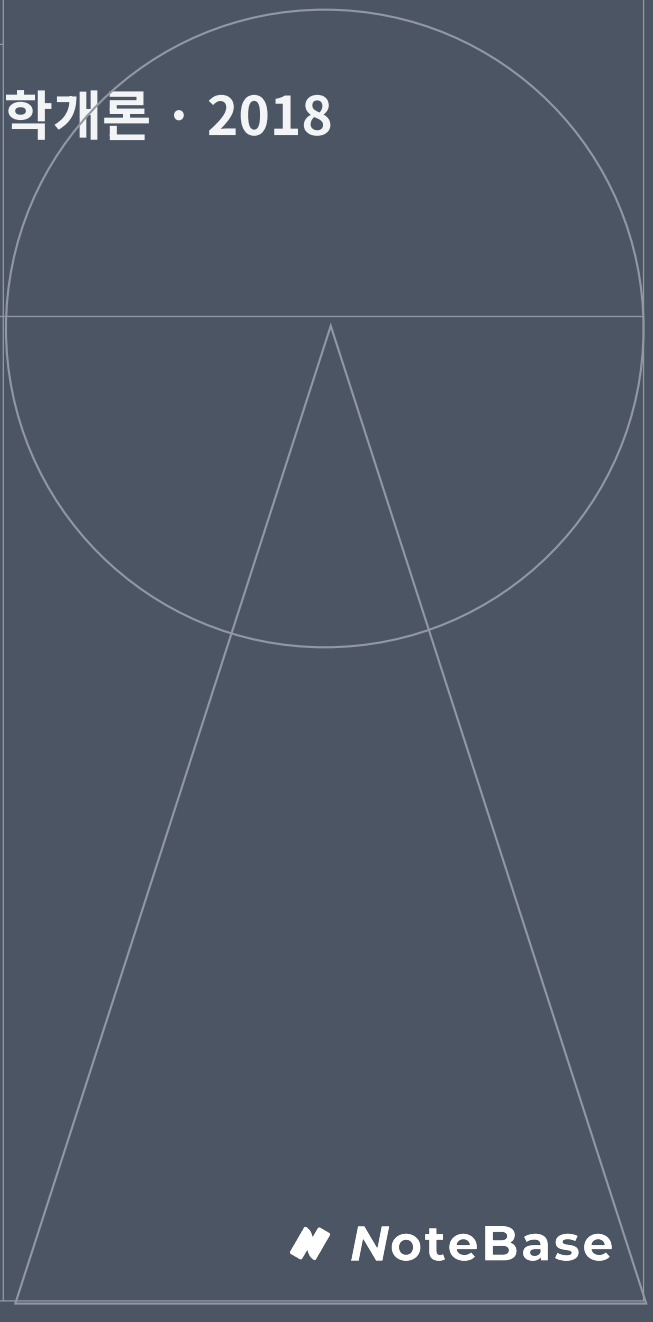
# 기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2018



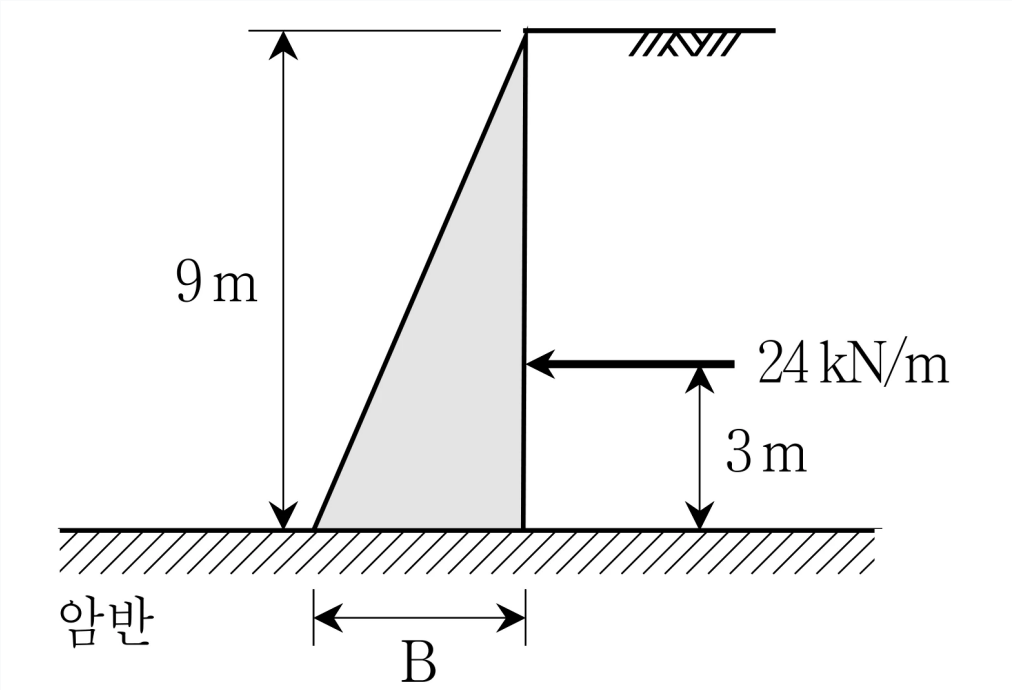
NoteBase

# 기출OX 해설집

## 공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2018

공무원/지방직/9급 · 응용역학개론 · 2018

**문 1. 그림과 같이 단단한 암반 위에 삼각형 콘크리트 중력식 옹벽을 설치하고 토사 뒤채움을 하였을 때, 옹벽이 전도되지 않을 최소 길이 B[m]는? (단, 뒤채움 토사로 인한 토압의 합력은 24 kN/m이며, 콘크리트의 단위중량은 24 kN/m$^3$이다)**




① 0.8

② 1.0

③ 1.2

④ 1.4

**정답 2번**

**간단한 해설**

옹벽이 넘어지기 직전에는 **왼쪽 밑면 끝에 대한 자중의 저항모멘트와 토압의 전도모멘트가 같아진다**. 삼각형 옹벽의 무게중심은 이 끝에서 수평으로 밑면 길이의 2/3만큼 떨어져 있으며, 모멘트 평형으로 구한 최소 B는 1.0 m이다.

NoteBase

**계산 과정**

전도 기준점과 조건: 그림에서 옹벽 높이는 9 m이고, 토압 합력은 밑면에서 3 m 높이에 왼쪽 방향으로 작용한다. 따라서 옹벽은 **밑면의 왼쪽 끝**을 중심으로 넘어지려 한다. 옹벽 길이 방향으로 1 m 구간을 취하면 토압 합력 P는 24 kN이다. B는 m 단위로 나타낸 밑면 길이로 둔다.

토압의 전도모멘트: 힘의 작용선에서 기준점까지의 수직거리가 모멘트팔이다. 토압은 수평력이므로 모멘트팔은 작용 높이 3 m이다. 따라서 전도모멘트는 $M_o = 24 \cdot 3 = 72$ kN · m이다.

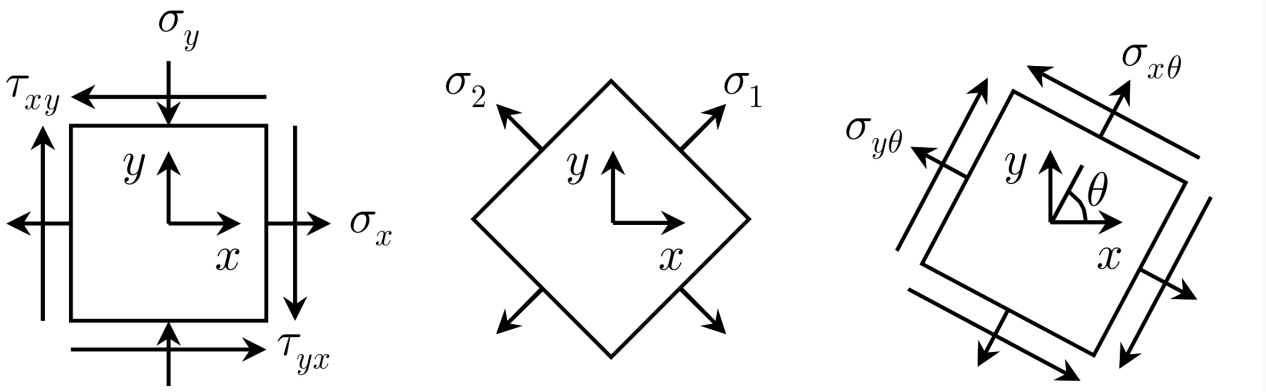
옹벽의 자중: 삼각형 단면적에 길이 1 m와 콘크리트 단위중량 24 kN/m$^3$을 곱한다. 따라서 $W = \frac{1}{2} \cdot B \cdot 9 \cdot 1 \cdot 24 = 108B$ kN이다. 이 자중은 삼각형 단면의 무게중심을 지나 수직 아래로 작용한다.

자중의 저항모멘트: 단면의 꼭짓점은 왼쪽 끝, 오른쪽 밑면 끝, 오른쪽 윗끝이다. 삼각형의 무게중심은 세 꼭짓점 좌표의 평균 위치이므로 왼쪽 끝에서 수평으로 $\frac{0+B+B}{3} = \frac{2B}{3}$만큼 떨어져 있다. 따라서 자중의 모멘트팔은 **왼쪽 끝에서 무게중심까지의 수평거리**이고, 저항모멘트는 $M_r = 108B \cdot \frac{2B}{3} = 72B^2$ kN · m이다.

최소 밑면 길이: 전도되지 않으려면 $M_r \geq M_o$이어야 하며, 최소 길이는 두 모멘트가 같아지는 한계에서 구한다. $72B^2 = 72$에서 $B^2 = 1$이고, 길이는 양수이므로 B = 1.0 m이다. 이는 ②의 1.0에 해당한다.

NoteBase

**문 2. 그림과 같이 평면응력상태에 있는 한 점에서 임의로 설정한 $x$, $y$축 방향 응력이 각각 $\sigma_x = 450$ MPa, $\sigma_y = -150$ MPa이다. 이때 주평면(principal plane)에서의 최대주응력은 $\sigma_1 = 550$ MPa이고, $x$축에서 각도 $\theta$만큼 회전한 축 $x_\theta$ 방향 응력이 $\sigma_{x\theta} = 120$ MPa이었다면, 최소주응력 $\sigma_2$[MPa] 및 $y$축에서 각도 $\theta$ 만큼 회전한 축 $y_\theta$ 방향 응력 $\sigma_{y\theta}$[MPa]는?**




① $\sigma_2$: −150, σ□θ: 180

② $\sigma_2$: 250, σ□θ: 90

③ $\sigma_2$: −250, σ□θ: 180

④ $\sigma_2$: 150, σ□θ: −90

**정답 3번**

**간단한 해설**

같은 평면응력상태에서 축을 회전해도 **서로 직교하는 두 수직응력의 합**은 300 MPa로 일정하다. 이 합에서 주어진 응력을 빼면 최소주응력은 $\sigma_2 = -250$ MPa, 회전한 y축 방향 응력은 $\sigma_{y\theta} = 180$ MPa이다.

NoteBase

**계산 과정**

응력 합의 보존: 그림의 세 요소는 같은 점의 평면응력상태를 서로 다른 방향에서 나타낸 것이다. 평면 내에서 좌표축을 회전해도 **서로 직교하는 두 수직응력의 합은 변하지 않는다**. 원래 축에서 그 합은 450 + (−150) = 300 MPa이다.

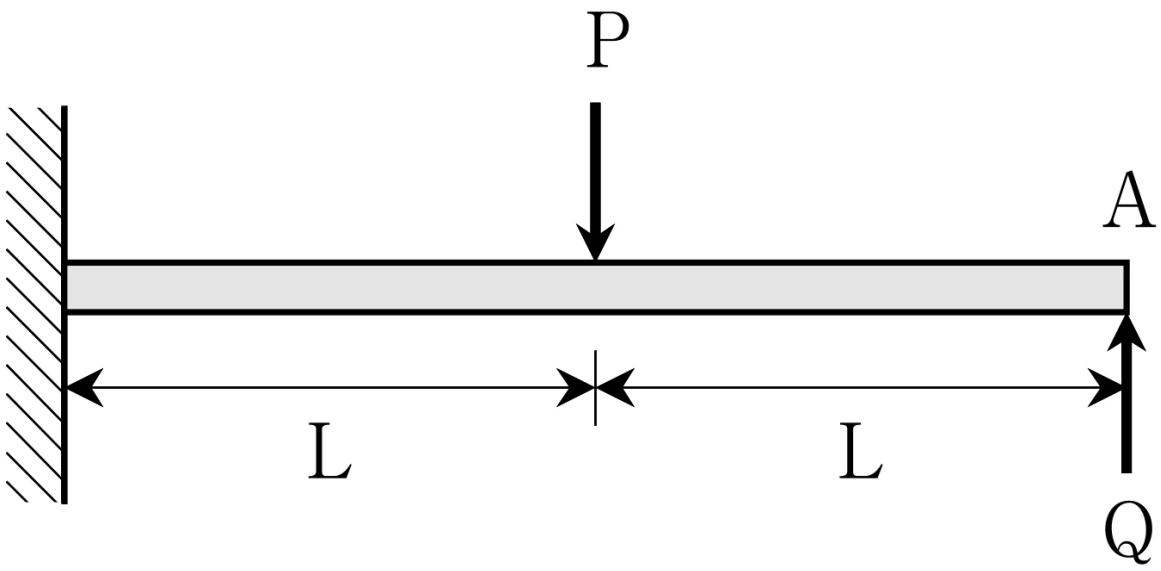
최소주응력: 주평면은 전단응력이 0인 면이며, 평면 내 두 주응력도 서로 직교하는 방향의 수직응력이다. 따라서 $\sigma_1 + \sigma_2 = 300$ MPa이다. 최대주응력 $\sigma_1 = 550$ MPa를 대입하면 $\sigma_2 = 300 - 550 = -250$ MPa이다. 음수는 **압축응력**을 뜻한다.

회전한 y축 방향 응력: 그림의 회전한 두 축도 서로 직교하므로 $\sigma_{x\theta} + \sigma_{y\theta} = 300$ MPa이다. 주어진 $\sigma_{x\theta} = 120$ MPa를 빼면 $\sigma_{y\theta} = 300 - 120 = 180$ MPa이다. 양수이므로 인장응력이다.

두 값은 $\sigma_2 = -250$ MPa, $\sigma_{y\theta} = 180$ MPa로, ③의 수치와 일치한다.

NoteBase

**문 3. 그림과 같이 캔틸레버 보에 하중 P와 Q가 작용하였을 때, 캔틸레버 보 끝단 A점의 처짐이 0이 되기 위한 P와 Q의 관계는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)**




① $Q = \frac{3}{16}P$
② $Q = \frac{1}{4}P$
③ $Q = \frac{5}{16}P$
④ $Q = \frac{3}{8}P$

**정답 3번**

**간단한 해설**

하중 P에 의한 A점의 하향 처짐과 하중 Q에 의한 상향 처짐이 **같은 크기로 상쇄**되어야 한다. 두 처짐의 크기는 각각 $\frac{5PL^3}{6EI}$, $\frac{8QL^3}{3EI}$이므로, 필요한 관계는 $Q = \frac{5}{16}P$이다.

NoteBase

**계산 과정**

조건과 풀이 원리: 보의 전체 길이는 2L이고, P는 고정단에서 L만큼 떨어진 곳에 아래로, Q는 끝단 A에 위로 작용한다. EI가 일정하고 자중을 무시하므로, 선형 탄성 보의 작은 처짐 범위에서 **각 하중에 의한 처짐을 중첩**한다. 아래에서는 각 처짐과 회전각의 크기를 구한 뒤 방향을 반영한다.

P 작용점의 처짐과 회전: P만 작용시키면 고정단부터 P 작용점까지는 길이 L인 캔틸레버의 끝에 집중하중 P가 작용하는 경우이다. 따라서 그 작용점의 하향 처짐은 $\delta_P = \frac{PL^3}{3EI}$, 시계방향 회전각은 $\theta_P = \frac{PL^2}{2EI}$이다.

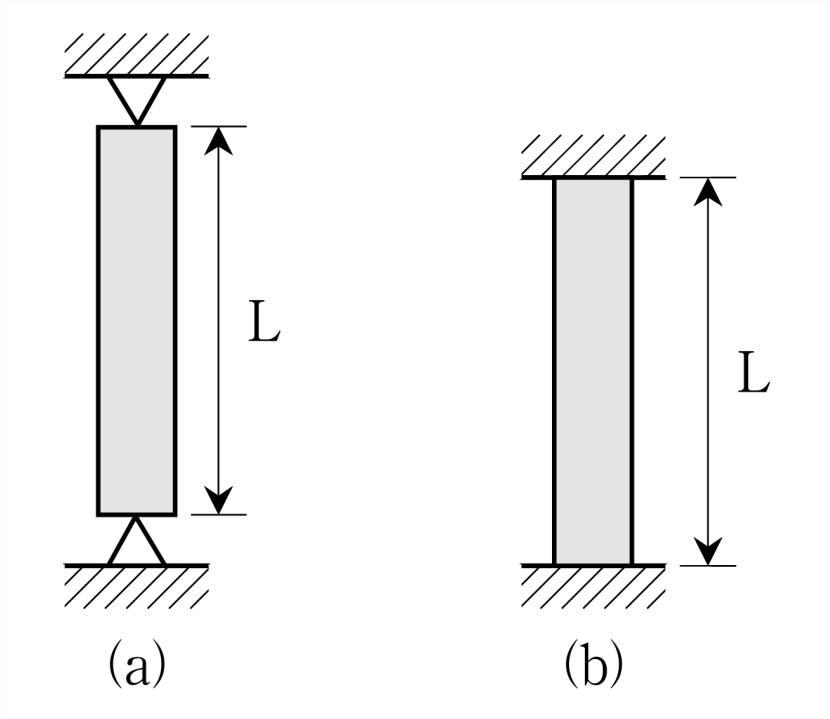
P에 의한 A점 처짐: P 작용점 오른쪽의 길이 L 구간은 P만 작용할 때 휨모멘트가 0이므로 곡률 없이 직선을 유지한다. 그러나 P 작용점이 내려가고 회전하므로, A점에는 **작용점의 처짐에 회전으로 인한 추가 처짐**이 더해진다. 즉 $\delta_{A,P} = \delta_P + \theta_P L$이며, 이를 대입하면 $\delta_{A,P} = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{2EI}$이다. 따라서 P에 의한 A점의 하향 처짐은 $\frac{5PL^3}{6EI}$이다.

Q에 의한 A점 처짐: Q만 작용시키면 **전체 길이 2L**인 캔틸레버의 자유단에 집중하중이 작용하는 경우이다. 자유단 집중하중의 처짐 공식을 적용하면 $\delta_{A,Q} = \frac{Q(2L)^3}{3EI} = \frac{8QL^3}{3EI}$이며, 방향은 위쪽이다.

처짐이 0인 조건: 아래쪽을 양의 방향으로 잡으면 A점의 전체 처짐은 $\delta_A = \frac{5PL^3}{6EI} - \frac{8QL^3}{3EI}$이다. 이것이 0이려면 $\frac{5PL^3}{6EI} = \frac{8QL^3}{3EI}$이어야 한다. 양변의 공통 인자를 약분하면 $5P = 16Q$이므로 $Q = \frac{5}{16}P$이며, ③의 관계와 일치한다.

NoteBase

**문 4. 그림 (a)와 같은 양단이 힌지로 지지된 기둥의 좌굴하중이 10 kN이라면, 그림 (b)와 같은 양단이 고정된 기둥의 좌굴하중[kN]은? (단, 두 기둥의 길이, 단면의 크기 및 사용 재료는 동일하다)**




① 10

② 20

③ 30

④ 40

**정답 4번**

**간단한 해설**

양단 고정 기둥은 양단 힌지 기둥보다 단부 회전이 더 구속되어 **유효좌굴길이가 절반**이 된다. 오일러 좌굴하중은 유효좌굴길이의 제곱에 반비례하므로 4배인 40 kN이다.

NoteBase

**계산 과정**

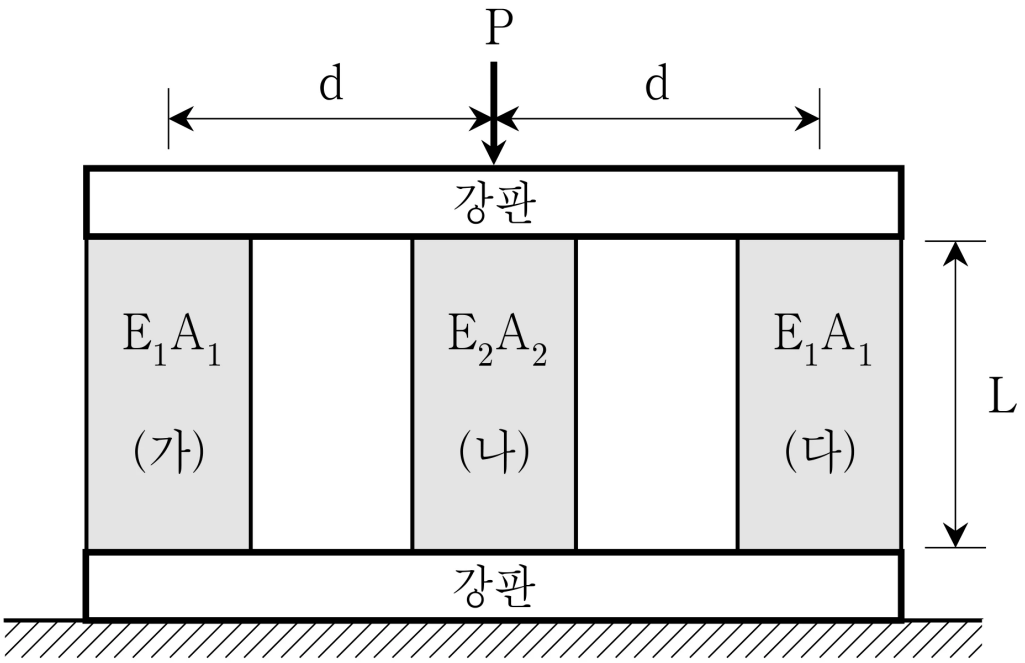
오일러 탄성좌굴 모형에서 기둥의 좌굴하중은 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$이다. E는 재료의 탄성계수, I는 좌굴 방향에 대한 단면2차모멘트, L은 실제 기둥 길이, K는 지지조건에 따른 유효길이계수이다. 두 기둥은 재료·단면·길이가 같으므로 **지지조건에 따른 K의 차이**로 좌굴하중을 비교한다.

그림 (a)와 (b)의 유효좌굴길이: 유효좌굴길이는 같은 좌굴하중을 갖는 양단 힌지 기둥의 길이이다. (a)는 양단 힌지이므로 $K_a = 1$, 유효좌굴길이는 L이다. (b)는 양단 고정으로 두 끝의 회전이 구속되므로 $K_b = \frac{1}{2}$, 유효좌굴길이는 $\frac{L}{2}$이다. 실제 길이가 줄어드는 것이 아니라 **회전 구속 때문에 좌굴에 대한 저항이 커지는 것**이다.

좌굴하중 계산: 공통인 E, I, L을 소거하면 $\frac{P_b}{P_a} = \left(\frac{K_a}{K_b}\right)^2 = 4$이다. 즉, 유효좌굴길이가 절반이 되면 좌굴하중은 4배가 된다. 따라서 (b)의 좌굴하중은 $10 \times 4 = 40$ kN으로, ④의 40에 해당한다.

NoteBase

**문 5. 그림과 같이 동일한 높이 $L$을 갖는 3개의 기둥 위에 강판(rigid plate)을 대고 압축력 $P$를 가하고 있다. 좌·우측 기둥 (가), (다)의 축강성은 $E_1 \cdot A_1$으로 동일하고, 가운데 기둥 (나)의 축강성은 $E_2 \cdot A_2$일 때, 기둥 (가)와 기둥 (나)에 가해지는 압축력 $P_1$과 $P_2$는? (단, $r = \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}$이고, 강판 및 기둥의 자중은 무시한다)**




① $P_1$: $(\frac{r}{2r+1})P$, $P_2$: $(\frac{1}{2r+1})P$

② $P_1$: $(\frac{1}{2r+1})P$, $P_2$: $(\frac{r}{2r+1})P$

③ $P_1$: $rP$, $P_2$: $(2r-1)P$

④ $P_1$: $r(r+1)P$, $P_2$: $(r+1)P$

**정답 1번**

**간단한 해설**

대칭 배치와 중앙 하중 때문에 강판은 수평을 유지하므로 세 기둥의 **압축변형량이 같다**. 높이도 같아 축력의 비는 축강성의 비와 같으며, 전체 하중을 나누면 $P_1 = \frac{rP}{2r+1}$, $P_2 = \frac{P}{2r+1}$이다.

NoteBase

**계산 과정**

변형 적합조건: 그림에서 좌·우 기둥은 중앙 기둥으로부터 각각 거리 d에 있고, 같은 축강성을 가지며 하중 P는 중앙에 작용한다. 따라서 대칭인 좌·우 기둥의 압축력은 모두 $P_1$이다. 휘어지지 않는 강판은 수평을 유지하며 내려가므로 세 기둥의 **압축변형량은 동일**하다. 이 공통 압축변형량을 $\delta$라 한다.

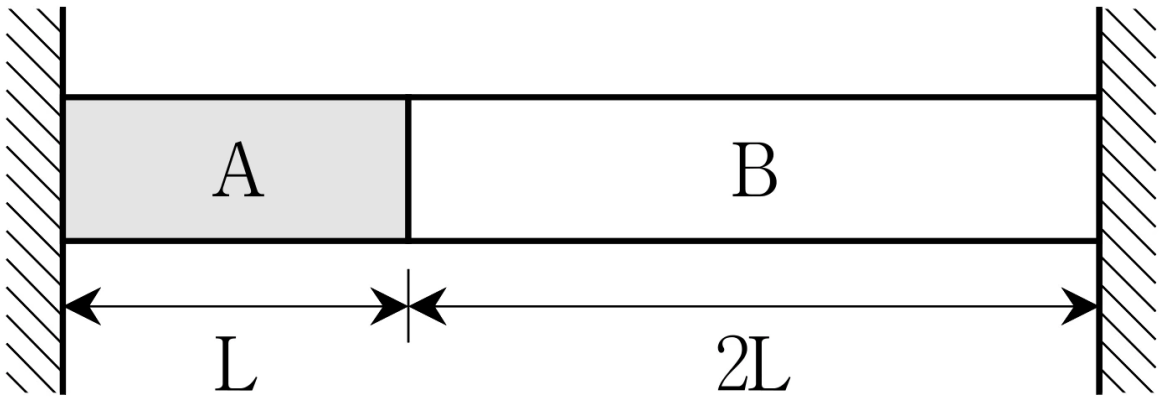
축력의 비: 축방향 탄성변형 관계는 $\delta = \frac{NL}{EA}$이다. 여기서 N은 압축력의 크기, E는 탄성계수, A는 단면적이다. 세 기둥의 높이가 모두 L이므로 $\frac{P_1 L}{E_1 A_1} = \frac{P_2 L}{E_2 A_2}$이다. 따라서 $\frac{P_1}{P_2} = \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} = r$, 즉 $P_1 = rP_2$이다. 이는 **같은 변형량에서 축강성이 큰 기둥이 더 큰 힘을 부담**한다는 뜻이다.

힘의 평형: 강판과 기둥의 자중은 무시하므로 세 기둥이 부담하는 압축력의 합은 외력 P와 같다. 좌·우 기둥이 각각 $P_1$을 부담하므로 **양쪽 기둥의 힘을 모두 합쳐** $2P_1 + P_2 = P$로 쓴다. 여기에 $P_1 = rP_2$를 대입하면 $(2r + 1)P_2 = P$이다.

압축력 계산: 가운데 기둥 (나)의 압축력은 $P_2 = \frac{P}{2r+1}$이고, 왼쪽 기둥 (가)의 압축력은 $P_1 = rP_2 = \frac{rP}{2r+1}$이다. r은 무차원 비이므로 두 압축력의 단위는 P의 단위와 같다. 이 두 식은 ①의 조합과 일치한다.

NoteBase

**문 6. 그림과 같이 양단이 고정된 부재에서 두 재료의 열팽창계수의 관계가 $\alpha_A = 2\alpha_B$, 탄성계수의 관계가 $2E_A = E_B$일 때, 온도 변화에 의한 두 재료의 축방향 변형률의 관계는? (단, $\varepsilon_A$와 $\varepsilon_B$는 각각 A 부재와 B 부재의 축방향 변형률이며, 부재의 자중은 무시한다)**




① $2\varepsilon_A = -\varepsilon_B$

② $\varepsilon_A = -2\varepsilon_B$

③ $2\varepsilon_A = \varepsilon_B$

④ $\varepsilon_A = 2\varepsilon_B$

**정답 2번**

**간단한 해설**

양단이 고정되어 **전체 길이 변화가 0**이므로, 두 부재의 길이 변화량의 합은 0이다. B 부재의 길이가 A 부재의 2배이므로 변형률 사이에는 $\varepsilon_A = -2\varepsilon_B$의 관계가 성립한다.

NoteBase

**계산 과정**

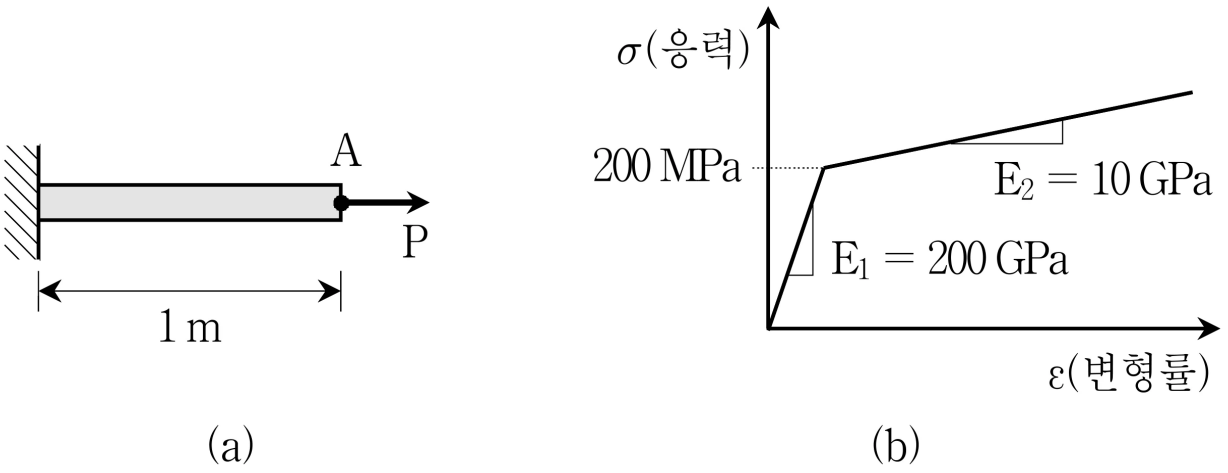
부재 길이와 변형률: 그림에서 A 부재의 길이는 $L$, B 부재의 길이는 $2L$이다. 축방향 변형률은 실제 길이 변화량을 원래 길이로 나눈 무차원량이다. 늘어남을 양수, 줄어듦을 음수로 두면 각 부재의 길이 변화량은 $\delta_A = \varepsilon_A L$, $\delta_B = \varepsilon_B (2L)$이다.

양단 고정의 적합조건: 두 고정단 사이의 거리는 변하지 않으므로 **두 부재의 길이 변화량의 합이 0**이어야 한다. 따라서 $\delta_A + \delta_B = 0$이며, 변형률로 나타내면 $\varepsilon_A L + \varepsilon_B (2L) = 0$이다. 이때 합이 0이 되는 것은 변형률 자체가 아니라 길이 변화량이므로, 각 변형률에 해당 부재의 길이를 곱해야 한다.

변형률 관계: 위 식을 공통 길이 $L$로 나누면 $\varepsilon_A + 2\varepsilon_B = 0$, 즉 $\varepsilon_A = -2\varepsilon_B$가 된다. 이는 ②의 관계와 일치한다. 주어진 열팽창계수와 탄성계수의 관계를 대입하지 않아도 양단 고정에 따른 적합조건으로 이 관계를 구할 수 있다.

NoteBase

**문 7. 그림 (a)와 같이 막대구조물에 P = 2,500 N의 축방향력이 작용하였을 때, 막대구조물 끝단 A점의 축방향 변위[mm]는? (단, 막대구조물 재료의 응력-변형률 관계는 그림 (b)와 같고, 막대구조물의 단면적은 10 $mm^2$이다)**




① 3

② 4

③ 5

④ 6

**정답 4번**

**간단한 해설**

축응력 250 MPa는 응력-변형률 그래프가 꺾이는 200 MPa를 넘으므로, **두 구간의 기울기를 각각 적용**해야 한다. 각 구간에서 생긴 변형률을 합하면 0.006이므로 길이 1 m인 막대의 끝단 변위는 6 mm이다.

NoteBase

**계산 과정**

1. 축응력 계산: 그림 (a)에서 막대는 오른쪽으로 인장력을 받고, 막대 전체의 축력은 P = 2,500 N이다. 단면적을 S = 10 $mm^2$라 하면 축응력은 $\sigma = \frac{P}{S} = \frac{2{,}500}{10} = 250\text{MPa}$이다. 여기서 1 $N/mm^2$ = 1 MPa이다.

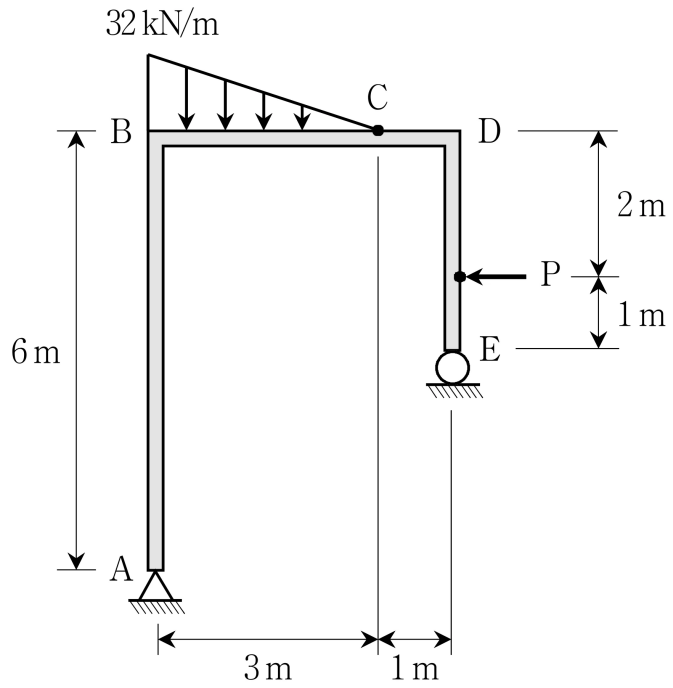
2. 첫 구간의 변형률: 그림 (b)의 세로축은 응력, 가로축은 변형률이며, 직선의 기울기는 응력 증가량을 변형률 증가량으로 나눈 값이다. 응력 200 MPa까지의 기울기는 $E_1 = 200\text{GPa}$, 즉 200,000 MPa이다. 따라서 꺾인 점의 변형률은 $\varepsilon_1 = \frac{200}{200{,}000} = 0.001$이다.

3. 두 번째 구간의 변형률: 200 MPa를 넘은 구간에서는 기울기 $E_2 = 10\text{GPa}$, 즉 10,000 MPa를 적용한다. 이 구간에 해당하는 응력 증가량은 **전체 응력이 아닌 250 − 200 = 50 MPa**이다. 추가 변형률은 $\Delta\varepsilon = \frac{50}{10{,}000} = 0.005$이므로, 전체 변형률은 $\varepsilon = 0.001 + 0.005 = 0.006$이다.

4. 끝단 변위: 변형률은 원래 길이에 대한 길이 변화의 비이므로, 늘어난 길이는 $\delta = \varepsilon L$이다. 막대 길이는 1 m = 1,000 mm이고 왼쪽 끝이 고정되어 있으므로, **막대의 늘어난 길이가 A점의 변위**가 된다. 따라서 $\delta = 0.006 \cdot 1{,}000 = 6\text{mm}$이며 방향은 오른쪽이다. 이는 ④의 6 mm에 해당한다.

NoteBase

**문 8. 그림과 같은 하중을 받는 라멘구조에서 C점의 모멘트가 0이 되기 위한 집중하중 P[kN]는? (단, 라멘구조의 자중은 무시한다)**




① 2

② 4

③ 6

④ 8

**정답 2번**

**간단한 해설**

C 오른쪽 부분에서 **E점 반력과 P가 만드는 모멘트가 상쇄**되어야 하므로 $R_E = 2P$이다. 이를 전체 구조의 모멘트 평형과 함께 적용하면 P = 4 kN이다.

NoteBase

**계산 과정**

삼각형 분포하중의 합력: BC의 길이는 3 m이고 하중 세기는 B에서 32 kN/m, C에서 0이다. 분포하중의 합력은 하중도 면적과 같으므로 $W = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 3 = 48\text{kN}$이다. 작용점은 삼각형의 도심인 **하중이 큰 B에서 C 쪽으로 1 m** 떨어진 곳이다. 구조물의 자중은 무시한다.

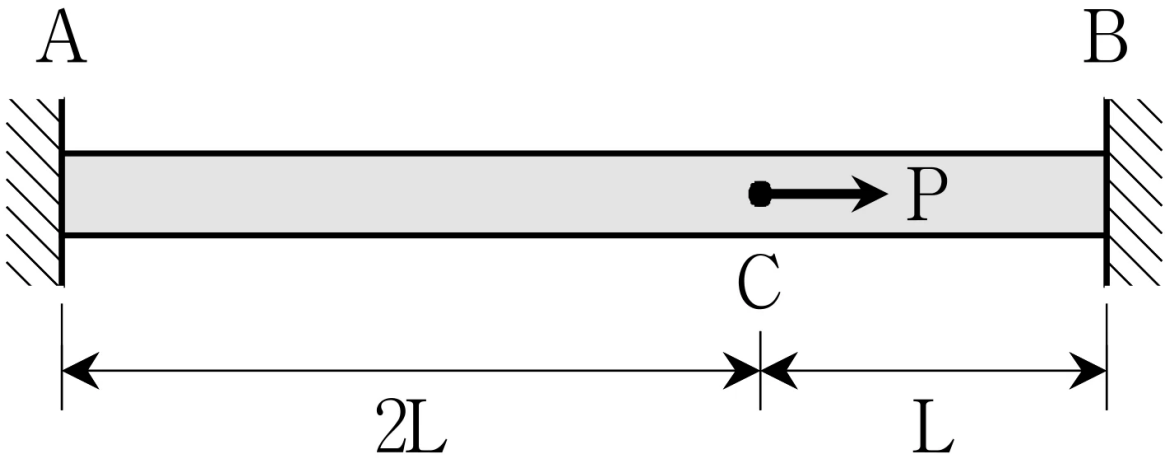
전체 구조의 평형: A는 힌지 지점이고 E는 수직 반력만 생기는 롤러 지점이다. E의 위쪽 반력을 $R_E$라 두고 A에 대한 모멘트 평형을 세운다. E 반력의 수평 모멘트팔은 3 + 1 = 4 m이고, 왼쪽으로 작용하는 P의 수직 모멘트팔은 6 − 2 = 4 m이다. 두 힘은 반시계방향, 48 kN의 합력은 시계방향 모멘트를 만든다. 하중을 kN, 길이를 m로 나타내면 $4R_E + 4P - 48 \cdot 1 = 0$이므로 $R_E + P = 12$이다.

C점의 모멘트 조건: C에서 절단하여 오른쪽 CDE 부분을 보면, C의 절단면에 작용하는 축력과 전단력은 C에 대한 모멘트를 만들지 않는다. 따라서 **C점의 휨모멘트가 0**이려면 E 반력과 P의 모멘트 합이 0이어야 한다. E 반력의 모멘트팔은 수평거리 1 m, P의 모멘트팔은 수직거리 2 m이며 회전 방향은 서로 반대이다. 따라서 $R_E \cdot 1 - P \cdot 2 = 0$, 즉 $R_E = 2P$이다.

집중하중 계산: $R_E + P = 12$에 $R_E = 2P$를 대입하면 $2P + P = 12$, $3P = 12$이다. 따라서 P = 4 kN이며, ②의 4에 해당한다.

NoteBase

**문 9. 그림과 같이 양단이 고정된 부재에 하중 P가 C점에 작용할 때, 부재의 변형에너지는? (단, 부재의 축강성은 EA이고, 부재의 자중은 무시한다)**




① $\frac{P^2L}{EA}$
② $\frac{2P^2L}{3EA}$
③ $\frac{P^2L}{3EA}$
④ $\frac{P^2L}{6EA}$

**정답 3번**

**간단한 해설**

양단이 고정되어 있으므로 **AC의 늘어난 길이와 CB의 줄어든 길이가 같다**. 이 조건과 힘의 평형으로 구한 두 구간의 축력을 각각 변형에너지 식에 대입하여 더하면 $U = \frac{P^2L}{3EA}$가 된다.

NoteBase

**계산 과정**

구간과 변형: 그림에서 AC의 길이는 2L, CB의 길이는 L이며, 두 구간의 축강성은 모두 EA이다. C가 하중 P의 방향인 오른쪽으로 이동하면 AC는 인장되고 CB는 압축된다. AC의 인장력 크기를 $N_1$, CB의 압축력 크기를 $N_2$라 한다. 자중을 무시하고 각 구간 내부에 다른 축방향 하중이 없으므로 구간별 축력은 일정하다.

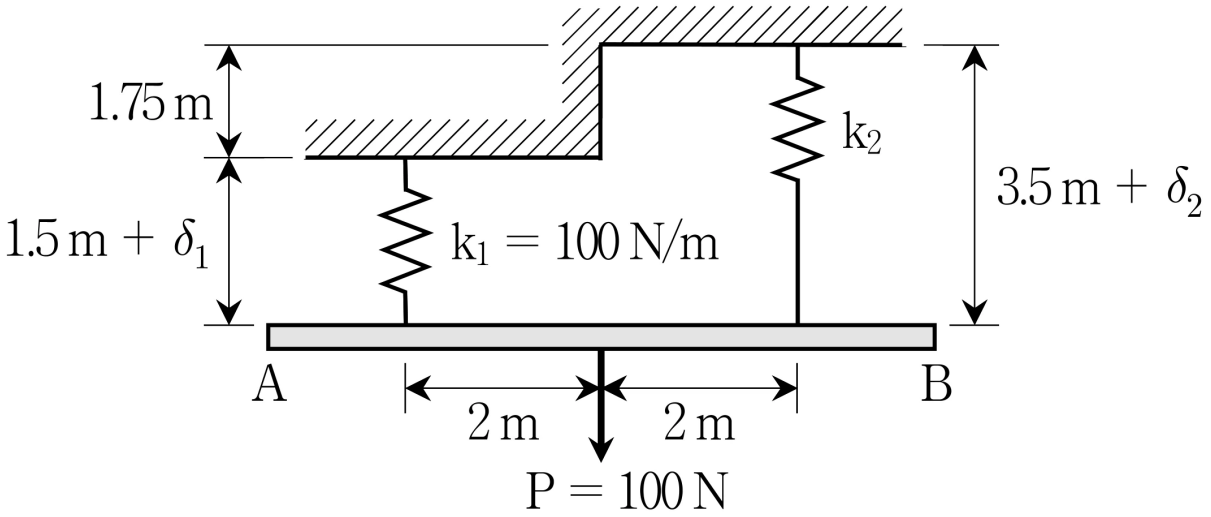
변형 적합조건과 평형: 양단 A와 B의 변위가 0이므로 **AC의 신장량과 CB의 압축량은 같은 C점 변위**이다. 선형탄성 축변형 관계 $\delta = \frac{N\ell}{EA}$를 적용하면 $\frac{2LN_1}{EA} = \frac{LN_2}{EA}$, 즉 $N_2 = 2N_1$이다. 두 구간이 C를 왼쪽으로 당기거나 미는 힘의 합이 P와 평형을 이루므로 $N_1 + N_2 = P$이다. 따라서 $N_1 = \frac{P}{3}$, $N_2 = \frac{2P}{3}$이다.

구간별 변형에너지: 선형탄성 부재에서 축력이 일정한 구간의 변형에너지는 $U_i = \frac{N_i^2 \ell_i}{2EA}$이다. 하중이 증가함에 따라 축력과 변형량이 비례하므로 힘과 변형량의 곱에 1/2이 붙는다. **압축 구간도 양의 변형에너지를 저장**하므로 두 구간의 에너지를 더한다. AC는 $U_{AC} = \frac{(P/3)^2 \cdot 2L}{2EA} = \frac{P^2 L}{9EA}$이고, CB는 $U_{CB} = \frac{(2P/3)^2 \cdot L}{2EA} = \frac{2P^2 L}{9EA}$이다.

전체 변형에너지: $U = U_{AC} + U_{CB} = \frac{P^2 L}{3EA}$로, ③의 식과 일치한다. EA는 힘의 차원이므로 이 결과는 힘×길이의 에너지 차원을 가지며, P를 N, L을 m, EA를 N으로 넣으면 단위는 J이다.

NoteBase

**문 10. 그림과 같이 두 스프링에 매달린 강성이 매우 큰 봉(bar) AB의 중간 지점에 하중 100 N을 작용시켰더니 봉이 수평이 되었다. 이때 스프링의 강성 $k_2$[N/m]는? (단, $k_1$, $k_2$는 스프링의 강성이며, 봉과 스프링의 자중은 무시한다)**




① 350

② 300

③ 250

④ 200

**정답 4번**

**간단한 해설**

하중에서 두 스프링까지의 거리가 같으므로 각 스프링은 50 N씩 지지한다. 봉이 수평이 되는 **길이 조건**을 적용하면 오른쪽 스프링의 늘어난 길이는 0.25 m이고, $k_2 = \frac{50}{0.25} = 200\text{N/m}$이다.

NoteBase

**계산 과정**

스프링이 봉을 위로 당기는 힘을 각각 $F_1$, $F_2$라 한다. 봉의 자중을 무시하고, 하중 작용점에서 두 스프링까지의 거리가 각각 2 m이므로 모멘트 평형에서 $F_1 \cdot 2 = F_2 \cdot 2$이다. 수직방향 힘의 평형은 $F_1 + F_2 = 100\text{N}$이므로 두 스프링은 각각 50 N씩 지지한다.

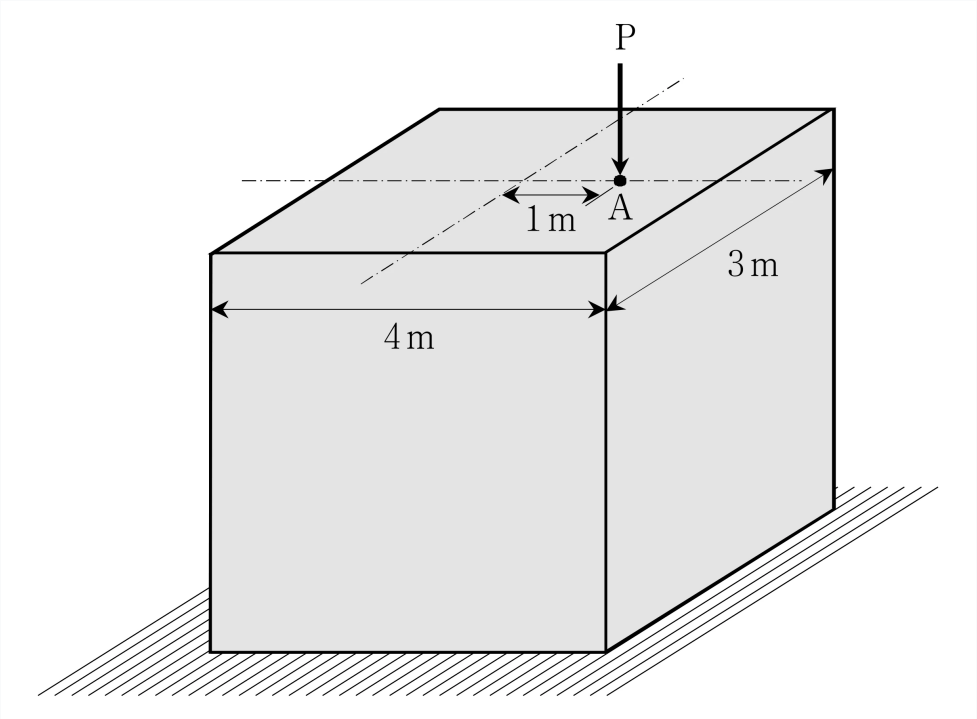
왼쪽 스프링의 늘어난 길이: 스프링 힘은 강성과 늘어난 길이의 곱이므로 $F_1 = k_1\delta_1$이다. 그림의 $k_1 = 100\text{N/m}$를 대입하면 $\delta_1 = \frac{50}{100} = 0.5\text{m}$이다.

오른쪽 스프링의 늘어난 길이: 그림에서 왼쪽 고정점은 오른쪽 고정점보다 1.75 m 낮다. 봉을 강체로 보고 수평 조건을 적용하면, 오른쪽 고정점에서 봉까지의 높이는 두 경로로 계산해도 같아야 한다. 따라서 $1.75 + 1.5 + \delta_1 = 3.5 + \delta_2$이고, $\delta_2 = 0.5 - 0.25 = 0.25\text{m}$이다. 고정점 높이와 스프링의 원래 길이가 다르므로 **봉이 수평이어도 두 스프링의 늘어난 길이는 다르다**.

오른쪽 스프링의 강성: 오른쪽 스프링도 50 N을 지지하므로 $k_2 = \frac{F_2}{\delta_2}$이다. 따라서 $k_2 = \frac{50}{0.25} = 200\text{N/m}$이며, 이 값은 ④의 200에 해당한다.

NoteBase

**문 11. 그림과 같은 직사각형 단면을 갖는 단주에 하중 $P = 10,000$ kN이 상단중심으로부터 1.0 m 편심된 A점에 작용하였을 때, 단주의 하단에 발생하는 최대응력($\sigma_{max}$)과 최소응력($\sigma_{min}$)의 응력차 ($\sigma_{max} - \sigma_{min}$)[MPa]는? (단, 단주의 자중은 무시한다)**




① 1.25

② 2.0

③ 2.5

④ 4.0

**정답 3번**

**간단한 해설**

편심하중에 의한 응력은 균일한 축압축응력과 휨응력의 합이다. 양쪽 끝의 응력차에서는 **축압축응력이 상쇄**되므로, 끝단 휨응력 1.25 MPa의 두 배인 **2.5 MPa**가 된다.

NoteBase

**계산 과정**

단면과 휨 방향: 그림에서 하중은 단면 중심으로부터 4 m 변과 나란한 방향으로 1 m 편심되어 있다. 따라서 응력이 변하는 방향의 단면 치수는 h = 4 m이고, 이에 수직인 폭은 b = 3 m이다. 단면 중심에서 가장자리까지의 거리는 c = 2 m이다. **3 m 변과 평행한 도심축**에 대한 단면2차모멘트를 사용하므로 $I = \frac{bh^3}{12}$이다. 수치를 대입하면 $I = \frac{3 \cdot 4^3}{12} = 16\text{m}^4$이다.

편심하중의 환산: 자중을 무시하므로 하단에는 주어진 하중 P = 10,000 kN에 의한 축력과 휨모멘트만 작용한다. 편심하중을 도심의 축력과 모멘트로 바꾸면 $M = Pe$이므로, M = 10,000 × 1 = 10,000 kN·m이다.

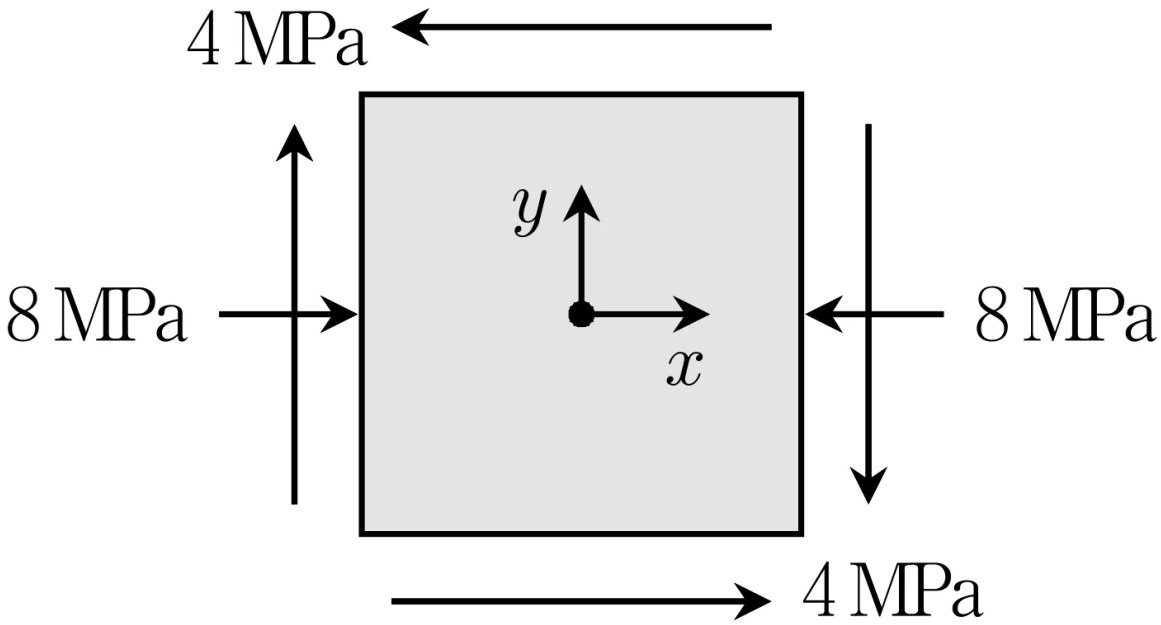
응력차의 관계: 압축을 양으로 잡으면 최대응력은 $\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{Mc}{I}$, 최소응력은 $\sigma_{\min} = \frac{P}{A} - \frac{Mc}{I}$이다. 여기서 A는 단면적이고, $P/A$는 단면 전체에 동일하게 작용하는 축압축응력이다. 두 식을 빼면 **공통인 축압축응력은 없어지고** $\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \frac{2Mc}{I}$가 된다. 최소응력이 음수이면 그 가장자리에는 인장응력이 생긴다는 뜻이며, 응력차는 부호를 포함하여 계산한다.

끝단 휨응력과 응력차: 끝단 휨응력의 크기는 $Mc/I$이다. 수치를 대입한 $\frac{10{,}000 \cdot 2}{16} = 1{,}250$의 단위는 $\text{kN/m}^2$이다. 1 MPa = 1,000 $\text{kN/m}^2$이므로 끝단 휨응력은 1.25 MPa이고, 양 끝의 응력차는 2 × 1.25 = 2.5 MPa이다.

구한 응력차 2.5 MPa는 ③의 2.5에 해당한다.

NoteBase

**문 12. 그림과 같이 평면응력을 받고 있는 평면요소에 대하여 주응력이 발생되는 주각은? (단, 주각은 x축에 대하여 반시계방향으로 회전한 각도이다)**




① 15.0

② 22.5

③ 30.0

④ 45.0

**정답 2번**

**간단한 해설**

주각은 회전한 좌표계에서 **전단응력이 0**이 되는 각이다. 그림의 응력을 대입하면 $\tan 2\theta = 1$이므로, x축에서 반시계방향으로 잰 주각은 22.5°이다.

NoteBase

**계산 과정**

응력 성분: 인장을 양으로 정하면, 좌우 면의 8 MPa는 압축이므로 $\sigma_x = -8\text{MPa}$이다. 위아래 면에는 수직응력이 없으므로 $\sigma_y = 0$이다. 양의 x면인 오른쪽 면의 전단응력이 음의 y방향으로 작용하므로 $\tau_{xy} = -4\text{MPa}$이다.

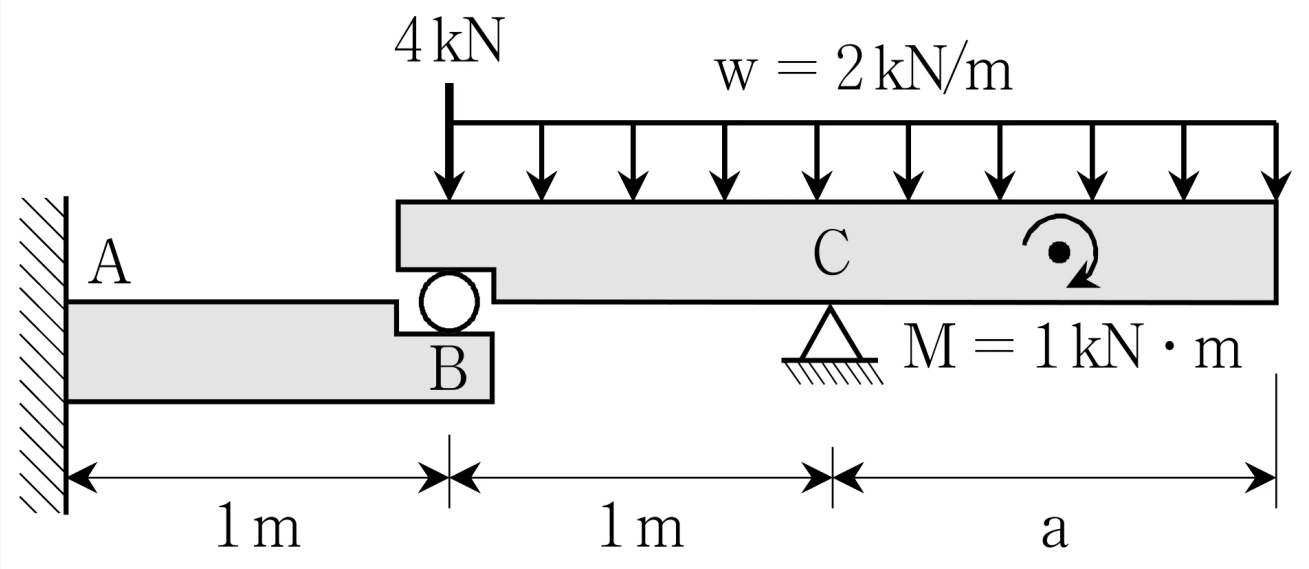
주각 조건: 주응력은 **전단응력이 0인 면의 수직응력**이다. 좌표축을 x축에서 반시계방향으로 $\theta$만큼 회전시키면, 전단응력 변환식은 $\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$이다. 이를 0으로 두고 정리하면 $\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$를 얻는다.

각도 계산: 주어진 응력을 대입하면 $\tan 2\theta = \frac{2(-4)}{-8-0} = 1$이다. 따라서 $2\theta = 45^\circ$이고, 구하는 각은 두 배 각도가 아니라 **그 절반**이므로 $\theta = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$이다.

결과: 두 주응력 방향은 서로 직교하므로 다른 주각은 112.5°이다. 제시된 선택지에 해당하는 주각은 22.5°로, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

**문 13. 그림과 같이 집중하중, 모멘트하중 및 등분포하중을 받는 보에서 벽체에 고정된 지점 A에서의 수직반력이 0이 되기 위한 *a*의 최소 길이[m]은? (단, 자중은 무시한다)**




① 2

② 3

③ 4

④ 5

**정답 1번**

**간단한 해설**

벽체 A의 수직반력이 0이 되려면 **B점에서 전달되는 수직력도 0**이어야 한다. 이때 C점에 대한 모멘트 평형에서 왼쪽 하중의 모멘트 5 kN·m와 오른쪽 하중 및 모멘트하중의 합이 같아지므로, 최소 길이는 2 m이다.

NoteBase

**계산 과정**

B점 전달력: 오른쪽 보가 B점에서 받는 위쪽 힘을 $R_B$, A점의 위쪽 수직반력을 $V_A$라 한다. 왼쪽 보 AB에는 자중이 없고 B점에서 아래쪽으로 $R_B$가 작용하므로, 수직방향 평형에서 $V_A = R_B$이다. 따라서 요구 조건은 **B점의 전달력도 0**이 되는 것이다.

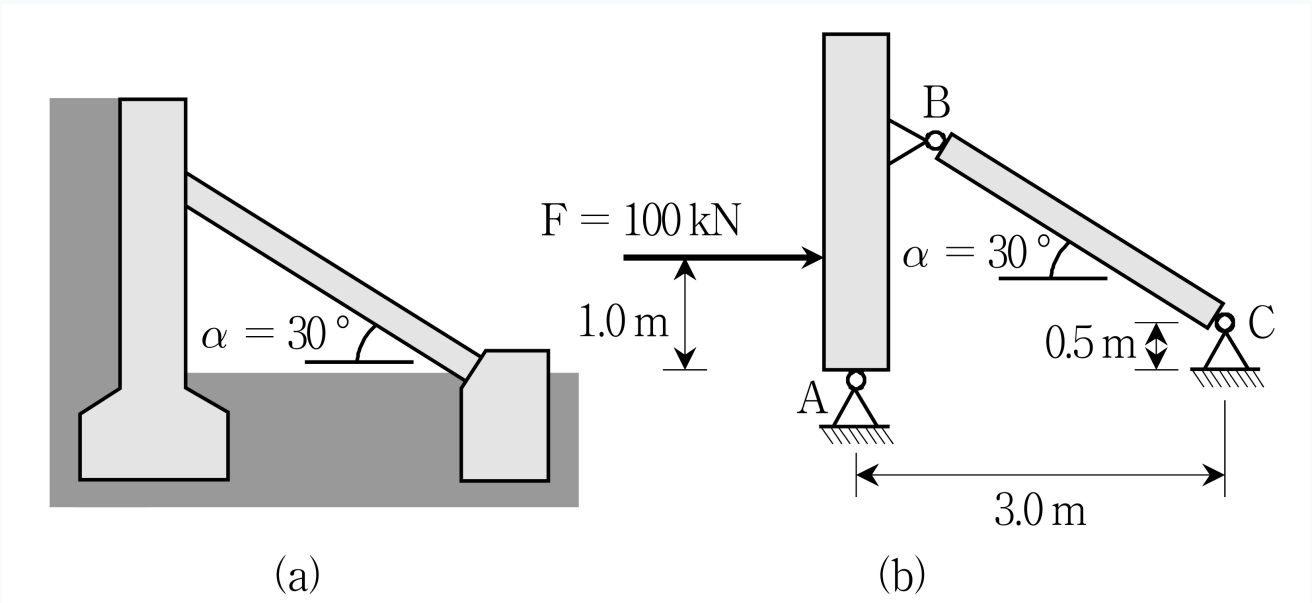
등분포하중의 합력: B에서 C까지 1 m 구간의 합력은 $2 \times 1 = 2$ kN이며, C의 왼쪽 0.5 m에 작용한다. C에서 오른쪽 끝까지의 합력은 $2a$ kN이며, C의 오른쪽 $\frac{a}{2}$ m에 작용한다. 등분포하중은 **각 구간의 중앙에 작용하는 합력**으로 바꾸어 모멘트를 계산한다.

C점 모멘트 평형: 반시계방향을 양으로 잡는다. B점의 4 kN 집중하중은 $4 \times 1 = 4$ kN·m, 왼쪽 등분포하중은 $2 \times 0.5 = 1$ kN·m의 양의 모멘트를 만든다. 오른쪽 등분포하중의 모멘트 크기는 $2a \times \frac{a}{2} = a^2$ kN·m이며 시계방향이다. 그림의 1 kN·m 모멘트하중도 **시계방향**이므로 음으로 넣는다. C점 반력은 C점에 대한 모멘트가 0이고, 요구 조건에서 B점 전달력도 0이므로 평형식은 $4 + 1 - a^2 - 1 = 0$이다. 여기서 a는 m 단위의 길이 수치이다.

길이 결정: 평형식을 정리하면 $a^2 = 4$이다. 길이는 음수가 될 수 없으므로 a = 2 m이다. B점의 원형 접촉부는 두 보 사이에서 압축력만 전달한다. 길이를 늘리면 오른쪽 등분포하중의 시계방향 모멘트가 커지며, a = 2 m에서 B점의 압축력이 처음 0이 된다. 따라서 수직반력이 0이 되는 최소 길이는 2 m로, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

**문 14. 그림 (a)와 같이 30° 각도로 설치된 레이커로 지지된 옹벽을 그림 (b)와 같이 모사하였다. 옹벽에 작용하는 토압의 합력이 그림 (b)와 같이 하부의 지지점 A로부터 1 m 높이에 F = 100 kN일 때, 레이커 BC에 작용하는 압축력[kN]은? (단, 옹벽 및 레이커의 자중은 무시한다)**




① $\frac{400}{6+\sqrt{3}}$
② $\frac{200}{6+\sqrt{3}}$
③ $\frac{200}{3+\sqrt{3}}$
④ $\frac{400}{3+\sqrt{3}}$

**정답 1번**

**간단한 해설**

자중을 무시한 레이커 BC는 양 끝에서만 힘을 받으므로 C점 반력은 **BC 방향**으로 작용한다. A점에 대한 모멘트 평형에 C점의 수평거리 3.0 m와 높이차 0.5 m를 함께 반영하면 압축력은 $\frac{400}{6+\sqrt{3}}$kN이다.

NoteBase

**계산 과정**

1. 레이커의 힘 방향: 레이커 BC는 자중을 무시하고 양 끝 B, C가 핀으로 연결되어 있으므로 **두 힘 부재**이다. 두 끝의 힘은 BC의 축을 따라 크기가 같고 방향이 반대이다. 압축력을 N이라 두면, C점 지지대가 레이커에 가하는 반력은 C에서 B를 향하는 왼쪽 위 방향이다. 수평선과 이루는 각이 30°이므로 왼쪽 수평성분은 $N\cos 30^\circ$, 위쪽 수직성분은 $N\sin 30^\circ$이다.

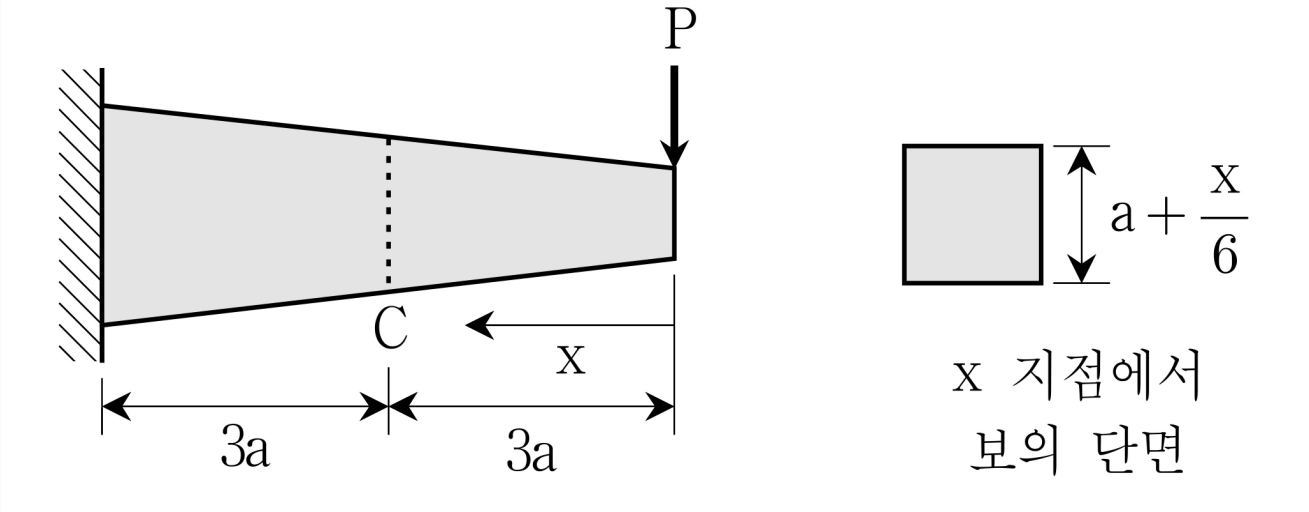
2. A점에 대한 모멘트: 옹벽과 레이커를 하나의 계로 보면 B점 연결력은 내부에서 상쇄된다. **A점을 기준으로 모멘트를 취하면 A점 반력이 소거**되므로, 토압과 C점 반력만으로 식을 세울 수 있다. 토압 100 kN은 A보다 1 m 높은 곳에서 오른쪽으로 작용하여 시계방향 모멘트 $100 \times 1 = 100$ kN·m를 만든다. C는 A에서 오른쪽으로 3.0 m, 위로 0.5 m에 있으므로 C점 반력의 수직성분과 수평성분은 각각 3.0 m와 0.5 m를 팔길이로 하여 모두 반시계방향 모멘트를 만든다.

3. 평형식과 계산: 반시계방향을 양으로 잡고 힘은 kN, 거리는 m로 대입하면 $3N\sin 30^\circ + 0.5N\cos 30^\circ = 100$이다. 여기서 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\frac{6+\sqrt{3}}{4}N = 100$을 얻는다. N의 계수인 $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$m는 A에서 BC의 힘 작용선까지의 **수직거리**에 해당한다.

4. 압축력: 평형식을 풀면 $N = \frac{400}{6+\sqrt{3}}$kN이다. N이 양수이므로 처음 설정한 압축 방향과 일치하며, 이 값은 ①의 식과 같다.

NoteBase

**문 15. 그림과 같이 정사각형의 변단면을 갖는 캔틸레버 보의 중앙 지점 단면 C에서의 최대 휨응력은? (단, 캔틸레버 보의 자중은 무시한다)**




① $\frac{14P}{3a^2}$
② $\frac{16P}{3a^2}$
③ $\frac{18P}{3a^2}$
④ $\frac{20P}{3a^2}$

**정답 2번**

**간단한 해설**

C는 자유단에서 3a 떨어져 있으므로 휨모멘트의 크기는 3Pa이고, 정사각형 단면의 한 변은 $\frac{3a}{2}$이다. 이 위치의 **단면계수**를 이용하면 최대 휨응력은 $\frac{16P}{3a^2}$이다.

NoteBase

**계산 과정**

C의 단면 치수: 그림의 x는 **자유단에서부터의 거리**이다. C에서는 x = 3a이므로 정사각형 단면의 한 변은 $s_C = a + \frac{3a}{6} = \frac{3a}{2}$이다.

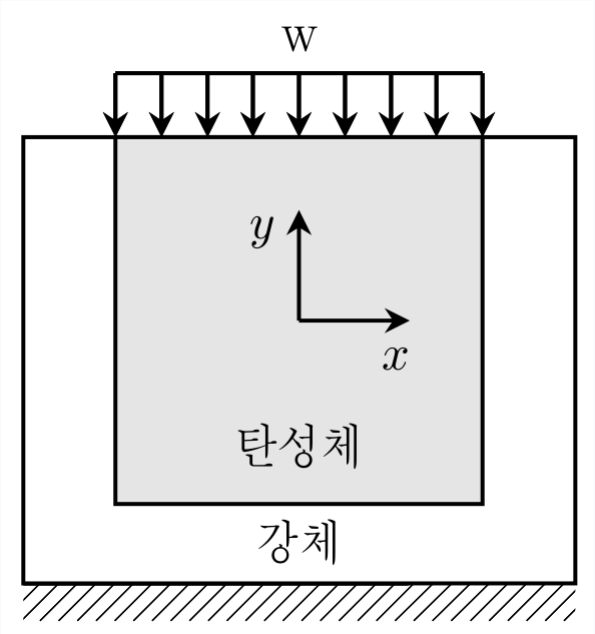
C의 휨모멘트: C에서 자유단까지의 부분을 잘라 생각하면, 자중을 무시하므로 외력은 자유단의 집중하중 P뿐이다. C에 대한 하중의 모멘트팔이 3a이므로 단면에 작용하는 휨모멘트의 크기는 $|M_C| = P \cdot 3a = 3Pa$이다.

C의 단면계수: 휨응력은 중립축에서 멀수록 커지므로 **최대 크기는 단면의 위·아래 가장자리**에서 생긴다. 한 변이 s인 정사각형의 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{s^4}{12}$, 중립축에서 가장자리까지의 거리는 $c = \frac{s}{2}$이다. 따라서 단면계수는 $Z = \frac{I}{c} = \frac{s^3}{6}$이고, C에서는 $Z_C = \frac{1}{6}\left(\frac{3a}{2}\right)^3 = \frac{9a^3}{16}$이다.

최대 휨응력: 휨응력 공식 $\sigma_{\max} = \frac{|M|c}{I} = \frac{|M|}{Z}$에 C의 휨모멘트와 단면계수를 대입한다. $\sigma_{C,\max} = 3Pa \cdot \frac{16}{9a^3} = \frac{16P}{3a^2}$이므로 ②와 일치한다. 응력의 단위는 P의 힘 단위를 a의 길이 단위의 제곱으로 나눈 것이다.

NoteBase

**문 16. 그림과 같이 한 변의 길이가 100 mm인 탄성체가 강체블록(rigid block)에 의해 x방향 및 바닥면 방향으로의 변형이 구속되어 있다. 탄성체 상부에 그림과 같은 등분포하중 w = 0.1 N/mm$^2$이 작용할 때 포아송 효과를 고려한 y방향으로의 변형률은? (단, 탄성체와 강체사이는 밀착되어 있고 마찰은 작용하지 않는 것으로 가정한다. 탄성체의 포아송비 및 탄성계수는 각각 μ = 0.4, E = $10^3$ N/mm$^2$이다)**




① $-8.4 \times 10^{-4}$

② $-8.4 \times 10^{-5}$

③ $-7.6 \times 10^{-4}$

④ $-7.6 \times 10^{-5}$

**정답 2번**

**간단한 해설**

x방향 팽창이 구속되면 **측면 압축응력**이 생기고, 그 포아송 효과가 y방향 압축변형을 줄인다. 따라서 $\varepsilon_y = -(1-\mu^2)w/E$이며, y방향 변형률은 $-8.4 \times 10^{-5}$이다.

NoteBase

**계산 과정**

1. 하중과 구속조건: 인장응력과 늘어나는 변형률을 양(+)으로 정한다. 상부 하중은 아래로 작용하는 압력이므로 $\sigma_y = -w = -0.1\text{N/mm}^2$이다. 그림에서 좌우 강체벽은 **x방향 길이 변화를 막으므로** $\varepsilon_x = 0$이다. 바닥면이 고정되어 있어도 상부는 내려갈 수 있으므로 y방향 전체 변형률이 0인 것은 아니다. 마찰이 없으므로 접촉면의 전단응력은 없다.

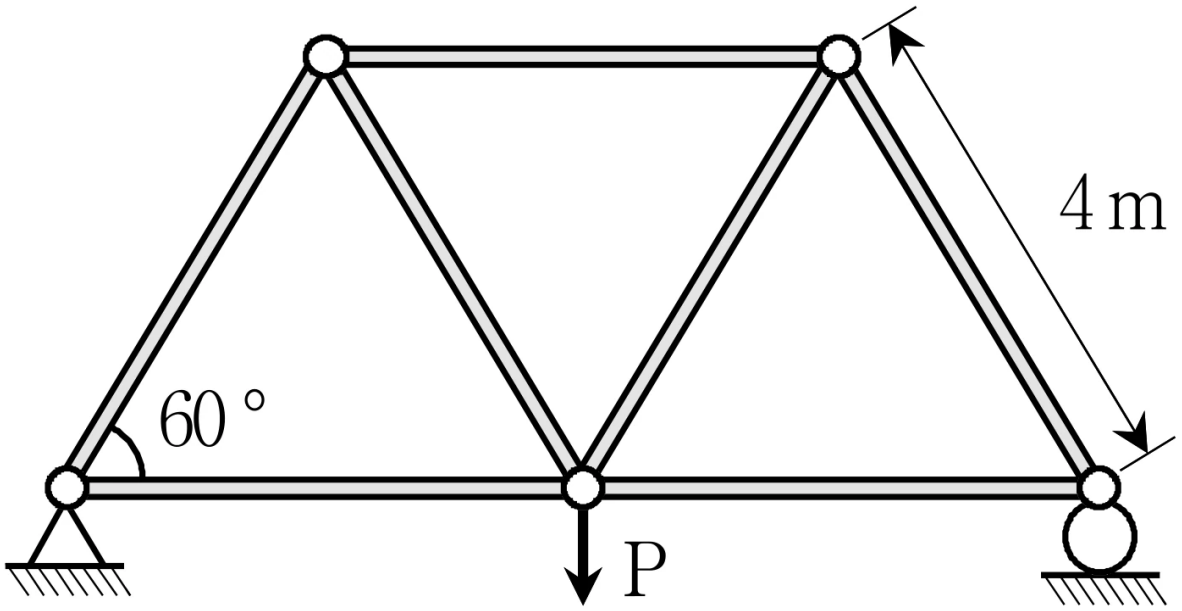
2. 측면 구속응력: 선형 등방성 탄성체의 평면응력 관계는 $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \mu\sigma_y}{E}$이다. x방향 변형률이 0이려면 $\sigma_x = \mu\sigma_y$이어야 한다. 따라서 $\sigma_x = 0.4 \times (-0.1) = -0.04\text{N/mm}^2$이다. 이는 y방향 압축에 따른 옆으로의 팽창을 강체벽이 막으면서 생기는 압축응력이다.

3. y방향 변형률: 두 방향의 응력이 함께 작용하므로 $\varepsilon_y = \frac{\sigma_y - \mu\sigma_x}{E}$를 적용한다. 여기서 $-\mu\sigma_x$는 양수이므로 **측면 압축응력의 포아송 효과는 y방향 수축을 줄인다**. 값을 대입하면 $\varepsilon_y = \frac{-0.1 - 0.4 \times (-0.04)}{10^3}$이고, 분자는 −0.084 $\text{N/mm}^2$이다.

4. 결과: $\varepsilon_y = \frac{-0.084}{10^3} = -8.4 \times 10^{-5}$로, ②의 값과 일치한다. 음수는 y방향 길이가 줄어듦을 뜻하며, 변형률은 길이 변화량을 원래 길이로 나눈 값이므로 무차원이다. 주어진 w가 이미 단위면적당 하중이므로 응력을 구하기 위해 한 변의 길이 100 mm를 다시 사용할 필요는 없다.

NoteBase

**문 17. 그림과 같이 각 부재의 길이가 4 m, 단면적이 0.1 $m^2$인 트러스 구조물에 작용할 수 있는 하중 P[kN]의 최댓값은? (단, 부재의 좌굴강도는 6 kN, 항복강도는 100 $kN/m^2$이다)**




① $6\sqrt{3}$
② $8\sqrt{3}$
③ $10\sqrt{3}$
④ $12\sqrt{3}$

**정답 1번**

**간단한 해설**

압축부재의 축력은 $P/\sqrt{3}$이며, **항복보다 좌굴이 먼저 발생**한다. 압축력이 좌굴강도 6 kN에 도달할 때의 하중은 $6\sqrt{3}$ kN이다.

NoteBase

**계산 과정**

구조와 반력: 아래쪽 절점을 왼쪽부터 A, C, E, 위쪽 절점을 왼쪽부터 B, D라 하자. 모든 부재의 길이가 4 m이므로 삼각형 ABC, BCD, CDE는 정삼각형이고, 경사부재는 수평선과 60°를 이룬다. 하중 P는 두 지점의 중앙 C에 작용하므로 A와 E의 수직반력은 각각 $P/2$이고 수평반력은 0이다.

양끝 부재의 축력: A절점에서 위쪽 반력과 평형을 이루려면 AB는 A를 아래로 미는 **압축부재**여야 한다. 압축력의 크기를 F라 하면 $F\sin 60^\circ = P/2$이므로 $F = P/\sqrt{3}$이다. 수평방향 평형에서 AC의 인장력은 $F\cos 60^\circ = P/(2\sqrt{3})$이다. 대칭인 DE는 AB와 같은 압축력, CE는 AC와 같은 인장력을 받는다.

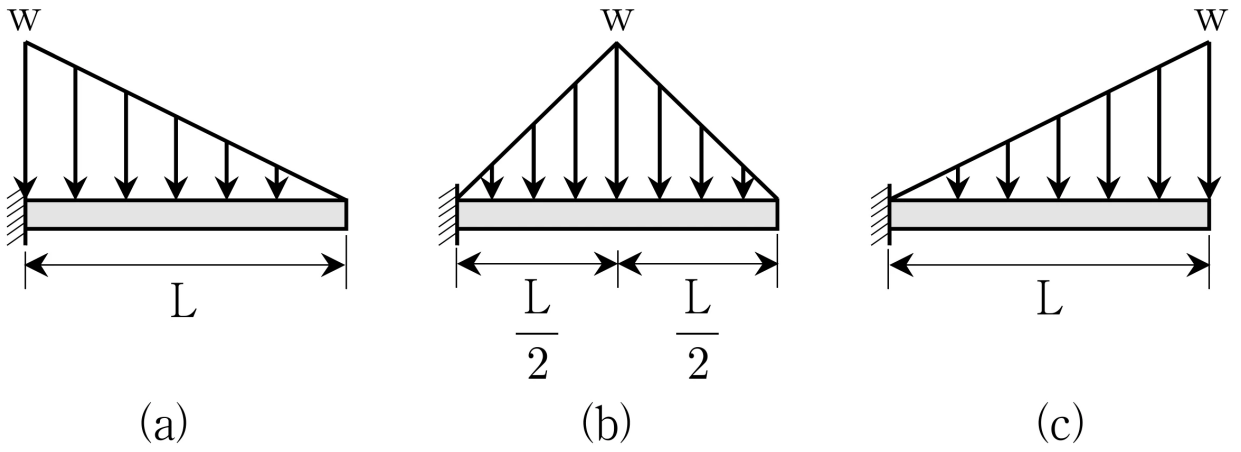
안쪽 경사부재와 위쪽 부재의 축력: B절점에서 AB의 압축력은 오른쪽 위로 작용한다. 수직성분을 상쇄하려면 BC는 B를 오른쪽 아래로 당겨야 하므로 **인장부재**이며, 그 크기는 AB의 압축력과 같은 $P/\sqrt{3}$이다. AB와 BC의 오른쪽 수평성분을 BD가 상쇄하므로 BD는 압축부재이다. 그 압축력은 $2 \cdot (P/\sqrt{3})\cos 60^\circ = P/\sqrt{3}$이다. 대칭인 CD의 인장력도 $P/\sqrt{3}$이다.

강도 조건: 항복강도는 응력 단위이므로 **단면적을 곱해 항복하중으로 환산**한다. 각 부재의 항복하중은 $100\ \text{kN/m}^2 \times 0.1\ \text{m}^2 = 10\ \text{kN}$이다. 압축부재 AB, BD, DE에는 항복하중 10 kN과 좌굴하중 6 kN 중 작은 6 kN이 한계로 작용한다. 인장부재 BC, CD, AC, CE는 항복하중 10 kN을 기준으로 확인한다.

최대하중: 압축부재의 조건은 $P/\sqrt{3} \le 6\text{kN}$이므로 $P \le 6\sqrt{3}\,\text{kN}$이다. 이 한계하중에서 BC와 CD의 인장력은 각각 6 kN, AC와 CE의 인장력은 각각 3 kN으로 모두 항복하중 10 kN보다 작다. 따라서 모든 부재의 강도 조건을 만족하는 최대하중은 $6\sqrt{3}\,\text{kN}$이며, ①의 값에 해당한다.

NoteBase

**문 18. 그림과 같이 동일한 길이의 캔틸레버 보 (a), (b), (c)에 각각 그림과 같은 분포하중이 작용하였을 때, 캔틸레버 보 (a), (b), (c)의 고정단에 작용하는 휨모멘트 크기의 비율은? (단, 캔틸레버 보의 자중은 무시한다)**




① 1 : 2 : 3

② 2 : 3 : 4

③ 4 : 3 : 2

④ 3 : 2 : 1

**정답 2번**

**간단한 해설**

세 분포하중은 하중도 면적이 같아 **합력의 크기가 같다**. 고정단에서 합력 작용점까지의 거리가 각각 $L/3$, $L/2$, $2L/3$이므로, 휨모멘트 크기의 비율은 **2 : 3 : 4**이다.

NoteBase

**계산 과정**

그림의 W는 최대 분포하중 강도이고, L은 각 보의 전체 길이이다. 분포하중의 합력은 **하중도의 면적**으로 구하며, 그 작용점은 하중도의 도심이다. 세 하중도는 모두 밑변 L, 높이 W인 삼각형이므로 합력의 크기는 $R = \frac{WL}{2}$로 같다. 보의 자중을 무시하므로 고정단의 휨모멘트 크기는 이 합력과 고정단에서 작용점까지의 거리 d를 곱한 $M = Rd$이다.

(a): 하중 강도가 고정단에서 W이고 자유단에서 0인 삼각형이다. 삼각형의 도심은 **하중 강도가 큰 쪽에서 밑변 길이의 1/3** 지점에 있으므로, 고정단에서 합력까지의 거리는 $d_a = \frac{L}{3}$이다. 따라서 $M_a = \frac{WL}{2} \cdot \frac{L}{3} = \frac{WL^2}{6}$이다.

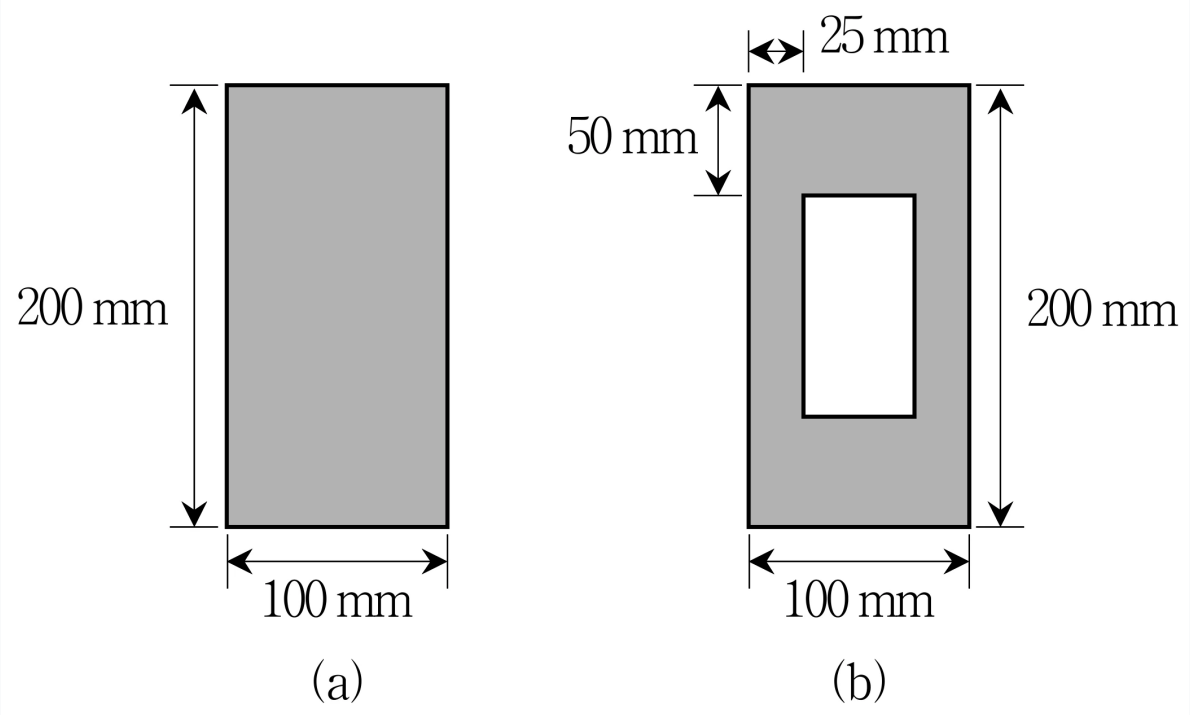
(b): 하중도가 보의 중앙을 기준으로 **좌우 대칭**이므로 합력은 중앙에 작용한다. 고정단에서 작용점까지의 거리는 $d_b = \frac{L}{2}$이고, $M_b = \frac{WL}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{WL^2}{4}$이다.

(c): 하중 강도가 고정단에서 0이고 자유단에서 W인 삼각형이다. 도심은 자유단에서 $L/3$만큼 떨어져 있으므로, **고정단에서의 거리**는 $d_c = L - \frac{L}{3} = \frac{2L}{3}$이다. 따라서 $M_c = \frac{WL}{2} \cdot \frac{2L}{3} = \frac{WL^2}{3}$이다.

세 휨모멘트를 공통량 $WL^2/12$로 나누면 $M_a : M_b : M_c = 2 : 3 : 4$이다. 휨모멘트의 단위는 힘×길이이며, 공통 단위와 공통 인자가 약분된 비율은 ②의 2 : 3 : 4와 일치한다.

NoteBase

**문 19. 그림과 같이 각각 (a)와 (b)의 단면을 가진 두 부재가 서로 다른 순수 휨모멘트, $M_a$와 $M_b$를 받는다. 각각의 단면에서 최대 휨응력의 크기가 같을 때, 각 부재에 작용하는 휨모멘트의 비($M_a : M_b$)는?**




① $M_a : M_b = 4 : 3$

② $M_a : M_b = 8 : 7$

③ $M_a : M_b = 16 : 15$

④ $M_a : M_b = 24 : 23$

**정답 3번**

**간단한 해설**

두 단면은 중립축에서 최외단까지의 거리가 같으므로, 최대 휨응력이 같을 때 **휨모멘트의 비는 단면2차모멘트의 비**와 같다. 중앙 구멍을 뺀 (b)의 단면2차모멘트는 (a)의 15/16이므로 $M_a : M_b = 16 : 15$이다.

NoteBase

**계산 과정**

단면 치수와 중립축: (a)는 폭 100 mm, 높이 200 mm인 직사각형이다. (b)는 같은 외곽 직사각형에서 중앙의 직사각형 구멍을 뺀 단면이다. 구멍의 폭은 $100 - 2 \times 25 = 50$ mm, 높이는 $200 - 2 \times 50 = 100$ mm이다. 두 단면 모두 상하 대칭이므로 수평 중립축은 높이의 중앙에 있고, 중립축에서 최외단까지의 거리 $c$는 100 mm이다.

휨응력과 휨모멘트의 관계: 탄성 범위의 순수 휨에서 휨응력의 크기는 중립축으로부터의 거리에 비례하므로, 최대 휨응력은 $\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$이다. 여기서 $I$는 중립축에 대한 단면2차모멘트이다. 두 부재의 **최대 휨응력과 최외단 거리 모두 같으므로** $\frac{M_a}{I_a} = \frac{M_b}{I_b}$, 즉 $\frac{M_a}{M_b} = \frac{I_a}{I_b}$이다.

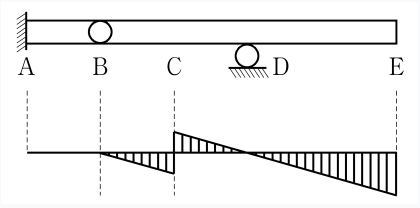
(a)의 단면2차모멘트: 폭 $b$, 높이 $h$인 직사각형의 수평 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$이다. 따라서 $I_a = \frac{100 \cdot 200^3}{12}$ mm$^4$이다. 높이를 세제곱하므로 단순히 단면적의 비를 사용해서는 안 된다.

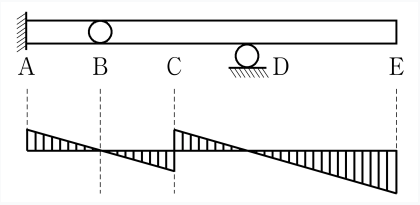
(b)의 단면2차모멘트: **구멍과 외곽 직사각형의 도심축이 일치**하므로 구멍 부분의 단면2차모멘트를 그대로 뺀다. 구멍 부분은 I_구멍=(50·100^3)/(12) mm^4이고, I_구멍I_a=(50·100^3)/(100·200^3)=(1)/(16)이다. 따라서 I_b=I_a-I_구멍=(15)/(16)I_a이다.

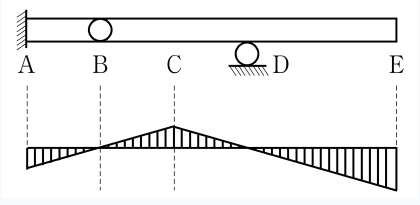
휨모멘트의 비: $M_a : M_b = I_a : I_b = 16 : 15$이므로 ③의 비와 일치한다. 이 비는 무차원이며, 구멍이 있는 (b)는 같은 최대 휨응력에 도달하는 데 더 작은 휨모멘트가 필요하다.

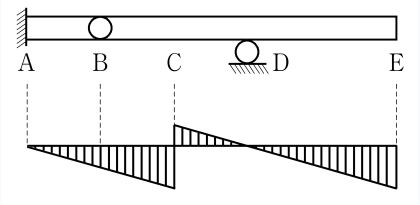
NoteBase

**문 20. 그림과 같이 B점에 내부힌지가 있는 게르버 보에서 C점의 전단력의 영향선 형태로 가장 적합한 것은?**

① 


② 


③ 


④ 


**정답 1번**

**간단한 해설**

A–B에 하중이 있으면 오른쪽 보 B–E에 전달되는 힘이 없어 C의 전단력은 0이다. 전단력 영향선은 **C에서 위로 불연속적으로 뛰고**, D에서 0이 된 뒤 돌출부 D–E에서 음수가 된다.

NoteBase

**도식 해설**

영향선은 아래쪽 단위하중이 보 위를 이동할 때, 고정된 C 단면의 전단력이 어떻게 변하는지를 나타낸다. 그림의 B는 모멘트를 전달하지 않는 내부힌지이며, 오른쪽 보 B–E는 B와 D에서 지지되는 돌출보로 떼어 평형을 살필 수 있다.

A–B 구간: 단위하중이 A–B에 있으면 B–E에는 직접 작용하는 하중이 없다. B–E의 D점에 대한 모멘트 평형에서 B의 수직력이 0이고, 수직방향 힘의 평형에서 D의 반력도 0이다. 따라서 **A–B 전체에서 C의 전단력 영향선은 0**이다. 내부힌지가 언제나 전단력을 전달하지 않는다는 뜻은 아니다.

B–C 구간: 단위하중이 B와 C 사이에 있으면 B와 D의 상향 반력이 하중을 나누어 받는다. C 왼쪽에 있는 힘을 합하면 B의 상향 반력에서 단위하중을 뺀 값이므로 C의 전단력은 음수이다. 하중이 B에 있을 때는 B의 반력이 하중 전부를 받아 C의 전단력은 0이고, 하중이 C 쪽으로 이동할수록 B의 반력이 줄어 영향선은 음의 방향으로 직선적으로 내려간다.

C점의 불연속: 하중이 C의 바로 왼쪽에서 바로 오른쪽으로 넘어가면 지점반력은 연속적으로 변하지만, C 왼쪽 힘의 합에서 아래쪽 단위하중이 빠진다. 따라서 영향선은 **C에서 위로 1만큼 뛴다**. C 바로 오른쪽의 세로좌표는 양수이다.

C–D 및 D–E 구간: 하중이 C의 오른쪽에 있으면 C의 전단력은 B의 수직반력과 같다. D점에 대한 모멘트 평형상, B의 반력은 하중과 D 사이의 거리에 비례하므로 하중이 D로 다가갈수록 직선적으로 감소하여 D에서 0이 된다. 하중이 D를 넘어 E 쪽에 놓이면 평형을 위해 B의 반력은 아래쪽으로 바뀐다. 따라서 영향선은 **D에서 기준선을 지나 D–E에서 음수**가 되며, C 오른쪽에서 E까지 한 직선으로 이어진다.

이 형태가 ①의 그림이다. ②와 ④는 A–B 구간을 0으로 나타내지 않았고, ③은 C에서 필요한 전단력 영향선의 불연속을 나타내지 않았다.

NoteBase