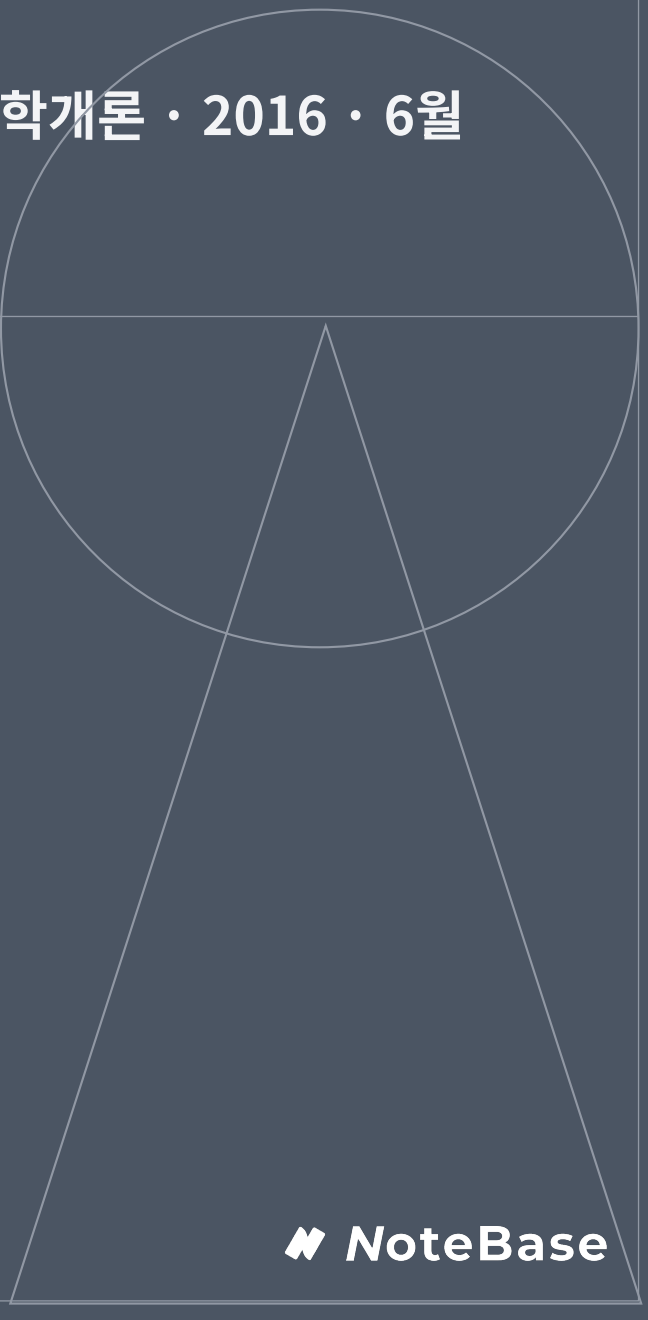
기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2016 · 6월



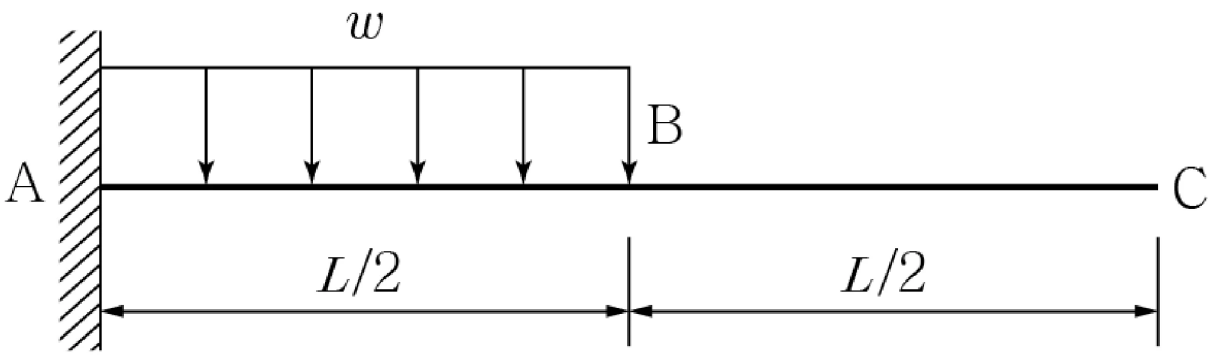
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2016 · 6월

공무원/서울시/9급 · 응용역학개론 · 2016 · 6월

문 1. 다음 그림과 같은 캔틸레버보에서 B점과 C점의 처짐비($\delta_B : \delta_C$)는?



① 1 : 1

② 2 : 5

③ 3 : 7

④ 4 : 9

정답 3번

간단한 해설

하중이 없는 BC 구간은 휘어지지 않고 **B점의 기울기를 유지**하므로, C점의 처짐에는 B점의 처짐과 회전에 따른 추가 처짐이 함께 반영된다. 이를 더하면 두 점의 처짐비는 $\delta_B : \delta_C = 3 : 7$이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 변수: 그림에서 A는 고정단이고, AB와 BC의 길이는 각각 $a = L/2$이다. 등분포하중 w는 AB에만 작용한다. 일정한 휨강성 EI를 갖는 보의 미소변형 휨이론을 적용하며, E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이다. 처짐과 회전각은 아래쪽으로 변형되는 크기를 사용한다.

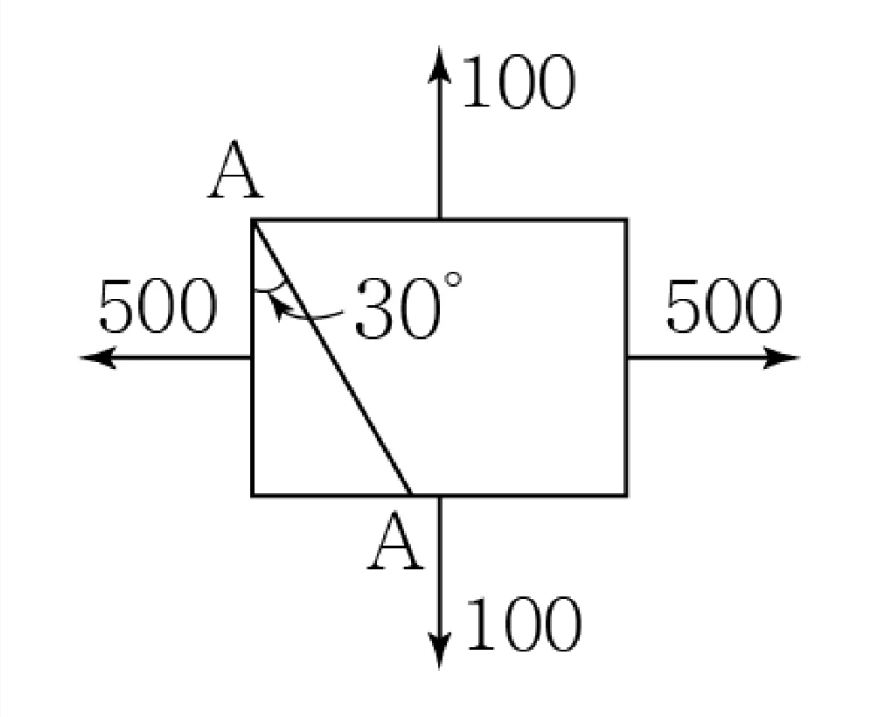
B점의 처짐과 회전각: BC에는 하중이 없고 C는 자유단이므로 BC의 전단력과 휨모멘트는 0이다. 따라서 AB는 **길이 a 전체에 등분포하중을 받는 캔틸레버보**와 같은 휨상태이다. 이 보의 자유단 처짐과 회전각 공식을 적용하면 $\delta_B = \frac{wa^4}{8EI}$, $\theta_B = \frac{wa^3}{6EI}$이다.

C점의 처짐: BC는 휨모멘트가 0이므로 곡률도 0이며, 변형 후에도 직선을 유지한다. 따라서 B점의 처짐에 **B점의 회전각에 BC 길이를 곱한 추가 처짐**을 더한다. 미소회전에서는 $\delta_C = \delta_B + \theta_B a$이므로, $\delta_C = \frac{wa^4}{8EI} + \frac{wa^4}{6EI}$이다. 이를 합하면 $\delta_C = \frac{7wa^4}{24EI}$이다.

처짐비: $\delta_B = \frac{3wa^4}{24EI}$이므로 두 처짐에서 공통 인자 $\frac{wa^4}{24EI}$를 소거하면 $\delta_B : \delta_C = 3 : 7$이다. 두 처짐은 모두 길이 차원이며, 그 비에는 단위가 없다. 이 값은 ③의 3 : 7과 일치한다.

NoteBase

문 2. 다음 그림과 같은 응력 상태의 구조체에서 A-A 단면에 발생하는 수직응력 σ와 전단응력 τ의 크기는?



① $\sigma = 400,\ \tau = 100\sqrt{3}$

② $\sigma = 400,\ \tau = 200$

③ $\sigma = 500,\ \tau = 100\sqrt{3}$

④ $\sigma = 500,\ \tau = 200$

정답 1번

간단한 해설

A-A 단면의 법선은 수평축과 **30°**를 이루므로, 이 각도를 응력변환식에 적용한다. 수평·수직 방향의 인장응력 500과 100을 변환하면 수직응력은 400, 전단응력의 크기는 $100\sqrt{3}$이다.

NoteBase

계산 과정

응력과 각도: 수평축을 x축, 수직축을 y축으로 잡으면 $\sigma_x = 500$, $\sigma_y = 100$이다. 화살표가 모두 바깥쪽을 향하므로 두 응력은 인장이고, 원래 면의 전단응력은 0이다. 그림의 30°는 A-A 단면과 수직면 사이의 각도이다. 따라서 **A-A 단면의 법선과 x축 사이의 각도**도 $\theta = 30\,^\circ$이다.

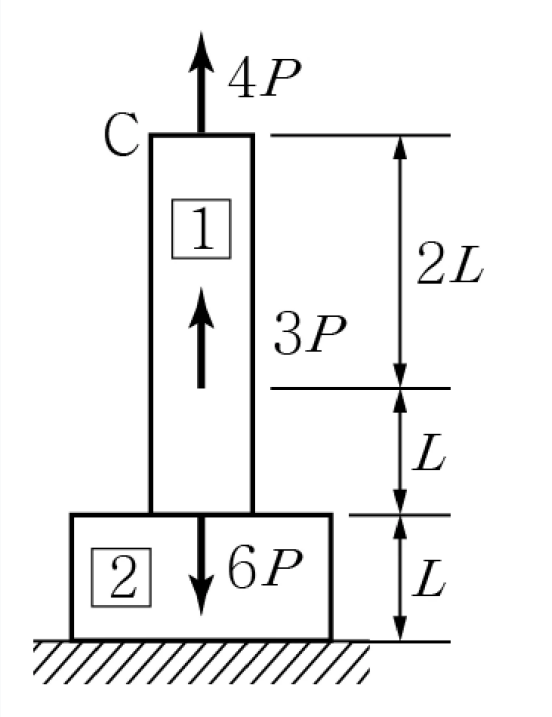
수직응력: 절단면에 작용하는 힘을 그 면에 수직한 방향으로 분해하면 $\sigma = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta$이다. 각 항의 제곱은 면적의 투영과 힘의 방향 투영이 함께 반영된 것이다. $\cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}$, $\sin^2 30^\circ = \frac{1}{4}$이므로 $\sigma = 500 \cdot \frac{3}{4} + 100 \cdot \frac{1}{4}$이다. 두 방향 응력의 기여분은 각각 375와 25이므로 수직응력은 400이다.

전단응력: 절단면에 평행한 방향으로 힘을 분해하면 두 수직응력의 기여가 서로 반대 방향으로 작용한다. 따라서 전단응력의 크기는 **두 수직응력의 차이**를 이용하여 $\tau = |\sigma_x - \sigma_y| \sin\theta\cos\theta$로 구한다. 여기에 값을 대입하면 $\tau = 400 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$이다. 문제는 크기를 물으므로 전단응력의 부호 대신 절댓값을 사용한다.

A-A 단면의 응력은 $\sigma = 400$, $\tau = 100\sqrt{3}$이므로 ①과 일치한다. 계산값의 단위는 그림에 주어진 응력값과 동일하다.

NoteBase

문 3. 다음 그림과 같은 부재에 수직하중이 작용할 때, C점의 수직방향 변위는? (단, 선형탄성부재이고, 탄성계수는 E로 일정, 1의 단면적은 A, 2의 단면적은 2A이다.)



① $\frac{23PL}{2EA}$

② $\frac{12PL}{EA}$

③ $\frac{14PL}{EA}$

④ $\frac{31PL}{2EA}$

정답 4번

간단한 해설

각 구간의 변형량은 **그 구간의 축력과 단면적**으로 계산하여 더한다. 위에서부터 축력이 4P, 7P, P인 인장 구간이므로, C점은 위쪽으로 $\frac{31PL}{2EA}$만큼 이동한다.

NoteBase

계산 과정

변형 계산 기준: 하단이 고정되어 있으므로 C점의 수직변위는 각 구간의 축방향 변형량을 합한 값이다.
선형탄성부재에서 축력과 단면적이 일정한 구간의 변형량은 $\delta_i = \frac{N_i \ell_i}{EA_i}$이다. 여기서 N_i는 축력, ℓ_i는 구간 길이, A_i는 단면적이다. 인장에 따른 늘어남과 위쪽 변위를 양으로 정한다. 각 구간을 절단한 뒤 위쪽 부분의 평형을 이용하면 축력을 구할 수 있다.

부재 1의 상부 2L 구간: 절단면 위에는 위쪽 하중 4P만 작용하므로 축력은 4P인 인장력이다. 단면적은 A이므로 이 구간의 늘어남은 _상=(4P · 2L)/(EA)=(8PL)/(EA)이다.

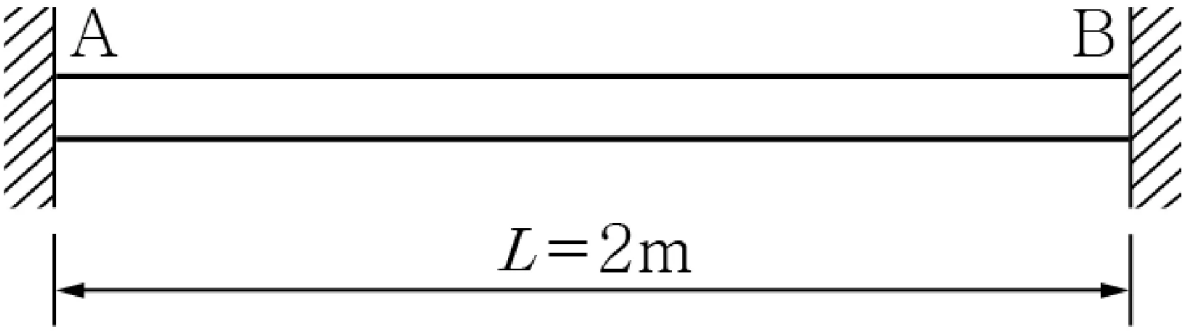
부재 1의 하부 L 구간: 3P 작용점 아래에서 절단하면 위쪽 하중 4P와 3P가 모두 포함된다. 따라서 **축력은 4P + 3P = 7P**인 인장력이며, 늘어남은 _중=(7P · L)/(EA)=(7PL)/(EA)이다.

부재 2의 L 구간: 절단면 위의 하중을 합하면 4P + 3P − 6P = P이다. 아래쪽 하중 6P가 있어도 합력은 위쪽 P이므로 이 구간도 인장 상태이다. **단면적 2A**를 적용하면 늘어남은 _하=(P · L)/(E · 2A)=(PL)/(2EA)이다.

C점의 변위: 세 구간이 모두 늘어나므로 각 변형량을 더한다. 공통분모를 사용하면 $\delta_C = \frac{(16 + 14 + 1)PL}{2EA} = \frac{31PL}{2EA}$이다. 방향은 위쪽이며, 이 값은 ④에 해당한다. P를 힘, E를 힘/면적, A를 면적 단위로 넣으면 변위의 단위는 L과 같은 길이 단위가 된다.

NoteBase

문 4. 다음 그림과 같은 양단이 고정되고 속이 찬 원형단면을 가진 길이 2m 봉의 전체온도가 100°C 상승했을 때 좌굴이 발생하였다. 이때 봉의 지름은? (단, 열팽창계수 $\alpha = 10^{-6}/°C$이다.)



① $\sqrt{\frac{0.02}{\pi}}$ m
② $\sqrt{\frac{0.04}{\pi}}$ m
③ $\frac{0.02}{\pi}$ m
④ $\frac{0.04}{\pi}$ m

정답 4번

간단한 해설

양단이 고정되어 열팽창이 구속되면 봉에 **압축력**이 생긴다. 이 압축력이 양단 고정 봉의 **오일러 좌굴하중**에 도달하는 조건을 적용하면 지름은 $\frac{0.04}{\pi}$ m이다.

NoteBase

계산 과정

1. 열팽창에 의한 압축력: 봉의 길이는 L = 2 m, 온도 상승량은 100°C이다. 탄성계수를 E, 단면적을 A, 압축력의 크기를 P라 하자. 자유롭게 늘어날 수 있다면 열팽창량은 $\alpha \Delta T L$이지만, 양단이 고정되어 있으므로 **열팽창량만큼 탄성 압축변형**이 생겨야 한다. 따라서 $\alpha \Delta T L = \frac{PL}{EA}$이고, $P = EA\alpha \Delta T$이다.

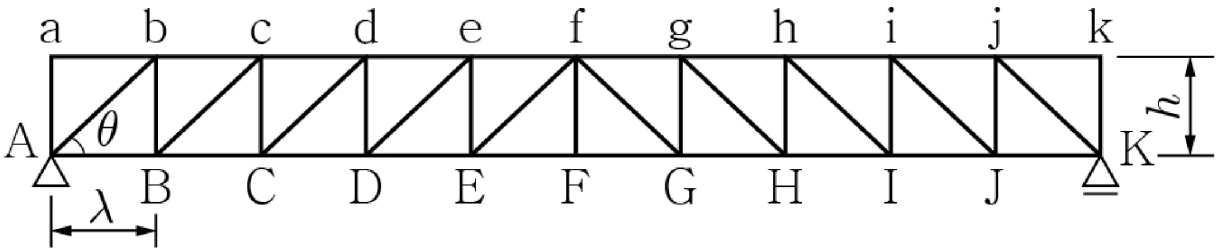
2. 양단 고정 봉의 좌굴하중: 그림의 A와 B는 모두 고정단이므로 **유효좌굴길이는 실제 길이의 1/2**이다. 즉, $L_e = L/2 = 1\text{m}$이다. 선형 탄성 범위의 이상적인 봉에 오일러 공식을 적용하면 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$이므로, $P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$이다. 여기서 I는 원형단면의 도심축에 대한 단면2차모멘트이다.

3. 원형단면의 성질: 지름을 d라 하면 속이 찬 원형단면의 단면적은 $A = \frac{\pi d^2}{4}$, 단면2차모멘트는 $I = \frac{\pi d^4}{64}$이다. 두 값을 나누면 $\frac{I}{A} = \frac{d^2}{16}$이 되어, 좌굴 조건을 지름에 관한 식으로 바꿀 수 있다.

4. 좌굴 조건과 지름: 좌굴이 시작될 때는 열팽창으로 생긴 압축력이 임계하중과 같으므로 $EA\alpha \Delta T = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$이다. 양변에서 E와 A를 정리하면 $\alpha \Delta T = \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot \frac{I}{A}$이고, 원형단면의 관계를 대입하면 $d^2 = \frac{4L^2 \alpha \Delta T}{\pi^2}$이다. 이때 $\alpha \Delta T = 10^{-6} \cdot 100 = 10^{-4}$는 자유 열팽창 변형률이다. L = 2 m를 대입하면 $d^2 = \frac{0.0016}{\pi^2}\text{m}^2$이고, 지름은 양수이므로 $d = \frac{0.04}{\pi}\text{m}$이다. 이는 ④의 값과 일치한다.

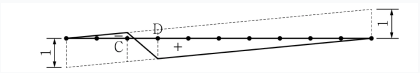
NoteBase

문 5. 다음 그림과 같은 하우트러스에 대한 내용 중 옳지 않은 것은? (단, 구조물은 대칭이며, 사재와 하현재가 이루는 각의 크기는 모두 같다.)

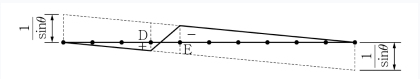


① 부재 Aa, ab, jk, Kk 등에는 부재력이 발생하지 않으므로 특별한 용도가 없는 한 제거하여도 무방하다.

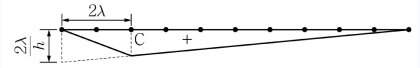
② 수직재 Dd의 영향선은 다음과 같다.



③ 사재 De의 영향선은 다음과 같다.



④ 하현재 CD의 영향선은 다음과 같다.



정답 4번

간단한 해설

④의 영향선은 꺾이는 위치가 잘못되었다. 하현재 CD의 부재력은 상부 절점 d에 대한 모멘트 평형으로 구하므로, 영향선은 **C가 아니라 D에서 최대**가 되는 삼각형이다.

NoteBase

선지별 해설

하현재를 따라 아래쪽 단위하중이 이동할 때를 생각한다. 부재력은 인장을 +, 압축을 −로 두며, 선지 그림의 +·− 표시에 따라 종거를 읽는다. 전체 경간은 $L = 10\lambda$이고, 하중이 A에서 거리 x인 위치에 있으면 A의 수직반력은 $R_A = (L - x)/L$이다. 절점 사이의 영향선은 양 끝 절점의 종거를 직선으로 연결한다.

① O: 외력이 작용하지 않는 상부 절점 a에는 수직재 Aa와 수평재 ab만 연결되어 있다. 두 부재가 서로 다른 방향이므로 수평·수직 평형을 각각 만족하려면 **두 부재력이 모두 0**이어야 한다. 대칭인 절점 k에서도 jk와 Kk의 부재력이 0이다. 따라서 이 하중 조건에서는 이들이 영부재이며, 좌굴 방지 등 특별한 용도가 없다면 제거할 수 있다.

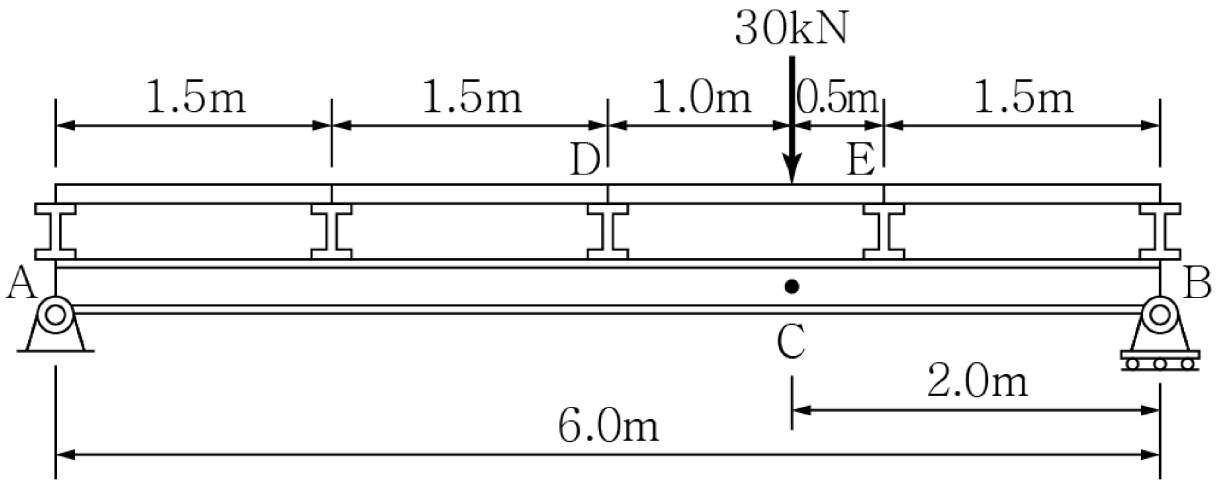
② O: C–D 패널의 사재 Cd를 가로질러 절단하면 수직 평형에서 사재의 수직분력이 그 패널의 전단력과 크기가 같다. 다시 상부 절점 d의 수직 평형을 적용하면 $N_{Dd} = Q_{CD}$가 된다. 여기서 Q_{CD}는 A의 반력에서 C 및 그 왼쪽 절점에 작용하는 하중을 뺀 값이다. 단위하중이 C에 있으면 $N_{Dd} = 8/10 - 1 = -1/5$, D에 있으면 $N_{Dd} = 7/10$이다. A와 K에서는 0이므로, **C까지는 압축, D부터는 인장**이고 C와 D 사이를 직선으로 잇는 제시된 영향선과 일치한다.

③ O: D–E 패널을 절단하여 왼쪽 부분의 수직 평형을 세우면 $Q_{DE} + N_{De}\sin\theta = 0$이다. 따라서 $N_{De} = -Q_{DE}/\sin\theta$로, 사재력은 **패널 전단력과 부호가 반대**이며 크기는 전단력의 크기를 $\sin\theta$로 나눈 값이다. 단위하중이 D에 있으면 $Q_{DE} = 7/10 - 1 = -3/10$이므로 $N_{De} = 3/(10\sin\theta)$이다. E에 있으면 $Q_{DE} = 6/10$이므로 $N_{De} = -3/(5\sin\theta)$이다. A와 K에서는 0이고 D–E 사이를 직선으로 연결하므로, 왼쪽의 인장 영역과 오른쪽의 압축 영역을 나타낸 그림이 맞다.

④ X: 하현재 CD, 사재 Cd, 상현재 cd를 가로질러 절단한다. 사재 Cd와 상현재 cd의 작용선은 **상부 절점 d에서 만나므로**, d에 대한 모멘트를 취하면 두 부재력이 소거된다. 이때 CD 부재력의 모멘트팔은 h이므로 $N_{CD} = M_D/h$이다. 여기서 M_D는 같은 지점과 하중을 갖는 단순보의 D단면 휨모멘트이다. A–D 길이는 3λ, D–K 길이는 7λ이므로 단위하중이 D에 있을 때 최대 종거는 $N_{CD,\max} = 21\lambda/(10h)$이다. 따라서 올바른 영향선은 A와 K에서 0, D에서 최대 인장이 되는 삼각형이다. 제시된 그림의 꺾이는 위치 C는 D로, A–C 길이 2λ는 A–D 길이 3λ로 고쳐야 한다. 이에 따라 A에서 표시한 보조 종거도 $2\lambda/h$가 아니라 $3\lambda/h$가 된다.

NoteBase

문 6. 다음 그림과 같이 30kN의 힘이 바닥판 DE에 의해 지지되고 있다. 이와 같은 간접하중이 작용하고 있을 경우 M_C의 크기는?



① 10kN·m

② 20kN·m

③ 30kN·m

④ 40kN·m

정답 3번

간단한 해설

바닥판을 거친 30 kN은 **D에 10 kN, E에 20 kN**의 하중으로 주보 AB에 전달된다. 이 전달하중에 의한 C 단면의 휨모멘트 크기는 30 kN·m이다.

NoteBase

계산 과정

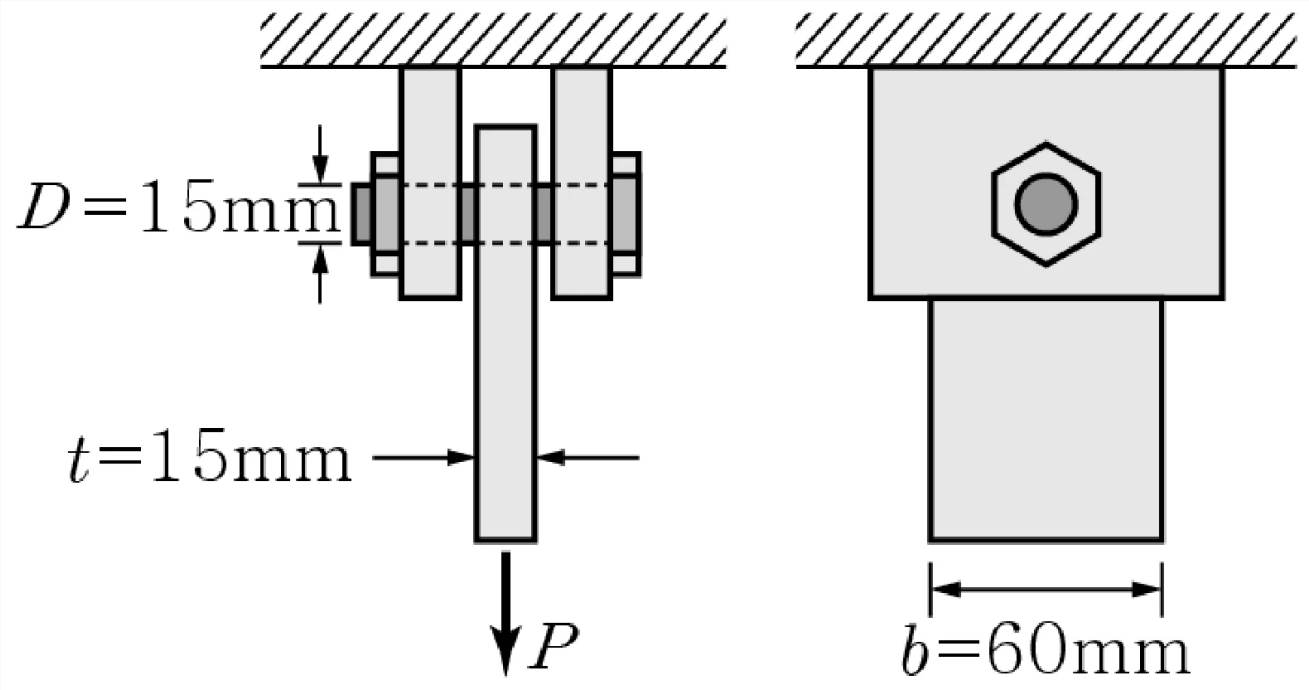
1. 바닥판 DE의 전달하중: DE의 길이는 1.5 m이고, 30 kN 하중은 D에서 1.0 m, E에서 0.5 m 떨어져 있다. 바닥판의 위쪽 지점반력을 각각 R_D, R_E라 하면, D에 대한 모멘트 평형에서 $R_E = \frac{30 \times 1.0}{1.5} = 20\text{kN}$이다. 수직력 평형에 따라 $R_D = 30 - 20 = 10\text{kN}$이다. 이 반력의 반작용으로 주보 AB에는 **D에서 10 kN, E에서 20 kN이 아래로** 작용한다.

2. 주보 AB의 지점반력: A에서 D까지는 3.0 m, E까지는 4.5 m이고, AB의 길이는 6.0 m이다. A와 B의 위쪽 반력을 각각 R_A, R_B라 하면, A에 대한 모멘트 평형에서 $R_B = \frac{10 \times 3.0 + 20 \times 4.5}{6.0} = 20\text{kN}$이다. 따라서 $R_A = 10 + 20 - 20 = 10\text{kN}$이다.

3. C 단면의 휨모멘트: C는 B에서 2.0 m 떨어져 있으므로 AC는 4.0 m이고 DC는 1.0 m이다. C에서 주보를 절단하여 왼쪽 부분을 보면, A의 위쪽 반력 10 kN과 D의 아래쪽 전달하중 10 kN이 서로 반대 방향의 모멘트를 만든다. 따라서 $M_c = 10 \times 4.0 - 10 \times 1.0 = 30\text{kN} \cdot \text{m}$이다. 휨모멘트의 크기는 30 kN·m로, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 8. 직사각형 단면 15mm×60mm를 가진 강판이 인장하중 P를 받으며, 직경이 15mm인 원형볼트에 의해 지지대에 부착되어 있다. 부재의 인장하중에 대한 항복응력은 300MPa이고, 볼트의 전단에 대한 항복응력은 750MPa이다. 이때 재료에 작용할 수 있는 최대인장력 P는? (단, 부재의 인장에 대한 안전율 $S.F. = 2$, 볼트의 전단에 대한 안전율 $S.F. = 1.5$, $\pi = 3$으로 계산한다.)



① 101.25kN

② 132.65kN

③ 168.50kN

④ 176.63kN

정답 1번

간단한 해설

강판은 **볼트 구멍을 뺀 순단면**으로 인장에 저항하며, 안전율을 적용한 허용 인장력은 101.25 kN이다. 볼트는 두 전단면으로 하중을 지지하여 168.75 kN까지 허용되므로, **강판의 인장 조건**이 최대하중을 결정한다.

NoteBase

계산 과정

1. 허용응력 산정: 허용응력은 항복응력을 해당 안전율로 나눈 값이다. 강판의 허용 인장응력은 $\sigma_a = \frac{300}{2} = 150$ MPa이고, 볼트의 허용 전단응력은 $\tau_a = \frac{750}{1.5} = 500$ MPa이다. 1 MPa = 1 N/mm^{2}이므로 단면적을 mm^{2}로 대입하면 하중은 N으로 구해진다.

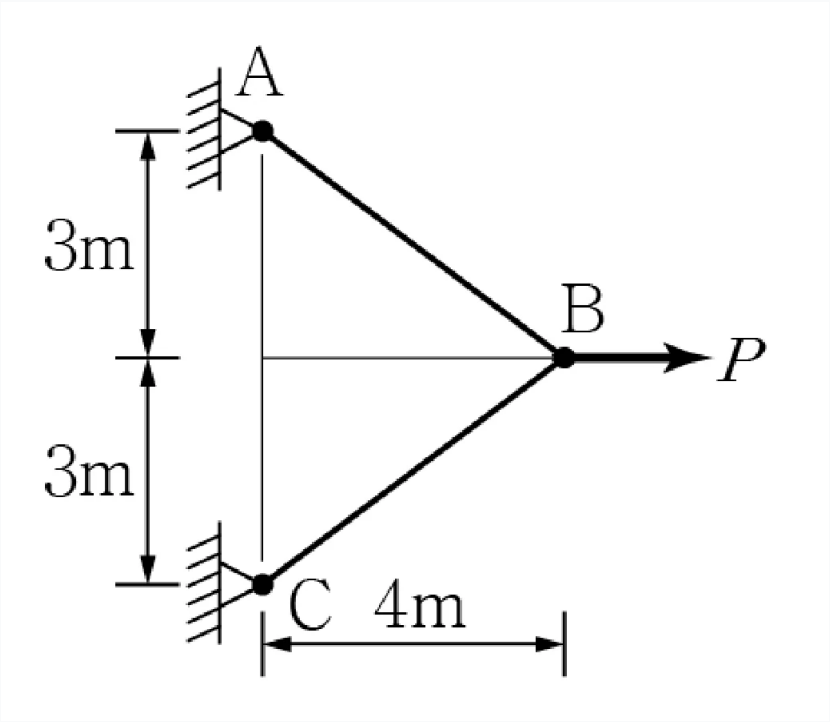
2. 강판의 허용 인장력: 그림에서 강판의 폭은 60 mm, 두께는 15 mm이고 볼트 지름은 15 mm이다. 구멍을 지나는 단면에서는 구멍 부분이 인장력을 전달하지 못하므로 **전체 폭에서 구멍 지름을 뺀 순단면적**을 사용한다. 순단면적은 $A_n = (60 - 15) \cdot 15 = 675$ mm^{2}이다. 따라서 강판의 허용 인장력은 $P_t = \sigma_a A_n = 150 \cdot 675 = 101250$ N, 즉 101.25 kN이다.

3. 볼트의 허용 전단하중: 왼쪽 그림에서 강판이 양쪽 지지대 사이에 끼워져 있으므로, 볼트는 강판의 양쪽 경계에서 잘리는 **이중전단**을 받는다. 전단면 하나의 면적은 $A_b = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3 \cdot 15^2}{4} = 168.75$ mm^{2}이다. 따라서 두 전단면의 허용하중은 $P_s = \tau_a \cdot 2A_b$이며, $P_s = 500 \cdot 2 \cdot 168.75 = 168750$ N, 즉 168.75 kN이다.

4. 최대 인장력 결정: 강판의 인장 조건과 볼트의 전단 조건을 모두 만족해야 하므로 **두 허용하중 중 작은 값**을 택한다. 최대 인장력은 101.25 kN이며, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 9. 다음 그림과 같은 케이블 ABC가 하중 P를 지지하고 있을 때 케이블 AB의 장력은?



① $\frac{1}{2}P$

② $\frac{5}{8}P$

③ $\frac{3}{4}P$

④ P

정답 2번

간단한 해설

두 케이블은 수평선에 대해 대칭이므로 장력의 크기가 같고, **수평성분의 합이 하중 P와 평형**을 이룬다. 각 케이블의 수평성분은 장력의 $\frac{4}{5}$이므로 AB의 장력은 $\frac{5}{8}P$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 케이블의 방향과 힘의 성분: 그림에서 AB와 BC는 각각 수평거리 4 m, 높이차 3 m인 직각삼각형의 빗변이다. 길이는 $\sqrt{4^2+3^2}=5\text{m}$이므로, 장력의 수평성분 크기는 장력의 $\frac{4}{5}$, 수직성분 크기는 장력의 $\frac{3}{5}$이다. 케이블은 당기는 힘만 전달하므로 B점에서 AB의 장력은 왼쪽 위로, BC의 장력은 왼쪽 아래로 작용한다.

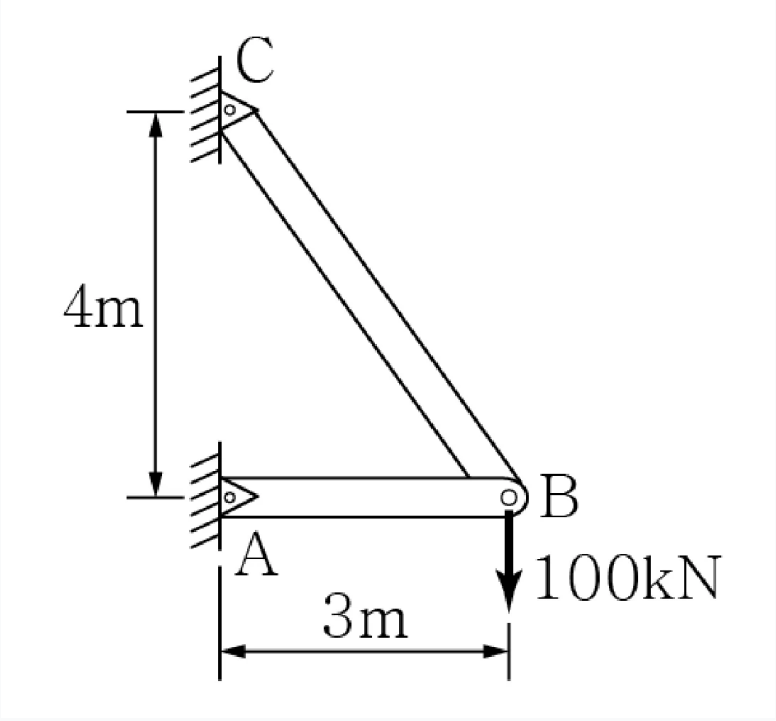
2. 수직방향 평형: AB와 BC의 장력 크기를 각각 T_{AB}, T_{BC}라 한다. 하중 P는 수평방향으로 작용하므로 두 장력의 수직성분은 서로 상쇄되어야 한다. 따라서 $\frac{3}{5}T_{AB}-\frac{3}{5}T_{BC}=0$이고, **두 장력의 크기가 같다**. 이 공통 크기를 T라 둔다.

3. 수평방향 평형: 두 케이블의 수평성분은 모두 왼쪽으로 작용하여 오른쪽 하중 P를 지지한다. 따라서 **두 수평성분을 더하여** $2\cdot\frac{4}{5}T=P$로 놓는다. 이를 풀면 $T=\frac{5}{8}P$이다.

AB의 장력은 $T_{AB}=\frac{5}{8}P$이며, 이는 ②의 값과 일치한다. 장력의 단위는 하중 P에 사용한 힘의 단위와 같다.

NoteBase

문 10. 다음 그림과 같은 구조물에서 AB 부재의 변형량은? (단, 각 부재의 단면적은 1,000cm^2, 탄성계수는 100MPa, +는 늘음, −는 줄음을 의미한다.)



① − 22.5mm

② + 7.5mm

③ + 22.5mm

④ − 7.5mm

정답 1번

간단한 해설

절점 B의 평형에서 AB에는 **75 kN의 압축력**이 작용한다. 축변형식 $\delta_{AB} = \frac{N_{AB}L_{AB}}{EA}$에 따라 AB는 **22.5 mm 줄어들므로** 변형량은 −22.5 mm이다.

NoteBase

계산 과정

1. 부재의 방향: 그림에서 AB는 수평이고 길이는 3 m이며, A와 C의 높이 차는 4 m이다. 따라서 BC의 길이는 $\sqrt{3^2+4^2}=5$ m이다. 각 부재는 양 끝이 핀으로 연결되고 중간 하중이 없는 2력 부재이므로 **부재축 방향으로 힘을 전달**한다. BC 축력의 수평성분 비율은 3/5, 수직성분 비율은 4/5이다.

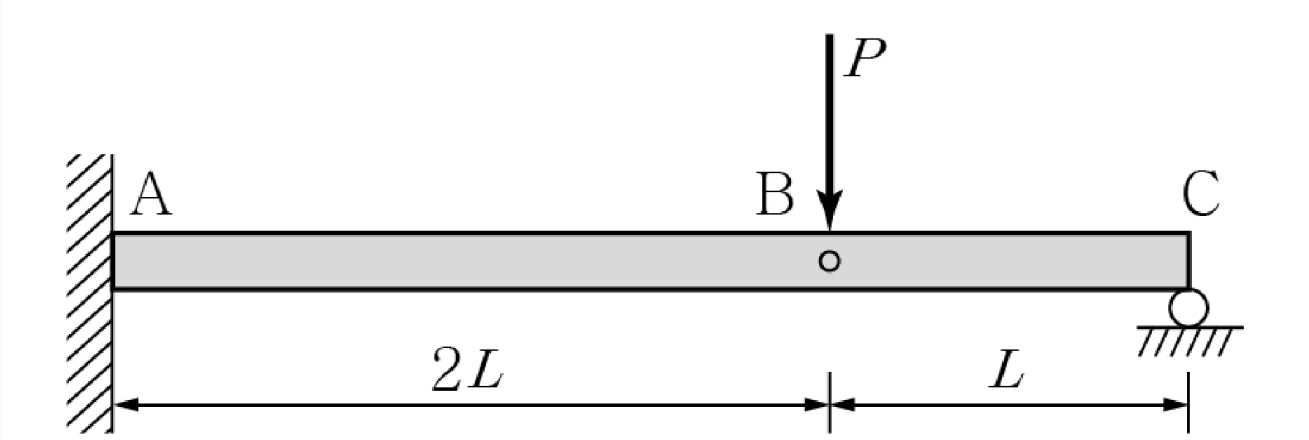
2. 절점 B의 평형: 축력은 인장을 양(+)으로 가정하고, 힘의 단위는 kN으로 둔다. AB는 수직성분이 없으므로 BC의 수직성분이 아래쪽 하중 100 kN을 지탱한다. 수직 평형식 $N_{BC}\cdot\frac{4}{5}=100$에서 $N_{BC}=125$ kN이다. BC는 B를 왼쪽 위로 당기므로 수평 평형식은 $N_{AB}+125\cdot\frac{3}{5}=0$이다. 따라서 $N_{AB}=-75$ kN이며, 음의 값은 AB가 **인장이 아니라 압축**을 받는다는 뜻이다.

3. 축변형식과 단위: 단면적 A와 탄성계수 E가 일정한 선형탄성 부재에서는 변형률이 축응력을 E로 나눈 값이므로, 길이 변화는 $\delta_{AB}=\frac{N_{AB}L_{AB}}{EA}$이다. 여기서 L_{AB}는 AB의 원래 길이이다. **N과 mm로 단위를 통일**하면 축력은 −75,000 N, 길이는 3,000 mm, 단면적은 1,000 cm^2 = 100,000 mm^2, 탄성계수는 100 MPa = 100 N/mm^2이다.

4. 변형량 계산: $\delta_{AB}=\frac{-75000\cdot 3000}{100000\cdot 100}=-22.5\text{mm}$이다. AB가 22.5 mm 줄어들기 때문에 부호는 음(−)이며, 이는 ①의 −22.5 mm와 일치한다.

NoteBase

문 11. 다음 그림과 같은 내부 힌지가 있는 구조물에 하중이 작용할 때, 내부힌지 B점의 처짐은? (단, EI는 일정하다.)



① $\frac{PL^3}{6EI}$
② $\frac{PL^3}{3EI}$
③ $\frac{3PL^3}{2EI}$
④ $\frac{8PL^3}{3EI}$

정답 4번

간단한 해설

BC 구간의 평형에서 C점 반력이 0이므로, AB는 **길이 2L인 외팔보**로 거동한다. B점의 처짐은 자유단 집중하중에 의한 처짐으로, 아래 방향으로 $\frac{8PL^3}{3EI}$이다.

계산 과정

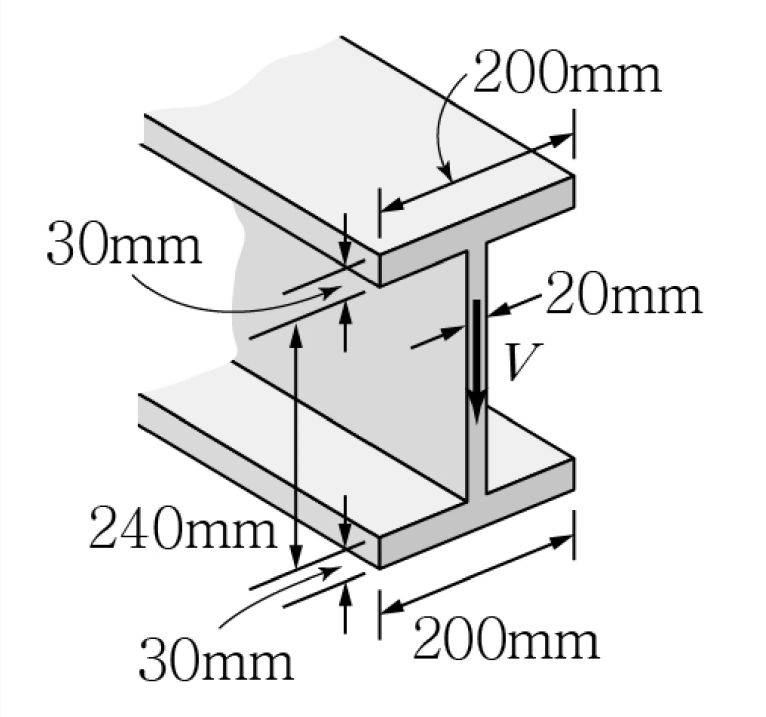
BC 구간의 평형: 내부힌지 B는 **휨모멘트를 전달하지 않지만 처짐은 발생할 수 있다**. C점의 연직반력을 R_C라 하면, BC 구간에서 B점에 대한 모멘트 평형은 $R_C L = 0$이므로 $R_C = 0$이다. 따라서 BC가 B점에서 전달하는 연직력도 0이고, 하중 P는 AB 구간이 지지한다.

AB 구간의 처짐 공식: A는 고정단이고 B는 모멘트가 0인 끝점이므로, AB는 길이 2L의 외팔보에 자유단 하중 P가 작용하는 경우이다. 휨강성 EI가 일정한 외팔보에서 길이를 ℓ, 자유단 집중하중을 Q라 하면 자유단 처짐의 크기는 $\delta = \frac{Q\ell^3}{3EI}$이다. 여기서 E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이며, 이 공식은 고정단의 처짐과 회전각이 모두 0인 조건에서 구한다.

B점 처짐: 위 식에 $Q = P$, $\ell = 2L$을 대입하면 $\delta_B = \frac{P(2L)^3}{3EI} = \frac{8PL^3}{3EI}$이다. 처짐 방향은 하중과 같은 아래 방향이며, 이 값은 ④와 일치한다. P와 L에 일관된 힘·길이 단위를 사용하면 처짐은 L과 같은 길이 단위로 얻는다.

NoteBase

문 12. 다음 그림과 같은 Wide Flange 보에 전단력 $V = 40\text{kN}$이 작용할 때, 최대전단응력과 가장 가까운 값은? (단, $I_{\min} = 24 \times 10^7 \text{mm}^4$이다.)



① 5 MPa

② 8 MPa

③ 50 MPa

④ 80 MPa

정답 2번

간단한 해설

최대전단응력은 **복부의 중립축 위치**에서 발생하며, 그 위치 위쪽 면적의 단면1차모멘트를 이용해 계산한다.
전단응력식 $\tau = \frac{VQ}{It}$을 적용하면 약 7.95 MPa로, 8 MPa에 가장 가깝다.

NoteBase

계산 과정

1. 단면 치수와 최대응력 위치: 그림에서 플랜지의 폭은 200 mm, 두께는 30 mm이고, 복부의 높이는 240 mm, 두께는 20 mm이다. 위아래가 대칭이므로 중립축은 복부 높이의 중앙에 있다. 이 I형 단면에서 수직 전단력에 의한 최대전단응력은 **중립축이 지나는 복부**에서 구한다.

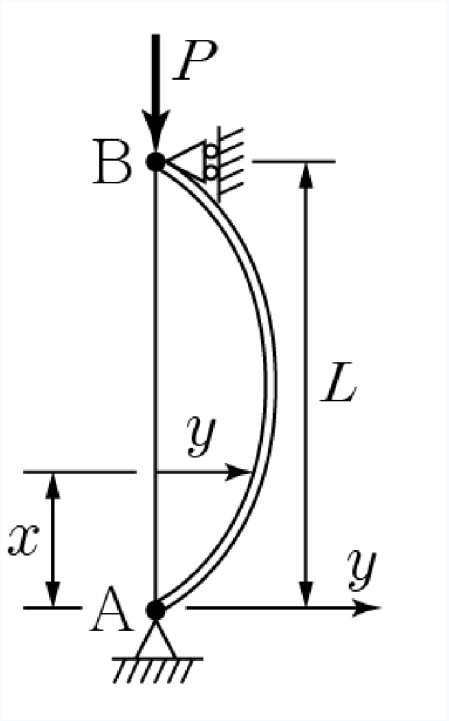
2. 전단응력식: 보의 전단응력은 $\tau = \frac{VQ}{It}$로 계산한다. 여기서 V는 전단력, I는 중립축에 대한 단면2차모멘트, Q는 계산 위치 위쪽 또는 아래쪽 면적의 중립축에 대한 단면1차모멘트이다. t는 **응력을 구하는 위치의 단면 폭**이므로 플랜지 폭 200 mm가 아니라 복부 두께 20 mm를 사용한다. 전단력은 40,000 N이고, I는 문제에서 준 $24 \cdot 10^7 \text{mm}^4$를 사용한다.

3. 중립축 위쪽 면적의 단면1차모멘트: 위쪽 플랜지와 복부의 위쪽 절반을 합한다. 플랜지 면적은 $200 \times 30 = 6{,}000\ \text{mm}^2$이고, 그 도심에서 중립축까지의 거리는 $120 + 15 = 135$ mm이다. 복부 위쪽 절반의 면적은 $20 \times 120 = 2{,}400\ \text{mm}^2$이고, 그 도심까지의 거리는 60 mm이다. 따라서 $Q = 6{,}000 \cdot 135 + 2{,}400 \cdot 60$이며, $Q = 954{,}000 \text{mm}^3$이다. 이는 각 부분의 면적에 중립축까지의 도심 거리를 곱해 더한 값이다.

4. 최대전단응력 계산: $\tau_{\max} = \frac{40{,}000 \cdot 954{,}000}{(24 \cdot 10^7) \cdot 20}$이므로, $\tau_{\max} = 7.95 \text{N/mm}^2$이다. $1\ \text{N/mm}^2 = 1$ MPa이므로 최대전단응력은 7.95 MPa이며, 가장 가까운 값은 ②의 8 MPa이다.

NoteBase

문 13. 다음 그림과 같이 양단 단순지지된 장주에서 y방향의 변위는 $EI\frac{d^2y}{dx^2} = -Py$의 미분방정식으로 나타낼 수 있다. 이 방정식을 만족하는 P값은 무수히 많으나 이 중 가장 작은 좌굴하중 P_1과 두 번째로 작은 P_2와의 비($P_1 : P_2$)는? (단, P는 좌굴하중, E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이다.)



① 1 : 2

② 1 : 3

③ 1 : 4

④ 1 : 9

정답 3번

간단한 해설

양단 단순지지 장주의 좌굴하중은 **좌굴 모드 차수의 제곱에 비례**한다. 두 번째 좌굴하중은 첫 번째의 4배이므로 $P_1 : P_2 = 1 : 4$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 경계조건: 그림에서 장주의 길이는 L이고, x는 아래 지점 A에서 위쪽으로 잰 거리이다. 양단이 단순지지되어 **두 지점의 횡변위가 0**이므로 $y(0) = 0$, $y(L) = 0$을 적용한다.

2. 미분방정식의 일반해: 주어진 식을 정리하면 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y = 0$이다. $k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$로 놓으면 일반해는 $y = C_1\sin(kx) + C_2\cos(kx)$이며, C_1, C_2는 경계조건으로 정하는 상수이다.

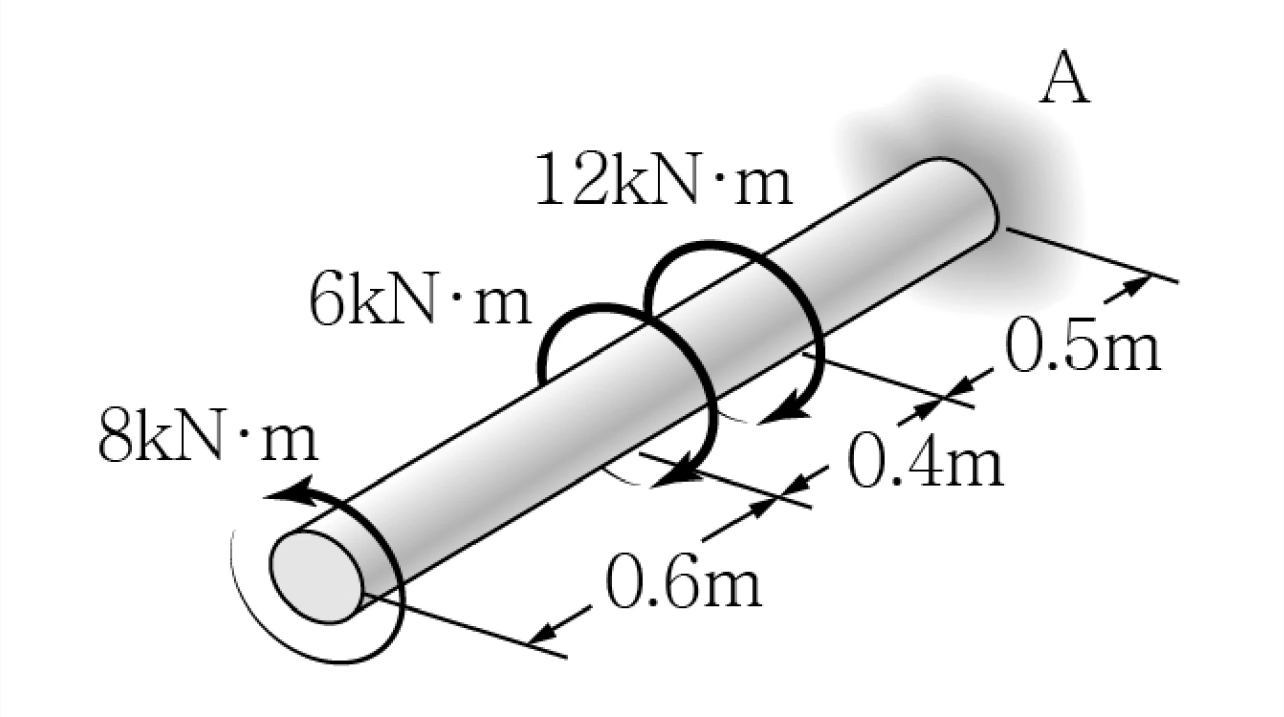
3. 좌굴 조건: $y(0) = 0$에서 $C_2 = 0$이다. 장주가 휘어진 좌굴 상태를 나타내려면 **변위가 모든 위치에서 0인 해를 제외**해야 하므로 $C_1 \neq 0$이어야 한다. 따라서 $y(L) = C_1\sin(kL) = 0$을 만족하려면 $\sin(kL) = 0$이어야 한다. 이 조건에서 $kL = n\pi$이고, n은 좌굴 모드의 차수를 나타내는 양의 정수 1, 2, 3, …이다.

4. 좌굴하중: $k^2 = \frac{P}{EI}$에 $k = \frac{n\pi}{L}$을 대입하면 $P_n = \frac{n^2\pi^2EI}{L^2}$이다. E, I, L이 같은 장주에서는 n이 커질수록 이 하중도 커진다. 따라서 가장 작은 하중은 $P_1 = \frac{\pi^2EI}{L^2}$이고, 두 번째로 작은 하중은 $P_2 = \frac{4\pi^2EI}{L^2}$이다.

5. 하중의 비: 두 하중의 공통 인자가 소거되어 $P_1 : P_2 = 1 : 4$이다. 같은 단위의 하중끼리 비교한 비이므로 단위는 없으며, ③의 1 : 4에 해당한다.

NoteBase

문 14. 다음 그림과 같은 반지름 40 mm의 강재 샤프트에서 비틀림변형에너지는? (단, A는 고정단이고, 전단탄성계수 G = 90 GPa, 극관성모멘트 J = 5×10^{-6} m^4이다.)



① 5 J

② 10 J

③ 50 J

④ 100 J

정답 4번

간단한 해설

그림에서 8 kN·m의 토크는 나머지 두 토크와 반대 방향이므로, 자유단에서 고정단 쪽으로 각 구간의 내부토크 크기는 8, 2, 10 kN·m이다. **각 구간의 내부토크를 제곱하여** 구한 비틀림변형에너지를 합하면 100 J이다.

NoteBase

계산 과정

내부토크: 그림의 6 kN·m와 12 kN·m는 같은 방향이고, 8 kN·m는 그 반대 방향이다. 자유단 쪽에 작용하는 외부토크의 합과 절단면의 내부토크가 평형을 이루므로, 내부토크의 크기는 자유단부터 길이 0.6 m 구간에서 8 kN·m, 0.4 m 구간에서 $|8-6| = 2$ kN·m, 고정단 A에 인접한 0.5 m 구간에서 $|8-6-12| = 10$ kN·m이다. 이하 이 순서로 구간 번호 1, 2, 3을 붙인다.

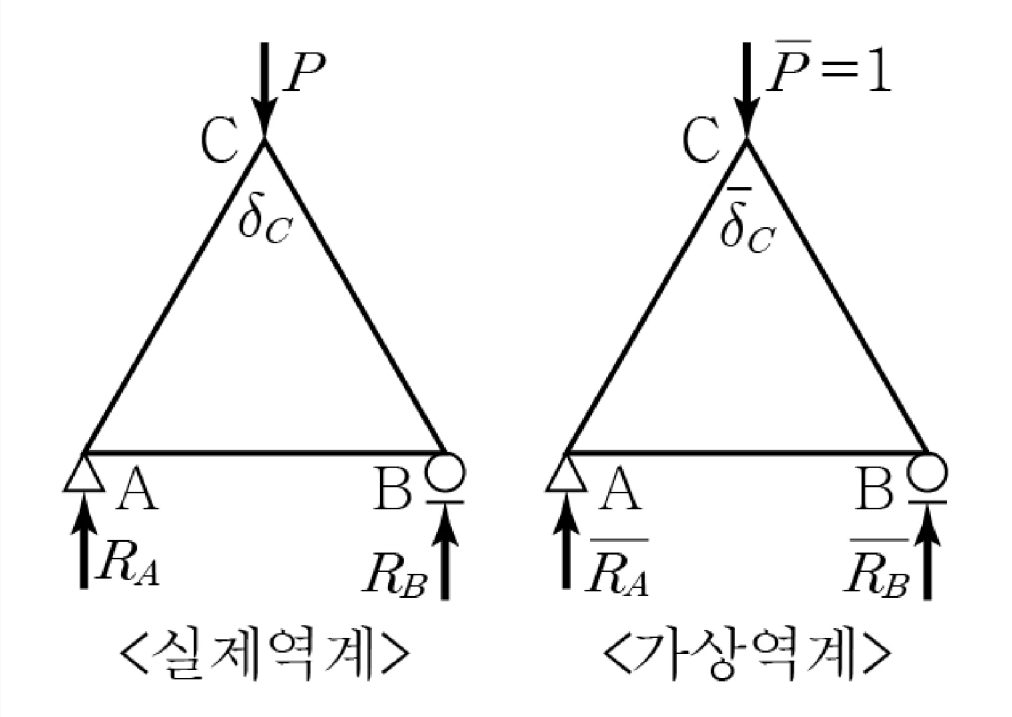
에너지 공식: 선형 탄성 범위에서 원형 샤프트의 비틀림각은 $\theta = \frac{TL}{GJ}$이고, 저장되는 에너지는 $U = \frac{1}{2}T\theta$이다. 따라서 각 구간의 에너지는 $U_i = \frac{T_i^2 L_i}{2GJ}$로 구한다. 여기서 T는 내부토크, L은 구간 길이, G는 전단탄성계수, J는 극관성모멘트이다. 에너지에는 **내부토크의 제곱**이 들어가므로 토크 방향이 다른 구간도 에너지를 더한다. 반지름으로 J를 다시 계산하지 않고 주어진 값을 사용한다.

단위와 구간별 계산: 토크를 N·m로 바꾸면 각 구간에서 8000, 2000, 10000 N·m이다. $G = 90 \times 10^9$ N/m^2, $J = 5 \times 10^{-6}$ m^{4}이므로 공통 분모는 $2GJ = 9 \times 10^5$ N·m^{2}이다. 각 구간의 에너지 분자에 해당하는 값은 다음과 같으며, 단위는 모두 N^2·m^{3}이다.
$T_1^2 L_1 = 8000^2 \cdot 0.6 = 38.4 \times 10^6$
$T_2^2 L_2 = 2000^2 \cdot 0.4 = 1.6 \times 10^6$
$T_3^2 L_3 = 10000^2 \cdot 0.5 = 50 \times 10^6$

전체 에너지: 세 구간의 분자 합은 90×10^6 N^2·m^{3}이다. 따라서 $U = \frac{90 \times 10^6}{9 \times 10^5} = 100$ J이며, ④의 100 J와 일치한다.

NoteBase

문 15. 다음 그림에서 점 C의 수직 변위 δ_C를 구하기 위한 가상일의 원리를 바르게 표기한 것은? (단, 두 구조계는 동일하다.)



① $W_e = R_A \times 0 + 1 \times \delta_C + R_B \times 0$

② $W_e = R_A \times 0 + 1 \times \delta_C + \overline{R_B} \times 0$

③ $W_e = \overline{R_A} \times 0 + 1 \times \delta_C + \overline{R_B} \times 0$

④ $W_e = \overline{R_A} \times 0 + 1 \times \delta_C + R_B \times 0$

정답 3번

간단한 해설

점 C의 변위를 구하는 단위하중법에서는 **가상역계의 힘과 실제역계의 변위**를 곱한다. 따라서 두 지점의 반력은 모두 가상반력으로 표시하고, C의 단위하중에는 실제 수직 변위 δ_C를 대응시킨다.

NoteBase

공통 해설

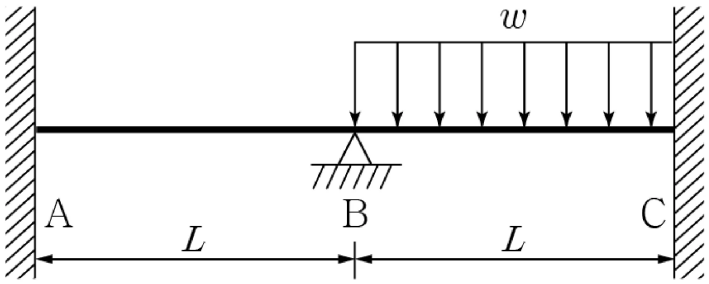
가상일의 원리에서 외적 가상일은 가상역계의 각 외력에 그 작용점의 실제 변위를 힘 방향으로 대응시켜 곱한 값의 합이다. 이 외적 가상일을 내적 가상일과 같게 놓으면 구하려는 실제 변위를 얻는다. 따라서 이 문제에서는 **힘은 가상역계에서, 변위는 실제역계에서** 가져온다.

그림의 오른쪽 가상역계는 C에 아래 방향의 단위하중 $\overline{P=1}$을 가한 계이다. 이때 A와 B에 생기는 반력은 각각 $\overline{R_A}$, $\overline{R_B}$이다. 왼쪽 실제역계에서는 A의 힌지 지점과 B의 롤러 지점 모두 수직 변위가 0이고, C의 아래 방향 변위는 δ_C이다. 오른쪽 그림의 $\overline{\delta_C}$는 가상하중에 의한 변위이므로 여기에 대응시키지 않는다.

따라서 외적 가상일은 $W_e = \overline{R_A} \times 0 + 1 \times \delta_C + \overline{R_B} \times 0$로 쓴다. 지점 항이 사라져 $W_e = \delta_C$로 줄어들더라도, 원래 식에서는 **두 반력을 모두 가상반력으로 표시**해야 한다. 실제반력 R_A, R_B를 섞어 쓰면 가상역계의 힘과 실제역계의 변위를 대응시키는 표현이 되지 않는다.

NoteBase

문 16. 다음 그림과 같이 탄성계수 E와 단면2차모멘트 I가 일정한 부정정보의 부재 AB와 BC의 강성 매트릭스가 $[K]$와 같을 때, B점에서의 회전 변위의 크기는?



$$[K] = \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

① $\frac{wL^3}{96EI}$
② $\frac{wL^3}{128EI}$
③ $\frac{wL^3}{384EI}$
④ $\frac{wL^3}{1284EI}$

정답 1번

간단한 해설

B점의 회전에는 **AB와 BC 두 부재가 함께 저항**하므로 회전강성은 $\frac{8EI}{L}$이다. BC의 등분포하중에 의한 등가절점 모멘트의 크기 $\frac{wL^2}{12}$를 이 강성으로 나누면 회전각의 크기는 $\frac{wL^3}{96EI}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 경계조건과 미지수: AB와 BC의 길이는 각각 L이고, 휨강성 EI는 일정하다. A와 C는 고정단이므로 처짐과 회전이 모두 0이다. B는 지점이므로 처짐은 0이지만 **회전은 구속되지 않는다**. 보가 B에서 연속이므로 두 부재의 B점 회전각은 같은 θ_B이며, 이것이 유일한 미지 변위이다. 반시계방향 회전을 양으로 정한다.

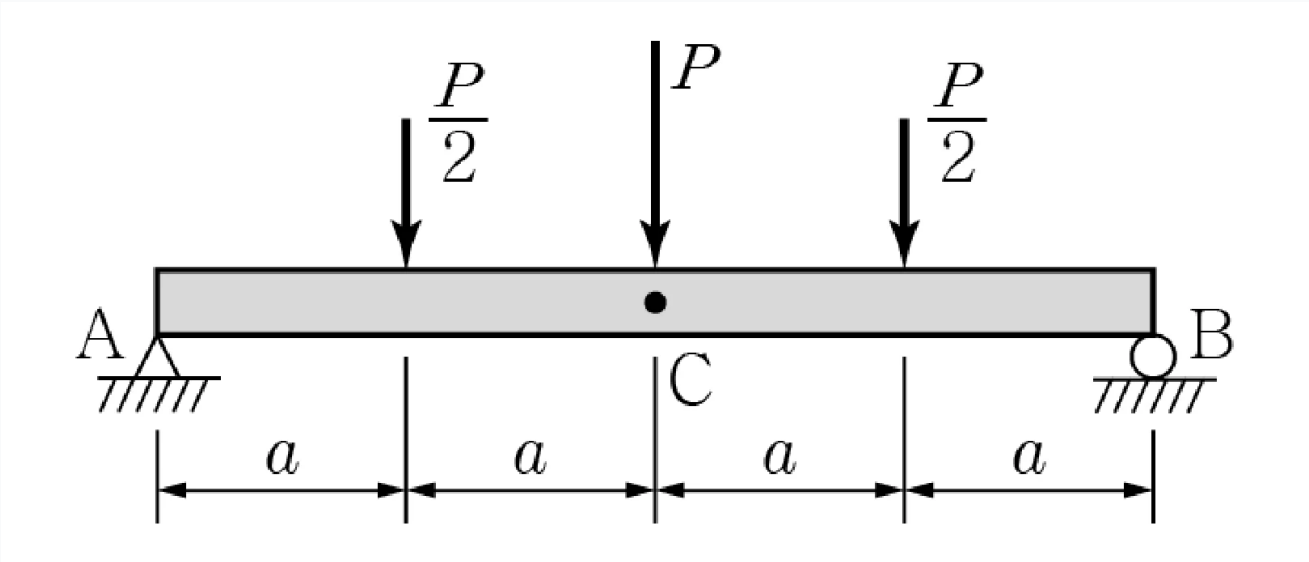
2. B점의 회전강성: 주어진 강성 매트릭스에서 각 부재의 단부 회전각에 대응하는 대각항은 $\frac{EI}{L^3}\cdot 4L^2=\frac{4EI}{L}$이다. AB에서는 오른쪽 단부인 B의 항을, BC에서는 왼쪽 단부인 B의 항을 사용한다. 다른 절점변위가 모두 0이므로 B점의 전체 회전강성은 **두 부재의 기여를 합한 값**이다. 따라서 $k_B=\frac{4EI}{L}+\frac{4EI}{L}=\frac{8EI}{L}$이다.

3. 등분포하중의 등가절점 모멘트: 하중강도 w의 등분포하중은 BC 전 구간에만 작용한다. 이를 보 요소의 등가절점하중으로 바꾸면 양 끝의 모멘트 크기는 각각 $\frac{wL^2}{12}$이고, 왼쪽 끝 B에서는 시계방향이다. 따라서 반시계방향을 양으로 한 B점의 등가절점 모멘트는 $m_B=-\frac{wL^2}{12}$이다. 등가절점 수직력은 지점반력에 영향을 주며, 수직 변위가 구속된 이 문제의 회전 방정식에는 직접 들어가지 않는다.

4. 회전각 계산: B점의 회전 자유도에 대해 강성방정식 $k_B\theta_B=m_B$를 적용하면 $\frac{8EI}{L}\theta_B=-\frac{wL^2}{12}$이다. 이를 풀면 $\theta_B=-\frac{wL^3}{96EI}$이며, 음의 부호는 시계방향 회전을 뜻한다. 요구한 것은 크기이므로 $|\theta_B|=\frac{wL^3}{96EI}$ rad이고, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 17. 다음 그림과 같은 하중이 작용하는 단순보에서 B점의 회전각은? (단, *EI*는 일정하다.)



① $\frac{7Pa^2}{8EI}$
② $\frac{7Pa^2}{6EI}$
③ $\frac{5Pa^2}{4EI}$
④ $\frac{7Pa^2}{4EI}$

정답 4번

간단한 해설

하중이 좌우 대칭이므로 **중앙 C점의 회전각은 0**이다. B점의 회전각은 C~B 구간의 *M*/*EI* 도형 면적과 같아 $\frac{7Pa^2}{4EI}$ rad이다.

NoteBase

계산 과정

1. 지점반력: 보의 전체 길이는 4a이고, A점에서 a, 2a, 3a 떨어진 위치에 각각 $P/2$, P, $P/2$의 하중이 아래로 작용한다. 하중과 지점 배치가 좌우 대칭이고 전체 하중이 2P이므로, 위쪽 지점반력은 $R_A = R_B = P$이다.

2. 회전각을 구하는 기준: E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이며 EI는 휨강성이다. **대칭인 처짐곡선의 중앙 접선은 수평**이므로 $\theta_C = 0$이다. 모멘트면적법에 따라 두 점 사이의 회전각 차이는 그 구간의 M/EI 도형 면적과 같다. 따라서 EI가 일정한 이 보에서는 C~B 구간의 휨모멘트 도형 면적을 EI로 나누면 B점의 회전각을 얻는다.

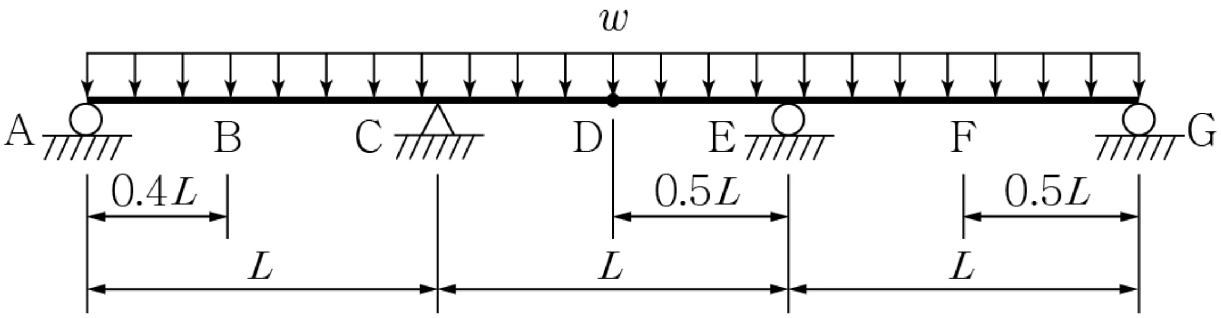
3. 휨모멘트: A점에서 오른쪽으로 잰 거리를 x라 하고, 아래로 처지는 휨모멘트를 양으로 둔다. 중앙 C점에서는 $M_C = P \cdot 2a - \frac{P}{2} \cdot a = \frac{3Pa}{2}$이다. 오른쪽 $P/2$ 하중이 작용하는 $x = 3a$에서는 $M(3a) = P \cdot 3a - \frac{P}{2} \cdot 2a - P \cdot a = Pa$이고, B점에서는 휨모멘트가 0이다. 집중하중 사이에는 분포하중이 없으므로 휨모멘트 도형은 직선으로 연결된다.

4. C~B 구간의 도형 면적: C점부터 $x = 3a$까지는 폭이 a이고 양 끝 높이가 $3Pa/2$, Pa인 사다리꼴이다. 그 면적은 $S_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{3Pa}{2} + Pa\right)a = \frac{5Pa^2}{4}$이다. 나머지 구간은 밑변 a, 높이 Pa인 삼각형이므로 $S_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot Pa = \frac{Pa^2}{2}$이다.

5. B점의 회전각: **휨모멘트 도형 면적을 EI로 나누어** 회전각으로 바꾸면 $\theta_B = \frac{5Pa^2}{4EI} + \frac{Pa^2}{2EI} = \frac{7Pa^2}{4EI}$이다. 회전각의 단위는 rad이며 방향은 반시계방향이다. 이 값은 ④의 식과 일치한다.

NoteBase

문 18. 다음 그림과 같은 3연속보에서 휨강성 *EI*가 일정할 때 절대최대모멘트가 발생하는 위치는?



① B

② C

③ D

④ F

정답 2번

간단한 해설

절대최대모멘트는 부호와 관계없이 **휨모멘트의 절댓값이 가장 큰 값**이다. 내부지점 C와 E에서는 $M = -\frac{wL^2}{10}$이며, 그 크기가 각 경간 내부의 양의 최대모멘트보다 크다.

NoteBase

계산 과정

조건과 부호: 세 경간 AC·CE·EG의 길이는 모두 L이고, 전 구간에 등분포하중 w가 작용하며 휨강성 EI가 일정하다. 아래로 볼록하게 휘는 정모멘트를 양으로 두고, **양·음 모멘트의 절댓값**을 비교한다. 양 끝 A와 G에서는 모멘트가 0이다.

내부지점 C·E: 연속보는 내부지점에서 양쪽 경간의 회전각이 같아야 하므로 3연모멘트 정리를 적용한다. 지점침하가 없는 같은 길이의 두 경간에 동일한 등분포하중이 작용하므로 다음 두 식을 얻는다.
$4M_C + M_E = -\frac{wL^2}{2}$
$M_C + 4M_E = -\frac{wL^2}{2}$
구조와 하중이 대칭이므로 $M_C = M_E$이며, 따라서 $M_C = M_E = -\frac{wL^2}{10}$이다. 내부지점은 보가 끊어진 힌지가 아니므로 **지점 위에서도 음의 휨모멘트가 발생**한다.

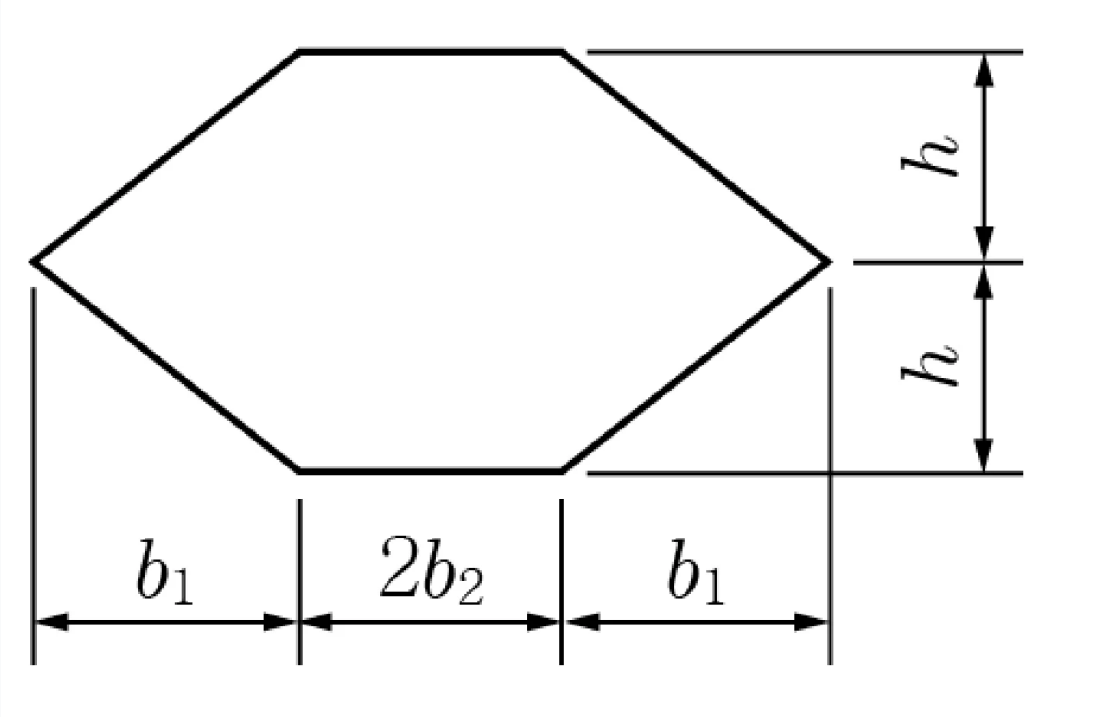
바깥 경간과 B·F: AC 경간의 평형에서 A의 반력은 $R_A = \frac{2wL}{5}$이다. A에서 C 방향으로 잰 거리를 x라 하면 $M(x) = \frac{2wL}{5}x - \frac{wx^2}{2}$이다. 모멘트가 극값을 갖는 곳은 전단력이 0인 곳이므로 $V(x) = \frac{2wL}{5} - wx = 0$에서 $x = \frac{2L}{5} = 0.4L$이다. 이 위치가 B이며, $M_B = \frac{2wL^2}{25}$이다. EG 경간도 대칭이므로 양의 최대모멘트는 같은 값이다. 다만 F는 G에서 0.5L 떨어진 점이므로, 위 식에 $x = \frac{L}{2}$을 대입한 $M_F = \frac{3wL^2}{40}$이다.

가운데 경간과 D: CE 경간은 양 끝 모멘트가 같으므로 하중에 의한 양의 포물선에 일정한 음의 모멘트가 더해진다. C에서 E 방향으로 잰 거리를 y라 하면 $M(y) = -\frac{wL^2}{10} + \frac{wL}{2}y - \frac{wy^2}{2}$이다. 양의 최대모멘트는 중앙 D, 즉 $y = \frac{L}{2}$에서 발생하며 $M_D = \frac{wL^2}{40}$이다.

크기 비교: $|M_C| = \frac{wL^2}{10}$, $|M_B| = \frac{2wL^2}{25}$, $|M_D| = \frac{wL^2}{40}$, $|M_F| = \frac{3wL^2}{40}$이다. C의 모멘트 크기가 B·D·F보다 크고 각 경간 내부의 양의 최대모멘트보다도 크다. 따라서 절대최대모멘트는 C와 E에서 발생하며, 제시된 위치 중에서는 ② C에 해당한다. 각 모멘트의 단위는 하중강도 w의 단위에 길이 L의 단위를 두 번 곱한 힘×길이이다.

NoteBase

문 19. 다음 그림과 같은 단면을 갖는 부재에 대하여 도심에서 가로, 세로축을 각각 x, y라고 할 때, 도심축의 단면2차모멘트 I_x, I_y 및 상승모멘트 I_{xy} 그리고 주단면2차모멘트 $I_{1,2}$에 대한 식을 바르게 표기한 것은?



① $I_x = 2 \times \left(\frac{b_1(2h)^3}{48}\right) + \frac{b_2(2h)^3}{12}$

② $I_y = 2 \times \left\{\frac{b_1^3(2h)}{36} + b_1 h\left(\frac{b_1}{3} + b_2\right)^2 + \frac{b_2^3(2h)}{3}\right\}$

③ $I_{xy} = 2 \times \frac{b_1^2(2h)^2}{12}$

④ $I_{1,2} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$

정답 2번

간단한 해설

중앙 직사각형과 좌우 삼각형으로 나누고, 삼각형에는 **평행축 정리**를 적용한다. 각 삼각형의 도심은 전체 세로축에서 $b_2 + \frac{b_1}{3}$만큼 떨어져 있으므로, 자체 도심축의 단면2차모멘트에 **면적과 축간거리 제곱의 곱**을 더해야 한다.

NoteBase

선지별 해설

단면은 가로 $2b_2$, 세로 $2h$인 중앙 직사각형과, 세로 밑변 $2h$, 가로 높이 b_1인 좌우 이등변삼각형으로 나뉜다. 상하·좌우 대칭이므로 전체 도심은 단면의 중앙에 있고, 그 도심을 지나는 가로축과 세로축이 각각 x축과 y축이다.

① X: 중앙 직사각형의 **가로 폭은** $2b_2$이므로 그 기여분은 $\frac{(2b_2)(2h)^3}{12}$이다. 좌우 삼각형 하나의 기여분은 $\frac{b_1(2h)^3}{48}$이므로 선지의 삼각형 항은 맞지만, 직사각형 항은 실제의 절반이다. 이를 합친 올바른 식은 $I_x = \frac{(b_1 + 4b_2)h^3}{3}$이다.

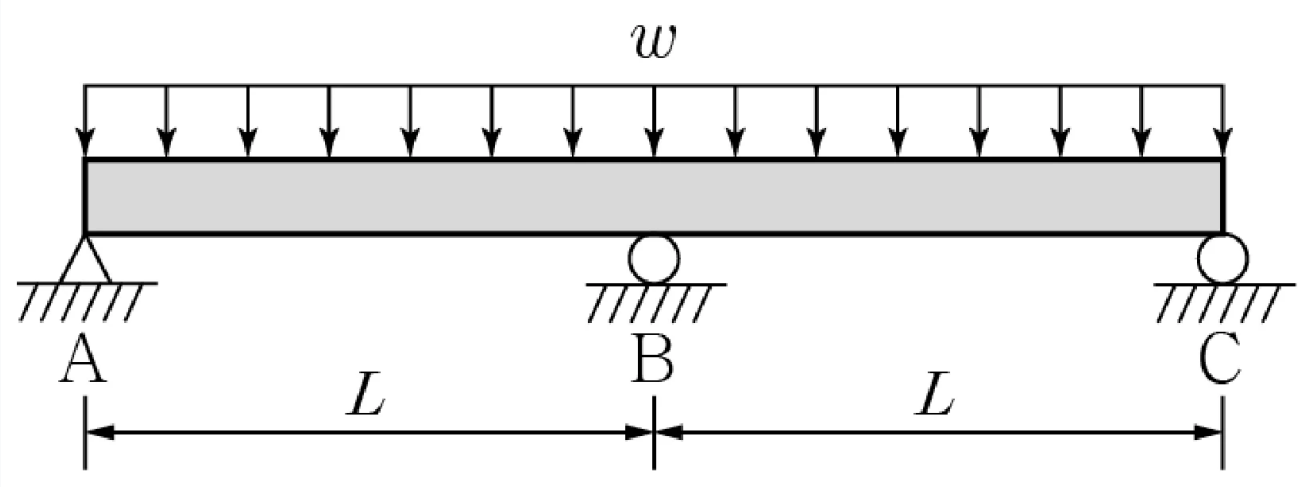
② O: 한쪽 삼각형의 면적은 $A = b_1h$이고, 도심은 세로 밑변에서 바깥쪽으로 $\frac{b_1}{3}$만큼 떨어져 있다. 따라서 전체 y축까지의 거리는 $d = b_2 + \frac{b_1}{3}$이다. 삼각형 자체의 도심을 지나는 세로축에 대한 단면2차모멘트는 $\frac{b_1^3(2h)}{36}$이며, **평행축 정리로** Ad^2**를 더하면** 전체 y축에 대한 값이 된다. 또한 중앙 직사각형의 오른쪽 절반은 폭 b_2, 높이 $2h$이고, y축이 그 왼쪽 변을 지나므로 기여분은 $\frac{b_2^3(2h)}{3}$이다. 선지의 괄호 안 세 항은 이 삼각형의 자체 도심축 값, 평행축 보정항, 반직사각형의 기여분이다. 좌우 기여분이 같아 전체를 2배하므로 제시된 식과 일치한다.

③ X: 상승모멘트는 $I_{xy} = \int_A xy\,dA$이다. 이 단면은 x축에 대해 대칭이므로 (x, y)에 있는 미소면적과 $(x, -y)$에 있는 같은 미소면적의 기여분이 크기는 같고 부호는 반대이다. 따라서 **대칭인 부분끼리 상쇄**되어 $I_{xy} = 0$이다.

④ X: 주단면2차모멘트는 도심을 지나는 축을 회전시킬 때 나타나는 단면2차모멘트의 최댓값과 최솟값이다. 두 값의 평균을 C, 평균에서 각 극값까지의 차이를 R라 하면 $I_{1,2} = C \pm R$이다. 여기서 $C = \frac{I_x + I_y}{2}$, $R = \frac{1}{2}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$이므로, 선지는 **제곱근 항 앞의 1/2을 누락**했다. 이 단면에서는 $I_{xy} = 0$이어서 x축과 y축이 이미 주축이며, 두 주단면2차모멘트는 I_x와 I_y이다.

NoteBase

문 20. 다음 그림과 같은 2경간 연속보에서 지점 A의 반력은?



① $\frac{3}{16}wL$

② $\frac{5}{16}wL$

③ $\frac{3}{8}wL$

④ $\frac{5}{8}wL$

정답 3번

간단한 해설

중간 지점 B가 보의 처짐을 막으므로 전체 하중을 세 지점에 똑같이 나눌 수 없다. **B의 처짐이 0인 조건**에서 B의 반력을 구하고 좌우 대칭과 수직력 평형을 적용하면, A의 반력은 위쪽으로 $\frac{3}{8}wL$이다.

NoteBase

계산 과정

조건과 기본구조: 두 경간의 길이는 각각 L이고, 전 구간에 아래 방향 등분포하중 w가 작용한다. 일정한 휨강성 EI를 갖는 보로 해석하고, 위쪽 반력을 양으로 둔다. B의 지지를 제거하면 A와 C가 지지하는 길이 $\ell = 2L$의 단순보가 된다. 제거한 지지의 효과는 B 위치에 위쪽 반력 R_B를 가해 나타낸다.

B 위치의 처짐: 단순보 전체에 등분포하중이 작용할 때 중앙의 아래쪽 처짐은 $\delta_w = \frac{5w\ell^4}{384EI}$이다. 중앙에 위쪽 집중력 R_B가 작용할 때 같은 위치의 위쪽 처짐은 $\delta_B = \frac{R_B\ell^3}{48EI}$이다. 두 하중에 의한 처짐을 중첩하여 원래 연속보의 변형을 구한다.

변형 적합조건: 원래 구조에서 **B의 수직 처짐은 0**이므로 아래쪽 처짐과 위쪽 처짐의 크기가 같아야 한다. 따라서 $\frac{5w\ell^4}{384EI} = \frac{R_B\ell^3}{48EI}$이고, 이를 풀면 $R_B = \frac{5}{8}w\ell = \frac{5}{4}wL$이다. 이는 중간 지점이 부담하는 위쪽 반력이다.

A의 반력: 구조와 하중이 **B를 기준으로 좌우 대칭**이므로 $R_A = R_C$이다. 전체 하중은 2wL이므로 수직력 평형에서 $2R_A + R_B = 2wL$이다. 따라서 $R_A = \frac{1}{2}\left(2wL - \frac{5}{4}wL\right)$, 즉 $R_A = \frac{3}{8}wL$이며 ③과 일치한다. 방향은 위쪽이고, w가 힘/길이의 단위이므로 wL은 힘의 단위이다.

NoteBase