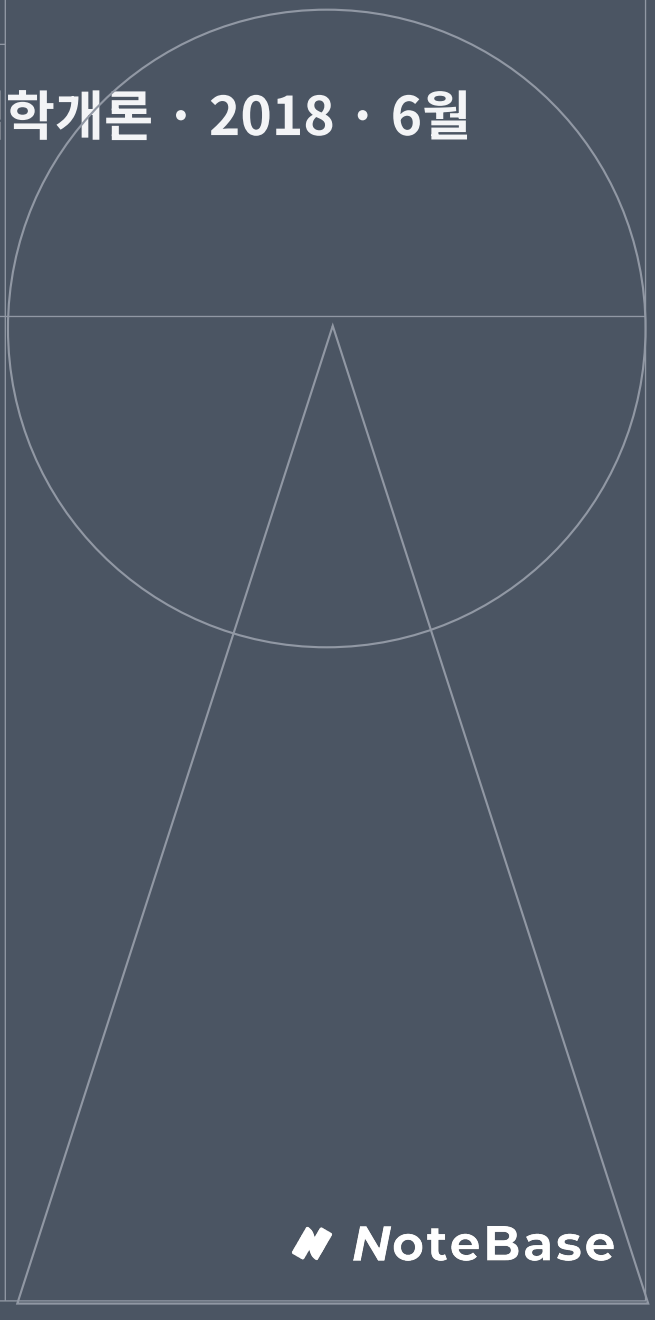
기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2018 · 6월



NoteBase

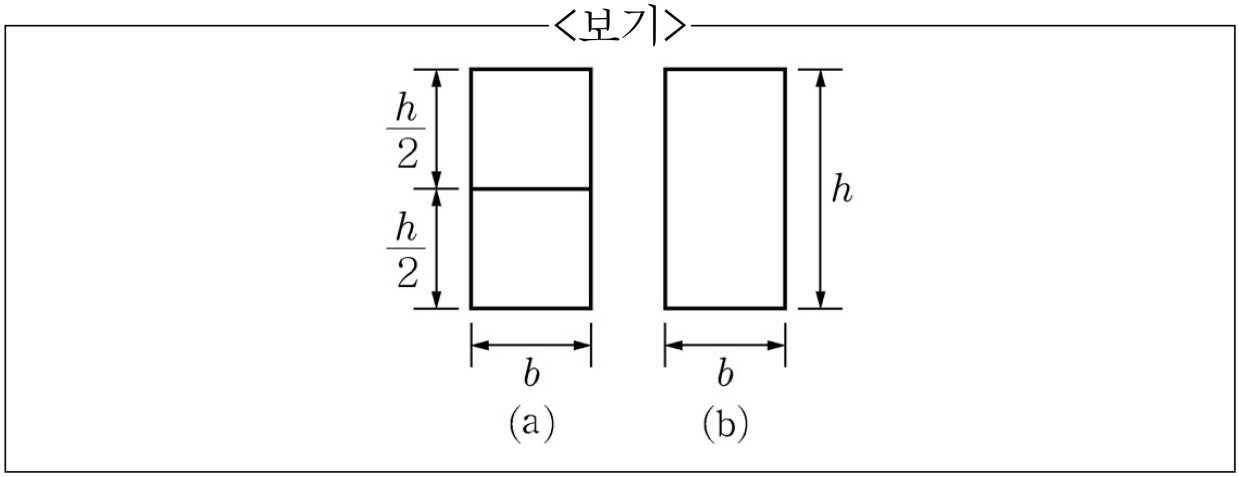
기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2018 · 6월

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2018 · 6월

문 1. <보기>와 같은 단면 (a), (b)를 가진 단순보에서 중앙에 같은 크기의 집중하중을 받을 때, 두 보의 최대처짐비(Δa/Δb)는?
(단, 각 단순보의 길이와 탄성계수는 서로 동일하며 (a)의 두 보는 서로 분리되어 있다.)

<보기>



① 2
② 3
③ 4
④ 5

정답 3번

간단한 해설

(a)는 두 보가 **서로 분리되어** 각자의 중립축을 기준으로 휘므로, 휨강성은 각 보의 휨강성을 더해 구한다. (b)의 휨강성은 (a)의 4배이고 처짐은 휨강성에 반비례하므로, 최대처짐비는 $\frac{\Delta_a}{\Delta_b} = 4$이다.

NoteBase

계산 과정

처짐 관계: 중앙에 집중하중 P를 받는 단순보의 최대처짐은 중앙에서 발생하며, $\Delta = \frac{PL^3}{48EI}$이다. 여기서 L은 보의 길이, E는 탄성계수, I는 휨에 대한 단면2차모멘트이다. 두 경우의 하중·길이·탄성계수가 같으므로 **최대처짐은 휨강성에 반비례**한다.

(a)의 휨강성: 그림에서 각 보의 폭은 b, 높이는 $\frac{h}{2}$이다. 직사각형의 도심을 지나는 수평축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{bH^3}{12}$이므로, 각 보에 대해 $I_0 = \frac{b(h/2)^3}{12} = \frac{bh^3}{96}$이다. 두 보는 **일체로 결합되어 있지 않으므로 각자의 중립축**을 기준으로 휜다. 따라서 전체 높이 h인 한 단면으로 계산하지 않고, 두 보의 휨강성을 합하여 $(EI)_a = 2EI_0 = \frac{Ebh^3}{48}$로 계산한다. 이는 동일한 두 보가 전체 하중 P를 절반씩 나누어 부담하는 것과 같다.

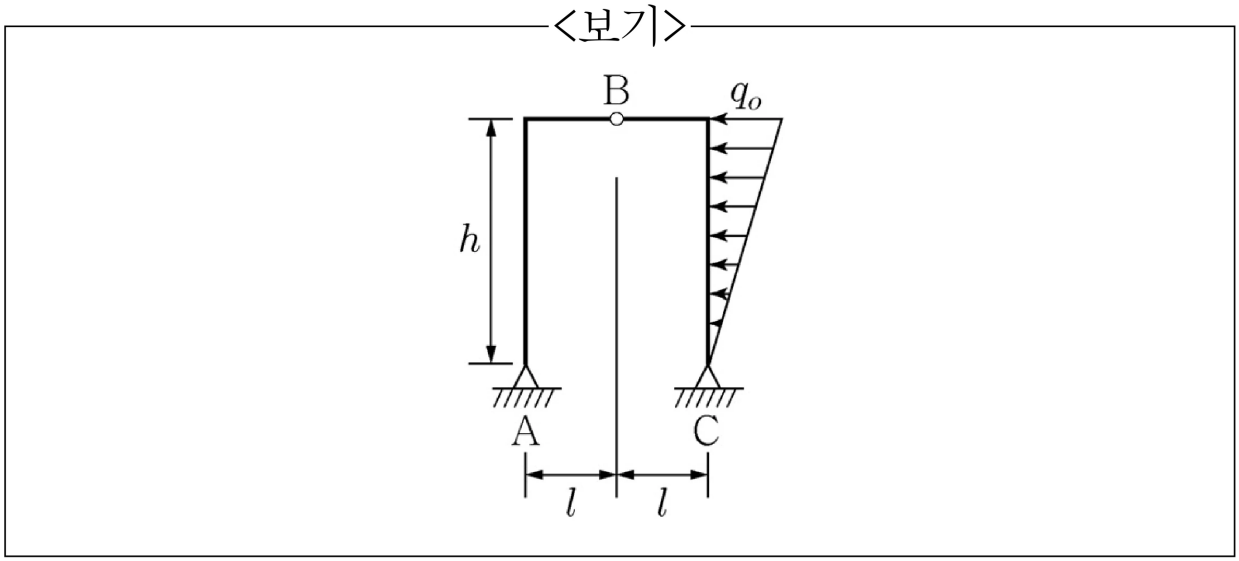
(b)의 휨강성: 폭 b, 높이 h인 하나의 직사각형 단면이므로 $I_b = \frac{bh^3}{12}$이고, $(EI)_b = \frac{Ebh^3}{12}$이다. (a)와 달리 전체 높이 h가 하나의 단면으로 휨에 저항한다.

처짐비: 공통인 하중·길이와 계수는 소거되므로 $\frac{\Delta_a}{\Delta_b} = \frac{(EI)_b}{(EI)_a}$이다. 위에서 구한 값을 대입하면 $\frac{\Delta_a}{\Delta_b} = \frac{Ebh^3/12}{Ebh^3/48} = 4$이다. 두 처짐의 비이므로 단위가 없으며, 선택지 ③의 4에 해당한다.

NoteBase

문 2. <보기>와 같은 3힌지 라멘의 A점에서 발생하는 수평 반력은?

<보기>



① $\frac{q_o h}{6}$
② $\frac{q_o h}{4}$
③ $\frac{q_o h}{3}$
④ $\frac{q_o h}{2}$

정답 1번

간단한 해설

삼각형 분포하중의 합력은 C점에서 $\frac{2h}{3}$ 위에 작용한다. 이 작용위치와 **B점 힌지의 모멘트가 0인 조건**을 적용하면 A점 수평 반력은 오른쪽으로 $\frac{q_o h}{6}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 분포하중의 합력: 오른쪽 기둥에는 C점에서 0, 상단에서 q_o인 왼쪽 방향의 삼각형 분포하중이 작용한다. 합력 W는 하중도 삼각형의 면적이므로 $W = \frac{q_o h}{2}$이다. 합력의 작용선은 삼각형의 도심을 지나므로 **하중이 0인 C점에서** $\frac{2h}{3}$ 위에 있다.

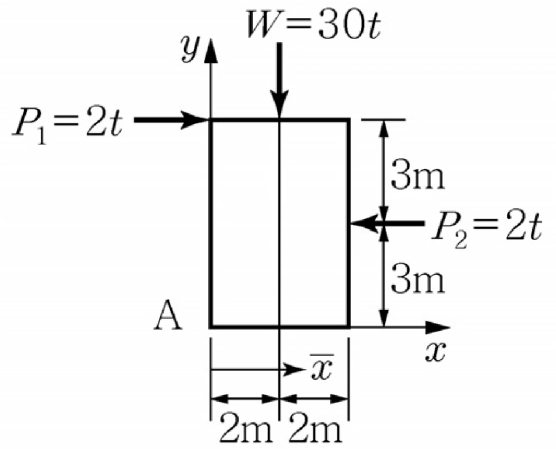
2. A점의 수직 반력: A점의 위쪽 수직 반력을 A_y, 오른쪽 수평 반력을 A_x로 둔다. 전체 라멘에 대해 C점의 모멘트 평형을 세우면 C점 반력은 모멘트를 만들지 않고, A점 수평 반력도 작용선이 C점을 지나므로 모멘트를 만들지 않는다. 반시계 방향을 양으로 잡으면 $-2lA_y + W \cdot \frac{2h}{3} = 0$이다. 따라서 $A_y = \frac{Wh}{3l} = \frac{q_o h^2}{6l}$이며, 이는 왼쪽 방향 하중의 회전 효과를 평형시키는 위쪽 반력이다.

3. A점의 수평 반력: B점에서 왼쪽 부분을 분리한다. **힌지는 모멘트를 전달하지 않으며**, B점에 작용하는 힌지력도 B점에 대한 모멘트를 만들지 않는다. 왼쪽 부분에는 별도의 외부하중이 없으므로 B점에 대한 모멘트 평형은 $hA_x - lA_y = 0$이다. 여기서 수평 반력의 모멘트 팔은 h, 수직 반력의 모멘트 팔은 l이다. 따라서 $A_x = \frac{l}{h}A_y = \frac{q_o h}{6}$이다. 양의 값이므로 실제 방향은 오른쪽이고, 반력의 크기는 ①과 일치한다. q_o가 힘/길이의 단위이므로 $q_o h$는 힘의 단위이다.

NoteBase

문 3. <보기>와 같이 구조물에 외력이 ($P_1 = 2t,\ P_2 = 2t,\ W = 30t$) 작용하여 평형상태에 있을 때, 합력의 작용선이 x축을 지나는 점의 위치 $\bar{x}$값(m)은?

<보기>



① 2.0m

② 2.2m

③ 2.6m

④ 2.8m

정답 2번

간단한 해설

두 수평력은 힘의 합은 0이지만 **시계방향 우력모멘트 6 t·m**를 만든다. 이를 W의 모멘트에 더하면 A점 기준 66 t·m이므로, 30 t인 수직 합력의 작용선은 A에서 오른쪽 2.2 m를 지난다.

NoteBase

계산 과정

합력의 크기와 방향: 그림의 두 수평력은 각각 2 t이고 방향이 반대이므로 수평방향 합력은 2 − 2 = 0 t이다. 수직방향에는 아래로 작용하는 W = 30 t만 있으므로, 세 외력의 합력 R은 아래 방향으로 30 t이다.

수평력의 우력모멘트: 위쪽의 P_1은 오른쪽으로, 그보다 3 m 아래의 P_2는 왼쪽으로 작용한다. 크기가 같고 방향이 반대인 두 평행력은 우력을 이루며, 모멘트의 크기는 힘과 두 작용선 사이의 수직거리를 곱한 값이다. 따라서 우력모멘트는 2 × 3 = 6 t·m이고 방향은 시계방향이다. **수평력의 합이 0이어도 우력모멘트는 남는다.**

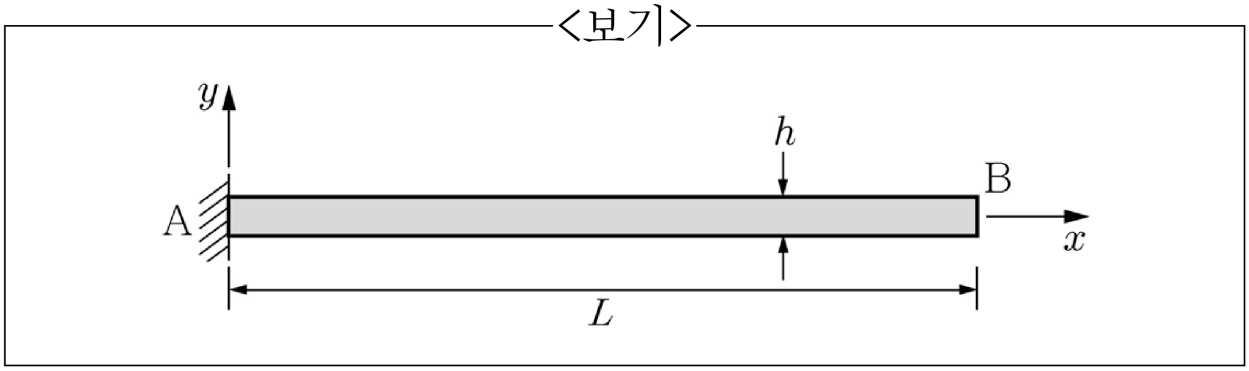
A점에 대한 전체 모멘트: W의 작용선은 A점에서 오른쪽으로 2 m 떨어져 있으므로, W가 만드는 모멘트는 시계방향으로 30 × 2 = 60 t·m이다. 두 수평력의 우력모멘트도 같은 방향이므로 전체 모멘트는 시계방향으로 60 + 6 = 66 t·m이다.

합력의 작용선 위치: 원래 힘들을 하나의 합력으로 바꾸어도 **같은 점에 대한 모멘트가 같아야 한다.** 아래 방향의 합력이 A점에 대해 시계방향 모멘트를 만들려면 작용선이 A점의 오른쪽에 있어야 한다. 그 수평거리 $\bar{x}$가 합력의 모멘트 팔이므로 $30\bar{x} = 66$이다. 따라서 $\bar{x} = \frac{66}{30} = 2.2$ m이며, 이는 ②의 2.2 m에 해당한다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같은 높이가 h인 캔틸레버보에 열을 가하여 윗부분과 아랫부분의 온도 차이가 ΔT가 되었을 때, 보의 끝점 B에서의 처짐은?

<보기>



① $\frac{\alpha L^2 \Delta T}{2h}$

② $\frac{\alpha L^2 \Delta T}{h}$

③ $\frac{3\alpha L^2 \Delta T}{2h}$

④ $\frac{2\alpha L^2 \Delta T}{h}$

정답 1번

간단한 해설

윗면과 아랫면의 열팽창 차이로 보에 **일정한 곡률** $\kappa = \frac{\alpha \Delta T}{h}$가 생긴다. 고정단에서 처짐과 회전각이 모두 0이므로 끝점 B의 처짐 크기는 $\delta_B = \frac{\kappa L^2}{2} = \frac{\alpha L^2 \Delta T}{2h}$이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 변수: 그림에서 A는 고정단, B는 자유단이며 보의 길이는 L, 높이는 h이다. α는 재료의 선팽창계수이고 ΔT는 윗면과 아랫면의 온도 차이이다. 높이 방향의 온도 분포가 선형이고 같은 온도 차이가 보의 길이 전체에 유지되는 열휨 모형과 미소 처짐 이론을 적용한다. 어느 면이 더 뜨거운지는 주어지지 않았으므로 처짐의 크기를 구한다.

열팽창 차이와 곡률: 온도 변화에 따른 길이 방향 변형률은 선팽창계수와 온도 변화의 곱이다. 따라서 윗면과 아랫면의 변형률 차이의 크기는 $\alpha\Delta T$이다. 보가 휘면 높이 h만큼 떨어진 두 면의 변형률 차이는 κh가 되므로, 곡률의 크기는 $\kappa = \frac{\alpha\Delta T}{h}$이다. 길이 방향으로 온도 차이가 같으므로 **곡률도 일정하다**.

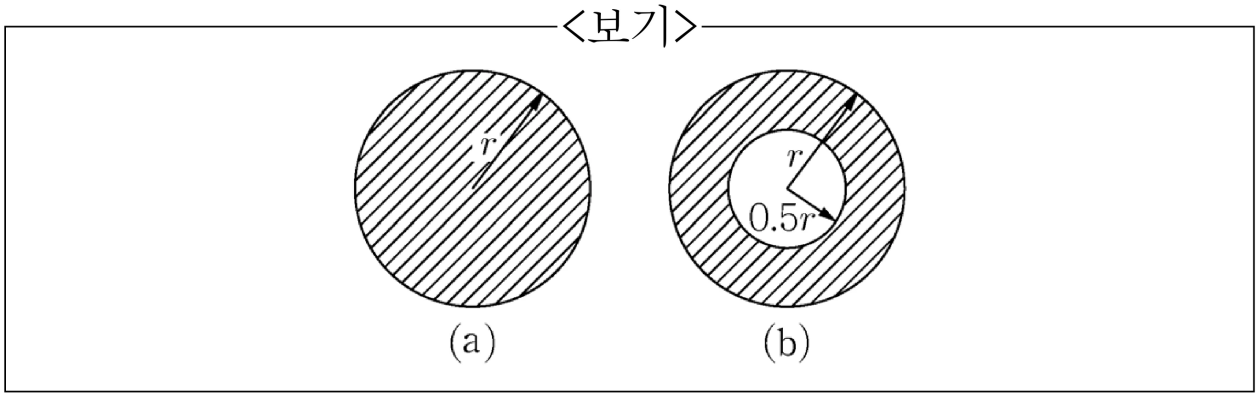
고정단 조건과 처짐: 처짐이 생기는 방향을 양으로 두고 변위를 $v(x)$라 하면, 미소 처짐에서 $v''(x) = \kappa$이다. A에서는 **처짐과 회전각이 모두 0**이므로 $v(0) = 0$, $v'(0) = 0$이다. 이를 이용하여 두 번 적분하면 $v'(x) = \kappa x$, $v(x) = \frac{\kappa x^2}{2}$를 얻는다. 첫 번째 적분은 회전각을, 두 번째 적분은 처짐을 나타낸다.

끝점 B의 처짐: $x = L$을 대입하면 $\delta_B = \frac{\kappa L^2}{2} = \frac{\alpha L^2 \Delta T}{2h}$이며, 이는 ①의 식과 일치한다. $\alpha\Delta T$는 무차원이고 $\frac{L^2}{h}$는 길이이므로 결과의 단위도 길이이다.

NoteBase

문 6. <보기>와 같은 원형단면과 튜브단면을 갖는 보에서 원형단면 보와 튜브단면 보의 소성모멘트(plastic moment)의 비 ($M_{p(a)}/M_{p(b)}$)는? (단, 두 단면은 동일한 강재로 제작되었다.)

<보기>



① 15/16

② 8/7

③ 6/5

④ 4/3

정답 2번

간단한 해설

동일한 강재의 소성모멘트는 **소성단면계수에 비례**한다. 원형단면의 소성단면계수는 반지름의 세제곱에 비례하므로, 반지름 0.5r의 구멍을 뚫으면 튜브의 소성모멘트는 원형단면의 7/8이 되어 요구한 비는 $\frac{8}{7}$이다.

NoteBase

계산 과정

소성모멘트는 단면 전체가 항복한 상태에서 저항하는 휨모멘트로, $M_p = \sigma_y Z_p$이다. 여기서 σ_y는 항복응력, Z_p는 소성단면계수이다. 두 단면은 동일한 강재이므로 **항복응력이 같아 소성단면계수의 비만 구하면 된다**.
그림에서 (a)의 반지름과 (b)의 바깥 반지름은 모두 r이고, (b)의 안쪽 반지름은 0.5r이다.

(a) 원형단면: 대칭인 단면에 축력이 없는 휨이 작용하므로 소성중립축은 중심을 지난다. 소성단면계수는 중립축 위·아래 면적의 단면1차모멘트 크기를 합한 값이다. 반원의 면적은 $\frac{\pi r^2}{2}$, 도심에서 지름까지의 거리는 $\frac{4r}{3\pi}$이므로, $Z_{p(a)} = 2 \cdot \frac{\pi r^2}{2} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{4r^3}{3}$이다.

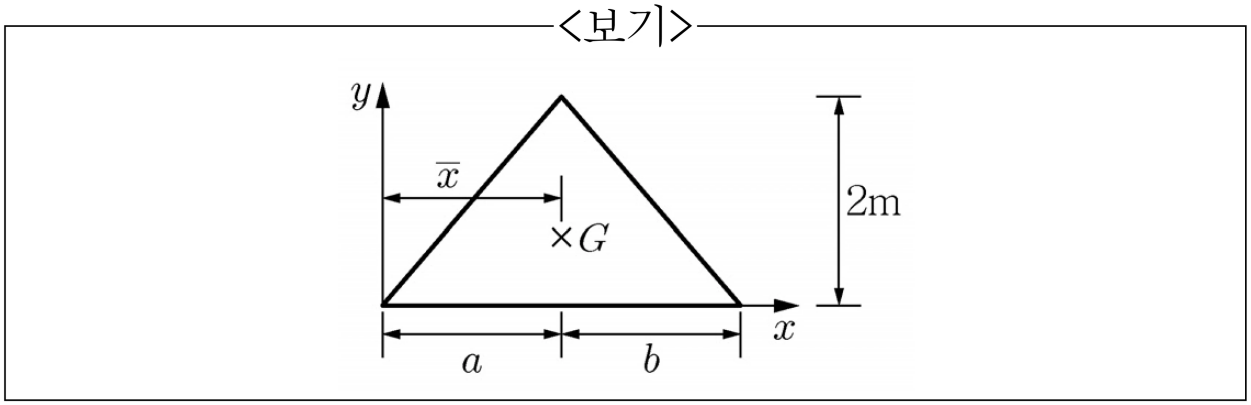
(b) 튜브단면: 구멍도 같은 중심에 있으므로 소성중립축은 그대로이다. 따라서 **바깥 원의 소성단면계수에서 구멍에 해당하는 원의 값을 뺀다**. $Z_{p(b)} = \frac{4}{3}\{r^3 - (0.5r)^3\}$이고, $(0.5r)^3 = \frac{r^3}{8}$이므로 $Z_{p(b)} = \frac{7}{8} \cdot \frac{4r^3}{3}$이다. 즉, 제거된 중심부가 부담하던 소성모멘트는 원형단면 전체의 1/8이다.

소성모멘트의 비: $\frac{M_{p(a)}}{M_{p(b)}} = \frac{Z_{p(a)}}{Z_{p(b)}} = \frac{1}{7/8} = \frac{8}{7}$이다. 두 모멘트의 단위는 약분되어 비는 무차원이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 7. <보기>와 같은 비대칭 삼각형 y 축에서 도심까지의 거리 $\bar{x}$는?

<보기>



① $\frac{a+b}{2}$

② $\frac{a+b}{3}$

③ $\frac{a+2b}{2}$

④ $\frac{2a+b}{3}$

정답 4번

간단한 해설

삼각형의 도심 좌표는 **세 꼭짓점 좌표의 산술평균**이다. 그림에서 꼭짓점의 x좌표가 각각 0, a, a + b이므로 $\bar{x} = \frac{2a+b}{3}$이다.

계산 과정

그림에서 y축은 왼쪽 밑점을 지나고, 위쪽 꼭짓점의 수직 아래 지점까지의 수평거리는 a이다. 따라서 왼쪽 밑점, 위쪽 꼭짓점, 오른쪽 밑점의 x좌표는 각각 0, a, a + b이다. 높이 2 m는 주어져 있지만, 이 방법으로 x좌표를 구할 때는 사용하지 않는다.

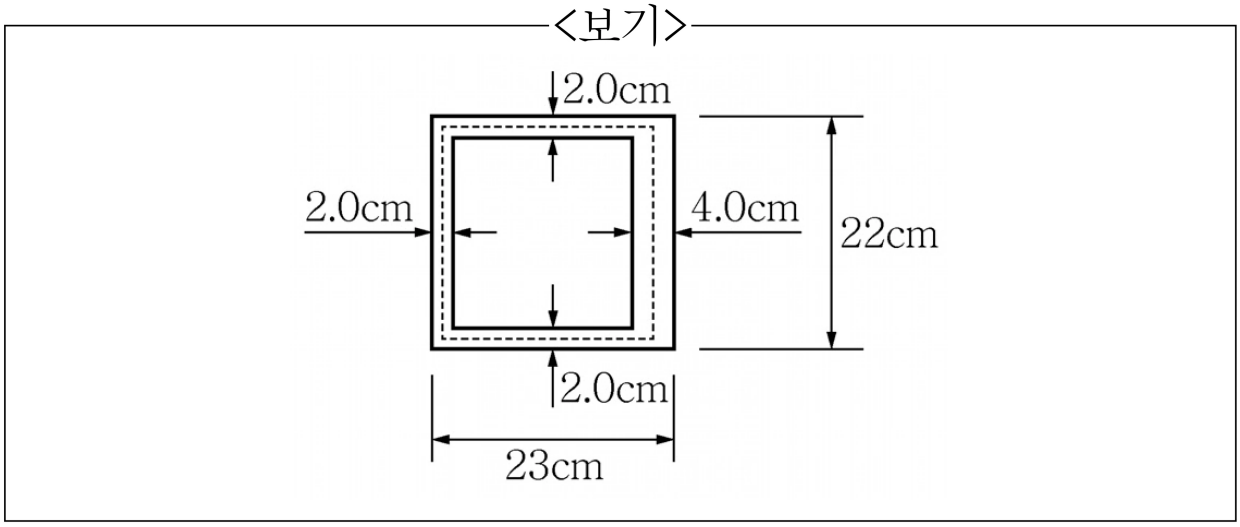
삼각형의 도심은 세 중선의 교점이며, 각 중선을 꼭짓점에서부터 2 : 1로 나눈다. 이에 따라 도심의 각 좌표는 **세 꼭짓점의 해당 좌표를 더해 3으로 나눈 값**이 된다. 여기서 구하는 $\bar{x}$는 y축으로부터의 수평거리이므로 꼭짓점들의 x좌표를 이용한다.

꼭짓점의 x좌표를 대입하면 $\bar{x} = \frac{0 + a + (a+b)}{3} = \frac{2a+b}{3}$이다. 거리의 단위는 a, b의 단위와 같으며, 이 식은 ④와 일치한다.

NoteBase

문 8. <보기>와 같은 단면에 4,000kgf·cm 비틀림 모멘트(T)가 작용할 때, 최대 전단응력은?

<보기>



① 2.5kgf/cm^2
② 3.5kgf/cm^2
③ 4.5kgf/cm^2
④ 5.5kgf/cm^2

정답 1번

간단한 해설

폐합단면의 전단흐름은 일정하므로 전단응력은 **벽 두께가 가장 얇은 부분**에서 최대가 된다. 전단흐름 5 kgf/cm를 최소 두께 2 cm로 나누면 최대 전단응력은 2.5 kgf/cm^{2}이다.

NoteBase

계산 과정

중심선이 둘러싼 면적: 그림의 바깥 치수는 가로 23 cm, 세로 22 cm이며, 벽 두께는 왼쪽·위·아래가 2 cm, 오른쪽이 4 cm이다. 점선은 각 벽 두께의 중심선이므로 중심선 사이의 가로 길이는 $23 - 1 - 2 = 20$ cm, 세로 길이는 $22 - 1 - 1 = 20$ cm이다. 따라서 **벽 중심선이 둘러싼 면적**은 $A_m = 20 \times 20 = 400\text{cm}^2$이다.

적용 관계: 이 단면을 하나의 닫힌 셀을 가진 박벽 폐합단면으로 보아 비틀림 근사식을 적용한다. 전단흐름 q는 벽의 단위 길이당 전달되는 전단력으로, $q = \tau t$이다. 여기서 τ는 전단응력, t는 벽 두께이다. 한 셀의 **전단흐름은 둘레를 따라 일정**하며, 비틀림 모멘트와의 관계는 $T = 2A_m q$이다.

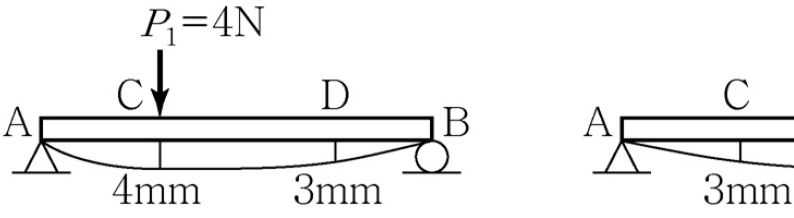
전단흐름 계산: 주어진 비틀림 모멘트 T = 4,000 kgf·cm와 중심선 면적을 대입하면 $q = \frac{T}{2A_m} = \frac{4{,}000}{2 \times 400} = 5\text{kgf/cm}$이다. 이 값은 각 벽에서 공통으로 전달되는 단위 길이당 전단력이다.

최대 전단응력 계산: $\tau = \frac{q}{t}$이므로 같은 전단흐름에서는 **두께가 작을수록 전단응력이 크다**. 최소 두께는 2 cm이므로 왼쪽·위·아래 벽에서 최대가 된다. $\tau_{\max} = \frac{5}{2} = 2.5\text{kgf/cm}^2$이며, 이는 ①의 2.5 kgf/cm^2와 일치한다.

NoteBase

문 9. P_1**이 단순보의 C점에 단독으로 작용했을 때 C점, D점의 수직변위가 각각 4mm, 3mm이었고,** P_2**가 D점에 단독으로 작용했을 때 C점, D점의 수직변위가 각각 3mm, 4mm이었다.** P_1**이 C점에 먼저 작용하고** P_2**가 D점에 나중에 작용할 때** P_1**과** P_2**가 한 전체 일은? (단,** $P_1 = P_2 = 4N$**이다.)**

<보기>



① 22N·mm

② 28N·mm

③ 30N·mm

④ 32N·mm

정답 2번

간단한 해설

나중에 가한 P_2 때문에 C점이 3 mm 더 처질 때, 이미 작용 중인 P_1도 **일정한 힘으로 추가 일**을 한다. 이 일 12 N·mm와 각 하중이 자기 작용점의 처짐을 일으키며 한 일 8 N·mm씩을 합하면 전체 일은 28 N·mm이다.

NoteBase

계산 과정

하중과 변위의 관계: 선형탄성 거동과 서서히 증가시키는 정적 재하를 전제로 한다. 일은 하중–변위 그래프 아래의 면적이므로, 0에서 최종값까지 증가하는 하중의 일은 $W = \frac{1}{2}P\delta$이다. 반면 이미 가해져 **크기가 일정한 하중**이 추가 변위 $\Delta\delta$를 겪으면 $W = P\Delta\delta$이다. 여기서 변위는 해당 힘의 작용점에서 힘 방향으로 이동한 거리이다.

먼저 P_1을 가하는 단계: 그림 왼쪽에서 P_1이 0에서 4 N까지 증가하는 동안 C점은 아래로 4 mm 처진다. 따라서 이 단계의 일은 $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ N·mm이다. D점도 3 mm 처지지만 **아직 그곳에 P_2가 작용하지 않으므로** 이 변위에 의한 P_2의 일은 없다.

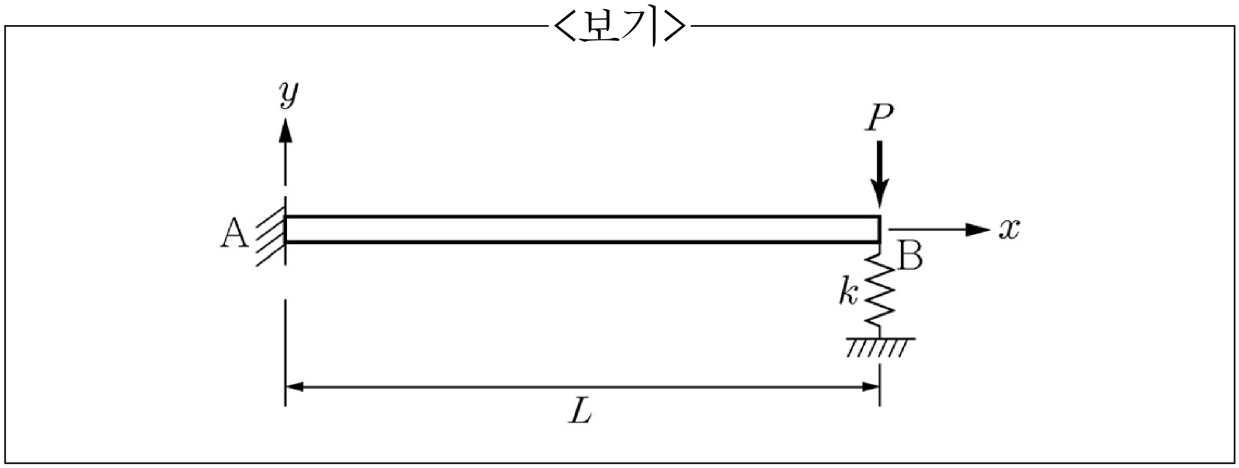
나중에 P_2를 가하는 단계: P_1을 4 N으로 유지한 채 P_2를 0에서 4 N까지 증가시킨다. 선형탄성 중첩에 따라 그림 오른쪽의 단독 재하 변위만큼 C점은 3 mm, D점은 4 mm 더 처진다. C점에 이미 작용하던 P_1의 추가 일은 $4 \times 3 = 12$ N·mm이다. D점에서 증가하는 P_2의 일은 $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ N·mm이다. 이 단계에서는 **유지되는 하중과 증가하는 하중의 일을 구분**해야 한다.

전체 일: 두 단계에서 두 하중이 한 일을 모두 더하면 8 + 12 + 8 = 28 N·mm이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 10. <보기>와 같이 캔틸레버보 AB에서 끝점 B는 강성이 $k = \frac{9EI}{L^3}$인 스프링으로 지지되어 있다. B점에 하중 P가 작용할 때, B점에서 처짐의 크기는? (단, 보의 휨강성도 EI는 전 길이에 걸쳐 일정하다.)

<보기>



① $\frac{PL^3}{24EI}$
② $\frac{PL^3}{12EI}$
③ $\frac{PL^3}{6EI}$
④ $\frac{PL^3}{3EI}$

정답 2번

간단한 해설

보 끝점과 스프링의 **변위가 같으므로 두 강성을 더해** 하중을 지지한다. 보의 끝점 강성은 $\frac{3EI}{L^3}$이므로 전체 강성은 $\frac{12EI}{L^3}$이고, B점의 처짐 크기는 $\frac{PL^3}{12EI}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 스프링 반력: 그림에서 A는 고정단이고, B에는 아래쪽 하중 P와 이를 지지하는 스프링이 있다. B점의 아래쪽 처짐 크기를 δ, 스프링이 보에 가하는 위쪽 반력을 R이라 하자. **스프링의 압축량은 B점의 처짐과 같으므로** $R = k\delta$이다.

2. 보의 처짐: 휨강성도 EI가 일정한 길이 L의 캔틸레버보는 자유단에 집중하중 Q를 받으면 선형 휨 이론에서 자유단 처짐이 $\frac{QL^3}{3EI}$이다. 이 문제에서는 P와 R이 반대 방향으로 작용하므로 보를 아래로 휘게 하는 순하중은 $P - R$이다. 따라서 $\delta = \frac{(P-R)L^3}{3EI}$이다.

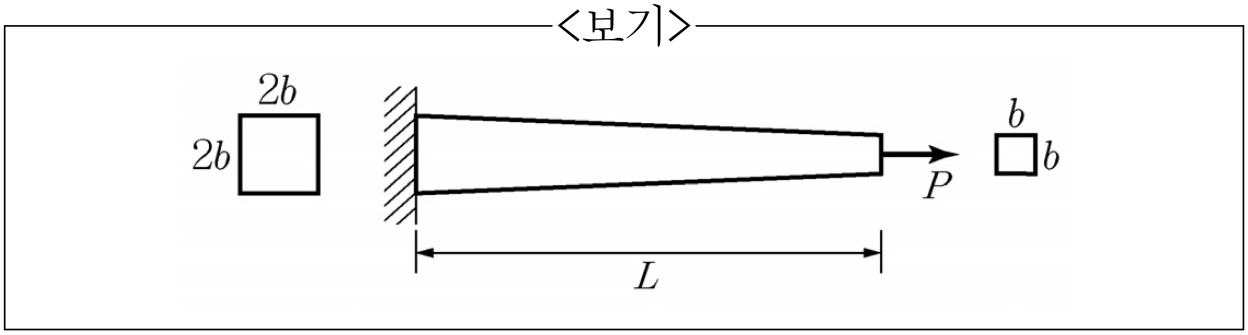
3. 변위 조건 적용: 위 식을 정리하면 $\frac{3EI}{L^3}\delta = P - R$이다. 여기에 $R = k\delta$를 대입하면 $\left(\frac{3EI}{L^3} + k\right)\delta = P$가 된다. 보의 끝점 강성 $\frac{3EI}{L^3}$과 스프링 강성 k는 **같은 변위에 대한 저항력이 더해지므로** 합산한다.

4. 처짐 계산: 주어진 $k = \frac{9EI}{L^3}$를 대입하면 $\frac{12EI}{L^3}\delta = P$이므로 $\delta = \frac{PL^3}{12EI}$이다. 이는 아래쪽 처짐의 크기이며 길이의 차원을 갖고, ②의 식에 해당한다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같은 한 변의 길이가 자유단에서 b, 고정단에서 2b인 정사각형 단면 봉이 인장력 P를 받고 있다. 봉의 탄성계수가 E일 때, 변단면 봉의 길이 변화량은?

<보기>



① $\frac{PL}{4Eb^2}$
② $\frac{PL}{2Eb^2}$
③ $\frac{2PL}{3Eb^2}$
④ $\frac{3PL}{4Eb^2}$

정답 2번

간단한 해설

단면의 한 변이 길이 방향으로 선형적으로 변하므로, **단면적은 한 변의 제곱으로 변한다**. 각 미소 구간의 축변형을 적분하면 봉의 늘어난 길이는 $\delta = \frac{PL}{2Eb^2}$이다.

계산 과정

단면적 설정: 그림에서 봉의 전체 길이는 L이고, 정사각형 단면의 한 변은 자유단에서 b, 고정단에서 2b이다. 자유단에서 고정단 쪽으로 잰 거리를 x라 하면, 직선으로 변하는 한 변의 길이는 $a(x) = b(1 + \frac{x}{L})$이다. 따라서 **한 변을 제곱한 단면적**은 $A(x) = b^2(1 + \frac{x}{L})^2$이다.

미소 구간의 늘어남: 축방향 중간 하중이 없으므로 봉 내부의 축력은 모든 단면에서 P로 일정하다. 선형탄성 축변형에서 응력은 $\sigma(x) = \frac{P}{A(x)}$, 변형률은 $\varepsilon(x) = \frac{\sigma(x)}{E}$이다. 변형률은 단위 길이당 늘어남이므로, 길이 dx인 미소 구간의 늘어남은 $d\delta = \frac{P}{EA(x)}dx$이다. **같은 축력이라도 단면적이 작은 구간이 더 많이 늘어난다**.

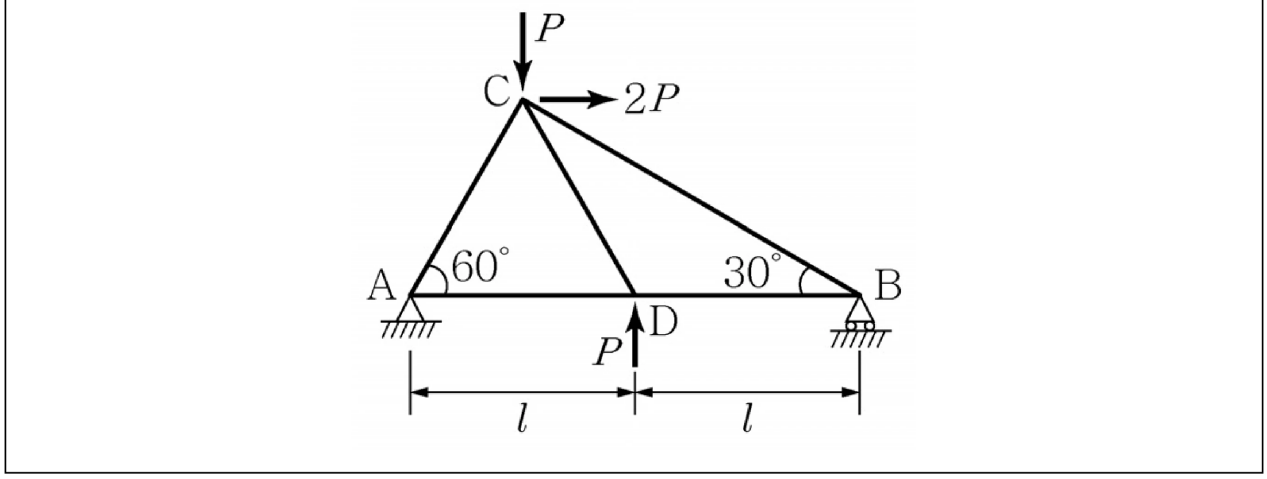
전체 길이에 걸친 적분: 각 미소 구간의 늘어남을 더하면 $\delta = \frac{P}{Eb^2}\int_0^L \frac{dx}{(1 + x/L)^2}$이다. $u = 1 + \frac{x}{L}$로 치환하면 $dx = Ldu$이고, 자유단과 고정단에서 u는 각각 1과 2가 된다. 따라서 $\delta = \frac{PL}{Eb^2}\int_1^2 \frac{du}{u^2}$이다.

적분값과 길이 변화량: $\int_1^2 \frac{du}{u^2} = \left[-\frac{1}{u}\right]_1^2 = \frac{1}{2}$이므로, $\delta = \frac{PL}{2Eb^2}$이다. 인장력에 의한 양의 길이 변화량이며, P와 E에 각각 힘과 힘/면적의 일관된 단위를 쓰면 결과는 b, L과 같은 길이 단위가 된다. 이 식은 ②와 일치한다.

NoteBase

문 12. <보기>와 같은 평면 트러스에서 B점에서의 반력의 크기와 방향은? (단, $\sqrt{3}$=1.7로 계산한다.)

<보기>



① 0.6P ↑

② 0.6P ↓

③ 1.1P ↑

④ 1.1P ↓

정답 1번

간단한 해설

C점의 수평하중 2P도 지지선에서의 높이를 팔길이로 하여 시계방향 모멘트를 만든다. A점에 대한 모멘트 평형을 적용하면 B점 반력은 **위쪽으로 0.6P**이다.

NoteBase

계산 과정

① 반력과 도형의 변수: A는 힌지 지점이고 B는 수평면 위의 롤러 지점이므로, B점에는 수직 반력만 작용한다. B점 반력을 위쪽으로 가정하여 R_B라 하고, C점에서 AB에 내린 수선의 발을 H라 한다. $AH = x$, $CH = h$로 두면 $AB = 2l$, $AD = l$이다.

② 하중의 모멘트 팔길이: A점의 60°와 B점의 30°를 이용하면 $h = \sqrt{3}x$, $2l - x = \sqrt{3}h$이다. 두 관계를 결합하면 $2l = 4x$이므로 $x = \frac{l}{2}$, $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$이다. 여기서 x는 C점의 수직하중 P에 대한 팔길이이고, **h는 수평하중 2P에 대한 팔길이**이다. 모멘트 팔길이는 기준점에서 힘의 작용선까지의 수직거리이다.

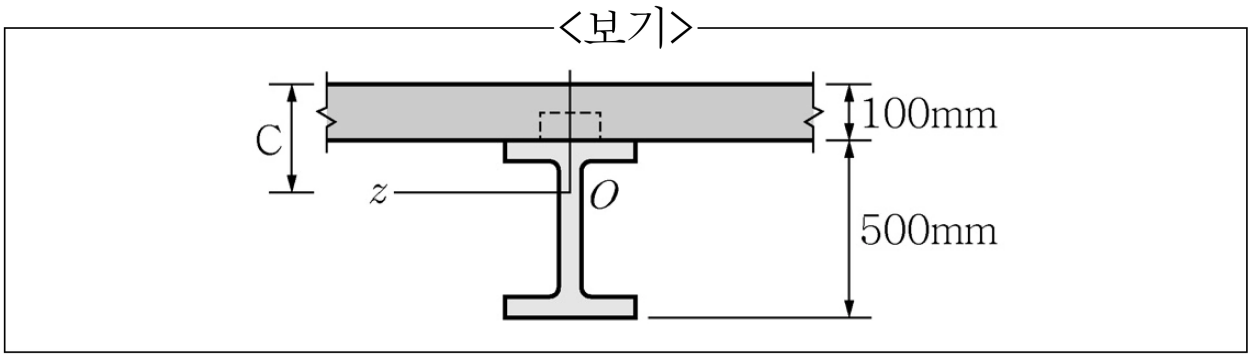
③ A점에 대한 모멘트 평형: 트러스 전체를 하나의 물체로 보면 부재력은 내부력이므로 전체의 외력 평형식에 나타나지 않는다. A점 반력도 A점을 지나므로 모멘트가 0이다. 반시계방향을 양(+)으로 잡으면 B점의 위쪽 반력과 D점의 위쪽 하중 P는 양의 모멘트를, C점의 아래쪽 하중 P와 오른쪽 하중 2P는 음의 모멘트를 만든다. 따라서 $2lR_B + Pl - Px - 2Ph = 0$이다. 앞서 구한 팔길이를 대입하면 $2lR_B + Pl - \frac{Pl}{2} - \sqrt{3}Pl = 0$이 된다.

④ 반력의 크기와 방향: 평형식을 정리하면 $R_B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4}\right)P$이다. 문제의 조건인 $\sqrt{3} = 1.7$을 적용하면 $R_B = \left(\frac{1.7}{2} - \frac{1}{4}\right)P = 0.6P$이다. 계산값이 양수이므로 **가정한 위쪽 방향**이 실제 반력 방향이다. 따라서 B점 반력은 0.6P ↑이며, ①과 일치한다.

NoteBase

문 13. <보기>는 상부 콘크리트 슬래브와 하부 강거더로 구성된 합성단면으로 강재와 콘크리트의 탄성계수는 각각 $E_s = 200\text{GPa}, E_c = 25\text{GPa}$이다. 이 단면에 정모멘트가 작용하여 콘크리트 슬래브에는 최대 압축응력 5MPa, 강거더에는 최대 인장응력 120MPa이 발생하였다. 합성 단면 중립축의 위치(C)는?

<보기>



① 150mm

② 160mm

③ 170mm

④ 180mm

정답 1번

간단한 해설

합성단면에서는 응력 자체가 아니라 **응력을 탄성계수로 나눈 변형률**로 중립축까지의 거리비를 구한다. 강재 최하단의 인장변형률이 콘크리트 최상단의 압축변형률 크기의 3배이므로, 전체 높이 600 mm에서 중립축은 상단으로부터 150 mm 아래에 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 단면 높이와 거리 설정: 그림에서 콘크리트 슬래브 두께는 100 mm, 그 아래 강거더 높이는 500 mm이므로 전체 높이는 600 mm이다. C는 **콘크리트 최상단에서 중립축까지의 거리**이므로, 중립축에서 강재 최하단까지의 거리는 $600 - C$ mm이다.

2. 최대 변형률 계산: 두 재료가 일체로 거동하고 탄성 범위에서 휨을 받으면 평면유지 가정에 따라 변형률은 중립축으로부터의 거리에 비례한다. 응력은 재료의 탄성계수에 따라 달라지므로, 먼저 훅의 법칙 $\varepsilon = \sigma/E$으로 변형률을 구한다. 1 GPa = 1,000 MPa이므로 콘크리트와 강재의 탄성계수는 각각 25,000 MPa, 200,000 MPa이다. 압축과 인장의 부호를 구별하되 거리비에는 **변형률의 크기**를 사용한다. 콘크리트 최상단은 $|\varepsilon_c| = \frac{5}{25{,}000} = 0.0002$, 강재 최하단은 $|\varepsilon_s| = \frac{120}{200{,}000} = 0.0006$이다.

3. 중립축 양쪽의 거리비: 두 재료에 같은 곡률이 적용되므로 $\frac{600 - C}{C} = \frac{|\varepsilon_s|}{|\varepsilon_c|} = 3$이다. 즉, 중립축에서 강재 최하단까지의 거리는 콘크리트 최상단까지 거리의 3배이다.

4. 중립축 위치 계산: $600 - C = 3C$에서 $4C = 600$이므로 $C = 150$ mm이다. 따라서 중립축은 콘크리트 최상단에서 150 mm 아래에 있으며, ①의 150 mm에 해당한다.

NoteBase

문 14. 길이가 1m인 축부재에 인장력을 가했더니 길이가 3mm 늘어났다. 축부재는 완전탄소성 재료(perfectly elasto–plastic material)로 항복응력은 200MPa, 탄성계수는 200GPa이다. 인장력을 제거하고 나면 축부재의 길이는?

① 1,000mm

② 1,001mm

③ 1,002mm

④ 1,003mm

정답 3번

간단한 해설

인장력을 제거하면 **탄성변형만 회복**되고 소성변형은 남는다. 회복되는 길이가 1 mm이므로 전체 늘어난 길이 3 mm 중 2 mm가 영구변형으로 남아, 최종 길이는 1,002 mm이다.

계산 과정

처음 길이는 $L_0 = 1{,}000\text{mm}$이고, 인장력을 가한 상태의 전체 늘어난 길이는 3 mm이다. 완전탄소성 재료는 항복 전에는 응력과 변형률이 비례하고, 항복 후에는 **응력이 항복응력으로 유지된 채 소성변형이 증가**한다.

항복변형률: 탄성계수를 항복응력과 같은 단위로 바꾸면 E = 200,000 MPa이다. 훅의 법칙에 따라 항복변형률은 $\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{200}{200{,}000} = 0.001$이다. 항복할 때까지의 늘어난 길이는 $\delta_y = \varepsilon_y L_0 = 0.001 \cdot 1{,}000 = 1\text{mm}$이다. 전체 늘어난 길이 3 mm가 이 값을 초과하므로 소성변형이 발생한 상태이다.

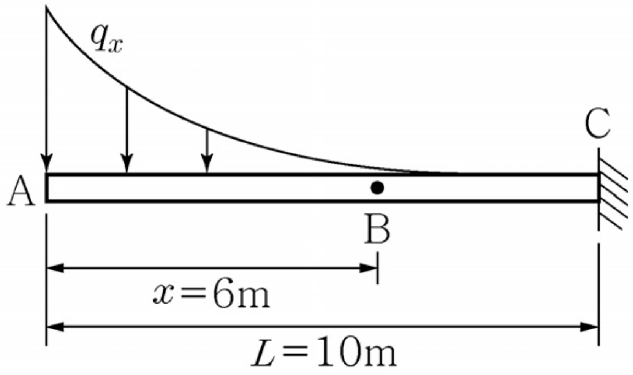
탄성 회복량: 하중을 제거할 때는 **탄성계수 E의 기울기로 탄성 회복**이 일어난다. 완전소성 구간의 응력도 항복응력 200 MPa이므로, 응력이 0으로 줄어들 때 회복되는 길이는 $\delta_e = \frac{\sigma_y L_0}{E} = 1\text{mm}$이다. 전체 변형 3 mm가 모두 회복되는 것은 아니다.

최종 길이: 남는 소성변형은 3 − 1 = 2 mm이다. 따라서 인장력을 제거한 뒤의 길이는 1,000 + 2 = 1,002 mm로, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 15. <보기>와 같은 길이가 10m인 캔틸레버보에 분포하중 $q_x = 50 - 10x + \frac{x^2}{2}$이 작용하고 있을 때 지점 A에서부터 6m 떨어진 지점 B에서의 전단력 V_B의 크기로 가장 옳은 것은?

<보기>



① 84N

② 156N

③ 444N

④ 516N

정답 2번

간단한 해설

B에서 절단한 자유단 쪽 구간 AB의 전단력은 그 구간 분포하중의 합력과 크기가 같다. **A부터 B까지 6 m 구간의 하중을 적분**하면 전단력의 크기는 156 N이다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 A는 자유단, C는 고정단이고 B는 A에서 6 m 떨어져 있다. A를 원점으로 오른쪽으로 잰 거리를 x라 하면 구간 AB는 x = 0부터 x = 6 m까지이다. B에서 보를 절단하여 **자유단 쪽 구간 AB**만 떼어 내면, 아래로 작용하는 분포하중의 합력을 B 단면의 전단력이 위로 지탱해야 한다. 따라서 전단력의 크기는 AB에 작용하는 분포하중의 합력과 같다.

분포하중 $q_x = 50 - 10x + \frac{x^2}{2}$는 단위 길이당 힘이므로, x를 m로 넣을 때 하중강도의 단위는 N/m이다. 미소 길이에 작용하는 힘은 $q_x dx$이며, 이를 AB 전체에 걸쳐 적분하면 하중의 합력 W_{AB}를 얻는다.

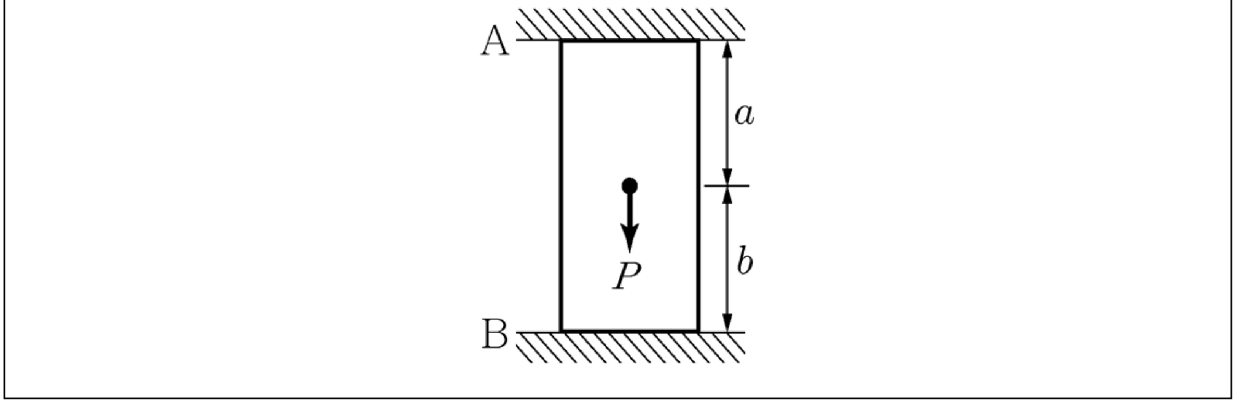
$$W_{AB} = \int_0^6 q_x dx$$
$$= \left[50x - 5x^2 + \frac{x^3}{6}\right]_0^6$$

적분식의 상한에 6, 하한에 0을 대입하면 $W_{AB} = 300 - 180 + 36 = 156$N이다. 이는 **AB 구간에 작용하는 아래 방향 하중의 총합**이다. 수직방향 힘의 평형에 따라 $|V_B| = W_{AB} = 156$N이며, 선지 ②의 156 N에 해당한다.

NoteBase

문 16. <보기>와 같은 부정정 기둥의 하중 작용점에서 처짐양은? (단, 축 강성은 EA이다.)

<보기>



① $\frac{Pa}{AE(a+b)}$

② $\frac{Pb}{AE}$

③ $\frac{Pab}{AE(a+b)}$

④ $\frac{Pab}{AE}$

정답 3번

간단한 해설

하중점이 아래로 이동하면 위쪽 구간은 늘어나고 아래쪽 구간은 줄어들며, **두 변형량의 크기는 같다**. 두 구간이 함께 하중을 지지하므로 하중점의 하향 처짐량은 $\delta = \frac{Pab}{EA(a+b)}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 변형 조건: 위쪽 고정점 A에서 하중점까지의 길이는 a, 하중점에서 아래쪽 고정점 B까지의 길이는 b이다. 하중점의 하향 변위를 δ라 하면, 양 끝이 고정되어 있으므로 **위 구간의 인장량과 아래 구간의 압축량은 모두** δ 이다.

2. 각 구간의 저항력: 일정한 축강성 EA를 갖는 길이 L의 부재에 축력 N이 작용하면 축변형량의 크기는 $\delta = \frac{NL}{EA}$ 이다. 위 구간의 인장력과 아래 구간의 압축력의 크기를 각각 R_A, R_B라 하면 $R_A = \frac{EA}{a}\delta$, $R_B = \frac{EA}{b}\delta$이다. 위 구간은 하중점을 위로 당기고, 아래 구간은 하중점을 위로 밀어 지지한다.

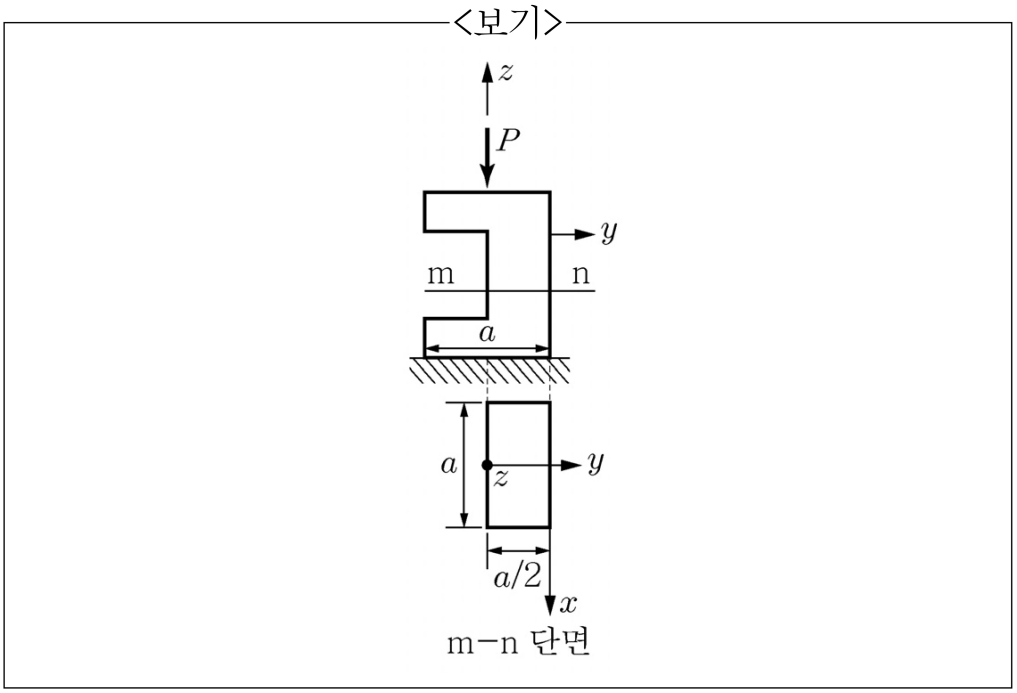
3. 평형식: 하중점에 작용하는 두 저항력은 모두 위쪽이므로 $R_A + R_B = P$이다. 각 저항력을 대입하면 $EA\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\delta = P$가 된다. 즉, 두 구간은 **축방향 강성이 더해지는** 방식으로 하중을 지지한다.

4. 처짐량: 평형식을 정리하면 $\delta = \frac{P}{EA} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{Pab}{EA(a+b)}$이다. 하중점은 아래쪽으로 이만큼 이동하며, ③의 식과 일치한다. P가 힘, EA가 힘의 차원을 가지므로 처짐량의 단위는 a, b와 같은 길이 단위이다.

NoteBase

문 17. <보기>와 같은 정사각형 단면을 갖는 짧은 기둥의 측면에 홈이 패어 있을 때 작용하는 하중 P로 인해 단면 m-n에 발생하는 최대압축응력은?

<보기>



① $2P/a^2$

② $4P/a^2$

③ $6P/a^2$

④ $8P/a^2$

정답 4번

간단한 해설

홈이 있는 m-n 단면에서는 하중 작용선이 도심에서 $a/4$만큼 벗어나므로 **축압축응력과 휨압축응력을 합해야** 한다. 두 응력이 더해지는 가장자리의 최대압축응력은 $8P/a^2$이다.

NoteBase

계산 과정

단면과 편심거리: m-n 단면은 길이 a, 폭 $a/2$인 직사각형이므로 단면적은 $A = a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$이다. 그림에서 하중 P의 작용선은 남은 단면의 왼쪽 가장자리를 지난다. 도심은 폭의 중앙에 있으므로 **작용선과 도심 사이의 편심거리**는 $e = \frac{a/2}{2} = \frac{a}{4}$이다.

단면에 작용하는 힘: 편심하중 P를 도심으로 옮기면 압축축력 P와 휨모멘트 $M = Pe = \frac{Pa}{4}$가 함께 작용한다. 따라서 평균적인 축압축응력뿐 아니라, 단면 위치에 따라 달라지는 휨응력도 고려한다.

휨에 대한 단면 성질: 휨축은 도심을 지나며 길이 a인 변과 평행하다. 이 축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{a(a/2)^3}{12} = \frac{a^4}{96}$이다. 도심에서 폭 방향의 가장자리까지 거리는 $c = \frac{a}{4}$이다. 여기서는 **편심이 생기는 폭 방향의 치수를 세제곱**하여 단면2차모멘트를 구한다.

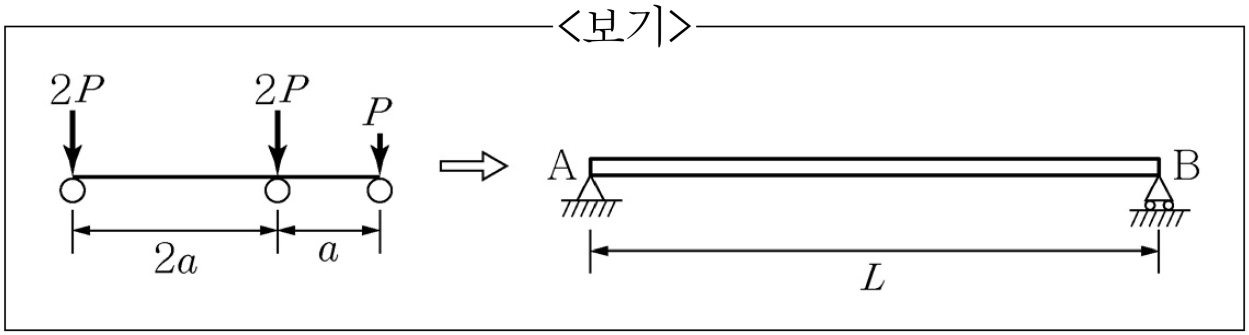
축압축응력과 휨응력: 축력에 의한 균일한 압축응력은 $\sigma_N = \frac{P}{A} = \frac{2P}{a^2}$이다. 가장자리의 휨응력 크기는 $\sigma_b = \frac{Mc}{I}$이며, $Mc = \frac{Pa^2}{16}$을 대입하면 $\sigma_b = \frac{Pa^2/16}{a^4/96} = \frac{6P}{a^2}$이다.

최대압축응력: **하중 작용선에 가까운 왼쪽 가장자리**에서는 축력과 휨에 의한 압축응력이 더해진다. 따라서 $\sigma_{\max} = \frac{2P}{a^2} + \frac{6P}{a^2} = \frac{8P}{a^2}$이며, 이는 ④의 값과 일치한다. 응력의 단위는 P의 힘 단위를 a의 길이 단위의 제곱으로 나눈 것이다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 단순보 위를 이동 하중이 통과할 때, A점으로부터 절대 최대 모멘트가 발생하는 위치는?

<보기>



① $\frac{L}{2} - \frac{3}{5}a$
② $\frac{L}{2} - \frac{3}{10}a$
③ $\frac{L}{2} + \frac{3}{10}a$
④ $\frac{L}{2} + \frac{3}{5}a$

정답 3번

간단한 해설

합력은 가운데 2P 하중보다 왼쪽으로 $\frac{3a}{5}$ 떨어져 있다. 가운데 하중과 합력이 **보 중앙에서 같은 거리**에 놓이도록 하면, 최대 모멘트 발생 위치는 A점에서 $\frac{L}{2} + \frac{3a}{10}$이다.

NoteBase

계산 과정

하중 배치: 하중군은 오른쪽으로 이동하며, 왼쪽부터 2P, 2P, P가 작용한다. 두 2P 사이의 거리는 2a, 가운데 2P와 오른쪽 P 사이의 거리는 a이다. 보의 경간은 L이며, 그림의 세 하중이 모두 보 위에 놓이는 배치를 기준으로 계산한다.

합력의 위치: 전체 하중의 합력은 5P이다. 가운데 2P 하중을 원점으로 잡고 오른쪽을 양의 방향으로 두면, 합력의 상대 위치는 $\bar{x} = \frac{2P(-2a) + 2P \cdot 0 + P \cdot a}{5P} = -\frac{3a}{5}$이다. 즉 합력은 가운데 하중보다 **왼쪽**에 있다.

최대 모멘트 조건: 단순보 위의 집중하중군에서는 각 하중 아래의 최대 모멘트를 검토하며, 이 하중군의 지배 위치는 가운데 2P 아래이다. 해당 하중 아래의 모멘트가 최대가 되려면 **그 하중과 합력이 보 중앙을 사이에 두고 대칭**이어야 한다. 이는 하중군을 이동시킬 때 해당 단면의 모멘트가 최대가 되는 조건이다.

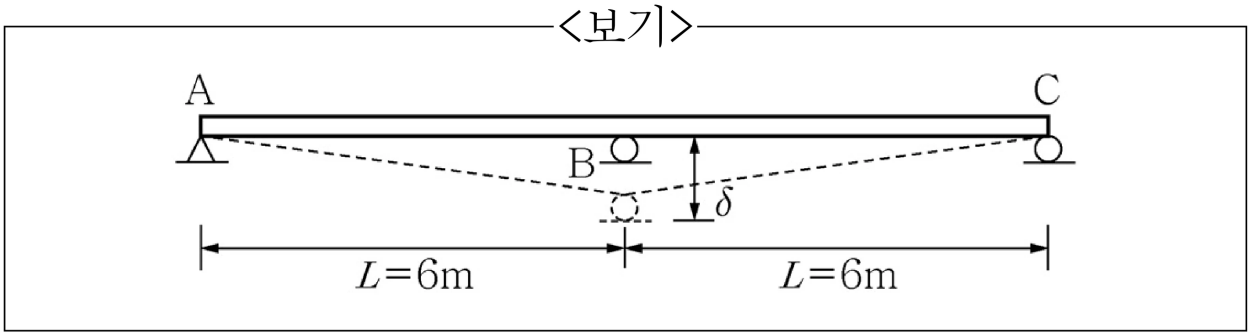
지배 하중 비교: 세 하중이 모두 재하된 상태의 단면 모멘트식을 하중군 위치에 대해 최대화하면, 왼쪽·가운데·오른쪽 하중 아래의 후보값은 각각 $M_1 = \frac{5P}{4L}\left(L - \frac{7a}{5}\right)^2$, $M_2 = \frac{5P}{4L}\left(L + \frac{3a}{5}\right)^2 - 4Pa$, $M_3 = \frac{5P}{4L}\left(L - \frac{8a}{5}\right)^2$이다. 가운데 단면에서는 왼쪽 2P 하중에 의한 모멘트 4Pa를 빼야 한다. 세 하중이 모두 재하되려면 $L \geq 3a$이므로, $M_2 - M_1 = Pa\left(1 - \frac{2a}{L}\right) > 0$, $M_2 - M_3 = \frac{Pa(6L - 11a)}{4L} > 0$이다. 따라서 가운데 하중의 대칭 배치에서 세 하중이 모두 보 위에 놓인다는 전제 아래, 가운데 2P 아래의 모멘트가 가장 크다. 다른 하중의 후보 배치가 재하 범위를 벗어나면 그 후보는 제외되며, 해당 범위의 실제 최대값은 위 후보값을 넘지 않는다.

발생 위치 계산: 가운데 하중의 A점으로부터 거리를 x라 하면 합력의 위치는 $x - \frac{3a}{5}$이다. 두 위치의 중점이 보 중앙이므로 $\frac{x + (x - 3a/5)}{2} = \frac{L}{2}$이다. 이를 풀면 $x = \frac{L}{2} + \frac{3a}{10}$이며, 이는 ③의 식과 일치한다. L과 a가 길이이므로 결과 역시 A점에서 측정한 길이이다.

NoteBase

문 19. <보기>와 같은 연속보의 지점 B에서 침하가 δ만큼 발생하였다면 B지점의 휨모멘트 M_B는? (단, 모든 부재의 휨강성도 EI는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{\delta}{6}EI$

② $\frac{\delta}{12}EI$

③ $\frac{\delta}{24}EI$

④ $\frac{\delta}{36}EI$

정답 2번

간단한 해설

B지점의 침하량과 두 지간의 변형을 일치시키면 휨모멘트는 $M_B = \frac{3EI\delta}{L^2}$이다. 각 지간이 6 m이므로, 길이를 m 단위로 대입한 값은 $\frac{\delta}{12}EI$이다.

계산 과정

기본구조와 변형 조건: 그림에서 AB와 BC의 길이는 각각 L = 6 m이고 휨강성도 EI가 같다. B지점을 제거하면 전체 길이가 2L인 단순보가 된다. 이 단순보의 중앙 B에 아래 방향의 등가 집중하중 P를 가하여, **중앙 처짐이 주어진 침하량** δ와 같아지도록 한다.

등가하중 계산: 길이 ℓ인 단순보에 중앙 집중하중 P가 작용할 때 중앙 처짐은 $\frac{P\ell^3}{48EI}$이다. 여기서는 $\ell = 2L$이므로 $\delta = \frac{P(2L)^3}{48EI}$, 즉 $\delta = \frac{PL^3}{6EI}$이다. 따라서 침하량을 재현하는 등가하중은 $P = \frac{6EI\delta}{L^3}$이다.

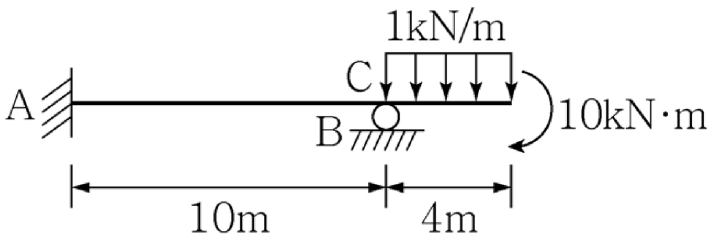
B지점 휨모멘트: 하중과 구조가 좌우 대칭이므로 A와 C의 반력은 각각 P/2이다. A의 반력에 거리 L을 곱하면 $M_B = \frac{PL}{2}$이고, 위에서 구한 P를 대입하면 $M_B = \frac{3EI\delta}{L^2}$이다. B의 아래쪽 처짐에 대응하는 **양의 휨모멘트**이다.

지간 대입과 선지 연결: L = 6 m를 넣으면 $M_B = \frac{3EI\delta}{(6\text{m})^2}$, 즉 $M_B = \frac{EI\delta}{12\text{m}^2}$이다. 길이를 m 단위의 수치로 대입한 선지 표기는 $\frac{\delta}{12}EI$이므로 ②와 일치한다. EI의 단위가 힘×길이^{2}이고 침하량의 단위가 길이이므로, 결과의 단위는 힘×길이이다.

NoteBase

문 20. A단이 고정이고, B단이 이동단인 부정정보에서 A점 수직 반력의 크기와 방향은?

<보기>



① 2.7kN(↑)

② 2.7kN(↓)

③ 3.7kN(↑)

④ 3.7kN(↓)

정답 2번

간단한 해설

B점의 **수직 처짐이 0**이라는 조건을 적용하면 B점 반력은 위쪽으로 6.7 kN이다. 전체 하향 하중 4 kN보다 크므로 A점에는 **아래쪽으로 2.7 kN**의 반력이 작용한다.

NoteBase

계산 과정

하중 환산: A에서 B까지의 길이는 $L = 10\text{m}$이고, B 오른쪽 돌출부의 길이는 4 m이다. 돌출부의 등분포하중 1 kN/m를 합치면 4 kN이며, 그 작용점은 B에서 오른쪽으로 2 m 떨어져 있다. 따라서 돌출부가 AB 구간에 전달하는 작용은 아래쪽 힘 $W = 4\text{kN}$과 시계방향 모멘트 $M = 4 \times 2 + 10 = 18\text{kN}\cdot\text{m}$이다. 등분포하중의 모멘트와 끝의 10 kN·m 모멘트는 **모두 시계방향**이므로 더한다.

변형 적합조건: B의 이동지점을 제거하여 A가 고정된 캔틸레버로 만들고, B점의 위쪽 반력을 R_B로 둔다. 보를 일정한 휨강성 EI를 갖는 선형 탄성 보로 해석하면, 끝의 아래쪽 힘 W에 의한 처짐은 $\delta_W = \frac{WL^3}{3EI}$, 시계방향 모멘트 M에 의한 처짐은 $\delta_M = \frac{ML^2}{2EI}$이다. 둘 다 B를 아래로 처지게 하며, 위쪽 반력에 의한 처짐의 크기는 $\delta_R = \frac{R_B L^3}{3EI}$이다. 실제로는 **B점의 수직변위가 0**이므로 $\frac{WL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = 0$을 적용한다.

B점 반력: 적합조건을 정리하면 $R_B = W + \frac{3M}{2L}$이다. 수치를 대입하면 $R_B = 4 + \frac{3 \times 18}{2 \times 10} = 6.7\text{kN}$으로, B점 반력은 위쪽이다. 여기서 W는 돌출부의 하향 힘을 상쇄하는 부분이고, $\frac{3M}{2L}$은 시계방향 모멘트가 만드는 처짐까지 막는 데 필요한 추가 반력이다.

A점 반력: 위쪽을 양으로 두면 전체 보의 수직력 평형은 $R_A + R_B - W = 0$이다. 따라서 $R_A = 4 - 6.7 = -2.7\text{kN}$이다. 음수는 처음 정한 위쪽과 반대인 **아래쪽 방향**을 뜻한다. A점 수직 반력은 2.7 kN($\downarrow$)이며, ②의 값과 방향에 해당한다.

NoteBase