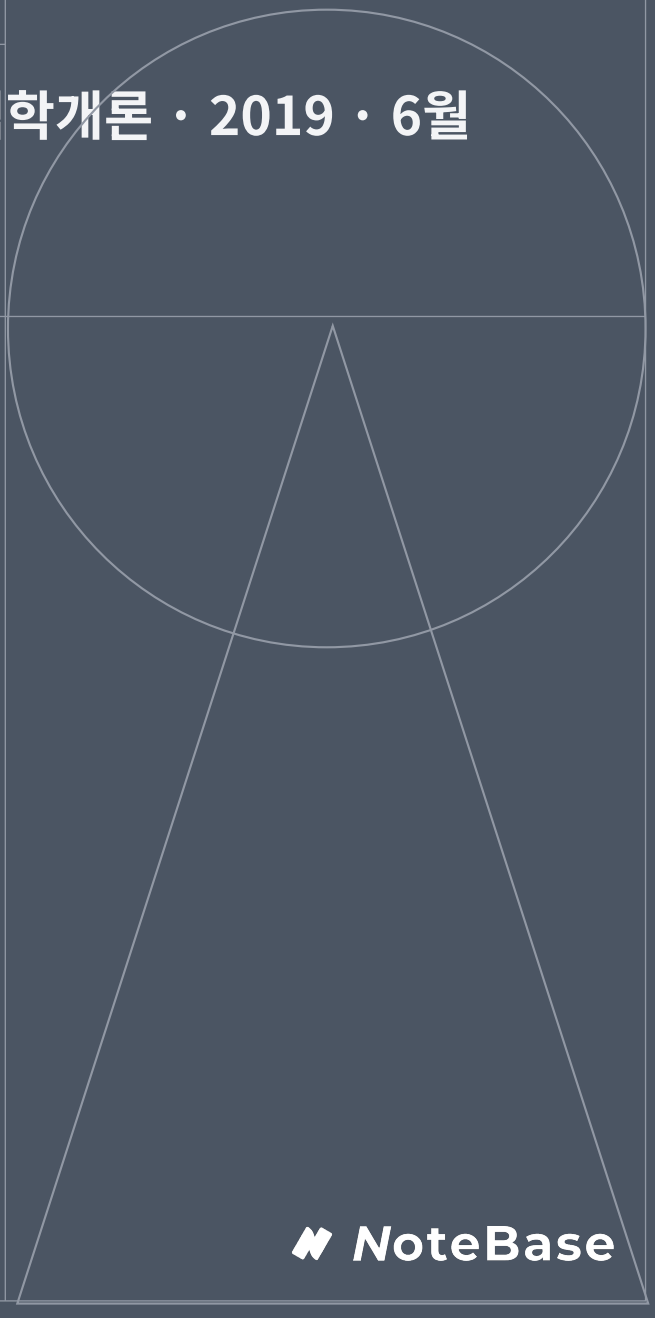
기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2019 · 6월



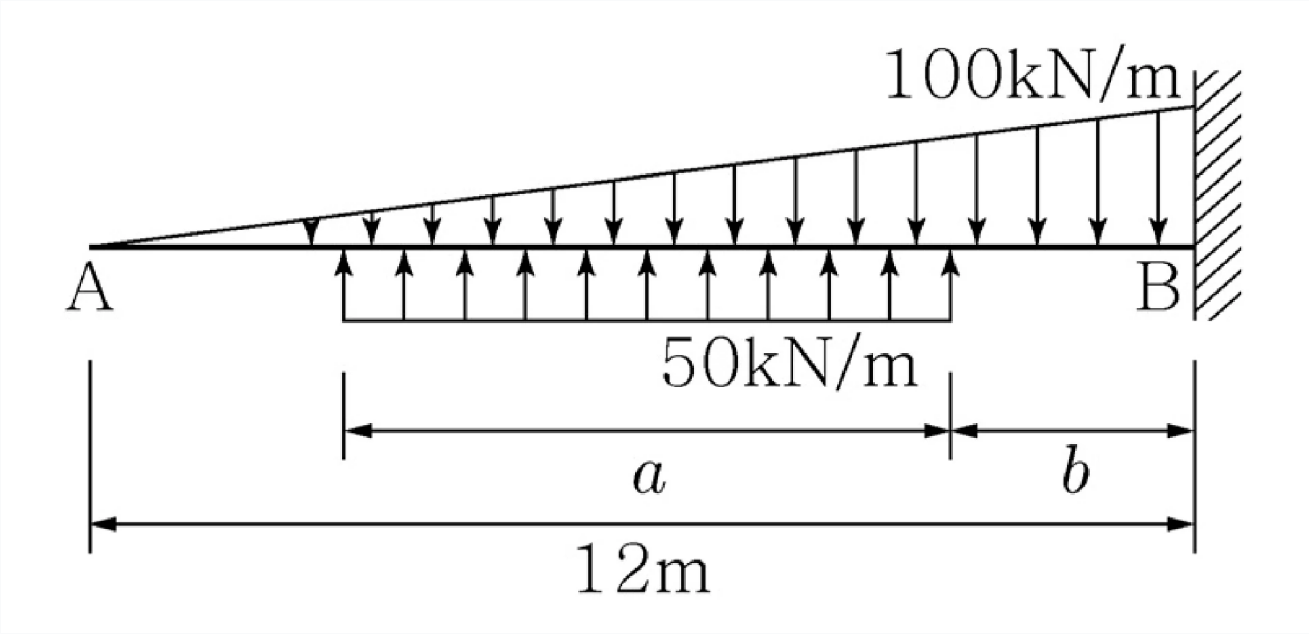
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2019 · 6월

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2019 · 6월

문 1. 그림과 같이 외팔보에 등분포하중과 변분포하중이 작용하고 있다. 두 분포하중의 합력은 200kN이고 이 합력의 작용위치와 방향이 B점의 왼쪽 2m에서 하향이라면 거리 b는?



① 1m

② 2m

③ 3m

④ 4m

정답 1번

간단한 해설

삼각형 하중 600 kN에서 상향 등분포하중을 빼면 하향 합력 200 kN이 되므로, 상향 하중은 400 kN이다. 두 하중과 합력의 **B점에 대한 모멘트가 같아야 한다**는 조건을 적용하면 b = 1 m이다.

NoteBase

계산 과정

삼각형 분포하중: 분포하중을 집중하중으로 바꾸면 크기는 하중도형의 면적이고, 작용위치는 그 도형의 도심이다. 그림에서 하향 하중은 길이 12 m에 걸쳐 0에서 100 kN/m까지 증가하므로 크기는 $\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 12 = 600$ kN이다. 삼각형의 도심은 **하중이 큰 B점 쪽에서 전체 길이의 1/3**에 있으므로, 이 하중은 B점 왼쪽 $\frac{12}{3} = 4$ m에서 하향으로 작용한다.

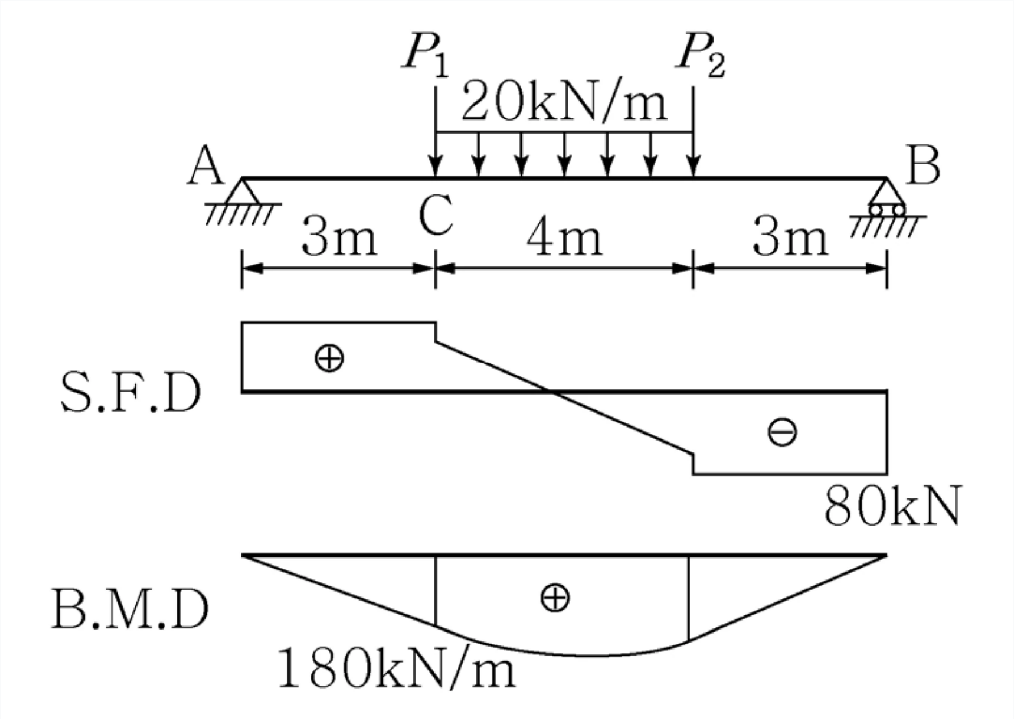
등분포하중: 그림의 50 kN/m 하중은 길이 a인 구간에서 **상향**으로 작용한다. 하향을 양으로 두면 두 하중의 합력이 200 kN이므로 상향 하중의 크기는 600 − 200 = 400 kN이다. 따라서 재하 길이는 $a = \frac{400}{50} = 8$ m이다. 등분포하중의 합력은 재하 구간의 중앙에 작용하므로, B점에서 그 작용선까지의 거리는 $b + \frac{a}{2} = b + 4$ m이다. 여기서 a와 b는 m 단위의 길이로 계산한다.

모멘트 조건: 여러 하중을 하나의 합력으로 바꾸어도 **같은 점에 대한 모멘트는 보존**되어야 한다. B점에 대해 반시계방향을 양으로 두면, 왼쪽의 하향 하중 600 kN은 양의 모멘트, 상향 하중 400 kN은 음의 모멘트를 만든다. 주어진 하향 합력 200 kN은 B점 왼쪽 2 m에 있으므로 모멘트는 200 × 2 = 400 kN·m이다. 따라서 $600 \cdot 4 - 400(b + 4) = 200 \cdot 2$가 성립하며, 각 항의 단위는 kN·m이다.

거리 b: 모멘트 식을 정리하면 $400(b + 4) = 2400 - 400 = 2000$이고, $b + 4 = 5$이다. 이는 상향 하중의 작용선이 B점 왼쪽 5 m에 있다는 뜻이다. 재하 구간의 절반 길이 4 m를 빼면 $b = 5 - 4 = 1$ m이며, ①의 1 m에 해당한다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 단순보의 전단력도(S.F.D)와 휨모멘트도(B.M.D)를 이용하여 C점에 작용하는 집중하중 P_1의 크기는?



① 4kN

② 5kN

③ 6kN

④ 8kN

정답 2번

간단한 해설

휨모멘트도와 전단력도에서 A와 B의 반력은 각각 60 kN, 80 kN이다. P_2 **작용점에 대한 모멘트 평형**을 적용하면 P_2를 구하지 않고도 C점의 집중하중 P_1 = 5kN을 얻는다.

NoteBase

계산 과정

A점 반력: 위쪽 반력을 R_A라 한다. A~C의 3 m 구간에는 하중이 없으므로 C점의 휨모멘트는 $M_C = R_A \cdot 3$이다. 그림에서 C점의 휨모멘트 값은 180이므로 $R_A = \frac{180}{3} = 60\text{kN}$이다. 휨모멘트는 힘과 거리의 곱이므로 그림의 '180 kN/m' 표기는 **180 kN·m**로 해석한다.

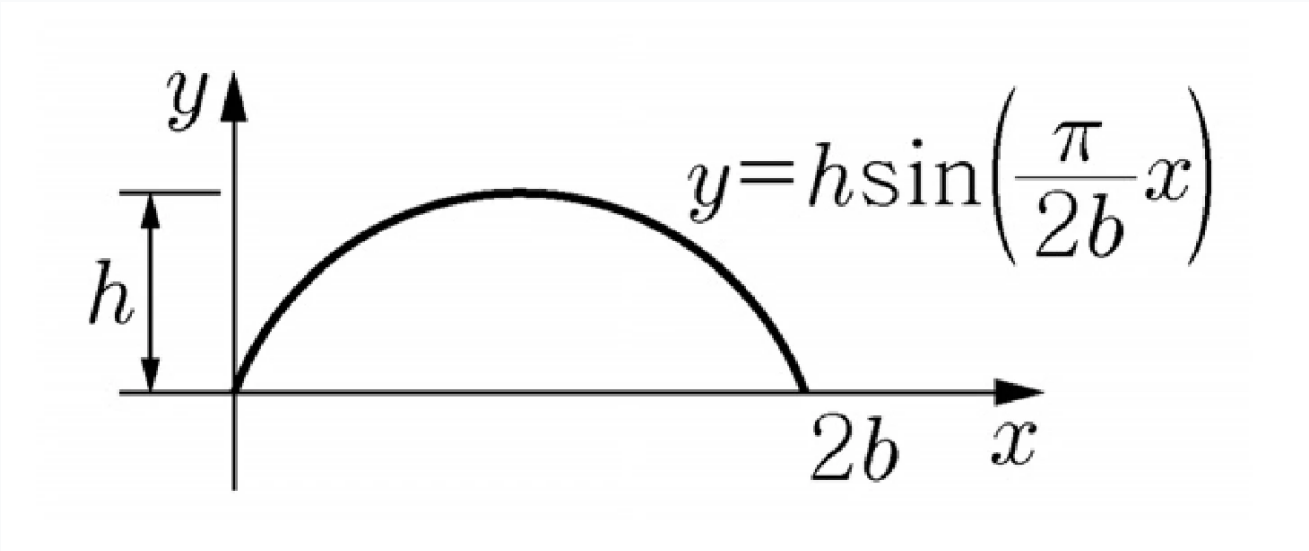
B점 반력: 마지막 하중 작용점부터 B까지는 하중이 없고, 전단력은 −80 kN으로 일정하다. B점의 위쪽 반력이 전단력을 0으로 되돌리므로 $R_B = 80\text{kN}$이다.

등분포하중의 합력: 하중강도 20 kN/m가 4 m에 걸쳐 작용하므로 합력은 20 × 4 = 80 kN이다. **등분포 구간의 중앙**에 작용하므로 P_2 작용점에서 왼쪽으로 2 m 떨어져 있다.

모멘트 평형: 보 전체에 대해 P_2 **작용점을 기준**으로 잡으면 P_2의 모멘트는 0이다. 이 점에서 A는 왼쪽 7 m, B는 오른쪽 3 m, C는 왼쪽 4 m에 있다. A 반력의 시계방향 모멘트는 60 × 7 = 420 kN·m이고, B 반력과 등분포하중 합력의 반시계방향 모멘트는 각각 80 × 3 = 240 kN·m, 80 × 2 = 160 kN·m이다. 따라서 남은 반시계방향 모멘트는 P_1이 부담하며, 힘은 kN, 거리는 m 단위로 대입하면 $4P_1 = 420 - 240 - 160 = 20$이다. 이를 풀면 $P_1 = \frac{20}{4} = 5\text{kN}$으로, ②의 5 kN에 해당한다.

NoteBase

문 3. 그림과 같은 삼각함수로 둘러싸인 단면을 x축 중심으로 90° 회전시켰을 때 만들어지는 회전체의 부피는?



① $\frac{1}{4}\pi bh^2$

② $\frac{1}{3}\pi bh^2$

③ $\frac{1}{2}\pi bh^2$

④ πbh^2

정답 1번

간단한 해설

90° 회전하면 각 위치의 단면은 반지름이 곡선의 높이인 **1/4 원**이 된다. 이 단면적을 그림의 전체 구간에 걸쳐 적분하면 부피는 $\frac{1}{4}\pi bh^2$이다.

NoteBase

계산 과정

구간과 반지름: 그림에서 곡선과 x축으로 둘러싸인 영역은 $0 \le x \le 2b$에 있다. 곡선의 식은 $y = h\sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right)$이고, 각 위치에서 이 높이가 회전 단면의 반지름이 된다. b는 전체 밑변 길이의 절반, h는 최대 높이이다.

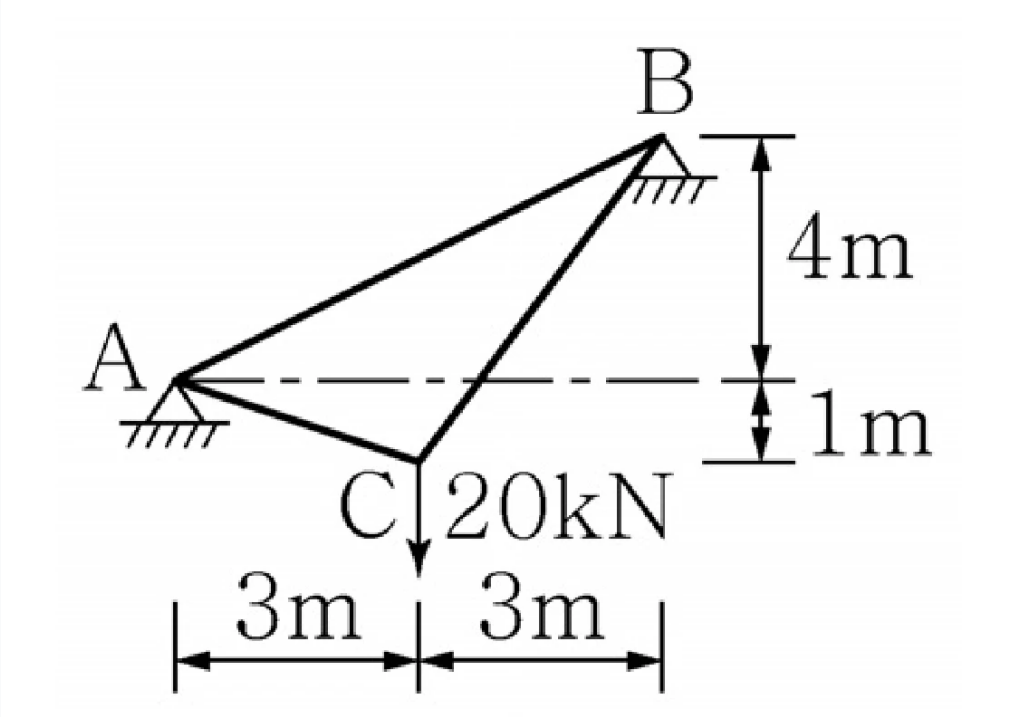
회전 단면적: x축에 수직으로 자른 선분을 90° 회전시키면 **중심각이 90°인 부채꼴**이 된다. 따라서 단면적은 $A(x) = \frac{90^\circ}{360^\circ}\pi y^2 = \frac{\pi}{4}y^2$이다. 얇은 두께 dx에 대한 부피는 $A(x)dx$이므로, 이를 모두 더하면 $V = \frac{\pi h^2}{4}\int_0^{2b} \sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right)dx$이다.

삼각함수의 적분: 반각공식을 적용하면 $\sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) = \frac{1-\cos(\pi x/b)}{2}$이다. x가 0에서 $2b$까지 변할 때 코사인의 각은 0에서 2π까지 변하므로 코사인 항의 적분은 0이다. 따라서 $\int_0^{2b}\sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right)dx = \frac{1}{2}\cdot 2b = b$이다. 이는 **높이를 제곱한 값의 평균이 최대 높이 제곱의 절반**이라는 뜻이다.

부피: 위 적분값을 대입하면 $V = \frac{\pi h^2}{4}\cdot b = \frac{1}{4}\pi b h^2$로, ①의 식과 일치한다. b와 h가 길이이므로 결과는 길이의 세제곱인 부피의 차원을 갖는다.

NoteBase

문 4. 그림과 같이 하중을 받고 있는 케이블에서 A지점의 수평반력의 크기는? (단, 구조물의 자중은 무시한다.)



① 6kN

② 8kN

③ 10kN

④ 12kN

정답 3번

간단한 해설

C점에서 두 케이블 장력의 수평성분은 같고, 수직성분의 합은 20 kN이다. 그림의 기울기를 적용하면 **수직성분의 합이 수평성분의 2배**이므로 A지점의 수평반력은 10 kN이다.

NoteBase

계산 과정

구간별 높이 차: C점은 A점보다 1 m 낮고, B점은 A점보다 4 m 높다. 따라서 C점에서 A점까지의 높이 차는 1 m, B점까지의 높이 차는 **4 + 1 = 5 m**이다. 두 구간의 수평거리는 각각 3 m이다.

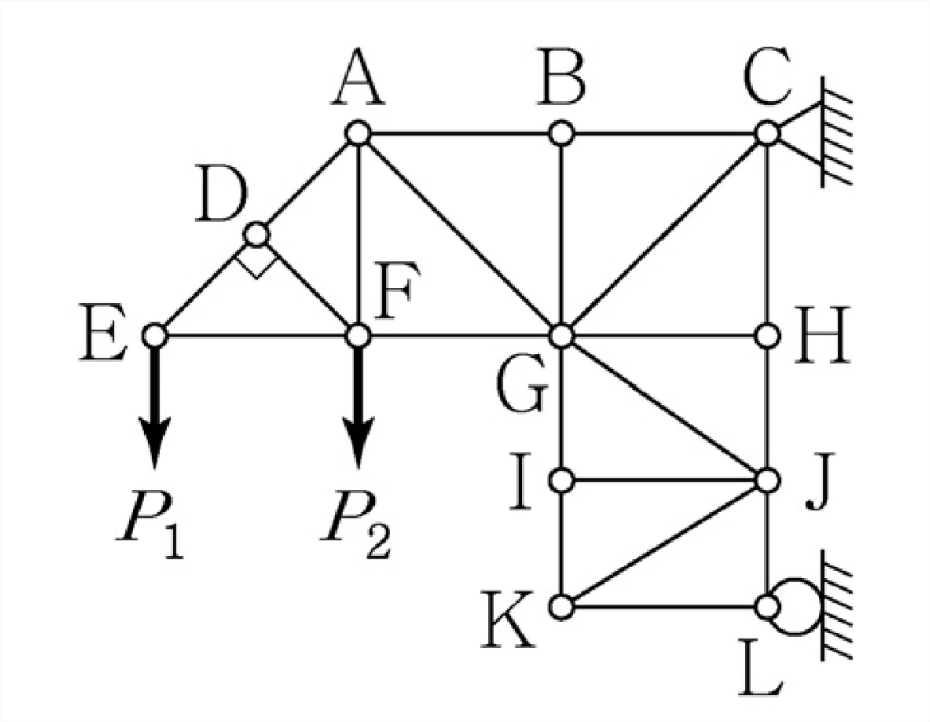
장력의 성분: 자중을 무시하는 케이블의 장력은 각 직선 구간을 따라 작용한다. C점에서 AC 구간은 왼쪽 위로, CB 구간은 오른쪽 위로 당긴다. C점에는 수평 외력이 없으므로 두 장력의 **수평성분 크기가 같다**. 이를 H kN이라 하면, 힘의 성분비는 각 구간의 높이 차와 수평거리의 비와 같으므로 AC의 수직성분은 $\frac{H}{3}$ kN, CB의 수직성분은 $\frac{5H}{3}$ kN이다.

C점의 수직 평형: 두 장력의 위쪽 성분이 아래쪽 하중 20 kN을 지탱하므로 $\frac{H}{3} + \frac{5H}{3} = 20$이다. 이를 정리하면 $2H = 20$이므로 H는 10 kN이다.

A지점의 수평반력: AC 구간에서 전달되는 장력의 수평성분을 지점반력이 평형시켜야 하므로, A지점의 수평반력 크기도 10 kN이다. 이는 ③의 10 kN에 해당한다.

NoteBase

문 5. 그림에 나타난 트러스에서 부재력이 0인 부재의 수는?



① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

정답 2번

간단한 해설

외력이 없는 절점에서 세 부재 중 두 부재가 일직선이면 나머지 부재는 **영부재**이다. 이 조건으로 찾는 4개에, L의 **수평 롤러 반력** 때문에 부재력이 0인 JL을 더하면 총 5개이다.

NoteBase

도식 해설

영부재는 주어진 하중 상태에서 축방향 부재력이 0인 부재이다. 트러스의 각 절점은 힘의 평형을 이루어야 한다. 외력이나 지점반력이 없는 절점에 세 부재가 연결되고 그중 두 부재가 일직선이면, 그 직선에 수직한 방향의 힘을 평형시키기 위해 나머지 부재의 힘은 0이어야 한다.

B 절점: AB와 BC가 수평으로 일직선을 이루고 외력이 없다. 수직방향 힘은 BG만 전달하므로 BG는 영부재이다.

D 절점: ED와 DA가 일직선이고 외력이 없다. 이 직선에 수직한 DF의 힘을 상쇄할 다른 힘이 없으므로 DF는 영부재이다.

H 절점: CH와 HJ가 수직으로 일직선을 이루고 외력이 없다. 수평방향 힘은 GH만 전달하므로 GH는 영부재이다.

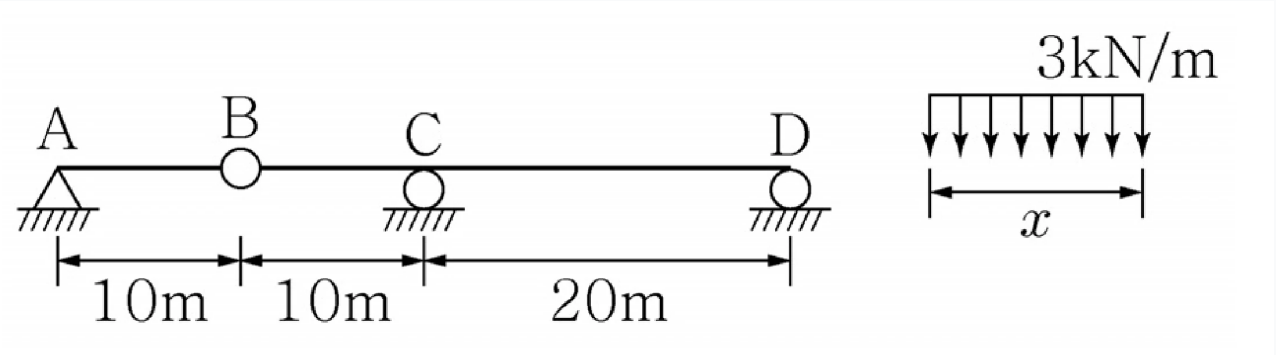
I 절점: GI와 IK가 수직으로 일직선을 이루고 외력이 없다. 수평방향 힘은 IJ만 전달하므로 IJ는 영부재이다.

L 절점: 수직 벽에 접한 롤러는 **벽에 수직인 수평방향으로만 반력**을 전달한다. KL도 수평이므로 L에서 수직방향 힘을 전달하는 것은 JL뿐이다. 수직방향 평형을 만족하려면 JL의 부재력이 0이어야 한다.

영부재는 BG, DF, GH, IJ, JL의 총 5개이며, ②의 5개에 해당한다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 게르버보에 임의의 길이 x를 갖는 등분포 하중이 작용하고 있다. 이때 D점의 최대 수직부반력 (↓)을 발생시키는 등분포하중의 길이 x와 D점의 최대 수직부반력 R_D(↓)는?



① x=10m, R_D=30kN(↓)

② x=10m, R_D=15kN(↓)

③ x=20m, R_D=30kN(↓)

④ x=20m, R_D=15kN(↓)

정답 4번

간단한 해설

D점의 하향 반력을 키우려면 **A–C의 20 m 구간**에 등분포하중을 재하해야 한다. 이 구간의 반력 영향선 면적에 하중강도 3 kN/m를 곱하면 최대 하향 반력은 **15 kN**이다.

NoteBase

계산 과정

1. 반력 영향선의 기준: 그림에서 B는 내부힌지이고, AB = 10 m, BC = 10 m, CD = 20 m이다. D점 반력의 아래 방향을 양(+)으로 정한다. 보 위를 이동하는 아래 방향 단위하중에 대한 D점 반력의 값을 연결하면 반력 영향선이 된다.

2. 영향선의 종거: 단위하중이 A 또는 C에 있으면 해당 지점이 하중을 직접 지지하므로 D점 반력은 0이다. 단위하중이 B에 있을 때 오른쪽 부분 B–C–D를 분리하고 C점에 대한 모멘트 평형을 적용하면 $r_D(B) \cdot 20 = 1 \cdot 10$이므로 $r_D(B) = \frac{1}{2}$이다. 단위하중이 D에 있으면 반력은 위 방향이므로 $r_D(D) = -1$이다. 각 구간의 평형식은 하중 위치에 대한 1차식이므로 이 종거들을 직선으로 연결한다.

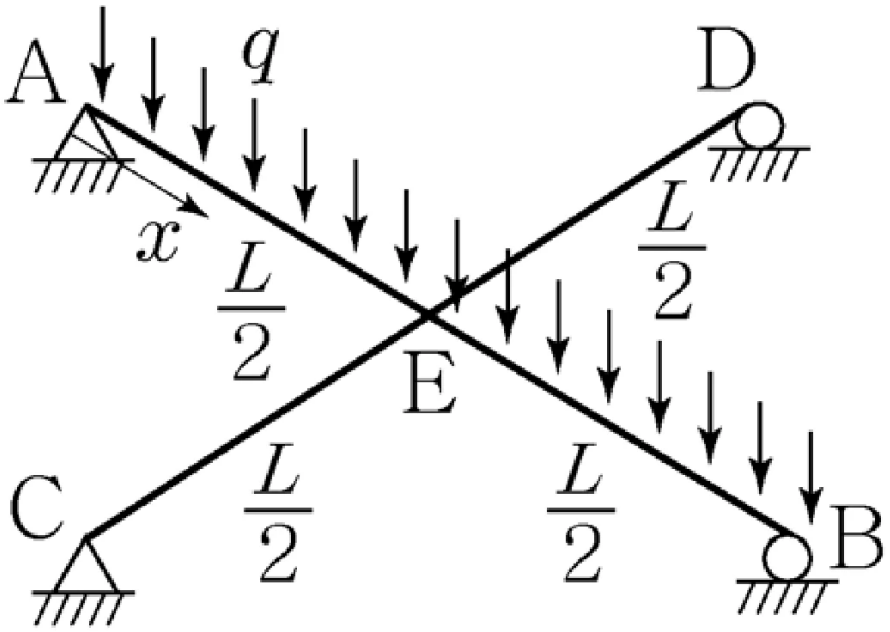
3. 하중 길이 결정: 영향선은 A와 C에서 0, B에서 1/2인 삼각형을 이루며 A–C에서 양수이다. C–D에서는 음수이므로 이 구간의 아래 방향 하중은 D점의 하향 반력을 감소시킨다. 따라서 **양의 영향선 구간 전체**인 A–C에만 하중을 재하해야 하며, 필요한 길이는 x = 10 + 10 = 20 m이다.

4. 최대 반력 계산: 등분포하중에 의한 반력은 하중강도에 재하 구간의 영향선 면적을 곱한 값이다. A–C의 삼각형 면적은 $S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} = 5\text{m}$이다. 따라서 $R_{D,\max} = 3 \cdot 5 = 15\text{kN}$이며 방향은 아래쪽이다.

길이 x = 20 m, 최대 수직부반력 $R_D = 15\text{kN}(\downarrow)$의 조합은 ④에 해당한다.

NoteBase

문 7. 보 CD 위에 보 AB가 단순히 놓인 후에 등분포하중이 작용하였을 때, 보 AB에서 정모멘트가 최대가 되는 x는? (단, EI는 모든 부재에서 일정하며 $0 \le x \le \frac{L}{2}$이고, x는 A점으로부터의 거리이다.)



① $\frac{11}{16}L$
② $\frac{15}{32}L$
③ $\frac{11}{32}L$
④ $\frac{11}{48}L$

정답 3번

간단한 해설

교차점 E에서 **두 보의 처짐이 같아야 한다**는 조건으로 접촉 반력을 구하면 $P = \frac{5qL}{16}$이다. 이때 A점 반력은 $R_A = \frac{11qL}{32}$이므로, **전단력이 0인 위치**는 $x = \frac{11L}{32}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 접촉 반력 설정: 그림에서 두 보의 길이는 각각 L이고 E는 각 보의 중앙이다. 보 AB는 CD 위에 단순히 놓여 있으므로 E에서 접촉 반력 P가 AB에는 위쪽으로, CD에는 아래쪽으로 작용한다. 접촉면은 모멘트를 전달하는 강접합이 아니며, **접촉한 두 보의 E점 수직 처짐은 같다**. q는 보 AB 전 구간에 작용하는 등분포하중의 세기이고, EI는 두 보의 일정한 휨강성이다.

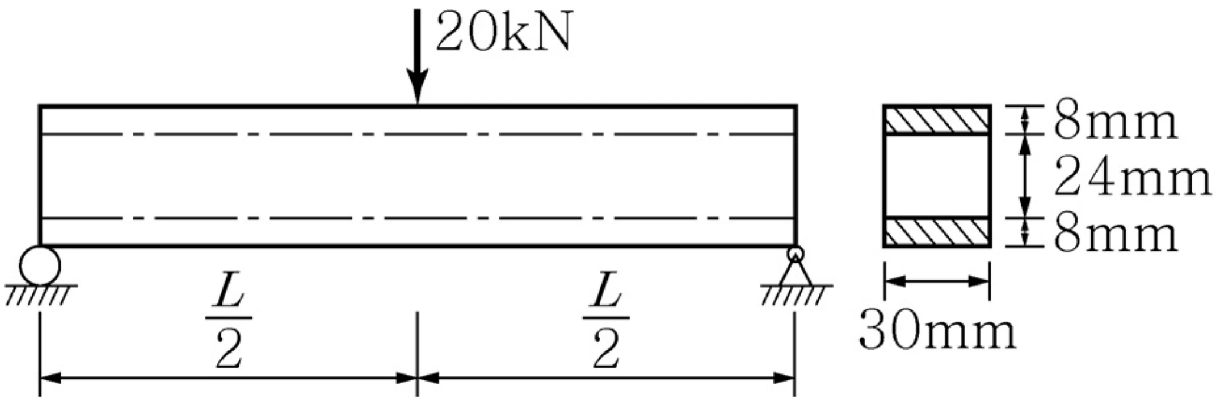
2. 처짐 적합조건: 길이 L인 단순보의 중앙 처짐은 전 구간 등분포하중 q에 대해 $\frac{5qL^4}{384EI}$, 중앙 집중하중 P에 대해 $\frac{PL^3}{48EI}$이다. 아래쪽 처짐을 양으로 두고 중첩하면, AB에서는 **위쪽 접촉 반력에 의한 처짐을 뺀다**. 따라서 $\delta_{AB} = \frac{5qL^4}{384EI} - \frac{PL^3}{48EI}$이고, CD에서는 $\delta_{CD} = \frac{PL^3}{48EI}$이다. 두 처짐을 같게 놓으면 $\frac{5qL^4}{384EI} = \frac{2PL^3}{48EI}$이므로 $P = \frac{5qL}{16}$이다.

3. A점 반력 계산: AB의 하중과 중앙 접촉 반력이 좌우 대칭이므로 A와 B의 수직 반력은 같다. 수직방향 평형에서 $R_A + R_B + P = qL$이므로 $R_A = \frac{qL - P}{2}$이다. 접촉 반력을 대입하면 $R_A = \frac{11qL}{32}$이다. 즉 전체 등분포하중 중 E의 접촉 반력이 지지하는 부분을 제외한 하중을 A와 B가 절반씩 부담한다.

4. 최대 정모멘트 위치: A에서 E 사이에는 등분포하중만 있으므로 $V(x) = R_A - qx$이고, $M(x) = R_A x - \frac{qx^2}{2}$이다. 모멘트의 기울기는 전단력이므로 **전단력이 양에서 음으로 바뀌는 위치**에서 정모멘트가 최대이다. $R_A - qx = 0$을 풀면 $x = \frac{R_A}{q} = \frac{11L}{32}$이다. 이 값은 $0 < x < \frac{L}{2}$를 만족하며 ③의 값에 해당한다.

NoteBase

문 8. 두께가 8mm인 보를 두께가 24mm인 보의 위와 아래에 접착시켜 제작한 단순보의 지간 중앙에 20kN의 하중이 작용할 때, 단순보의 접착면에서 전단파괴가 발생하였다면 접착면의 접착응력은? (단, 보의 자중은 무시하고, 전단파괴 이전의 접착면에서는 미끄러짐이 발생하지 않는다.)



① 2MPa

② 4MPa

③ 6MPa

④ 8MPa

정답 4번

간단한 해설

접착면에서 미끄러짐이 없으므로 전체 단면을 하나의 보로 보고 **접착면의 전단응력**을 $\tau = \frac{VQ}{Ib}$로 구한다.
전단력은 10 kN이며, 접착면 바깥쪽 8 mm 판의 단면1차모멘트를 적용하면 접착응력은 8 MPa이다.

NoteBase

계산 과정

1. 전단력: 자중을 무시하면 중앙의 20 kN 하중을 양쪽 지점이 똑같이 부담하므로 각 지점반력은 $R = \frac{20}{2} = 10\text{kN}$이다. 따라서 중앙 하중의 좌우에서 전단력의 부호는 반대이지만 크기는 모두 10 kN, 즉 10,000 N이다.

2. 전체 단면의 단면2차모멘트: 파괴 전에는 접착면에서 미끄러짐이 없으므로 **세 층이 하나의 보로 거동**한다. 그림에서 폭 b = 30 mm, 전체 높이 h = 8 + 24 + 8 = 40 mm이다. 대칭 단면의 중립축은 높이 중앙에 있으므로 그 축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$이며, $I = \frac{30 \cdot 40^3}{12} = 160{,}000\text{mm}^4$이다.

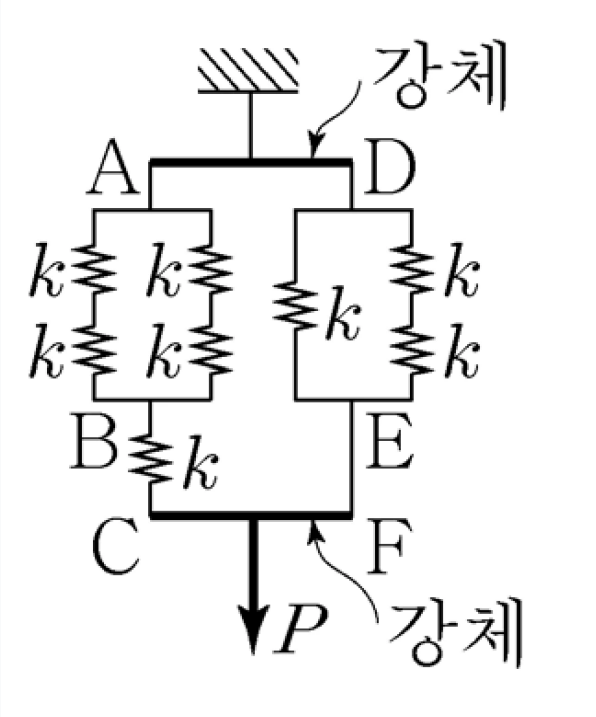
3. 접착면의 단면1차모멘트: 위쪽 접착면에서 Q를 구할 때는 **그 접착면 위쪽의 8 mm 판**을 취한다. 이 판의 면적은 $A = 30 \times 8 = 240\ \text{mm}^2$이고, 도심은 중립축에서 $\bar{y} = \frac{24}{2} + \frac{8}{2} = 16\text{mm}$ 떨어져 있다. 따라서 $Q = A\bar{y} = 240 \cdot 16 = 3{,}840\text{mm}^3$이다. 아래쪽 접착면도 대칭이므로 Q의 크기가 같다.

4. 접착응력 계산: 접착면은 각 층 사이의 길이 방향 미끄러짐을 막는 전단응력을 전달한다. 그 크기는 $\tau = \frac{VQ}{Ib}$로 구하며, 여기서 b는 접착면의 폭 30 mm이다. 위에서 구한 값을 대입하면 $\tau = \frac{10{,}000 \cdot 3{,}840}{160{,}000 \cdot 30} = 8\text{N/mm}^2$이다.

5. 결과: 1 N/mm^2 = 1 MPa이므로 파괴 시 각 접착면의 접착응력 크기는 8 MPa이며, ④의 값에 해당한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같은 스프링 시스템에 하중 P=100N이 작용할 때, 강체 CF의 변위는? (단, 모든 스프링의 강성은 k=5,000N/m이며, 강체는 수평을 이루면서 이동하고, 시스템의 자중은 무시한다.)



① 10mm

② 20mm

③ 30mm

④ 40mm

정답 1번

간단한 해설

왼쪽 A–C 경로의 등가강성은 $k/2$, 오른쪽 D–F 경로는 $3k/2$이다. 두 경로는 **같은 변위로 늘어나는 병렬 연결**이므로 전체 강성은 $2k$이며, 강체 CF는 아래로 10 mm 이동한다.

NoteBase

계산 과정

연결 원리: 스프링에는 힘과 늘어난 길이 사이에 $F = k\delta$가 성립한다. 직렬 연결은 같은 힘을 전달하면서 각 스프링의 늘어난 길이가 더해지고, 병렬 연결은 같은 길이만큼 늘어나면서 각 스프링의 힘이 더해진다. 위쪽 강체 AD는 고정되어 있고 CF는 **수평을 유지하며 이동**하므로 C와 F의 아래쪽 변위는 같은 δ이다. 자중은 무시한다.

왼쪽 A–C 경로: A–B 사이의 각 세로줄은 강성 k인 스프링 두 개의 직렬 연결이다. 힘 F가 작용하면 전체 늘어난 길이가 $2F/k$이므로 한 세로줄의 등가강성은 $k/2$이다. 이 두 세로줄이 병렬이므로 $k_{AB} = k/2 + k/2 = k$이다. 여기에 B–C의 스프링 k가 직렬로 연결되므로 왼쪽 전체의 등가강성은 $k_{AC} = k/2$이다.

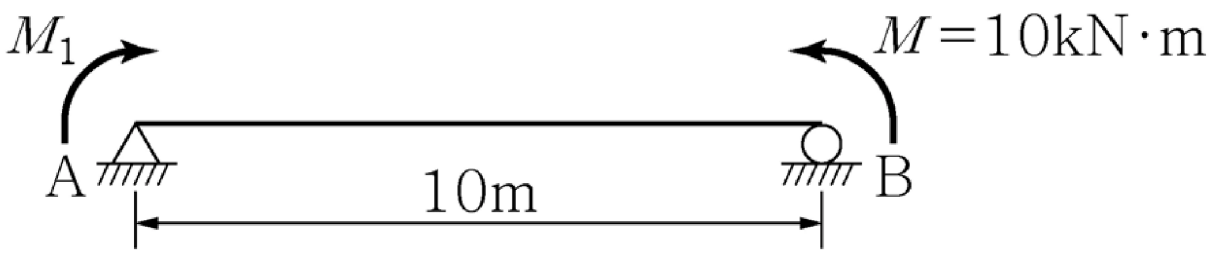
오른쪽 D–F 경로: D–E 사이에는 강성 k인 스프링 한 개와, 두 스프링을 직렬로 연결한 강성 $k/2$의 가지가 병렬로 놓여 있다. E–F에는 추가 스프링이 없으므로 오른쪽 전체의 등가강성은 $k_{DF} = k + k/2 = 3k/2$이다.

전체 등가강성: 왼쪽과 오른쪽 경로의 늘어난 길이가 모두 δ이므로 두 경로는 **병렬로 작용**한다. 따라서 $k_{\text{eq}} = k/2 + 3k/2 = 2k$이고, k = 5,000 N/m를 대입하면 전체 강성은 10,000 N/m이다.

CF의 변위: 두 경로가 지지하는 힘의 합이 하중 P와 같으므로 $P = k_{\text{eq}}\delta$이다. 따라서 $\delta = \frac{P}{k_{\text{eq}}} = \frac{100}{10{,}000}\text{m} = 0.01\text{m}$이다. 이를 환산하면 CF의 변위는 아래로 10 mm이며, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 10. 그림과 같은 구조물에서 휨모멘트도의 면적의 합이 120kN·m일 때, M_1의 크기는? (단, $M_1 > 0$이다.)



① 24kN·m

② 18kN·m

③ 14kN·m

④ 12kN·m

정답 3번

간단한 해설

휨모멘트도는 양 끝의 높이가 M_1과 10kN·m인 사다리꼴이므로, **양 끝 휨모멘트의 평균에 보의 길이를 곱해** 면적을 구한다. 원문의 면적 단위 'kN·m'는 차원상 맞지 않으며, 제시된 수치 120을 $\text{kN}\cdot\text{m}^2$ 단위의 면적으로 해석하면 M_1은 14kN·m이다.

NoteBase

계산 과정

단위 확인: 휨모멘트도의 세로축은 휨모멘트(kN·m), 가로축은 보의 길이(m)이므로 면적의 단위는 $\mathrm{kN\cdot m^2}$이다. 원문에는 '120kN·m'로 적혀 있어 면적의 차원과 일치하지 않는다. 아래에서는 제시된 수치 120을 $\mathrm{kN\cdot m^2}$ 단위의 면적으로 해석하여 계산한다.

양 끝의 휨모멘트: 아래로 처지는 휨모멘트를 양(+)으로 정한다. A단의 시계방향 집중모멘트와 A 바로 오른쪽 단면의 내부모멘트가 평형을 이루므로, 그 단면의 휨모멘트는 M_1이다. B단에서도 반시계방향 집중모멘트와 B 바로 왼쪽 단면의 내부모멘트가 평형을 이루므로, 그 단면의 휨모멘트는 +10kN·m이다. 외력 모멘트의 회전방향은 서로 반대지만, **보의 양 끝에 작용하므로 내부 휨모멘트는 같은 부호**이다.

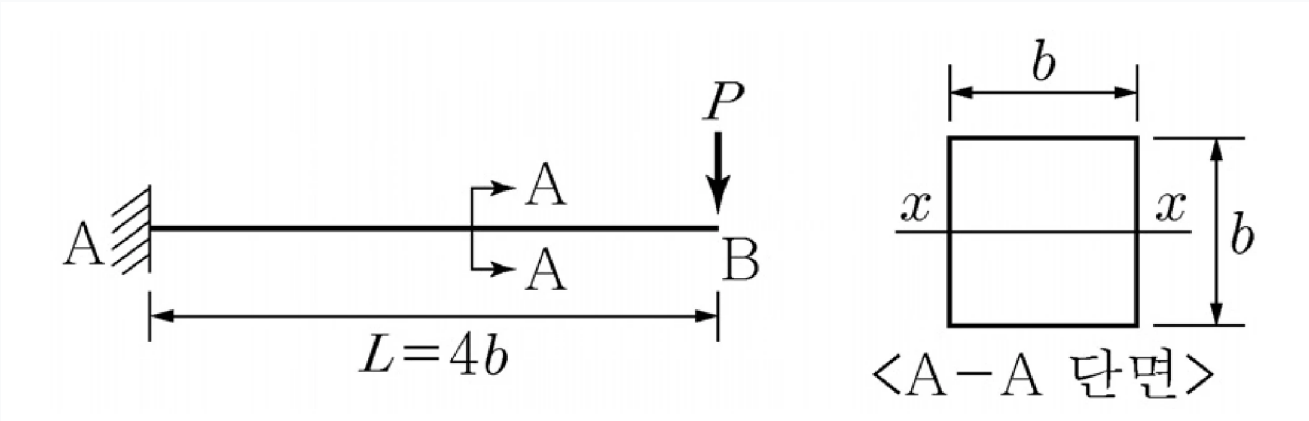
휨모멘트도의 형태: A와 B 사이에 횡하중이 없으므로 전단력은 일정하고, 휨모멘트는 거리에 따라 직선적으로 변한다. 따라서 양 끝의 값 M_1과 10kN·m를 직선으로 연결한다. $M_1 > 0$이므로 구간 전체의 휨모멘트가 양수이며, 면적의 합은 **사다리꼴 하나의 면적**이다.

면적과 평균 휨모멘트: 사다리꼴의 면적은 양 끝 높이의 평균에 길이를 곱한 값이다. 그러므로 면적을 길이 10m로 나누면 평균 휨모멘트가 된다. 면적의 수치 120을 위와 같이 해석하면 평균 휨모멘트는 $\frac{120}{10} = 12$ kN·m이다.

미지 모멘트 계산: 양 끝 휨모멘트의 평균이 12kN·m이므로 두 값의 합은 $12 \times 2 = 24\mathrm{kN\cdot m}$이다. 이 중 B단의 10kN·m를 빼면 $M_1 = (24 - 10)\mathrm{kN\cdot m}$, 즉 14kN·m이다. 이는 ③의 값과 일치하며, $M_1 > 0$ 조건도 만족한다.

NoteBase

문 11. 그림과 같은 구조물에서 발생하는 최대 휨응력과 최대 전단응력의 비 $\left(\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}}\right)$는 얼마인가?



① 4

② 8

③ 12

④ 16

정답 4번

간단한 해설

정사각형 단면의 최대 전단응력은 **평균 전단응력의 3/2배**이다. 길이가 $L = 4b$인 이 외팔보에 휨응력과 전단응력 공식을 적용하면, 두 최댓값의 비는 $\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = 16$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 최대 휨모멘트와 전단력: 그림의 보는 길이가 $L = 4b$이고 자유단 B에 집중하중 P가 작용하는 외팔보이다. 전단력의 크기는 보 전체에서 P로 일정하다. 휨모멘트의 크기는 하중 작용점에서 멀어질수록 커지므로 **고정단 A에서 최대**이며, $M_{\max} = PL = 4Pb$, $V_{\max} = P$이다.

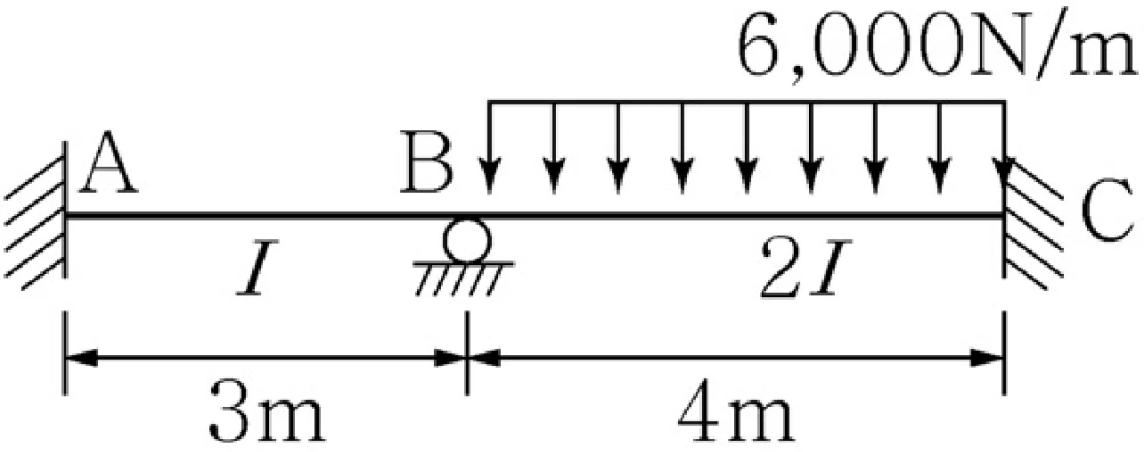
2. 최대 휨응력: 단면은 폭과 높이가 모두 b인 정사각형이므로, 중립축 x–x에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{b^4}{12}$이다. 중립축에서 가장 먼 위·아래 표면까지의 거리는 $c = \frac{b}{2}$이다. 휨응력의 크기는 중립축으로부터의 거리에 비례하므로, 고정단의 위·아래 표면에서 최댓값을 갖는다. $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} c}{I}$에 대입하면 $\sigma_{\max} = \frac{4Pb \cdot (b/2)}{b^4/12} = \frac{24P}{b^2}$이다.

3. 최대 전단응력: 정사각형을 포함한 직사각형 단면에서는 전단응력이 높이 방향으로 포물선 형태로 분포한다. 위·아래 표면에서 0이고, **중립축에서 평균 전단응력의 3/2배**로 최대가 된다. 단면적을 $A_s = b^2$라 하면, $\tau_{\max} = \frac{3V_{\max}}{2A_s} = \frac{3P}{2b^2}$이다.

4. 응력의 비: 두 응력의 최댓값은 단면 내 발생 위치가 다르므로 각각 구한 값을 나눈다. $\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = \frac{24P/b^2}{3P/(2b^2)} = 16$이다. 두 응력의 단위가 같아 비는 무차원이며, ④의 16과 일치한다.

NoteBase

문 12. 그림과 같은 보의 A지점에서 발생하는 반력모멘트 M_A는? (단, 탄성계수 E는 모든 부재에서 동일하며 AB 및 BC 부재의 단면2차모멘트는 각각 I와 2I이다.)



① 800N·m

② 1,600N·m

③ 3,200N·m

④ 10,400N·m

정답 2번

간단한 해설

B의 불평형모멘트는 두 부재의 **회전강성 비 2:3**에 따라 분배되고, BA에 분배된 3,200 N·m의 절반이 고정단 A로 전달된다. 따라서 A의 반력모멘트 크기는 1,600 N·m이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 풀이 방법: A와 C는 고정단이고 B는 연속보의 중간 지점이므로, 지점의 처짐은 모두 0이며 B에서는 회전이 가능하다. AB의 길이는 3 m, 휨강성은 EI이고, BC의 길이는 4 m, 휨강성은 2EI이다. BC에만 등분포하중 6,000 N/m가 작용한다. B를 일시적으로 회전 구속한 뒤 그 구속을 풀어 모멘트를 분배하는 모멘트분배법을 사용한다. 부재단에 작용하는 모멘트는 시계방향을 양(+)으로 잡는다.

고정단모멘트: B의 회전까지 구속하면 BC는 양단고정보가 된다. 전 구간 등분포하중을 받는 양단고정보의 고정단모멘트 크기는 $\frac{wL^2}{12}$이므로, $\frac{6,000 \cdot 4^2}{12} = 8,000\ \mathrm{N \cdot m}$이다. BC의 B단에서는 반시계방향으로 작용하며, 하중이 없는 AB의 고정단모멘트는 0이다. 따라서 B의 불평형모멘트는 −8,000 N·m이고, 이를 없애려면 시계방향 모멘트 8,000 N·m를 두 부재에 분배해야 한다.

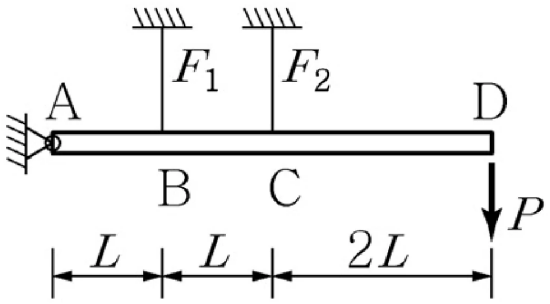
B에서의 분배 비율: 반대쪽 끝이 고정되어 있고 지점 간 상대 처짐이 없으면, 한쪽 끝을 단위 각도만큼 회전시키는 데 필요한 회전강성은 $K = \frac{4EI}{L}$이다. BA는 $K_{BA} = \frac{4EI}{3}$이고, BC는 $K_{BC} = \frac{4E(2I)}{4} = 2EI$이다. 따라서 **단면2차모멘트와 길이를 함께 반영**한 강성 비는 $K_{BA} : K_{BC} = 2 : 3$이며, BA의 분배율은 2/5이다.

BA에 분배되는 모멘트: B에서 두 부재는 같은 각도만큼 회전하므로, 불평형을 없애는 모멘트는 각 부재의 회전강성에 비례하여 나뉜다. BA의 B단에 추가되는 모멘트는 $8,000 \cdot \frac{2}{5} = 3,200\ \mathrm{N \cdot m}$이며 시계방향이다. 나머지 4,800 N·m는 BC의 B단에 분배되어 B에서 두 부재단모멘트의 합이 0이 된다.

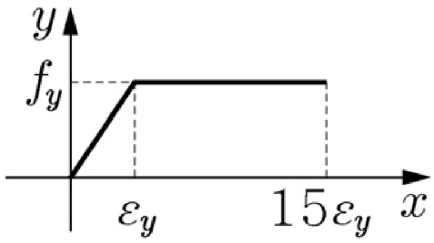
A의 반력모멘트: **반대쪽 끝이 고정된 부재의 전달률은 1/2**이므로, BA의 B단에 추가된 모멘트의 절반이 A단에 같은 방향으로 전달된다. AB에는 원래 하중에 의한 고정단모멘트가 없으므로, $M_A = \frac{1}{2} \cdot 3,200 = 1,600\ \mathrm{N \cdot m}$이다. A의 반력모멘트는 시계방향이고, 그 크기는 1,600 N·m로 ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 13. 그림 (가)와 같이 하중 P를 받고 힌지와 케이블로 지지된 강체봉이 있다. 케이블 재료의 응력-변형률 선도가 그림 (나)와 같을 때, 케이블이 견딜 수 있는 최대하중의 크기는 $B_1(f_yA_s)$이다. B_1은? (단, F_1과 F_2는 케이블의 장력, f_y는 케이블의 항복강도, A_s는 케이블의 단면적이며, 자중은 무시한다.)



(가)



(나)

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

정답 3번

간단한 해설

케이블은 **항복 후에도 장력을 유지하며 늘어날 수 있으므로** 두 케이블이 모두 항복장력에 도달할 때까지 하중을 지지한다. 이때 A점에 대한 모멘트 평형에서 최대하중은 $P_{\max} = \frac{3}{4}f_yA_s$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 모멘트 평형: 그림 (가)에서 A점부터 B, C, D까지의 거리는 각각 L, $2L$, $4L$이다. 힌지는 모멘트를 전달하지 않으므로 A점에 대한 모멘트 평형은 $F_1 L + F_2 \cdot 2L = P \cdot 4L$이고, 이를 정리하면 $P = \frac{F_1 + 2F_2}{4}$이다.

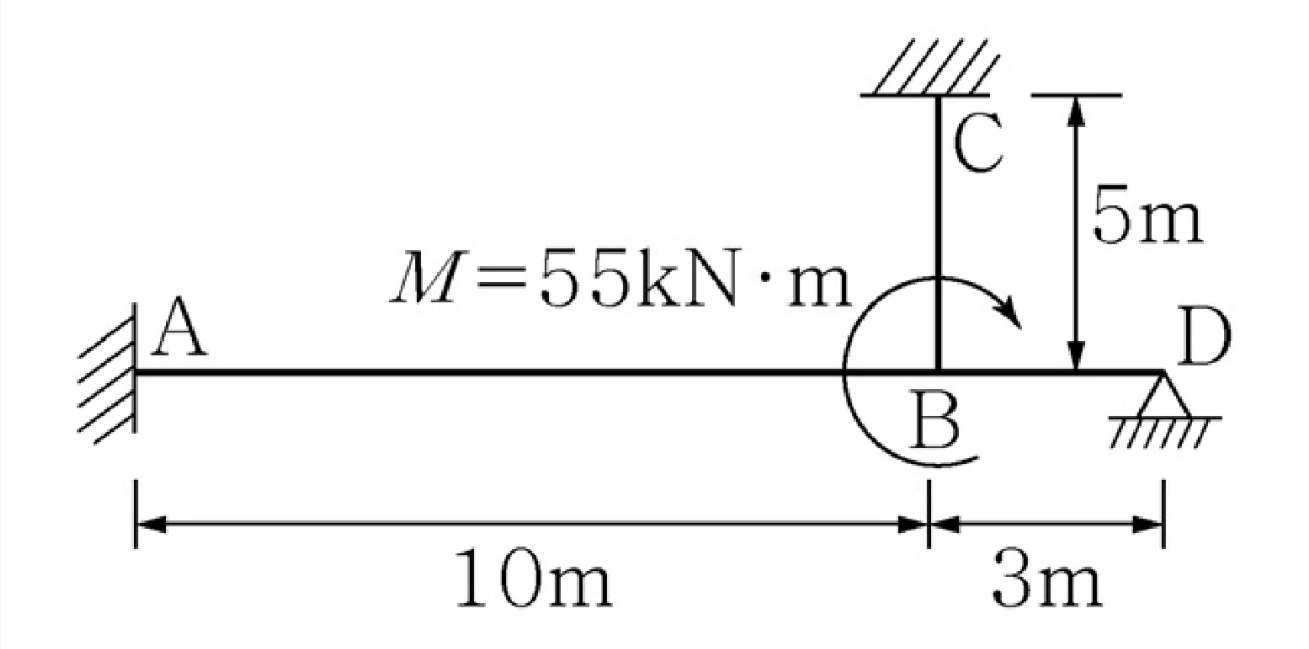
2. 케이블의 장력 한계: 그림 (나)는 변형률이 ε_y에 도달하면 응력이 f_y가 되고, 이후 $15\varepsilon_y$까지 같은 응력을 유지하는 탄성·완전소성 거동을 나타낸다. 장력은 응력과 단면적의 곱이므로 각 케이블의 최대장력은 $f_y A_s$이다. **한 케이블의 최초 항복이 곧 전체 구조의 최대하중은 아니다.**

3. 두 케이블의 항복 가능 여부: 강체봉이 A점을 중심으로 미소 회전하면 C점의 수직변위는 B점의 2배이다. 그림에서 두 케이블의 길이가 같으므로 변형률도 $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$이다. 따라서 C점의 케이블이 먼저 항복한 뒤 항복장력을 유지하며 늘어나고, B점의 케이블은 장력이 계속 증가한다. B점의 케이블이 항복할 때 $\varepsilon_1 = \varepsilon_y$, $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_y$이다. C점의 변형률은 선도에 표시된 $15\varepsilon_y$보다 작으므로, **두 케이블이 동시에 항복장력을 지지할 수 있다.**

4. 최대하중과 계수: $F_1 = F_2 = f_y A_s$를 모멘트 평형식에 대입하면 $P_{\max} = \frac{f_y A_s + 2 f_y A_s}{4} = \frac{3}{4} f_y A_s$이다. 두 케이블 모두 이보다 큰 장력을 낼 수 없으므로 이 값이 최대하중이다. $f_y A_s$는 힘의 단위를 가지며, B_1은 단위가 없는 계수이다. 따라서 $B_1 = \frac{3}{4}$로, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 하중을 받는 구조물에서 고정단 C의 반력 모멘트의 크기는? (단, 구조물 자중은 무시하고, 휨강성 EI는 일정하며, 축방향 변형은 무시한다.)



① 10kN·m

② 11kN·m

③ 12kN·m

④ 13kN·m

정답 1번

간단한 해설

B에서 BC 부재가 부담하는 모멘트는 20 kN·m이고, 반대쪽 C가 고정되어 있어 **그 절반이 C에 전달**된다. 따라서 C의 반력 모멘트 크기는 10 kN·m이다.

NoteBase

계산 과정

변형 조건: A와 C는 고정단이고 D는 회전이 자유로운 힌지 지점이다. 축방향 변형을 무시하므로 AB에 의해 B의 수평 이동이, BC에 의해 B의 수직 이동이 구속된다. 따라서 **B의 병진변위 없이 회전만 발생**하며, B에 작용하는 시계방향 모멘트 55 kN·m를 세 부재가 회전강성에 비례하여 부담한다.

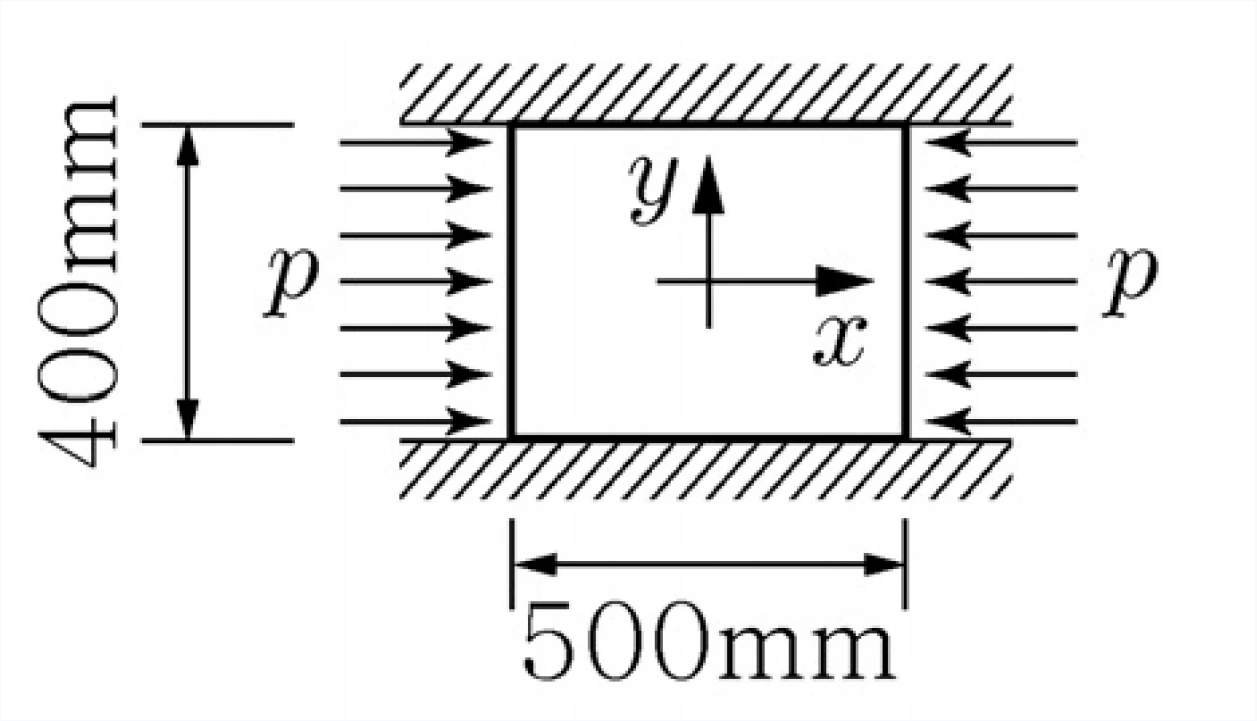
부재별 회전강성: 회전강성은 절점에 단위 회전을 일으키는 데 필요한 모멘트이다. 부재에 횡방향 하중과 양단의 상대 병진변위가 없을 때, 반대쪽 끝이 고정이면 $K = \frac{4EI}{L}$, 힌지이면 $K = \frac{3EI}{L}$이다. BA와 BC는 반대쪽 A와 C가 고정이지만, **BD는 D가 힌지이므로 강성 계수 3을 적용**한다. 길이가 각각 10 m, 5 m, 3 m이고 EI가 같으므로 강성비는 $K_{BA} : K_{BC} : K_{BD} = \frac{4}{10} : \frac{4}{5} : \frac{3}{3} = 2 : 4 : 5$이다.

BC의 B단 모멘트: 세 부재는 B에서 같은 각도만큼 회전하므로, 전체 모멘트 중 BC가 부담하는 비율은 $\frac{4}{2+4+5} = \frac{4}{11}$이다. 따라서 B단 모멘트의 크기는 $|M_{BC}| = 55 \cdot \frac{4}{11} = 20\text{kN} \cdot \text{m}$이다. 이는 B에 작용하는 외력 모멘트에 저항하는 BC 부재의 몫이다.

C의 반력 모멘트: BC에는 부재 중간 하중이 없고 C의 회전이 구속되어 있으므로, B의 회전으로 생기는 C단 모멘트는 B단 모멘트의 절반이다. 즉, **고정된 반대쪽 끝으로의 전달률은 1/2**이다. 따라서 $|M_C| = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10\text{kN} \cdot \text{m}$이며, 크기는 ①의 10 kN·m와 일치한다.

NoteBase

문 15. 높이 $h = 400\text{mm}$, 폭 $b = 500\text{mm}$, 두께 $t = 5\text{mm}$인 강판의 양면이 마찰이 없는 강체벽에 y방향으로 구속되어 있다. x방향의 변형량이 0.36mm라면 압력 p의 크기는? (단, 강판의 포아송비는 0.2이고, 탄성계수는 200GPa이며, 강판의 자중은 무시한다.)



① 60MPa

② 90MPa

③ 120MPa

④ 150MPa

정답 4번

간단한 해설

강체벽이 **y방향 변형을 막으므로** 벽의 반력에 의한 압축응력까지 고려해야 한다. 이때 x방향 변형률의 크기는 $\frac{(1-\nu^2)p}{E}$이며, 주어진 변형량을 대입하면 압력은 150 MPa이다.

NoteBase

계산 과정

응력과 구속조건: 인장응력과 늘어나는 변형률을 양(+)으로 정한다. 그림에서 압력 p는 좌우에서 강판을 압축하므로 $\sigma_x = -p$이다. 위아래 강체벽은 **y방향 변형률을 0으로 유지**하며, 마찰이 없으므로 x방향 미끄러짐은 막지 않는다. 두께 방향에는 하중이 없어 $\sigma_z = 0$인 평면응력 상태로 다룬다.

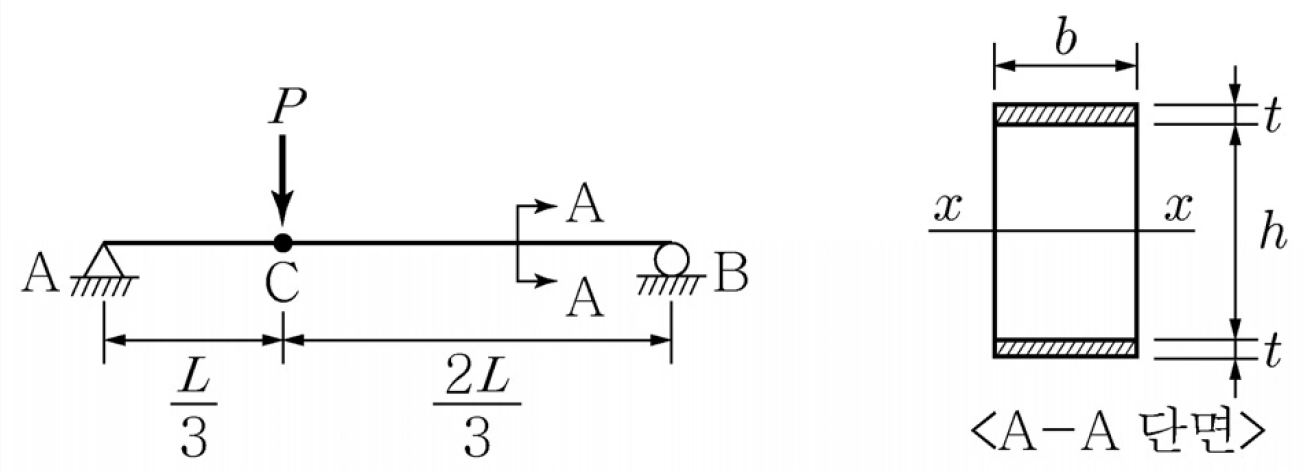
벽의 반력에 의한 응력: x방향으로 압축하면 포아송 효과로 y방향으로 늘어나려 하지만 강체벽이 이를 막는다. 따라서 y방향에도 압축응력이 발생한다. 탄성계수 E, 포아송비 ν인 재료의 훅의 법칙에서 $\varepsilon_y = \frac{\sigma_y - \nu\sigma_x}{E} = 0$ 이므로, $\sigma_y = \nu\sigma_x = -\nu p$이다.

x방향 변형률: 변형률은 **변형량을 그 방향의 원래 길이로 나눈 값**이다. x방향 원래 길이는 높이 400 mm가 아니라 폭 500 mm이다. 압축에 의한 줄어든 길이가 0.36 mm이므로 $\varepsilon_x = \frac{-0.36}{500} = -0.00072$이다. 탄성계수는 200 GPa = 200,000 MPa로 환산한다.

압력 계산: x방향 훅의 법칙은 $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu\sigma_y}{E}$이다. 앞에서 구한 응력을 대입하면 $\varepsilon_x = -\frac{(1-\nu^2)p}{E}$이므로, $p = \frac{E|\varepsilon_x|}{1-\nu^2}$ 이다. 수치를 대입하면 $p = \frac{200{,}000 \cdot 0.00072}{1-0.2^2} = 150\text{MPa}$로, ④의 150 MPa와 일치한다. 압력 자체가 단위 면적당 힘이므로 두께나 단면적으로 다시 나눌 필요는 없다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 단순보에서 외측의 두께 t가 내측의 두께 h보다 매우 작은 경우($t \ll h$), C점에서 발생하는 평균 전단응력의 표현으로 옳은 것은?



① $\frac{P}{3bh}$
② $\frac{2P}{3bh}$
③ $\frac{PL}{3bh}$
④ $\frac{2PL}{3bh}$

정답 2번

간단한 해설

C점 바로 왼쪽 단면의 전단력은 $\frac{2P}{3}$이고, 외측 두께가 매우 작으므로 단면적은 bh로 근사한다. **평균 전단응력은 전단력을 단면적으로 나눈 값**이므로 $\frac{2P}{3bh}$이다.

NoteBase

계산 과정

지점반력: 위쪽 반력을 각각 R_A, R_B라 하면, A점에 대한 모멘트 평형은 $R_B L = P \cdot \frac{L}{3}$이다. 따라서 $R_B = \frac{P}{3}$이고, 수직력 평형으로 $R_A = P - R_B = \frac{2P}{3}$이다.

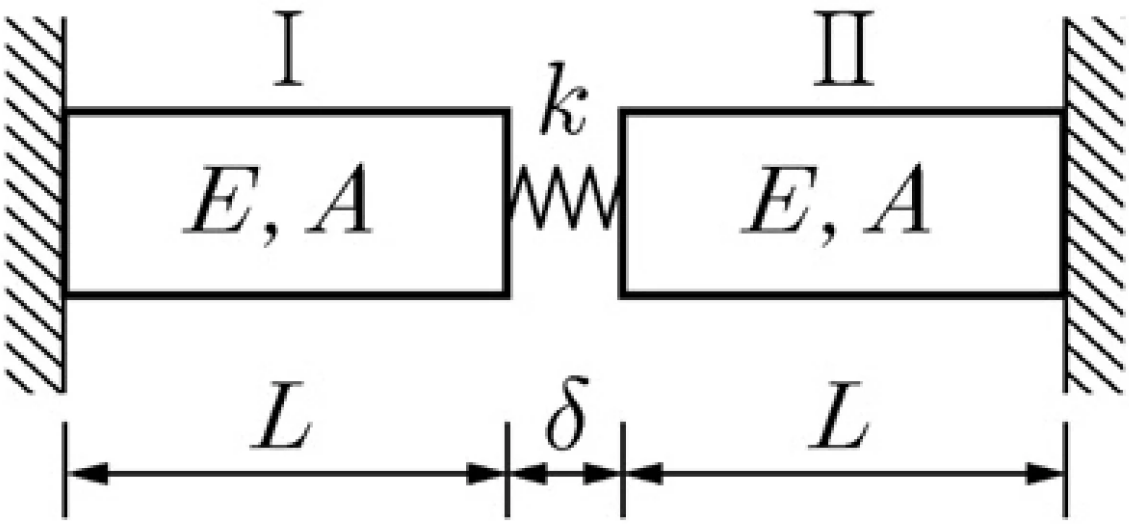
C점의 전단력: 집중하중 P가 작용하므로 **C점의 좌우 전단력은 서로 다르다**. C점 바로 왼쪽에서는 $V = R_A = \frac{2P}{3}$이고, 바로 오른쪽에서는 $V = R_A - P = -\frac{P}{3}$이다. 제시된 ②의 식은 전단력의 크기가 더 큰 왼쪽 단면을 기준으로 한다.

단면적 근사: 그림에서 단면의 폭은 b이고 전체 높이는 $h + 2t$이므로 단면적은 $A = b(h + 2t)$이다. **외측 두께를 무시할 수 있는 조건**인 $t \ll h$를 적용하면 $A \approx bh$로 근사한다.

평균 전단응력: 단면에 작용하는 전단력의 크기를 단면적으로 나누어 구한다. 이는 단면 내 특정 위치의 최대 전단응력과 구별된다. 따라서 $\tau_{\text{avg}} = \frac{|V|}{A} \approx \frac{2P/3}{bh} = \frac{2P}{3bh}$이며, ②의 표현과 일치한다. P를 힘의 단위로, b와 h를 길이의 단위로 넣으면 응력의 단위는 힘/면적이 된다.

NoteBase

문 17. 그림과 같은 구조물에서 스프링이 힘을 받지 않은 상태에서 δ는 5mm이다. 봉 I과 봉 II의 온도가 증가하여 δ가 3mm로 되었다면, 온도의 증가량 ΔT는? (단, 열팽창계수 $\alpha=10^{-5}$/°C, E=200GPa, L=1m, $A=100mm^2$, k=2,000N/mm)



① 60°C

② 80°C

③ 100°C

④ 120°C

정답 4번

간단한 해설

스프링이 2 mm 압축되면서 두 봉에는 각각 4,000 N의 압축력이 작용한다. 두 봉의 실제 신장량 합계 2 mm에 **압축력에 의한 탄성 단축량 합계 0.4 mm**를 더해야 자유 열팽창량이 되므로, 온도 증가량은 120°C이다.

NoteBase

계산 과정

1. 스프링의 압축량과 힘: 그림에서 δ는 두 봉 사이의 스프링 길이이다. 처음에 스프링이 힘을 받지 않았으므로 길이가 5 mm에서 3 mm로 줄어든 양 2 mm가 스프링의 압축량이다. 따라서 스프링력은 $P = k(5-3) = 2000 \cdot 2 = 4000\text{N}$이다. 스프링이 양쪽 봉을 각각 바깥쪽으로 밀므로 **각 봉에 동일한 압축력 4,000 N**이 작용한다.

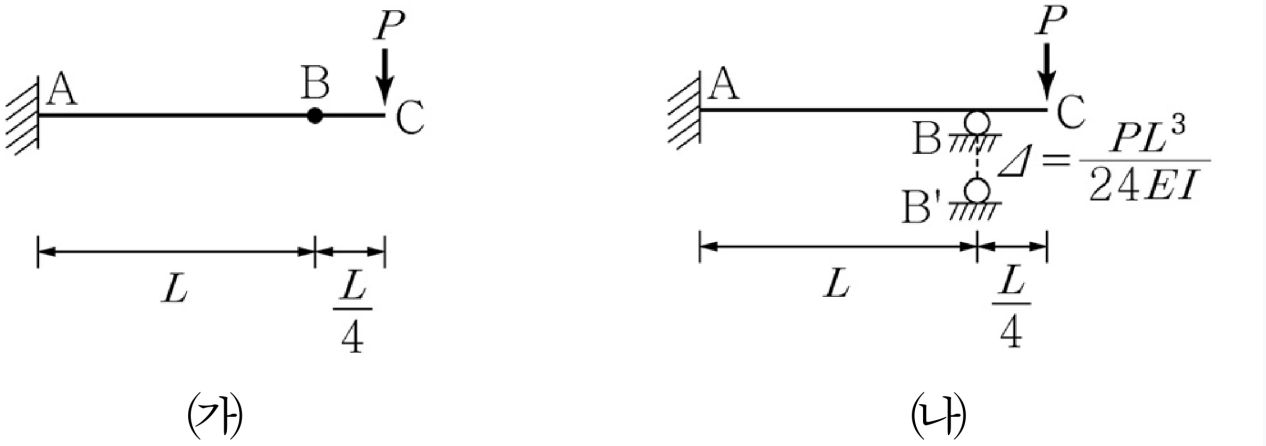
2. 각 봉의 탄성 단축량: 압축력에 의한 봉의 단축량은 $u_e = \frac{PL}{EA}$이다. 길이는 L = 1,000 mm, 탄성계수는 E = 200,000 N/mm^2, 단면적은 A = 100 mm^{2}로 단위를 맞춘다. 이에 따라 $u_e = \frac{4000 \cdot 1000}{200000 \cdot 100} = 0.2\text{mm}$이다. 이는 각 봉이 압축력 때문에 자유 열팽창 상태보다 0.2 mm 짧아진다는 뜻이다.

3. 변형의 적합조건: 두 봉은 길이·재료·단면적과 온도 증가량이 같으므로 실제 신장량도 같다. 스프링 길이의 감소량 2 mm는 두 봉의 실제 신장량 합계이므로 각 봉은 1 mm씩 늘어난다. 각 봉의 실제 신장량은 **자유 열팽창량에서 탄성 단축량을 뺀 값**이므로 $\alpha L \Delta T - 0.2 = 1$이다. 따라서 각 봉의 자유 열팽창량은 $\alpha L \Delta T = 1.2\text{mm}$이다.

4. 온도 증가량: 자유 열팽창량 관계에 열팽창계수와 길이를 대입하면 $\Delta T = \frac{1.2}{10^{-5} \cdot 1000} = 120\,^\circ\text{C}$이다. 이는 선택지 ④의 120°C에 해당한다.

NoteBase

문 18. 그림 (가)에서 외부하중 P에 의하여 B점에 발생한 처짐이 $\frac{PL^3}{8EI}$이고, 그림 (나)에서 받침 B점에 발생한 침하가 $\frac{PL^3}{24EI}$일 때, B점에 작용하는 반력(R_B)의 크기는? (단, 그림 (가)와 (나)는 동일한 구조물로 B점의 경계조건만 다름)



① $\frac{P}{4}$

② $\frac{P}{2}$

③ P

④ $2P$

정답 1번

간단한 해설

B점의 최종 처짐은 **받침의 침하량과 같아야** 한다. 반력이 외부하중에 의한 처짐을 위쪽으로 줄이므로, $\frac{R_BL^3}{3EI} = \frac{PL^3}{8EI} - \frac{PL^3}{24EI}$에서 반력의 크기는 $R_B = \frac{P}{4}$이다.

NoteBase

계산 과정

받침을 제거한 구조를 기준으로 하중과 반력의 효과를 중첩한다. 그림에서 A는 고정단이고 A–B의 길이는 L이다. E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이며 EI는 휨강성이다. 외부하중 P만 작용할 때 B점의 아래쪽 처짐은 문제에서 $\delta_P = \frac{PL^3}{8EI}$로 주어졌다.

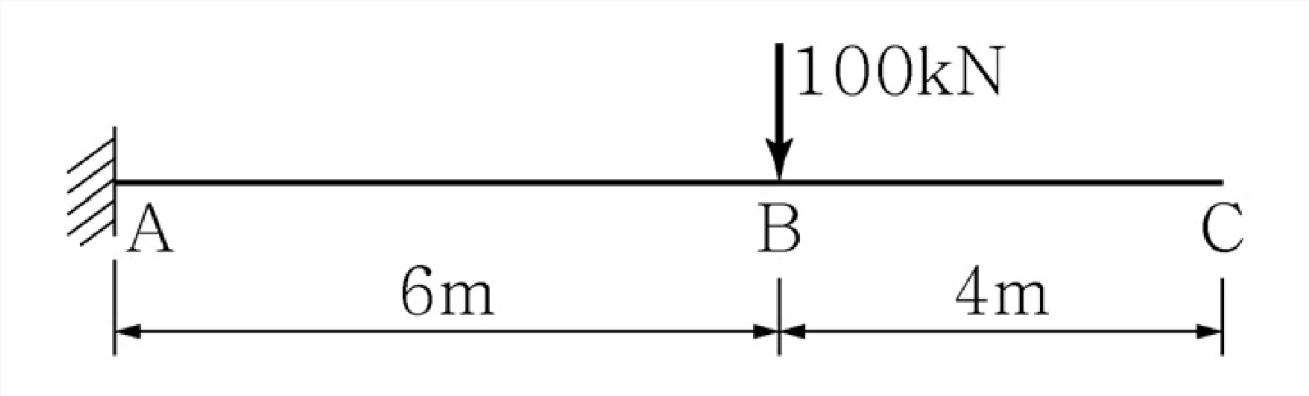
받침의 반력 R_B를 B점에 위쪽으로 작용시키면 B점은 위쪽으로 처진다. 이 반력만 고려할 때 B–C에는 휨모멘트가 발생하지 않으므로, B점의 처짐은 **길이 L인 외팔보의 끝에 집중하중이 작용하는 경우**와 같다. 선형탄성 보의 작은 처짐 관계를 적용하면 위쪽 처짐의 크기는 $\delta_R = \frac{R_B L^3}{3EI}$이다.

아래쪽 변위를 양으로 잡으면 최종 처짐은 $\delta_P - \delta_R$이다. 그림 (나)에서 받침이 B에서 B′로 침하하므로, 보의 B점도 **0이 아니라 받침의 침하량만큼** 내려가야 한다. 따라서 변위 적합조건은 $\frac{PL^3}{8EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{24EI}$이다.

위 식을 반력에 의한 처짐에 대해 정리하면 $\frac{R_B L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{12EI}$이다. 양변에 $\frac{3EI}{L^3}$을 곱하면 $R_B = \frac{P}{4}$를 얻는다. 반력은 위쪽이며, 그 크기는 하중 P의 1/4로 ①에 해당한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같은 외팔보의 자유단 C점에서의 처짐은? (단, 보의 자중은 무시하며 휨강성 EI는 일정하다.)



① $\frac{10,800(\text{kN}\cdot\text{m}^3)}{EI}$ (하향)
② $\frac{12,000(\text{kN}\cdot\text{m}^3)}{EI}$ (하향)
③ $\frac{13,200(\text{kN}\cdot\text{m}^3)}{EI}$ (하향)
④ $\frac{14,400(\text{kN}\cdot\text{m}^3)}{EI}$ (하향)

정답 4번

간단한 해설

BC 구간은 휨모멘트가 0이지만, B점에서 생긴 **회전각을 유지한 채 기울어진다**. 따라서 C점 처짐은 B점 처짐에 회전으로 인한 추가 처짐을 더한 $\frac{14,400\text{kN}\cdot\text{m}^3}{EI}$이며, 방향은 하향이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 풀이 원리: A는 고정단이고, B에 하향 집중하중 P = 100 kN이 작용한다. AB 길이를 a = 6 m, BC 길이를 b = 4 m로 둔다. 자중을 무시하고 EI가 일정하므로 휨에 의한 미소 처짐을 계산한다. C점 처짐은 **B점의 처짐과 회전에 따른 추가 처짐**을 합하여 구한다.

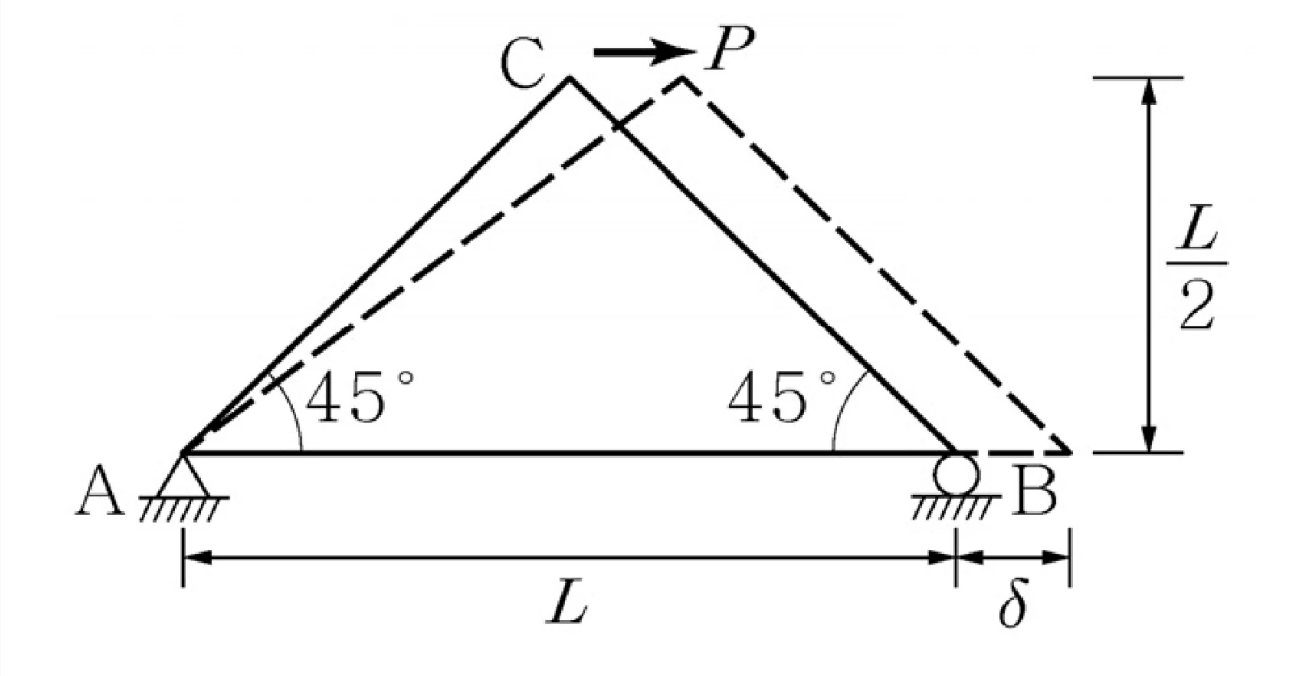
B점의 처짐과 회전각: AB는 끝 B에 집중하중이 작용하는 길이 a의 외팔보와 같다. 고정단 A에서 처짐과 회전각이 모두 0이라는 조건으로 곡률 관계를 적분하면, B점의 하향 처짐은 $\delta_B = \frac{Pa^3}{3EI}$, 시계방향 회전각의 크기는 $\theta_B = \frac{Pa^2}{2EI}$이다. 수치를 대입하면 $\delta_B = \frac{100 \cdot 6^3}{3EI} = \frac{7,200\,\mathrm{kN \cdot m^3}}{EI}$, $\theta_B = \frac{100 \cdot 6^2}{2EI} = \frac{1,800\,\mathrm{kN \cdot m^2}}{EI}$이다. 회전각은 라디안으로 나타낸다.

BC 구간의 추가 처짐: BC에는 하중이 없고 C는 자유단이므로 이 구간의 휨모멘트는 0이다. 따라서 곡률도 0이어서 **BC는 B점의 기울기를 유지하는 직선**이 된다. B점보다 C점이 더 내려가는 양은 미소 회전각에서 $\Delta\delta = \theta_B b$이므로, $\Delta\delta = \frac{1,800 \cdot 4}{EI} = \frac{7,200\,\mathrm{kN \cdot m^3}}{EI}$이다. 휨모멘트가 0이라는 것은 곡률이 0이라는 뜻이며, 처짐이나 기울기까지 0이라는 뜻은 아니다.

C점의 처짐: B점의 하향 처짐과 BC의 회전으로 생기는 하향 추가 처짐을 더하면 $\delta_C = \delta_B + \Delta\delta$이다. 따라서 $\delta_C = \frac{7,200 + 7,200}{EI} = \frac{14,400\,\mathrm{kN \cdot m^3}}{EI}$이며, 하향 처짐인 ④와 일치한다. EI를 $\mathrm{kN \cdot m^2}$ 단위로 넣으면 처짐의 단위는 m가 된다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 수평하중을 받는 트러스 구조물의 B점에서 발생하는 최대 수평변위 $\delta_{max} = 3\delta$일 때, 허용 가능한 최대 수평하중(P)은? (단, 모든 부재의 단면적 A와 탄성계수 E는 동일하다.)



① $\frac{2AE}{L}\delta$
② $\frac{4AE}{L}\delta$
③ $\frac{6AE}{L}\delta$
④ $\frac{8AE}{L}\delta$

정답 3번

간단한 해설

B점의 수평변위는 **수평부재 AB의 축방향 신장량**과 같다. AB의 인장력이 $P/2$이므로 $u_B = \frac{PL}{2AE}$이며, 허용변위 3δ를 적용하면 최대하중은 $\frac{6AE}{L}\delta$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 지점반력: A는 힌지지점, B는 수평으로 이동할 수 있는 롤러지점이다. AB의 길이는 L이고, C의 높이는 $L/2$이다. B의 위쪽 반력을 R_{By}라 하면 A점에 대한 모멘트 평형에서 $R_{By}L = P \cdot \frac{L}{2}$이므로 $R_{By} = \frac{P}{2}$이다.

2. AB의 부재력: 인장을 양으로 두고 B절점의 평형을 적용한다. BC가 수평면과 이루는 각은 45°이므로 $N_{BC}\sin 45^\circ + \frac{P}{2} = 0$에서 $N_{BC} = -\frac{P}{\sqrt{2}}$이다. 즉, BC는 압축부재이다. 수평방향으로는 $-N_{AB} - N_{BC}\cos 45^\circ = 0$이므로 $N_{AB} = \frac{P}{2}$의 인장력이 작용한다.

3. B점의 수평변위: A점은 움직이지 않고 AB는 수평부재이므로, 미소변형 범위에서 **B점의 수평변위가 AB의 신장량과 같다**. 단면적 A, 탄성계수 E가 일정한 축부재의 신장량은 $\Delta L = \frac{NL}{AE}$이므로 $u_B = \frac{N_{AB}L}{AE} = \frac{PL}{2AE}$이다. 따라서 이 변위를 구할 때 경사부재의 신장량을 별도로 더하지 않는다.

4. 허용 최대하중: 하중 P가 커지면 수평변위도 비례하여 커지므로, 허용한계에서 $u_B = 3\delta$를 적용한다. $\frac{PL}{2AE} = 3\delta$를 풀면 $P_{\max} = \frac{6AE}{L}\delta$이며, 이는 ③의 값과 일치한다.

NoteBase