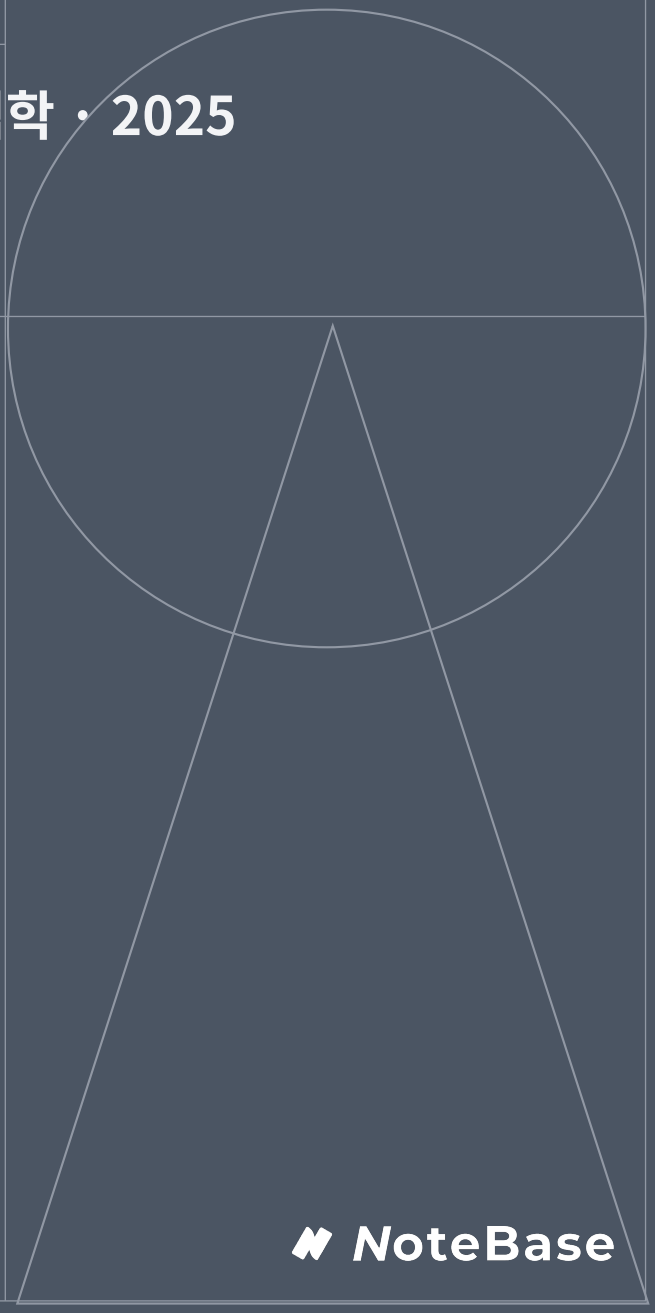
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2025



NoteBase

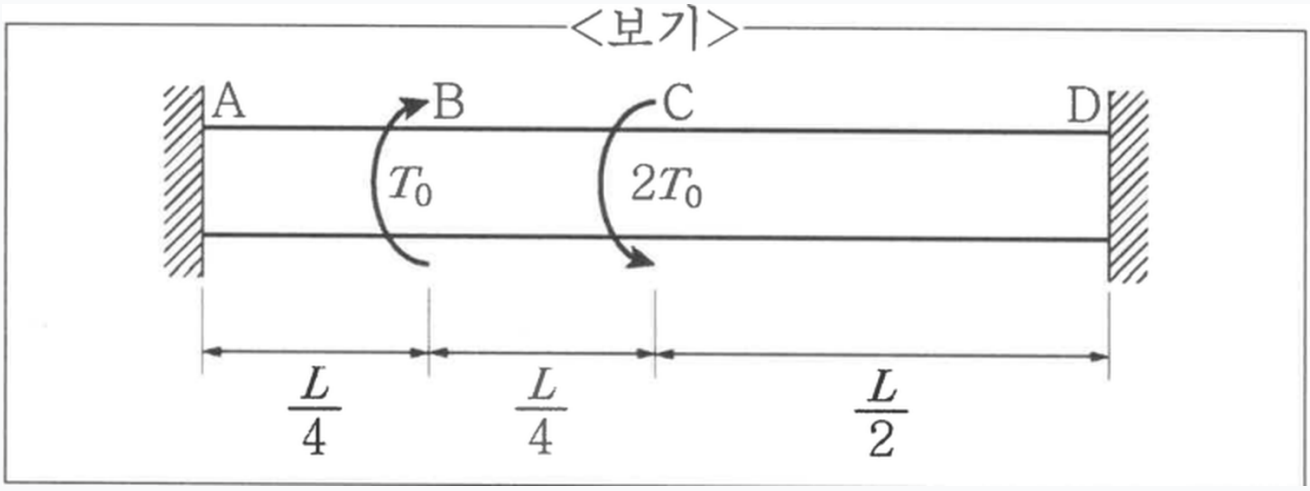
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2025

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2025

문 1. <보기>와 같이 두 개의 비틀림모멘트를 받는 원형 균일 단면봉에서 고정단 A점과 D점에서의 반력 비틀림 모멘트의 크기의 비 $\frac{T_D}{T_A}$는? (단, 봉은 탄성 거동을 하고, 봉의 비틀림강성은 GJ이며, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 2

② 3

③ 4

④ 5

정답 2번

출제 포인트

양단(A, D)이 모두 고정된 원형봉에 비틀림모멘트가 작용하는 1차 부정정 비틀림 문제다. 정역학적 평형식만으로는 두 반력 T_A, T_D를 구할 수 없고, "양단 고정이므로 A점부터 D점까지의 전체 비틀림각(상대 회전각)이 0"이라는 적합조건을 추가로 세워야 풀린다. 핵심은 두 외력 T_0와 $2T_0$가 그림에서 서로 반대 방향으로 돌고 있다는 점이다.

조건 정리

구간 길이는 $\overline{AB} = \frac{L}{4}$, $\overline{BC} = \frac{L}{4}$, $\overline{CD} = \frac{L}{2}$이다. 외력은 B점에 T_0, C점에 $2T_0$가 서로 반대 회전 방향으로 작용한다. 봉은 단면이 일정한 원형 균일봉이라 비틀림강성 GJ가 전 구간 동일하고, 탄성거동이며 자중은 무시한다. 미지수는 고정단 반력 T_A, T_D 두 개다.

NoteBase

사용할 공식

구간별 비틀림각: $\varphi_i = \frac{T_i L_i}{GJ}$ (T_i=그 구간 내부 비틀림모멘트, L_i=구간 길이).
양단 고정 적합조건: A에서 D까지 전체 비틀림각의 합 $\sum \frac{T_i L_i}{GJ} = 0$.
평형식: 모든 비틀림모멘트의 대수합 $= 0$.

계산 과정

A점 반력을 T_A로 두고 A쪽부터 구간별 내부 비틀림모멘트를 적는다(T_0 단위, B와 C의 외력은 서로 반대 부호).
AB구간: T_A
BC구간: $T_A - T_0$
CD구간: $T_A - T_0 + 2T_0 = T_A + T_0$
양단 고정이므로 전체 비틀림각의 합이 0:
$T_A \cdot \frac{L}{4} + (T_A - T_0) \cdot \frac{L}{4} + (T_A + T_0) \cdot \frac{L}{2} = 0$
양변에 $\frac{4}{L}$을 곱하면 $T_A + (T_A - T_0) + 2(T_A + T_0) = 0$, 즉 $4T_A + T_0 = 0$이므로 $T_A = -\frac{T_0}{4}$, 크기는 $|T_A| = \frac{T_0}{4}$.
평형식 $T_A + T_D = T_0 - 2T_0 = -T_0$에서 $T_D = -T_0 - \left(-\frac{T_0}{4}\right) = -\frac{3T_0}{4}$, 크기는 $|T_D| = \frac{3T_0}{4}$.
따라서 $\frac{T_D}{T_A} = \frac{3T_0/4}{T_0/4} = 3$.

선지 판단

① 2 → X: 두 외력을 같은 방향으로 잘못 보면 $T_A = \frac{7}{4}T_0$, $T_D = \frac{5}{4}T_0$로 비가 $\frac{5}{7}$이 되어 선지에 없다. 2는 어느 경우에도 나오지 않는 함정값이다.
② 3 → O: B의 T_0와 C의 $2T_0$가 반대 방향이라는 그림을 정확히 반영하면 $|T_A| = \frac{T_0}{4}$, $|T_D| = \frac{3T_0}{4}$로 $\frac{T_D}{T_A} = 3$이다.
③ 4 → X: 적합조건 없이 단순 비례나 거리역비로 어림하면 나오기 쉬운 값으로, 부정정 해법을 거치지 않은 오답이다.
④ 5 → X: 비틀림각 합을 0으로 두는 적합조건을 빠뜨리고 강성·길이 계산을 잘못했을 때 나오는 과대값이다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 B의 T_0와 C의 $2T_0$를 같은 회전 방향으로 착각하는 것이다. 같은 방향으로 풀면 비가 $\frac{5}{7}$이 나와 선지에 아예 없으므로, 답이 안 맞으면 외력 방향(화살표의 회전 방향)부터 다시 확인해야 한다. 또 하나는 양단 고정인데도 한쪽만 고정으로 보고 평형식만으로 끝내려는 실수다. 양단 고정은 반드시 "전체 비틀림각=0" 적합조건이 추가로 필요하다.

다시 나오면 이렇게 판단

양쪽 끝이 모두 고정(빗금이 양단에)인 비틀림봉이면 무조건 1차 부정정이다. 순서는 (1) 한쪽 반력을 미지수로 두고 구간별 내부 비틀림모멘트를 외력 방향(부호)까지 살려 적는다 → (2) $\sum T_i L_i = 0$으로 반력 하나를 구한다 → (3) 평형식으로 나머지 반력을 구한다. 외력이 여러 개면 화살표 회전 방향이 같은지 반대인지부터 표시하고 시작한다.

NoteBase

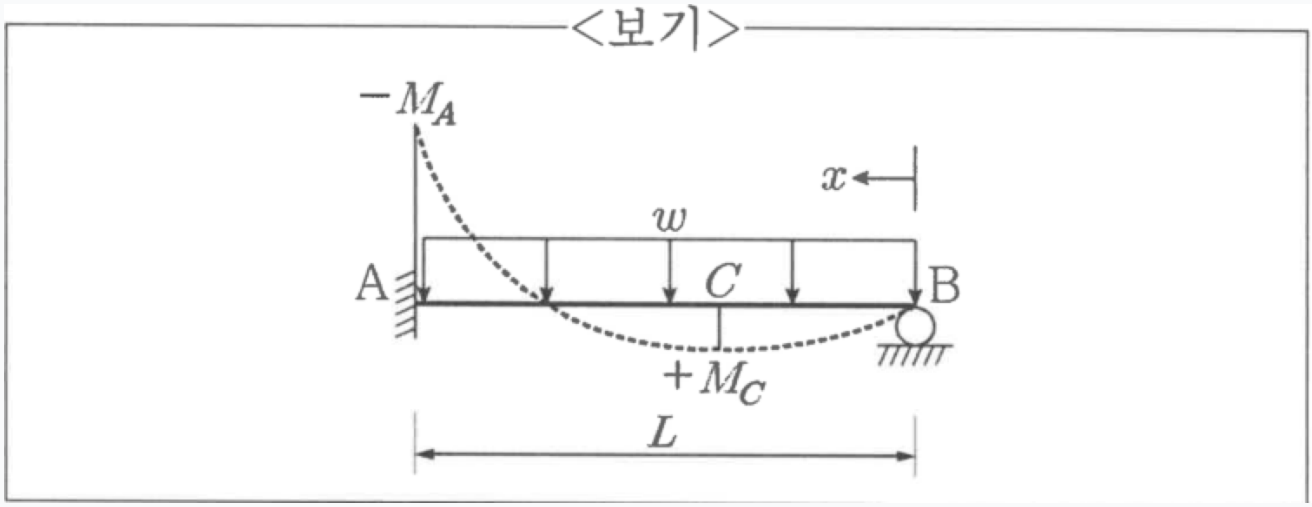
암기 포인트

양단 고정 비틀림봉의 적합조건은 $\sum \frac{T_i L_i}{GJ} = 0$ (전체 비틀림각=0). 단면·재질이 같으면 GJ가 약분되어 $\sum T_i L_i = 0$ 만 남는다. 이 문제의 결과는 $|T_A| = \frac{T_0}{4}$, $|T_D| = \frac{3T_0}{4}$, $\frac{T_D}{T_A} = 3$이다.

NoteBase

문 2. <보기>와 같은 1차 부정정 보에서 최대 부모멘트 M_A와 최대 정모멘트 M_C의 크기의 비 $\left|\frac{M_A}{M_C}\right|$는? (단, 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다.)

<보기>



① $\frac{8}{9}$

② $\frac{16}{9}$

③ 2.0

④ 2.5

정답 2번

출제 포인트

한쪽은 고정(A), 반대쪽은 이동단(B)인 1차 부정정 보(프롭 캔틸레버, propped cantilever)에 등분포하중 w가 작용할 때, 고정단의 최대 부모멘트 M_A와 경간 내부의 최대 정모멘트 M_C의 크기 비를 묻는 전형 문제다. 핵심은 (1) 부정정 반력을 정확히 구하고 (2) 정모멘트가 최대가 되는 위치(전단력=0 지점)를 찾는 것이다.

조건 정리

보 길이=L, 등분포하중=w (전 경간에 작용), 휨강성 EI 일정, 자중 무시. A=고정단(부모멘트 M_A 발생), B=이동단(롤러). x는 B에서부터 측정한다.

사용할 공식

프롭 캔틸레버(고정-이동, 등분포하중)의 표준 결과:
반력 $R_B = \frac{3wL}{8}$, $R_A = \frac{5wL}{8}$
고정단 최대 부모멘트 $M_A = \frac{wL^2}{8}$
최대 정모멘트 위치는 전단력 0 지점, 그곳에서 $M_C = \frac{9wL^2}{128}$

NoteBase

계산 과정

① 부정정 반력: 이동단 B의 처짐이 0이라는 조건으로 풀면 $R_B = \frac{3wL}{8}$, $R_A = \frac{5wL}{8}$이다.
② 고정단 최대 부모멘트: $M_A = \frac{wL^2}{8}$ (크기).
③ 최대 정모멘트 위치: B에서 x만큼 떨어진 점의 전단력 $V(x) = R_B - wx = \frac{3wL}{8} - wx = 0$ 에서 $x = \frac{3L}{8}$.
④ 그 점의 정모멘트:
$M_C = R_B x - \frac{wx^2}{2} = \frac{3wL}{8} \cdot \frac{3L}{8} - \frac{w}{2}\left(\frac{3L}{8}\right)^2 = \frac{9wL^2}{64} - \frac{9wL^2}{128} = \frac{9wL^2}{128}$.
⑤ 비:
$\frac{M_A}{M_C} = \frac{wL^2/8}{9wL^2/128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{128}{9} = \frac{16}{9} \approx 1.78$.

선지 판단

① 8/9 → X. $\frac{16}{9}$의 절반 값으로, M_C를 $\frac{9wL^2}{64}$로 잘못 쓰거나 $x = \frac{3L}{8}$ 대입 전 단계 값을 그대로 둔 오답.
② 16/9 → O. $M_A = \frac{wL^2}{8}$, $M_C = \frac{9wL^2}{128}$ 이므로 비는 $\frac{16}{9}$로 정확히 맞다.
③ 2.0 → X. M_C를 단순보 중앙값처럼 어림하면 나오는 함정 값이지 실제 비는 약 1.78이다.
④ 2.5 → X. 근거 없는 값으로, 반력 또는 정모멘트 위치를 잘못 잡으면 나오는 오답.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 최대 정모멘트를 경간 중앙($x = L/2$)에서 구하는 것이다. 이 보는 좌우 대칭이 아니므로 최대 정모멘트는 전단력 0 지점인 B에서 $\frac{3L}{8}$에서 생긴다. 또 $M_C = \frac{9wL^2}{128}$를 $\frac{9wL^2}{64}$로 잘못 쓰면 ①(8/9)이 나온다 — 마지막 $-\frac{wx^2}{2}$ 항을 빠뜨린 결과다.

다시 나오면 이렇게 판단

고정-이동 프롭 캔틸레버 + 등분포하중이면 $R_B = \frac{3wL}{8}$, $M_A = \frac{wL^2}{8}$를 즉시 떠올린다. 정모멘트는 항상 전단력 0 지점에서 최대이므로 이동단(반력 작은 쪽)에서 $x = \frac{3L}{8}$을 찾고, 그 점 모멘트가 $\frac{9wL^2}{128}$임을 기억하면 비는 곧바로 $\frac{16}{9}$이다.

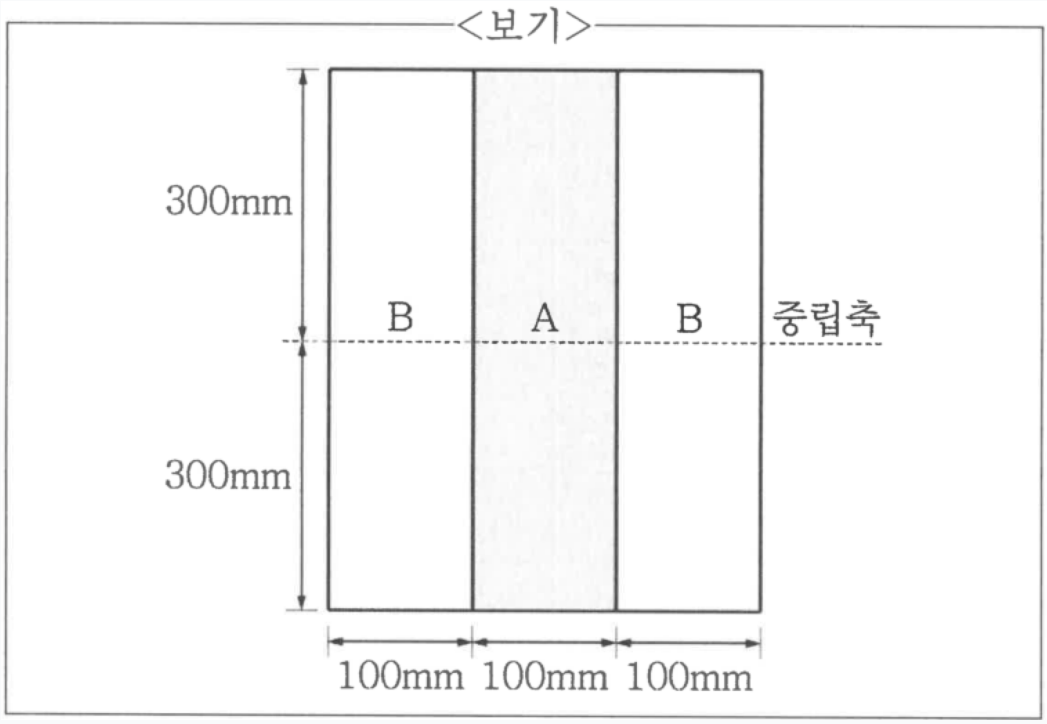
암기 포인트

프롭 캔틸레버(등분포): $R_B = \frac{3wL}{8}$, $R_A = \frac{5wL}{8}$, 고정단 $M_A = \frac{wL^2}{8}$, 최대 정모멘트 $M_C = \frac{9wL^2}{128}$ (이동단에서 $\frac{3L}{8}$ 지점). 따라서 $\frac{M_A}{M_C} = \frac{16}{9}$.

NoteBase

문 3. <보기>와 같이 두 개의 다른 재료 A, B로 구성된 합성 단면의 중립축에 대한 최대 허용휨모멘트[kN · m]는? (단, 재료 A의 탄성계수는 재료 B의 3배이고, 재료 A, B의 허용휨응력은 각각 60MPa, 15MPa이다. 재료 A, B는 완전하게 결합되어 휨 거동을 할 때 접촉면에서 미끄러짐이 발생하지 않는다.)

<보기>



① 300

② 350

③ 400

④ 450

정답 4번

출제 포인트

탄성계수가 다른 두 재료로 만든 합성단면의 최대 허용휨모멘트를 구하는 문제다. 핵심은 (1) 환산단면법으로 한 재료 기준의 단면2차모멘트를 만들고, (2) 두 재료의 허용응력을 각각 만족하는 모멘트를 구한 뒤, (3) 둘 중 더 작은 값(먼저 한계에 도달하는 재료)이 답이라는 것이다.

조건 정리

두 재료 A(중앙), B(양옆)로 구성된 합성단면. 탄성계수 $E_A = 3E_B$ (A가 B의 3배). 허용휨응력 $\sigma_A = 60\text{MPa}$, $\sigma_B = 15\text{MPa}$. 단면 전체 높이는 300+300=600mm, 중립축은 중앙. 폭은 B(100mm)+A(100mm)+B(100mm)로 전체 300mm이며, A와 B 모두 단면 높이 전체에 걸쳐 있다. 완전 결합(미끄러짐 없음)이라 두 재료의 변형률은 같은 높이에서 같다.

NoteBase

사용할 공식

환산계수(탄성계수비) $n = E_A/E_B = 3$. A를 B로 환산하면 폭을 n배: 환산폭 $= 100 + 100 \times 3 + 100 = 500\text{mm}$. 환산단면2차모멘트 $I = \frac{bh^3}{12}$. 허용모멘트는 휨공식 $\sigma = \frac{Mc}{I}$에서 각 재료마다 구하되, 실제응력은 B기준 $\sigma_B = \frac{Mc}{I}$, A기준 $\sigma_A = n\frac{Mc}{I}$로 환산해 준다.

계산 과정

환산단면2차모멘트: $I = \frac{500 \times 600^3}{12} = 9.0 \times 10^9\text{mm}^4$. 외측섬유 거리 $c = 300\text{mm}$.
재료 B 한계: $\sigma_B = \frac{Mc}{I} \le 15 \rightarrow M \le \frac{15 \times 9.0 \times 10^9}{300} = 4.5 \times 10^8\text{N} \cdot \text{mm} = 450\text{kN} \cdot \text{m}$.
재료 A 한계: $\sigma_A = n\frac{Mc}{I} = 3\frac{Mc}{I} \le 60 \rightarrow M \le \frac{60 \times 9.0 \times 10^9}{3 \times 300} = 6.0 \times 10^8\text{N} \cdot \text{mm} = 600\text{kN} \cdot \text{m}$.
두 값 중 작은 것이 지배하므로 최대 허용휨모멘트는 450 kN·m. (이때 A의 실제응력은 45 MPa로 60 MPa 이내, B는 정확히 15 MPa에 도달 → B가 먼저 한계에 도달한다.)

선지 판단

① 300: X. 어느 재료 한계 계산에서도 나오지 않는 값으로, 환산폭 또는 단면2차모멘트를 잘못 잡았을 때 나오는 오답.
② 350: X. 환산을 누락하거나 c값을 잘못 쓴 경우의 오답.
③ 400: X. n=3 환산을 일부만 적용했을 때 나오는 오답.
④ 450: O. 재료 B(15 MPa)가 지배하여 $M = \frac{15 \times 9.0 \times 10^9}{300} = 450\text{kN} \cdot \text{m}$.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 허용응력이 더 큰 A(60 MPa)가 더 큰 모멘트를 견딜 것이라 생각해 A 기준 600 kN·m를 답으로 고르는 것이다. 합성단면에서는 같은 높이에서 변형률이 같으므로 탄성계수가 큰 A가 응력을 $n = 3$배 더 많이 받는다. 따라서 A가 60 MPa에 도달하기 전에 B가 먼저 15 MPa에 도달해 B가 지배한다. 또 환산폭을 A쪽 100mm만 3배(=300mm)로 바꿔야 하는데 전체 단면을 3배 하거나 환산 자체를 빠뜨리는 실수도 잦다.

다시 나오면 이렇게 판단

탄성계수가 다른 두 재료의 합성단면 문제가 나오면 (1) 환산계수 $n = E_A/E_B$를 구하고, (2) 한 재료 기준으로 단면을 환산해 I를 계산한 뒤, (3) 두 재료 각각의 허용응력으로 M을 구해 더 작은 값을 답으로 고른다. '허용응력이 큰 재료가 더 큰 모멘트를 낸다'는 직관은 틀릴 수 있으므로 반드시 n배 응력 차이를 반영해 두 경우를 모두 계산한다.

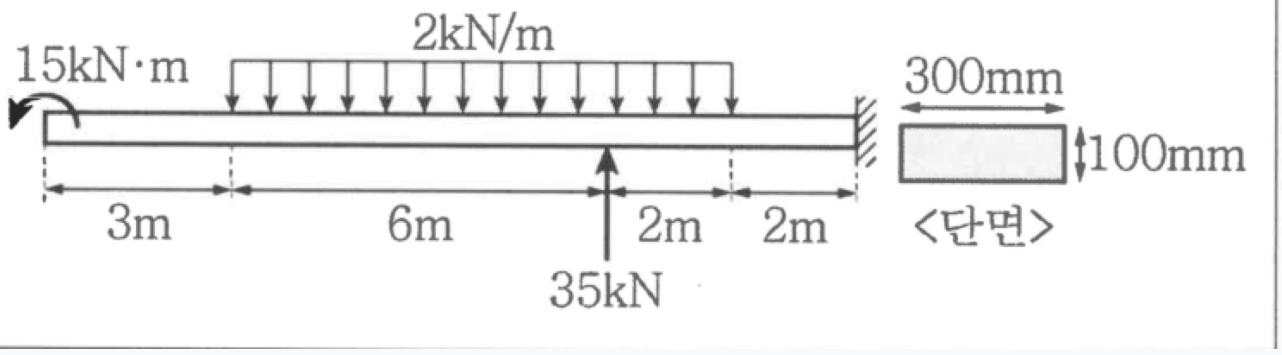
암기 포인트

합성단면 환산: 강한 재료(탄성계수 큰 쪽)는 폭을 n배, 그 재료의 실제응력은 환산응력의 n배. 허용모멘트는 두 재료 한계 중 작은 값이 지배. 같은 변형률 → 탄성계수 큰 재료가 응력을 더 받는다($\sigma = E\varepsilon$). 이 문제: $n = 3$, 환산폭 500mm, $I = 9.0 \times 10^9\text{mm}^4$, B가 지배해 450 kN·m.

NoteBase

문 4. <보기>와 같이 폭 300mm, 높이 100mm의 직사각형 단면을 가지는 캔틸레버 보에서 발생하는 최대 휨인장 응력의 크기[MPa]는? (단, 자중은 무시하고, 보의 단면은 전 길이에 걸쳐 일정하다.)

<보기>



① 90

② 94

③ 98

④ 102

정답 4번

출제 포인트

캔틸레버 보의 최대 휨응력을 구하는 문제다. 핵심은 두 단계다. 첫째 보 전체에서 휨모멘트의 절댓값이 가장 큰 위치를 찾고, 둘째 그 최대 모멘트를 직사각형 단면의 단면계수로 나눈다. 휨응력 공식 $\sigma = \frac{M}{Z}$에서 M(최대 휨모멘트)과 Z(단면계수) 두 값만 정확히 구하면 끝난다.

조건 정리

단면: 폭 b=300mm, 높이 h=100mm (전 길이에 걸쳐 일정).
보: 오른쪽 끝이 고정된 캔틸레버, 자중 무시.
하중(왼쪽 자유단부터): 자유단에 모멘트 15 kN·m, 왼쪽에서 3m 떨어진 지점부터 6m 구간에 등분포하중 2kN/m(아래 방향), 자유단에서 9m 지점(등분포 끝)에 35 kN 집중하중(위 방향). 구간 거리는 3m + 6m + 2m + 2m = 총 13m.

사용할 공식

휨응력: $\sigma = \frac{M}{Z}$
직사각형 단면계수: $Z = \frac{bh^2}{6}$
등분포하중 합력: $R = w \times L$ (작용점은 분포 구간의 중앙)
어떤 단면의 휨모멘트 = 그 단면 한쪽(여기서는 자유단 쪽)에 있는 모든 하중이 만드는 모멘트의 합.

NoteBase

계산 과정

1) 최대 모멘트 위치 찾기. 자유단부터 모멘트를 누적하면 등분포하중이 끝나고 35 kN이 작용하는 지점(자유단에서 9m)에서 절댓값이 가장 크다. 그 오른쪽으로 가면 위 방향 35 kN이 모멘트를 줄이므로 9m 지점이 최대다.

2) 9m 지점의 모멘트. 그 왼쪽에 있는 하중은 (a) 자유단 모멘트 15 kN·m, (b) 등분포하중 2kN/m × 6m = 합력 12 kN(작용점은 분포 구간 중앙 = 9m 지점에서 3m 떨어짐). 35 kN은 바로 그 단면에 있어 팔길이가 0이므로 기여 없음.

$M = 15 + 12 \times 3 = 51 \text{ kN·m}$

3) 단면계수.

$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{300 \times 100^2}{6} = 500{,}000 \text{ mm}^3$

4) 최대 휨응력. 51 kN·m = 51,000,000 N·mm이므로

$\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{51{,}000{,}000}{500{,}000} = 102 \text{ MPa}$

선지 판단

① 90 → X. $M = 45$ kN·m일 때 나오는 값으로, 등분포 합력의 모멘트(36)에 자유단 모멘트 15를 더하지 않은 경우 등 모멘트를 적게 잡으면 나오는 오답이다.

② 94 → X. $M = 47$ kN·m에 해당하는 값으로 정답이 아니다.

③ 98 → X. $M = 49$ kN·m에 해당하는 값으로 정답이 아니다.

④ 102 → O. $M = 51$ kN·m, $Z = 500{,}000\text{mm}^3$이므로 $\sigma = 51{,}000{,}000/500{,}000 = 102$ MPa로 정확히 일치한다.

오답 포인트

첫째, 자유단의 모멘트 15 kN·m를 빼먹는 실수. 집중모멘트(우력)는 거리에 상관없이 그 값 그대로 휨모멘트에 더해지므로 9m 지점에서도 15가 그대로 들어가야 한다. 이를 빼면 M=36, 응력 72 MPa로 답이 어긋난다.

둘째, 35 kN을 최대 모멘트에 더하려는 실수. 35 kN은 9m 단면에 바로 작용하므로 팔길이 0 → 그 지점 모멘트에 기여하지 않는다. 위 방향이라 오히려 오른쪽 구간에서 모멘트를 줄인다.

셋째, 단면계수에 폭과 높이를 바꿔 넣는 실수. 휨은 높이 h가 제곱으로 들어가므로 $Z = bh^2/6$에서 h=100을 제곱해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

캔틸레버 최대 휨응력 문제는 (1) 휨모멘트가 가장 큰 곳은 보통 고정단 또는 집중하중/분포하중이 끝나는 위치라는 점을 기억하고, 위 방향 하중이 뒤따르면 그 직전이 최대일 수 있음을 확인한다. (2) 집중모멘트는 거리 무관하게 그대로 더하고, 등분포하중은 (합력 = w×L)을 중앙에 둔 집중하중으로 바꿔 모멘트를 계산한다. (3) 마지막에 $\sigma = M/Z$, $Z = bh^2/6$로 마무리한다. 단위는 kN·m를 N·mm로 바꿀 때 $\times 10^6$임을 잊지 않는다.

NoteBase

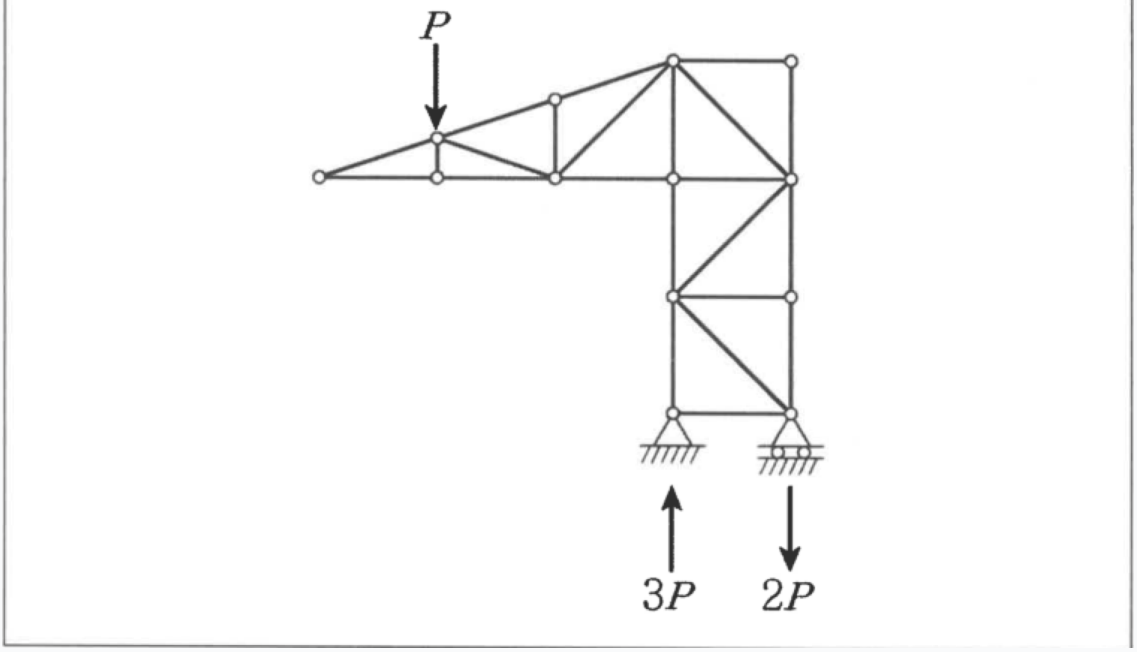
암기 포인트

직사각형 단면계수 $Z = \frac{bh^2}{6}$, 휨응력 $\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{6M}{bh^2}$. 이 문제 수치: $Z = 500{,}000\,\text{mm}^3$, $M_{max} = 51\ \text{kN}\cdot\text{m} \rightarrow$ 102 MPa. 집중모멘트는 거리와 무관하게 그대로 더해진다, 단면 바로 위 집중하중은 그 단면 모멘트에 기여하지 않는다(팔길이 0).

NoteBase

문 5. <보기>와 같은 트러스 구조물에서 부재력이 0인 무응력 부재의 개수는? (단, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 9개

② 10개

③ 11개

④ 12개

정답 3번

출제 포인트

트러스에서 부재력이 0인 무응력(영) 부재의 개수를 묻는 문제다. 핵심은 모든 부재의 힘을 일일이 계산하지 않고, 절점에 모이는 부재 배치와 하중 유무만 보고 영부재 판정 규칙 두 가지로 빠르게 골라내는 것이다.

규칙 1: 한 절점에 부재가 2개만 모이고 두 부재가 일직선이 아니며 외력(하중·반력)이 없으면 두 부재 모두 0이다.

규칙 2: 한 절점에 부재가 3개 모이고 그중 2개가 일직선이며 외력이 없으면 나머지 한 부재가 0이다.

NoteBase

조건 정리

자중은 무시하므로 외력은 상부 수평 트러스 위에 작용하는 P(아래 방향), 그리고 두 지점에 표시된 $3P$(위 방향)와 $2P$(아래 방향)뿐이다.
지점은 왼쪽이 힌지(핀), 오른쪽이 롤러다. 구조물은 수평 팔(왼쪽으로 뻗은 부분)과 수직 기둥(아래로 내려가는 부분)이 ㄱ자(타워크레인) 형태로 결합된 단정정 트러스다.
하중이 직접 걸리는 절점은 P가 실린 상현 절점과 두 지점뿐이고, 나머지 절점은 모두 외력이 없는 무하중 절점이다.

사용할 공식

무응력 부재 판정 규칙만 사용한다.
2부재 절점(일직선 아님, 무하중): 두 부재 모두 0.
3부재 절점(2개 일직선, 무하중): 비일직선 부재 1개가 0.
한 부재를 0으로 확정하면 그 부재를 지운 뒤 인접 절점에 같은 규칙을 다시 적용하는 식으로 연쇄(cascade) 판정한다.

계산 과정

왼쪽 팔 끝 절점: 부재 2개만 모이고 일직선이 아니며 하중이 없으므로 두 부재(상향 사재, 하현재) 모두 0이다. (2개)
이 두 부재가 사라지면 그 옆 하현 절점은 수직재와 하현재 2개만 비일직선으로 남고 하중이 없으므로 둘 다 0이다. 즉 P 바로 아래 수직재와 그 옆 하현재가 0이다. (4개)
상부 팔의 중간 상현 절점은 상현재 2개가 일직선이고 수직재 1개가 비일직선·무하중이므로 그 수직재가 0이다. (5개)
기둥 꼭대기 오른쪽 모서리(상현 끝) 절점: 수평 상현재와 수직재 2개만 비일직선·무하중으로 모이므로 둘 다 0이다. (7개)
기둥 오른쪽 중간 절점: 위·아래 수직재가 일직선이고 수평재가 비일직선·무하중이므로 그 수평재가 0이다. (8개)
남은 기둥부의 절점 평형을 따지면 위쪽 기둥 패널의 사재, 아래쪽 기둥 패널의 사재, 맨 아래 두 지점을 잇는 하현재가 모두 0이 된다. (11개)
따라서 무응력 부재는 모두 11개다.

선지 판단

① 9개 → X. 규칙을 한 번 더 적용한 연쇄 판정을 빠뜨려 적게 센 값이다.
② 10개 → X. 상현재 2개를 일직선으로 보지 않으면 중간 수직재 1개를 놓쳐 10개가 되는데, 도식의 상현은 곧은 직선이므로 그 수직재도 0이다.
③ 11개 → O. 양 끝·꼭대기의 2부재 절점과 일직선 상현·기둥 절점을 모두 적용하면 정확히 11개다.
④ 12개 → X. 실제로 힘을 받는 사재나 현재까지 0으로 잘못 포함시켜 과다하게 센 값이다.

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 상부 팔의 상현이 한 직선으로 이어진 것을 못 알아채 중간 상현 절점의 수직재를 0이 아니라고 판단하는 것이다(그러면 10개로 답함). 또 하나는 끝 절점·꼭대기 모서리 절점을 한 번만 보고 멈춰, 그 부재를 지운 뒤 옆 절점에서 새로 생기는 영부재(연쇄)를 빠뜨리는 것이다. $3P$, $2P$, P의 크기 자체는 영부재 개수를 바꾸지 않으므로 하중 크기 계산에 시간을 쓰면 안 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

무응력 부재 개수 문제는 힘을 계산하지 말고 절점을 하나씩 훑으며 2부재 절점과 3부재(2개 일직선) 절점부터 찍는다. 0으로 확정한 부재는 곧바로 지우고, 그 부재가 붙어 있던 옆 절점을 다시 검사하는 연쇄가 핵심이다. 하중이 걸린 절점과 지점(반력 있는 절점)은 규칙 대상에서 제외하고, 도식의 상현·하현이 곧은 직선인지(일직선 여부)를 반드시 먼저 확인한다.

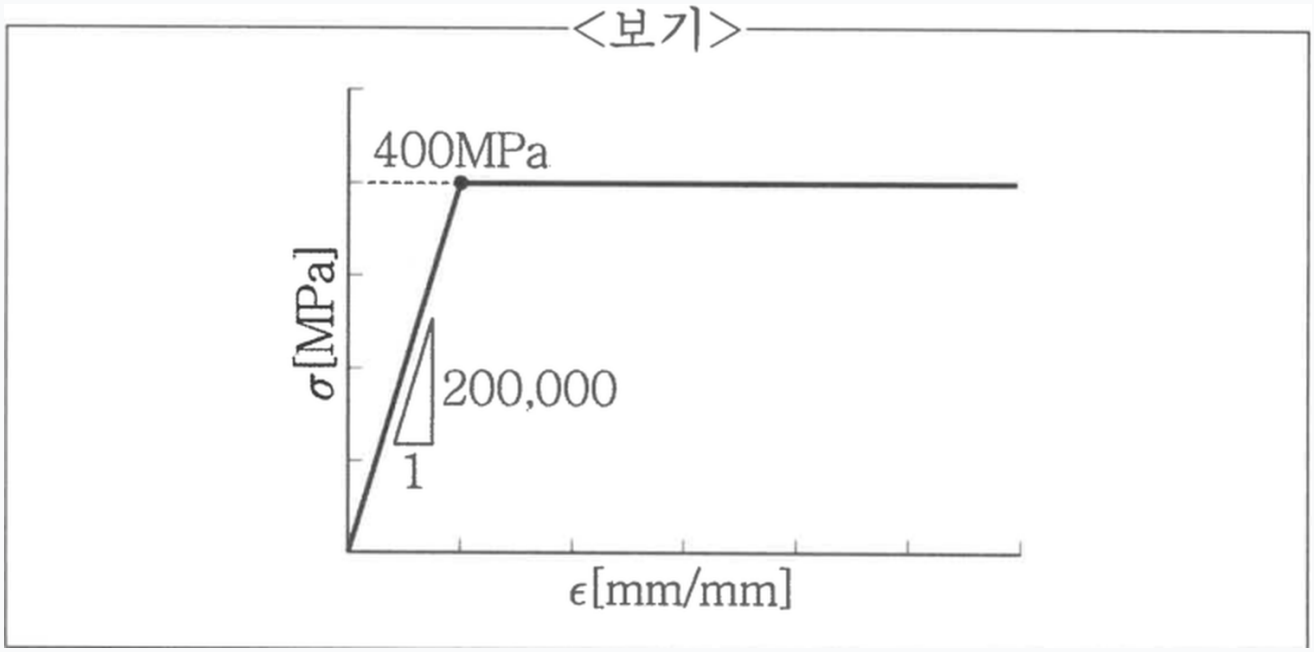
암기 포인트

영부재 2대 규칙: (1) 2부재·비일직선·무하중 → 둘 다 0, (2) 3부재·2개 일직선·무하중 → 나머지 1개 0. 판정은 '확정 → 제거 → 옆 절점 재검사'의 연쇄로 진행한다. 하중 크기(P, $2P$, $3P$)는 영부재 개수와 무관하다. 이 문제의 정답 개수는 11개.

NoteBase

문 6. <보기>와 같이 완전 탄소성 응력-변형률 곡선을 갖는 강봉에 길이 방향으로 하중을 가하여 10mm만큼 늘린 후 하중을 제거하였다. 변형 전 강봉의 길이는 1m, 단면적은 $10mm^2$일 때, 강봉에 의해 소산된 비탄성 에너지[N · mm]는? (단, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 32,000

② 34,000

③ 36,000

④ 38,000

정답 1번

출제 포인트

완전 탄소성(elastic-perfectly-plastic) 재료를 항복 이후까지 늘렸다가 하중을 제거할 때, 영구적으로 사라지는 비탄성(소산) 에너지를 묻는 문제다. 핵심은 "늘린 일 전체"가 아니라 "하중을 빼도 회복되지 않고 열 등으로 흩어진 에너지"라는 점이다. 비탄성 에너지는 응력-변형률 곡선에서 만들어지는 이력(hysteresis) 면적, 즉 소성 영역 직사각형의 면적과 같다.

조건 정리

항복응력 $\sigma_y = 400$ MPa, 탄성계수 $E = 200{,}000$ MPa(곡선 기울기), 변형 전 길이 $L = 1$ m $= 1000$ mm, 단면적 $A = 10$ mm^2, 총 늘어난 길이 $\delta = 10$ mm, 자중 무시. 완전 탄소성이므로 항복 후에도 응력은 400 MPa로 일정하고, 하중을 제거하면 처음 탄성 기울기와 같은 직선을 따라 되돌아온다.

NoteBase

사용할 공식

항복변형률 $\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$, 항복 시 신장량 $\delta_y = \varepsilon_y L$, 작용 힘 $P = \sigma_y A$. 비탄성(소산) 에너지 U_비탄성 = P × _소성, 여기서 소성 신장량 _소성 = δ - _y. 즉 비탄성 에너지는 소성 구간 직사각형 면적이다.

계산 과정

항복변형률: $\varepsilon_y = \frac{400}{200{,}000} = 0.002$.
항복 시 신장량: $\delta_y = 0.002 \times 1000 = 2$ mm.
총 신장량 10mm 중 탄성분이 2mm이므로 소성 신장량: _소성 = 10 - 2 = 8 mm.
작용 힘: $P = \sigma_y A = 400 \times 10 = 4000$ N.
비탄성 에너지(소성 직사각형 면적): U_비탄성 = P × _소성 = 4000 × 8 = 32,000 N·mm.
검산: 총 일 = 탄성삼각형 $\frac{1}{2} \times 4000 \times 2 = 4000$ + 소성직사각형 $4000 \times 8 = 32{,}000$ = 36,000 N·mm.
하중 제거 시 회복되는 탄성에너지 = $\frac{1}{2} \times 4000 \times 2 = 4000$ N·mm. 따라서 소산 = 36,000 − 4000 = 32,000 N·mm로 일치한다.

선지 판단

① 32,000 → O. 소성 신장량 8mm에 항복하중 4000 N을 곱한 이력 면적 $4000 \times 8 = 32{,}000$ N·mm으로 정답이다.
② 34,000 → X. 어떤 단계의 면적 조합으로도 나오지 않는 값으로, 탄성·소성 면적 계산을 잘못 더했을 때 빠지는 함정값이다.
③ 36,000 → X. 이는 하중을 가하는 동안 한 "총 일"(탄성 4000 + 소성 32,000)로, 회복되는 탄성에너지 4000 N·mm를 빼지 않은 값이다. 문제는 회복분을 뺀 비탄성 에너지를 물으므로 오답이다.
④ 38,000 → X. 소성 신장량을 8mm가 아니라 총 신장량 10mm(거리 ×힘 $4000 \times 10 = 40{,}000$ 근처)로 착각하거나 면적을 과다 계산했을 때 나오는 함정값이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 ③ 36,000을 고르는 것이다. 36,000은 "늘리는 데 든 총 일"이지 "소산된 비탄성 에너지"가 아니다. 하중을 제거하면 탄성 변형 2mm가 원래 기울기를 따라 회복되면서 탄성에너지 4000 N·mm가 되돌아오므로, 영구히 사라지는 에너지는 36,000에서 4000을 뺀 32,000이다. 또 항복 신장량 δ_y을 빼지 않고 총 10mm로 직사각형을 계산해 ④로 가는 실수도 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

완전 탄소성 + "하중 제거 후" + "비탄성/소산/영구 에너지"라는 키워드가 보이면, 곧바로 소성 구간 직사각형 면적만 구하면 된다: U_비탄성 = _y A × (δ - _y). 탄성삼각형은 회복되어 사라지므로 계산에서 제외한다.
반대로 "총 일"이나 "흡수한 에너지"를 물으면 탄성삼각형까지 포함(=36,000)해야 한다 — 묻는 대상이 회복 포함인지 아닌지를 먼저 확정한다.

NoteBase

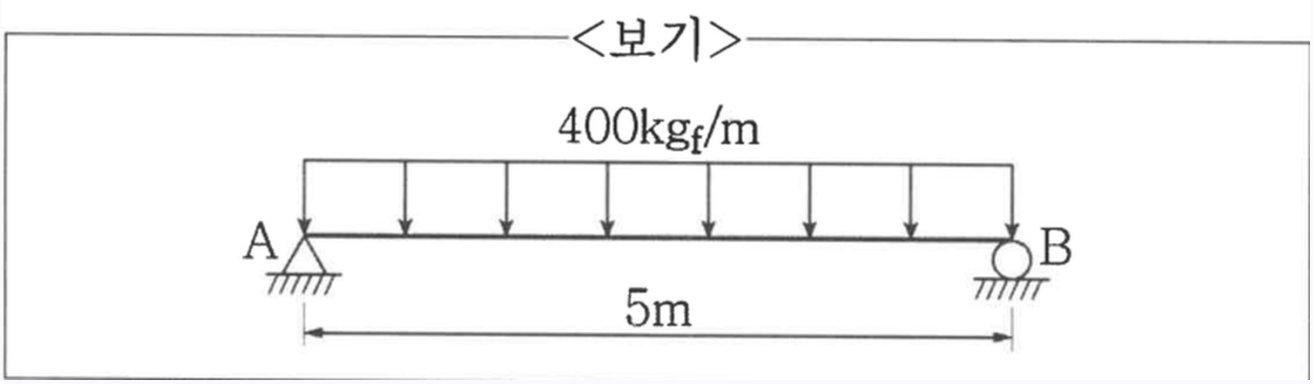
암기 포인트

비탄성 에너지 = 이력곡선 면적 = 소성 직사각형 = 항복하중 × 소성신장량. 이 문제 숫자:
$\varepsilon_y = 400/200{,}000 = 0.002$, $\delta_y = 2$ mm, 소성신장 $= 10 - 2 = 8$ mm, $P = 400 \times 10 = 4000$ N → 비탄성 $4000 \times 8 = 32{,}000$, 총 일 36,000, 회복 탄성 4000. "비탄성=총일−회복탄성"을 한 묶음으로 외운다.

NoteBase

문 7. <보기>와 같은 $b \times h$인 직사각형 단면의 단순보가 자중을 포함하여 등분포하중 400kgf/m를 받을 경우 단면의 최소 치수[cm]는? (단, 허용휨응력 σ_a는 12kgf/cm^{2}이고, $\frac{h}{b} = 2$이다.)

<보기>



① b[cm]: 10, h[cm]: 20

② b[cm]: 15, h[cm]: 30

③ b[cm]: 20, h[cm]: 40

④ b[cm]: 25, h[cm]: 50

정답 4번

출제 포인트

단순보가 받는 등분포하중으로 생기는 최대 휨모멘트를 구하고, 허용휨응력을 넘지 않도록 단면계수를 확보하는 단면 설계 문제다. 직사각형 단면계수 $Z = \frac{bh^2}{6}$와 휨응력 식 $\sigma = \frac{M}{Z}$을 연결할 수 있는지를 본다. h/b 비가 주어져 미지수를 하나로 줄이는 것이 핵심이다.

조건 정리

단순보, 경간 $L = 5\text{m}$, 자중 포함 등분포하중 $w = 400\text{kgf/m}$, 허용휨응력 $\sigma_a = 12\text{kgf/cm}^2$, 단면비 $\frac{h}{b} = 2$ 즉 $h = 2b$. 단위는 cm 기준으로 맞춘다(1m = 100cm).

사용할 공식

단순보 등분포하중 최대 휨모멘트: $M_{max} = \frac{wL^2}{8}$ (보 중앙).
직사각형 단면계수: $Z = \frac{bh^2}{6}$.
휨응력 조건: $\sigma = \frac{M_{max}}{Z} \le \sigma_a$.

NoteBase

계산 과정

최대 휨모멘트: $M_{max}=\frac{wL^2}{8}=\frac{400\times5^2}{8}=1250\text{kg}_\text{f}\cdot\text{m}$. cm로 환산하면 $1250\times100=125000\text{kg}_\text{f}\cdot\text{cm}$.
필요 단면계수: $Z\geq\frac{M_{max}}{\sigma_a}=\frac{125000}{12}\approx10417\text{cm}^3$.
$h=2b$를 단면계수에 대입: $Z=\frac{b(2b)^2}{6}=\frac{4b^3}{6}=\frac{2b^3}{3}$.
(2b^3)/(3)≥10417에서 b^3≥15625, 따라서 b≥25 cm, h=2b≥50 cm.
최소 치수는 b=25cm, h=50cm다.

선지 판단

① b=10, h=20 → X. $Z=\frac{10\times20^2}{6}\approx667\text{cm}^3$, $\sigma=\frac{125000}{667}\approx187.5\text{kg}_\text{f}/\text{cm}^2$로 허용치(12)를 크게 초과.
② b=15, h=30 → X. $Z=2250\text{cm}^3$, $\sigma\approx55.6\text{kg}_\text{f}/\text{cm}^2$로 초과.
③ b=20, h=40 → X. $Z\approx5333\text{cm}^3$, $\sigma\approx23.4\text{kg}_\text{f}/\text{cm}^2$로 여전히 초과.
④ b=25, h=50 → O. $Z=\frac{25\times50^2}{6}\approx10417\text{cm}^3$, $\sigma=\frac{125000}{10417}=12.0\text{kg}_\text{f}/\text{cm}^2$로 허용휨응력과 정확히 일치하므로 만족하는 최소 단면.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 단위 환산이다. 모멘트를 $1250\text{kg}_\text{f}\cdot\text{m}$ 그대로 두고 응력(cm 단위)에 나누면 자릿수가 100배 어긋난다. 또 단면계수에 h를 b로 바꾸지 않고 b, h를 따로 둔 채 b만 구하려 하면 식이 풀리지 않는다. $h=2b$를 먼저 대입해 미지수를 b 하나로 줄여야 한다. '최소 치수'를 묻고 있으므로 응력이 허용치 이하인 가장 작은 단면(④)을 골라야 하며, 더 큰 단면을 답으로 착각하지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

단순보 등분포하중 단면 설계가 보이면 순서를 고정한다. (1) $M_{max}=\frac{wL^2}{8}$ 계산, (2) 단위를 응력 단위(cm)에 맞춰 환산, (3) 필요 $Z=\frac{M_{max}}{\sigma_a}$ 산출, (4) h/b 비를 $Z=\frac{bh^2}{6}$에 대입해 b 결정. 보기 값이 b가 2배씩 커지는 형태(10·15·20·25)면 응력이 허용치와 딱 맞는 항을 찾는 문제일 확률이 높다.

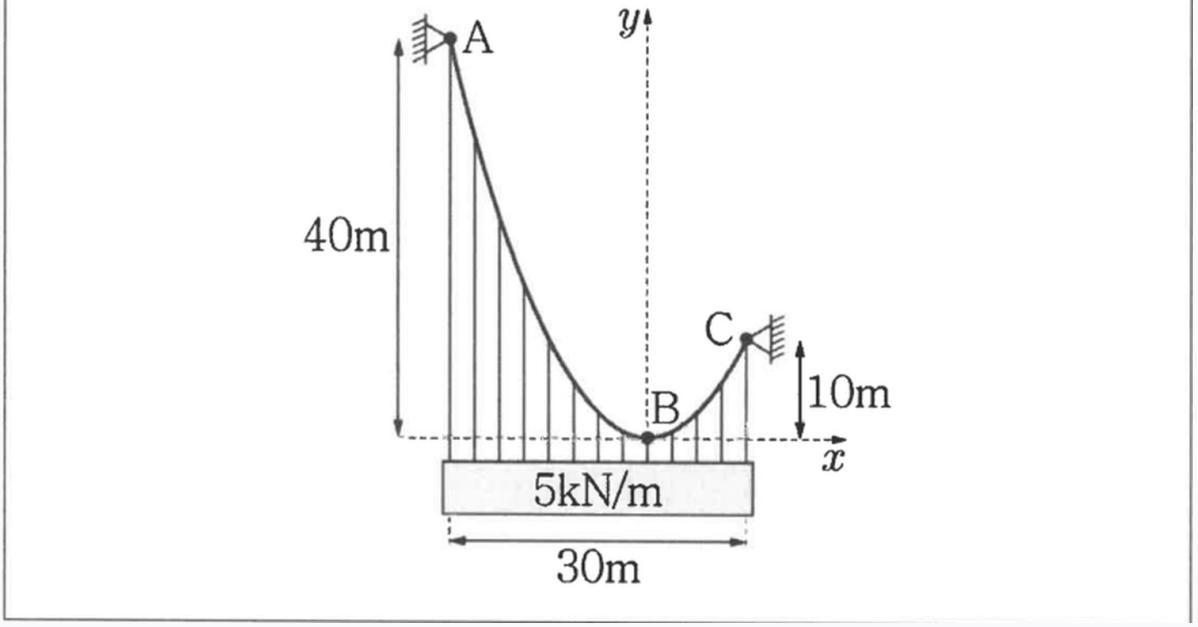
암기 포인트

단순보+등분포하중 최대 모멘트는 중앙에서 $\frac{wL^2}{8}$(집중하중이면 $\frac{PL}{4}$). 직사각형 단면계수는 $Z=\frac{bh^2}{6}$이고 h가 응력에 제곱으로 기여하므로 춤(h)을 키우는 것이 폭(b)보다 휨에 훨씬 유리하다. 설계식은 $\sigma=\frac{M}{Z}\leq\sigma_a$.

NoteBase

문 8. <보기>와 같이 케이블이 5kN/m의 자중을 가진 거더를 지지하고 있다. 점 B에서 케이블 장력 T의 크기 [kN]는? (단, 케이블의 자중은 무시한다.)

<보기>



① 25

② 30

③ 35

④ 40

정답 1번

출제 포인트

등분포하중을 받는 케이블(현수선이 아니라 포물선)의 장력을 묻는 문제다. 핵심은 '케이블의 최저점에서는 케이블이 수평이므로 그 점의 장력은 수평분력 H 와 같다'는 사실이다. 여기서 B 가 최저점이므로 B 의 장력 = H 이고, 따라서 양 지지점 높이 차를 이용해 H 만 구하면 곧바로 답이 된다.

조건 정리

등분포하중 w = 5kN/m (거더 자중), 전체 수평경간 30m. 최저점 B 를 원점으로 두면, 왼쪽 지지점 A 의 높이는 40m, 오른쪽 지지점 C 의 높이는 10m. 케이블 자중은 무시한다. 구하는 값은 최저점 B 에서의 장력 T.

NoteBase

사용할 공식

최저점에서 측정한 수평거리 x 에 대한 포물선 케이블 식: $y = \frac{wx^2}{2H}$ 최저점에서는 케이블 기울기가 0 이므로 그 점의 장력은 수평분력과 같다: $T_B = H$.

계산 과정

최저점 B 에서 A 까지의 수평거리를 a, B 에서 C 까지를 b 라 하면 $a + b = 30$. 두 지지점 높이에 같은 식을 적용한다. $40 = \frac{wa^2}{2H}$, $10 = \frac{wb^2}{2H}$ 두 식을 나누면 $\frac{a^2}{b^2} = \frac{40}{10} = 4$ 이므로 $\frac{a}{b} = 2$, 즉 $a = 2b$. $a + b = 30$ 에 넣으면 $b = 10\text{m}$, $a = 20\text{m}$. 이제 A 쪽 식으로 H 를 구한다. $H = \frac{wa^2}{2 \times 40} = \frac{5 \times 20^2}{80} = \frac{2000}{80} = 25\text{kN}$ (C 쪽으로 검산해도 $H = \frac{5 \times 10^2}{2 \times 10} = 25\text{kN}$ 으로 일치한다.) 따라서 $T_B = H = 25\text{kN}$.

선지 판단

① 25 → O. 최저점 B 의 장력은 수평분력 H 와 같고, 높이비(40:10=4:1)로 $a = 20\text{m}$, $b = 10\text{m}$ 를 얻어 $H = 25\text{kN}$ 이므로 정답.
② 30 → X. 30은 전체 경간 값일 뿐 장력과 무관하다. 경간을 단순히 절반(15m)으로 나눠 대입하면 나오는 함정 값에 가깝다.
③ 35 → X. 어떤 올바른 식에서도 나오지 않는 값으로, 높이 차(40-10=30)나 평균을 잘못 조합한 오류 값이다.
④ 40 → X. 40은 A 점 높이 y_A 자체이며 장력이 아니다. 높이 값을 그대로 답으로 고른 함정이다.

오답 포인트

B 가 최저점이라는 점을 놓치고 임의의 점으로 보면 장력에 연직분력까지 더해 잘못 계산하게 된다. 또 좌우 지지점 높이가 다른데도 최저점이 경간 한가운데 있다고 가정해 $a = b = 15\text{m}$ 로 풀면 H 가 틀린다. 높이비를 먼저 써서 최저점 위치 $a : b = 2 : 1$ 을 잡는 것이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

등분포하중 케이블에서 '최저점 장력'을 물으면 곧바로 $T = H$(수평분력) 이다. 좌우 높이가 다르면 $y = \frac{wx^2}{2H}$ 를 양쪽에 세워 높이의 제곱근 비로 최저점까지의 수평거리를 나눠 구한 뒤, 한쪽 식에 대입해 H 를 계산하면 된다. 지지점에서의 장력을 물으면 그때는 $T = \sqrt{H^2 + V^2}$ 로 연직분력까지 더해야 함을 구분한다.

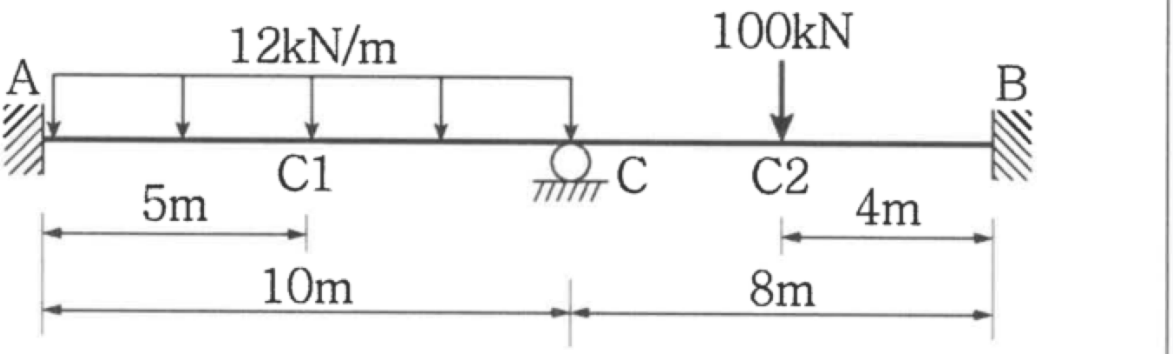
암기 포인트

포물선 케이블 최저점 장력 = 수평분력 H. 높이비가 $y_A : y_C$ 이면 최저점까지 수평거리비는 $\sqrt{y_A} : \sqrt{y_C}$. 이 문제는 40:10 → 거리비 2:1 → $a = 20$, $b = 10$ → $H = \frac{wa^2}{2y_A} = 25\text{kN}$.

NoteBase

문 9. <보기>와 같이 2경간 탄성보에 등분포하중과 집중하중을 각각 재하했을 때, C1점과 C2점의 정모멘트 크기의 차이[kN · m]는? (단, 휨강성 *EI*는 일정하고, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 25

② 50

③ 75

④ 100

정답 2번

출제 포인트

C점에 내부 힌지(원)와 지점이 함께 있는 게르버보(Gerber beam)다. 힌지에서는 휨모멘트가 0이므로, 보가 C를 경계로 좌우 두 개의 독립된 보로 분리된다는 점이 핵심이다. 분리하면 좌측은 A(고정)-C(지점), 우측은 C(지점)-B(고정)인 두 개의 1차 부정정 보(프롭 캔틸레버, 한쪽 고정·한쪽 단순지점)가 된다. 각 보에서 C1, C2의 정(+, 처짐쪽)모멘트를 구해 그 크기의 차를 묻는 문제다.

조건 정리

좌측 보(A~C): 길이 $L_1 = 10\text{m}$, 등분포하중 $w = 12\text{kN/m}$ 전구간 작용, C1은 A에서 5m(중앙). 우측 보(C~B): 길이 $L_2 = 8\text{m}$, 집중하중 $P = 100\text{kN}$이 C2에 작용하며 C2는 B에서 4m·C에서 4m(중앙). 양단 A, B는 고정, C는 내부 힌지가 있는 지점이라 $M_C = 0$.

사용할 공식

프롭 캔틸레버(한 끝 고정, 다른 끝 단순지점)의 단순지점 반력. 등분포하중일 때 단순지점 반력 $R = \frac{3wL}{8}$.
집중하중이 단순지점에서 거리 a(고정단에서 거리 $d = L - a$)에 있을 때 단순지점 반력은 캔틸레버 처짐 적합조건 $\frac{RL^3}{3EI} = \frac{Pd^2(3L-d)}{6EI}$에서 $R = \frac{Pd^2(3L-d)}{2L^3}$. 임의점 휨모멘트는 단순지점 반력으로부터 M = R · (지점에서 거리) - (그 사이 하중모멘트).

NoteBase

계산 과정

좌측 보(프롭 캔틸레버, UDL): C의 단순지점 반력 $R_C = \frac{3wL_1}{8} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 10}{8} = 45\text{kN}$, A의 반력 $R_A = \frac{5wL_1}{8} = 75\text{kN}$, 고정단 모멘트 $\frac{wL_1^2}{8} = 150\text{kN·m}$. C1(A에서 5m) 휨모멘트
$M_{C1} = R_A \cdot 5 - \frac{wL_1^2}{8} - \frac{w \cdot 5^2}{2} = 375 - 150 - 150 = 75\text{kN·m}$. 우측 보(프롭 캔틸레버, 중앙 집중하중): $d = 4$이므로 $R_C = \frac{100 \cdot 4^2(3 \cdot 8 - 4)}{2 \cdot 8^3} = \frac{100 \cdot 16 \cdot 20}{1024} = 31.25\text{kN}$. C2(C에서 4m, 하중점) 휨모멘트
$M_{C2} = R_C \cdot 4 = 31.25 \cdot 4 = 125\text{kN·m}$. 따라서 두 정모멘트 크기의 차
$|M_{C2}| - |M_{C1}| = 125 - 75 = 50\text{kN·m}$.

선지 판단

① 25: X. C1과 C2 모멘트를 잘못 구했을 때 나오는 함정값 → 올바른 차는 50.
② 50: O. $M_{C1} = 75$, $M_{C2} = 125$이므로 차이는 $125 - 75 = 50\text{kN·m}$로 정답.
③ 75: X. 이는 M_{C1} 값 자체(75)이지 두 점의 차가 아니다.
④ 100: X. 두 보를 단순보로 잘못 보거나 차를 잘못 계산했을 때 나오는 값 → 게르버보는 프롭 캔틸레버로 풀어야 한다.

오답 포인트

C의 내부 힌지를 무시하고 양단 고정 1경간 보로 풀면 부정정 차수와 모멘트 분포가 완전히 달라진다. 또 좌·우를 단순보로 보아 $M_{C1} = \frac{wL_1^2}{8} = 150$, $M_{C2} = \frac{PL_2}{4} = 200$으로 계산하면 차가 50이 되어 우연히 답이 맞는 것처럼 보이나, 이는 고정단 효과를 무시한 잘못된 풀이다(반드시 프롭 캔틸레버로 풀 것). C1이 좌측 보의 처짐 최대점(고정단에서 5/8 L=6.25m)이 아니라 중앙 5m임에 주의.

다시 나오면 이렇게 판단

보 중간에 원(내부 힌지) 표시가 보이면 $M = 0$인 점을 기준으로 보를 끊어 두 개의 보로 분리한다. 힌지가 지점과 함께 있으면 각 조각은 한쪽 고정·한쪽 단순지점의 프롭 캔틸레버가 된다. UDL이면 단순지점 반력 $3wL/8$, 집중하중이면 적합조건으로 반력을 구한 뒤 그 반력으로 임의점 모멘트를 계산하면 된다.

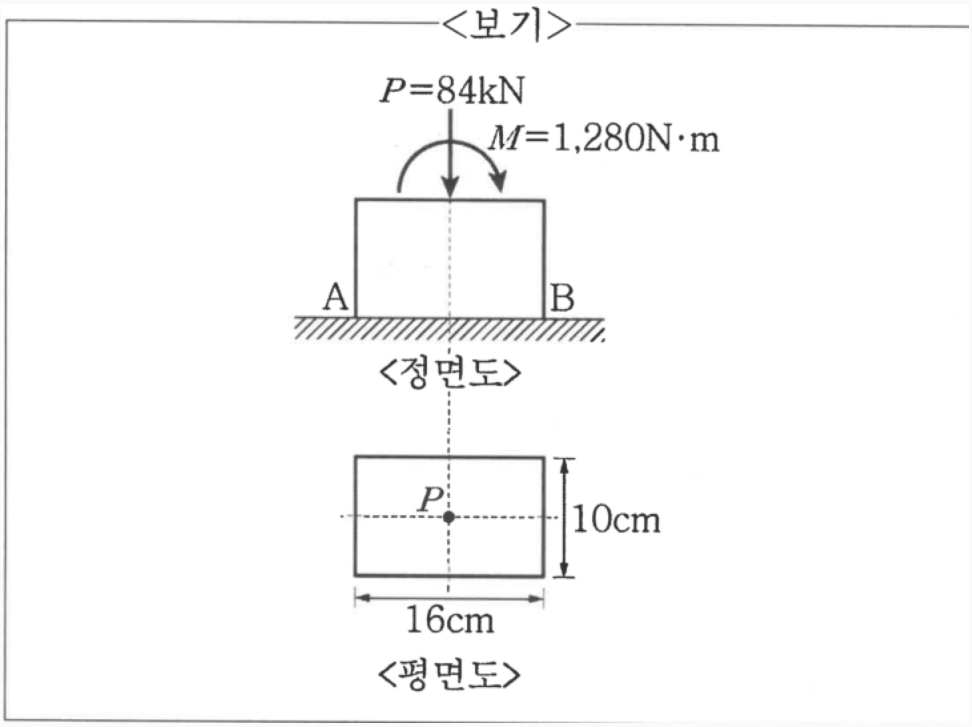
암기 포인트

프롭 캔틸레버 단순지점 반력: 전구간 UDL → $\frac{3wL}{8}$, 고정단 모멘트 $\frac{wL^2}{8}$. 중앙 집중하중 → 단순지점 반력 $\frac{5P}{16}$ (여기서 $d = L/2$ 대입 시 $\frac{P \cdot (L/2)^2(3L - L/2)}{2L^3} = \frac{5P}{16}$, $100 \cdot 5/16 = 31.25$). 내부 힌지 = 모멘트 0인 절단점.

NoteBase

문 10. <보기>와 같은 단주에 하중 P와 휨모멘트 M이 작용할 때, 기둥의 최대(σ_B), 최소(σ_A) 압축응력[MPa]은? (단, 자중은 무시한다.)

<보기>



① σ_A[MPa]: -5.22, σ_B[MPa]: -5.28

② σ_A[MPa]: -5.2, σ_B[MPa]: -5.3

③ σ_A[MPa]: -2.25, σ_B[MPa]: -8.25

④ σ_A[MPa]: -2.1, σ_B[MPa]: -10.05

정답 3번

출제 포인트

축방향 압축하중 P와 휨모멘트 M이 동시에 작용하는 단주(short column)의 조합응력(편심하중) 문제이다. 한 단면의 양 끝(A, B)에서 응력은 축응력 $\frac{P}{A}$에 휨응력 $\frac{M}{Z}$을 더하거나 빼서 구한다. 휨응력이 더해지는 쪽이 최대(절댓값), 빼지는 쪽이 최소가 된다.

조건 정리

압축하중 P=84 kN=84,000 N / 휨모멘트 M=1,280 N·m / 단면 폭(A~B 방향)=16cm=0.16m, 높이=10cm=0.10m / 자중 무시. A는 휨응력이 빼지는 쪽(최소 압축), B는 휨응력이 더해지는 쪽(최대 압축). 압축이므로 모두 음(−) 부호.

NoteBase

사용할 공식

단면적 $A = bh$ / 단면계수(A~B 방향이 휨의 깊이) $Z = \frac{hb^2}{6}$ (여기서 b=0.16m가 휨방향 치수, h=0.10m가 두께) / 양 끝 응력 $\sigma = -\frac{P}{A} \pm \frac{M}{Z}$

계산 과정

축응력: $\frac{P}{A} = \frac{84{,}000}{0.16 \times 0.10} = \frac{84{,}000}{0.016} = 5{,}250{,}000\text{Pa} = 5.25\text{MPa}$
단면계수: $Z = \frac{0.10 \times 0.16^2}{6} = 4.267 \times 10^{-4}\text{m}^3$
휨응력: $\frac{M}{Z} = \frac{1{,}280}{4.267 \times 10^{-4}} = 3.0 \times 10^6\text{Pa} = 3.0\text{MPa}$
최소(A): $\sigma_A = -(5.25 - 3.0) = -2.25\text{MPa}$
최대(B): $\sigma_B = -(5.25 + 3.0) = -8.25\text{MPa}$

선지 판단

① σ_A=−5.22, σ_B=−5.28 → X: 휨모멘트를 거의 무시한 듯 두 값이 5.25 부근에 몰려 있어 틀림. 올바른 값은 −2.25와 −8.25.
② σ_A=−5.2, σ_B=−5.3 → X: 역시 휨응력 ±3.0 MPa를 반영하지 못함.
③ σ_A=−2.25, σ_B=−8.25 → O: $\sigma = -\frac{P}{A} \pm \frac{M}{Z} = -5.25 \pm 3.0$ 으로 정확히 일치.
④ σ_A=−2.1, σ_B=−10.05 → X: 단면계수를 $Z = \frac{bh^2}{6}$(휨깊이를 10cm로 잘못 잡음)로 계산해 휨응력 4.8 MPa가 나온 오답. 휨은 A~B(16cm) 방향이므로 깊이는 16cm이다.

오답 포인트

휨의 방향(중립축)을 잘못 잡는 것이 가장 큰 함정이다. A와 B는 16cm 떨어진 양 끝이므로 휨응력 차이는 16cm 방향에서 생기고, 단면계수는 $Z = \frac{hb^2}{6}$(b=16cm가 깊이)로 잡아야 한다. 10cm를 깊이로 잘못 쓰면 ④번 함정에 빠진다. 또 부호를 빠뜨려 절댓값만 쓰면 안 되며, 압축이므로 두 값 모두 음수다.

다시 나오면 이렇게 판단

단주 편심하중 문제는 항상 $\sigma = -\frac{P}{A} \pm \frac{M}{Z}$ 한 식으로 끝난다. 먼저 축응력 P/A를 구하고, 휨모멘트가 어느 방향으로 단면을 휘게 하는지(응력차가 생기는 끝점이 어디인지) 확인해 그 방향 치수를 단면계수의 깊이로 잡는다. 두 끝점 값을 더하면 $2 \times \frac{P}{A}$, 빼면 $2 \times \frac{M}{Z}$ 이 되는지로 검산할 수 있다(−2.25와 −8.25의 합=−10.5=2×−5.25, 차=6.0=2×3.0).

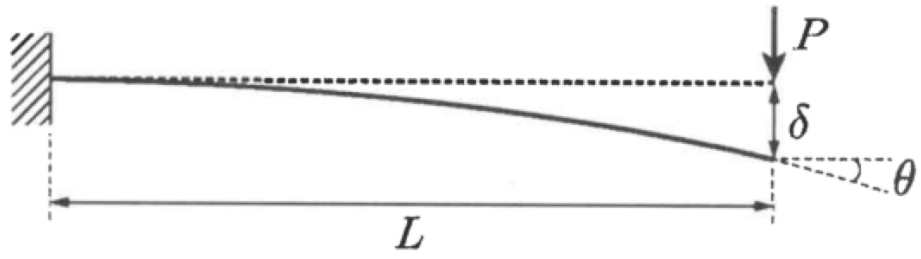
암기 포인트

조합응력 핵심식: $\sigma_{\max,\,\min} = -\frac{P}{A} \pm \frac{M}{Z}$. 단면계수 Z=(두께)×(휨깊이)^26, 휨깊이는 응력차가 생기는 방향(이 문제는 A~B 16cm). 축응력 5.25 MPa, 휨응력 3.0 MPa → 최소 −2.25, 최대 −8.25.

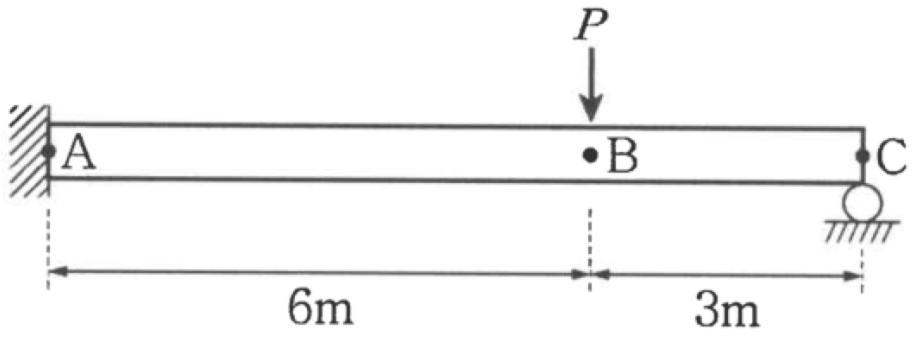
NoteBase

문 11. <보기 1>과 같이 집중하중을 받는 캔틸레버 보의 단부 처짐 δ와 처짐각 θ가 각각 $\frac{PL^3}{3EI}$, $\frac{PL^2}{2EI}$일 때, <보기 2>에 제시된 부정정 보의 지점 C에서의 반력은? (단, 자중은 무시한다.)

<보기 1>



<보기 2>



① $\frac{11}{27}P$

② $\frac{14}{27}P$

③ $\frac{17}{27}P$

④ $\frac{20}{27}P$

정답 2번

출제 포인트

1차 부정정 보(고정-이동지점 = 받침 캔틸레버)의 지점 반력을 구하는 문제다. 핵심은 〈보기 1〉에서 준 캔틸레버 처짐 공식 $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$와 처짐각 $\theta = \frac{PL^2}{2EI}$를 그대로 가져다, 이동지점 C를 잉여력(미지반력)으로 잡는 변형일치법(처짐 = 0 조건)으로 푸는 것이다.

조건 정리

A는 고정단, C는 이동지점(롤러). 전체 길이 9m이고 하중 P는 B에 작용하며 A에서 6m, C에서 3m 떨어져 있다. 구하는 값은 C의 연직반력 R_C. EI는 일정, 자중은 무시.

NoteBase

사용할 공식

C의 롤러를 제거해 A고정-자유단 캔틸레버(길이 9)로 만든 뒤, 자유단 C의 처짐이 0이 되도록 한다.
하중 위치 B의 처짐 $\delta_B = \frac{PL_{AB}^3}{3EI}$와 처짐각 $\theta_B = \frac{PL_{AB}^2}{2EI}$를 구한 뒤, B 바깥 구간은 하중이 없어 직선이므로
$\delta_C = \delta_B + \theta_B \cdot L_{BC}$.
끝하중에 의한 자유단 처짐: δ=(힘) L^33EI.

계산 과정

(1) P에 의한 C의 처짐: $L_{AB} = 6$이므로 $\delta_B = \frac{P \cdot 6^3}{3EI} = \frac{72P}{EI}$, $\theta_B = \frac{P \cdot 6^2}{2EI} = \frac{18P}{EI}$.
B 바깥 $L_{BC} = 3$ 구간은 직선이므로 $\delta_C^{(P)} = \frac{72P}{EI} + \frac{18P}{EI} \times 3 = \frac{126P}{EI}$ (아래로).
(2) 잉여력 R_C(위로)가 자유단 C(길이 9)에 작용할 때: $\delta_C^{(R)} = \frac{R_C \cdot 9^3}{3EI} = \frac{243R_C}{EI}$ (위로).
(3) 변형일치 조건 $\delta_C^{(P)} = \delta_C^{(R)}$: $\frac{126P}{EI} = \frac{243R_C}{EI} \Rightarrow R_C = \frac{126}{243}P = \frac{14}{27}P$.

선지 판단

① $\frac{11}{27}P$: X. 분모 243, 분자 126을 약분하면 14/27이며 11/27이 되는 계산은 없다.
② $\frac{14}{27}P$: O. $R_C = \frac{126}{243}P = \frac{14}{27}P$로 정확히 일치한다.
③ $\frac{17}{27}P$: X. 하중 위치를 C쪽으로 잘못 보거나 $\theta_B \cdot L_{BC}$ 항을 과대 계산하면 나오는 오답 방향.
④ $\frac{20}{27}P$: X. B에서의 직선 외삽($\theta_B \times 3$) 항을 빠뜨리고 끝하중 공식만 쓰거나 길이를 혼동하면 커지는 오답.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 (가) B 바깥 BC 구간이 하중이 없어 θ_B 기울기로 직선이 된다는 사실을 놓치고 $\delta_C = \delta_B$로만 두는 것(처짐각 외삽 $\theta_B \times 3$을 빠뜨림), (나) 잉여력 R_C의 처짐을 구할 때 길이를 6이나 3이 아니라 전체 9로 써야 하는데 다른 길이를 넣는 것이다. C가 자유단(끝)이므로 R_C는 항상 길이 9의 끝하중으로 본다.

다시 나오면 이렇게 판단

받침 캔틸레버(고정+이동지점) 반력 문제는 이동지점을 잉여력으로 잡고 "그 점의 처짐 = 0"으로 푼다. 하중이 자유단보다 안쪽(여기선 B)에 있으면, 하중점까지의 처짐에 (하중점 처짐각)×(하중점에서 끝까지 거리)를 더해 끝 처짐을 만든다. 끝 반력의 처짐은 항상 전체 길이의 끝하중 공식 $\frac{RL^3}{3EI}$을 쓴다.

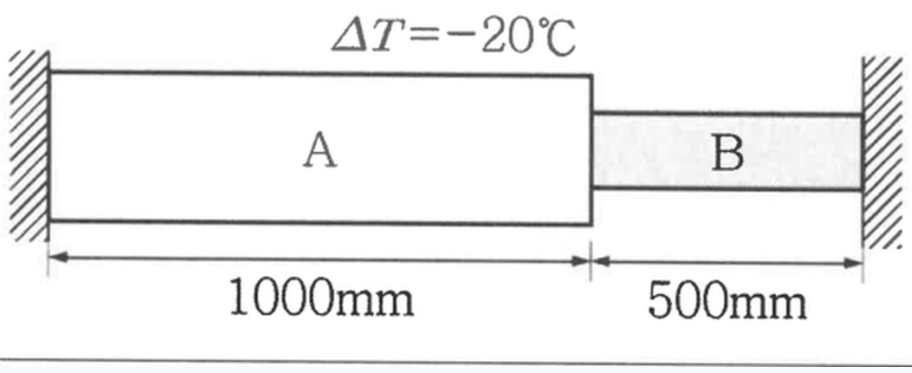
암기 포인트

끝하중 캔틸레버: 처짐 $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$, 처짐각 $\theta = \frac{PL^2}{2EI}$. 하중 없는 구간은 직선이라 _끝=_하중점+_하중점×(남은 거리). 이 문제 숫자: $\frac{72 + 18 \times 3}{243} = \frac{126}{243} = \frac{14}{27}$.

NoteBase

문 12. <보기>와 같이 단면적이 $1{,}000\text{mm}^2$인 A 부재와 단면적이 250mm^2인 B 부재는 연결되어 있으며, 양단은 단단히 고정되어 있다. 축방향 부재 A, B에 온도 변화 ΔT가 발생했을 때, A 부재에 작용하는 응력 [MPa]은? (단, A 부재의 탄성계수는 200,000MPa, B 부재의 탄성계수는 100,000MPa이고, A 부재의 열팽창계수는 $10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, B 부재의 열팽창계수는 $20 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$이며, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 16

② 32

③ 64

④ 96

정답 1번

출제 포인트

양단이 고정된 직렬 부재에 온도 변화가 생기면, 부재가 자유롭게 늘어나거나 줄어들지 못하기 때문에 내부에 축력(온도 응력)이 생긴다. 단면적과 길이, 탄성계수, 열팽창계수가 서로 다른 두 부재가 직렬로 연결된 경우 적합조건(전체 변형량 = 0)을 세워 풀어야 한다.

조건 정리

A 부재: 단면적 $A_A = 1{,}000\text{mm}^2$, 길이 $L_A = 1{,}000\text{mm}$, 탄성계수 $E_A = 200{,}000\text{MPa}$, 열팽창계수 $\alpha_A = 10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$. B 부재: 단면적 $A_B = 250\text{mm}^2$, 길이 $L_B = 500\text{mm}$, 탄성계수 $E_B = 100{,}000\text{MPa}$, 열팽창계수 $\alpha_B = 20 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$. 온도 변화 $\Delta T = -20^\circ\text{C}$(온도 하강 → 수축하려 함). 양단 고정이므로 전체 변형량은 0이다.

사용할 공식

적합조건(전체 변형 = 자유 온도변형 + 축력에 의한 변형 = 0): $\alpha_A \Delta T L_A + \alpha_B \Delta T L_B + \frac{P L_A}{E_A A_A} + \frac{P L_B}{E_B A_B} = 0$ 직렬 연결이므로 두 부재에 작용하는 축력 P는 동일하다. 응력은 $\sigma = \frac{P}{A}$로 구한다.

NoteBase

계산 과정

자유 온도변형(수축량): $\alpha_A \Delta T L_A = 10 \times 10^{-6} \times (-20) \times 1000 = -0.2\text{mm}$
$\alpha_B \Delta T L_B = 20 \times 10^{-6} \times (-20) \times 500 = -0.2\text{mm}$ 합 $= -0.4\text{mm}$ (즉 0.4mm 줄어들려 함). 축력에 대한 유연도: $\frac{L_A}{E_A A_A} = \frac{1000}{200000 \times 1000} = 5 \times 10^{-6}$ $\frac{L_B}{E_B A_B} = \frac{500}{100000 \times 250} = 20 \times 10^{-6}$ 합 $= 25 \times 10^{-6}\text{mm/N}$.
적합조건에서: $-0.4 + P \times 25 \times 10^{-6} = 0 \Rightarrow P = \frac{0.4}{25 \times 10^{-6}} = 16{,}000\text{N}$ 온도가 내려가 수축하려는 부재를 벽이 붙잡으므로 인장력이다. A 부재 응력: $\sigma_A = \frac{P}{A_A} = \frac{16{,}000}{1{,}000} = 16\text{MPa}$

선지 판단

① 16 → O. A 부재 응력 $\sigma_A = P/A_A = 16{,}000/1{,}000 = 16\text{MPa}$로 정답.
② 32 → X. 어느 단계 계산에도 나오지 않는 값으로, 길이나 단면비를 잘못 대입했을 때 나오는 함정.
③ 64 → X. 이는 B 부재의 응력 $\sigma_B = P/A_B = 16{,}000/250 = 64\text{MPa}$이다. 문제는 A 부재 응력을 물었으므로 부재를 혼동하면 틀린다.
④ 96 → X. 축력 P나 면적을 잘못 잡았을 때 나오는 과대값으로, 적합조건을 세우지 않고 임의로 계산하면 빠지는 함정.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 A를 물었는데 B 부재 응력 64 MPa(③)를 답하는 부재 혼동이다. 직렬 부재에서 축력 P는 같지만 응력은 단면적이 작은 B가 더 크다(면적 1/4 → 응력 4배). 또 온도 하강($\Delta T < 0$)이므로 수축을 막는 인장이 생기는데, 부호를 놓치면 압축으로 착각하기 쉽다. 응력의 크기는 부호와 무관하게 16 MPa이다.

다시 나오면 이렇게 판단

양단 고정 + 온도 변화 문제는 무조건 '전체 변형량 = 0' 적합조건으로 간다. 직렬이면 축력 P를 공통 미지수로 두고, 자유 온도변형($\alpha \Delta T L$의 합)과 축력에 의한 변형(PL/EA의 합)을 더해 0으로 놓는다. 응력을 물으면 마지막에 해당 부재의 면적으로 나눈다. A를 물었는지 B를 물었는지 발문에서 부재 이름을 반드시 다시 확인한다.

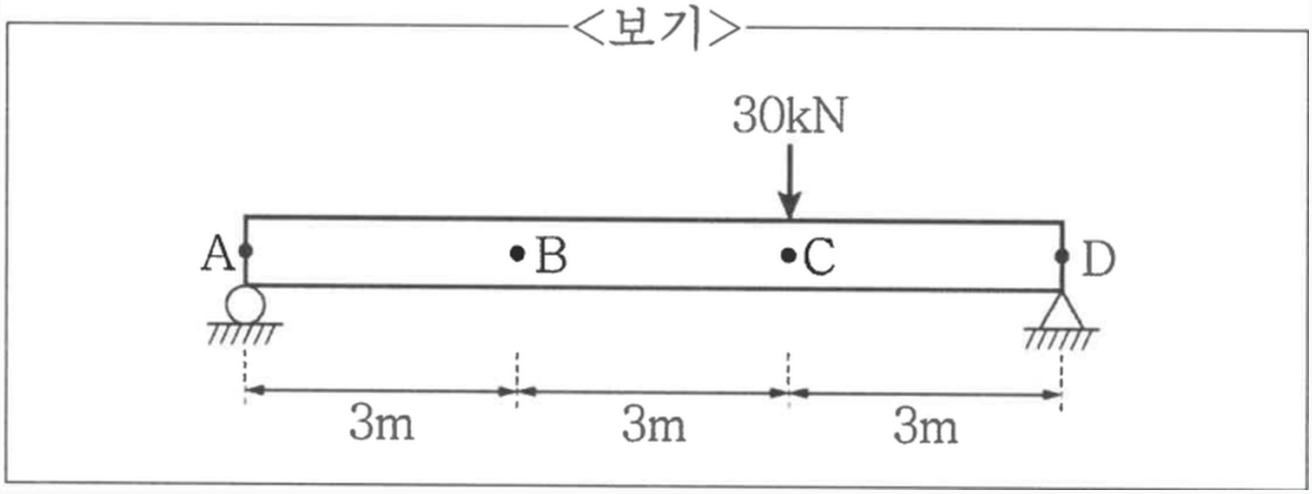
암기 포인트

양단 고정 온도응력 핵심식: $\sum \alpha \Delta T L + P \sum \frac{L}{EA} = 0$. 직렬이면 P 공통, 응력은 면적 작은 쪽이 크다. 온도 하강 → 인장, 온도 상승 → 압축. 본 문제 값: $P = 16{,}000\text{N}$, $\sigma_A = 16\text{MPa}$, $\sigma_B = 64\text{MPa}$.

NoteBase

문 13. <보기>와 같은 보에서 점 B의 처짐각[rad]은? (단, 보의 탄성계수는 200GPa, 단면2차모멘트는 $150 \times 10^6 \text{mm}^4$이고, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 0.0025

② 0.003

③ 0.0035

④ 0.004

정답 1번

출제 포인트

단순보에 집중하중이 작용할 때 특정 지점의 처짐각(회전각, slope)을 구하는 문제다. 핵심은 (1) 좌우 지점반력을 구하고, (2) 처짐각 공식을 하중점 왼쪽 구간에 적용하되 (3) 묻는 위치가 지점 A가 아니라 점 B(중간)라는 점을 놓치지 않는 것이다. 단위계(GPa,mm^4, kN, m)를 N·m로 통일하는 것도 점수를 가른다.

조건 정리

단순보 전체 경간 $L = 9\text{m}$ (A-B-C-D 각 3m). 집중하중 $P = 30\text{kN}$이 점 C(좌측 지점 A로부터 6m)에 작용. 점 B는 A로부터 3m 위치. 탄성계수 $E = 200\text{GPa} = 200 \times 10^9 \text{N/m}^2$, 단면2차모멘트 $I = 150 \times 10^6 \text{mm}^4 = 150 \times 10^{-6} \text{m}^4$. 따라서 $EI = 200 \times 10^9 \times 150 \times 10^{-6} = 3 \times 10^7 \text{N} \cdot \text{m}^2$. 자중은 무시.

사용할 공식

지점반력: $R_A = \frac{Pb}{L}$, $R_D = \frac{Pa}{L}$ (a=하중점~좌지점 거리, b=하중점~우지점 거리). 하중점 왼쪽 구간 ($0 \le x \le a$)의 처짐각: $\theta(x) = \frac{Pb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3x^2)$ 여기서 $a = 6\text{m}$, $b = 3\text{m}$, 점 B는 $x = 3\text{m}$이다.

NoteBase

계산 과정

반력: $R_A = \frac{30 \times 3}{9} = 10\text{kN}$, $R_D = \frac{30 \times 6}{9} = 20\text{kN}$.
점 B(x=3m)의 처짐각:
$\theta_B = \frac{Pb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3x^2) = \frac{30 \times 10^3 \times 3}{6 \times 9 \times 3 \times 10^7}(9^2 - 3^2 - 3 \times 3^2)$
괄호 안: $81 - 9 - 27 = 45$.
앞 계수: $\frac{90{,}000}{1.62 \times 10^9} = 5.555 \times 10^{-5}$.
$\theta_B = 5.555 \times 10^{-5} \times 45 = 2.5 \times 10^{-3} = 0.0025\text{rad}$
(처짐각의 크기) 따라서 $\theta_B = 0.0025\text{rad}$.

선지 판단

① 0.0025 → O. 점 B(x=3m)에 처짐각 공식을 정확히 적용한 값으로 정답.
② 0.003 → X. 어느 정형 계산과도 맞지 않는 함정 값(올림·계수 오류 유도).
③ 0.0035 → X. 마찬가지로 정형 계산값이 아니다.
④ 0.004 → X. 이는 점 B가 아니라 지점 A(x=0)의 처짐각 $\theta_A = \frac{Pb}{6LEI}(L^2 - b^2) = \frac{90{,}000}{1.62 \times 10^9} \times 72 = 0.004\text{rad}$ 이다. 묻는 위치를 A로 착각하면 빠지는 대표 함정.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 ④처럼 "점 B"를 지점 A로 착각해 x=0을 대입하는 것이다(이러면 0.004가 나옴). 또 하나는 a와 b를 뒤바꾸는 것 — 하중이 C(우측에 가까움)에 있으므로 좌지점 기준 a=6, b=3이고, 왼쪽 구간 공식에는 b(=3)가 들어간다. 단위 변환에서 I를mm^4 그대로 두거나 GPa를 Pa로 바꾸지 않으면 자릿수가 완전히 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

단순보+집중하중에서 처짐각을 물으면 (1) 먼저 묻는 지점이 '지점'인지 '경간 중간점'인지 확인하고, (2) 반력을 Pb/L, Pa/L로 구한 뒤, (3) 묻는 점이 하중점 왼쪽이면 $\theta = \frac{Pb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3x^2)$에 그 점의 x를 그대로 대입한다. 보기 값 중 하나가 'x=0(지점)일 때 값'인 경우가 많으니, 그 값을 답으로 고르지 않도록 위치를 끝까지 확인한다.

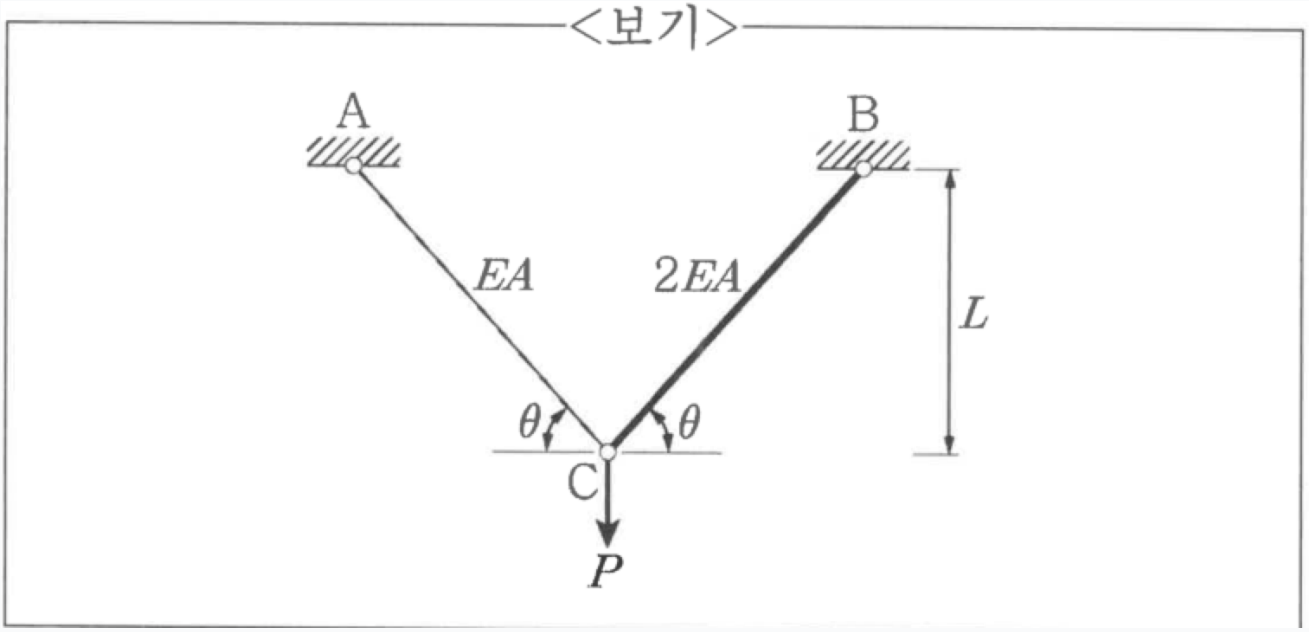
암기 포인트

단순보 집중하중 처짐각(왼쪽 구간): $\theta(x) = \frac{Pb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3x^2)$. 지점 A의 처짐각은 $x = 0$ 대입해 $\theta_A = \frac{Pb}{6LEI}(L^2 - b^2)$. 단위는 항상 N·m로: $200\text{GPa} = 200 \times 10^9\text{N/m}^2$,
$150 \times 10^6\text{mm}^4 = 150 \times 10^{-6}\text{m}^4$, $EI = 3 \times 10^7\text{N} \cdot \text{m}^2$.

NoteBase

문 14. <보기>와 같은 트러스에서 C점의 수직처짐은? (단, 부재 AC의 축강성은 EA, 부재 BC의 축강성은 $2EA$이고, 자중은 무시한다.)

<보기>



① $\frac{PL}{2EA\sin^3\theta}$
② $\frac{3PL}{8EA\sin^3\theta}$
③ $\frac{9PL}{16EA\sin^3\theta}$
④ $\frac{PL}{EA\sin^3\theta}$

정답 2번

출제 포인트

두 부재가 한 점 C에서 만나 수직하중 P를 받는 정정 트러스의 절점 처짐을 구하는 문제이다. 핵심은 두 가지다. 첫째, 부재력은 절점 평형으로 먼저 구한다. 둘째, 수직처짐은 단위하중법(가상일법)으로 $\delta = \sum \frac{NnL_{member}}{EA}$를 쓰되, 두 부재의 축강성이 EA와 2EA로 다르다는 점을 빠뜨리지 않는 것이다.

조건 정리

부재 AC의 축강성 = EA, 부재 BC의 축강성 = 2EA. 두 부재 모두 C에서 같은 각 θ를 이루며, 각 부재의 연직 투영 높이가 L이다. 따라서 각 부재의 길이는 $L_{member} = \frac{L}{\sin\theta}$이다. C에는 연직 하중 P가 아래로 작용하고 자중은 무시한다. 구하는 값은 C점의 연직처짐이다.

NoteBase

사용할 공식

절점 평형: 두 부재의 연직 분력 합이 P와 같다 → $2N\sin\theta = P$. 단위하중법(가상일): 연직처짐 $\delta = \sum \frac{NnL_{member}}{EA}$. 여기서 N은 실제 부재력, n은 C에 연직 단위하중(=1)을 걸었을 때의 부재력이며, 하중 형태가 같으므로 n은 N에서 P 대신 1을 넣은 값이다.

계산 과정

부재력: 좌우 대칭 기하로 두 부재력이 같고 $2N\sin\theta = P \rightarrow N_{AC} = N_{BC} = \frac{P}{2\sin\theta}$ (인장). 단위 연직하중일 때 $n_{AC} = n_{BC} = \frac{1}{2\sin\theta}$. 부재 길이 $L_{member} = \frac{L}{\sin\theta}$. AC 기여(축강성 EA): $\frac{NnL_{member}}{EA} = \frac{1}{EA} \cdot \frac{P}{2\sin\theta} \cdot \frac{1}{2\sin\theta} \cdot \frac{L}{\sin\theta} = \frac{PL}{4EA\sin^3\theta}$. BC 기여(축강성 2EA, 그래서 절반): $\frac{PL}{8EA\sin^3\theta}$. 합: $\delta = \frac{PL}{4EA\sin^3\theta} + \frac{PL}{8EA\sin^3\theta} = \frac{3PL}{8EA\sin^3\theta}$.

선지 판단

① $\frac{PL}{2EA\sin^3\theta}$ X → 두 부재 모두 EA로 잘못 보면(2EA 무시) AC와 BC가 각각 $\frac{PL}{4EA\sin^3\theta}$이 되어 합이 $\frac{PL}{2EA\sin^3\theta}$. 축강성 차이를 빠뜨린 오답.
② $\frac{3PL}{8EA\sin^3\theta}$ O → AC 기여 $\frac{1}{4}$에 BC 기여 $\frac{1}{8}$(2EA라 절반)을 더한 $\frac{3}{8}$. 올바른 계산 결과로 정답.
③ $\frac{9PL}{16EA\sin^3\theta}$ X → 분력·길이에서 $\sin\theta$ 처리를 잘못하거나 계수를 잘못 조합한 값. 정확한 합 $\frac{3}{8}$과 다름.
④ $\frac{PL}{EA\sin^3\theta}$ X → 두 부재력을 합산하지 않고 한 부재처럼 처리하거나 계수를 4·8 대신 1로 둔 과대평가.

오답 포인트

가장 흔한 함정은 부재 BC의 축강성이 2EA라는 조건을 흘려보내고 두 부재를 같은 EA로 더하는 것이다(그러면 ①이 나온다). BC는 같은 부재력을 받아도 강성이 2배라 처짐 기여가 절반($\frac{1}{8}$)이라는 점이 이 문항의 핵심 차별 포인트다. 또 하나는 부재 길이를 L로 그냥 두는 실수인데, 연직 투영이 L이므로 실제 길이는 $\frac{L}{\sin\theta}$이고, 여기에 분력의 $\sin\theta$가 두 번 더 곱해져 분모에 $\sin^3\theta$가 생긴다.

다시 나오면 이렇게 판단

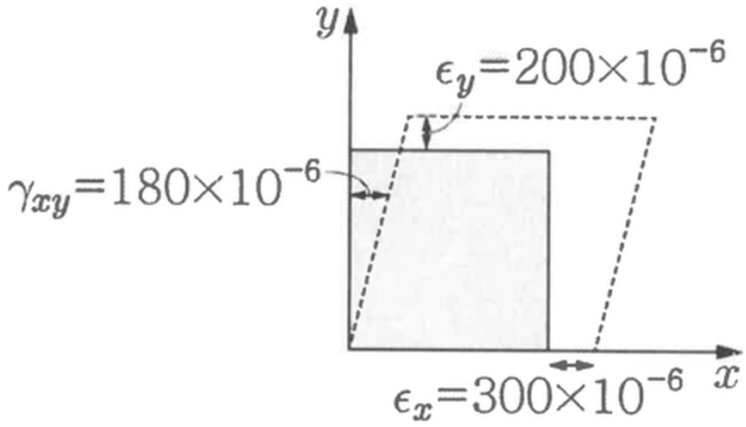
한 절점에 두 부재가 모여 수직하중을 받으면 ①절점 평형으로 부재력 $N = \frac{P}{2\sin\theta}$을 먼저 구하고, ②각 부재의 단위하중법 항 $\frac{NnL_{member}}{EA}$을 부재별 EA로 나눠 더한다. 축강성이 다르면 처짐 기여가 강성에 반비례한다는 점만 챙기면(EA는 $\frac{1}{4}$, 2EA는 $\frac{1}{8}$) 합 $\frac{3}{8}$이 바로 나온다.

암기 포인트

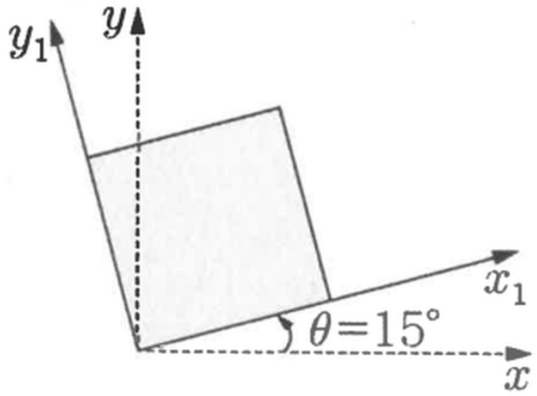
이 형태의 대칭 두 부재 트러스에서 한 부재만 EA·다른 부재가 2EA이고 연직 투영이 L이면 연직처짐은 $\frac{3PL}{8EA\sin^3\theta}$. 분모의 $\sin^3\theta$ = (분력의 $\sin\theta$ 두 번) × (길이의 $\frac{1}{\sin\theta}$). 계수 $\frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ = (EA 부재 + 2EA 부재) 기여 합.

문 15. $x-y$좌표에 위치한 2차원 요소는 <보기 1>과 같은 평면 변형률을 보인다. 2차원 요소가 <보기 2>처럼 $\theta=15^\circ$만큼 회전했을 때, x_1-y_1좌표에 대한 변형률 ε_{x_1}과 $\gamma_{x_1y_1}$은?

<보기 1>



<보기 2>



① ε_{x_1}: $5(55+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $\gamma_{x_1y_1}$: $10(9-5\sqrt{3})\times10^{-6}$

② ε_{x_1}: $5(55+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $\gamma_{x_1y_1}$: $10(9+5\sqrt{3})\times10^{-6}$

③ ε_{x_1}: $5(59+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $\gamma_{x_1y_1}$: $-10(5-9\sqrt{3})\times10^{-6}$

④ ε_{x_1}: $5(59+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $\gamma_{x_1y_1}$: $-10(5+9\sqrt{3})\times10^{-6}$

정답 3번

NoteBase

출제 포인트

평면 변형률(2차원 변형 상태)에서 좌표축을 θ만큼 회전했을 때 새 좌표계의 수직변형률 ε_{x_1}과 전단변형률 $\gamma_{x_1y_1}$을 구하는 변형률 변환(strain transformation) 문제다. 응력 변환식과 형태가 거의 같지만, 전단 항에 $\gamma/2$가 들어간다는 점이 핵심 함정이다.

조건 정리

주어진 변형률(보기 1): $\varepsilon_x = 300\times10^{-6}$, $\varepsilon_y = 200\times10^{-6}$, $\gamma_{xy} = 180\times10^{-6}$. 회전각 $\theta = 15^\circ$이므로 $2\theta = 30^\circ$, 따라서 $\cos 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$이다.

사용할 공식

수직변형률: $\varepsilon_{x_1} = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$. 전단변형률: $\gamma_{x_1y_1} = -(\varepsilon_x-\varepsilon_y)\sin 2\theta + \gamma_{xy}\cos 2\theta$. 전단 공식에서 좌변은 $\gamma_{x_1y_1}$ 그대로지만 우변의 수직변형률 항에 계수 2가 빠지는 점에 주의한다(응력식과 달리 $\gamma/2$가 텐서 성분이기 때문).

계산 과정

평균과 차이 항: $\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} = 250\times10^{-6}$, $\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2} = 50\times10^{-6}$, $\frac{\gamma_{xy}}{2} = 90\times10^{-6}$.
$\varepsilon_{x_1} = \left(250 + 50\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 90\cdot\frac{1}{2}\right)\times10^{-6} = (250+25\sqrt{3}+45)\times10^{-6} = (295+25\sqrt{3})\times10^{-6} = 5(59+5\sqrt{3})\times10^{-6}$.
$\gamma_{x_1y_1} = \left(-100\cdot\frac{1}{2} + 180\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times10^{-6} = (-50+90\sqrt{3})\times10^{-6} = -10(5-9\sqrt{3})\times10^{-6}$.

선지 판단

① $5(55+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $10(9-5\sqrt{3})\times10^{-6}$: X → ε_{x_1} 상수항이 295가 아닌 275로 잘못됨(평균 250 + 수직회전항 25만 더하고 전단항 45를 누락).
② $5(55+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $10(9+5\sqrt{3})\times10^{-6}$: X → ε_{x_1} 상수항 오류는 ①과 같고 $\gamma_{x_1y_1}$도 부호·형태 불일치.
③ $5(59+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $-10(5-9\sqrt{3})\times10^{-6}$: O → $\varepsilon_{x_1} = (295+25\sqrt{3})\times10^{-6}$, $\gamma_{x_1y_1} = (-50+90\sqrt{3})\times10^{-6}$와 정확히 일치.
④ $5(59+5\sqrt{3})\times10^{-6}$, $-10(5+9\sqrt{3})\times10^{-6}$: X → ε_{x_1}은 맞지만 $\gamma_{x_1y_1}$의 $\sqrt{3}$ 항 부호가 반대(전단항을 $-90\sqrt{3}$로 잘못 둠).

오답 포인트

가장 흔한 실수는 전단변형률을 구할 때 γ_{xy} 대신 $\frac{\gamma_{xy}}{2}$로 헷갈리거나, 반대로 ε_{x_1}에서 $\frac{\gamma_{xy}}{2}$를 써야 하는데 γ_{xy}를 그대로 넣는 것이다. ①②처럼 ε_{x_1} 상수항이 275로 나오면 전단항 45를 빠뜨린 것이고, ④처럼 $\gamma_{x_1y_1}$의 $\sqrt{3}$ 부호가 −로 나오면 $\sin 2\theta$와 $\cos 2\theta$ 항의 부호 배치를 뒤집은 것이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

변형률 변환은 응력 변환과 같은 골격이되 전단 항에서 계수가 절반으로 바뀐다는 점만 기억하면 된다. 먼저 2θ를 만들어 sin, cos 값을 확정하고, ε_{x_1}은 평균+차이항+전단($\gamma/2$)항, $\gamma_{x_1y_1}$은 차이항(계수 2 없이 $-(\varepsilon_x-\varepsilon_y)$)과 $\gamma_{xy}\cos 2\theta$로 세운다. 선지가 $\sqrt{3}$ 형태로 주어지면 상수항(여기선 295 vs 275)부터 비교해 후보를 좁히고, 남은 후보는 γ의 $\sqrt{3}$ 부호로 가른다.

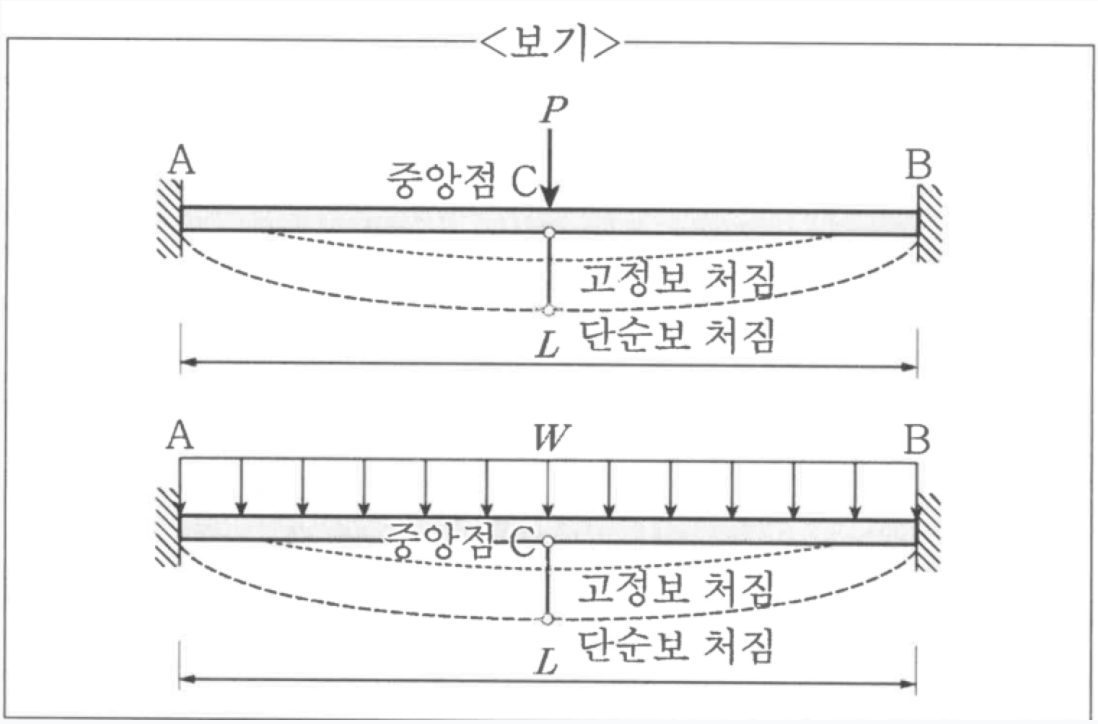
암기 포인트

변형률 변환식: $\varepsilon_{x_1}=\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2}+\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\cos 2\theta+\frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$, $\gamma_{x_1y_1}=-(\varepsilon_x-\varepsilon_y)\sin 2\theta+\gamma_{xy}\cos 2\theta$. $2\theta=30^\circ$ 일 때 $\cos 2\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 2\theta=\frac{1}{2}$. 핵심은 ε 식엔 $\frac{\gamma}{2}$, γ 식엔 차이항에 계수 2가 없다는 것.

NoteBase

문 16. <보기>와 같이 집중하중과 등분포하중을 받는 보가 각각 있다. 경계조건이 단순보에서 고정단으로 바뀌면 중앙점 처짐이 감소한다. 고정단의 중앙 처짐을 감소계수와 단순보 중앙처짐의 곱으로 나타낼 때, 집중하중 작용 시 감소계수 S_a와 등분포하중 작용 시 감소계수 S_b는? (단, 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다.)

<보기>



① S_a: $\frac{1}{8}$, S_b: $\frac{1}{12}$

② S_a: $\frac{1}{5}$, S_b: $\frac{1}{6}$

③ S_a: $\frac{1}{4}$, S_b: $\frac{1}{5}$

④ S_a: $\frac{1}{3}$, S_b: $\frac{1}{4}$

정답 3번

출제 포인트

같은 하중을 받는 보에서 경계조건만 단순보(양단 핀·롤러)에서 양단고정보로 바꾸면 중앙 처짐이 얼마나 줄어드는지를 묻는 문제다. 핵심은 단순보와 양단고정보의 '중앙 최대 처짐' 공식 4개를 정확히 외워서, 고정보 처짐 ÷ 단순보 처짐의 비(감소계수)를 구하는 것이다. 집중하중과 등분포하중에서 감소계수가 서로 다르다는 점이 함정이다.

조건 정리

휨강성 EI는 일정, 자중은 무시. 집중하중 P는 중앙에 작용, 등분포하중 w는 전 길이에 작용. 구하는 것은 (고정보 중앙처짐) = (감소계수) × (단순보 중앙처짐) 관계에서 집중하중 감소계수 S_a와 등분포하중 감소계수 S_b.

NoteBase

사용할 공식

집중하중 중앙처짐: 단순보 $\delta = \frac{PL^3}{48EI}$, 양단고정보 $\delta = \frac{PL^3}{192EI}$.
등분포하중 중앙처짐: 단순보 $\delta = \frac{5wL^4}{384EI}$, 양단고정보 $\delta = \frac{wL^4}{384EI}$.

계산 과정

집중하중 감소계수: $S_a = \frac{PL^3/192EI}{PL^3/48EI} = \frac{48}{192} = \frac{1}{4}$.
등분포하중 감소계수: $S_b = \frac{wL^4/384EI}{5wL^4/384EI} = \frac{1}{5}$.
따라서 $S_a = \frac{1}{4}$, $S_b = \frac{1}{5}$.

선지 판단

① $S_a = \frac{1}{8},\ S_b = \frac{1}{12}$ → X. $\frac{1}{8}$은 어느 비에도 해당하지 않고 $\frac{1}{12}$도 틀림.
② $S_a = \frac{1}{5},\ S_b = \frac{1}{6}$ → X. 집중하중과 등분포하중의 값이 서로 뒤바뀌고 어긋난 오답.
③ $S_a = \frac{1}{4},\ S_b = \frac{1}{5}$ → O. 계산 결과와 정확히 일치한다.
④ $S_a = \frac{1}{3},\ S_b = \frac{1}{4}$ → X. $S_b = \frac{1}{4}$는 집중하중 감소계수 값을 등분포하중에 잘못 넣은 결과.

오답 포인트

집중하중과 등분포하중의 감소계수가 같다고 착각하면 안 된다. 집중하중은 $\frac{1}{4}$(48→192, 4배 강성 증가), 등분포하중은 $\frac{1}{5}$(5배 강성 증가)로 서로 다르다. ④처럼 $S_a = \frac{1}{4}$는 맞혔지만 S_b에 다시 $\frac{1}{4}$를 넣는 실수가 가장 흔하다. 또 단순보 등분포 처짐 공식의 분자 5를 빠뜨리면 비가 $\frac{1}{1}$로 엉뚱해진다.

다시 나오면 이렇게 판단

경계조건 강화(단순보→고정보) 문제는 '중앙 처짐 공식의 분모(또는 계수)만 비교'하면 된다. 집중하중은 분모 48 대 192이므로 비는 $\frac{48}{192} = \frac{1}{4}$, 등분포하중은 단순보 $\frac{5}{384}$ 대 고정보 $\frac{1}{384}$이므로 비는 $\frac{1}{5}$. 분자·분모를 헷갈리지 않도록 항상 (고정보)÷(단순보)로 쓴다.

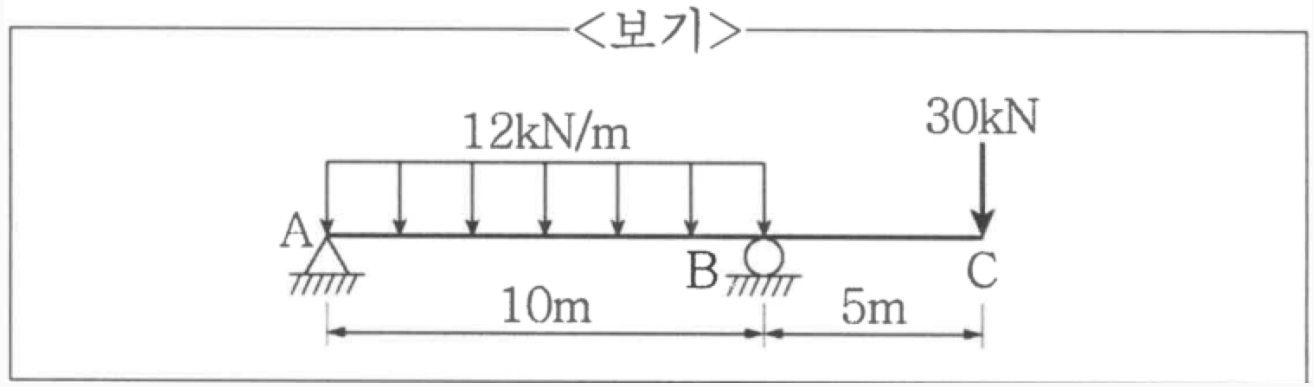
암기 포인트

중앙 처짐 4종 세트: 집중하중 단순보 $\frac{PL^3}{48EI}$, 고정보 $\frac{PL^3}{192EI}$ (비 $\frac{1}{4}$); 등분포 단순보 $\frac{5wL^4}{384EI}$, 고정보 $\frac{wL^4}{384EI}$ (비 $\frac{1}{5}$). '집중은 4분의 1, 등분포는 5분의 1'로 묶어서 외운다.

NoteBase

문 17. <보기>와 같은 내민보에서 C점의 수직처짐[m]은? (단, 휨강성 EI[kN · m^2]는 일정하고, 자중은 무시하며 처짐의 상향 부호는 +, 하향 부호는 -이다.)

<보기>



① 0

② $-\frac{1,250}{EI}$ (하향)

③ $-\frac{1,500}{EI}$ (하향)

④ $+\frac{1,500}{EI}$ (상향)

정답 2번

출제 포인트

내민보(외팔보가 달린 단순보)에서 내민 끝점의 처짐을 구하는 문제다. 핵심은 두 가지다. 첫째, 지점 반력을 정확히 구하고, 둘째 처짐은 (지점 B의 회전각으로 끌려가는 양)과 (내민부 자체가 캔틸레버처럼 휘는 양)을 합쳐야 한다는 점이다. 이 문제는 계산해 보면 B점 회전각이 정확히 0이 되어, C점 처짐이 곧바로 내민부의 캔틸레버 처짐과 같아지는 깔끔한 구조다.

조건 정리

A점은 핀(회전단), B점은 롤러(이동단)인 단순보이며 B에서 C로 5m 내민 구간이 있다. 경간 AB = 10m, 내민 BC = 5m. 등분포하중 w = 12kN/m는 AB 구간 10m 전체에만 작용. 집중하중 P = 30kN은 내민 끝 C점에 아래로 작용. 휨강성 EI 일정, 자중 무시. 부호는 위로 +, 아래로 −.

사용할 공식

반력은 평형식으로 구한다. 처짐은 휨미분방정식 $EIy'' = M(x)$를 두 번 적분하고 경계조건(A, B에서 처짐 0)으로 적분상수를 정한다. 내민 끝 처짐에 쓰이는 캔틸레버 공식: 길이 a인 외팔보 끝에 집중하중 P가 작용할 때 끝 처짐 $\delta = \frac{Pa^3}{3EI}$.

NoteBase

계산 과정

[반력] A점 기준 모멘트 합 = 0: $R_B \times 10 = w \times 10 \times 5 + P \times 15 = 600 + 450 = 1050$, 따라서 $R_B = 105\text{kN}$. 연직 평형: $R_A = (12 \times 10 + 30) - 105 = 45\text{kN}$.
[처짐] $EIy'' = M(x)$를 적분해 A, B에서 처짐 0을 적용하면, 경간 AB의 하중과 P가 B에 전달하는 모멘트($P \times 5 = 150\text{kN·m}$)의 효과가 서로 상쇄되어 B점 회전각이 0이 된다.
[내민부] B의 회전각이 0이므로 C점 처짐은 길이 5m인 캔틸레버 끝에 P = 30 kN이 작용한 것과 같다: $\delta_C = \frac{Pa^3}{3EI} = \frac{30 \times 5^3}{3EI} = \frac{3750}{3EI} = \frac{1250}{EI}$. 방향은 아래(−)이므로 $y_C = -\frac{1250}{EI}$.

선지 판단

① 0 → X. C점에는 명백히 아래로 30 kN이 작용하고 내민부가 휘므로 처짐이 0일 수 없다.
② $-\frac{1250}{EI}$ (하향) → O. 적분법·캔틸레버 공식 모두 $y_C = -\frac{1250}{EI}$로 일치한다.
③ $-\frac{1500}{EI}$ (하향) → X. 방향(하향)은 맞으나 크기가 틀렸다. 1500은 캔틸레버 처짐 계수를 $\frac{a^3}{3}$ 대신 다른 값으로 잘못 쓰거나 등분포하중이 내민부까지 작용한다고 오해할 때 나오는 함정값이다.
④ $+\frac{1500}{EI}$ (상향) → X. 크기도 틀렸고 부호도 반대다. 아래로 하중이 걸리는 내민 끝이 위로 솟을 수는 없다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 B점 회전각을 따로 따지지 않고 내민부를 그냥 캔틸레버로만 보거나, 반대로 B 회전 효과를 빼먹는 것이다. 이 문제는 우연히 B 회전각이 0이라 결과가 같아지지만, 일반적인 내민보는 (B 회전각 × 내민 길이)도 반드시 더해야 한다. 또 등분포하중 12kN/m는 AB 구간에만 있는데 이를 BC까지 작용한다고 보면 1500 같은 오답으로 빠진다. 부호 규약(아래가 −)을 놓쳐 ④처럼 +로 답하는 것도 주의.

다시 나오면 이렇게 판단

내민보 끝점 처짐은 항상 두 토막으로 나눠 생각한다: (1) 지점에서의 처짐각이 내민 길이만큼 끌고 가는 양, (2) 내민부가 자기 위 하중으로 캔틸레버처럼 휘는 양. 먼저 반력을 구하고, 적분법이나 모멘트면적법으로 지점 회전각을 구한 뒤, 내민부 캔틸레버 공식 $\frac{Pa^3}{3EI}$(집중하중)이나 $\frac{wa^4}{8EI}$(등분포)를 더한다. 하중이 어느 구간에만 걸리는지부터 정확히 표시하는 습관이 함정값을 피하는 열쇠다.

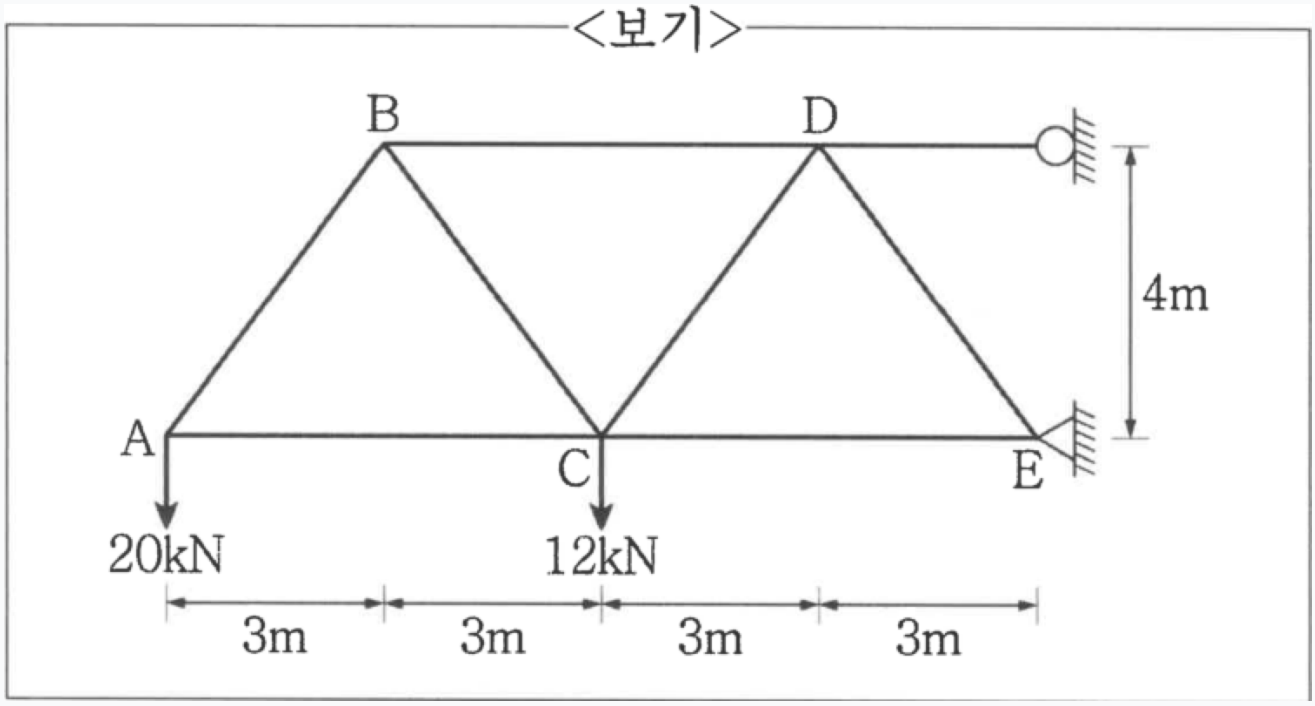
암기 포인트

캔틸레버 끝 처짐 공식: 끝 집중하중 $\delta = \frac{Pa^3}{3EI}$, 전구간 등분포 $\delta = \frac{wa^4}{8EI}$. 이 문제 핵심값: $R_B = 105\text{kN}$, $R_A = 45\text{kN}$, 그리고 $\frac{30 \times 5^3}{3} = 1250$. 부호 규약 위가 +, 아래가 − → 하향 처짐은 항상 −.

NoteBase

문 18. <보기>의 트러스 구조물에서 부재 CD의 부재력 크기[kN]는? (단, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 15

② 25

③ 30

④ 40

정답 4번

출제 포인트

트러스에서 특정 사재(대각재)의 부재력을 묻는 문제는 절단법(method of sections)으로 단번에 푸는 것이 핵심이다. 절단면이 지나는 부재 중 구하려는 부재만 연직 성분을 가지도록 자르면, 연직력 평형 $\sum F_y = 0$ 한 식으로 바로 답이 나온다. 부재 CD는 경사재이므로 연직 방향으로 힘을 받는 유일한 부재가 되도록 절단선을 잡는 것이 출제 의도다.

조건 정리

절점 좌표: A(0,0), C(6,0), E(12,0), B(3,4), D(9,4) [단위 m]. 하부 경간은 3m씩 4칸, 트러스 높이는 4m이다. 하중은 A점에 20 kN(아래), C점에 12 kN(아래)이며 자중은 무시한다. 부재 CD는 C(6,0)에서 D(9,4)로 가는 경사재로, 수평 3m·수직 4m이므로 길이 5m, 연직 성분 비율은 $\frac{4}{5}$이다.

NoteBase

사용할 공식

절단법: 트러스를 한 번에 잘라 자유물체를 만들고 강체 평형식 $\sum F_x = 0,\ \sum F_y = 0,\ \sum M = 0$ 을 적용한다.
경사 부재의 연직 성분은 (부재력)×(수직길이/부재길이)로 분해한다. 부재 CD의 연직 성분은 $F_{CD} \cdot \frac{4}{5}$.

계산 과정

BD, CD, CE 세 부재를 한 번에 절단하여 왼쪽 부분(A, B, C 포함)을 자유물체로 본다.
절단된 세 부재 중 BD(수평)와 CE(수평)는 연직 성분이 없고, CD만 연직 성분 $F_{CD} \cdot \frac{4}{5}$를 가진다.
왼쪽 부분에 작용하는 외력은 A점 20 kN(아래)과 C점 12 kN(아래)뿐이다.
연직 평형 $\sum F_y = 0$:
$F_{CD} \cdot \frac{4}{5} - 20 - 12 = 0$
$F_{CD} \cdot \frac{4}{5} = 32$
$F_{CD} = 32 \cdot \frac{5}{4} = 40\ \text{kN}$
따라서 부재 CD의 부재력 크기는 40 kN이다. (전체 절점법으로 풀어도 동일하게 CD=40 kN이 나온다.)

선지 판단

① 15 → X: AC(하현재)의 부재력 크기가 15 kN으로, CD와 혼동하기 쉬운 값이다.
② 25 → X: AB(경사 상현재) 또는 BC의 크기 25 kN으로, 절단선을 잘못 잡았을 때 나오는 값이다.
③ 30 → X: BD(상현재)의 부재력 30 kN으로, 수평 부재와 경사 부재를 혼동하면 고르게 되는 함정이다.
④ 40 → O: 절단법 연직 평형에서 $F_{CD} \cdot \frac{4}{5} = 20 + 12 = 32$, 즉 $F_{CD} = 40$kN으로 정답이다.

오답 포인트

절단면이 지나는 세 부재(BD, CD, CE) 중 수평 부재인 BD·CE의 연직 성분을 깜빡 넣거나, CD의 연직 성분 비율을 $\frac{3}{5}$(수평성분)로 잘못 잡으면 답이 어긋난다. CD는 수평 3m · 수직 4m이므로 연직 비율은 반드시 $\frac{4}{5}$다. 또 절단 왼쪽에 걸리는 하중을 20 kN만 보고 12 kN(C점)을 빠뜨리면 $F_{CD} = 25$kN(②)로 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

경사재(대각재)의 부재력을 물으면 그 경사재만 연직 성분을 갖도록 절단선을 잡고 $\sum F_y = 0$으로 끝낸다. 이 문제처럼 절단 한쪽에 연직하중만 있으면, (경사재 연직성분)=(그쪽에 걸린 연직하중 합)이 된다. 여기서는 왼쪽 연직하중 합 20+12=32 kN을 CD의 연직 성분이 모두 받으므로 $32 \div \frac{4}{5} = 40$kN.

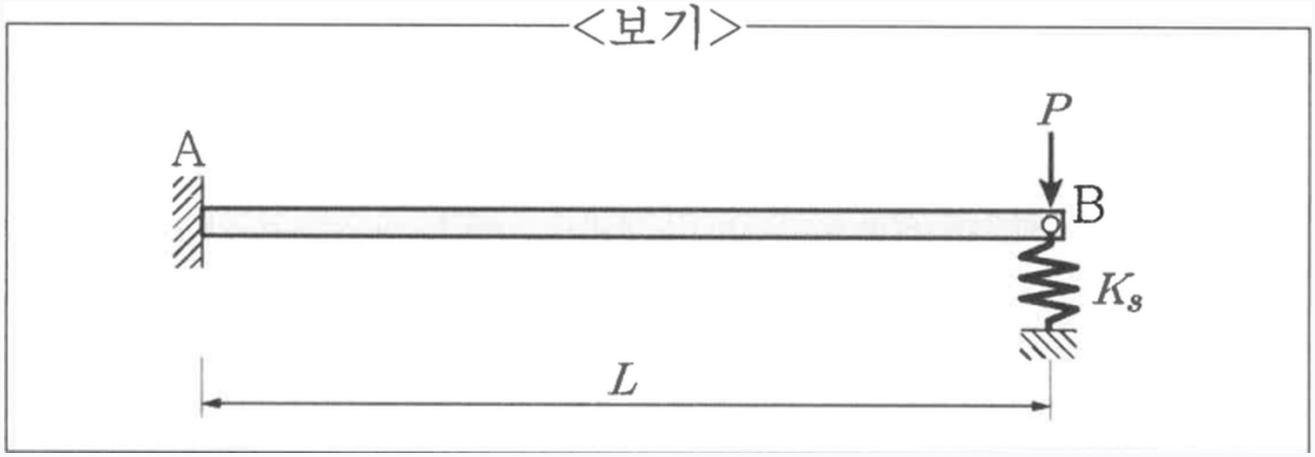
암기 포인트

경사재 부재력 = (절단 한쪽의 연직하중 합) ÷ (수직길이/부재길이). 이 문제: $32 \div \frac{4}{5} = 40$kN. 높이 4m · 경간 3m 경사재의 연직 분해 비율은 4/5, 수평 분해 비율은 3/5임을 기억한다.

NoteBase

문 19. <보기>와 같이 B점에 집중하중 P가 작용하는 캔틸레버 보에서 스프링이 없을 때 B점 처짐을 δ라고 할 때, 스프링 부착 후 B점 처짐이 $\frac{\delta}{4}$가 되도록 하는 스프링 계수 K_s는? (단, 모든 부재의 자중은 무시하고, 휨강성 EI는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{3EI}{L^3}$
② $\frac{6EI}{L^3}$
③ $\frac{9EI}{L^3}$
④ $\frac{12EI}{L^3}$

정답 3번

출제 포인트

캔틸레버 보의 자유단(B점)에 스프링을 달았을 때, 보와 스프링이 같은 점(B)을 지지하므로 두 요소는 병렬 스프링처럼 합성된다. 보 끝단의 강성(끝단에 단위 처짐을 일으키는 데 필요한 힘) $k_{beam} = \frac{3EI}{L^3}$ 을 정확히 잡고, 스프링 추가로 처짐이 1/4로 줄어든다는 조건을 강성 비로 옮기는 것이 핵심이다.

조건 정리

보: A점 고정, B점 자유단인 캔틸레버. 하중: B점에 집중하중 P (아래 방향). 스프링 없을 때 B점 처짐 = δ. 스프링 부착 후 B점 처짐 = δ/4 이 되도록 하는 스프링계수 K_s 를 구한다. EI 일정, 자중 무시.

사용할 공식

캔틸레버 자유단 집중하중에 의한 처짐: $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$. 이를 강성으로 보면 보 끝단 강성 $k_{beam} = \frac{P}{\delta} = \frac{3EI}{L^3}$. 스프링: $F = K_s\delta$. 같은 점을 지지하는 보와 스프링은 병렬 합성: $k_{total} = k_{beam} + K_s$.

NoteBase

계산 과정

스프링이 없을 때: $P = k_{beam}\delta = \frac{3EI}{L^3}\delta$.
스프링이 있을 때 B점은 보와 스프링이 함께 지지하므로 $P = (k_{beam} + K_s)\delta_{new}$.
조건 $\delta_{new} = \frac{\delta}{4}$ 를 대입하면 $P = (k_{beam} + K_s)\frac{\delta}{4}$.
같은 P 이므로 두 식을 비교: $k_{beam}\delta = (k_{beam} + K_s)\frac{\delta}{4}$.
양변을 δ로 나누고 4를 곱하면 $4k_{beam} = k_{beam} + K_s$, 즉 $K_s = 3k_{beam}$.
$k_{beam} = \frac{3EI}{L^3}$ 이므로 $K_s = 3 \cdot \frac{3EI}{L^3} = \frac{9EI}{L^3}$.

선지 판단

① $\frac{3EI}{L^3}$: X. 이 값은 보 끝단 자체 강성 k_{beam} 일 뿐이다. 이 스프링을 달면 $k_{total} = 2k_{beam}$ 가 되어 처짐이 δ/2로만 줄어든다(δ/4 아님).
② $\frac{6EI}{L^3}$: X. $K_s = 2k_{beam}$ 이면 $k_{total} = 3k_{beam}$ 가 되어 처짐이 δ/3로 줄어든다(δ/4 아님).
③ $\frac{9EI}{L^3}$: O. $K_s = 3k_{beam}$ 이면 $k_{total} = 4k_{beam}$ 가 되어 처짐이 정확히 δ/4로 줄어든다.
④ $\frac{12EI}{L^3}$: X. $K_s = 4k_{beam}$ 이면 $k_{total} = 5k_{beam}$ 가 되어 처짐이 δ/5로 줄어든다(δ/4 아님).

오답 포인트

가장 흔한 실수는 처짐이 1/4로 줄었으니 합성 강성이 4배가 되어야 한다는 것까지는 맞히고도, 스프링 강성 자체를 $4k_{beam}$ 로 잡아 ④를 고르는 것이다. 4배가 되는 것은 보+스프링 합성 강성 k_{total} 이고, 스프링이 추가로 보태는 몫은 $K_s = k_{total} - k_{beam} = 4k_{beam} - k_{beam} = 3k_{beam}$ 이다. 또 보 끝단 강성을 $\frac{EI}{L^3}$ 이나 $\frac{48EI}{L^3}$(단순보 중앙값) 등으로 잘못 외우면 전부 틀린다.

다시 나오면 이렇게 판단

보와 스프링이 같은 점을 지지하면 병렬이라 강성을 더한다($k_{total} = k_{beam} + K_s$). 처짐과 강성은 반비례이므로 처짐이 $\frac{1}{n}$ 로 줄려면 합성 강성이 n배가 되어야 한다. 따라서 추가 스프링 강성은 $K_s = (n-1)k_{beam}$. 이 문제는 n=4 이므로 $K_s = 3k_{beam} = \frac{9EI}{L^3}$.

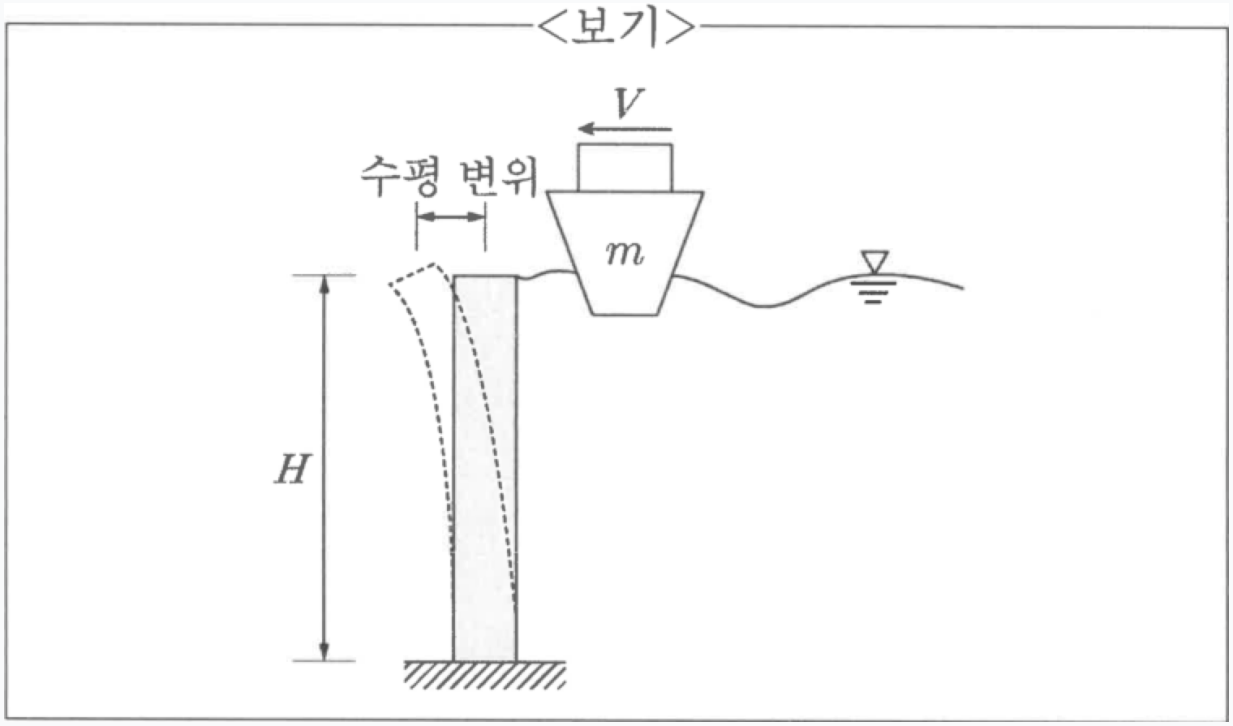
암기 포인트

캔틸레버 자유단 집중하중 처짐 $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$, 끝단 강성 $k = \frac{3EI}{L^3}$. 처짐을 $\frac{1}{n}$ 로 만들려면 추가 스프링 $K_s = (n-1)\frac{3EI}{L^3}$. n=4 → $\frac{9EI}{L^3}$.

NoteBase

문 20. <보기>와 같이 질량 m을 갖는 선박이 속도 V로 이동하던 도중 파일구조물에 충돌하였다. 선박의 운동에너지가 파일구조물 상단에 가해진 집중하중에 의한 휨변형에너지로 100% 전환되었다고 가정할 때, 집중하중은? (단, 파일구조물은 선형 탄성구조물이고, 바닥에 고정되어 있다.)

<보기>



① $\sqrt{\frac{3EI}{2H^3}mV^2}$
② $\sqrt{\frac{2EI}{H^3}mV^2}$
③ $\sqrt{\frac{3EI}{H^3}mV^2}$
④ $\sqrt{\frac{6EI}{H^3}mV^2}$

정답 3번

출제 포인트

선박의 운동에너지가 전부 파일구조물의 휨변형에너지로 바뀐다는 에너지 보존을 세우는 문제다. 핵심은 (1) 자유단에 집중하중 P를 받는 캔틸레버 끝단 처짐 공식, (2) 선형 탄성구조물에 정적으로 작용한 하중의 변형에너지는 $\frac{1}{2}P\delta$라는 점, 이 두 가지를 정확히 결합하는 것이다.

조건 정리

선박 질량 m, 충돌 속도 V이므로 운동에너지는 $\frac{1}{2}mV^2$. 파일구조물은 바닥에 고정된 높이 H의 캔틸레버이고, 충돌력은 상단(자유단)에 작용하는 집중하중 P. 선형 탄성구조물이므로 하중-처짐 관계가 직선이며 변형에너지=하중이 한 일을 그대로 적용할 수 있다.

NoteBase

사용할 공식

캔틸레버 자유단 처짐: $\delta = \frac{PH^3}{3EI}$. 선형 탄성체의 휨변형에너지(외력이 한 일): $U = \frac{1}{2}P\delta$. 에너지 보존: $\frac{1}{2}mV^2 = U$.

계산 과정

변형에너지를 P로 정리하면 $U = \frac{1}{2}P\delta = \frac{1}{2}P \cdot \frac{PH^3}{3EI} = \frac{P^2H^3}{6EI}$. 운동에너지와 같다고 두면 $\frac{1}{2}mV^2 = \frac{P^2H^3}{6EI}$. 양변을 정리하면 $P^2 = \frac{6EI}{H^3} \cdot \frac{1}{2}mV^2 = \frac{3EI}{H^3}mV^2$. 따라서 $P = \sqrt{\frac{3EI}{H^3}mV^2}$.

선지 판단

① $\sqrt{\frac{3EI}{2H^3}mV^2}$ → X: 변형에너지를 $\frac{1}{2}P\delta$가 아니라 $P\delta$(=하중이 한 일 전체)로 잘못 쓰면 나오는 값. 정적 탄성하중의 일은 절반($\frac{1}{2}P\delta$)이다.
② $\sqrt{\frac{2EI}{H^3}mV^2}$ → X: 계수 자체가 맞지 않는 오답이다. 캔틸레버 처짐의 분모 3EI와 변형에너지의 1/2을 올바로 결합하면 계수는 3이 되어야 한다.
③ $\sqrt{\frac{3EI}{H^3}mV^2}$ → O: $\frac{1}{2}mV^2 = \frac{P^2H^3}{6EI}$에서 정확히 유도되는 값이다.
④ $\sqrt{\frac{6EI}{H^3}mV^2}$ → X: 운동에너지의 $\frac{1}{2}$을 빼먹고 $mV^2 = \frac{P^2H^3}{6EI}$로 두면 나오는 값. 운동에너지에도 $\frac{1}{2}$이 붙는다.

오답 포인트

두 군데 모두에 들어가는 $\frac{1}{2}$을 헷갈려서 한쪽만 적용하는 것이 함정이다. 운동에너지 $\frac{1}{2}mV^2$의 1/2(④ 함정)과, 선형 탄성 변형에너지 $\frac{1}{2}P\delta$의 1/2(① 함정)은 둘 다 살아 있어야 한다. 또 캔틸레버 처짐 분모를 $3EI$가 아닌 다른 값으로 잘못 외우면 계수가 어긋난다(② 함정).

다시 나오면 이렇게 판단

충돌/낙하 같은 '에너지 100% 전환' 문제는 항상 두 에너지를 같다고 놓는다. 좌변은 운동에너지 $\frac{1}{2}mV^2$, 우변은 구조물 변형에너지 $\frac{1}{2}P\delta$로 쓰고, δ에 해당 지지조건의 처짐 공식(여기서는 캔틸레버 $\frac{PH^3}{3EI}$)을 대입해 P에 대해 풀면 된다. 보기가 모두 제곱근 형태면 마지막에 양변 제곱근만 취하면 답이다.

암기 포인트

캔틸레버 자유단 집중하중 처짐 $\delta = \frac{PH^3}{3EI}$, 선형 탄성 변형에너지 $U = \frac{1}{2}P\delta = \frac{P^2H^3}{6EI}$. 에너지법 핵심: $\frac{1}{2}mV^2 = \frac{P^2H^3}{6EI}$ → $P = \sqrt{\frac{3EI}{H^3}mV^2}$. '1/2은 운동에너지·변형에너지 양쪽에 모두' 라고 기억한다.

NoteBase