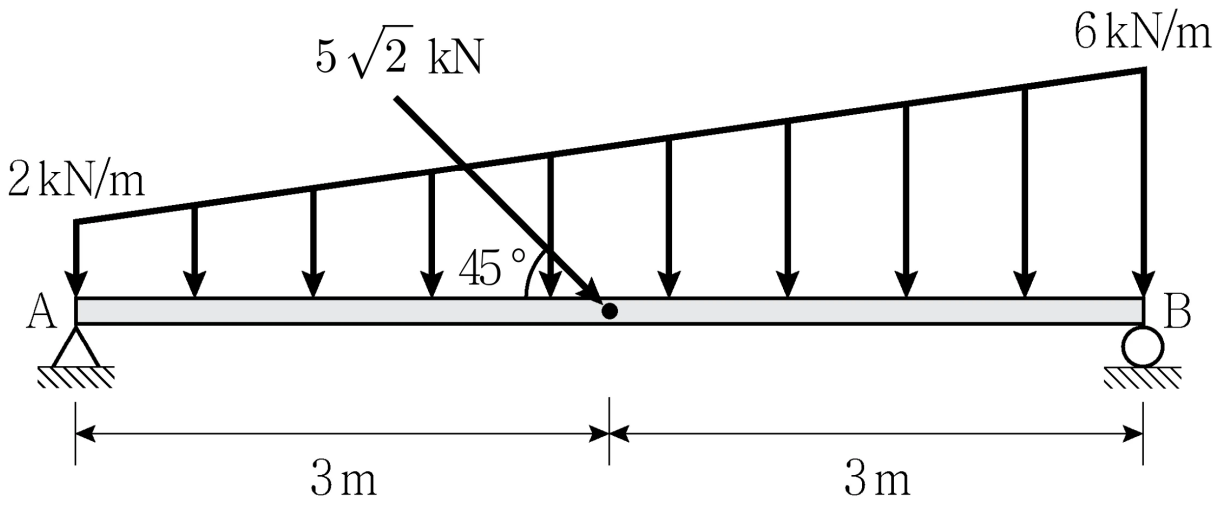
2. 양쪽 C점의 처짐: 휨강성 EI가 일정한 캔틸레버에서 자유단 집중하중 H에 의한 자유단 처짐은 $\frac{HL^3}{3EI}$, 전 구간 등분포하중 W에 의한 자유단 처짐은 $\frac{WL^4}{8EI}$이다. 아래쪽 처짐을 양으로 두면 AC의 C점 처짐은 $\delta_{AC} = \frac{HL^3}{3EI}$이다. BC에서는 등분포하중이 아래로, 힌지력이 위로 처지게 하므로 중첩하여 $\delta_{BC} = \frac{WL^4}{8EI} - \frac{HL^3}{3EI}$로 쓴다.

3. 변위 적합조건으로 힌지력 계산: 내부힌지는 양쪽 부재의 상대 회전을 허용하지만 **연결점의 수직변위는 같아야 한다**. 따라서 $\delta_{AC} = \delta_{BC}$이고, 이를 대입하면 $\frac{2HL^3}{3EI} = \frac{WL^4}{8EI}$이다. 양쪽 보의 길이와 휨강성이 같으므로 공통인 항을 소거하여 $H = \frac{3WL}{16}$을 얻는다. 이는 전체 하중 중 C를 통해 AC로 전달되는 힘이다.

4. 지점반력과 비 계산: AC의 수직력 평형에서 $R_A = H = \frac{3WL}{16}$이다. BC의 수직력 평형에서는 위쪽의 힌지력 H와 B의 반력이 전체 등분포하중을 지지하므로 $R_B = WL - H = \frac{13WL}{16}$이다. 따라서 $\frac{R_A}{R_B} = \frac{3WL/16}{13WL/16} = \frac{3}{13}$으로, ④의 값과 일치한다. 두 반력은 모두 위쪽이며, 그 비는 같은 힘 단위가 소거된 무차원 값이다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 분포하중과 집중하중을 받는 단순보에서 지점 A의 수직반력 크기[kN]는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① 10.0

② 12.5

③ 15.0

④ 17.5

정답 2번

간단한 해설

집중하중의 수직성분은 5 kN이며, 분포하중은 하중도 면적에 해당하는 합력으로 바꾼다. **B점에 대한 모멘트 평형**을 적용하면 전체 하중의 모멘트 75 kN·m를 지간 6 m로 나누어 A의 수직반력 12.5 kN을 얻는다.

NoteBase

계산 과정

1. 보의 조건과 반력: 지간은 3 + 3 = 6 m이고, A는 힌지지점, B는 롤러지점이다. A의 위쪽 수직반력을 R_A라 둔다. 자중은 무시하며, 정정 단순보의 반력은 힘과 모멘트의 평형으로 구하므로 주어진 휨강성 EI를 계산에 사용할 필요는 없다.

2. 집중하중의 수직성분: 중앙에 작용하는 $5\sqrt{2}$ kN의 힘은 보와 45°를 이루므로 아래쪽 수직성분은 $P_V = 5\sqrt{2}\sin 45^\circ = 5$ kN이다. 작용점은 B에서 3 m 떨어져 있다. 수평성분은 보의 축 방향으로 작용하여 B점에 대한 모멘트가 0이다.

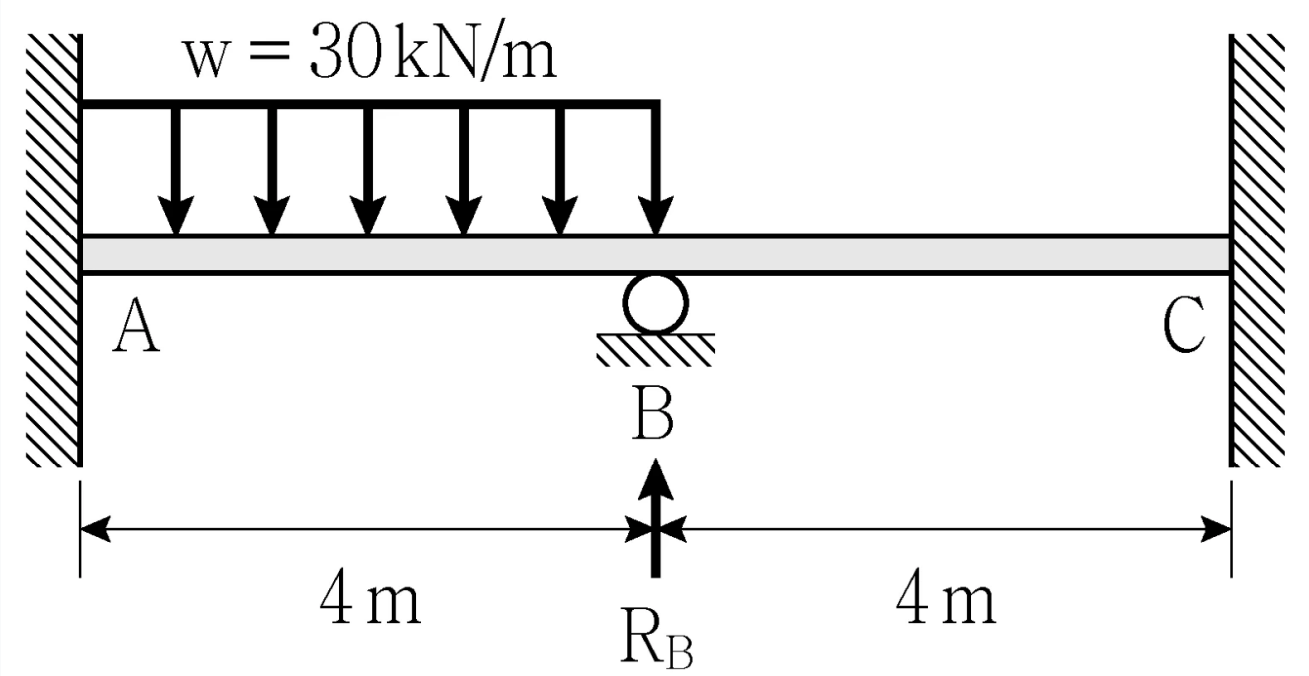
3. 등분포하중 부분: A에서 2 kN/m, B에서 6 kN/m인 사다리꼴 하중도를 **2 kN/m의 직사각형과 최대 4 kN/m의 삼각형**으로 나눈다. 직사각형 부분의 합력은 $2 \times 6 = 12$ kN이고, 하중도 도심인 보 중앙에 작용하므로 B에서의 거리는 3 m이다.

4. 삼각형 분포하중 부분: 합력은 삼각형 면적과 같으므로 $\frac{1}{2} \cdot (6 - 2) \cdot 6 = 12$ kN이다. 합력은 삼각형 하중도의 도심을 지나며, 그 위치는 **하중이 큰 B쪽에서 지간의 1/3**인 $\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$ m 지점이다.

5. B점에 대한 모멘트 평형: B를 기준으로 잡으면 B의 반력은 모멘트 식에서 사라진다. 아래쪽 하중들이 만드는 반시계방향 모멘트의 합은 $12 \times 3 + 12 \times 2 + 5 \times 3 = 75$ kN·m이다. A의 위쪽 반력은 시계방향 모멘트를 만들므로 $6R_A = 75$가 성립한다. 따라서 $R_A = \frac{75}{6} = 12.5$ kN이며, 위쪽으로 작용한다. 이 크기는 ②의 12.5 kN과 일치한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같은 부정정보에서 지점 B에 발생하는 수직반력 R_B의 크기[kN]는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하며, 자중은 무시한다)



① 55

② 60

③ 65

④ 70

정답 2번

간단한 해설

원래 하중과 좌우를 뒤집은 하중을 더하면 전 구간 등분포하중이 되며, 두 하중 경우의 **B 반력은 서로 같다**. 전 구간 재하 시 B 반력 120 kN의 절반인 **60 kN**이 위쪽으로 작용한다.

NoteBase

계산 과정

조건 확인: A와 C는 고정단이고, AB와 BC의 길이는 각각 4 m이다. 등분포하중 30 kN/m는 AB에만 작용한다. 휨강성 EI가 일정하고 지점 배치가 좌우 대칭이므로, 하중을 좌우로 뒤집어 BC에만 재하해도 B의 수직반력은 원래와 같다.

하중 중첩: 원래의 AB 재하와 좌우를 뒤집은 BC 재하를 더하면 AC 전체에 30 kN/m가 작용한다. 선형 탄성 보에서는 **하중을 더하면 반력도 더해지므로**, 전 구간 재하 시 B 반력은 원래 반력의 두 배인 $2R_B$이다.

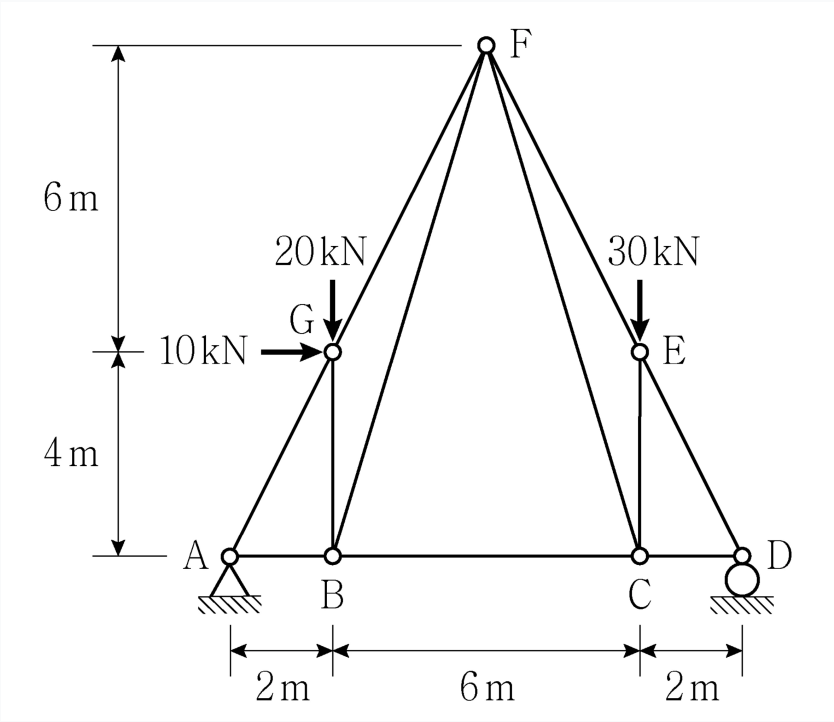
대칭 조건 적용: 전 구간에 재하한 경우에는 구조와 하중이 모두 B를 기준으로 대칭이므로 **B에서 보의 회전각이 0**이다. B의 수직변위도 지점에 의해 0이므로, 이 경우 AB와 BC는 각각 양 끝의 변위와 회전이 구속된 길이 4 m의 양단고정보처럼 거동한다.

전 구간 재하 시 반력: 각 4 m 구간의 총하중은 $30 \times 4 = 120$ kN이다. 양단고정보에 전 길이 등분포하중이 작용하면 양 끝 수직반력이 같으므로, 각 구간이 B에 전달하는 하중은 $\frac{120}{2} = 60$kN이다. B는 두 구간의 하중을 함께 지지하므로 전 구간 재하 시 반력은 60 + 60 = 120 kN이다.

원래 하중으로 환산: 전 구간 재하 시 반력은 원래 반력의 두 배이므로 $R_B = \frac{120}{2} = 60$kN이다. 방향은 위쪽이며, 크기 60 kN은 ②에 해당한다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 트러스 구조물에서 부재 BC의 부재력 크기[kN]는? (단, 모든 자중은 무시한다)



① 5 (압축)

② 5 (인장)

③ 7 (압축)

④ 7 (인장)

정답 4번

간단한 해설

BC·CF·EF를 절단한 오른쪽 부분에서 F점에 대한 모멘트를 취하면 CF·EF의 부재력은 소거된다. D점 반력과 E점 하중의 모멘트를 평형시키는 BC의 부재력은 **7 kN의 인장력**이다.

NoteBase

계산 과정

1. 치수와 위치: 자중을 무시하므로 그림에 표시된 절점하중만 고려한다. AD의 길이는 2 + 6 + 2 = 10 m이고, F점의 높이는 4 + 6 = 10 m이다. A·G·F가 한 직선 위에 있으므로 A에서 F까지의 수평거리는 $\frac{2}{4} \cdot 10 = 5$m이다. 따라서 F점에서 D점까지의 수평거리는 5 m, E점까지의 수평거리는 8 − 5 = 3 m이다.

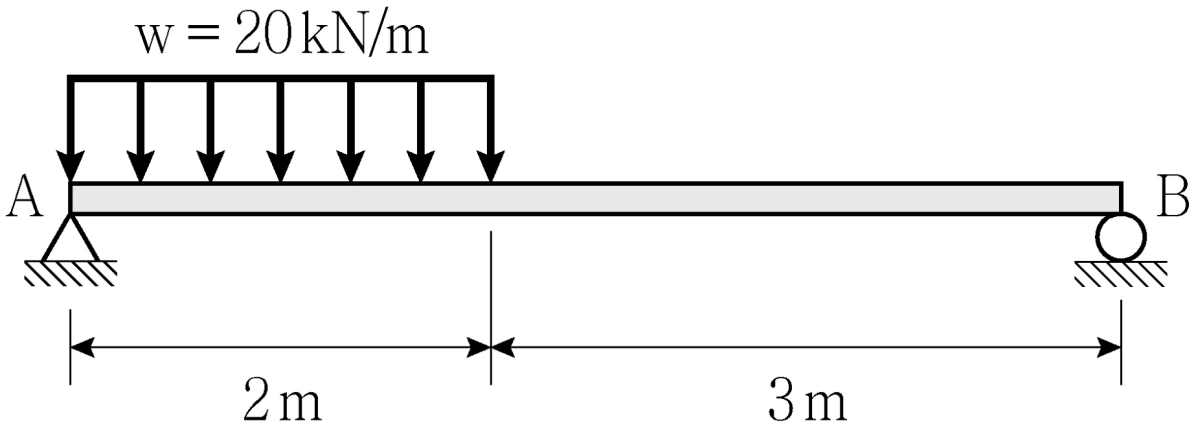
2. D점 반력: D는 롤러지점이므로 수직반력만 작용하며, 이를 위쪽을 양으로 하여 R_D라 둔다. 전체 트러스에서 A점에 대한 모멘트 평형을 세운다. G점의 아래쪽 20 kN과 E점의 아래쪽 30 kN은 각각 2 m, 8 m의 모멘트팔을 가진다. G점의 오른쪽 10 kN도 높이 4 m에서 작용하므로 **시계방향 모멘트 40 kN·m**를 발생시킨다. 반시계방향을 양으로 하면 $10R_D = 20 \cdot 2 + 30 \cdot 8 + 10 \cdot 4$이다. 따라서 $R_D = \frac{320}{10} = 32$kN이며 위쪽으로 작용한다.

3. 절단면과 기준점: BC·CF·EF를 가로질러 절단하고 C·E·D를 포함하는 오른쪽 부분을 분리한다. 트러스 부재력은 각 부재의 축방향으로 작용한다. CF와 EF의 부재력은 **작용선이 모두 F점을 지나므로** F점에 대한 모멘트가 0이다. 따라서 F점을 기준으로 모멘트 평형을 세우면 두 부재력을 구하지 않고 BC의 부재력만 구할 수 있다. BC의 부재력 N_{BC}는 인장을 양으로 가정하며, 오른쪽 부분의 C점에서는 왼쪽으로 작용한다.

4. BC의 부재력: F점에 대해 D점 반력의 모멘트는 반시계방향, E점 하중과 가정한 BC 인장력의 모멘트는 시계방향이다. BC의 작용선은 수평이므로 F점에서 그 작용선까지의 수직거리 10 m가 모멘트팔이다. 따라서 $32 \cdot 5 - 30 \cdot 3 - 10N_{BC} = 0$이고, $N_{BC} = \frac{160 - 90}{10} = 7$kN이다. 계산값이 양수이므로 **가정한 인장 방향**이 성립한다. 부재 BC에는 7 kN의 인장력이 작용하며, ④의 '7 (인장)'에 해당한다.

NoteBase

문 7. 그림과 같은 등분포하중이 작용하는 단순보에서 최대휨모멘트가 발생되는 거릿값(x)과 최대휨모멘트 값(M)의 비 $\left[\frac{x}{M}\right]$는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시하며, 최대휨모멘트의 발생지점은 지점 A로부터의 거리이다)



① $\frac{1}{8}$

② 8

③ $\frac{1}{16}$

④ 16

정답 3번

간단한 해설

최대휨모멘트는 **전단력이 0이 되는 위치**에서 발생한다. A로부터의 거리 x는 1.6 m이고 최대휨모멘트 M은 25.6 kN·m이므로, 두 값의 비는 $\frac{x}{M} = \frac{1}{16}\text{kN}^{-1}$이다.

NoteBase

계산 과정

하중 조건: 보의 전체 길이는 2 + 3 = 5 m이고, 등분포하중 w = 20 kN/m는 **A에서 2 m 구간에만** 작용한다. 자중은 무시하므로 이 구간의 합력은 $20 \times 2 = 40$ kN이며, 작용점은 하중 구간의 중앙인 A로부터 1 m 지점이다. 이 단순보의 반력과 휨모멘트는 정역학적 평형으로 구할 수 있으므로 EI의 수치는 필요하지 않다.

지점 반력: A에 대한 모멘트 평형에서 $R_B \cdot 5 = 40 \cdot 1$이므로 B의 연직반력은 $R_B = 8\text{kN}$이다. 연직방향 힘의 평형에 따라 A의 연직반력은 $R_A = 40 - 8 = 32\text{kN}$이다. 두 반력은 모두 위쪽으로 작용한다.

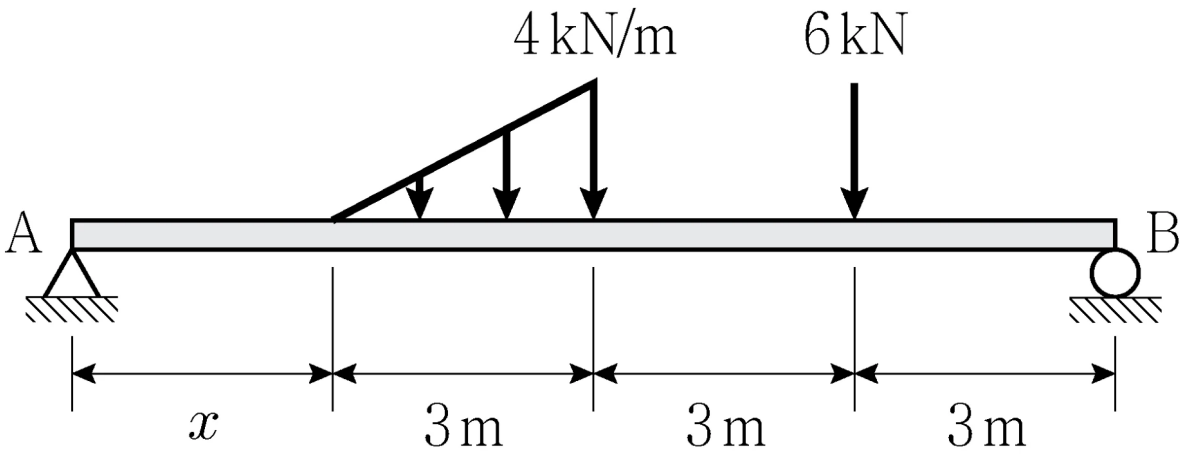
최대휨모멘트의 위치 x: A로부터 임의 단면까지의 거리를 s라 하면, 하중 구간에서 전단력은 $V(s) = R_A - ws = 32 - 20s$이다. 휨모멘트의 기울기가 전단력이므로 **전단력이 양에서 음으로 바뀌는 지점**에서 휨모멘트가 최대가 된다. $32 - 20x = 0$을 풀면 $x = \frac{32}{20} = 1.6\text{m}$로, 실제 하중 구간인 0~2 m 안에 있다. 2 m 이후에는 전단력이 −8 kN으로 일정하므로 휨모멘트가 계속 감소한다.

최대휨모멘트 M: 하중 구간의 단면에서 왼쪽 부분을 보면, 길이 s에 걸린 분포하중의 합력은 ws이고 단면까지의 거리는 $\frac{s}{2}$이다. 따라서 단면의 휨모멘트는 $M(s) = R_A s - \frac{ws^2}{2}$이다. 최대 위치인 x = 1.6 m를 대입하면 $M = 32 \cdot 1.6 - \frac{20 \cdot 1.6^2}{2}$이므로 M = 25.6 kN · m이다.

요구한 비: $\frac{x}{M} = \frac{1.6}{25.6} = \frac{1}{16}$이며, 선택지 ③에 해당한다. 거리의 단위 m를 모멘트의 단위 kN · m로 나누므로 이 비의 단위는 kN^{-1}이다.

NoteBase

문 8. 그림과 같은 단순보에 하중이 작용할 때 지점 A, B에서 수직 반력 R_A 및 R_B가 $2R_A = R_B$로 성립되기 위한 거리 x[m]는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① 3

② 4

③ 5

④ 6

정답 4번

간단한 해설

삼각형 분포하중은 **면적에 해당하는 6 kN의 합력**으로 바꾸며, 그 작용점은 하중 시작점에서 오른쪽으로 2 m인 곳이다. 반력 조건 $R_B = 2R_A$와 보의 평형을 적용하면 x = 6 m가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 분포하중의 합력과 작용점: 그림의 삼각형 분포하중은 길이 3 m 구간에서 0부터 4 kN/m까지 증가한다. 합력 W는 하중도 면적이므로 $W = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6\text{kN}$이다. 합력은 삼각형의 도심에 작용하므로, **하중이 0인 쪽에서 구간 길이의 2/3 지점**에 놓인다. 시작점에서의 거리는 $\frac{2}{3} \cdot 3 = 2\text{m}$이므로 A에서 합력까지의 거리는 $x + 2$ m이다. 별도의 6 kN 집중하중은 A에서 $x + 6$ m, 지점 B는 A에서 $x + 9$ m 떨어져 있다.

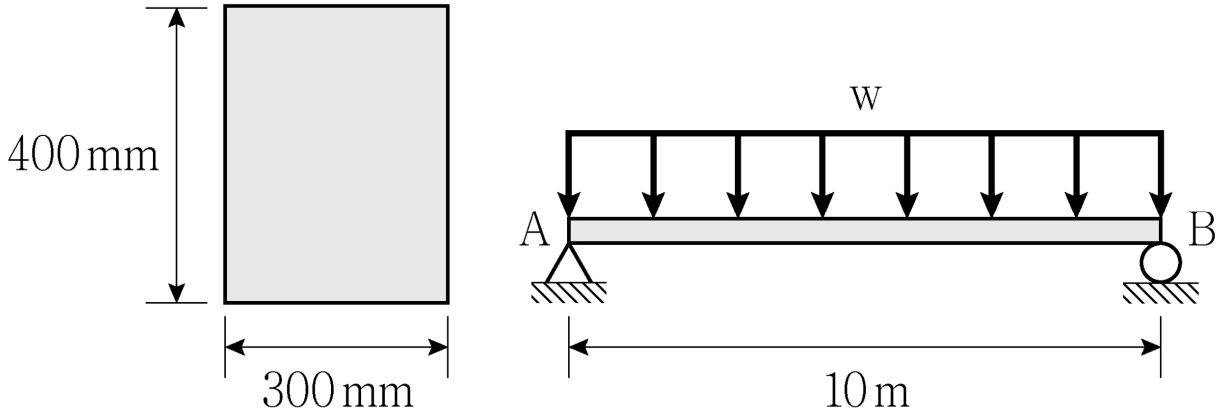
2. 수직 반력 산정: 보의 자중을 무시하므로 전체 하향 하중은 6 + 6 = 12 kN이다. 위쪽 반력을 양으로 두면 수직력 평형에서 $R_A + R_B = 12\text{kN}$이다. 주어진 $R_B = 2R_A$를 대입하면 $3R_A = 12\text{kN}$이므로 $R_A = 4\text{kN}$, $R_B = 8\text{kN}$이다.

3. A점에 대한 모멘트 평형: 단순보의 반력은 **힘과 모멘트의 평형**으로 구할 수 있으므로 휨강성 EI를 이용한 처짐 계산은 필요하지 않다. A점에 대한 모멘트를 취하면 A의 반력은 팔길이가 0이어서 식에서 사라진다. 반시계 방향을 양으로 두면 B의 반력은 양의 모멘트, 두 하중은 음의 모멘트를 만든다. 따라서 $R_B(x + 9) = 6(x + 2) + 6(x + 6)$이며, 힘을 kN, 거리를 m로 넣으면 양변의 모멘트 단위는 kN·m이다.

4. 거리 계산: $R_B = 8\text{kN}$을 대입하면 $8(x + 9) = 6(x + 2) + 6(x + 6)$이다. 이를 정리하면 $8x + 72 = 12x + 48$, $4x = 24$가 된다. 따라서 x = 6 m이며, ④의 값과 일치한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 폭 300 mm, 높이 400 mm의 직사각형 단면을 갖는 단순보의 허용 휨응력이 6 MPa이라면, 단순보에 작용시킬 수 있는 최대 등분포하중 w의 크기[kN/m]는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① 3.84

② 4.84

③ 5.84

④ 6.84

정답 1번

간단한 해설

단면과 허용 휨응력으로 구한 허용 휨모멘트는 48 kN·m이다. 전 구간에 등분포하중이 작용하는 단순보의 **중앙 최대 휨모멘트**를 이 값에 맞추면 최대 하중은 3.84 kN/m이다.

NoteBase

계산 과정

1. 조건과 단위: 그림에서 지점 A와 B 사이의 길이는 L = 10 m이고, 등분포하중 w는 보의 전 구간에 작용한다. 단면의 폭은 b = 0.3 m, 높이는 h = 0.4 m이다. 자중은 무시하며, 길이를 m로 통일하면 허용 휨응력은 $\sigma_a = 6000\text{kN/m}^2$이다.

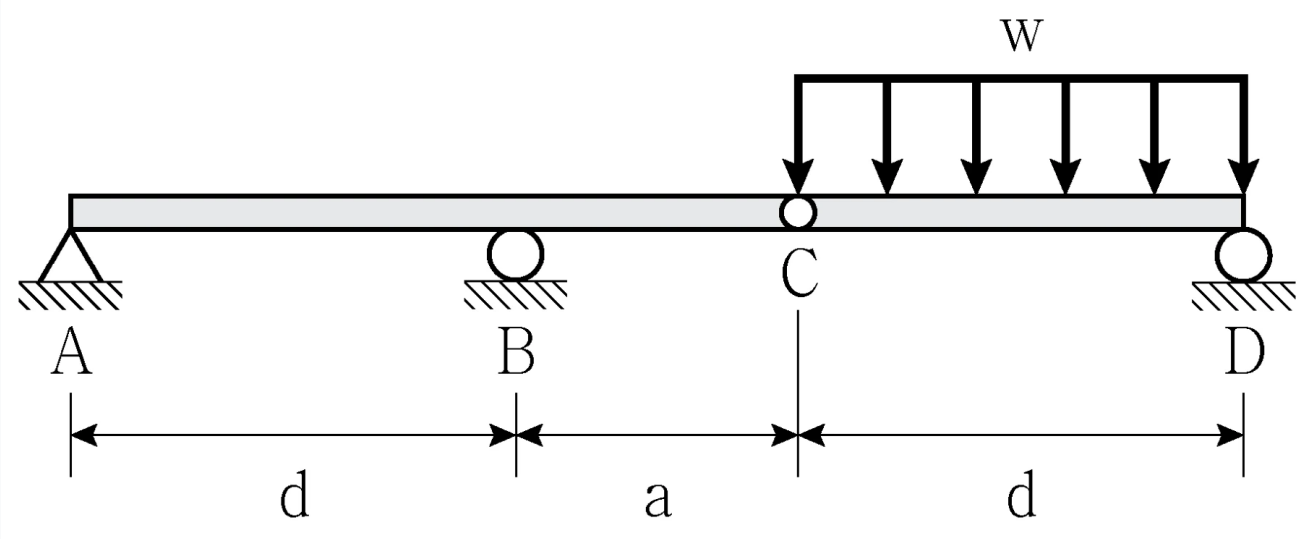
2. 단면계수: 직사각형 단면의 도심을 지나는 수평 중립축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$이고, 중립축에서 최외단까지의 거리는 $c = \frac{h}{2}$이다. 따라서 단면계수는 $Z = \frac{I}{c} = \frac{bh^2}{6}$이다. **높이 0.4 m를 제곱**하여 대입하면 $Z = \frac{0.3 \cdot 0.4^2}{6} = 0.008\text{m}^3$이다.

3. 허용 휨모멘트: 휨응력은 중립축에서 멀수록 커지므로 최외단 응력이 허용값을 넘지 않아야 한다. 휨응력 관계 $\sigma_{max} = \frac{M}{Z}$에서 허용 휨모멘트는 $M_a = \sigma_a Z$이다. 따라서 $6000 \times 0.008 = 48\ \text{kN}\cdot\text{m}$이며, 이는 이 단면이 허용 휨응력 이내에서 견딜 수 있는 휨모멘트의 한계이다.

4. 최대 등분포하중: 전 구간에 일정한 등분포하중을 받는 단순보는 양 지점의 수직반력이 같고, 전단력이 0이 되는 중앙에서 휨모멘트가 최대이다. 그 크기는 $M_{max} = \frac{wL^2}{8}$이므로, **최대 휨모멘트와 허용 휨모멘트가 같아지는 한계**에서 하중을 구한다. $w = \frac{8M_a}{L^2}$에 값을 대입하면 $w = \frac{8 \cdot 48}{10^2} = 3.84\text{kN/m}$이다. 이는 ①의 3.84에 해당한다.

NoteBase

문 10. 그림과 같이 내부힌지가 있는 보에서, 지점 B의 휨모멘트와 CD구간의 최대휨모멘트가 같게 되는 길이 a는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{1}{6}d$

② $\frac{1}{5}d$

③ $\frac{1}{4}d$

④ $\frac{1}{3}d$

정답 3번

간단한 해설

내부힌지 C에서 휨모멘트가 0이므로 CD는 단순보처럼 해석하며, 중앙의 최대휨모멘트는 $\frac{Wd^2}{8}$이다. B의 휨모멘트 크기 $\frac{Wda}{2}$를 이 값과 같게 두면 **두 모멘트의 크기가 같아지는 길이**는 $a = \frac{d}{4}$이다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 AB와 CD의 길이는 d, BC의 길이는 a이며, CD에 등분포하중 W가 작용한다. W는 단위길이당 하중의 크기이다. 아래로 처지는 정모멘트를 (+), 그 반대인 부모멘트를 (−)로 둔다.

1. CD의 지지력: **내부힌지는 휨모멘트를 전달하지 않으므로** C의 휨모멘트는 0이다. CD만 분리하면 C와 D에서 지지되는 단순보로 해석할 수 있다. 등분포하중의 합력 Wd가 CD의 중앙에 작용하므로, CD에 작용하는 C의 연직력과 D의 반력은 각각 $H_C = R_D = \frac{Wd}{2}$로 위쪽이다. 작용·반작용에 따라 왼쪽 보 ABC에는 C에서 같은 크기의 힘이 아래쪽으로 작용한다.

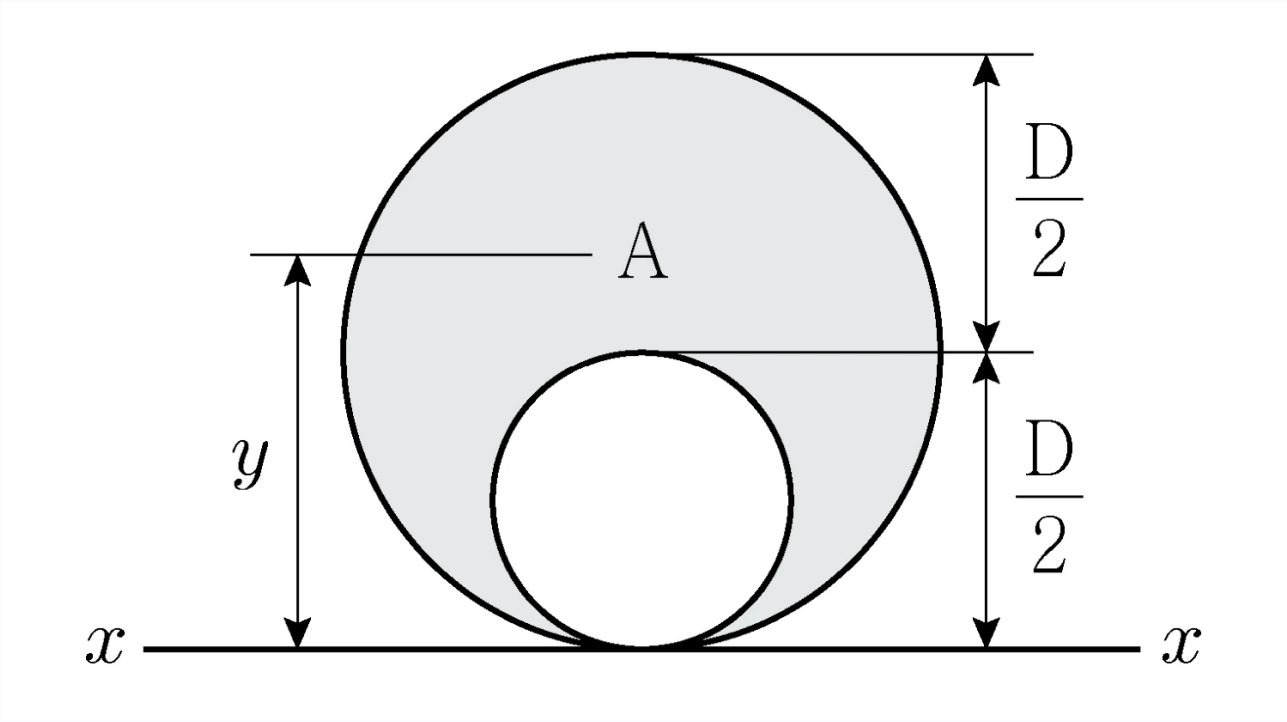
2. CD의 최대휨모멘트: C에서 오른쪽으로 잰 거리를 x라 하면 전단력은 $V(x) = H_C - Wx$이다. **전단력이 0이 되는 위치**에서 휨모멘트가 최대이므로 $x = \frac{d}{2}$, 즉 CD의 중앙을 구한다. 휨모멘트는 $M(x) = H_C x - \frac{Wx^2}{2}$이므로, 중앙에서 $M_{\max} = \frac{Wd^2}{4} - \frac{Wd^2}{8} = \frac{Wd^2}{8}$이다.

3. B의 휨모멘트: BC에는 분포하중이 없고, C에 아래쪽 힘 H_C가 작용한다. B에서 오른쪽 부분을 보면 이 힘의 팔길이가 a이므로 $M_B = -H_C a = -\frac{Wda}{2}$이다. B의 **모멘트가 0인 것은 아니다**. B는 보의 끝이나 내부힌지가 아니라 연속된 보의 중간 지점이므로 부모멘트가 생긴다.

4. 길이 a의 결정: B는 부모멘트, CD 중앙은 정모멘트이므로 두 휨모멘트의 **크기**를 같게 둔다. $\frac{Wda}{2} = \frac{Wd^2}{8}$에서 공통인 Wd를 약분하면 $a = \frac{d}{4}$이다. 따라서 a는 d의 1/4이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 11. 그림과 같은 음영 부분 A단면에서 $x-x$축으로부터 도심까지의 거리 y는?



① $\frac{5D}{12}$
② $\frac{6D}{12}$
③ $\frac{7D}{12}$
④ $\frac{8D}{12}$

정답 3번

간단한 해설

음영 단면은 큰 원에서 아래쪽 원형 구멍을 뺀 도형이므로, 구멍의 면적과 단면 1차 모멘트를 **빼서** 도심을 구한다. 아래쪽 면적이 제거되어 도심은 큰 원의 중심보다 위로 이동하며, $x-x$축에서의 거리는 $\frac{7D}{12}$이다.

NoteBase

계산 과정

치수와 기준축: $x-x$축을 기준으로 위쪽 거리를 양으로 잡는다. 큰 원의 지름은 D이므로 중심 높이는 $y_1 = \frac{D}{2}$이다. 구멍은 아래쪽에서 기준축에 접하고 위쪽 끝이 큰 원의 중심 높이에 있으므로, 구멍의 지름은 $\frac{D}{2}$, 중심 높이는 $y_2 = \frac{D}{4}$이다.

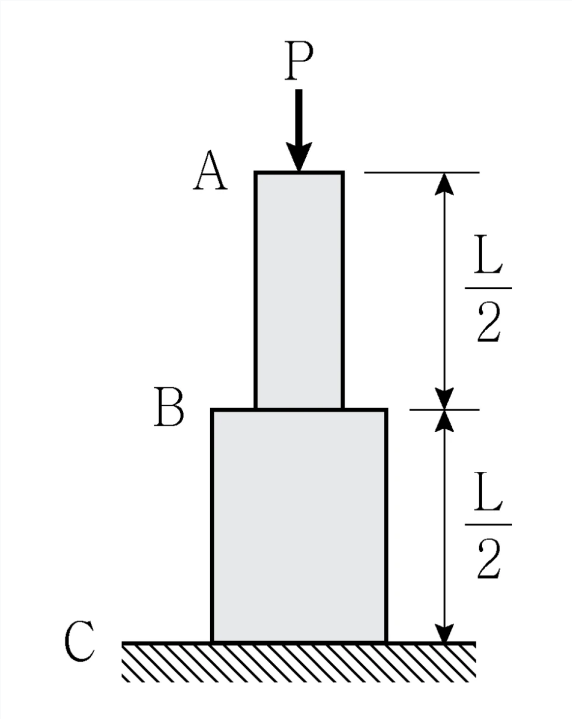
면적비: 큰 원의 면적을 A_1, 구멍의 면적을 A_2라 하면 $A_1 = \frac{\pi D^2}{4}$, $A_2 = \frac{\pi D^2}{16}$이다. 따라서 두 면적의 비는 4 : 1이고, 남은 음영 부분의 면적은 구멍 면적의 3배이다.

도심 공식: 각 부분의 면적에 기준축에서 그 도심까지의 거리를 곱한 값이 단면 1차 모멘트이다. **구멍은 제거된 면적**이므로 전체 면적과 단면 1차 모멘트에서 모두 빼야 한다. 음영 부분의 도심 높이는 $y = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A_1 - A_2}$로 구한다.

대입과 결과: 면적비 4 : 1을 이용하면 $y = \frac{4 \cdot (D/2) - D/4}{4 - 1}$이다. 분자는 $\frac{7D}{4}$, 분모는 3이므로 $y = \frac{7D}{12}$이며, 이는 ③의 값과 일치한다. D와 같은 길이 단위를 가지며, 큰 원의 중심 높이 $\frac{D}{2}$보다 $\frac{D}{12}$만큼 높다.

NoteBase

문 12. 그림과 같이 재료와 길이가 동일하고 단면적이 다른 수직 부재가 축하중 P를 받고 있을 때, A점에서 발생하는 변위는 B점에서 발생하는 변위의 몇 배인가? (단, 구간 AB와 BC의 축강성은 각각 EA와 2EA이고, 부재의 자중은 무시한다)



① 1.5

② 2.0

③ 2.5

④ 3.0

정답 4번

간단한 해설

B점 변위는 BC 구간의 압축량이고, A점 변위는 **두 구간 압축량의 합**이다. 같은 축력과 길이에서 AB의 축강성이 BC의 절반이므로 AB의 압축량은 BC의 두 배이며, A점 변위는 B점 변위의 3.0배이다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 C점은 고정되어 있고, AB와 BC의 길이는 각각 $L/2$이다. B점에 별도의 하중이 없고 자중을 무시하므로 **두 구간에 작용하는 압축 축력은 모두 P**이다. 선형 탄성 범위에서 일정한 축력 N을 받는 부재의 압축량은 $\Delta = \frac{N\ell}{EA}$이다. 여기서 ℓ은 구간 길이이고, EA는 탄성계수와 단면적의 곱인 축강성이다.

BC 구간: 축강성이 2EA이므로 압축량은 $\Delta_{BC} = \frac{P(L/2)}{2EA} = \frac{PL}{4EA}$이다. C점이 움직이지 않으므로 이 압축량이 곧 B점의 아래쪽 변위이다. 따라서 $u_B = \frac{PL}{4EA}$이다.

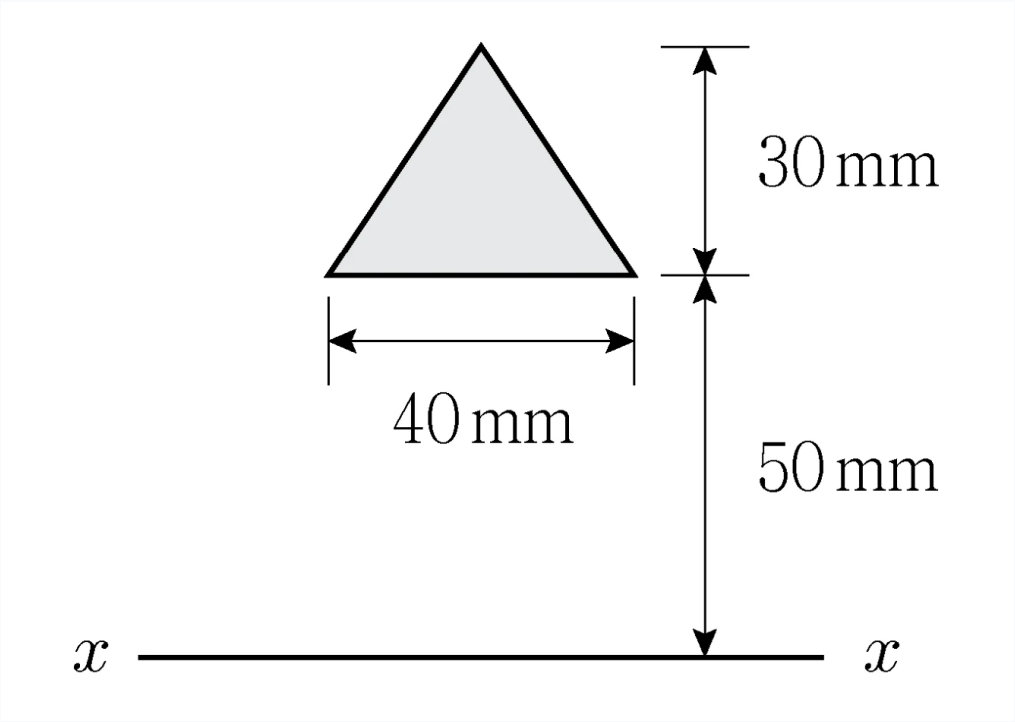
AB 구간: 축강성이 EA이므로 압축량은 $\Delta_{AB} = \frac{P(L/2)}{EA} = \frac{PL}{2EA}$이다. 이는 A점과 B점 사이의 상대변위이며, BC 구간 압축량의 두 배이다.

A점 변위: A점은 AB 자체가 압축되는 만큼 내려가는 데 더하여, **B점이 내려간 만큼도 함께 이동**한다. 따라서 아래쪽 변위는 $u_A = u_B + \Delta_{AB}$이고, $u_A = \frac{PL}{4EA} + \frac{PL}{2EA} = \frac{3PL}{4EA}$이다.

변위비는 $\frac{u_A}{u_B} = 3$이다. 따라서 A점의 변위는 B점의 변위의 3.0배로, 선택지 ④의 값에 해당한다.

NoteBase

문 13. 그림과 같은 삼각형 단면의 $x-x$축에 대한 단면2차모멘트 I_x[mm^4]는?



① 155×10^4
② 219×10^4
③ 345×10^4
④ 526×10^4

정답 2번

간단한 해설

삼각형의 도심은 밑변에서 10 mm 위에 있으므로, 도심에서 $x-x$축까지의 거리는 **50 mm가 아니라 60 mm**이다. 이 거리를 평행축 정리에 적용하면 단면2차모멘트는 219×10^4 mm^{4}이다.

NoteBase

계산 과정

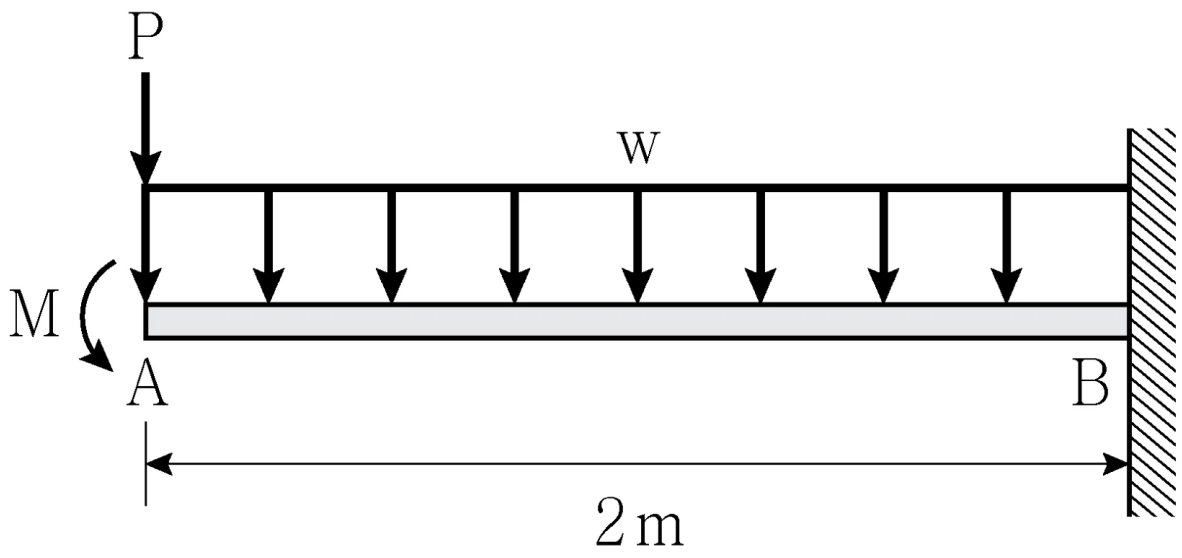
1. 도심과 축 사이의 거리: 그림에서 밑변의 폭은 b = 40 mm, 높이는 h = 30 mm이며, 밑변은 $x-x$축보다 50 mm 위에 있다. 삼각형의 도심 G는 밑변에서 꼭짓점 쪽으로 높이의 1/3만큼 떨어져 있다. 따라서 밑변에서 도심까지는 $h/3 = 30/3 = 10$ mm이고, **도심에서 기준축까지의 거리**는 d = 50 + 10 = 60 mm이다.

2. 도심축에 대한 단면2차모멘트: 단면적은 $A = \frac{bh}{2} = \frac{40 \cdot 30}{2} = 600\ \text{mm}^2$이다. 삼각형의 도심을 지나고 **밑변과 평행한 축**에 대한 단면2차모멘트는 $I_G = \frac{bh^3}{36}$이므로, $I_G = \frac{40 \cdot 30^3}{36} = 30{,}000\ \text{mm}^4$이다.

3. 평행축 정리 적용: 도심축과 $x-x$축은 평행하므로 $I_x = I_G + Ad^2$를 적용한다. 여기서 Ad^2는 **도심축에서 거리 d만큼 떨어진 평행축으로 옮길 때 더하는 항**이다. $Ad^2 = 600 \cdot 60^2 = 2{,}160{,}000\ \text{mm}^4$이므로, $I_x = 30{,}000 + 2{,}160{,}000\ \text{mm}^4$이다. 따라서 $I_x = 219 \times 10^4\ \text{mm}^4$이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 캔틸레버보에 집중하중(P), 등분포하중(w), 모멘트하중(M)이 작용하고 있다. 자유단 A에 최대 수직처짐을 발생시키는 하중은 이 세 가지 중 어느 것이며, 보에 세 하중이 동시에 작용할 때 발생하는 수직처짐 δ의 크기[mm]는? (단, P = 10 kN, w = 10 kN/m, M = 10 kN · m, 휨강성 EI = 2×10^{10} kN · mm^2이고, 자중은 무시한다)



① w = 10 kN/m, δ = 1 mm

② M = 10 kN · m, δ = 1 mm

③ P = 10 kN, $\delta = \frac{10}{3}$ mm

④ M = 10 kN · m, $\delta = \frac{10}{3}$ mm

정답 3번

간단한 해설

집중하중 P에 의한 자유단 처짐은 $\frac{4}{3}$ mm로, 등분포하중과 모멘트하중에 의한 처짐보다 크다. 그림의 세 하중은 **모두 A를 아래로 처지게 하므로** 각 처짐을 더하면 전체 처짐은 $\frac{10}{3}$ mm이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 단위: B가 고정단이고 A가 자유단인 길이 2 m의 캔틸레버보이다. 휨강성의 길이 단위가 mm이므로 L = 2,000 mm, P = 10 kN, w = 0.01 kN/mm, M = 10,000 kN·mm로 통일한다. 휨강성은 $EI = 2 \times 10^{10}$ kN·mm²이다. 일정한 휨강성을 갖는 보의 선형 탄성 휨처짐을 구하고, **중첩의 원리**로 각 하중의 영향을 합한다.

집중하중 P: 하중이 자유단 A에 작용하므로 자유단 처짐은 $\delta_P = \frac{PL^3}{3EI}$이다. 주어진 값을 대입하면 $\delta_P = \frac{4}{3}$ mm이며, 방향은 하중과 같은 아래쪽이다.

등분포하중 w: 하중이 **보 전체 길이에 균일하게 작용**하므로 자유단 처짐은 $\delta_w = \frac{wL^4}{8EI} = 1$ mm이다. 이 값도 아래쪽 처짐이다. 분포하중은 작용 위치가 보 전체에 퍼져 있으므로, 그 합력 wL을 자유단 집중하중 공식에 그대로 넣지 않는다.

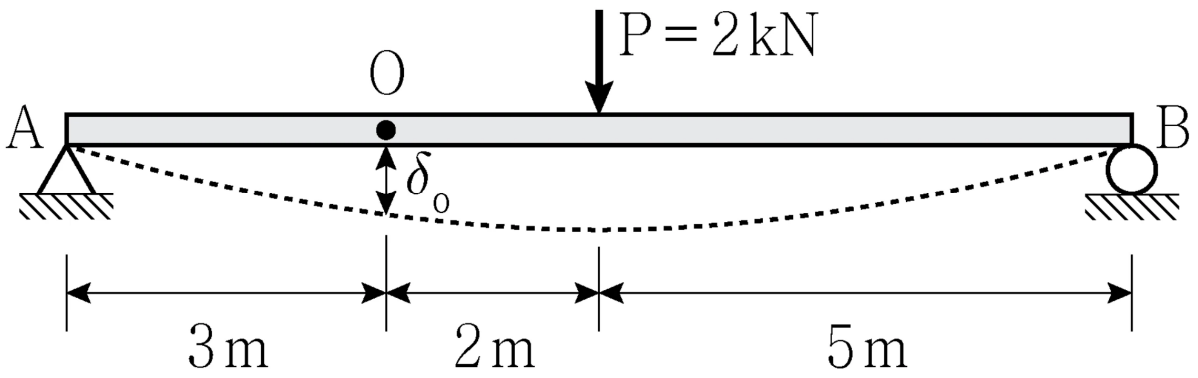
모멘트하중 M: 자유단에 가해진 모멘트는 보 전체에 일정한 휨모멘트를 만들므로 자유단 처짐은 $\delta_M = \frac{ML^2}{2EI} = 1$ mm이다. 그림의 **반시계방향 모멘트**는 오른쪽 B가 고정된 보의 왼쪽 자유단 A를 아래로 처지게 한다.

단독 처짐의 비교: P에 의한 처짐은 $\frac{4}{3}$ mm, w와 M에 의한 처짐은 각각 1 mm이다. 따라서 주어진 크기의 세 하중 중 자유단 A에 가장 큰 수직처짐을 발생시키는 것은 집중하중 P이다.

동시 작용 시 처짐: **아래쪽을 양의 방향**으로 잡으면 세 처짐의 부호가 모두 같아 더한다. 전체 처짐은 $\delta = \delta_P + \delta_w + \delta_M$이며, $\delta = \frac{4}{3} + 1 + 1 = \frac{10}{3}$ mm이다. 최대 단독 처짐을 만드는 하중은 P = 10 kN이고 전체 처짐의 크기는 $\frac{10}{3}$ mm이므로 ③의 내용과 일치한다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 단순보에서 집중하중이 작용할 때, O점에서의 수직 처짐 δ_0의 크기[mm]는? (단, 휨강성 $EI = 2 \times 10^{12}\ N \cdot mm^2$이며, 자중은 무시한다)



① 14.5

② 15.5

③ 16.5

④ 17.5

정답 3번

간단한 해설

하중은 보 중앙에 작용하지만, 구하는 값은 **A에서 3 m 떨어진 O점의 처짐**이다. 중앙 집중하중을 받는 단순보의 위치별 처짐식에 O점의 좌표를 대입하면 아래쪽으로 16.5 mm 처진다.

NoteBase

계산 과정

조건과 단위: 보의 전체 길이는 L = 3 + 2 + 5 = 10 m이고, 집중하중 P = 2 kN = 2000 N은 A에서 5 m인 중앙에 작용한다. O점의 좌표는 A를 기준으로 x = 3 m이다. 길이를 m로 통일하면 휨강성은 $EI = 2 \times 10^{12}\text{N} \cdot \text{mm}^2 = 2 \times 10^{6}\text{N} \cdot \text{m}^2$이다. 이는 $1\ \text{m}^2 = 10^6\ \text{mm}^2$이기 때문이다. 자중은 무시하므로 별도의 분포하중은 없다.

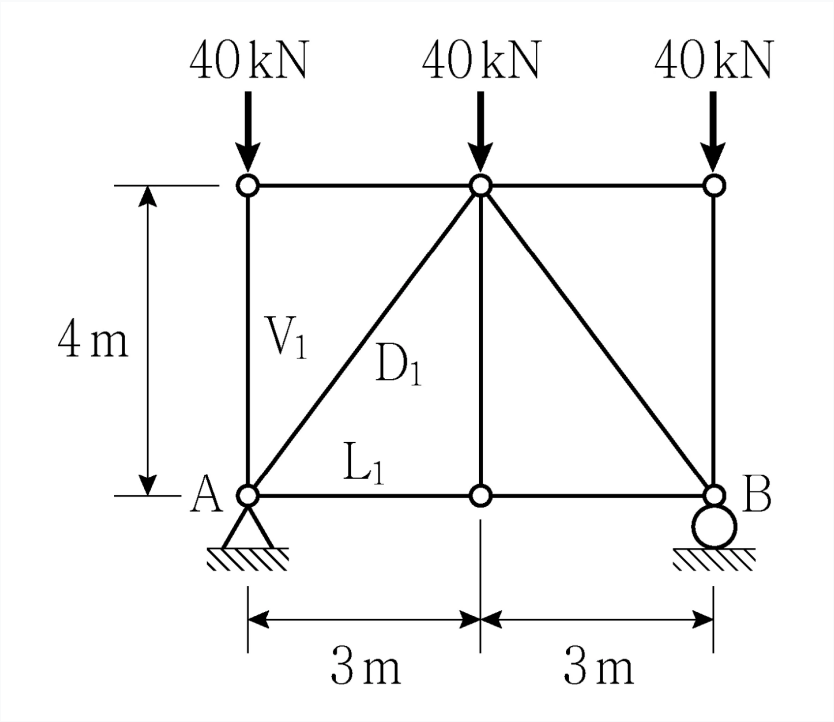
처짐식 적용: 일정한 휨강성을 가진 단순보에 중앙 집중하중이 작용하면, 왼쪽 절반에서 아래쪽 처짐의 크기는 $\delta(x) = \frac{Px}{48EI}(3L^2 - 4x^2)$이다. 이 식은 양 지점에서 처짐이 0이고, 대칭인 보 중앙에서 기울기가 0인 조건을 적용한 것이다. O점은 x = 3 m로 왼쪽 절반에 있으므로 이 식을 쓴다. **중앙의 최대 처짐을 구하는 식을 O점에 그대로 적용해서는 안 된다.**

수치 계산: 위치에 따른 괄호 안의 값은 $3L^2 - 4x^2 = 3 \cdot 10^2 - 4 \cdot 3^2 = 264\ \text{m}^2$이다. 따라서 $\delta_0 = \frac{2000 \cdot 3 \cdot 264}{48 \cdot (2 \times 10^6)}$ m이며, 계산하면 0.0165 m이다. 이 값은 보 중앙이 아닌 **O점에서의 아래쪽 처짐**을 나타낸다.

결과: 0.0165 m = 16.5 mm이므로 O점의 수직 처짐 크기는 16.5 mm이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 하중을 받는 트러스에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, 모든 부재의 자중은 무시한다)



① V_1은 40 kN의 압축을 받는다.

② L_1은 15 kN의 인장을 받는다.

③ 내적안정이고 외적안정이면서 정정이다.

④ D_1은 16 kN의 압축을 받는다.

정답 4번

간단한 해설

④의 D_1은 16 kN이 아니라 **25 kN의 압축**을 받는다. A절점에서 대각재가 부담하는 수직 성분은 20 kN이고, 대각재의 수직 성분은 축력 크기의 4/5이므로 축력은 25 kN이다.

NoteBase

선지별 해설

A는 수평·수직 반력이 있는 힌지지점이고 B는 수직 반력만 있는 롤러지점이다. 전체 트러스의 A점에 대한 모멘트 평형에서 $R_{By} \cdot 6 = 40 \cdot 3 + 40 \cdot 6$이므로 B의 수직 반력은 60 kN이다. 수직력 평형에 따라 A의 수직 반력도 $120 - 60 = 60$ kN이고, 수평 외력이 없으므로 A의 수평 반력은 0이다. 부재력은 절점을 잡아당기면 인장, 절점을 밀면 압축으로 구분한다.

① O: 왼쪽 위 절점에는 아래로 40 kN의 하중이 작용하고, 연결 부재 중 수직력을 전달하는 것은 V_1뿐이다. 따라서 V_1은 이 절점을 위로 40 kN 밀어야 하므로 **40 kN의 압축**을 받는다.

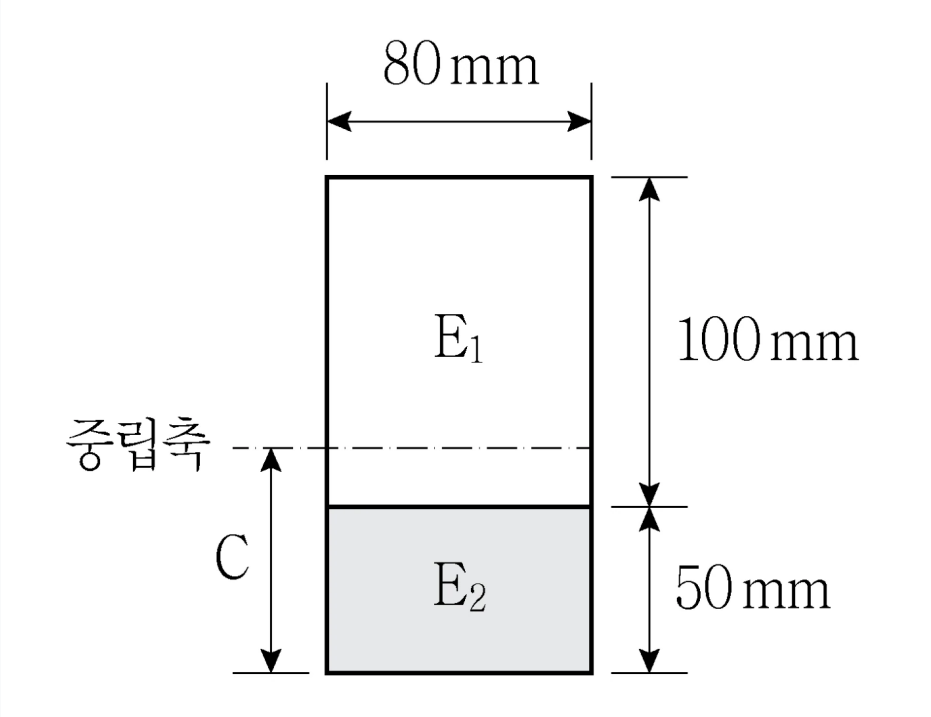
② O: A절점에는 지점 반력 60 kN이 위로, 압축재 V_1의 부재력 40 kN이 아래로 작용한다. 따라서 D_1은 A절점을 아래로 20 kN 밀어야 한다. 대각재의 수평 길이와 높이가 3 m와 4 m이므로 수평 성분의 크기는 $20 \times \frac{3}{4} = 15\text{kN}$이다. 이 성분은 왼쪽을 향하므로 L_1은 A절점을 오른쪽으로 15 kN 당겨 평형을 이룬다. 따라서 L_1은 **15 kN의 인장**을 받는다.

③ O: 삼각형들이 연결된 형태이므로 부재 배열이 쉽게 변형되는 기구가 아니어서 내적으로 안정하다. A의 힌지와 B의 롤러는 전체의 수평·수직 이동과 회전을 구속하므로 외적으로도 안정하다. 절점 수 j = 6, 부재 수 m = 9, 반력 수 r = 3이며, $m + r = 9 + 3 = 12 = 2j$이다. 이처럼 **안정한 부재·지점 배치**에서 미지 부재력과 반력의 수가 독립 평형방정식 수와 같으므로 정정 트러스이다.

④ X: D_1의 수평 길이는 3 m, 높이는 4 m이므로 부재 길이는 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}$이다. 따라서 부재력 크기를 F라고 하면 수직 성분은 $\frac{4}{5}F$이다. A절점에서 이 수직 성분이 아래로 20 kN 작용해야 하므로 $F = 20 \times \frac{5}{4} = 25\text{kN}$이다. A절점을 대각재 방향의 반대인 왼쪽 아래로 밀므로 압축이며, 선지의 16 kN은 **25 kN의 압축**으로 고쳐야 한다.

NoteBase

문 17. 그림과 같이 두 개의 재료로 이루어진 합성 단면이 있다. 단면 하단으로부터 중립축까지의 거리 C[mm]는? (단, 각각 재료의 탄성계수는 $E_1 = 0.8 \times 10^5$ MPa, $E_2 = 3.2 \times 10^5$ MPa이다)



① 50
② 60
③ 70
④ 80

정답 1번

간단한 해설

합성 단면의 중립축은 **탄성계수로 가중한 도심**을 지난다. 아래 재료의 탄성계수가 위 재료의 4배인 점을 반영하면, 단면 하단에서 중립축까지의 거리는 50 mm이다.

NoteBase

계산 과정

단면의 치수와 도심: 위쪽 재료의 면적은 $A_1 = 80 \times 100 = 8000\ \text{mm}^2$, 아래쪽 재료의 면적은 $A_2 = 80 \times 50 = 4000\ \text{mm}^2$이다. 하단을 높이의 기준으로 잡으면 각 부분의 도심 높이는 $y_1 = 50 + 50 = 100\ \text{mm}$, $y_2 = 25\ \text{mm}$이다.

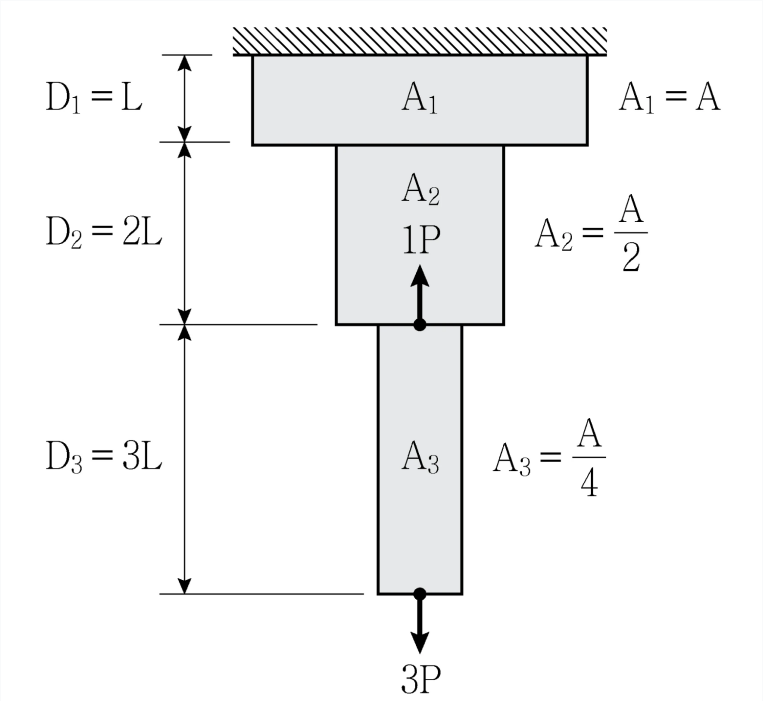
중립축의 결정 원리: 두 재료가 미끄러짐 없이 일체로 거동하는 합성 단면의 탄성휨에서는 변형률이 높이에 따라 선형으로 변한다. 축력이 없으므로 단면 전체의 인장력과 압축력의 합이 0이어야 한다. 응력은 탄성계수와 변형률의 곱이므로 중립축은 단순한 면적 도심이 아니라 **탄성계수와 면적의 곱을 가중치로 한 도심**을 지난다.

환산 면적: 위쪽 재료를 기준으로 하면 탄성계수비는 $n = \frac{E_2}{E_1} = \frac{3.2}{0.8} = 4$이다. 따라서 아래쪽 재료를 같은 탄성계수의 재료로 환산한 면적은 $nA_2 = 4 \times 4000 = 16000\ \text{mm}^2$이다. 이는 아래쪽 재료가 휨에 저항하는 효과를 반영한 면적이며, **도심 높이는 그대로 두고 면적에 탄성계수비를 곱한다**. 위쪽과 아래쪽의 환산 면적비는 8000 : 16000 = 1 : 2이다.

중립축 높이 계산: 환산 단면의 도심을 구하면 $C = \frac{A_1 y_1 + nA_2 y_2}{A_1 + nA_2}$이다. 환산 면적비 1 : 2를 적용하면 $C = \frac{100 + 2 \times 25}{1 + 2} = 50\ \text{mm}$이다. 따라서 단면 하단으로부터의 거리 C는 50 mm로, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 18. 그림과 같은 부재에 2개의 축하중이 작용할 때 구간 D_1, D_2, D_3의 변위의 비($\delta_1 : \delta_2 : \delta_3$)는? (단, 모든 부재의 단면적은 A로 나타내며, 탄성계수 E는 일정하고, 자중은 무시한다)



① 1 : 2 : 18

② 1 : 4 : 18

③ 1 : 2 : 24

④ 1 : 4 : 24

정답 2번

간단한 해설

각 구간의 늘어난 길이는 **축력과 구간 길이에 비례하고 단면적에 반비례**한다. 위 두 구간의 축력은 2P, 아래 구간의 축력은 3P이므로, 길이와 단면적을 함께 반영한 변위의 비는 1 : 4 : 18이다.

NoteBase

계산 과정

변위 δ_i는 각 구간 양 끝의 상대변위, 즉 구간의 늘어난 길이이다. 축력 N_i와 단면적 A_i가 일정한 구간에서는 축응력을 E로 나눈 값이 축변형률이므로, 길이 D_i를 곱하면 $\delta_i = \frac{N_i D_i}{EA_i}$이다. 문제에서 E는 일정하고 자중은 무시하므로 각 구간의 축력은 구간 내에서 일정하다.

구간별 축력: 각 구간을 잘라 **절단면 아래쪽 부분의 힘의 평형**을 고려한다. D_3 구간 아래에는 하향 3P만 있으므로 $N_3 = 3P$이다. D_1, D_2 구간 아래에는 하향 3P와 상향 P가 함께 있으므로 $N_1 = N_2 = 3P - P = 2P$이다. 세 구간 모두 인장 상태이므로 늘어난다.

D_1 구간: 길이는 L, 단면적은 A, 축력은 2P이다. 따라서 $\delta_1 = \frac{2P \cdot L}{EA} = \frac{2PL}{EA}$이다.

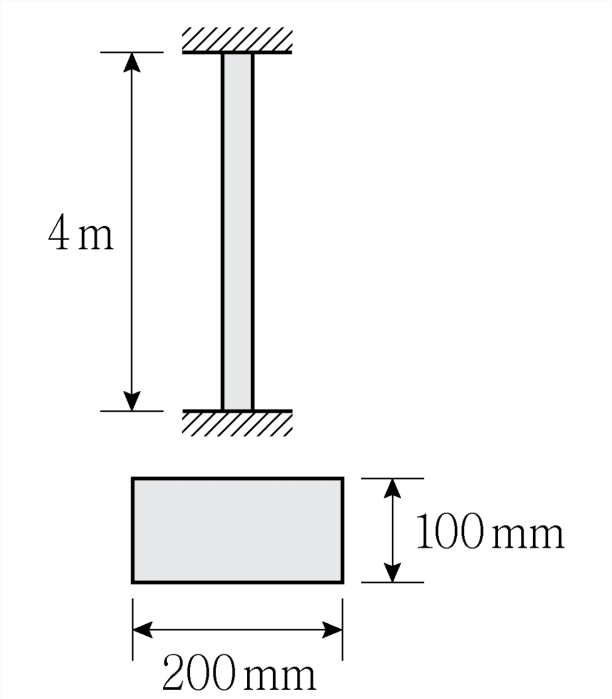
D_2 구간: 길이는 2L, 단면적은 $A/2$, 축력은 2P이다. 따라서 $\delta_2 = \frac{2P \cdot 2L}{E(A/2)} = \frac{8PL}{EA}$이다. 첫 구간과 축력은 같지만, **길이는 2배이고 단면적은 절반**이므로 늘어난 길이는 4배이다.

D_3 구간: 길이는 3L, 단면적은 $A/4$, 축력은 3P이다. 따라서 $\delta_3 = \frac{3P \cdot 3L}{E(A/4)} = \frac{36PL}{EA}$이다.

변위의 비: 공통 인자 $PL/(EA)$를 소거하면 $\delta_1 : \delta_2 : \delta_3 = 2 : 8 : 36 = 1 : 4 : 18$이다. 이는 ②의 비와 일치한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같이 양단이 고정지지된 직사각형 단면을 갖는 기둥의 최소 임계하중의 크기[kN]는? (단, 기둥의 탄성계수 E = 210 GPa, π^2은 10으로 계산하며, 자중은 무시한다)



① 8,750

② 9,000

③ 9,250

④ 9,750

정답 1번

간단한 해설

양단 고정 기둥의 **유효길이는 실제 길이의 절반**인 2 m이며, 좌굴은 단면2차모멘트가 작은 **약축**에서 먼저 발생한다. 이 조건을 오일러 좌굴식에 적용하면 최소 임계하중은 8,750 kN이다.

NoteBase

계산 과정

유효길이: 그림의 기둥 길이는 L = 4 m이고 양단이 고정되어 있다. 양단 고정 기둥은 두 끝의 회전과 횡변위가 구속되므로 유효길이계수 K = 0.5를 적용한다. 따라서 좌굴 계산에 사용하는 유효길이는 $L_e = KL = 0.5 \cdot 4 = 2\text{m}$이다.

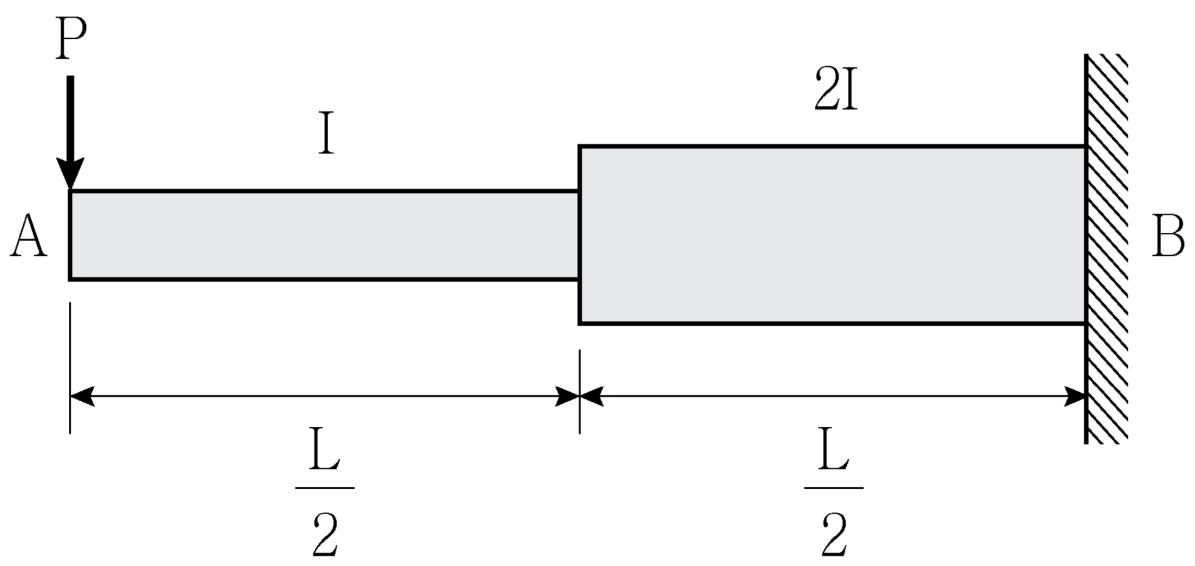
최소 단면2차모멘트: 그림의 직사각형 단면은 200 mm × 100 mm, 즉 0.2 m × 0.1 m이다. 직사각형의 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$이며, h는 해당 축에 수직인 단면 치수이다. 두 도심축 중 **100 mm가 세제곱되는 축**의 단면2차모멘트가 더 작아 이 축에 대한 좌굴이 먼저 발생한다. 따라서 $I_{\min} = \frac{0.2 \cdot 0.1^3}{12} = \frac{1}{60{,}000}\text{m}^4$이다.

오일러 임계하중: 탄성좌굴을 일으키는 하중은 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$이다. 같은 재료와 지지조건에서는 임계하중이 I에 비례하므로 최소값을 구할 때는 약축의 단면2차모멘트를 사용한다. 탄성계수 E = 210 GPa를 길이 단위 m, 하중 단위 kN에 맞추면 E = 210,000,000 kN/m^{2}이다. 따라서 휨강성은 $EI_{\min} = \frac{210{,}000{,}000}{60{,}000} = 3{,}500\text{kN} \cdot \text{m}^2$이다.

계산 결과: 문제에서 주어진 $\pi^2 = 10$과 유효길이 2 m를 대입하면 $P_{cr,\,\min} = \frac{10 \cdot 3{,}500}{2^2} = 8{,}750\text{kN}$이다. 자중은 무시하므로 별도의 하중을 더하거나 뺄 필요가 없으며, 이 값은 ①의 8,750 kN과 일치한다.

NoteBase

문 20. 그림과 같은 변단면 캔틸레버보에서 A점의 수직처짐의 크기는? (단, 모든 부재의 탄성계수 E는 일정하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{PL^3}{32EI}$
② $\frac{3PL^3}{32EI}$
③ $\frac{PL^3}{16EI}$
④ $\frac{3PL^3}{16EI}$

정답 4번

간단한 해설

단면2차모멘트가 달라지므로 **두 구간의 휨강성을 나누어** A점 처짐에 대한 기여량을 합한다. 자유단 쪽의 휨강성은 EI, 고정단 쪽은 2EI이며, 합산한 수직처짐의 크기는 $\frac{3PL^3}{16EI}$이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 좌표: A는 자유단, B는 고정단이며 A에 하향 집중하중 P가 작용한다. A에서 B를 향한 거리를 x로 두면, $0 \le x \le L/2$에서는 단면2차모멘트가 I이고 $L/2 \le x \le L$에서는 2I이다. 탄성계수 E는 일정하고 자중은 무시하므로, **구간별 휨강성 EI와 2EI**를 사용해 휨처짐을 구한다.

단위하중법: A점에 하향 단위하중을 가상으로 가하고 그때의 휨모멘트를 m(x)라 한다. 실제 하중에 의한 휨모멘트는 $M(x) = -Px$, 단위하중에 의한 휨모멘트는 $m(x) = -x$이다. 두 모멘트의 부호가 같으므로 곱은 Px^2이다. 단위하중법의 처짐식은 $\delta_A = \int_0^L \frac{M(x)m(x)}{EI(x)}dx$이며, I(x)는 해당 위치의 단면2차모멘트이다. 적분값은 각 구간의 휨변형이 **A점의 하향 처짐에 기여하는 양**을 모두 더한 것이다.

자유단 쪽 구간: A에서 단면 변화점까지는 휨강성이 EI이다. 이 구간의 기여량은 $\delta_1 = \frac{P}{EI}\int_0^{L/2} x^2 dx$이므로, $\delta_1 = \frac{P}{3EI}\left(\frac{L}{2}\right)^3 = \frac{PL^3}{24EI}$이다.

고정단 쪽 구간: 단면 변화점에서 B까지는 휨강성이 2EI이다. 이 구간에서도 모멘트의 지레팔 x는 **A점에서부터 잰 거리**이므로 적분 범위는 L/2부터 L까지이다. 따라서 $\delta_2 = \frac{P}{2EI}\int_{L/2}^{L} x^2 dx$이고, $\delta_2 = \frac{P}{6EI}\left[L^3 - \left(\frac{L}{2}\right)^3\right] = \frac{7PL^3}{48EI}$이다.

전체 처짐: 두 구간의 기여량을 더하면 $\delta_A = \frac{PL^3}{24EI} + \frac{7PL^3}{48EI} = \frac{3PL^3}{16EI}$이다. A점은 아래로 처지며, 이 크기는 ④의 식과 일치한다. P를 N, L을 m, E를 N/m^2, I를 m^4으로 대입하면 처짐의 단위는 m이다.

NoteBase