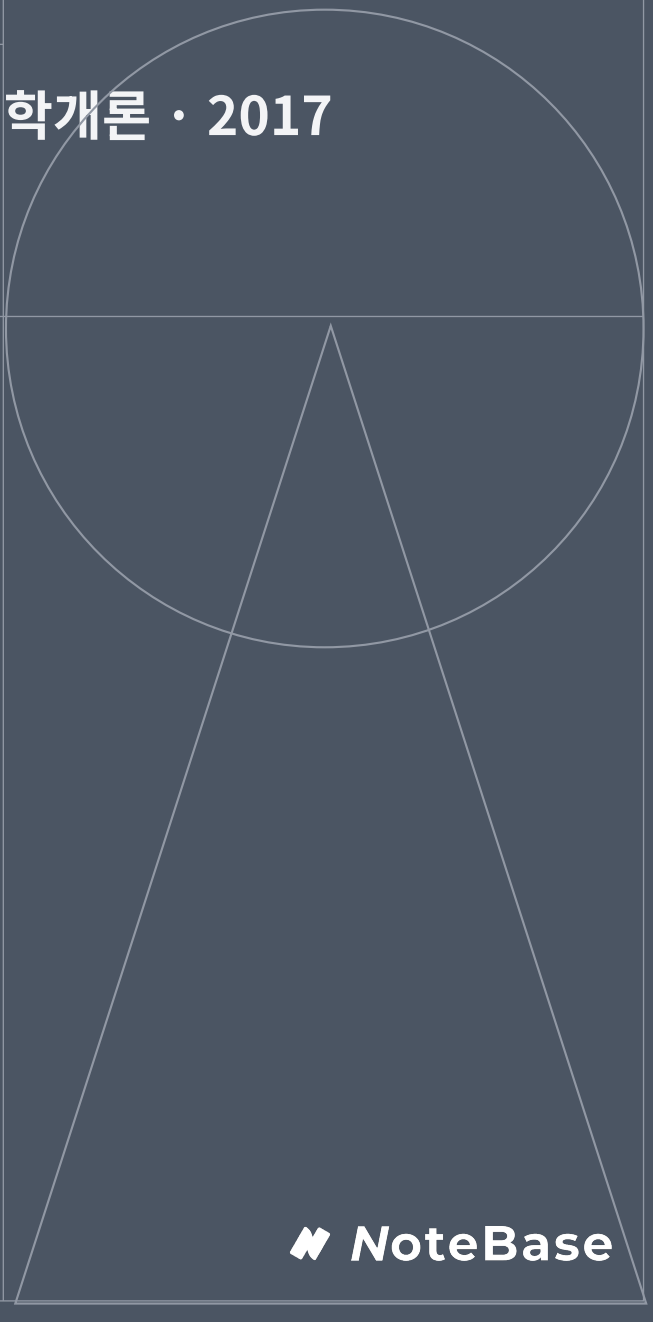
기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2017



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2017

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2017

문 1. 구조물의 처짐을 구하는 방법 중 공액보법에 대한 다음 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 지지조건이 이동단인 경우 공액보는 자유단으로 바꾸어 계산한다.

② M/EI(곡률)을 공액보에 하중으로 작용시켜 계산한다.

③ 공액보의 최대전단력 발생 지점에서 최대처짐각을 계산한다.

④ 공액보의 전단력이 0인 지점에서 최대처짐을 계산한다.

정답 1번

간단한 해설

이동단은 공액보에서도 **이동단으로 유지**한다. 이동단에서는 처짐은 0이지만 회전은 가능하므로, 공액보의 휨모멘트는 0이면서 전단력은 생길 수 있어야 한다.

NoteBase

선지별 해설

공액보법은 원래 보의 처짐각과 처짐을 가상 보의 전단력과 휨모멘트로 구하는 방법이다. 공액보의 전단력을 V_c, 휨모멘트를 M_c, 원래 보의 처짐각을 θ, 처짐을 y라 하면, 일관된 부호규약에서 $V_c = \theta$, $M_c = y$가 성립한다.

① X: 원래 보의 이동단은 처짐이 0이고 회전은 가능하다. 따라서 공액보에서도 휨모멘트는 0이지만 전단력은 생길 수 있어야 하므로 **이동단으로 유지**한다. 자유단으로 바꾸면 공액보의 전단력까지 0이 되어 원래 보의 회전 가능 조건을 표현하지 못한다. 공액보에서 자유단으로 바꾸는 것은 처짐과 처짐각이 모두 0인 원래 보의 고정단이다.

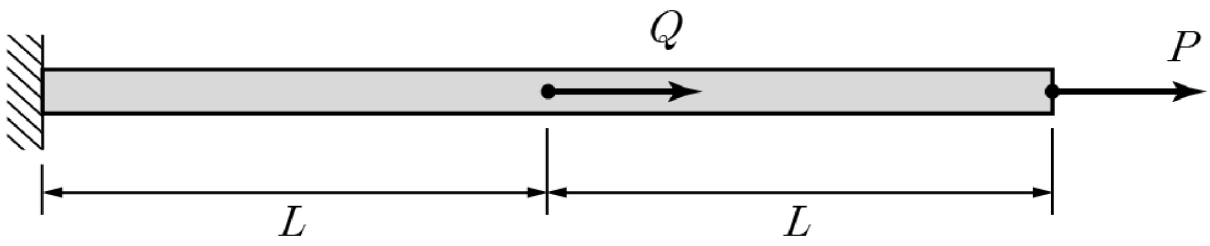
② O: 원래 보의 휨모멘트 M을 휨강성 EI로 나눈 **곡률도를 분포하중으로** 공액보에 작용시킨다. 여기서 E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이다. 작은 처짐을 가정한 탄성 보에서 곡률을 한 번 적분하면 처짐각, 다시 적분하면 처짐을 얻는다. 이는 분포하중으로부터 전단력과 휨모멘트를 구하는 관계에 대응하므로, $\frac{M}{EI}$를 공액보의 하중으로 사용한다.

③ O: 공액보의 **전단력이 원래 보의 처짐각**과 같으므로, 공액보의 최대전단력 발생 위치에서 원래 보의 최대처짐각을 구할 수 있다. 회전 방향과 관계없이 처짐각의 최대 크기를 구하는 경우에는 공액보 전단력의 절댓값을 비교한다.

④ O: 보 내부에서 처짐이 극대 또는 극소가 되는 지점은 처짐곡선의 기울기인 **처짐각이 0**인 지점이다. $\frac{dy}{dx} = \theta = V_c$이므로 공액보의 전단력이 0인 위치를 찾아 그곳의 휨모멘트로 처짐을 구한다. 후보가 여러 곳이면 각 위치의 처짐을 비교하며, 보 전체의 최대처짐을 구할 때는 자유단 등 끝점의 처짐도 함께 확인한다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 축력 P, Q를 받는 부재의 변형에너지는? (단, 보의 축강성은 EA로 일정하다.)



① $\frac{P^2L}{2EA}+\frac{Q^2L}{2EA}$
② $\frac{P^2L}{EA}+\frac{Q^2L}{2EA}$
③ $\frac{P^2L}{EA}+\frac{Q^2L}{2EA}+\frac{PQL}{EA}$
④ $\frac{P^2L}{2EA}+\frac{Q^2L}{2EA}+\frac{PQL}{2EA}$

정답 3번

간단한 해설

고정단에서 Q 작용점까지의 축력은 **두 하중의 합**인 $P+Q$이고, 나머지 구간의 축력은 P이다. 각 구간의 변형에너지를 더하면 $U=\frac{(P+Q)^2L}{2EA}+\frac{P^2L}{2EA}$이므로, 전개할 때 **두 하중의 곱에 해당하는 항**도 포함된다.

계산 과정

변형에너지식: E는 탄성계수, A는 단면적이며 EA는 일정하다. 선형탄성 범위에서 길이 L인 구간에 일정한 축력 N이 작용하면 축방향 변형량은 $\delta=\frac{NL}{EA}$이다. 하중이 0에서 N까지 선형적으로 증가하므로 저장되는 변형에너지는 $U=\frac{1}{2}N\delta=\frac{N^2L}{2EA}$이다.

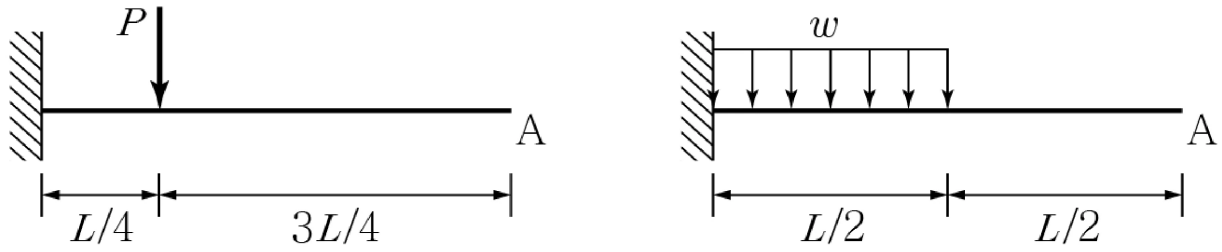
고정단에서 Q 작용점까지: 이 구간을 절단하여 오른쪽 부분의 평형을 보면, 오른쪽으로 작용하는 P와 Q를 절단면의 축력이 함께 지탱한다. 따라서 **이 구간의 인장축력**은 $N_1=P+Q$이고 길이는 L이므로, $U_1=\frac{(P+Q)^2L}{2EA}$이다.

Q 작용점에서 자유단까지: 이 구간을 절단하면 오른쪽 부분에는 끝의 하중 P만 남는다. 따라서 $N_2=P$이고 길이는 L이므로, $U_2=\frac{P^2L}{2EA}$이다.

전체 변형에너지: **축력이 일정한 구간별로 계산한 뒤 합산**한다. $U=U_1+U_2=\frac{(P+Q)^2L}{2EA}+\frac{P^2L}{2EA}$이다. 이를 전개하면 $U=\frac{P^2L}{EA}+\frac{Q^2L}{2EA}+\frac{PQL}{EA}$로, ③의 식과 일치한다. 변형에너지의 단위는 힘×길이이며, 힘을 N, 길이를 m로 나타내면 J이다.

NoteBase

문 3. 그림과 같이 캔틸레버보에 하중이 작용하고 있다. 동일한 재료 및 단면적을 가진 두 구조물의 자유단 A에서 동일한 처짐이 발생하기 위한 P와 w 관계로 옳은 것은?



① $P = \frac{7wL}{10}$

② $P = \frac{7wL}{11}$

③ $P = \frac{7wL}{12}$

④ $P = \frac{7wL}{13}$

정답 2번

간단한 해설

자유단 A의 처짐은 **하중이 작용하는 구간 끝의 처짐과 회전에 의한 추가 처짐**을 합해야 한다. 두 보의 휨강성이 같을 때 각각 $\frac{11PL^3}{384EI}$, $\frac{7wL^4}{384EI}$가 되므로, 처짐이 같으려면 $P = \frac{7wL}{11}$이어야 한다.

NoteBase

계산 과정

조건과 풀이 원리: 두 보의 전체 길이는 L이고, 집중하중 P는 고정단에서 $L/4$인 곳에, 등분포하중 w는 고정단부터 $L/2$까지 작용한다. 두 보는 같은 휨강성 EI를 갖는 등단면 보로 해석하며, 작은 처짐의 탄성 휨을 적용한다. E는 탄성계수, I는 휨축에 대한 단면2차모멘트이다. 엄밀히는 단면적만 같다고 I가 같아지는 것은 아니므로, 같은 단면 형상과 휨 방향을 전제로 한다.

자유단 처짐의 구성: 하중 구간 뒤의 무하중 부분에는 휨모멘트가 없어 곡률이 생기지 않지만, 하중 구간 끝의 회전에 따라 기울어진다. 따라서 **무하중 부분에서도 추가 처짐이 발생**한다. 하중 구간 길이를 a, 그 끝의 하향 처짐을 δ_a, 회전각의 크기를 θ_a라 하면 자유단 처짐의 크기는 $\delta_A = \delta_a + \theta_a(L-a)$이다.

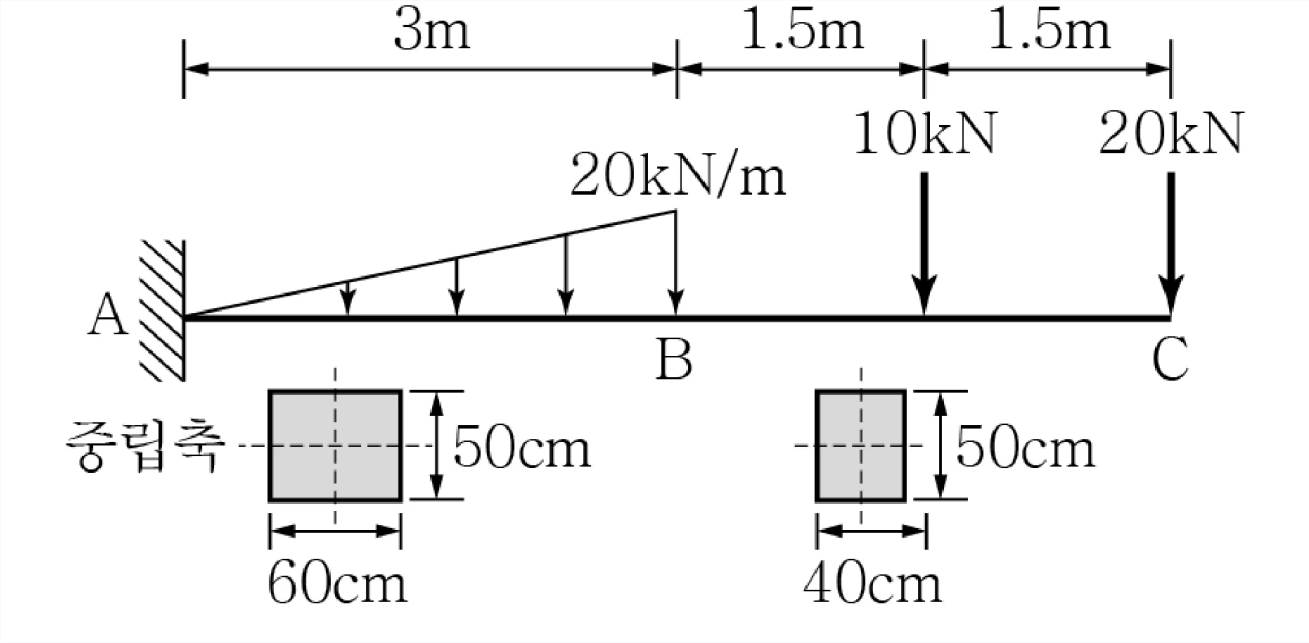
집중하중 P에 의한 처짐: $a = L/4$로 놓으면 하중 구간은 끝에 P가 작용하는 길이 a의 캔틸레버보와 같다. 그 끝의 처짐은 $\delta_a = \frac{Pa^3}{3EI}$, 회전각은 $\theta_a = \frac{Pa^2}{2EI}$이다. 따라서 자유단 A의 처짐은 $\delta_{A,P} = \frac{Pa^3}{3EI} + \frac{Pa^2(L-a)}{2EI}$이다. $a = L/4$를 대입하면 $\delta_{A,P} = \frac{PL^3}{192EI} + \frac{3PL^3}{128EI}$이므로 $\delta_{A,P} = \frac{11PL^3}{384EI}$이다.

등분포하중 w에 의한 처짐: 하중 구간 길이를 $b = L/2$로 놓는다. 이 구간 끝의 처짐과 회전각은 전 길이에 등분포하중을 받는 길이 b의 캔틸레버보 공식에 따라 $\delta_b = \frac{wb^4}{8EI}$, $\theta_b = \frac{wb^3}{6EI}$이다. 자유단까지 남은 길이는 $L - b = L/2$이므로 $\delta_{A,w} = \frac{wb^4}{8EI} + \frac{wb^3(L-b)}{6EI}$이다. 이를 계산하면 $\delta_{A,w} = \frac{wL^4}{128EI} + \frac{wL^4}{96EI}$이므로 $\delta_{A,w} = \frac{7wL^4}{384EI}$이다.

동일 처짐 조건: 두 하중 모두 아래쪽 처짐을 일으키므로 처짐의 크기를 같게 놓는다. $\frac{11PL^3}{384EI} = \frac{7wL^4}{384EI}$에서 공통 인자를 소거하면 $11P = 7wL$, 즉 $P = \frac{7wL}{11}$이다. 이 관계가 ②와 일치한다. w는 단위 길이당 힘이므로 wL은 P와 같은 힘의 차원을 갖는다.

NoteBase

문 4. 사각형 단면으로 설계된 보가 분포하중과 집중하중을 받고 있다. 그림과 같이 단면의 높이는 같으나 단면 폭은 구간 AB가 구간 BC에 비해 1.5배 크다. 이 경우 구간 AB와 구간 BC에서 발생하는 최대휨응력의 비($\sigma_{\overline{AB}} : \sigma_{\overline{BC}}$)는?



① 1 : 1.5

② 1.5 : 1

③ 1 : 2

④ 2 : 1

정답 4번

간단한 해설

두 구간의 최대휨모멘트는 각각 225 kN·m, 75 kN·m로 3 : 1이다. 높이가 같은 사각형 단면에서는 **단면계수가 폭에 비례**하므로, 휨모멘트를 단면계수로 나눈 최대휨응력의 비는 2 : 1이다.

NoteBase

계산 과정

1. 휨응력과 단면계수: 탄성 휨에서 단면의 최대휨응력 크기는 $\sigma = \frac{|M|}{Z}$이다. 여기서 M은 휨모멘트, Z는 단면계수이다. 폭 b, 높이 h인 사각형 단면은 $Z = \frac{bh^2}{6}$이므로, **높이가 같으면 단면계수의 비는 폭의 비와 같다**. 그림에서 두 구간의 높이는 50 cm로 같고 폭은 각각 60 cm, 40 cm이므로 $Z_{AB} : Z_{BC} = 1.5 : 1$이다.

2. 구간별 최대 위치: A가 고정단이고 C가 자유단인 외팔보에 모든 하중이 아래쪽으로 작용한다. 단면을 왼쪽으로 옮길수록 오른쪽 하중의 모멘트 크기가 커지므로, 각 구간의 최대휨모멘트 크기는 **AB에서는 A, BC에서는 B의 BC 쪽 단면**에서 발생한다. 각 구간의 단면계수는 일정하므로 최대휨응력도 이 위치에서 구한다.

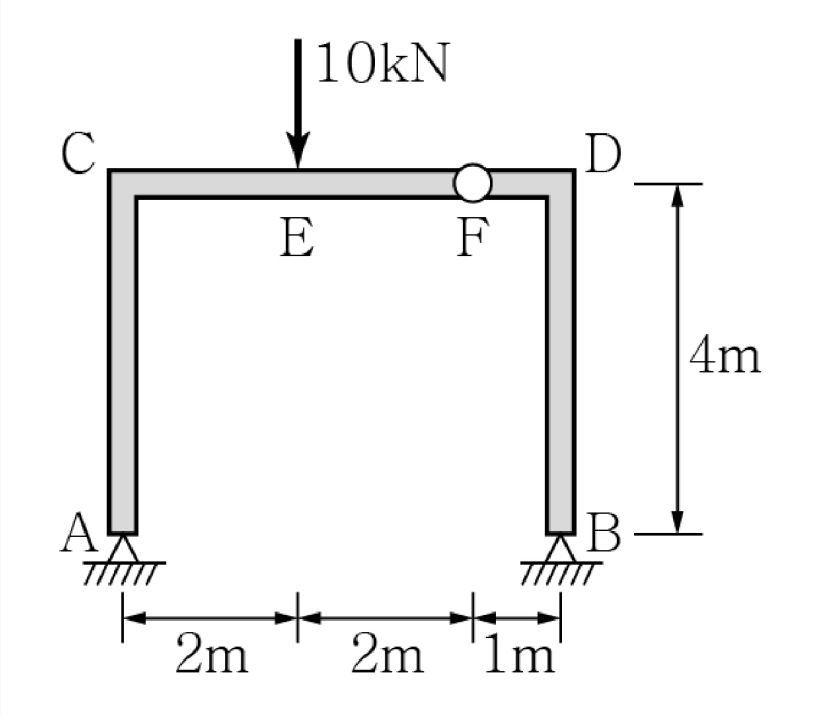
3. AB의 최대휨모멘트: AB의 삼각형 분포하중은 A에서 0, B에서 20 kN/m이고 길이는 3 m이다. 합력은 하중도 면적과 같아 $W = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 20 = 30\text{kN}$이다. 작용점은 삼각형의 도심이므로 **하중이 0인 A에서 B 쪽으로 길이의 2/3인 지점**, 즉 $\frac{2}{3} \cdot 3 = 2\text{m}$에 있다. A에서 10 kN 하중까지는 4.5 m, 20 kN 하중까지는 6 m이다. 따라서 각 하중의 A에 대한 모멘트 크기는 $30 \times 2 = 60\ \text{kN}\cdot\text{m}$, $10 \times 4.5 = 45\ \text{kN}\cdot\text{m}$, $20 \times 6 = 120\ \text{kN}\cdot\text{m}$이고, 합하면 $|M_A| = 225\text{kN}\cdot\text{m}$이다.

4. BC의 최대휨모멘트: B의 BC 쪽 단면에서 오른쪽 부분을 떼어 보면 10 kN, 20 kN의 집중하중만 남는다. 이들의 B에 대한 거리는 각각 1.5 m, 3 m이다. 따라서 모멘트 크기는 $10 \times 1.5 + 20 \times 3 = 75\ \text{kN}\cdot\text{m}$이고, $|M_B| = 75\text{kN}\cdot\text{m}$이다.

5. 최대휨응력의 비: 각 구간의 최대휨응력을 σ_{AB}, σ_{BC}라 하면, **휨모멘트의 비에 단면계수 비의 역수를 곱한다**. 따라서 $\frac{\sigma_{AB}}{\sigma_{BC}} = \frac{225}{75} \cdot \frac{1}{1.5} = 2$이다. 구하는 비는 2 : 1로, ④의 값과 일치한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같은 3힌지 라멘에서 A점의 수직반력 V_A 및 B점의 수평반력 H_B로 옳은 것은?



① $V_A = 6\text{kN}(\uparrow), H_B = 1\text{kN}(\leftarrow)$

② $V_A = 4\text{kN}(\uparrow), H_B = 1\text{kN}(\leftarrow)$

③ $V_A = 6\text{kN}(\uparrow), H_B = 1\text{kN}(\rightarrow)$

④ $V_A = 4\text{kN}(\uparrow), H_B = 1\text{kN}(\rightarrow)$

정답 1번

간단한 해설

B점에 대한 전체 모멘트 평형으로 A점 수직반력은 **위쪽 6 kN**이다. 내부힌지 F의 모멘트가 0이 되도록 오른쪽 부분의 평형을 잡으면 B점 수평반력은 **왼쪽 1 kN**이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 부호: A와 B는 힌지 지점이므로 수평·수직반력이 생기며 지점모멘트는 없다. 지점 간 수평거리는 5 m이고, 10 kN 하중은 A에서 2 m, B에서 3 m 떨어진 E점에 아래쪽으로 작용한다. 내부힌지 F는 B에서 왼쪽으로 1 m, 위쪽으로 4 m에 있다. 수직반력은 위쪽, B점 수평반력은 왼쪽을 양(+)으로 가정하고, 모멘트는 반시계방향을 양(+)으로 둔다. 아래 평형식에서 힘은 kN, 길이는 m 단위를 쓴다.

A점 수직반력: 전체 라멘에서 **B점에 대한 모멘트 평형**을 취하면 B점의 반력은 모멘트를 만들지 않는다. A점의 위쪽 반력은 시계방향, 10 kN 하중은 반시계방향 모멘트를 만들므로 $10 \cdot 3 - 5V_A = 0$이다. 따라서 $V_A = \frac{10 \cdot 3}{5} = 6$ kN이며, 양수이므로 위쪽으로 작용한다.

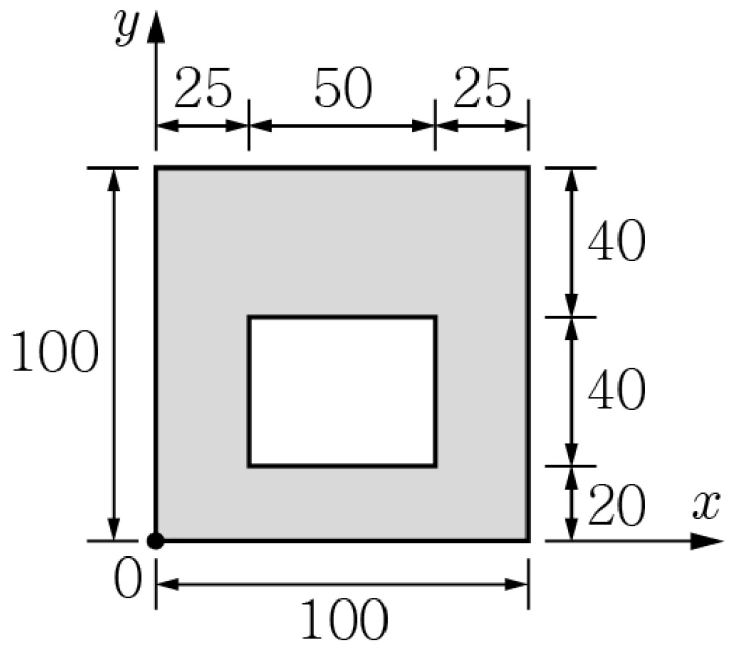
B점 수직반력: 전체 수직력의 합이 0이어야 하므로 $V_A + V_B - 10 = 0$이다. 따라서 $V_B = 10 - 6 = 4$ kN이다. 이 값은 전체 하중 10 kN 중 B점이 위쪽 반력으로 지지하는 몫이다.

B점 수평반력: F에서 절단하여 오른쪽 F–D–B 부분만 분리한다. 이 부분에는 외부하중이 없고, **내부힌지는 모멘트를 전달하지 않는다**. F점에 대한 모멘트를 취하면 F점의 힌지력도 소거된다. B점의 위쪽 반력은 팔길이 1 m의 반시계방향 모멘트를, 왼쪽 수평반력은 팔길이 4 m의 시계방향 모멘트를 만든다. 따라서 $V_B \cdot 1 - H_B \cdot 4 = 0$이고, $H_B = \frac{4 \cdot 1}{4} = 1$ kN이다. 양수이므로 처음 가정한 왼쪽 방향이다.

선택지 연결: $V_A = 6$ kN(↑), $H_B = 1$ kN(←)의 조합은 ①과 일치한다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 단면의 도심의 좌표는?



① (50, 47.5)

② (50, 50.0)

③ (50, 52.5)

④ (50, 55.0)

정답 3번

간단한 해설

단면이 좌우 대칭이므로 도심의 x좌표는 50이다. 전체 사각형의 중심보다 아래에 있는 구멍을 **음의 면적**으로 빼면 도심이 위로 이동하여 y좌표는 52.5가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 면적의 분리: 도심은 면적을 가중치로 한 위치의 평균이다. 이 단면은 가로 100, 세로 100인 사각형에서 가로 50, 세로 40인 구멍을 뺀 형태이므로, **구멍의 면적과 면적 1차 모멘트를 함께 뺀다**. 바깥 사각형의 면적은 $A_1 = 100 \times 100 = 10000$, 구멍의 면적은 $A_2 = 50 \times 40 = 2000$이다. 남은 면적은 $A = A_1 - A_2 = 8000$이다.

2. 각 부분의 도심: 좌표의 원점은 그림의 왼쪽 아래 모서리이다. 바깥 사각형의 도심은 (50, 50)이다. 구멍은 왼쪽에서 25만큼 떨어져 있고 아래쪽 높이가 20이므로, 도심 좌표는 $x_2 = 25 + \frac{50}{2} = 50$, $y_2 = 20 + \frac{40}{2} = 40$이다. 특히 구멍의 y좌표는 **아랫변 높이 20에 구멍 높이의 절반을 더한 값**이다.

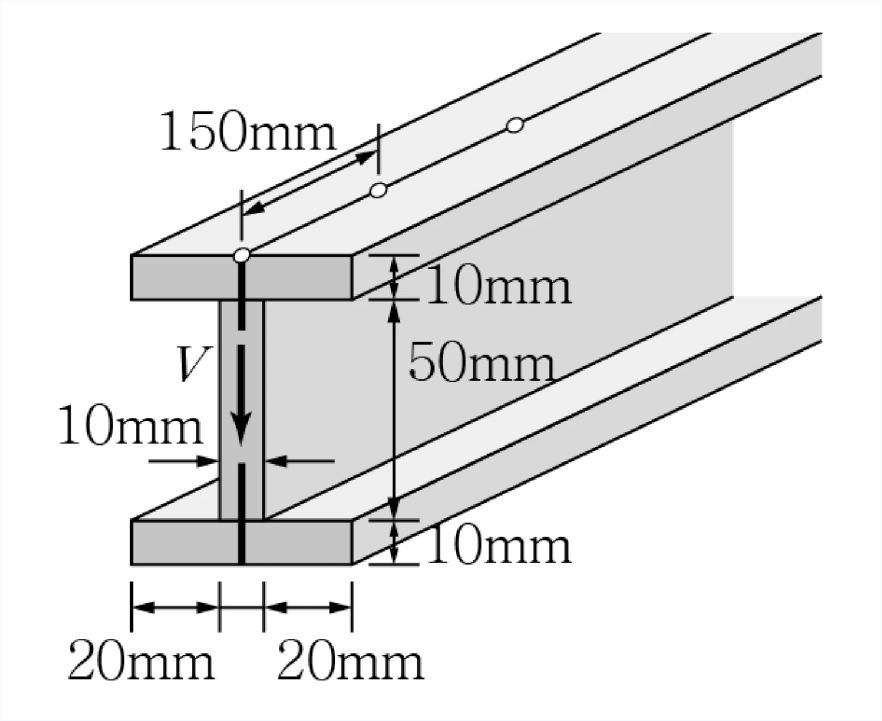
3. x좌표: 바깥 사각형과 구멍 모두 x = 50인 직선에 대해 좌우 대칭이다. 따라서 남은 단면의 도심도 이 대칭축 위에 있으므로 $\bar{x} = 50$이다.

4. y좌표: x축에 대한 면적 1차 모멘트는 각 부분의 면적에 그 도심의 y좌표를 곱한 값이다. 구멍을 빼면 남은 단면의 면적 1차 모멘트는 $Q = 10000 \times 50 - 2000 \times 40 = 420000$이다. 이를 **구멍을 뺀 나머지 면적 8000**으로 나누면 $\bar{y} = \frac{Q}{A} = \frac{420000}{8000} = 52.5$이다.

따라서 도심 좌표는 (50, 52.5)이며, ③과 일치한다. 좌표의 길이 단위는 그림에 주어진 치수의 길이 단위와 같다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 100N의 전단강도를 갖는 못(nail)이 웨브(web)와 플랜지(flange)를 연결하고 있다. 이 못들은 부재의 길이방향으로 150mm 간격으로 설치되어 있다. 이 부재에 작용할 수 있는 최대 수직전단력은? (단, 단면2차모멘트 $I = 1,012,500\text{mm}^4$)



① 35N

② 40N

③ 45N

④ 50N

정답 3번

간단한 해설

못 한 개가 부담하는 힘은 접합면의 **전단흐름에 못 간격을 곱한 값**이다. 이 힘을 못의 전단강도 100 N 이하로 제한하면 최대 수직전단력은 45 N이다.

NoteBase

계산 과정

1. 플랜지의 단면1차모멘트: 플랜지 폭은 20 + 10 + 20 = 50 mm이고 두께는 10 mm이므로 면적은 500 mm^2이다. 상하 대칭 단면이므로 중립축은 높이 50 mm인 웨브의 중앙을 지난다. 중립축에서 위쪽 플랜지 도심까지 거리는 25 + 5 = 30 mm이다. 따라서 **접합면 위쪽 플랜지 전체**의 중립축에 대한 단면1차모멘트는 $Q = A\bar{y} = 500 \cdot 30 = 15{,}000\text{mm}^3$이다.

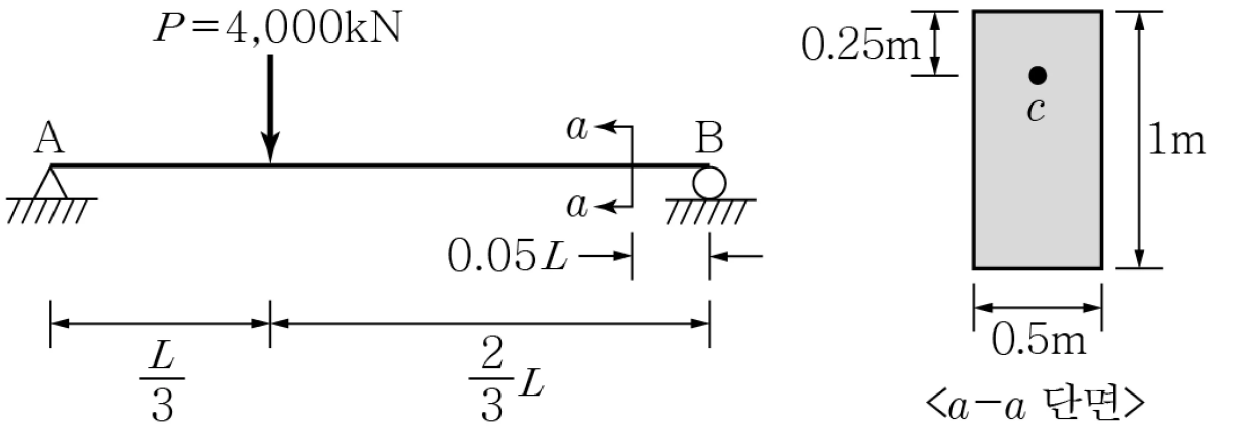
2. 접합면의 전단흐름: 수직전단력 V가 작용하면 플랜지와 웨브가 길이방향으로 서로 미끄러지려 하므로 못이 이를 저항한다. 단위 길이의 접합면에서 전달되는 전단력을 전단흐름 q라고 하며, $q = \frac{VQ}{I}$로 구한다. 여기서 I는 전체 단면의 중립축에 대한 단면2차모멘트이다. 못 간격을 s라 하면 **못 하나가 간격 s에 해당하는 전단력을 전달**하므로 못 한 개의 부담력은 $F = qs = \frac{VQs}{I}$이다.

3. 못의 강도로부터 V 계산: 못 간격은 s = 150 mm이고, 못 한 개의 한계 부담력은 100 N이다. 따라서 $V_{\max} = \frac{100I}{Qs}$이며, 주어진 값을 대입하면 $V_{\max} = \frac{100 \cdot 1{,}012{,}500}{15{,}000 \cdot 150} = 45\text{N}$이다. 위아래 플랜지의 접합면은 대칭이므로 같은 한계에 도달한다. 각 접합면에 위 관계를 적용하므로 위아래 못의 강도를 합쳐 200 N으로 대입하지 않는다.

계산한 최대 수직전단력 45 N은 ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 8. 그림과 같은 직사각형 단면을 갖는 보가 집중하중을 받고 있다. 보의 길이 L이 5m일 경우 단면 $a-a$의 c 위치에서 발생하는 주응력 (σ_1, σ_2)은? (단, (+) : 인장, (-) : 압축)



① $(2+\sqrt{10},\ 2-\sqrt{10})$

② $(-2+\sqrt{10},\ -2-\sqrt{10})$

③ $(1+\sqrt{10},\ 1-\sqrt{10})$

④ $(-1+\sqrt{10},\ -1-\sqrt{10})$

정답 4번

간단한 해설

c점은 중립축 위에 있어 **휨에 의한 압축응력** −2 MPa와 전단응력 3 MPa를 함께 받는다. 두 응력을 합성하면 주응력은 $(-1+\sqrt{10},\ -1-\sqrt{10})$ MPa가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 단면의 전단력과 휨모멘트: 하중은 P = 4,000 kN = 4 MN이고 A에서 $L/3$ 떨어져 작용한다. A점에 대한 모멘트 평형으로 $R_B L = P \cdot L/3$이므로 B점 반력은 $R_B = P/3 = 4/3$MN이다. 단면 a-a와 B 사이에는 다른 하중이 없으므로 전단력의 크기는 $|V| = 4/3$MN이다. 단면에서 B까지의 거리는 $0.05 \times 5 = 0.25$ m이므로, 휨모멘트는 $M = (4/3) \cdot 0.25 = 1/3\,\text{MN} \cdot \text{m}$이다.

2. c점의 위치와 단면2차모멘트: 직사각형 단면의 폭은 b = 0.5 m, 높이는 h = 1 m이다. 중립축은 높이의 중앙에 있고 c점은 윗면에서 0.25 m 아래에 있으므로, **중립축에서 위로 0.25 m** 떨어져 있다. 중립축에서 위쪽을 양으로 잡으면 y = 0.25 m이며, 단면2차모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$에 따라 $I = \frac{0.5 \cdot 1^3}{12} = \frac{1}{24}\text{m}^4$이다.

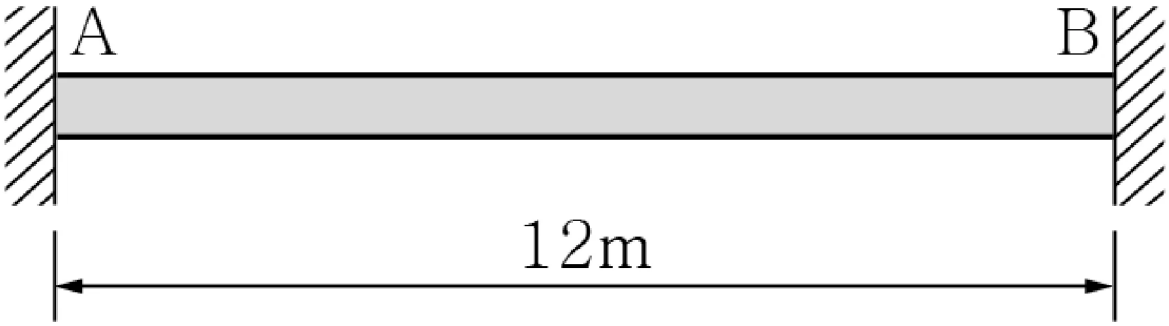
3. 휨에 의한 수직응력: 이 단면의 휨모멘트는 보의 위쪽을 압축하므로 c점의 수직응력은 **음의 부호**를 갖는다. 보의 길이 방향을 x축으로 두면 $\sigma_x = -\frac{My}{I}$이므로 $\sigma_x = -\frac{(1/3) \cdot 0.25}{1/24} = -2$MPa이다. 여기서 MN과 m를 사용했으므로 응력 단위는 MN/m^2, 즉 MPa가 된다.

4. c점의 전단응력: 보의 전단응력은 $|\tau_{xy}| = \frac{|V|Q}{Ib}$로 구한다. Q는 **c점을 지나는 수평선 위쪽 면적의 중립축에 대한 단면1차모멘트**이다. 이 면적은 $0.5 \times 0.25 = 0.125\ \text{m}^2$이고, 그 도심은 중립축에서 $0.5 - 0.125 = 0.375$ m 위에 있다. 따라서 $Q = 0.125 \cdot 0.375 = 0.046875\text{m}^3$이며, $|\tau_{xy}| = \frac{(4/3) \cdot 0.046875}{(1/24) \cdot 0.5} = 3$MPa이다.

5. 주응력 계산: 보의 평면응력 해석에서 높이 방향 수직응력은 $\sigma_y = 0$으로 둔다. 주응력은 전단응력이 사라지는 면에서의 수직응력으로, 평균응력에 모어 원의 반지름을 더하거나 빼서 구한다. 평균응력은 $\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = -1$MPa이고, 반지름은 $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$이다. 값을 넣으면 $R = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$MPa이다. 따라서 $\sigma_1 = \sigma_m + R = -1 + \sqrt{10}$MPa, $\sigma_2 = \sigma_m - R = -1 - \sqrt{10}$MPa이다. 첫 번째는 인장, 두 번째는 압축이며, 이 주응력 쌍은 ④와 일치한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 단면적이 200mm^{2}인 강봉의 양단부(A점 및 B점)를 6월(25°C)에 용접하였을 때, 다음 해 1월(-5°C)에 AB부재에 생기는 힘의 종류와 크기는? (단, 강봉의 탄성계수 E=2.0×10^5 MPa, 열팽창계수 α=1.0×10^{-5}/°C이고, 용접부의 온도변형은 없는 것으로 가정한다.)



① 인장력 8kN

② 인장력 12kN

③ 압축력 8kN

④ 압축력 12kN

정답 2번

간단한 해설

온도가 30°C 내려가면 강봉은 수축하려 하지만, **양단이 고정되어 수축이 억제**되므로 인장력이 생긴다. 그 크기는 $N = EA\alpha|\Delta T|$로 계산하며, 12 kN이다.

NoteBase

계산 과정

온도 변화와 힘의 종류: 그림에서 길이 12 m인 강봉의 양 끝 A, B가 벽에 고정되어 있다. 용접 당시 25℃에서 다음 해 −5℃로 바뀌므로 온도 변화는 $\Delta T = -5 - 25 = -30^\circ\mathrm{C}$이다. 자유로운 강봉이라면 수축하지만, 양단이 고정되어 있으므로 수축을 막는 **인장력**이 생긴다.

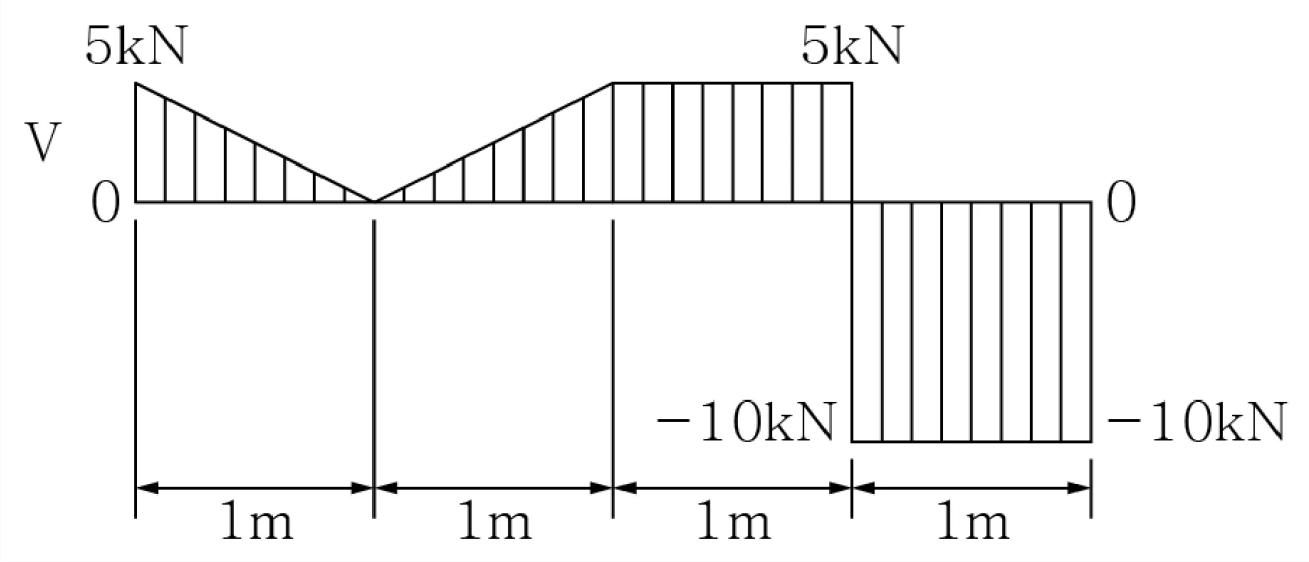
변형의 적합조건: 인장력을 N, 강봉의 길이를 L, 단면적을 A라고 하자. 탄성변형과 온도변형을 합한 **전체 길이 변화는 0**이어야 한다. 따라서 $\frac{NL}{EA} + \alpha L \Delta T = 0$이고, L을 소거하면 $N = -EA\alpha\Delta T$이다. 길이가 소거되므로 12 m를 힘 계산에 따로 대입할 필요는 없다.

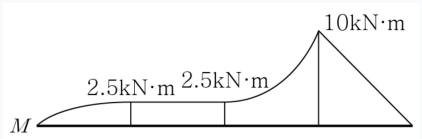
온도응력 계산: 축응력은 $\sigma = \frac{N}{A} = -E\alpha\Delta T$이다. 주어진 값을 대입하면
$\sigma = -(2.0 \times 10^5)(1.0 \times 10^{-5})(-30) = 60\mathrm{MPa}$이다. 인장을 양으로 정했을 때 양의 응력이므로 인장응력이다.

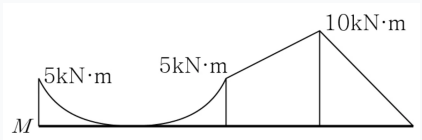
축력 계산: **1 MPa = 1 N/mm^2**이므로 단면적 200 mm^{2}를 그대로 사용할 수 있다.
$N = \sigma A = 60 \times 200 = 12{,}000\mathrm{N}$이며, 이는 12 kN이다. 따라서 AB부재에 생기는 힘은 인장력 12 kN으로, ②에 해당한다.

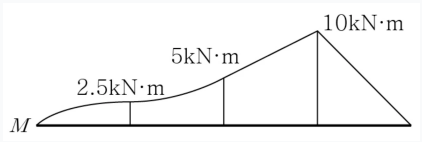
NoteBase

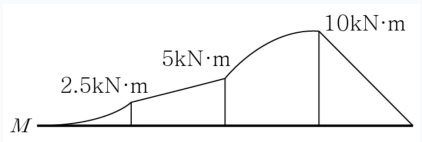
문 10. 아래 그림은 어느 단순보의 전단력도이다. 이 보의 휨모멘트도는? (단, 이 보에 집중모멘트는 작용하지 않는다.)



① 

② 

③ 

④ 

정답 3번

간단한 해설

휨모멘트는 **전단력도의 부호 있는 면적을 누적한 값**이며, 왼쪽부터 1 m 간격의 값은 0, 2.5, 5, 10, 0 kN·m이다. 전단력이 선형으로 변하는 앞쪽 두 구간은 포물선이고, 전단력이 일정한 뒤쪽 두 구간은 직선이다.

NoteBase

계산 과정

왼쪽 지점에서 오른쪽으로 잰 거리를 x, 전단력을 V, 휨모멘트를 M이라 한다. 단순보이고 집중모멘트가 없으므로 양 끝의 휨모멘트는 0이다. 전단력과 휨모멘트는 $\frac{dM}{dx} = V$의 관계이므로, 두 단면 사이의 **전단력도 면적이 휨모멘트 변화량**이 된다. 위쪽 면적은 더하고 아래쪽 면적은 뺀다. 또한 집중모멘트가 없으므로 보 내부에서 휨모멘트도는 끊어지거나 수직으로 뛰지 않는다.

0–1 m 구간: 전단력이 5 kN에서 0으로 선형 감소한다. 삼각형 면적은 $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = 2.5$ kN·m이므로, x = 1 m에서 휨모멘트는 2.5 kN·m이다. 전단력이 양수이므로 휨모멘트는 증가하지만, 그 기울기는 점차 작아져 이 지점에서 0이 된다. 따라서 점점 완만해지는 포물선이다.

1–2 m 구간: 전단력이 0에서 5 kN으로 선형 증가한다. 이 구간의 삼각형 면적도 2.5 kN·m이므로, x = 2 m에서 휨모멘트는 2.5 + 2.5 = 5 kN·m이다. 휨모멘트도의 기울기가 0에서 점차 커지는 포물선으로 이어진다. x = 1 m에서는 전단력이 0에 닿지만 **양쪽에서 부호가 바뀌지 않으므로 극댓값이나 극솟값이 생기지 않는다**.

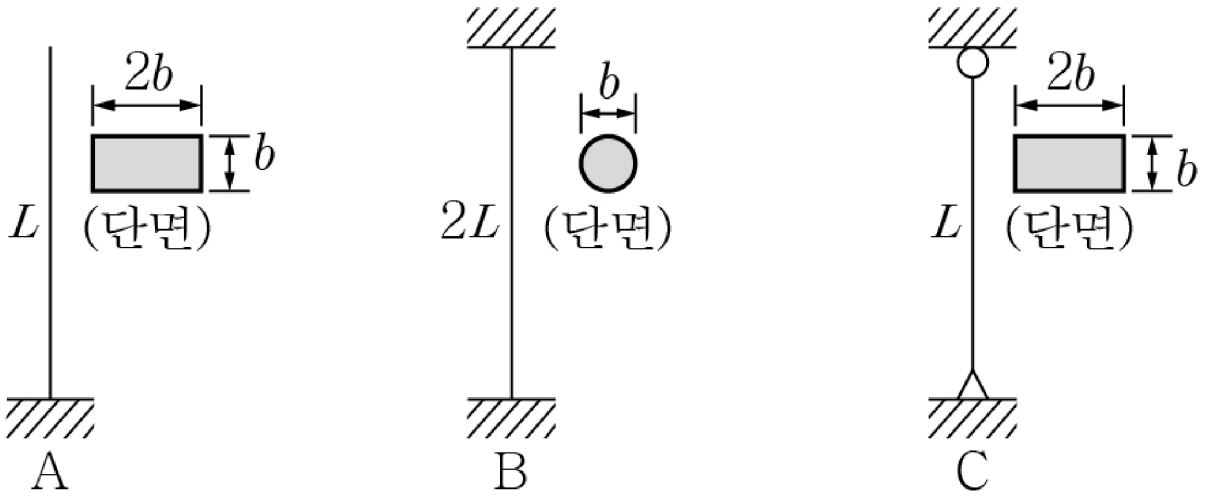
2–3 m 구간: 전단력이 5 kN으로 일정하다. 직사각형 면적은 5 × 1 = 5 kN·m이므로, x = 3 m에서 휨모멘트는 5 + 5 = 10 kN·m이다. 전단력이 일정하므로 휨모멘트는 일정한 기울기의 **직선으로 증가**한다.

3–4 m 구간: 전단력이 −10 kN으로 일정하다. 이 구간의 부호 있는 면적은 −10 × 1 = −10 kN·m이므로, 오른쪽 지점의 휨모멘트는 10 − 10 = 0 kN·m이다. 휨모멘트는 직선으로 감소한다. x = 3 m에서 전단력이 양수에서 음수로 바뀌므로 휨모멘트는 **최댓값 10 kN·m**을 갖고, 휨모멘트도의 기울기가 꺾인다.

따라서 앞의 두 포물선이 2.5 kN·m와 5 kN·m를 지나고, 이어 직선으로 10 kN·m까지 증가한 뒤 직선으로 0까지 감소하는 ③의 휨모멘트도와 일치한다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 지점조건이 다른 3개의 기둥이 단면중심에 축하중을 받고 있다. 좌굴하중이 큰 순서대로 나열된 것은?



① B, A, C

② B, C, A

③ C, A, B

④ C, B, A

정답 4번

간단한 해설

좌굴하중은 **약축의 단면2차모멘트에 비례하고 유효길이의 제곱에 반비례**한다. 지점조건까지 반영한 하중비는 $P_C : P_B : P_A = 4 : \frac{3\pi}{8} : 1$이며, B는 단면이 작아도 양단 고정 효과로 A보다 좌굴하중이 크다.

NoteBase

계산 과정

세 기둥의 탄성계수 E는 같다고 보고, 중심축하중을 받는 가느다란 기둥의 탄성좌굴을 오일러 공식 $P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$으로 비교한다. 여기서 I는 좌굴 방향에 대한 단면2차모멘트이고, 유효길이는 $L_e = K\ell$이다. K는 지점조건에 따른 유효길이계수, ℓ은 실제 기둥 길이이다. 여러 방향으로 좌굴할 수 있으면 **단면2차모멘트가 가장 작은 약축**을 기준으로 한다.

A: 아래쪽 고정·위쪽 자유이고 실제 길이는 L이다. **고정–자유 기둥의 K는 2**이므로 $L_{e,A} = 2L$이다. 가로 2b, 세로 b인 직사각형 단면의 약축 단면2차모멘트는 $I_A = \frac{(2b)b^3}{12} = \frac{b^4}{6}$이다. 따라서 $P_A = \frac{\pi^2 E(b^4/6)}{(2L)^2} = \frac{\pi^2 Eb^4}{24L^2}$이다.

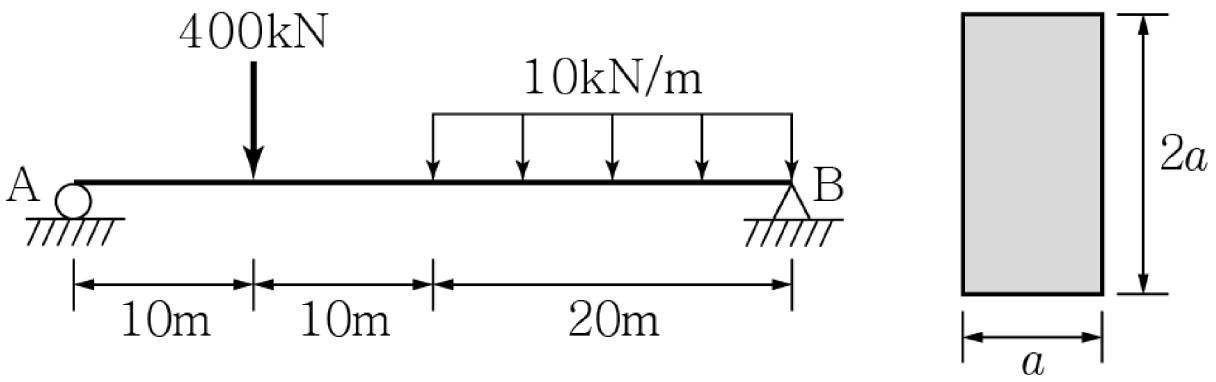
B: 양단 고정이고 실제 길이는 2L이다. **양단 고정 기둥의 K는 0.5**이므로 $L_{e,B} = 0.5 \cdot 2L = L$이다. 그림의 b는 원형 단면의 지름이므로 $I_B = \frac{\pi b^4}{64}$이다. 따라서 $P_B = \frac{\pi^2 E(\pi b^4/64)}{L^2} = \frac{\pi^3 Eb^4}{64L^2}$이다.

C: 양단 힌지이고 실제 길이는 L이다. **양단 힌지 기둥의 K는 1**이므로 $L_{e,C} = L$이다. 단면은 A와 같아서 $I_C = \frac{b^4}{6}$이며, $P_C = \frac{\pi^2 E(b^4/6)}{L^2} = \frac{\pi^2 Eb^4}{6L^2}$이다.

A를 기준으로 나누면 $\frac{P_B}{P_A} = \frac{3\pi}{8} \approx 1.18$, $\frac{P_C}{P_A} = 4$이다. 따라서 $P_C > P_B > P_A$이며, 좌굴하중이 큰 순서인 C, B, A는 ④에 해당한다. 같은 단위의 하중끼리 나눈 비이므로 단위는 없다.

NoteBase

문 12. 그림과 같은 단면으로 설계된 보가 집중하중과 등분포하중을 받고 있다. 보의 허용휨응력이 42MPa일 때 보에 요구되는 최소 단면으로 적합한 a값은?



① 0.40m

② 0.50m

③ 0.60m

④ 0.70m

정답 2번

간단한 해설

집중하중이 작용하는 지점에서 전단력의 부호가 바뀌므로 **최대휨모멘트는 3500 kN·m**이다. 폭 a, 높이 2a인 직사각형 단면의 단면계수는 $Z = \frac{2a^3}{3}$이므로, 휨응력이 42 MPa를 넘지 않는 최소 a는 **0.50 m**이다.

NoteBase

계산 과정

1. 지점반력: A에서 오른쪽으로 잰 거리를 x라 하면 B는 x = 40 m에 있다. 등분포하중의 합력은 10 × 20 = 200 kN이며, 하중 구간의 중앙인 x = 30 m에 작용한다. A점에 대한 모멘트 평형에서 $40R_B = 400 \cdot 10 + 200 \cdot 30$ 이므로 B의 상향 반력은 250 kN이다. 수직력 평형으로 A의 상향 반력은 400 + 200 − 250 = 350 kN이다.

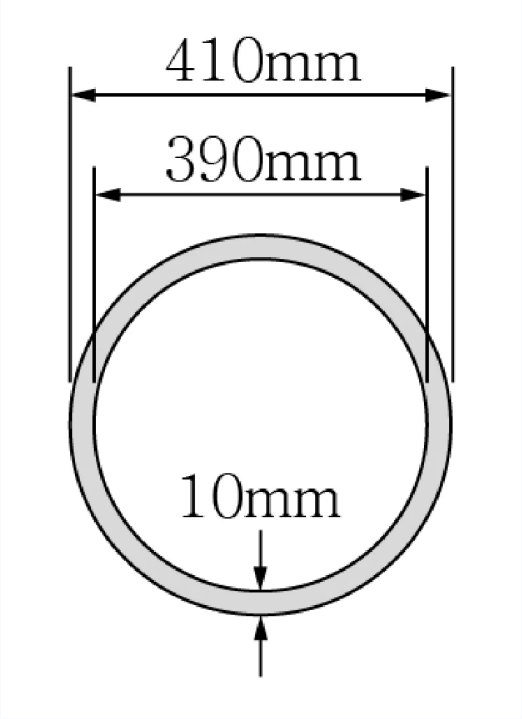
2. 최대휨모멘트: A에서 집중하중 직전까지 전단력은 +350 kN이고, 집중하중 직후에는 350 − 400 = −50 kN이다. 이후 x = 20 m까지 −50 kN을 유지하며, 등분포하중 구간에서는 더 감소한다. 따라서 휨모멘트는 **x = 10 m까지 증가하고 그 이후 감소**한다. 양 끝의 휨모멘트가 0이므로 이 지점의 값이 최대이며, $M_{\max} = 350 \cdot 10 = 3500\text{kN·m}$이다.

3. 단면계수: 직사각형 단면의 폭은 a, 높이는 2a이다. 중립축에 대한 단면2차모멘트가 $I = \frac{a(2a)^3}{12}$이고, 중립축에서 최외단까지의 거리가 a이므로 단면계수는 $Z = \frac{I}{a} = \frac{2a^3}{3}$이다. 단면계수는 같은 휨모멘트에 대해 최외단 휨응력이 얼마나 작아지는지를 나타내며, 휨응력은 $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z}$로 구한다.

4. 최소 치수: 허용휨응력 42 MPa는 42,000 kN/m^{2}이다. **최대휨응력이 허용휨응력 이하**여야 하므로 필요한 단면계수는 $Z \geq \frac{3500}{42000} = \frac{1}{12}\text{m}^3$이다. 여기에 단면계수를 대입하면 $\frac{2a^3}{3} \geq \frac{1}{12}\text{m}^3$, 즉 a^3≥0.125 m^3이다. 따라서 a≥0.50 m이며, 최소값 0.50 m에 해당하는 선택지는 ②이다.

NoteBase

문 13. 그림과 같이 일정한 두께 t=10mm의 원형 단면을 갖는 튜브가 비틀림모멘트 T=40kN·m를 받을 때 발생하는 전단 흐름의 크기 (kN/m)는?



① $\frac{500}{\pi}$

② $\frac{400}{\pi}$

③ $\frac{\pi}{350}$

④ $\frac{\pi}{300}$

정답 1번

간단한 해설

얇은 폐단면의 전단 흐름은 **벽 두께의 중선이 둘러싼 면적**을 이용하여 $q = \frac{T}{2A_m}$으로 구한다. 중선 반지름이 0.2 m이므로 전단 흐름은 $\frac{500}{\pi}$ kN/m이다.

NoteBase

계산 과정

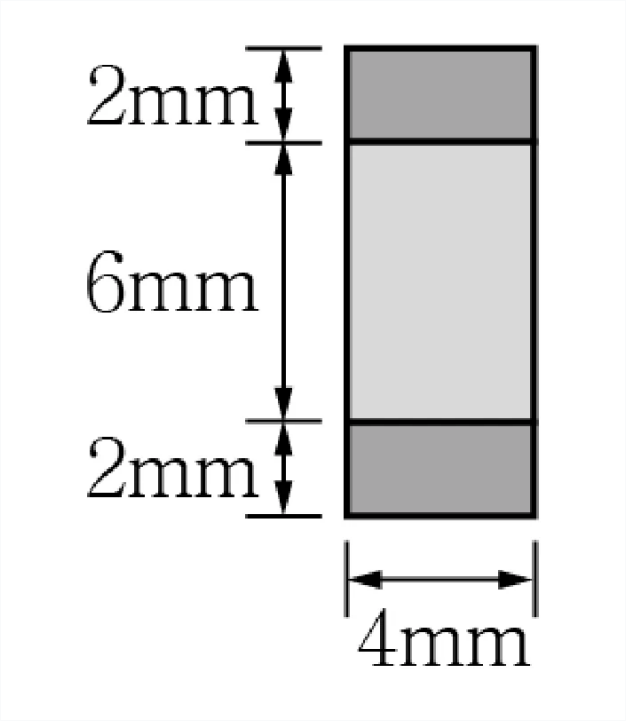
전단 흐름의 의미와 적용식: 전단 흐름 q는 벽의 단위 길이가 전달하는 전단력이며, 전단응력 τ와 두께 t의 곱인 $q = \tau t$이다. 이 튜브는 벽 두께가 반지름에 비해 작은 원형 폐단면이므로 얇은 관의 비틀림 관계를 적용한다. 원주를 따라 일정한 전단 흐름이 만드는 모멘트는 $T = q(2\pi r_m) r_m = 2A_m q$이므로, $q = \frac{T}{2A_m}$이다. 여기서 r_m은 벽 두께 중선의 반지름, A_m은 그 중선이 둘러싼 면적이다.

중선 면적: 그림의 외경은 410 mm, 내경은 390 mm이므로 중선 반지름은 $r_m = \frac{410 + 390}{4} = 200$ mm, 즉 0.2 m이다. 따라서 $A_m = \pi r_m^2 = 0.04\pi$ m^2이다. 이 면적은 **관 재료가 차지하는 고리 모양의 면적이 아니라 중선 안쪽 전체 면적**이다.

전단 흐름 계산: 비틀림모멘트 T = 40 kN·m와 중선 면적을 대입하면 $q = \frac{40}{2 \cdot 0.04\pi} = \frac{500}{\pi}$ kN/m이다. 모멘트의 단위 kN·m를 면적의 단위 m^2로 나누므로 전단 흐름의 단위는 kN/m가 된다. 구한 값은 ①의 $\frac{500}{\pi}$와 일치한다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 상하부에 알루미늄판과 내부에 플라스틱 코어가 있는 샌드위치 패널에 휨모멘트 4.28N·m가 작용하고 있다. 알루미늄판은 두께 2mm, 탄성계수는 30GPa이고 내부 플라스틱 코어는 높이 6mm, 탄성계수는 10GPa이다. 부재가 일체거동한다고 가정할 때 외부 알루미늄판의 최대응력은?



① 25N/mm^2
② 30N/mm^2
③ 60N/mm^2
④ 75N/mm^2

정답 4번

간단한 해설

일체거동하는 두 재료는 곡률이 같으므로 **각 재료의 탄성계수를 반영한 휨강성**을 사용한다. 중립축에서 5mm 떨어진 알루미늄 외측면에서 최대응력의 크기는 75N/mm^{2}이다.

NoteBase

계산 과정

1. 단면과 중립축: 그림에서 폭은 4mm, 전체 높이는 2 + 6 + 2 = 10mm이다. 재료 배치와 단면이 상하 대칭이므로 중립축은 높이의 중앙에 있다. 따라서 알루미늄 외측면까지의 거리는 5mm이다. 알루미늄과 플라스틱의 탄성계수를 각각 E_a, E_p라 하면 30GPa = 30,000N/mm^2, 10GPa = 10,000N/mm^{2}이다. 휨모멘트는 4.28N·m = 4,280N·mm로 환산한다.

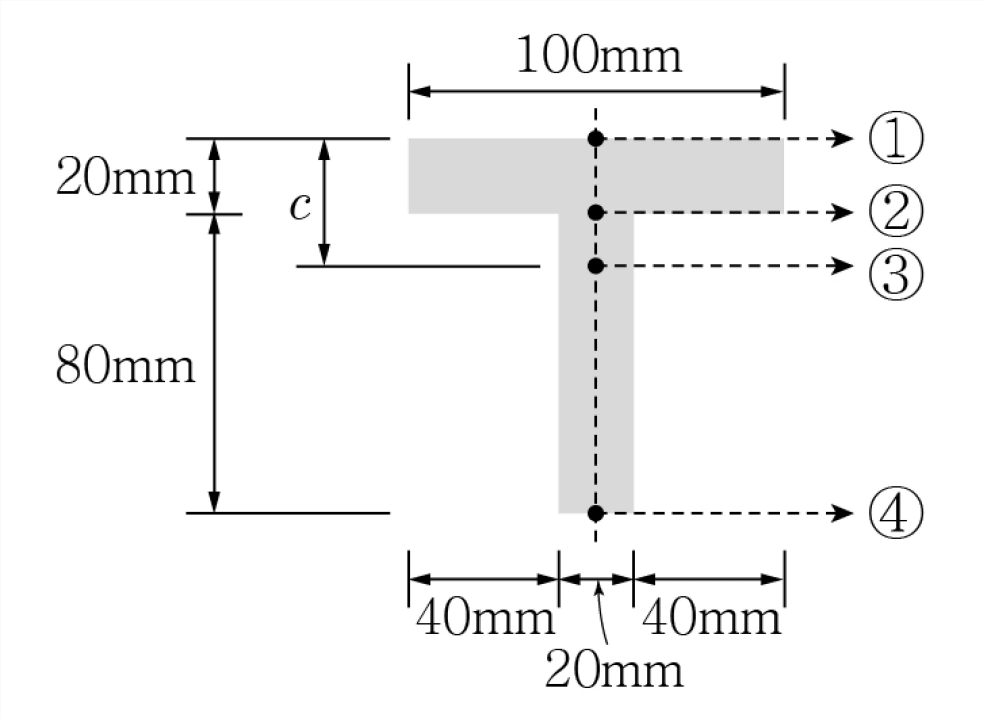
2. 단면2차모멘트: 두 재료 모두 같은 중립축을 기준으로 계산한다. 플라스틱 코어는 $I_p = \frac{4 \cdot 6^3}{12} = 72\text{mm}^4$이다. 위아래 알루미늄판을 합한 단면2차모멘트는 전체 직사각형에서 코어를 뺀 값이므로 $I_a = \frac{4(10^3 - 6^3)}{12} = \frac{784}{3}\text{mm}^4$이다.

3. 휨강성과 곡률: 일체거동하면 두 재료는 **같은 곡률로 휘며**, 중립축에서 같은 거리에 있는 곳의 축방향 변형률도 같다. 따라서 각 재료가 부담하는 모멘트를 더하면 $M = (E_a I_a + E_p I_p)\kappa$이다. 여기서 κ는 곡률이며, 합성단면의 휨강성을 $D = E_a I_a + E_p I_p$로 둔다. 알루미늄의 기여분은 $E_a I_a = 30{,}000 \cdot \frac{784}{3}$, 즉 7,840,000N·mm^{2}이고, 코어의 기여분은 10,000 × 72 = 720,000N·mm^{2}이다. 따라서 D는 8,560,000N·mm^{2}이며, $\kappa = \frac{4{,}280}{8{,}560{,}000} = 0.0005\text{mm}^{-1}$이다.

4. 알루미늄의 최대응력: 휨응력의 크기는 $|\sigma_a| = E_a \kappa |y|$이므로, 같은 알루미늄판 안에서는 **중립축에서 가장 먼 외측면**에서 최대가 된다. 거리 5mm를 대입하면 $|\sigma_a|_{\max} = 30{,}000 \cdot 0.0005 \cdot 5$이므로 최대응력의 크기는 75N/mm^{2}이며, ④의 값과 일치한다. 위아래 외측면에는 크기가 같고 부호가 반대인 인장·압축응력이 생긴다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 T형 단면에 수직방향의 전단력 V가 작용하고 있다. 이 단면에서 최대전단응력이 발생하는 위치는 어디인가? (단, c는 도심까지의 거리)



① ①

② ②

③ ③

④ ④

정답 3번

간단한 해설

복부에서는 폭이 일정하므로 단면1차모멘트가 가장 큰 **도심을 지나는 중립축**에서 전단응력이 최대가 된다.
그림에서 위쪽 표면으로부터 거리 c만큼 내려온 높이가 이 위치이다.

NoteBase

도식 해설

보의 수직 전단응력은 $\tau = \frac{VQ}{Ib}$로 판단한다. V는 전단력, I는 도심을 지나는 수평 중립축에 대한 전체 단면의 단면2차모멘트, b는 검토하는 높이의 단면 폭이다. Q는 그 높이에서 수평으로 자른 위쪽 또는 아래쪽 부분 면적의 중립축에 대한 단면1차모멘트이다.

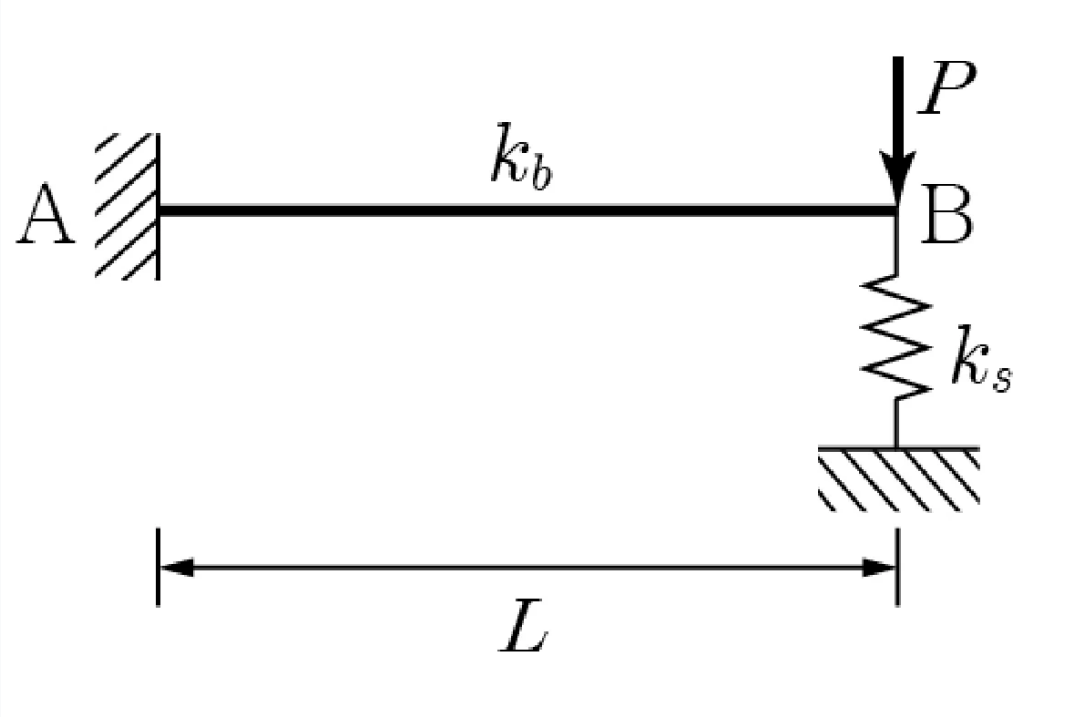
③은 위쪽 표면에서 거리 c만큼 내려온 도심의 높이로, 수평 중립축이 지나는 위치이다. Q는 중립축에서 가장 크며, 이 중립축은 폭 20 mm인 복부 안에 있다. 복부에서는 **폭이 일정하므로 Q가 최대인 곳에서 전단응력도 최대**가 된다.

①과 ④는 각각 단면의 위쪽과 아래쪽 자유표면이다. 해당 표면 바깥쪽 부분 면적이 없어 Q = 0이므로 수직 전단응력도 0이다.

②는 플랜지와 복부의 접합 높이이다. 플랜지에서 복부로 내려오면 폭이 100 mm에서 20 mm로 줄어 전단응력이 커진다. 그러나 복부 쪽의 ②와 ③은 폭이 같고, **Q는 중립축에 있는 ③에서 더 크다**. 따라서 접합 높이인 ②보다 도심 높이인 ③에서 전단응력이 크다.

NoteBase

문 16. 휨강성이 EI로 일정한 캔틸레버 보가 그림과 같이 스프링과 연결 되어있다. 이 구조물이 B점에서 하중 P를 받을 때 B점에서의 변위는? (단, k_s는 스프링 상수이며 보의 강성 $k_b = \frac{3EI}{L^3}$이다.)



① $\left(\frac{1}{k_s/k_b+1}\right)\frac{PL^3}{3EI}$
② $\left(\frac{1}{2k_s/k_b+1}\right)\frac{PL^3}{3EI}$
③ $\left(\frac{1}{3k_s/k_b+1}\right)\frac{PL^3}{3EI}$
④ $\left(\frac{1}{4k_s/k_b+1}\right)\frac{PL^3}{3EI}$

정답 1번

간단한 해설

보와 스프링은 B점에서 **같은 변위**를 가지며, 두 복원력이 하중을 나누어 지지하므로 **강성이 합산된다**. 따라서 B점의 하향 변위는 $\delta = \frac{P}{k_b + k_s}$이다.

NoteBase

계산 과정

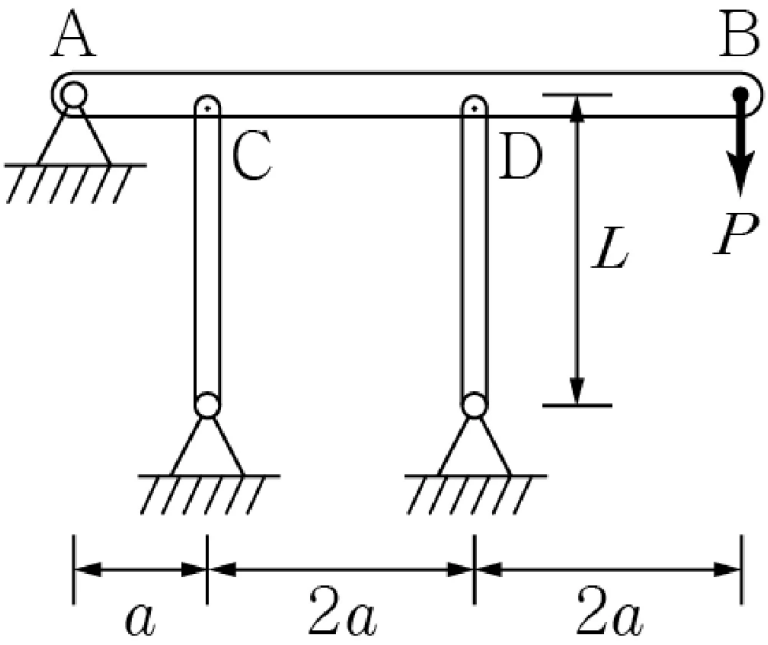
1. 변위 조건: B점의 하향 변위를 δ라 하자. 그림에서 보의 끝 B와 스프링의 윗부분이 연결되고 스프링의 아랫부분은 고정되어 있으므로, **보 끝의 처짐과 스프링의 압축량은 모두** δ이다.

2. 하중 분담: 강성은 변위에 대한 힘의 비이므로, 보가 B점의 변위에 저항하는 힘은 $k_b\delta$, 스프링의 복원력은 $k_s\delta$이다. 두 힘이 함께 아래로 작용하는 하중을 지지하므로, B점의 수직방향 평형은 $P = k_b\delta + k_s\delta$이다. 따라서 이 구조의 등가강성은 **두 강성의 합**인 $k_b + k_s$이다.

3. 변위 계산: 평형식에서 $\delta = \frac{P}{k_b + k_s} = \frac{1}{1 + k_s/k_b}\frac{P}{k_b}$이다. 여기에 주어진 $k_b = \frac{3EI}{L^3}$을 대입하면, B점의 하향 변위는 $\delta = \left(\frac{1}{k_s/k_b + 1}\right)\frac{PL^3}{3EI}$가 된다. 이는 ①의 식과 같다. 변위의 단위는 하중을 강성으로 나눈 길이 단위이다.

NoteBase

문 17. 그림의 수평부재 AB의 A지점은 힌지로 지지되고 B점에는 집중하중 P가 작용하고 있다. C점과 D점에서는 끝단이 힌지로 지지된 길이가 L이고 휨강성이 모두 EI로 일정한 기둥으로 지지되고 있다. 두 기둥 모두 좌굴에 의해서 붕괴되는 하중 P의 크기는? (단, AB부재는 강체이다.)



① $P=\frac{3}{4}\frac{\pi^2 EI}{L^2}$

② $P=\frac{4}{5}\frac{\pi^2 EI}{L^2}$

③ $P=\frac{5}{2}\frac{\pi^2 EI}{L^2}$

④ $P=\frac{5}{3}\frac{\pi^2 EI}{L^2}$

정답 2번

간단한 해설

두 기둥은 길이와 휨강성, 양단 힌지 조건이 같아 **좌굴하중이 같다**. 두 기둥 모두 좌굴하는 상태에서 A점에 대한 모멘트 평형을 적용하면 $P=\frac{4}{5}\frac{\pi^2 EI}{L^2}$가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 각 기둥의 좌굴하중: 길이가 L, 휨강성이 EI인 **양단 힌지 기둥의 유효좌굴길이는** L이다. 따라서 오일러 좌굴하중은 $N_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$이다. C점과 D점을 받치는 두 기둥은 이 조건이 모두 같으므로 좌굴하중도 같다.

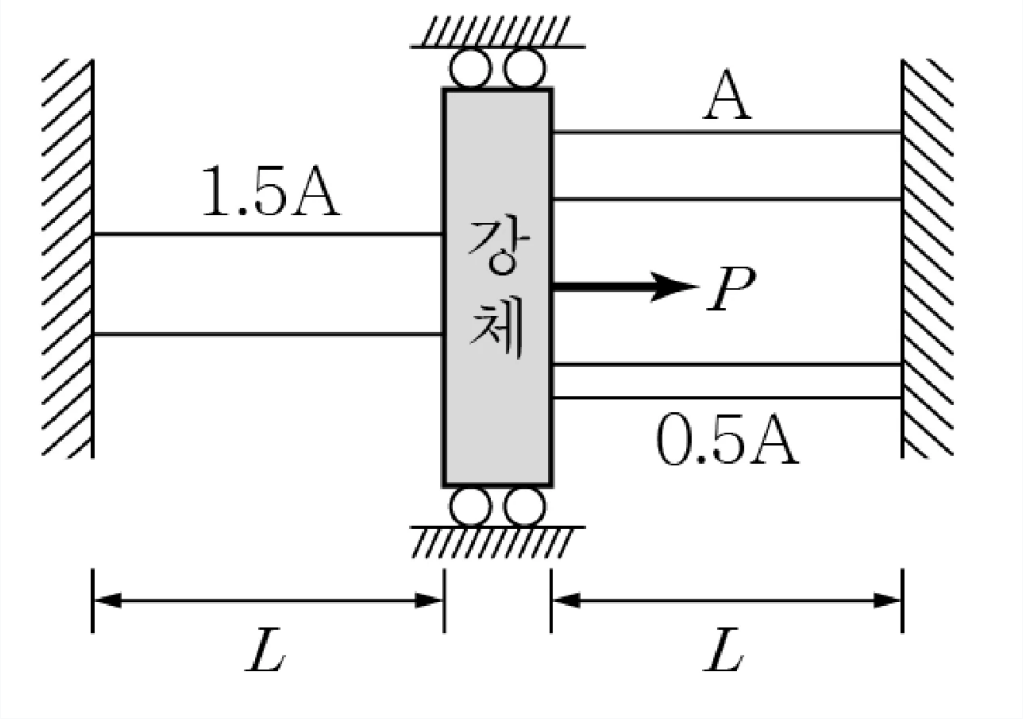
2. 힘의 작용 위치: 그림에서 $AC = a$, $CD = 2a$, $DB = 2a$이므로 A점부터 C점, D점, B점까지의 거리는 각각 a, $3a$, $5a$이다. 두 기둥이 강체 AB에 가하는 위쪽 반력을 각각 N_C, N_D라 한다. A점은 힌지이므로 반력 모멘트가 없고, A점의 지점반력도 A점에 대한 모멘트를 만들지 않는다.

3. 붕괴 상태의 평형: 이 문제는 **두 기둥 모두 좌굴하는 붕괴 상태**를 묻는다. 이때 각 기둥의 압축력을 좌굴하중으로 두면 $N_C = N_D = N_E$이다. A점에 대해 두 기둥의 위쪽 반력은 반시계방향 모멘트를, B점의 하중은 시계방향 모멘트를 만들므로 $N_C \cdot a + N_D \cdot 3a - P \cdot 5a = 0$이다.

4. 하중 계산: 두 반력에 N_E를 대입하면 $5aP = 4aN_E$이다. 따라서 $P = \frac{4}{5}N_E = \frac{4}{5}\frac{\pi^2 EI}{L^2}$이며, 이는 ②의 식과 일치한다. EI의 단위를 $\mathrm{N \cdot m^2}$, L의 단위를 m로 쓰면 하중 P의 단위는 N이다.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 단면적이 1.5A, A, 0.5A인 세 개의 부재가 연결된 강체는 집중하중 P를 받고 있다. 이때 강체의 변위는? (단, 모든 부재의 탄성계수는 E로 같다.)



① $\frac{PL}{1.5EA}$

② $\frac{PL}{2.0EA}$

③ $\frac{PL}{2.5EA}$

④ $\frac{PL}{3.0EA}$

정답 4번

간단한 해설

강체가 오른쪽으로 이동하면 왼쪽 부재는 늘어나고 오른쪽 두 부재는 줄어들지만, 세 부재의 **축변형량의 크기는 같다**. 세 부재의 저항력이 더해지므로 전체 축강성은 $3.0EA/L$이고, 강체의 오른쪽 변위는 $\frac{PL}{3.0EA}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 변위 조건: 그림의 위아래 롤러는 강체가 회전하지 않고 수평으로 이동하도록 구속한다. 세 부재의 길이는 모두 L이고 탄성계수는 E이다. 강체의 오른쪽 변위를 δ라 하면, 왼쪽의 단면적 1.5A인 부재는 δ만큼 늘어나고 오른쪽의 단면적 A, 0.5A인 부재는 각각 δ만큼 줄어든다. 따라서 세 부재는 **변형량의 크기가 같은 병렬 연결**로 취급한다.

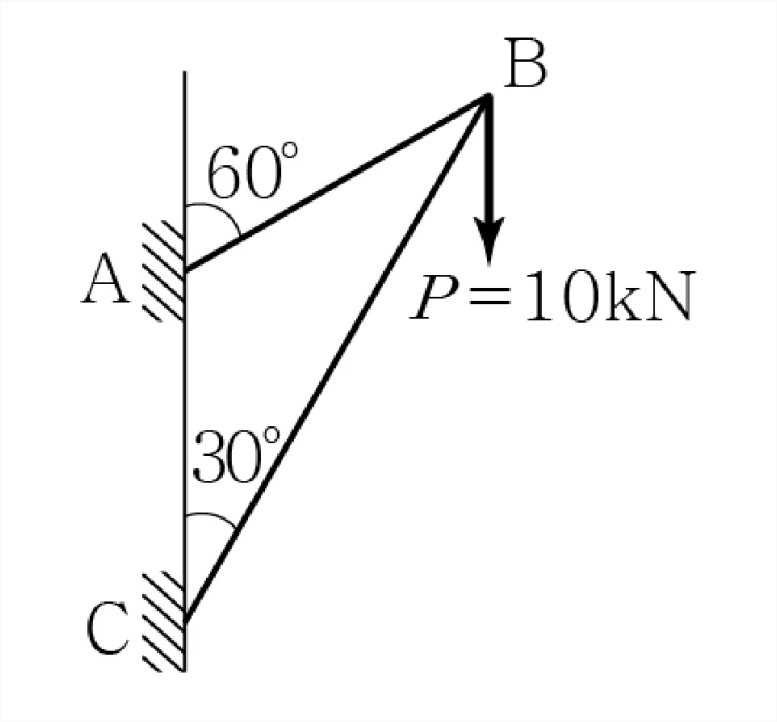
2. 부재의 저항력: 선형 탄성 부재의 축변형 관계는 $\delta = \frac{NL}{EA_i}$이다. 여기서 N은 축력의 크기, A_i는 각 부재의 단면적이다. 이를 축력에 대해 정리하면 $N = \frac{EA_i}{L}\delta$이므로, 같은 변위에서 저항력은 단면적에 비례한다. 왼쪽 인장 부재는 강체를 왼쪽으로 당기고, 오른쪽 압축 부재들은 강체를 왼쪽으로 민다. 즉, 인장과 압축의 차이가 있어도 **세 저항력은 모두 하중 P와 반대 방향**이다.

3. 평형과 전체 강성: 세 저항력의 크기는 각각 $\frac{1.5EA}{L}\delta$, $\frac{EA}{L}\delta$, $\frac{0.5EA}{L}\delta$이다. 이들의 합이 P와 같아야 하므로 $P = \frac{3.0EA}{L}\delta$이다. 여기서 $\frac{3.0EA}{L}$은 강체를 단위 거리만큼 움직이는 데 필요한 힘, 즉 세 부재의 전체 축강성이다.

4. 강체의 변위: 평형식을 정리하면 $\delta = \frac{PL}{3.0EA}$이며, 방향은 하중 P와 같은 오른쪽이다. P를 힘, E를 힘/면적, A를 면적의 단위로 대입하면 변위는 L과 같은 길이 단위로 나온다. 이 식은 ④에 해당한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같은 구조물에서 $\overline{AB}$의 부재력과 $\overline{BC}$의 부재력은? (단, 모든 절점은 힌지임)



① $\overline{AB} = 10\text{kN}$ (인장), $\overline{BC} = 10\sqrt{3}\,\text{kN}$ (압축)

② $\overline{AB} = 10\text{kN}$ (압축), $\overline{BC} = 10\sqrt{3}\,\text{kN}$ (인장)

③ $\overline{AB} = 10\sqrt{3}\,\text{kN}$ (인장), $\overline{BC} = 10\text{kN}$ (압축)

④ $\overline{AB} = 10\sqrt{3}\,\text{kN}$ (압축), $\overline{BC} = 10\text{kN}$ (인장)

정답 1번

간단한 해설

절점 B에서 **수평 성분은 서로 상쇄**되고, 수직 성분의 합은 아래로 작용하는 10 kN을 지탱해야 한다. 이 평형조건을 적용하면 AB는 10 kN의 인장, BC는 $10\sqrt{3}\,\text{kN}$의 압축이다.

NoteBase

계산 과정

1. 부재력의 방향과 각도: 각 부재는 양 끝이 힌지이고 중간에 하중이 없으므로 부재력은 부재 축 방향으로 작용한다. 그림의 60°, 30°는 **수직선과 이루는 각**이므로 AB, BC가 수평선과 이루는 각은 각각 30°, 60°이다. 부재력 N_{AB}, N_{BC}는 인장을 양(+)으로 가정한다. 그러면 절점 B에서 두 힘은 각각 A, C를 향하는 왼쪽 아래 방향이다. 힘의 단위는 kN으로 둔다.

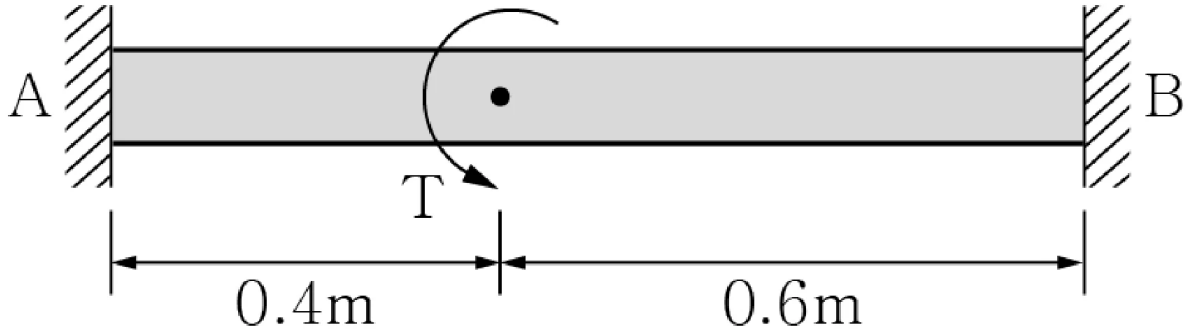
2. 수평방향 평형: 오른쪽을 양(+)으로 잡으면 $-N_{AB}\cos 30^\circ - N_{BC}\cos 60^\circ = 0$이다. $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$를 대입하면 $N_{BC} = -\sqrt{3}N_{AB}$를 얻는다. 두 부재력의 부호가 반대이므로 **한 부재는 인장, 다른 부재는 압축**이다.

3. 수직방향 평형: 위쪽을 양(+)으로 잡으면 $-N_{AB}\sin 30^\circ - N_{BC}\sin 60^\circ - 10 = 0$이다. 앞에서 구한 관계와 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$를 대입하면 $-\frac{1}{2}N_{AB} + \frac{3}{2}N_{AB} - 10 = 0$이다. 따라서 $N_{AB} = 10\,\text{kN}$, $N_{BC} = -10\sqrt{3}\,\text{kN}$이다.

4. 인장·압축 판정: 인장을 양(+)으로 가정했으므로 양수인 AB는 **인장**, 음수인 BC는 **압축**이다. 실제로 절점 B에서 AB는 왼쪽 아래로 당기고, BC는 오른쪽 위로 밀어 올린다. 두 힘의 수직 성분은 각각 아래쪽 5 kN, 위쪽 15 kN으로, 합하면 위쪽 10 kN이 되어 외력과 평형을 이룬다. AB의 부재력 10 kN(인장), BC의 부재력 $10\sqrt{3}\,\text{kN}$(압축)은 ①과 일치한다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 양단이 고정된 원형부재에 토크(Torque) T=400N·m가 A단으로부터 0.4m 떨어진 위치에 작용하고 있다. 단면의 지름이 40mm일 때 토크 T가 작용하는 단면에서 발생하는 최대전단응력의 크기와 비틀림각은? (단, GJ는 비틀림 강도)



① $\frac{40}{\pi}$ MPa, $\frac{96}{GJ}$ rad
② $\frac{40}{\pi}$ MPa, $\frac{160}{GJ}$ rad
③ $\frac{60}{\pi}$ MPa, $\frac{96}{GJ}$ rad
④ $\frac{60}{\pi}$ MPa, $\frac{160}{GJ}$ rad

정답 3번

간단한 해설

양단이 고정되어 있으므로 **양쪽 구간의 비틀림각 크기가 같아야 한다**. 이 조건과 토크 평형으로 구한 내부토크의 최대 크기는 240 N·m이며, 최대전단응력은 $\frac{60}{\pi}$ MPa, 토크 작용 단면의 비틀림각은 $\frac{96}{GJ}$ rad이다.

NoteBase

계산 과정

1. 반력토크와 내부토크: 토크가 작용하는 단면을 C라 하면 AC는 0.4 m, CB는 0.6 m이다. 균일한 원형부재에서 G는 전단탄성계수, J는 단면의 극관성모멘트이며 비틀림각은 $\theta = \frac{TL}{GJ}$로 구한다. A, B의 반력토크는 가해진 토크와 반대 방향이며, 그 크기를 각각 R_A, R_B라 하면 토크 평형에서 $R_A + R_B = 400$이다. **두 고정단의 회전각이 모두 0**이므로 C의 회전각을 어느 쪽 고정단에서 구해도 같아야 한다. 따라서 $\frac{R_A \cdot 0.4}{GJ} = \frac{R_B \cdot 0.6}{GJ}$이며, 이를 평형식과 함께 풀면 $R_A = 240$ N·m, $R_B = 160$ N·m이다. 두 구간의 내부토크 크기는 각각 이 반력토크와 같다.

2. 최대전단응력: 토크 작용 단면의 양쪽에서 내부토크 크기가 달라지므로 **더 큰 내부토크인 240 N·m**를 사용한다. 속이 찬 원형단면의 극관성모멘트는 $J = \frac{\pi d^4}{32}$이고, 전단응력은 중심에서 멀수록 커져 바깥 표면에서 최대이다. 따라서 $\tau_{\max} = \frac{T_{\max}(d/2)}{J}$, 즉 $\tau_{\max} = \frac{16T_{\max}}{\pi d^3}$이다. 지름 d = 40 mm에 맞추어 240 N·m = 240,000 N·mm로 환산하면 $\tau_{\max} = \frac{16 \cdot 240000}{\pi \cdot 40^3} = \frac{60}{\pi}$ MPa이다. 여기서 1 N/mm^2 = 1 MPa이다.

3. 토크 작용 단면의 비틀림각: A단이 고정되어 있으므로 C의 회전각은 AC 구간의 비틀림각과 같다. 길이와 토크를 m, N·m로 통일하고 GJ를 N·m^2 단위로 쓰면 $\theta_C = \frac{240 \cdot 0.4}{GJ} = \frac{96}{GJ}$ rad이다. B단을 기준으로 해도 $\frac{160 \cdot 0.6}{GJ} = \frac{96}{GJ}$ rad로 같은 크기가 나온다. **전체 부재의 양단 사이 비틀림각이 0**이라는 조건은 중간 단면 C의 회전각까지 0이라는 뜻은 아니다.

최대전단응력 $\frac{60}{\pi}$ MPa와 비틀림각 $\frac{96}{GJ}$ rad의 조합은 ③에 해당한다.

NoteBase