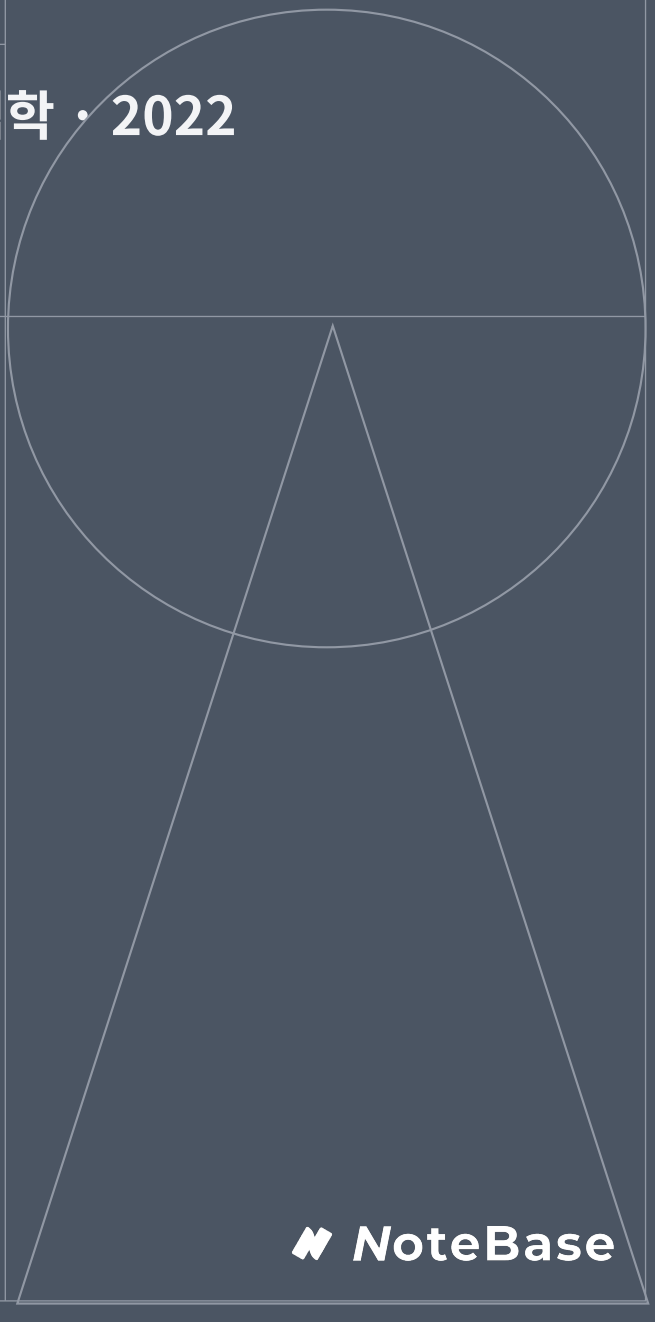
기출OX 해설집

공무원/지방직/7급 · 응용역학 · 2022



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/지방직/7급 · 응용역학 · 2022

공무원/지방직/7급 · 응용역학 · 2022

문 1. 폭 300mm, 높이 1,000mm인 직사각형과 같은 단면계수를 갖는 높이가 500mm인 직사각형의 단면 폭[mm]은?

① 600

② 900

③ 1,000

④ 1,200

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 직사각형 단면의 단면계수 $Z = bh^2/6$를 이용하여, 같은 단면계수를 갖도록 높이가 달라진 단면의 폭을 구하는 문제이다.

조건 정리

기존 단면의 폭은 $300mm$, 높이는 $1{,}000mm$이다. 새 단면의 높이는 $500mm$이고 폭 b를 구한다. 두 단면의 단면계수는 서로 같다.

사용할 공식

직사각형 단면의 단면계수는 $Z = bh^2/6$이다. 같은 단면계수 조건이므로 두 단면의 bh^2 값이 같다고 둘 수 있다.

계산 과정

기존 단면은 $Z_1 = 300 \times 1{,}000^2/6$이다. 새 단면은 $Z_2 = b \times 500^2/6$이다. $Z_1 = Z_2$이므로 $300 \times 1{,}000^2 = b \times 500^2$이다. 따라서 $b = 300 \times (1{,}000/500)^2 = 300 \times 4 = 1{,}200mm$이다.

NoteBase

선지 판단

① X: 폭을 600mm로 하면 새 단면의 bh^2 값은 기존 단면의 절반이다. 틀린 값 600mm → 올바르게는 1,200mm이다.
② X: 폭을 900mm로 하면 같은 단면계수 조건을 만족하지 못한다. 틀린 값 900mm → 올바르게는 1,200mm이다.
③ X: 폭을 1,000mm로 하면 새 단면의 bh^2 값이 기존 단면보다 작다. 틀린 값 1,000mm → 올바르게는 1,200mm이다.
④ O: 폭이 1,200mm이면 $1{,}200 \times 500^2 = 300 \times 1{,}000^2$가 되어 단면계수가 같다.

오답 포인트

높이를 절반으로 줄였을 때 폭도 단순히 2배로 하면 된다고 생각하기 쉽다. 단면계수는 높이의 제곱에 비례하므로, 높이가 절반이면 폭은 4배가 되어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

직사각형 단면계수의 등가 문제는 먼저 $Z = bh^2/6$을 쓰고, 공통인 1/6을 소거한 뒤 bh^2를 비교하여 폭 또는 높이를 구한다.

암기 포인트

직사각형 단면계수는 $Z \propto bh^2$이다. 높이 1/2 → 폭 4배이다.

NoteBase

문 2. 평면응력상태에서의 모아(Mohr) 응력원에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 최대전단응력은 주응력 차이의 $\frac{1}{2}$과 같다.

② 모아(Mohr) 응력원 중심의 세로 좌표값은 직교하는 두 축의 수직응력의 평균값과 같다.

③ 주평면에서의 전단응력은 0이며, 최대전단응력은 주평면에 대해 45° 방향에서 일어난다.

④ 평면응력요소의 수직면에 작용하는 수직응력의 합은 일정하다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 평면응력 상태의 모어 응력원에서 원의 중심, 최대전단응력, 주평면의 관계를 구별하는 문제이다.

핵심 개념

모어 응력원의 가로축은 수직응력 σ, 세로축은 전단응력 τ이다. 서로 직교하는 두 면의 수직응력 평균 $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$은 원 중심의 가로좌표이고, 중심의 세로좌표는 0이다. 원의 반지름 $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$이 최대전단응력이다.

선지별 해설

① O. 최대전단응력은 모어 응력원의 반지름이므로 $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$이다.

② X. 틀린 표현은 '중심의 세로 좌표값'이다. 중심의 세로좌표는 전단응력 0이며, 직교하는 두 면의 수직응력 평균 $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$은 중심의 가로좌표이다.

③ O. 주평면에서는 전단응력이 0이고 수직응력은 주응력이 된다. 최대전단응력은 주평면에서 물리적으로 45° 기울어진 면에서 발생한다.

④ O. 응력변환 후에도 직교하는 두 면의 수직응력 합은 $\sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y$로 일정하다.

오답 포인트

②는 수직응력의 평균이 중심 좌표라는 사실만 기억하고 가로축과 세로축을 바꾸어 놓은 선지이다. 수직응력은 가로축, 전단응력은 세로축에 놓인다는 점에서 오류를 찾을 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

모어 응력원에서 먼저 축을 σ 가로축 · τ 세로축으로 정한다. 이어 중심은 $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$, 반지름은 최대전단응력, 주평면은 $\tau = 0$인 점으로 판단한다.

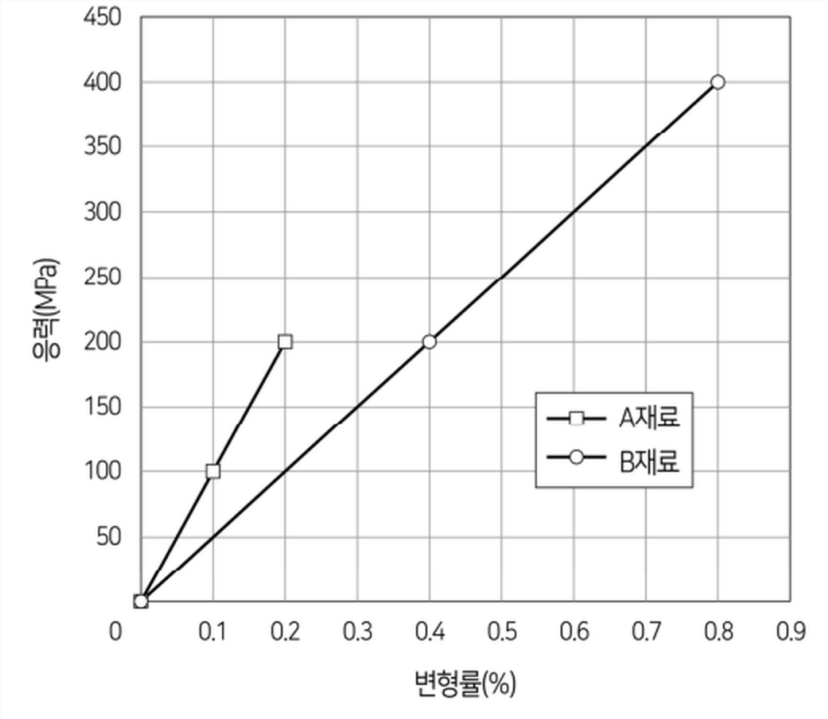
NoteBase

암기 포인트

평균 수직응력은 중심의 가로좌표, 중심의 세로좌표는 0, 최대전단응력은 주평면에서 45 °이다.

NoteBase

문 3. 일축 인장실험을 통해 그림과 같은 응력-변형률 선도를 얻었다. A 재료와 B 재료 모두 선형 탄성변형을 보이다가 각각 200MPa과 400MPa에서 파괴되었다. 이 실험 결과에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, A, B 재료의 단면적은 같다)



① A 재료의 축강성이 B 재료의 축강성보다 작다.

② 응력-변형률 선도로부터 두 재료의 푸아송비를 알 수 있다.

③ A 재료의 탄성계수는 200GPa이다.

④ B 재료의 인장강도가 A 재료의 인장강도보다 크다.

정답 4번

출제 포인트

응력-변형률 선도의 기울기에서 탄성계수 E를 구하고, 파괴 직전의 최대 응력으로 인장강도를 비교하는 문제이다.

조건 정리

A 재료는 변형률 0.2%에서 응력 200 MPa로 파괴되고, B 재료는 변형률 0.8%에서 응력 400 MPa로 파괴된다. 변형률의 % 표기는 소수로 바꾸어 계산한다. 즉 0.2%는 0.002, 0.8%는 0.008이다.

NoteBase

사용할 공식

선형 탄성구간에서는 $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ 이다. 응력-변형률 선도의 기울기가 탄성계수이므로, 세로축 응력과 가로축 변형률의 비로 E를 구한다. 인장강도는 인장시험에서 재료가 견딘 최대 응력으로 판단한다.

계산 과정

A 재료의 탄성계수는 $E_A = \frac{200\text{MPa}}{0.002} = 100{,}000\text{MPa} = 100\text{GPa}$ 이다.
B 재료의 탄성계수는 $E_B = \frac{400\text{MPa}}{0.008} = 50{,}000\text{MPa} = 50\text{GPa}$ 이다.
따라서 선도의 기울기와 같은 재료의 축방향 강성 지표는 A가 B보다 크다. 파괴 시 최대 응력은 A가 200 MPa, B가 400 MPa이다.

선지 판단

① X. A의 탄성계수는 100 GPa이고 B의 탄성계수는 50 GPa이므로, 같은 단면적 조건에서 A의 축방향 강성은 B보다 크다. ‘A 재료의 축강성이 B 재료보다 작다’가 틀린 표현이며, 올바르게는 ‘A 재료의 축강성이 B 재료보다 크다’이다.
② X. 주어진 선도는 축방향 응력과 축방향 변형률만 나타낸다. 푸아송비는 횡변형률과 축변형률의 비이므로 횡변형률 자료가 있어야 한다. ‘응력-변형률 선도로부터 푸아송비를 알 수 있다’가 틀린 표현이며, 올바르게는 ‘횡변형률 자료까지 있어야 푸아송비를 구할 수 있다’이다.
③ X. $E_A = 200\text{MPa}/0.002 = 100\text{GPa}$이다. ‘200 GPa’가 틀린 값이며, 올바른 탄성계수는 100 GPa이다. 이는 0.2%를 0.2로 계산하여 %를 소수로 환산하지 않을 때 생기는 오류이다.
④ O. 인장강도는 파괴 전 최대 응력으로 비교한다. B는 400 MPa, A는 200 MPa에서 파괴되므로 B의 인장강도가 더 크다.

오답 포인트

③에서는 가로축의 0.2%를 반드시 0.002로 바꾸어야 한다. 또한 ①의 강성은 선도의 기울기로, ④의 인장강도는 파괴 시 최대 응력으로 판단하므로 비교 기준이 서로 다르다. ②의 푸아송비는 횡변형률이 없는 이 선도만으로는 구할 수 없다.

다시 나오면 이렇게 판단

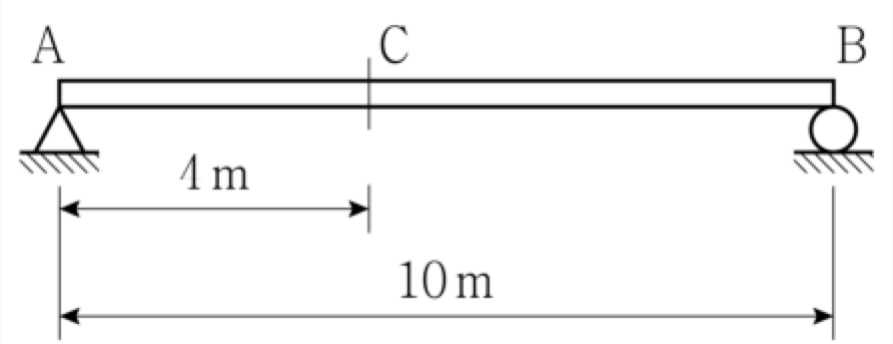
응력-변형률 선도에서는 먼저 변형률의 %를 소수로 환산한 뒤 $E = \sigma/\varepsilon$로 기울기를 비교한다. 이어서 최대 응력으로 인장강도를 판단하고, 횡변형률 자료의 유무로 푸아송비 계산 가능 여부를 판단한다.

암기 포인트

기울기 = 탄성계수, 최대 응력 = 인장강도, 푸아송비 = 횡변형률/축변형률이다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 단순보에서 C점의 전단력에 대한 영향선을 그렸을 때, C점 좌측의 영향선에 의한 면적과 C점 우측의 영향선에 의한 면적의 비는?



① 4 : 6

② 4 : 9

③ 9 : 4

④ 6 : 4

정답 2번

출제 포인트

단순보에서 C점 전단력 영향선의 좌측·우측 삼각형 면적을 구해 그 비를 판단하는 문제이다.

조건 정리

경간은 $L = 10m$이고, $AC = 4m$, $CB = 6m$이다. C점 좌측 영향선은 밑변 $4m$, 높이 4/10인 삼각형이고, 우측 영향선은 밑변 $6m$, 높이 6/10인 삼각형이다. 좌측 영향선은 기준선 아래에 그려지지만, 문제는 면적의 비를 묻고 있으므로 면적의 크기를 사용한다.

사용할 공식

삼각형의 면적은 $A = \frac{1}{2}bh$이다. C점 전단력 영향선은 C점에서 불연속적으로 점프하며, 각 측의 높이는 그 측 길이를 전체 경간 L로 나눈 값이므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

1. C점 좌측 면적은 $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4}{10} = \frac{8}{10}$이다.
2. C점 우측 면적은 $\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{6}{10} = \frac{18}{10}$이다.
3. 따라서 좌측 : 우측 면적은 $\frac{8}{10} : \frac{18}{10} = 4 : 9$이다.

NoteBase

선지 판단

① X. 좌측 : 우측은 4 : 6이 아니다. 틀린 표현은 '4:6'이며, 올바르게는 4 : 9이다. 양쪽의 밑변만 4와 6으로 비교하면 높이 차이 4/10, 6/10을 빠뜨리게 된다.
② O. 좌측 면적은 8/10, 우측 면적은 18/10이므로 약분하면 4 : 9이다.
③ X. '9:4'는 좌측과 우측의 순서를 뒤바꾼 비이다. 올바르게는 좌측 : 우측 = 4 : 9이다.
④ X. 좌측 : 우측은 6 : 4가 아니다. 틀린 표현은 '6:4'이며, 올바르게는 4 : 9이다. 이는 밑변과 높이의 대응을 혼동하여 생기는 값이다.

오답 포인트

①처럼 C점까지의 거리와 나머지 거리만 비교하면 안 된다. 전단력 영향선의 각 삼각형 높이도 각각 4/10, 6/10이므로 면적비는 길이비가 아니라 $4^2 : 6^2$로 판단된다. 또한 ③은 문제의 '좌측 : 우측' 순서를 반대로 쓴 경우이다.

다시 나오면 이렇게 판단

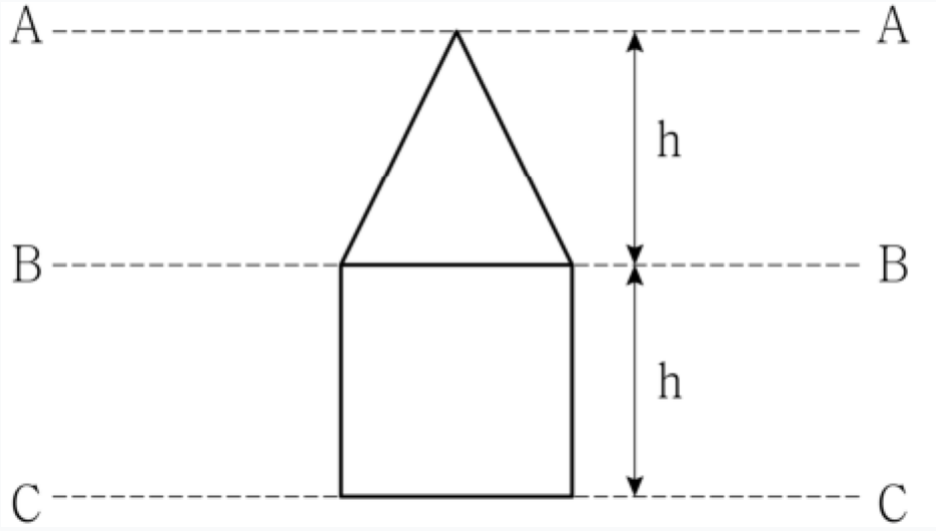
전단력 영향선의 좌우 면적을 물으면 C점을 기준으로 양쪽 길이를 a, b로 둔다. 각 삼각형의 높이는 각각 a/L, b/L이므로 면적비는 $a^2 : b^2$가 된다.

암기 포인트

단순보 C점 전단력 영향선의 좌측 : 우측 면적비는 $AC^2 : CB^2$이다.

NoteBase

문 5. 그림과 같은 도형의 단면 성질에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 단면의 도심은 B-B축 아래에 위치한다.

② 단면 2차 모멘트의 최솟값은 B-B축 위에 위치한다.

③ A-A축에 대한 단면 2차 모멘트가 C-C축에 대한 단면 2차 모멘트보다 크다.

④ B-B축에 대한 단면 2차 모멘트가 C-C축에 대한 단면 2차 모멘트보다 작다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 직사각형과 삼각형으로 이루어진 합성단면의 도심과 평행축정리를 이용하여 각 수평축에 대한 단면 2차 모멘트를 비교하는 문제이다.

조건 정리

단면의 폭을 b라 두면, 아래 직사각형은 높이 h, 위 삼각형은 밑변 b, 높이 h이다.
C-C축에서 위쪽으로 잰 도심 위치는 직사각형이 $h/2$, 삼각형이 $4h/3$이다.
전체 높이는 $2h$이고, A-A축 · B-B축 · C-C축은 서로 평행하다.

사용할 공식

합성단면의 도심은 $\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$로 구한다. 평행한 축에 대해서는 $I = I_G + Ad^2$가 성립하므로, 단면 2차 모멘트는 도심축에서 최소이다.
이 공식은 각 부분 단면의 도심축 단면 2차 모멘트를 기준축으로 옮겨 합산할 때 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 전체 도심은 $\bar{y} = \frac{bh \cdot (h/2) + (bh/2) \cdot (4h/3)}{bh + bh/2} = \frac{7h}{9}$이다. 따라서 도심은 B-B축보다 $h - 7h/9 = 2h/9$만큼 아래에 있다.
2. B-B축에 대한 단면 2차 모멘트는 $I_{BB} = \frac{bh^3}{3} + \frac{bh^3}{12} = \frac{5bh^3}{12}$이다.
3. C-C축에 대해서는 $I_{CC} = \frac{bh^3}{3} + \left(\frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2}\left(\frac{4h}{3}\right)^2\right) = \frac{5bh^3}{4}$이다. A-A축에 대해서는 $I_{AA} = \left(\frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{3h}{2}\right)^2\right) + \frac{bh^3}{6} = \frac{5bh^3}{2}$이다.

선지 판단

① O. 전체 도심은 C-C축에서 $7h/9$ 위에 있으므로 B-B축보다 $2h/9$ 아래에 위치한다.
② X. 평행한 수평축 중 단면 2차 모멘트는 도심을 지나는 축에서 최소이다. 도심은 B-B축 아래에 있으므로 최소 단면 2차 모멘트의 축도 B-B축 아래에 위치한다. 틀린 표현은 ‘B-B축 위’이며, 올바르게는 ‘B-B축 아래’이다.
③ O. $I_{AA} = 5bh^3/2$, $I_{CC} = 5bh^3/4$이므로 A-A축에 대한 값이 더 크다.
④ O. $I_{BB} = 5bh^3/12$, $I_{CC} = 5bh^3/4$이므로 B-B축에 대한 값이 더 작다.

오답 포인트

②는 도형의 가운데인 B-B축을 도심축으로 오인하기 쉽다는 점이 함정이다. 삼각형의 도심은 밑변 B-B축에서 $h/3$ 위에 있지만, 아래 직사각형의 면적이 더 크므로 전체 도심은 B-B축 아래로 내려간다.

다시 나오면 이렇게 판단

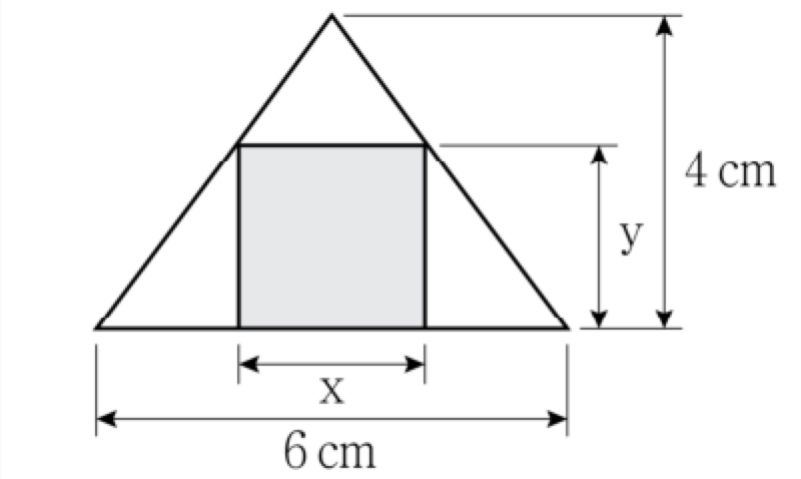
합성단면은 각 부분의 면적과 도심 위치로 전체 도심을 먼저 구한다. 이어서 비교할 축들이 평행하면 도심축에서 멀어질수록 Ad^2만큼 단면 2차 모멘트가 커진다고 판단한다.

암기 포인트

평행축정리 $I = I_G + Ad^2$: 도심축이 최소이고, 축에서 멀수록 단면 2차 모멘트는 커진다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 이등변삼각형의 내부에 최대의 단면계수를 가지는 직사각형을 만들 때, 직사각형의 높이 y[cm]는?



① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ 2

④ $\frac{8}{3}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 이등변삼각형 안에 든 직사각형의 단면계수 Z가 최대가 되도록 높이 y를 구하는 문제이다. 최대 단면적이 아니라 직사각형의 단면계수 $Z = xy^2/6$를 최대화한다.

조건 정리

삼각형의 밑변은 $6cm$, 높이는 $4cm$이다. 직사각형의 폭은 x, 높이는 y이다. 닮음 관계로 높이 y에서의 삼각형 폭, 곧 직사각형 폭은 $x = 6(1 - y/4) = 6 - 3y/2$가 된다.

사용할 공식

직사각형이 밑변과 평행한 중심축에 대하여 휠 때의 단면계수는 $Z = I/c = (xy^3/12)/(y/2) = xy^2/6$이다. 폭 x가 높이 y에 따라 달라지므로, $x = 6 - 3y/2$를 대입한 Z를 최대화한다.

NoteBase

계산 과정

$Z = \frac{xy^2}{6} = \frac{(6 - 3y/2)y^2}{6} = y^2 - \frac{y^3}{4}$
$\frac{dZ}{dy} = 2y - \frac{3y^2}{4} = y\left(2 - \frac{3y}{4}\right)$
$y > 0$이므로 $2 - 3y/4 = 0$에서 $y = 8/3$이다. $0 < y < 4$에서 양 끝에서는 단면계수가 0이므로, 내부 임계값 $y = 8/3$에서 단면계수가 최대이다.

선지 판단

① X: $y = 2/3$은 단면계수를 최대로 하지 않는다. 틀린 값 2/3 → 올바르게는 $y = 8/3$이다.
② X: $y = 4/3$은 단면계수를 최대로 하지 않는다. 틀린 값 4/3 → 올바르게는 $y = 8/3$이다.
③ X: $y = 2$는 직사각형의 단면적 xy를 최대화할 때의 높이이다. 이 문제는 단면계수 $xy^2/6$를 묻는다. 틀린 값 2 → 올바르게는 $y = 8/3$이다.
④ O: $y = 8/3$이면 $dZ/dy = 0$이고 내부에서 단면계수가 최대가 된다.
계산 결과 $y = 8/3$이므로 정답은 4번이다.

오답 포인트

③의 $y = 2$는 단면적 xy의 최대값을 구했을 때 나온다. 단면계수는 높이가 제곱으로 반영되는 $xy^2/6$이므로, 면적 최대 조건을 그대로 쓰면 안 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

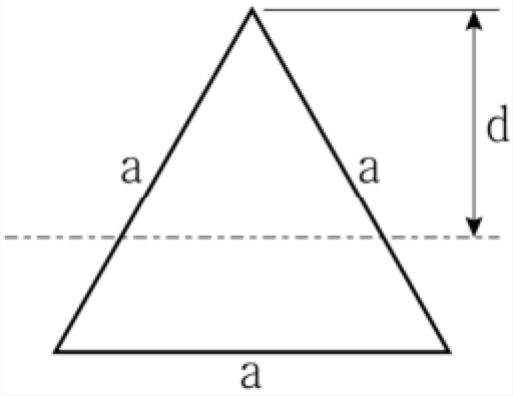
삼각형 내부 직사각형 문제에서는 먼저 닮음으로 x를 y의 식으로 바꾼다. 그다음 요구량이 면적인지, 단면2차모멘트인지, 단면계수인지 확인하여 해당 식을 최대화한다.

암기 포인트

직사각형 단면계수는 $Z = bh^2/6$이다. 높이는 제곱으로 작용한다.

NoteBase

문 7. 그림과 같은 변의 길이가 a인 정삼각형 단면의 보에 휨모멘트가 작용하여 전 단면이 항복하였다면, 상부 꼭짓점으로부터 소성 중립축까지의 거리 d는? (단, 재료는 완전탄소성거동을 한다)



① $\frac{a}{3}$
② $\frac{\sqrt{2}a}{3}$
③ $\frac{\sqrt{6}a}{4}$
④ $\frac{\sqrt{2}a}{2}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 완전탄소성 상태에서 소성중립축이 단면을 같은 면적으로 나눈다는 조건을 이용하여 정삼각형 단면의 위치를 구하는 문제이다.

조건 정리

정삼각형의 한 변은 a이고 높이는 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$이다. 전 단면 항복 및 완전탄소성 거동에서는 압축측과 인장측의 응력이 모두 항복응력 크기로 일정하므로, 축력의 합이 0이 되려면 소성중립축 양쪽의 면적이 같아야 한다.

사용할 공식

상부 꼭짓점에서 소성중립축까지 거리 d인 상부 작은 삼각형은 원래 삼각형과 닮음이다. 따라서 상부 면적의 비는 $\left(\frac{d}{h}\right)^2$이다.

$\left(\frac{d}{h}\right)^2 = \frac{1}{2}$

이 식을 쓰는 이유는 소성중립축이 전체 단면적을 압축측과 인장측으로 각각 절반씩 나누어야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 상부 작은 삼각형의 면적은 전체 단면적의 절반이므로 ≤ft((d)/(h))^2=12이다.
2. 따라서 d=(h)/(2)이다.
3. h=(3)/(2)a를 대입하면 d=(1)/(2)·(3)/(2)a=(6)/(4)a이다.

선지 판단

① X: 제시값 $\frac{a}{3}$은 면적을 절반으로 나누는 위치가 아니다. 틀린 표현 $\frac{a}{3}$ → 올바르게는 (6)/(4)a이다.
② X: 제시값 (2)/(3)a은 닮은 삼각형의 면적비가 길이비의 제곱이라는 점을 반영하지 못한 값이다. 틀린 표현 (2)/(3)a → 올바르게는 (6)/(4)a이다.
③ O: d=(6)/(4)a는 상부 삼각형의 면적을 전체의 절반으로 만들어 압축력과 인장력의 크기를 같게 한다.
④ X: 제시값 (2)/(2)a는 정삼각형 높이 (3)/(2)a를 함께 고려한 결과가 아니다. 틀린 표현 (2)/(2)a → 올바르게는 (6)/(4)a이다.

오답 포인트

소성중립축은 도심을 지나는 탄성중립축과 다르다. 이 문제에서는 길이를 절반으로 나누는 것이 아니라, 닮은 삼각형의 면적이 절반이 되도록 해야 하므로 길이비에 제곱이 붙는다.

다시 나오면 이렇게 판단

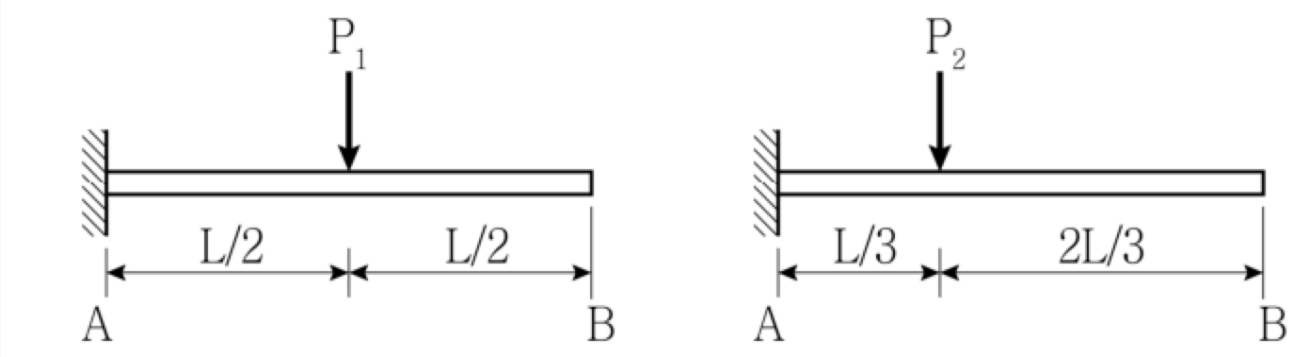
완전탄소성 휨 문제에서는 먼저 소성중립축 양쪽의 면적을 같게 둔다. 그다음 단면이 삼각형처럼 닮음 관계를 가지면 면적비를 길이비의 제곱으로 바꾸어 위치를 구한다.

암기 포인트

완전탄소성 소성중립축: 압축면적 = 인장면적, 닮은 도형에서는 면적비 = 길이비의 제곱이다.

NoteBase

문 8. 그림과 같은 전체 길이가 L인 두 캔틸레버보의 자유단 B에서의 처짐이 같을 때, 각 캔틸레버보에 작용하는 하중 P_1과 P_2의 비$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$는? (단, 보의 휨강성은 EI로 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{64}{135}$
② $\frac{32}{135}$
③ $\frac{16}{45}$
④ $\frac{32}{45}$

정답 1번

출제 포인트

고정단에서 거리 a인 집중하중을 받는 캔틸레버보의 자유단 처짐식을 적용하여 두 하중의 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

두 보의 전체 길이와 EI는 같고 자유단 B의 처짐도 같다. 왼쪽 보의 하중 위치는 $a_1 = L/2$, 오른쪽 보의 하중 위치는 $a_2 = L/3$이다.

사용할 공식

고정단에서 a 떨어진 곳에 집중하중 P가 작용할 때 자유단 처짐은 $\delta_B = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI}$이다. 하중이 자유단이 아니라 보의 중간에 작용하므로 자유단 집중하중의 처짐식 $PL^3/(3EI)$가 아니라 이 식을 사용한다.

계산 과정

왼쪽 보는 $\delta_{B1} = \frac{P_1(L/2)^2(3L-L/2)}{6EI} = \frac{5P_1L^3}{48EI}$이다.
오른쪽 보는 $\delta_{B2} = \frac{P_2(L/3)^2(3L-L/3)}{6EI} = \frac{4P_2L^3}{81EI}$이다.
두 처짐이 같으므로 $\frac{5P_1L^3}{48EI} = \frac{4P_2L^3}{81EI}$이고, 공통항을 약분하면 $\frac{P_1}{P_2} = \frac{4\times 48}{81\times 5} = \frac{64}{135}$이다.

NoteBase

선지 판단

① O. 계산 결과 $P_1/P_2 = 64/135$이므로 옳다.
② X. $P_1/P_2 = 32/135$라는 표현이 틀렸다. 올바르게는 $P_1/P_2 = 64/135$이다.
③ X. $P_1/P_2 = 16/45$라는 표현이 틀렸다. 올바르게는 $P_1/P_2 = 64/135$이다. 하중 위치 a가 식에서 제곱으로 반영되는 점을 빠뜨리면 이런 오답이 나올 수 있다.
④ X. $P_1/P_2 = 32/45$라는 표현이 틀렸다. 올바르게는 $P_1/P_2 = 64/135$이다. 처짐식의 $3L - a$ 항이나 분수 약분을 잘못 처리한 값이다.

오답 포인트

두 보의 길이와 EI가 같아도 하중 위치가 다르므로 단순히 $P_1 = P_2$로 둘 수 없다. 자유단 처짐은 $a^2(3L - a)$에 비례하므로 고정단에 가까운 $L/3$ 위치의 하중은 같은 처짐을 만들려면 더 커야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

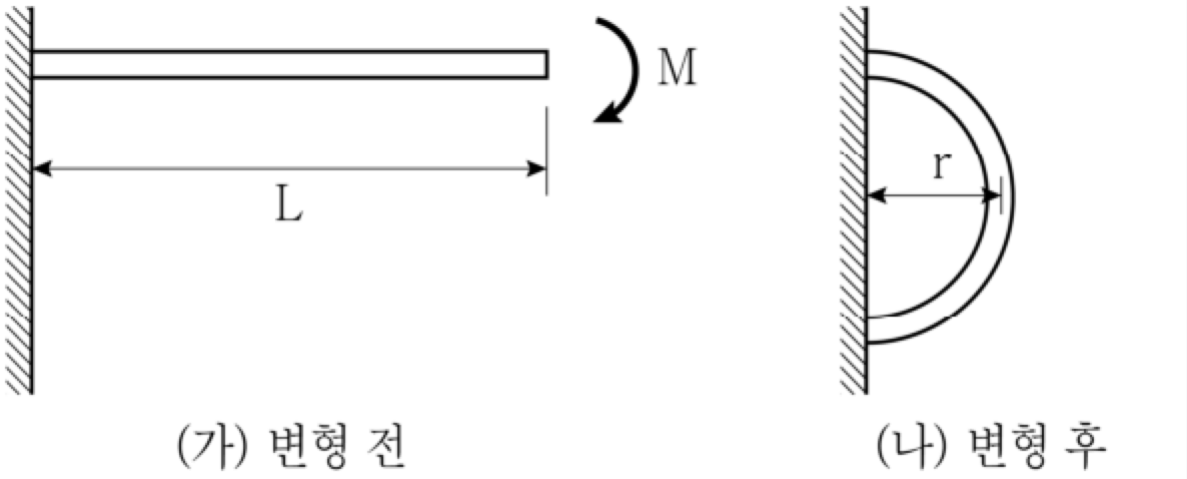
캔틸레버보의 자유단 처짐을 비교할 때는 먼저 하중의 고정단 기준 거리 a를 정하고, $\delta_B = Pa^2(3L - a)/(6EI)$에 각각 대입한 뒤 공통인 L, EI, 처짐을 약분하여 하중비를 구한다.

암기 포인트

캔틸레버보의 중간 집중하중 자유단 처짐은 $Pa^2(3L - a)/(6EI)$이며, 하중 위치 a가 고정단에서 멀수록 처짐 영향이 커진다.

NoteBase

문 9. 그림 (가)의 왼쪽 끝단이 고정된 길이 L인 캔틸레버보 오른쪽 끝단에 집중모멘트 M을 작용하면, 그림 (나)와 같이 캔틸레버보가 반지름 r인 반원 형태로 변형되어 오른쪽 끝단이 왼쪽 벽에 닿았을 때의 설명으로 옳은 것은? (단, 보의 휨강성은 EI로 일정하고, 변형 전과 변형 후의 보 전체 길이는 L로 변하지 않으며, 구조물의 자중은 무시한다)



① 변형 후 반원의 곡률은 $\frac{2\pi}{L}$이다.

② 변형 후 보의 길이 $L = \frac{\pi EI}{M}$이다.

③ 집중모멘트 $M = \frac{EI}{L}$이다.

④ 변형 후 반원의 지름은 $\frac{EI}{M}$이다.

정답 2번

출제 포인트

일정한 끝단 집중모멘트를 받는 캔틸레버보의 곡률 관계 $\kappa = M/EI = 1/r$와 반원 호의 길이 관계를 적용하는 문제이다.

조건 정리

보의 휨강성은 EI로 일정하고, 집중모멘트만 작용하므로 보 내부의 휨모멘트는 전 구간에서 M으로 일정하다. 변형 후 중심선은 반지름 r인 반원이며, 보의 원래 길이와 변형 후 호의 길이는 모두 L이다.

사용할 공식

휨모멘트와 곡률의 관계는 $M = EI\kappa = EI/r$이다. 반원의 호 길이는 $L = \pi r$이다. 이 문제는 휨모멘트가 일정하여 곡률도 일정하므로, 변형 형상이 일정 반지름의 원호가 되기 때문에 이 두 관계를 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 반원 호의 길이에서 $L = \pi r$이므로 $r = L/\pi$이다.
2. 곡률은 $\kappa = 1/r = \pi/L$이다.
3. $M = EI/r$에 $r = L/\pi$를 대입하면 $M = \pi EI/L$이다. 따라서 $L = \pi EI/M$이다.

선지 판단

① X. 변형 후 곡률은 $2\pi/L$가 아니라 π/L이다. 틀린 표현 $2\pi/L$은 반원 호 길이를 $2\pi r$로 잘못 본 경우의 값이며, 반원의 호 길이는 πr이다.
② O. $M = \pi EI/L$를 L에 관하여 정리하면 $L = \pi EI/M$이므로 옳다.
③ X. 집중모멘트는 $M = EI/L$가 아니라 $M = \pi EI/L$이다. π를 빠뜨리면 반원 호 길이 $L = \pi r$의 조건을 반영하지 못한다.
④ X. EI/M은 반지름 r이다. 틀린 표현은 '반원의 지름'이며, 올바르게는 반원의 지름이 $2r = 2EI/M$이다.

오답 포인트

①과 ③은 반원과 원 전체의 호 길이를 혼동하여 π 또는 2π를 잘못 처리한 경우이다. ④는 $r = EI/M$을 구한 뒤 반지름과 지름을 구별하지 않은 경우이다.

다시 나오면 이렇게 판단

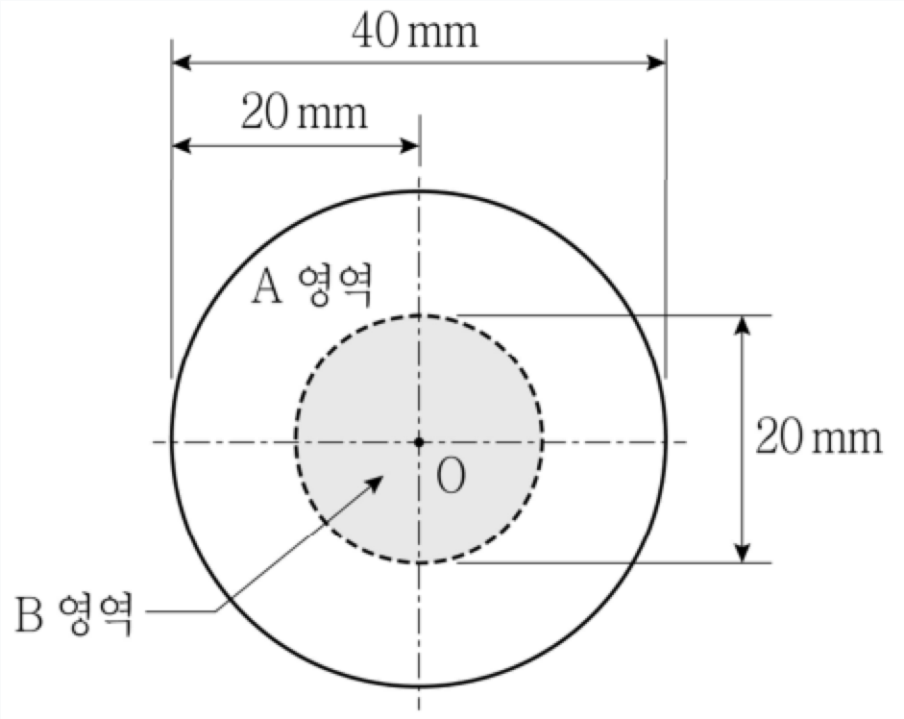
끝단 모멘트만 작용하면 먼저 $M/EI = 1/r$로 일정 곡률 여부를 판단한다. 이어서 변형 형상의 중심각 θ에 대해 $L = r\theta$를 적용한다. 반원에서는 $\theta = \pi$이므로 $L = \pi r$이다.

암기 포인트

일정 모멘트이면 일정 곡률, 반원 호 길이는 $L = \pi r$, 지름은 $2r$이다.

NoteBase

문 10. 그림과 같은 직경 40mm인 중실원형 단면을 갖는 부재가 비틀림모멘트를 받고 있다. B 영역은 전단에 대해 선형탄성거동을 하고, A 영역은 전단에 대해 모두 항복하였다면, 비틀림모멘트[kN · m]는? (단, 재료는 전단에 대해 완전탄소성거동을 하고 전단항복응력은 30MPa이다)



① 0.078π

② 0.105π

③ 0.155π

④ 0.310π

정답 3번

출제 포인트

A 영역이 모두 항복한 순간의 소성 비틀림모멘트와 B 영역의 탄성 비틀림모멘트를 각각 구한 뒤 합산하는 문제이다.

조건 정리

외반지름은 $R = 20mm$, A와 B의 경계 반지름은 $c = 10mm$, 전단항복응력은 $\tau_Y = 30MPa = 30N/mm^2$ 이다.

A 영역 10≤ r≤20 mm은 모두 항복했으므로 $\tau = \tau_Y$가 일정하다. B 영역 0≤ r≤10 mm은 선형탄성이므로 전단응력이 중심에서 0, 경계에서 τ_Y까지 반지름에 비례한다.

NoteBase

사용할 공식

미소 면적 $dA = 2\pi r dr$가 만드는 미소 토크는 $dT = \tau r dA = 2\pi\tau r^2 dr$이다. 따라서
$T_A = 2\pi\int_c^R \tau_Y r^2 dr$
이고, B 영역은 원형 단면의 탄성 비틀림 공식
$T_B = \frac{\tau_{B,\max} J_B}{c}, \qquad J_B = \frac{\pi c^4}{2}$
를 사용한다. A에서는 항복 후 응력이 일정하고 B에서는 응력이 반지름에 비례하므로 두 영역에 서로 다른 응력분포를 적용해야 한다.

계산 과정

1. A 영역의 토크는
$T_A = 2\pi(30)\int_{10}^{20} r^2 dr = 2\pi(30)\frac{20^3 - 10^3}{3} = 140{,}000\pi N\cdot mm$
이다.
2. B 영역의 경계에서 $\tau_{B,\max} = 30 N/mm^2$이고,
$J_B = \frac{\pi(10)^4}{2} = 5{,}000\pi mm^4$
이므로
$T_B = \frac{30(5{,}000\pi)}{10} = 15{,}000\pi N\cdot mm$
이다.
3. 전체 비틀림모멘트는
$T = T_A + T_B = 155{,}000\pi N\cdot mm = 0.155\pi kN\cdot m$
이다.

선지 판단

① X — $0.078\pi kN\cdot m$는 A와 B의 토크를 합한 $0.155\pi kN\cdot m$와 일치하지 않는다. 틀린 값 0.078π는 0.155π로 고쳐야 한다.
② X — $0.105\pi kN\cdot m$는 전체 토크보다 작으며, 계산된 $T_A + T_B$와 일치하지 않는다. 틀린 값 0.105π는 0.155π로 고쳐야 한다.
③ O — A의 소성 토크 $0.140\pi kN\cdot m$와 B의 탄성 토크 $0.015\pi kN\cdot m$를 합하면 $0.155\pi kN\cdot m$이다.
④ X — $0.310\pi kN\cdot m$는 계산된 전체 토크 $0.155\pi kN\cdot m$의 2배이다. 틀린 값 0.310π는 0.155π로 고쳐야 한다.

오답 포인트

A 영역이 모두 항복했다고 해서 단면 전체가 같은 전단응력을 갖는 것은 아니다. A에는 일정한 항복응력을 적용하지만, 아직 탄성인 B에는 중심에서 0부터 경계의 항복응력까지 선형으로 변하는 응력분포를 적용한다. 또한 $N\cdot mm$를 $kN\cdot m$로 바꿀 때는 10^6으로 나눈다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

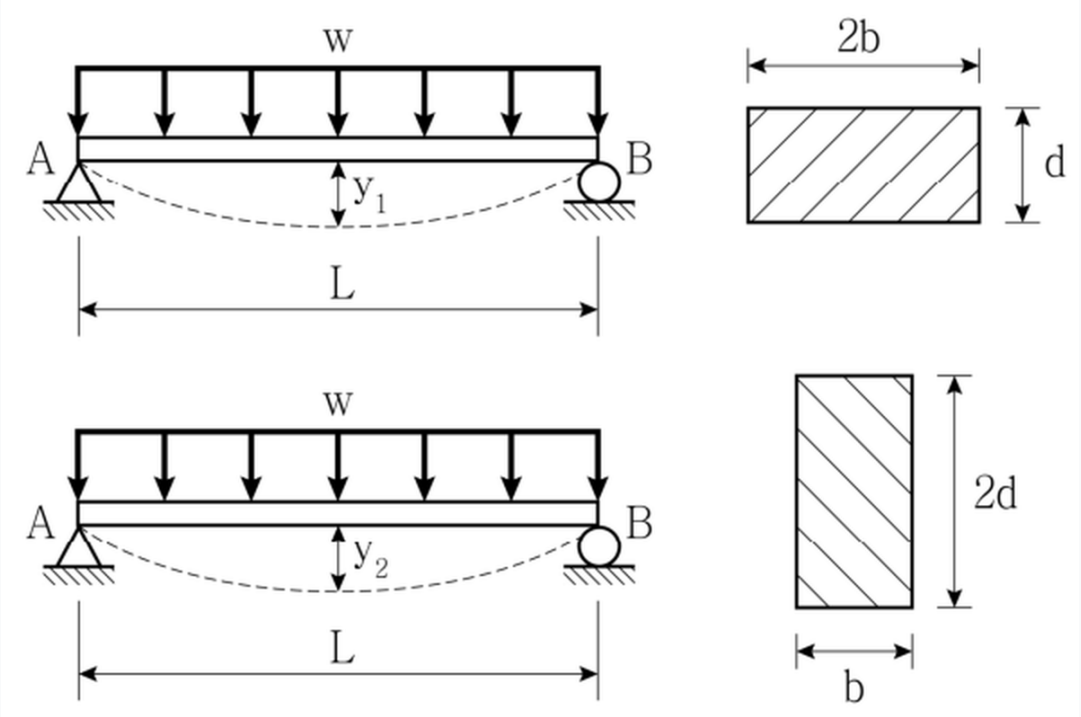
탄소성 비틀림 문제에서는 단면을 소성 영역과 탄성 영역으로 나누고, 각 영역의 실제 전단응력분포로 토크를 구한 다음 합산하고 단위를 변환한다.

암기 포인트

소성 영역은 $\tau = \tau_Y$, 탄성 코어는 $\tau \propto r$, 전체 토크는 두 영역 토크의 합이다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 길이는 같고 단면형상이 다른 단순보에 등분포하중 w가 작용할 때, 처짐 y_2는 처짐 y_1의 몇 배인가? (단, 보의 탄성계수는 E로 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① 0.25

② 0.5

③ 2.0

④ 4.0

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 단순보의 최대처짐이 단면2차모멘트 I에 반비례한다는 원리로 y_2/y_1을 구하는 문제이다.

조건 정리

두 보는 길이 L, 등분포하중 w, 탄성계수 E가 같다. 위 단면의 폭과 높이는 각각 $2b$, d이고, 아래 단면의 폭과 높이는 각각 b, $2d$이다. 직사각형 단면의 수평 중심축에 대한 단면2차모멘트는 $I = bh^3/12$이다.

사용할 공식

등분포하중을 받는 단순보의 최대처짐은 $y_{max} = 5wL^4/(384EI)$이다. 두 보에서 w, L, E가 같으므로 처짐의 비는 $y_2/y_1 = I_1/I_2$로 구한다.

NoteBase

계산 과정

1. 위 단면의 단면2차모멘트는 $I_1 = (2b)d^3/12 = bd^3/6$이다.
2. 아래 단면의 단면2차모멘트는 $I_2 = b(2d)^3/12 = 2bd^3/3 = 4I_1$이다.
3. 따라서 $y_2/y_1 = I_1/I_2 = 1/4 = 0.25$이다.

선지 판단

① O: $I_2 = 4I_1$이므로 $y_2 = y_1/4 = 0.25y_1$이다.
② X: 0.5배가 되려면 $I_2 = 2I_1$이어야 한다. 틀린 값 0.5 → 올바르게는 0.25이다.
③ X: 2.0배는 아래 보의 처짐이 두 배라는 뜻이나, 아래 보는 높이가 두 배여서 I가 네 배이고 처짐은 오히려 1/4배이다. 틀린 값 2.0 → 올바르게는 0.25이다.
④ X: 4.0배는 단면2차모멘트의 비 $I_2/I_1 = 4$를 처짐비로 잘못 쓴 값이다. 처짐비는 그 역수이므로 틀린 값 4.0 → 올바르게는 0.25이다.

오답 포인트

④처럼 $I_2/I_1 = 4$를 그대로 처짐비로 쓰기 쉽다. 처짐은 강성 EI에 반비례하므로 단면2차모멘트가 커진 아래 보는 더 적게 처진다. 또한 직사각형 단면에서는 높이 h가 세제곱으로 반영된다.

다시 나오면 이렇게 판단

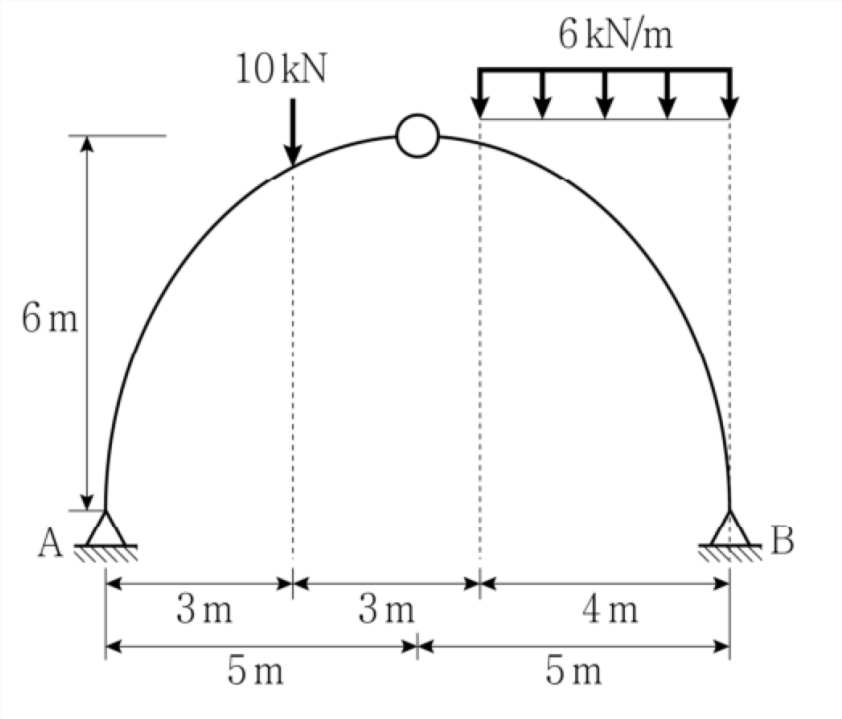
같은 하중·경간·탄성계수 조건에서는 먼저 각 단면의 $I = bh^3/12$를 구하고, 처짐비는 단면2차모멘트비의 역수로 판단한다.

암기 포인트

단순보 처짐은 $y \propto 1/(EI)$, 직사각형 단면은 $I \propto bh^3$이다.

NoteBase

문 12. 그림과 같은 집중하중과 등분포하중을 받는 3힌지 아치에서 지점 A의 수평반력[kN]은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 5.5

② 6.0

③ 6.5

④ 7.0

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 3힌지 아치의 전체 평형과 꼭지 힌지의 모멘트 평형을 이용하여 지점 A의 수평반력을 구하는 문제이다.

조건 정리

아치의 경간은 $10m$이고, 꼭지 힌지는 A에서 수평으로 $5m$, 높이 $6m$에 있다. 집중하중은 A에서 $3m$ 지점에 $10kN$으로 작용한다. 등분포하중 $6kN/m$은 오른쪽 $4m$ 구간에 작용하므로 합력은 $24kN$이고, A에서 $8m$ 지점에 작용한다.

사용할 공식

전체 아치에 대해 $\sum M_A = 0$, $\sum V = 0$을 적용하여 수직반력을 구한다. 이어 꼭지 힌지는 모멘트를 전달하지 않으므로, 왼쪽 절점에 대해 꼭지 힌지점의 모멘트 평형 $\sum M_C = 0$을 적용한다.

NoteBase

계산 과정

1. A점에 대한 전체 모멘트 평형은 $B_y \cdot 10 - 10 \cdot 3 - 24 \cdot 8 = 0$이므로 $B_y = 22.2kN$이다.
2. 수직력 평형에서 $A_y + B_y = 10 + 24 = 34kN$이므로 $A_y = 11.8kN$이다.
3. 왼쪽 절점을 분리하여 꼭지 힌지 C점에 대한 모멘트를 취하면 $6H_A - 5A_y + 10 \cdot 2 = 0$이다. 따라서 $6H_A - 5(11.8) + 20 = 0$이고, $H_A = 6.5kN$이다. 반력의 실제 방향은 오른쪽이지만, 문제는 수평반력의 크기를 묻는다.

선지 판단

① X: 수평반력은 $5.5kN$이 아니다. 틀린 표현은 '5.5'이며, 꼭지 힌지에 대한 모멘트 평형으로 구한 값은 $6.5kN$이다.
② X: 수평반력은 $6.0kN$이 아니다. 틀린 표현은 '6.0'이며, 올바른 값은 $6.5kN$이다.
③ O: $H_A = 6.5kN$이므로 옳다.
④ X: 수평반력은 $7.0kN$이 아니다. 틀린 표현은 '7.0'이며, 올바르게는 $6.5kN$이다.

오답 포인트

등분포하중을 단순히 $6kN$으로 보거나, 그 합력의 작용점을 하중구간의 중앙인 A에서 $8m$ 지점으로 두지 않으면 수직반력부터 달라진다. 또한 3힌지 아치에서는 꼭지 힌지에 대한 모멘트가 0이라는 조건을 사용해야 수평반력을 구할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

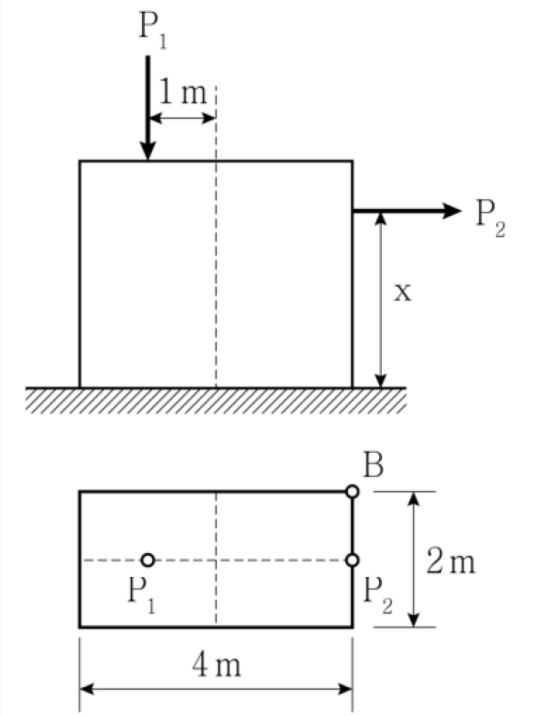
3힌지 아치는 먼저 전체 평형으로 수직반력을 구하고, 다음으로 꼭지 힌지를 기준으로 한쪽 절점의 모멘트 평형을 세워 수평반력을 구한다. 등분포하중은 항상 하중세기와 재하길이의 곱으로 합력으로 바꾸고, 그 중앙에 작용시키는지 확인한다.

암기 포인트

3힌지 아치: 전체 평형으로 A_y, B_y를 구한 뒤, 꼭지 힌지 모멘트 0으로 H를 구한다.

NoteBase

문 13. 그림과 같은 단주에 하중 P_1과 P_2가 작용하고 있다. 단주 하부 B점에서 압축응력이 발생하기 위한 길이 x에 대한 조건식은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① $x \geq \frac{P_1}{3P_2}$
② $x \leq \frac{P_1}{3P_2}$
③ $x \geq \frac{2P_2}{P_1}$
④ $x \leq \frac{2P_2}{P_1}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 편심축하중 P_1과 수평하중 P_2가 만드는 전도모멘트를 합성하여, 기초 저면의 B점에 압축응력(_B≥0)이 남는 x의 조건을 구하는 문제이다.

조건 정리

저면의 폭은 $4m$, 깊이는 $2m$이므로 $A = 4 \times 2 = 8m^2$이다.
B점은 도심에서 오른쪽으로 $c = 2m$ 떨어져 있다.
B점 압력 분포에 쓰는 도심축 단면2차모멘트는 $I = 2 \times 4^3/12 = 32/3m^4$이다.
P_1의 작용선은 도심에서 왼쪽으로 $1m$ 편심되어 B점의 압축응력을 줄이고, 높이 x에서 오른쪽으로 작용하는 P_2는 B점의 압축응력을 늘린다.

NoteBase

사용할 공식

저면의 한 점에서의 수직응력은 축력에 의한 균등응력과 모멘트에 의한 휨응력을 합하여 구한다.
$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$
여기서는 B점에서 P_1에 의한 효과와 P_2x에 의한 효과의 부호가 반대이므로 두 효과를 대수적으로 합한다.

계산 과정

1. P_1만 고려하면 B점 응력은 $P_1/8 - P_1(1m)(2m)/(32/3m^4) = -P_1/(16m^2)$이다. 즉, P_1은 B점을 들리게 하는 방향으로 작용한다.
2. 수평하중의 전도모멘트는 $M_2 = P_2x$이고, 이것이 B점에 만드는 압축응력은 $M_2c/I = 3P_2x/(16m^3)$이다.
3. 따라서 $\sigma_B = (3P_2x - P_1(1m))/(16m^3)$이다. B점에 압축응력이 발생하려면 _B≥0이므로 $x \geq P_1(1m)/(3P_2)$이다. 선지에서는 길이를 m로 표시한 수치로 쓰므로 $x \geq P_1/(3P_2)$가 된다.

선지 판단

① O. $x \geq P_1/(3P_2)$이면 P_2의 전도모멘트가 P_1의 편심효과를 상쇄하여 B점 응력이 0 이상이 된다.
② X. '$x \leq P_1/(3P_2)$'의 부등호 방향이 틀렸다. 올바르게는 $x \geq P_1/(3P_2)$이다. x가 작으면 B점은 압축되지 않고 인장(들림) 상태가 된다.
③ X. '$2P_2/P_1$'는 하중의 비를 거꾸로 놓았고, P_1의 $1m$ 편심도 반영하지 못했다. 올바른 경계는 $x \geq P_1(1m)/(3P_2)$이다.
④ X. 'x≤2P_2/P_1'는 우변의 하중비가 잘못되었고 부등호도 반대이다. 올바르게는 $x \geq P_1(1m)/(3P_2)$이다.

오답 포인트

P_1이 도심의 왼쪽에 작용하므로 B점에는 압축이 아니라 들림 방향의 효과를 낸다는 점이 핵심이다. P_2의 작용높이 x가 커질수록 B점의 압축응력은 커지므로, 조건식의 부등호는 ≥가 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

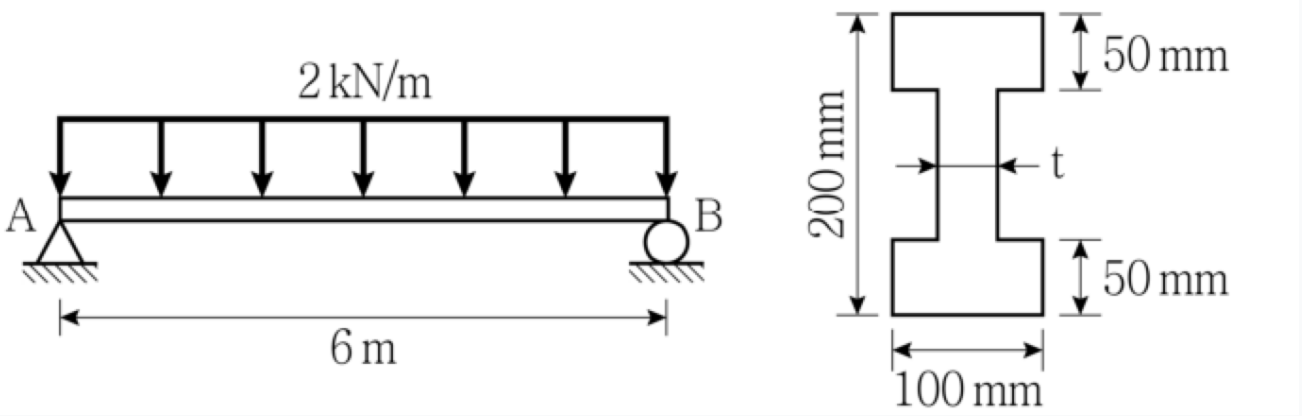
편심축하중과 수평하중이 함께 작용하면 먼저 구하려는 저면 모서리를 정하고, 각 하중이 그 점의 접지압을 증가시키는지 감소시키는지 부호를 정한다. 이어서 P/A와 Mc/I를 합산한 뒤, 압축 조건을 σ≥0으로 놓아 미지수를 구한다.

암기 포인트

저면 모서리의 접지압은 '축력 P/A ± 모멘트 Mc/I'이며, 들림을 막는 조건은 해당 모서리에서 σ≥0이다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 일정한 단면을 갖는 단순보의 허용 휨응력이 15MPa일 때, 보에 작용하는 등분포하중 2kN/m를 견디기 위한 복부의 최소 폭 t[mm]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 20

② 25

③ 30

④ 50

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 단순보의 최대휨모멘트와 대칭 I형 단면의 단면2차모멘트를 이용하여 허용휨응력을 만족하는 최소 복부 폭 t를 구하는 문제이다.

조건 정리

보의 경간은 $L = 6m$, 등분포하중은 $w = 2kN/m$, 허용휨응력은 $15MPa = 15N/mm^2$이다.
전체 높이가 $200mm$인 대칭 단면이므로 중립축은 중앙에 있고, 최외단까지의 거리는 $c = 100mm$이다.
상·하 플랜지는 각각 폭 $100mm$, 높이 $50mm$이며, 복부의 높이는 $100mm$이다.

사용할 공식

단순보가 전 경간에 등분포하중을 받을 때 최대휨모멘트는
$M_{max} = \frac{wL^2}{8}$
이다. 휨응력은
$\sigma = \frac{Mc}{I}$
로 구한다. 이 보의 최대휨모멘트는 중앙에서 발생하므로, 그 단면의 I가 허용휨응력을 만족해야 한다.

NoteBase

계산 과정

1. 최대휨모멘트는 $M_{max} = 2 \times 6^2/8 = 9kN \cdot m = 9 \times 10^6 N \cdot mm$이다.
2. 필요한 단면2차모멘트는 $I_{req} = Mc/\sigma_{allow} = (9 \times 10^6 \times 100)/15 = 60 \times 10^6 mm^4$이다.
3. 플랜지 중심은 중립축에서 $75mm$ 떨어져 있다. 따라서 두 플랜지와 복부를 합한 단면2차모멘트는 $I = 2\left(\frac{100 \times 50^3}{12} + (100 \times 50) \times 75^2\right) + \frac{t \times 100^3}{12} = 58.333 \times 10^6 + 0.08333 \times 10^6 t(mm^4)$ 이다. $I \geq I_{req}$를 적용하면 58.333+0.08333t≥60이므로 t≥20 mm이다.

선지 판단

① O. $t = 20mm$이면 $I = 60.0 \times 10^6 mm^4$가 되어 허용휨응력 $15MPa$에 정확히 도달한다. 따라서 최소 폭은 $20mm$이다.
② X. $t = 25mm$이면 허용휨응력은 만족하지만 최소값이 아니다. '최소 폭 $t = 25mm$' → '최소 폭 $t = 20mm$'로 고쳐야 한다.
③ X. $t = 30mm$도 충분히 안전한 폭이지만 최소 폭이 아니다. '최소 폭 $t = 30mm$' → '최소 폭 $t = 20mm$'로 고쳐야 한다.
④ X. $t = 50mm$도 허용응력을 넘지 않지만 필요한 최소 폭보다 크다. '최소 폭 $t = 50mm$' → '최소 폭 $t = 20mm$'로 고쳐야 한다.

오답 포인트

복부 폭이 커질수록 단면2차모멘트는 증가하지만, 문제는 안전한 폭이 아니라 '최소' 폭을 묻는다. 또한 플랜지의 단면2차모멘트에는 자체 단면2차모멘트뿐 아니라 중립축까지의 거리 $75mm$에 대한 평행축 항을 반드시 더해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

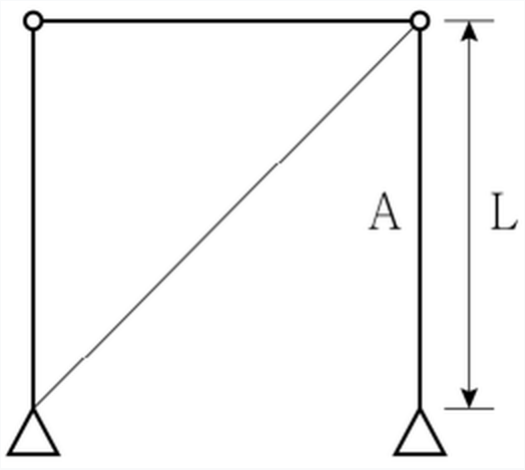
등분포하중 단순보에서는 먼저 $M_{max} = wL^2/8$로 최대휨모멘트를 구한다. 이어 $I_{req} = Mc/\sigma_{allow}$로 필요한 단면2차모멘트를 정하고, 복합단면에는 평행축정리를 적용하여 미지 치수를 푼다. 하중 단위 $kN \cdot m$는 응력 단위 N/mm^2에 맞추어 $N \cdot mm$로 변환한다.

암기 포인트

단순보 등분포하중은 $M_{max} = wL^2/8$, 복합단면은 '자체 I + 면적×거리제곱'으로 계산한다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 평면 골조 내 장주 A의 탄성좌굴강도는 100kN이다. 장주 A에 작용하는 압축하중이 230kN이라면, 장주 A가 탄성좌굴이 발생하지 않도록 하는 방법으로 옳지 않은 것은? (단, 탄성좌굴만 고려하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① 장주 A의 단면 2차 모멘트를 2.5배 증가시킨다.

② 장주 A의 하단부 경계조건을 고정단으로 변경한다.

③ 장주 A의 하단부에서 위로 $0.6L$ 위치에 수평 브레이스를 추가 설치한다.

④ 장주 A의 하단부에서 위로 $0.5L$ 위치에 수평 브레이스를 추가 설치한다.

정답 2번

출제 포인트

오일러 좌굴하중이 유효좌굴길이의 제곱에 반비례한다는 점과, 단부 조건·수평 브레이스가 유효좌굴길이를 어떻게 바꾸는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

장주 A는 양단 힌지 조건이므로 처음 유효좌굴길이는 $L_e = L$이다. 현재 탄성좌굴강도는 100 kN, 작용 압축하중은 230 kN이므로 좌굴강도를 230 kN보다 크게 만들어야 한다.

사용할 공식

오일러 좌굴하중은 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$이다. 따라서 재료와 단면이 같으면 $P_{cr} \propto I/(KL)^2$이다. 단면2차모멘트를 키우거나 유효좌굴길이를 줄이면 좌굴강도가 증가한다.

NoteBase

계산 과정

필요 강도비는 230/100 = 2.3이다.
① I를 2.5배로 하면 $P_{cr} = 100 \times 2.5 = 250kN$이므로 안전하다.
② 하단만 고정단으로 바꾸면 상단은 힌지인 고정-힌지 기둥이 되어 $K \approx 0.7$이다. 따라서 $P_{cr} = 100/(0.7)^2 \approx 204kN$으로 230 kN에 못 미친다.
③ 하단에서 $0.6L$ 위치에 수평 브레이스를 설치하면 가장 긴 무지지 길이는 $0.6L$이다. $P_{cr} = 100/(0.6)^2 \approx 278kN$이므로 안전하다.
④ 하단에서 $0.5L$ 위치에 수평 브레이스를 설치하면 각 구간의 최대 무지지 길이는 $0.5L$이다. $P_{cr} = 100/(0.5)^2 = 400kN$이므로 안전하다.

선지 판단

① O — 단면2차모멘트를 2.5배로 하면 탄성좌굴강도도 2.5배인 250 kN이 되어 230 kN보다 크다.
② X — '하단부를 고정단으로 변경'한 경우의 고정-힌지 유효좌굴길이는 약 $0.7L$이므로 좌굴강도는 약 204 kN뿐이다. 틀린 표현은 '좌굴이 발생하지 않도록 하는 방법'이며, 올바르게는 하단 고정만으로는 좌굴 방지가 불가능하다.
③ O — 브레이스가 횡변위를 완전히 구속한다고 보면 가장 긴 구간은 $0.6L$이고, 좌굴강도는 약 278 kN이다.
④ O — 최대 무지지 길이가 $0.5L$로 줄어 좌굴강도가 400 kN이 된다.

오답 포인트

②에서 고정단을 추가하면 좌굴강도가 커진다는 사실만 보고 충분하다고 판단하기 쉽다. 그러나 필요한 증가율은 2.3배이고, 고정-힌지 조건의 증가는 약 $1/(0.7)^2 \approx 2.04$배에 그쳐 부족하다.

다시 나오면 이렇게 판단

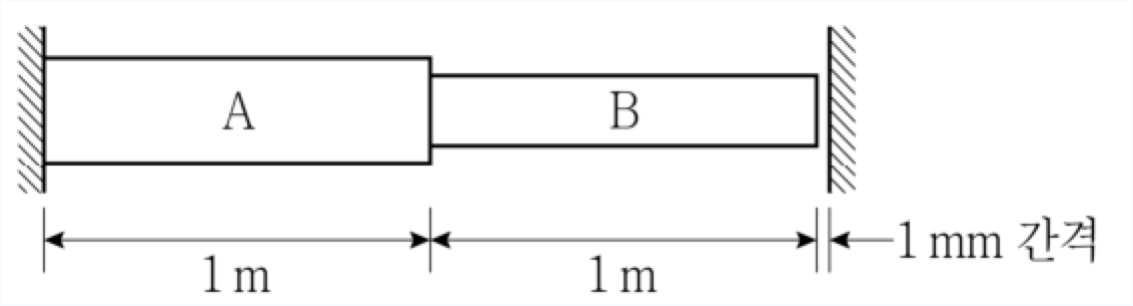
먼저 필요한 강도비를 P/P_{cr}로 구한 뒤, 각 대안의 I 변화 또는 가장 긴 유효좌굴길이의 변화를 $P_{cr} \propto I/L_e^2$에 대입하여 비교한다. 브레이스가 있으면 가장 긴 무지지 구간이 좌굴을 지배한다.

암기 포인트

좌굴하중은 I에는 비례하고 유효좌굴길이의 제곱에는 반비례한다. 길이를 절반으로 줄이면 좌굴강도는 4배가 된다.

NoteBase

문 16. 단면적이 $1{,}000\text{mm}^2$인 A 부재와 단면적이 500mm^2인 B 부재가 그림과 같이 연결되어 있다. A 부재의 좌측은 벽체에 고정되어 있고, B 부재의 우측은 벽체와 1mm의 간격이 있다. A, B 부재의 온도가 최초 대비 100°C 상승했을 때, 이로 인해 A, B 부재에 발생하는 최대 압축응력[MPa]은? (단, A, B 부재의 탄성계수 $E = 150\text{GPa}$이고, 열팽창계수 $\alpha = 1.0 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$이며, 구조물의 자중은 무시한다)



① 10

② 20

③ 50

④ 100

정답 4번

출제 포인트

온도 상승으로 생긴 두 부재의 자유 열팽창량이 벽체 간극을 초과할 때, 초과량을 직렬 연결 부재의 탄성압축량으로 두어 최대 압축응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

A와 B의 길이는 각각 $1m$이고, 단면적은 각각 $1,000mm^2$, $500mm^2$이다. 탄성계수는 $E = 150GPa = 150,000N/mm^2$이고, 열팽창계수는 $\alpha = 1.0 \times 10^{-5}/^\circ C$, 온도상승은 $100^\circ C$이다. 우측 벽체까지의 간극은 $1mm$이다.

사용할 공식

자유 열팽창량은 $\delta_T = \alpha \Delta T L$이다. 벽체에 닿은 뒤에는 축력 P가 A와 B에 동일하게 작용하므로 전체 탄성압축량은 $\delta_e = P\left(\frac{L_A}{EA_A} + \frac{L_B}{EA_B}\right)$이다. 자유 팽창량에서 간극을 뺀 값이 이 탄성압축량과 같아야 한다.

NoteBase

계산 과정

두 부재의 자유 열팽창량은 $\delta_T = \alpha \Delta T(L_A + L_B) = 1.0 \times 10^{-5} \times 100 \times (1,000 + 1,000) = 2mm$이다. 간극 $1mm$를 메운 뒤 남는 $1mm$가 탄성압축량이다.
$1 = P\left(\frac{1,000}{150,000 \times 1,000} + \frac{1,000}{150,000 \times 500}\right)$
따라서 $P = 50,000N$이다. 같은 축력에서 응력은 $\sigma = P/A$이므로 A의 압축응력은 $50MPa$, B의 압축응력은 $100MPa$이다. 단면적이 더 작은 B에서 최대 압축응력이 발생한다.

선지 판단

① X — 최대 압축응력은 $10MPa$가 아니다. 틀린 표현 '10' → 올바르게는 B 부재에서 $100MPa$이다.
② X — 최대 압축응력은 $20MPa$가 아니다. 틀린 표현 '20' → 올바르게는 $100MPa$이다.
③ X — 최대 압축응력은 $50MPa$가 아니다. $50MPa$는 A 부재의 응력이고, 단면적이 절반인 B의 응력은 그 두 배이다. 틀린 표현 '50' → 올바르게는 $100MPa$이다.
④ O — B 부재의 압축응력은 $\sigma_B = 50,000/500 = 100N/mm^2 = 100MPa$이므로 최대값은 $100MPa$이다.

오답 포인트

자유 열팽창량 $2mm$ 전체를 구속변형으로 처리하면 안 된다. 먼저 $1mm$ 간극이 닫히므로 실제 탄성압축량은 $1mm$이다. 또한 직렬부재에서는 축력은 같지만 응력은 단면적에 반비례하므로, B의 응력이 A보다 크다.

다시 나오면 이렇게 판단

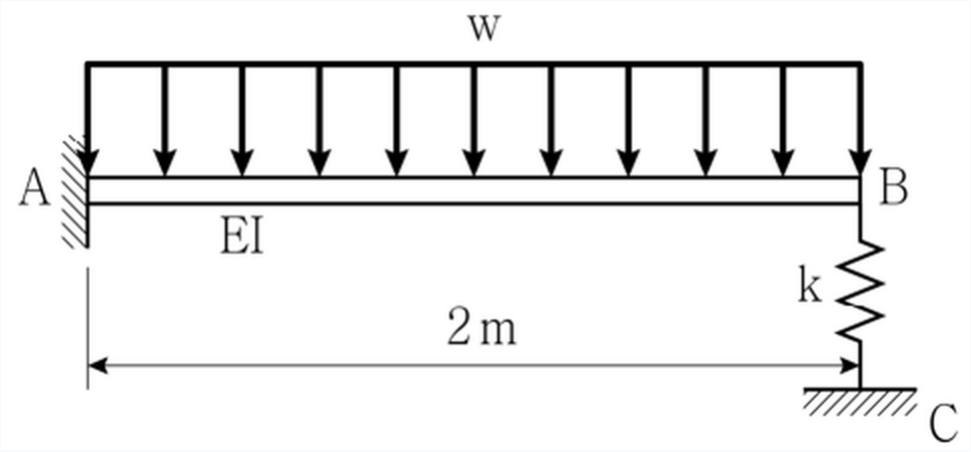
열팽창 문제는 자유 팽창량을 먼저 구하고 간극과 비교한다. 간극을 초과하면 '자유 팽창량 − 간극'을 탄성변형량으로 두고, 직렬부재의 $\sum L/(EA)$로 축력을 구한 뒤 $\sigma = P/A$로 각 부재 응력을 비교한다.

암기 포인트

직렬부재: 축력은 같고, 단면적이 작을수록 응력은 크다. 열팽창은 '자유 팽창 − 간극 = 탄성압축'으로 정리한다.

NoteBase

문 17. 그림과 같이 A점이 고정되어 있고 B점에 스프링이 달린 보 구조물에 등분포하중 w를 가했더니 B점에 처짐이 $\frac{9}{50}$m 발생했다. 보의 휨강성 $EI = 100\text{kN} \cdot \text{m}^2$이고, 스프링 계수 $k = 50\text{kN/m}$일 때, 등분포하중 w[kN/m]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 21

② 24

③ 27

④ 28

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 스프링이 설치된 외팔보 끝단의 처짐 적합조건을 이용하여 등분포하중 w를 구하는 문제이다.

조건 정리

보의 길이는 $L = 2m$, 휨강성은 $EI = 100kN \cdot m^2$, 스프링계수는 $k = 50kN/m$이다. B점의 아래 방향 처짐은 $\delta = 9/50 = 0.18m$이므로, 스프링의 위쪽 반력은 $R = k\delta = 50 \times 0.18 = 9kN$이다.

사용할 공식

외팔보 자유단의 처짐은 등분포하중에 대해서 $\delta_w = \frac{wL^4}{8EI}$, 자유단의 집중상향력 R에 대해서 $\delta_R = \frac{RL^3}{3EI}$이다. 스프링 반력은 하중에 의한 아래 처짐을 줄이므로 $\delta = \delta_w - \delta_R$를 사용한다.

계산 과정

$$0.18 = \frac{w(2)^4}{8(100)} - \frac{9(2)^3}{3(100)}$$
$$0.18 = 0.02w - 0.24$$
$$0.02w = 0.42, \qquad w = 21kN/m$$

NoteBase

선지 판단

① O. 계산 결과가 $w = 21kN/m$이므로 옳다.
② X. $24kN/m$가 아니라 $21kN/m$이다. $24kN/m$는 스프링 반력에 의한 처짐 감소를 반영하지 않거나 수치 정리가 맞지 않을 때 나오는 값이다.
③ X. $27kN/m$가 아니라 $21kN/m$이다. $27kN/m$는 스프링이 위쪽으로 작용하여 처짐을 줄인다는 부호를 반대로 처리한 값이다.
④ X. $28kN/m$가 아니라 $21kN/m$이다. 스프링 반력 $R = k\delta$와 외팔보 자유단 집중하중 처짐식 $RL^3/(3EI)$을 함께 적용해야 한다.

오답 포인트

스프링은 B점이 아래로 처질수록 위쪽 반력을 만들어 처짐을 감소시킨다. 따라서 등분포하중 처짐에서 스프링 반력에 의한 처짐을 빼야 하며, 이를 더하면 하중을 과대평가한다.

다시 나오면 이렇게 판단

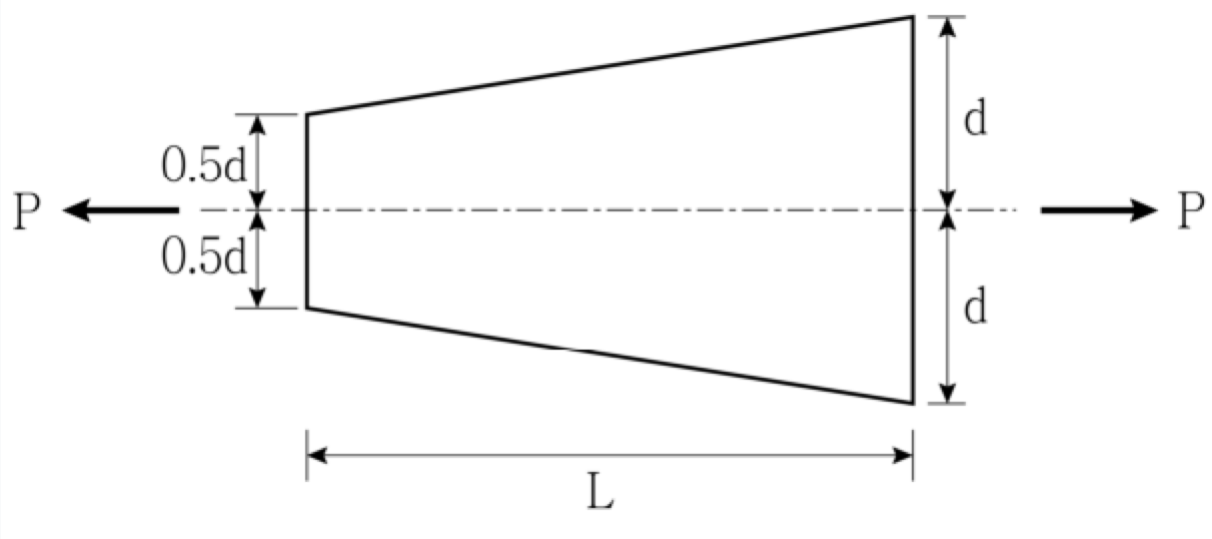
스프링 지점의 처짐이 주어지면 먼저 $R = k\delta$로 스프링 반력을 구한다. 이어서 외팔보의 하중별 자유단 처짐을 중첩하고, 스프링 반력의 처짐 방향은 외력 처짐과 반대인지 확인한다.

암기 포인트

외팔보 자유단 처짐: 등분포하중은 $wL^4/(8EI)$, 집중하중은 $PL^3/(3EI)$이다. 아래로 처진 끝단의 스프링 반력은 위쪽이다.

NoteBase

문 18. 그림과 같은 원형 단면의 지름이 d에서 $2d$로 선형적으로 변하는 부재에 하중 P가 단면의 도심에 작용할 때, 전체 축방향 변위는? (단, 탄성계수 E는 일정하며, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{2PL}{3\pi d^2E}$
② $\frac{3PL}{2\pi d^2E}$
③ $\frac{2PL}{\pi d^2E}$
④ $\frac{3PL}{\pi d^2E}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 지름이 선형적으로 변하는 원형 부재의 축방향 변형량을 $\delta = \int_0^L P/(EA)dx$로 구하는 문제이다.
단면적이 위치에 따라 변하므로 평균 단면적을 한 번만 대입하지 않고 적분한다.

조건 정리

왼쪽 끝의 지름은 d, 오른쪽 끝의 지름은 $2d$, 길이는 L, 축력은 P, 탄성계수는 E이다.
왼쪽 끝에서 x만큼 떨어진 위치의 지름은 $D(x) = d(1 + x/L)$이다.
따라서 단면적은 $A(x) = \frac{\pi d^2}{4}(1 + x/L)^2$이다.

사용할 공식

미소 길이 dx의 변형량은 $d\delta = Pdx/[EA(x)]$이므로 전체 변형량은 다음과 같다.
$\delta = \int_0^L \frac{P}{EA(x)}dx$
축력 P와 탄성계수 E는 일정하지만, 원형 단면의 지름과 단면적은 위치에 따라 변하므로 이 적분식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. $A(x) = \frac{\pi d^2}{4}(1 + x/L)^2$를 적분식에 대입한다.
$\delta = \frac{4PL}{\pi d^2 E}\int_0^1 \frac{1}{(1+u)^2} du \quad (u = x/L)$
2. 적분값은 $\int_0^1 (1+u)^{-2} du = [-1/(1+u)]_0^1 = 1/2$이다.
3. 따라서 δ=(4PL)/(π d^2E)·12=(2PL)/(π d^2E)이다.

선지 판단

① X. 제시식 $\frac{2PL}{3\pi d^2 E}$는 적분 결과 $\frac{2PL}{\pi d^2 E}$와 다르다. 틀린 표현 $\frac{2PL}{3\pi d^2 E}$ → 올바르게는 $\frac{2PL}{\pi d^2 E}$이다.
② X. 제시식 $\frac{3PL}{2\pi d^2 E}$는 적분값 1/2를 반영한 결과와 다르다. 틀린 표현 $\frac{3PL}{2\pi d^2 E}$ → 올바르게는 $\frac{2PL}{\pi d^2 E}$이다.
③ O. 지름을 선형식으로 놓고 단면적의 역수를 적분하면 $\delta = \frac{2PL}{\pi d^2 E}$가 되어 제시식과 일치한다.
④ X. 제시식 $\frac{3PL}{\pi d^2 E}$는 올바른 변형량보다 크다. 틀린 표현 $\frac{3PL}{\pi d^2 E}$ → 올바르게는 $\frac{2PL}{\pi d^2 E}$이다.

오답 포인트

지름이 선형으로 변한다고 해서 단면적도 선형으로 변하는 것은 아니다. 원형 단면적은 지름의 제곱에 비례하므로 $A(x)$를 $(1 + x/L)^2$로 두고 $1/A(x)$를 적분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

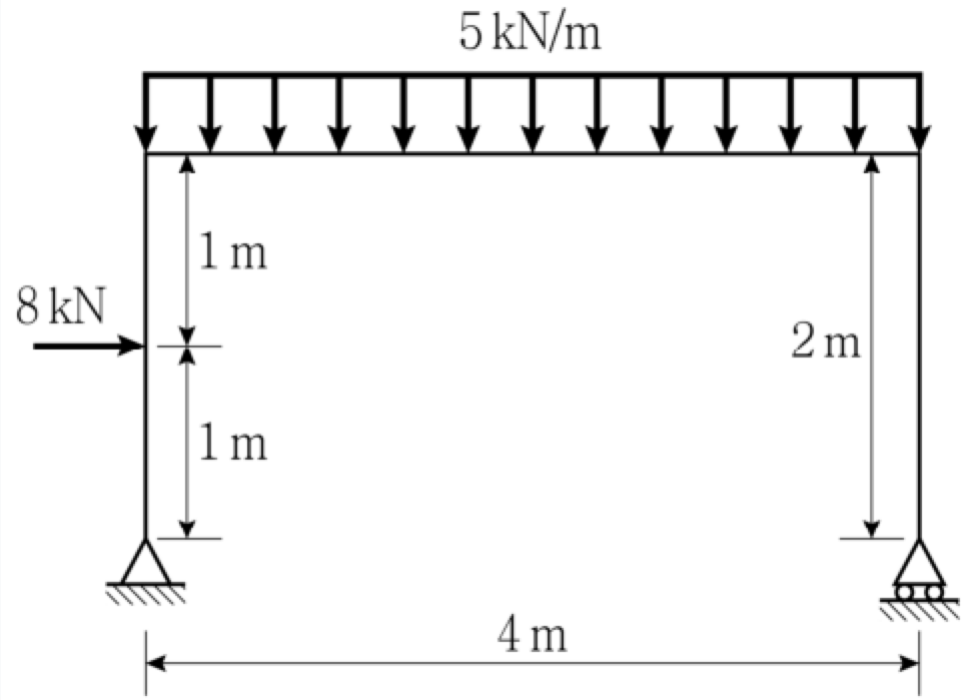
변단면 축부재는 먼저 위치 x의 지름 또는 단면적을 식으로 나타낸 뒤, $\delta = \int P/(EA)dx$에 대입하여 구간 전체를 적분하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

원형 변단면 부재는 $A \propto D^2$, 축방향 변형은 $\delta = \int P/(EA)dx$이다.

NoteBase

문 19. 그림과 같이 단순 지지된 프레임에 하중이 작용하고 있다. 프레임에 작용하는 최대휨모멘트[kN · m]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 8.0

② 10.2

③ 14.4

④ 16.8

정답 3번

출제 포인트

단순 지지된 강절 프레임의 전체 평형과 보의 전단력-휨모멘트 관계를 이용하여 최대휨모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

보의 등분포하중은 $w = 5kN/m$, 경간은 $4m$이므로 총 수직하중은 $20kN$이고 작용점은 좌측 지점에서 $2m$이다. 좌측 기둥 중앙의 수평하중은 $8kN$이며, 작용높이는 $1m$이다.

사용할 공식

전체 평형에서 $\sum M_A = 0, \sum V = 0$을 적용한다. 보의 좌단에서 xm 떨어진 단면의 전단력과 휨모멘트는 $V(x) = V_C - wx, M(x) = M_C + V_C x - \frac{wx^2}{2}$이다. 최대휨모멘트는 전단력 $V(x) = 0$인 위치에서 구한다.

NoteBase

계산 과정

전체의 좌측 하부 지점을 A, 우측 하부 지점을 B라 하면, $\sum M_A = 0$에서 $4B_y - 20 \times 2 - 8 \times 1 = 0$이므로 $B_y = 12kN$이다. 따라서 $A_y = 20 - 12 = 8kN$이다.

좌측 기둥이 보에 전달하는 좌단 휨모멘트의 크기는 $8kN \cdot m$이고, 보의 좌단 전단력은 $V_C = 8kN$이다. 따라서 $M(x) = 8 + 8x - \frac{5x^2}{2}$이다.

$V(x) = 8 - 5x = 0$에서 $x = 1.6m$이다. 이때 $M_{max} = 8 + 8(1.6) - \frac{5(1.6)^2}{2} = 14.4kN \cdot m$이다.

선지 판단

① X. $8.0kN \cdot m$는 보 좌단에서의 휨모멘트 크기일 뿐, 등분포하중을 받는 보 내부의 최대값이 아니다. 틀린 값 $8.0kN \cdot m \rightarrow$ 올바르게는 최대휨모멘트가 $14.4kN \cdot m$이다.
② X. $10.2kN \cdot m$는 $V = 0$ 위치인 $x = 1.6m$에서 모멘트식을 계산한 값이 아니다. 틀린 값 $10.2kN \cdot m \rightarrow$ 올바르게는 $M(1.6) = 14.4kN \cdot m$이다.
③ O. 전단력이 0이 되는 $x = 1.6m$에서 $M = 14.4kN \cdot m$이므로 프레임의 최대휨모멘트이다.
④ X. $16.8kN \cdot m$는 주어진 반력과 좌단모멘트를 반영한 $M(x) = 8 + 8x - 2.5x^2$의 최대값이 아니다. 틀린 값 $16.8kN \cdot m \rightarrow$ 올바르게는 $14.4kN \cdot m$이다.

오답 포인트

수평 $8kN$ 하중은 수평반력만 만들지 않고, 작용높이 $1m$ 때문에 전체 평형의 모멘트항 8×1에도 들어간다. 이를 빼먹으면 수직반력과 보의 좌단모멘트가 달라져 최대값을 잘못 구하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

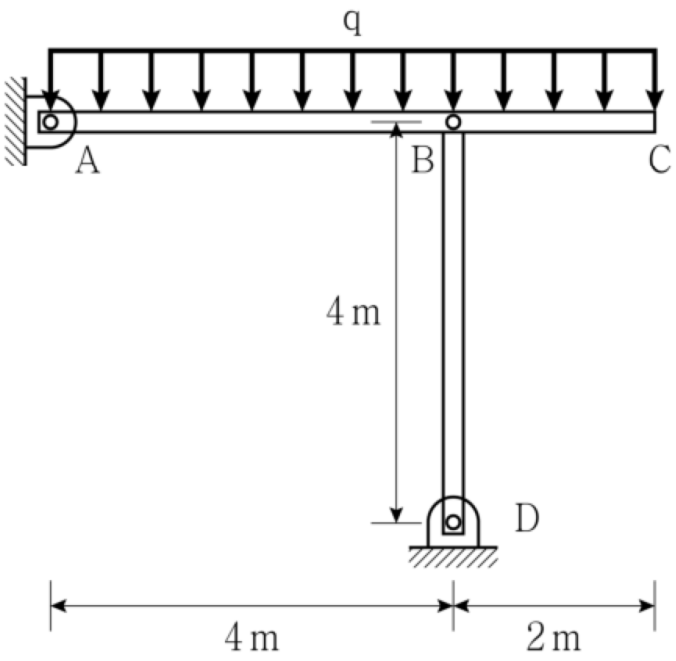
프레임 문제는 먼저 전체 자유물체도로 지점반력을 구하고, 기둥을 통해 보에 전달되는 좌단 전단력과 모멘트를 정한다. 그다음 보에 대해 $V = 0$이 되는 위치를 찾아 $M(x)$에 대입하면 최대휨모멘트를 판단할 수 있다.

암기 포인트

등분포하중을 받는 구간의 최대휨모멘트 위치는 전단력 $V = 0$인 곳이며, 강절 프레임에서는 기둥의 수평하중도 보 끝모멘트에 영향을 준다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 강체 보 ABC가 지점 A에 힌지로 연결되어 있고, 길이가 4m인 원형 단면을 갖는 장주가 B점에서 핀으로 연결되어 지지되고 있다. 지점 D가 힌지인 장주의 좌굴에 대한 안전율이 3.0일 때, 강체 보가 받을 수 있는 등분포하중 q의 최대값[kN/m]은? (단, 장주의 탄성계수 $E = 12\text{GPa}$이고, 단면 2차 모멘트 $I = 10^8\text{mm}^4$이며, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{50}{9}\pi^2$

② $\frac{100}{9}\pi^2$

③ $\frac{50}{3}\pi^2$

④ $\frac{200}{9}\pi^2$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 돌출부를 가진 보의 B점 반력과 양단 힌지 장주의 오일러 좌굴하중을 이용하여 등분포하중 q의 최대값을 구하는 문제이다.

조건 정리

보의 길이는 $AC = 6m$, 지점 간 거리는 $AB = 4m$, 돌출부는 $BC = 2m$이다. AC 전체에 q가 작용하므로 총하중은 $6q$이고, 그 작용점은 A에서 $3m$ 지점이다. 장주 BD는 양단 힌지이고 길이는 $L = 4m = 4000mm$이다. $E = 12GPa = 12000N/mm^2$, $I = 10^8mm^4$, 좌굴 안전율은 3.0이다.

NoteBase

사용할 공식

양단 힌지 장주의 오일러 좌굴하중은 $P_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{L^2}$이다. BD는 B와 D에서 모두 힌지로 연결된 압축 부재이므로 유효좌굴길이는 실제 길이 L이며, 허용축력은 $P_{cr}/3$으로 판단한다.

계산 과정

보 전체의 A점 모멘트 평형에서 $R_B(4)-6q(3)=0$이므로 $R_B=\frac{9}{2}q$이다. 이 반력이 장주 BD의 압축력이다.

오일러 좌굴하중은 $P_{cr}=\frac{\pi^2(12000)(10^8)}{(4000)^2}=75\pi^2 kN$이다. 따라서 안전율 3.0을 반영한 허용축력은 $P_{allow}=\frac{75\pi^2}{3}=25\pi^2 kN$이다.

$R_B=P_{allow}$에서 $\frac{9}{2}q=25\pi^2$이므로 $q=\frac{50}{9}\pi^2 kN/m$이다.

선지 판단

① O. $q=\frac{50}{9}\pi^2 kN/m$이면 $R_B=\frac{9}{2}q=25\pi^2 kN$로 허용축력과 일치한다.

② X. 제시한 $\frac{100}{9}\pi^2 kN/m$ → 올바르게는 $\frac{50}{9}\pi^2 kN/m$이다. 이 값에서는 $R_B=50\pi^2 kN$가 되어 안전율 3.0을 반영한 허용축력 $25\pi^2 kN$를 초과한다.

③ X. 제시한 $\frac{50}{3}\pi^2 kN/m$ → 올바르게는 $\frac{50}{9}\pi^2 kN/m$이다. 이 값에서는 $R_B=75\pi^2 kN=P_{cr}$가 되므로 안전율 3.0을 적용하지 않은 좌굴하중을 사용한 결과이다.

④ X. 제시한 $\frac{200}{9}\pi^2 kN/m$ → 올바르게는 $\frac{50}{9}\pi^2 kN/m$이다. 이 값에서는 $R_B=100\pi^2 kN$가 되어 허용축력의 4배이므로 좌굴 안전조건을 만족하지 못한다.

계산 결과 $q=\frac{50}{9}\pi^2 kN/m$이므로 정답은 1번이다.

오답 포인트

③은 오일러 좌굴하중 P_{cr} 자체를 사용하고 안전율 3.0을 빼뜨린 값이다. 또한 B점 반력은 전체 등분포하중 $6q$와 그 작용점 $3m$을 기준으로 모멘트 평형을 세워야 하며, 돌출부 BC의 하중도 제외하면 안 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

장주가 받는 축력은 먼저 보의 평형식으로 구하고, 그 값을 P_{cr}/n 이하의 허용축력과 비교한다. 양단 힌지이면 $L_e=L$을 사용하며, GPa와 m는 N/mm^2와 mm로 통일하여 계산한다.

암기 포인트

양단 힌지 장주: $P_{cr}=\pi^2 EI/L^2$, 설계 판단은 P_{cr}가 아니라 P_cr/안전율이다.

NoteBase