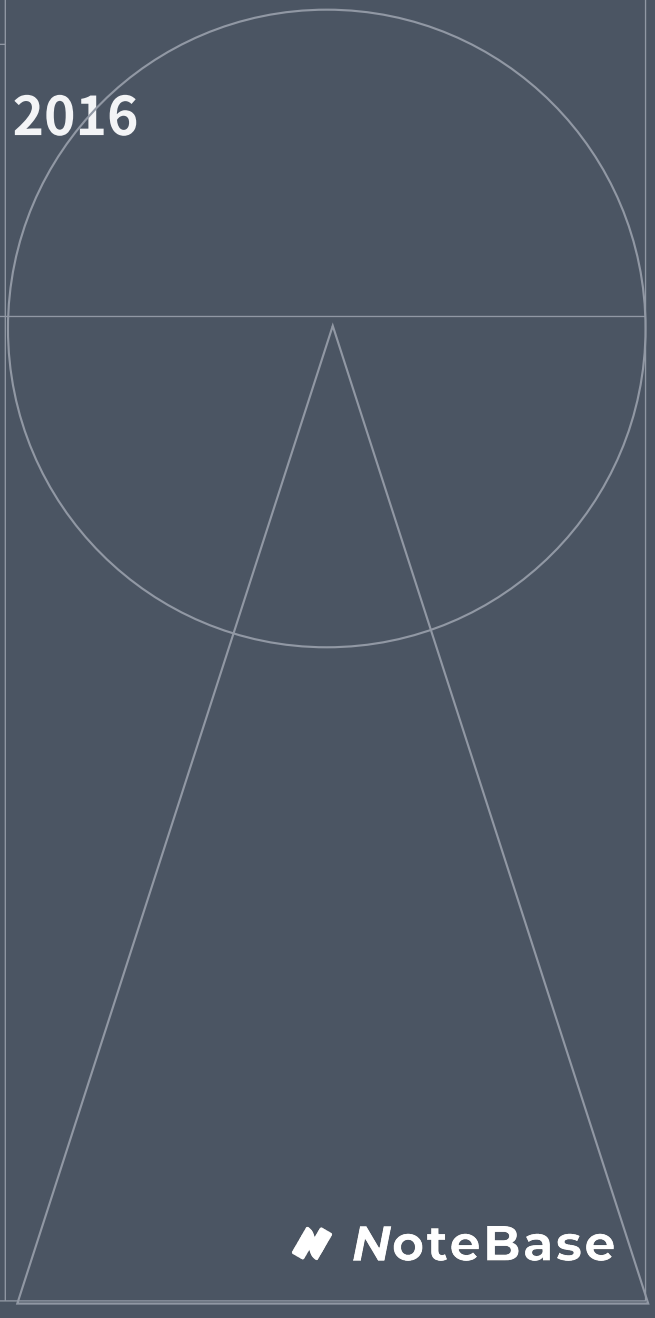
# 기출OX 해설집

공무원/지방직/9급 · 수학 · 2016



NoteBase

# 기출OX 해설집

## 공무원/지방직/9급 · 수학 · 2016

**공무원/지방직/9급 · 수학 · 2016**

**문 1. 실수 $a$, $b$에 대하여 $42^a = 3$, $42^b = 7$일 때, $a + b$의 값은?**

① $\log_{21} 10$

② $\log_{21} 42$

③ $\log_{42} 10$

④ $\log_{42} 21$

**정답 4번**

**간단한 해설**

밑이 같은 두 거듭제곱을 곱하면 **지수의 합**이 되어 $42^{a+b} = 3 \cdot 7 = 21$이다. 따라서 $a + b$는 42를 밑으로 하여 21을 만드는 지수인 $\log_{42} 21$이다.

**계산 과정**

밑이 같은 거듭제곱을 곱할 때는 **지수를 더한다**. 따라서 $42^{a+b} = 42^a \cdot 42^b$이고, 주어진 두 조건을 대입하면 $42^{a+b} = 3 \cdot 7 = 21$이다.

로그는 주어진 밑을 몇 제곱해야 진수가 되는지를 나타낸다. 밑 42는 양수이고 1이 아니며 진수 21도 양수이므로, $42^x = 21$을 만족하는 지수는 $x = \log_{42} 21$이다. 따라서 $a + b = \log_{42} 21$이며, ④의 식과 일치한다.

NoteBase

**문 2. 두 집합 $X, Y$에 대하여 연산 $\triangle$를 $X \triangle Y = (X - Y) \cup (Y - X)$로 정의할 때, 세 집합 $A = \{2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5, 7\}, C = \{3, 5, 7\}$에 대하여 집합 $(A \triangle B) \triangle C$의 모든 원소의 합은?**

① 6

② 9

③ 12

④ 15

**정답 3번**

**간단한 해설**

연산 $\triangle$는 두 집합 중 **어느 한쪽에만 속하는 원소**를 모은다. 이를 차례로 적용하면 $(A \triangle B) \triangle C = \{3, 4, 5\}$이므로 모든 원소의 합은 12이다.

**계산 과정**

$X - Y$는 X에 속하지만 Y에는 속하지 않는 원소의 집합이다. 따라서 $X \triangle Y = (X - Y) \cup (Y - X)$는 **두 집합에 공통으로 속하는 원소를 제외**하고 어느 한쪽에만 속하는 원소를 모으는 연산이다.

먼저 A와 B를 비교하면 공통 원소는 2, 3, 5이다. $A - B = \{4\}, B - A = \{7\}$이므로 $A \triangle B = \{4, 7\}$이다.

이제 $A \triangle B = \{4, 7\}$과 $C = \{3, 5, 7\}$에 같은 연산을 적용한다. 두 집합의 공통 원소인 7을 제외하면 앞의 집합에만 있는 4와 C에만 있는 3, 5가 남는다. 따라서 $(A \triangle B) \triangle C = \{3, 4, 5\}$이다.

구하는 모든 원소의 합은 3 + 4 + 5 = 12이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

**문 3. 무리함수 $y = \sqrt{x+2} - 1$에 대하여 다음 중 옳은 것은?**

① 정의역은 {x | x ≤ -2}이다.

② 치역은 {y | y ≥ -1}이다.

③ 그래프는 점 (2, 3)을 지난다.

④ 그래프는 제4사분면을 지난다.

**정답 2번**

**간단한 해설**

$\sqrt{x+2}$는 0 이상의 모든 값을 가지므로, 여기서 1을 뺀 함수의 **최솟값은 -1**이다. 따라서 치역은 $\{y \mid y \geq -1\}$이다.

**선지별 해설**

① X: 정의역은 함수에 대입할 수 있는 실수 x의 범위이다. 제곱근 안의 값은 **0 이상**이어야 하므로 $x+2 \geq 0$, 즉 $x \geq -2$이다. 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$로 고쳐야 한다.

② O: 치역은 함수가 실제로 갖는 y값 전체의 집합이다. $x \geq -2$에서 $\sqrt{x+2}$는 0 이상의 모든 값을 가지므로 $y = \sqrt{x+2} - 1 \geq -1$이다. 특히 $x = -2$일 때 $y = -1$이고, x가 커지면 y도 한없이 커진다. 따라서 치역은 **-1을 포함하여 그 이상인 모든 실수**의 집합 $\{y \mid y \geq -1\}$이다.

③ X: $x = 2$를 대입하면 $y = \sqrt{2+2} - 1 = 2 - 1 = 1$이다. 따라서 그래프가 지나는 점은 (2, 3)이 아니라 **(2, 1)**이다.

④ X: 제4사분면에서는 $x > 0$, $y < 0$이어야 한다. 그런데 이 함수는 $x > 0$이면 $x + 2 > 2 > 1$이므로 $\sqrt{x+2} > 1$, 즉 $y > 0$이다. 따라서 **제4사분면을 지나지 않으며**, x가 양수인 부분은 제1사분면에 놓인다.

NoteBase

**문 4.** $\sqrt{(a+b)^2}-\sqrt[3]{(a-b)^3}$ **을 간단히 하면? (단,** $b<a<0$**)**

① $-2a$

② $-2b$

③ $2a$

④ $2b$

**정답 1번**

**간단한 해설**

$b<a<0$이므로 $a+b<0$이며, 제곱근은 **음이 아닌 값**이므로 $\sqrt{(a+b)^2}=-(a+b)$이다. 세제곱근은 $a-b$ 그대로이므로 두 식의 차는 $-2a$이다.

**계산 과정**

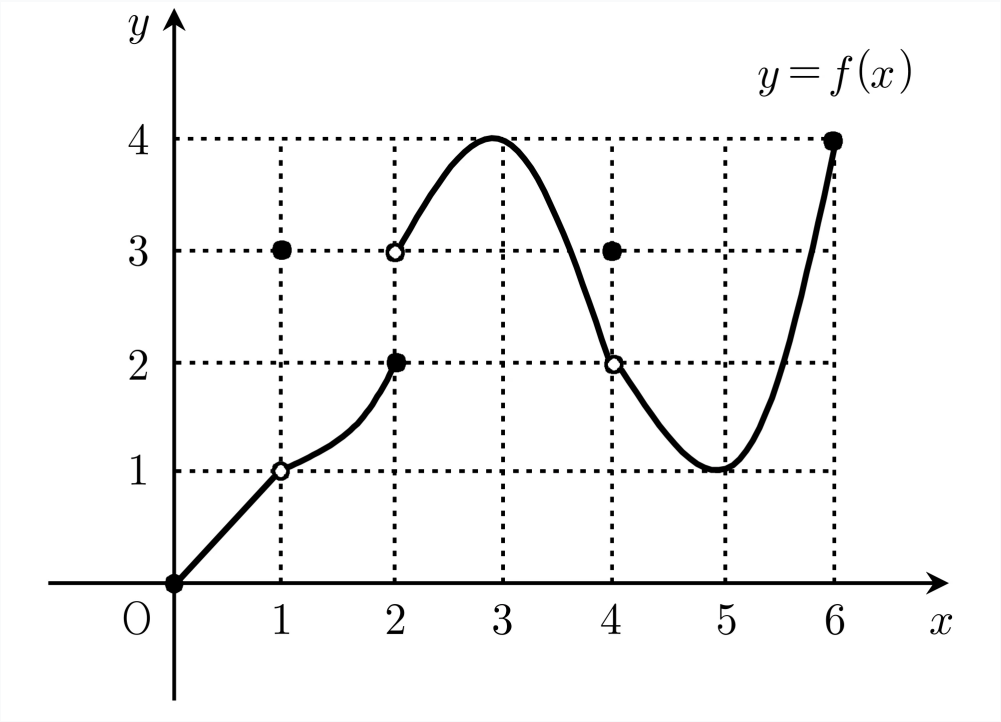
제곱근 정리: 실수 $x$에 대해 $\sqrt{x^2}=|x|$이다. 제곱근 기호는 **음이 아닌 제곱근**을 나타내므로 원래 수가 음수이면 부호를 바꾸어야 한다. $b<a<0$에서 $a$와 $b$가 모두 음수이므로 $a+b<0$이다. 따라서 $\sqrt{(a+b)^2}=|a+b|=-(a+b)$이다.

세제곱근 정리: 실수 $x$에 대해 $\sqrt[3]{x^3}=x$이다. 세제곱근은 제곱근과 달리 **원래 수의 부호를 유지**한다. 따라서 $\sqrt[3]{(a-b)^3}=a-b$이다. 주어진 조건에서는 $a>b$이므로 $a-b>0$이다.

식 계산: 첫째 항은 $-a-b$, 둘째 항은 $a-b$이므로, 두 항의 차는 $(-a-b)-(a-b)$이다. 괄호 앞의 빼기를 분배하면 $-a-b-a+b=-2a$가 된다. 따라서 주어진 식은 $-2a$로 간단해지며, ①의 식과 일치한다.

NoteBase

**문 5.** $0 \le x \le 6$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?




① $f(2) = f(4)$

② $\lim_{x \to 2} f(x)$는 존재한다.

③ $\lim_{x \to 1} f(x)$는 존재하지 않는다.

④ $0 < x < 6$에서 $f(x)$가 불연속인 점이 3개 있다.

**정답 4번**

**간단한 해설**

$x = 1, 4$에서는 극한값과 함숫값이 다르고, $x = 2$에서는 **좌극한과 우극한이 달라** 극한이 존재하지 않는다.
따라서 주어진 열린 구간에서 불연속인 점은 이 세 곳이다.

NoteBase

**선지별 해설**

그래프에서 채워진 점은 그 위치의 함숫값을 나타내며, 빈 점은 그 점 자체가 그래프에 포함되지 않음을 나타낸다. 극한값은 해당 점의 함숫값이 아니라 주변 그래프가 다가가는 높이로 판단한다. $x = a$에서 연속이려면 좌극한과 우극한이 같고, 그 극한값이 $f(a)$와도 같아야 한다.

① X: $x = 2$의 채워진 점은 $(2, 2)$이고, $x = 4$의 채워진 점은 $(4, 3)$이다. 따라서 **함숫값은 채워진 점의 높이**를 읽어 $f(2) = 2$, $f(4) = 3$이며, 두 값은 서로 다르다.

② X: $x = 2$로 왼쪽에서 다가가면 그래프의 높이는 2에, 오른쪽에서 다가가면 3에 가까워진다. 즉 $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 3$이다. **좌극한과 우극한이 다르므로** $\lim_{x \to 2} f(x)$는 존재하지 않는다.

③ X: $x = 1$에서는 양쪽 그래프가 모두 빈 점 $(1, 1)$을 향하므로 $\lim_{x \to 1} f(x) = 1$로 극한이 존재한다. 채워진 점에서 읽은 함숫값은 $f(1) = 3$이다. **극한값이 함숫값과 다르므로 불연속**이지만, 극한이 존재하지 않는 것은 아니다.

④ O: $x = 1$에서는 극한값이 1이고 함숫값이 3이므로 불연속이다. $x = 2$에서는 좌극한이 2, 우극한이 3으로 달라 불연속이다. $x = 4$에서는 양쪽 그래프가 모두 빈 점 $(4, 2)$을 향해 극한값이 2이지만, 채워진 점의 높이인 함숫값은 3이므로 불연속이다. 그 밖의 $0 < x < 6$에서는 그래프가 끊기거나 함숫값이 따로 떨어진 곳이 없다. 따라서 불연속인 점은 $x = 1, 2, 4$**의 3개**이다.

NoteBase

**문 6. 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여 $f(4+x)=f(4-x)$를 만족시키고 $f(4)=3,\ f(3)=5$일 때, $f(1)$의 값은?**

① 19

② 21

③ 23

④ 25

**정답 2번**

**간단한 해설**

주어진 대칭 조건에서 포물선의 **대칭축은** $x=4$이고 꼭짓점은 $(4,3)$이다. 따라서 $f(x)=2(x-4)^2+3$이므로 $f(1)=21$이다.

**계산 과정**

대칭축과 꼭짓점: $f(4+x)=f(4-x)$는 4에서 양쪽으로 같은 거리만큼 떨어진 두 점의 함수값이 같다는 뜻이다. 따라서 이차함수의 **대칭축은** $x=4$이다. $f(4)=3$이므로 꼭짓점은 $(4,3)$이고, 함수식을 $f(x)=a(x-4)^2+3$으로 놓을 수 있다. 여기서 a는 0이 아닌 상수이다.

계수 구하기: $f(3)=5$를 위 식에 대입하면 $5=a(3-4)^2+3=a+3$이므로 $a=2$이다. 따라서 $f(x)=2(x-4)^2+3$이다.

함수값 구하기: 구한 식에 $x=1$을 대입하면 $f(1)=2(1-4)^2+3=21$이다. 이는 ②의 21과 일치한다.

NoteBase

**문 7. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가**
**$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\frac{14}{3}$, $\int_{-1}^{1} xf(x)\,dx=2$**
**를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?**

① 9

② 12

③ 15

④ 18

**정답 2번**

**간단한 해설**

대칭구간에서 **홀함수의 정적분은 0**이므로 두 적분 조건으로 이차함수의 나머지 계수를 각각 구할 수 있다. 그 결과 $f(x)=x^2+3x+2$이므로 $f(2)=12$이다.

**계산 과정**

최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x)=x^2+ax+b$로 놓는다. 적분구간이 −1부터 1까지로 원점에 대칭이므로, **홀수차 항의 적분은 0**이다. 따라서 $x$, $x^3$ 항은 두 조건을 계산할 때 사라진다.

상수항 구하기: 첫 번째 조건에서 $x^2$의 적분은 $\int_{-1}^{1} x^2dx=\frac{2}{3}$이고, 상수항의 적분은 구간 길이가 2이므로 $2b$이다. 따라서 $\frac{2}{3}+2b=\frac{14}{3}$이므로 $b=2$이다.

일차항의 계수 구하기: $xf(x)=x^3+ax^2+bx$에서 홀수차 항을 적분하면 0이므로 **일차항의 계수만 남는다**. 두 번째 조건은 $\frac{2a}{3}=2$가 되어 $a=3$이다.

함숫값 계산: $f(x)=x^2+3x+2$에 2를 대입하면 $f(2)=4+6+2=12$이다. 이는 ②의 12에 해당한다.

NoteBase

**문 8. 점 A$(-2,\ -1)$에서 원 $x^2+y^2-8x-6y+15=0$ 위를 움직이는 점 P까지의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, M과 m의 곱 Mm의 값은?**

① 40

② 42

③ 44

④ 46

**정답 2번**

**간단한 해설**

점 A가 원 밖에 있으므로 거리의 최댓값과 최솟값은 **중심까지의 거리와 반지름의 합과 차**이다. 두 값의 곱은 합차공식으로 계산하면 Mm = 52 − 10 = 42이다.

**계산 과정**

원의 중심과 반지름: 주어진 원의 방정식을 완전제곱식으로 정리하면 $(x-4)^2+(y-3)^2=10$이다. 따라서 중심은 C(4, 3), 반지름은 $r=\sqrt{10}$이다.

중심까지의 거리: 점 A(−2, −1)과 중심 C의 x좌표 차는 6, y좌표 차는 4이다. 두 점 사이의 거리를 d라 하면 $d^2=6^2+4^2=52$이므로 $d=\sqrt{52}$이다. $d>r$이므로 **A는 원 밖의 점**이다.

거리의 최댓값과 최솟값: 원 위의 점 P에 대해 $CP=r$이므로 삼각부등식에 의해 $d-r\le AP\le d+r$이다. 직선 AC와 원이 만나는 두 점 중 A에 가까운 점에서는 최솟값 $m=d-r$, 먼 점에서는 최댓값 $M=d+r$을 갖는다. 즉, **A, C, P가 한 직선 위에 있을 때** 양 끝값이 실제로 얻어진다.

두 거리의 곱: $Mm=(d+r)(d-r)=d^2-r^2$이므로 Mm = 52 − 10 = 42이다. 이는 ②의 42와 일치한다.

NoteBase

**문 9. 다항식 $f(x)$를 $x^2-4$로 나눈 나머지가 $x+3$일 때, $(x-2)f(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지는?**

① $-4$

② $-3$

③ $-2$

④ $-1$

**정답 1번**

**간단한 해설**

$x+2$로 나눈 나머지는 $x=-2$**를 대입한 값**이다. 주어진 조건에서 $f(-2)=1$이므로, 구하는 나머지는 $(-2-2)\cdot 1=-4$이다.

**계산 과정**

주어진 나눗셈의 몫을 $Q(x)$라 하면 $f(x)=(x^2-4)Q(x)+x+3$이다. 여기에 $x=-2$를 대입하면 **몫이 곱해진 항이 0**이 되므로 $f(-2)=-2+3=1$이다.

나머지정리에 따라 다항식을 일차식 $x-a$로 나눈 나머지는 그 다항식에 $x=a$를 대입한 값이다. 나누는 식이 $x+2=x-(-2)$이므로, $(x-2)f(x)$에 $x=-2$**를 대입**한다.

따라서 나머지는 $(-2-2)f(-2)=(-4)\cdot 1=-4$이다. 이는 ①의 $-4$에 해당한다.

NoteBase

**문 10. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 다음 중 항상 참인 명제는?**

① $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$이고 $\lim_{n\to\infty} b_n = \infty$이면 $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$이다.
② $\lim_{n\to\infty} (a_n - b_n) = 0$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$이면 $\lim_{n\to\infty} b_n = 1$이다.
③ 모든 자연수 $n$에 대하여 $a_n < b_n$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n < \lim_{n\to\infty} b_n$이다.
④ 모든 자연수 $n$에 대하여 $a_n < b_n$이고 $\lim_{n\to\infty} b_n = \infty$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$이다.

**정답 2번**

**간단한 해설**

$b_n = a_n - (a_n - b_n)$이므로 **수렴하는 수열의 차에 대한 극한 법칙**을 적용할 수 있다. $a_n$이 1로, $a_n - b_n$이 0으로 수렴하므로 $b_n$은 1로 수렴한다.

**선지별 해설**

① X: 두 수열이 모두 양의 무한대로 발산해도 **두 수열의 비가 1로 수렴한다고 보장할 수 없다**. 예를 들어 $a_n = n$, $b_n = 2n$이면 두 수열은 모두 양의 무한대로 발산하지만, $\frac{a_n}{b_n} = \frac{1}{2}$이므로 비의 극한은 1이 아니다.

② O: $b_n = a_n - (a_n - b_n)$으로 나타낼 수 있다. 주어진 조건에서 $a_n$과 $a_n - b_n$이 각각 1과 0으로 수렴하므로 **두 수열이 모두 수렴할 때 적용하는 극한의 뺄셈 법칙**에 따라 $\lim_{n\to\infty} b_n = 1 - 0 = 1$이다.

③ X: 모든 항에서 부등호가 엄격하더라도 **극한값은 같아질 수 있다**. 예를 들어 $a_n = 0$, $b_n = \frac{1}{n}$이면 모든 자연수 $n$에 대해 $a_n < b_n$이지만 두 수열의 극한은 모두 0이다. 두 수열이 각각 유한한 값으로 수렴한다면 보장되는 관계는 $\lim_{n\to\infty} a_n \le \lim_{n\to\infty} b_n$이다.

④ X: **큰 쪽 수열이 양의 무한대로 발산한다는 조건만으로 작은 쪽의 발산을 보장할 수 없다**. 예를 들어 $a_n = 1$, $b_n = n + 1$이면 모든 자연수 $n$에 대해 $a_n < b_n$이고 $b_n$은 양의 무한대로 발산하지만, $a_n$은 1로 수렴한다. 반대로 모든 자연수 $n$에 대해 $b_n < a_n$이고 $b_n$이 양의 무한대로 발산하면, 그보다 큰 $a_n$도 양의 무한대로 발산한다.

NoteBase

**문 11. _n→∞(√(n^2+4n)-n)의 값은?**

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

**정답 4번**

**간단한 해설**

분자·분모에 켤레식을 곱해 **유리화**한 뒤 n으로 나누면 분자는 4, 분모는 2에 수렴하므로 극한값은 2이다.

**계산 과정**

1. 유리화: 두 항이 각각 무한대로 커지므로 두 항의 극한을 따로 구해 뺄 수 없다. 주어진 식을 분모가 1인 분수로 보고, 분자·분모에 켤레식인 $\sqrt{n^2+4n}+n$을 곱한다. **합과 차의 곱** 공식 $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$에 따라 분자는 $(n^2+4n)-n^2=4n$이 된다. 따라서 주어진 식은 $\frac{4n}{\sqrt{n^2+4n}+n}$으로 바뀐다.

2. n으로 나누기: n은 양의 정수이므로 $\sqrt{n^2+4n}=n\sqrt{1+\frac{4}{n}}$이다. 분자·분모를 n으로 나누면 $\frac{4}{\sqrt{1+\frac{4}{n}}+1}$이 된다. 이제 분자는 일정하고, 분모는 유한한 값에 수렴하는 형태가 된다.

3. 극한 계산: $n\to\infty$일 때 $\frac{4}{n}\to 0$이므로 분모는 $\sqrt{1+0}+1=2$에 수렴한다. **분모의 극한이 0이 아니므로** 분자와 분모의 극한을 나누면 $\frac{4}{2}=2$이다. 구한 극한값 2는 ④의 값과 일치한다.

NoteBase

**문 12. n이 10 이하의 자연수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$이 실수가 되도록 하는 n의 개수는? (단, $i=\sqrt{-1}$)**

① 0

② 2

③ 3

④ 5

**정답 4번**

**간단한 해설**

주어진 분수는 $i$로 정리되고, $i^n$은 **지수가 짝수일 때만 실수**가 된다. 10 이하의 자연수 중 짝수는 2, 4, 6, 8, 10이므로 조건을 만족하는 값은 5개이다.

**계산 과정**

분수 정리: $i^2=-1$이므로 분모와 분자에 $1+i$를 곱하면 $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{1-i^2}=\frac{2i}{2}=i$이다. 따라서 주어진 식이 실수일 조건은 $i^n$이 실수일 조건과 같다.

실수가 되는 조건: $i^1=i$, $i^2=-1$, $i^3=-i$, $i^4=1$이고, 이후에는 이 네 값이 반복된다. 이 중 실수는 −1과 1이므로 **지수가 짝수일 때만** 실수가 된다. 홀수 지수에서는 허수부분이 0이 아닌 $i$ 또는 $-i$가 된다.

개수 계산: $1\leq n\leq 10$인 자연수 중 짝수는 2, 4, 6, 8, 10이다. 따라서 조건을 만족하는 자연수는 5개이며, ④의 값과 일치한다.

NoteBase

**문 13. 5개의 문자 D, R, E, A, M을 일렬로 나열할 때, A와 M이 이웃하는 경우의 수는?**

① 16

② 24

③ 48

④ 60

**정답 3번**

**간단한 해설**

A와 M을 **하나의 묶음**으로 보면 나열할 대상은 4개가 된다. 묶음 안의 순서도 AM, MA의 두 가지이므로 경우의 수는 $4! \times 2 = 48$이다.

**계산 과정**

A와 M이 이웃해야 하므로 두 문자를 **하나의 묶음**으로 취급한다. 이 묶음과 D, R, E는 서로 다른 4개의 대상이므로 일렬로 나열하는 방법은 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$가지이다. 이는 묶음 안의 순서를 정하기 전, 네 대상의 위치를 정하는 경우의 수이다.

묶음 안에서 A와 M의 순서는 **AM과 MA의 두 가지**이다. 네 대상의 배열 하나마다 이 두 순서를 각각 적용할 수 있다.

곱의 법칙에 따라 전체 경우의 수는 $24 \times 2 = 48$가지이며, 선택지 ③의 48에 해당한다.

NoteBase

**문 14. 이차방정식 $2x^2+x-2=0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라고 할 때, $\alpha^2\beta-\alpha\beta^2$의 값은? (단, $\alpha>\beta$)**

① $\frac{\sqrt{17}}{4}$
② $\frac{\sqrt{17}}{2}$
③ $-\frac{\sqrt{17}}{2}$
④ $-\frac{\sqrt{17}}{4}$

**정답 3번**

### 간단한 해설

구하는 식은 $\alpha\beta(\alpha-\beta)$이므로 **두 근의 곱과 차**를 이용한다. 두 근의 곱은 -1이고, $\alpha>\beta$에서 두 근의 차는 $\frac{\sqrt{17}}{2}$이므로 식의 값은 $-\frac{\sqrt{17}}{2}$이다.

### 계산 과정

구하는 식에서 공통인수를 묶으면 $\alpha^2\beta-\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha-\beta)$이다. 따라서 두 근을 각각 구하는 대신 두 근의 곱과 차를 구한다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 곱은 $\frac{c}{a}$이다. 주어진 방정식 $2x^2+x-2=0$에 근과 계수의 관계를 적용하면 $\alpha+\beta=-\frac{1}{2}$, $\alpha\beta=\frac{-2}{2}=-1$이다.

두 근의 차는 항등식 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$를 이용해 구한다. 앞에서 구한 합과 곱을 대입하면 $(\alpha-\beta)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-4(-1)=\frac{17}{4}$이다. **큰 근에서 작은 근을 뺀 값은 양수**이므로 $\alpha>\beta$에 따라 $\alpha-\beta=\frac{\sqrt{17}}{2}$이다.

두 근의 곱과 차를 곱하면 $\alpha\beta(\alpha-\beta)=(-1)\cdot\frac{\sqrt{17}}{2}=-\frac{\sqrt{17}}{2}$이다. 이 값은 ③의 값과 일치한다.

NoteBase

**문 15. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - x + 6$의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 기울기를 $g(t)$라고 할 때, $g(t)$의 최솟값은?**

① −4

② −1

③ 3

④ 6

**정답 1번**

**간단한 해설**

접선의 기울기는 **그 점에서의 미분계수**이므로 $g(t) = f'(t) = 3(t+1)^2 - 4$이다. 제곱항이 0이 되는 $t = -1$에서 기울기의 최솟값은 −4이다.

**계산 과정**

접선의 기울기 구하기: 다항함수는 모든 실수에서 미분 가능하며, 그래프 위의 점 $(t, f(t))$에서 접선의 기울기는 **미분계수** $f'(t)$이다. 주어진 함수를 항별로 미분하면 $f'(x) = 3x^2 + 6x - 1$이므로 $g(t) = 3t^2 + 6t - 1$이다.

완전제곱식으로 바꾸기: $t^2 + 2t = (t+1)^2 - 1$을 이용하면 $g(t) = 3(t+1)^2 - 4$이다. 이렇게 바꾸면 기울기가 최솟값에서 얼마나 커지는지를 제곱항으로 확인할 수 있다.

최솟값 판단하기: 모든 실수 $t$에 대하여 $(t+1)^2 \geq 0$이고, 제곱항의 계수 3은 양수이다. 따라서 $g(t) \geq -4$이며, **제곱항이 0이 되는** $t = -1$에서 실제로 −4가 된다. 기울기의 최솟값은 −4이므로 ①에 해당한다.

NoteBase

**문 16. 두 집합 $A=\{a, 3a\}$, $B=\{b, b^2\}$에 대하여 $A=B$일 때, $\frac{a}{b}$의 값은? (단, $0<b<1$)**

① 3
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{1}{27}$

**정답 2번**

**간단한 해설**

$0<b<1$이므로 $b^2<b$이고, $a$도 양수이므로 $a<3a$이다. 같은 집합의 **큰 원소끼리 대응**시키면 $3a=b$이므로 $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$이다.

**계산 과정**

원소의 크기 비교: $0<b<1$에서 $b$에 $b$를 곱하면 작아지므로 $0<b^2<b$이다. $A=B$이므로 $A$의 원소인 $a$도 양수이고, 따라서 $a<3a$이다.

원소의 대응: 두 집합이 같다는 것은 나열 순서와 관계없이 원소가 같다는 뜻이다. 두 집합에서 **작은 원소끼리, 큰 원소끼리** 대응시키면 $a=b^2$, $3a=b$이다.

비 계산: $b>0$이므로 $3a=b$의 양변을 $3b$로 나누면 $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$이다. 이는 ②의 값과 같다.

NoteBase

**문 17. 모든 실수 $x$에 대하여 이차부등식 $-x^2 + 2ax \le 2a$가 성립하도록 하는 정수 $a$의 개수는?**

① 0

② 1

③ 2

④ 3

**정답 4번**

**간단한 해설**

좌변의 최댓값은 $x = a$일 때의 $a^2$이므로, **최댓값이 우변 이하**인 $a^2 \le 2a$를 만족해야 한다. 이를 풀면 $0 \le a \le 2$이므로 가능한 정수는 0, 1, 2의 3개이다.

**계산 과정**

최댓값 구하기: 정수 $a$를 고정하고 좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $-x^2 + 2ax = -(x - a)^2 + a^2$이다. 제곱은 항상 0 이상이므로 $-(x - a)^2 \le 0$이고, $x = a$에서 0이 된다. 따라서 좌변의 최댓값은 $a^2$이다.

조건을 만족하는 범위: 부등식이 **모든 실수에서 성립**하려면 좌변이 가장 클 때도 우변 $2a$ 이하이어야 한다. 따라서 필요한 조건은 $a^2 \le 2a$이며, 이 조건이면 나머지 모든 실수에서도 부등식이 성립한다. 이를 정리하면 $a(a - 2) \le 0$이므로 $0 \le a \le 2$이다. 등호가 허용되므로 양 끝값 0과 2도 포함한다.

정수의 개수: $0 \le a \le 2$인 정수 $a$는 0, 1, 2이다. 따라서 구하는 개수는 3개로, ④의 3에 해당한다.

NoteBase

**문 18. _x→1(x^2+ax+b)/(x-1)=3을 만족시키는 상수 $a$, $b$의 합 $a+b$의 값은?**

① -3

② -2

③ -1

④ 0

**정답 3번**

**간단한 해설**

분모가 0으로 가까워질 때 주어진 극한값이 유한하므로 **분자도 0으로 가까워져야 한다**. 따라서 $1+a+b=0$이 되어 $a+b=-1$이다.

**계산 과정**

분자의 극한 조건: $x \to 1$일 때 분모 $x-1$은 0으로 가까워진다. 이때 분수가 유한한 값 3으로 수렴하려면 **분자도 0으로 수렴해야 한다**. 분자가 0이 아닌 값에 가까워지면 분모만 0으로 가까워져 유한한 극한값을 가질 수 없기 때문이다.

상수의 합 계산: 분자 $x^2+ax+b$는 다항식이므로 $x=1$을 대입한 값이 그 극한값이다. 따라서 $1+a+b=0$이고, 이를 정리하면 $a+b=-1$이다. 구한 값 -1은 ③에 해당한다.

NoteBase

**문 19.** $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\int_2^x (2013t^2-2014t-2015)dt$ **의 값은?**

① 2009

② 2016

③ 2023

④ 2030

**정답 1번**

**간단한 해설**

주어진 극한은 적분으로 정의한 함수의 **미분계수**이다. 미적분의 기본정리에 따라 피적분함수에 $t=2$를 대입하면 극한값은 2009이다.

**계산 과정**

적분함수 설정: $f(t)=2013t^2-2014t-2015$, $F(x)=\int_2^x f(t)dt$로 둔다. 적분의 위끝과 아래끝이 같으면 적분값은 0이므로 $F(2)=0$이다.

미분계수로 해석: 주어진 극한은 $\lim_{x\to 2}\frac{F(x)-F(2)}{x-2}=F'(2)$로, **미분계수의 정의**에 해당한다. 피적분함수 $f$는 다항함수이므로 연속이다. 따라서 미적분의 기본정리에 의해 $F'(x)=f(x)$이고, 구하는 값은 $f(2)$이다.

값 계산: $f(2)=2013\cdot 4-2014\cdot 2-2015$이므로 $8052-4028-2015=2009$이다. 구한 극한값 2009는 ①의 값과 같다.

NoteBase

**문 20. 두 사건 $A, B$가 서로 배반사건이고 $P(A)=\frac{1}{6}$, $P(A \mid B^C)=\frac{1}{4}$일 때, $P(B \mid A^C)$의 값은? (단, $P(B^C) \neq 0$)**

① $\frac{1}{5}$
② $\frac{2}{5}$
③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$

**정답 2번**

**간단한 해설**

두 사건이 배반이므로 $A \subseteq B^C, B \subseteq A^C$이다. 이 **포함 관계**를 조건부확률에 적용하면 구하는 확률은 $\frac{P(B)}{1-P(A)}=\frac{2}{5}$이다.

**계산 과정**

배반사건의 관계: 두 사건이 배반이라는 것은 **동시에 일어날 수 없다**는 뜻이다. 따라서 $A \cap B=\varnothing$이고, $A \cap B^C=A, B \cap A^C=B$가 성립한다.

사건 B의 확률: 조건부확률은 조건으로 주어진 사건의 확률을 분모로 한다. 주어진 $P(B^C) \neq 0$에 따라 $P(A \mid B^C)=\frac{P(A \cap B^C)}{P(B^C)}$를 적용할 수 있다. 배반 조건과 $P(A)=\frac{1}{6}$을 대입하면 $\frac{1}{4}=\frac{1}{6P(B^C)}$이다. 이를 풀면 $P(B^C)=\frac{2}{3}$이므로, 여사건의 확률 관계에 따라 $P(B)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이다.

구하는 조건부확률: 이번에는 **조건이 A의 여사건**이므로 분모는 $P(A^C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이다. 또한 $B \cap A^C=B$이므로 $P(B \mid A^C)=\frac{P(B)}{P(A^C)}$이다. 따라서 $P(B \mid A^C)=\frac{1}{3} \div \frac{5}{6}=\frac{2}{5}$이며, 이는 ②의 값과 일치한다.

NoteBase