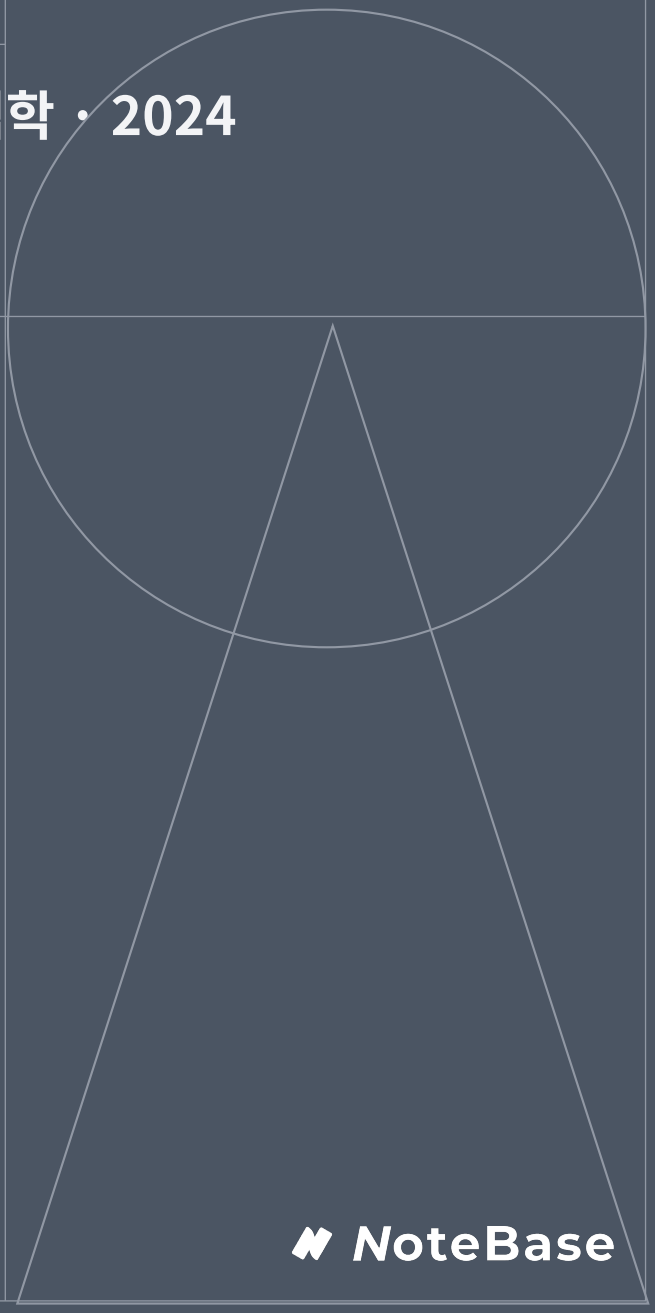
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2024



NoteBase

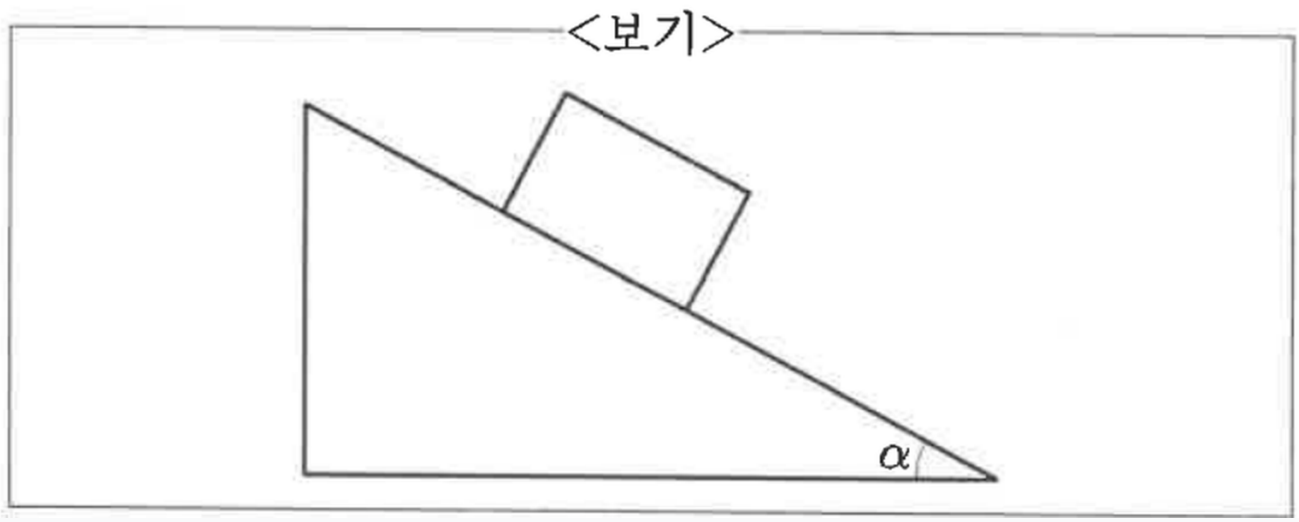
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2024

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2024

문 1. <보기>와 같이 정지 상태의 블록이 마찰이 없는 경사면을 따라 내려올 때, 움직이는 순간부터 2초 동안 블록이 이동한 거리[m]는? (단, 중력가속도는 $10m/s^2$이며, 경사각 α는 30°이다.)

<보기>



① 2

② 5

③ 8

④ 10

정답 4번

출제 포인트

경사면에서의 가속도 $a = g\sin\alpha$를 구한 뒤 정지 출발 등가속도 운동의 거리식으로 2초 동안의 이동거리를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 중력가속도 $g = 10m/s^2$, 경사각 $\alpha = 30^\circ$, 시간 $t = 2s$이다. 구해야 할 값은 2초 동안 블록이 경사면을 따라 이동한 거리이다. 마찰이 없고 처음에 정지 상태이므로 초기속도는 0이고, 경사방향 가속도는 중력의 경사면 방향 성분만 고려하면 된다.

NoteBase

사용할 공식

$a = g\sin\alpha, \quad s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

이 문제는 마찰이 없는 경사면 운동이므로 경사방향 힘은 $mg\sin\alpha$만 작용한다. 또한 정지 상태에서 출발하므로 $v_0 = 0$이어서 거리식은 $s = \frac{1}{2}at^2$로 정리된다.

계산 과정

1. 경사면을 따라 생기는 가속도는 $a = 10 \times \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5m/s^2$이다.
2. 초기속도는 0이므로 거리식은 $s = \frac{1}{2}at^2$이다.
3. 따라서 $s = \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 = 10m$ 이다.

선지별 해설

① X: 2m는 주어진 조건을 모두 대입한 값이 아니다. $a = 5m/s^2$, $t = 2s$를 쓰면 거리는 10m가 되므로, 틀린 표현은 거리값 2m이고 올바르게는 10m이다.
② X: 5m는 거리식에서 t^2를 빠뜨리거나 $\frac{1}{2}at$처럼 잘못 계산할 때 나오는 값이다. 등가속도 운동의 거리는 $\frac{1}{2}at^2$이므로 올바른 값은 10m이다.
③ X: 8m는 문제의 조건 $g = 10m/s^2$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $t = 2s$를 정확히 적용하면 나올 수 없는 값이다. 틀린 표현은 거리값 8m이고 올바르게는 10m이다.
④ O: 경사방향 가속도는 $5m/s^2$이고, 정지 출발 2초 동안의 이동거리는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 = 10m$이므로 옳다.

오답 포인트

경사면 문제에서 $g\sin\alpha$를 먼저 구하지 않고 바로 g를 넣거나, 거리식에서 t^2를 빼먹으면 오답이 나온다. 특히 ②처럼 시간의 제곱을 빠뜨리는 실수가 가장 흔한 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

마찰 없는 경사면 운동은 먼저 $a = g\sin\alpha$를 구하고, 정지 출발인지 확인한 뒤 $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$에 대입하는 순서로 판단하면 된다.

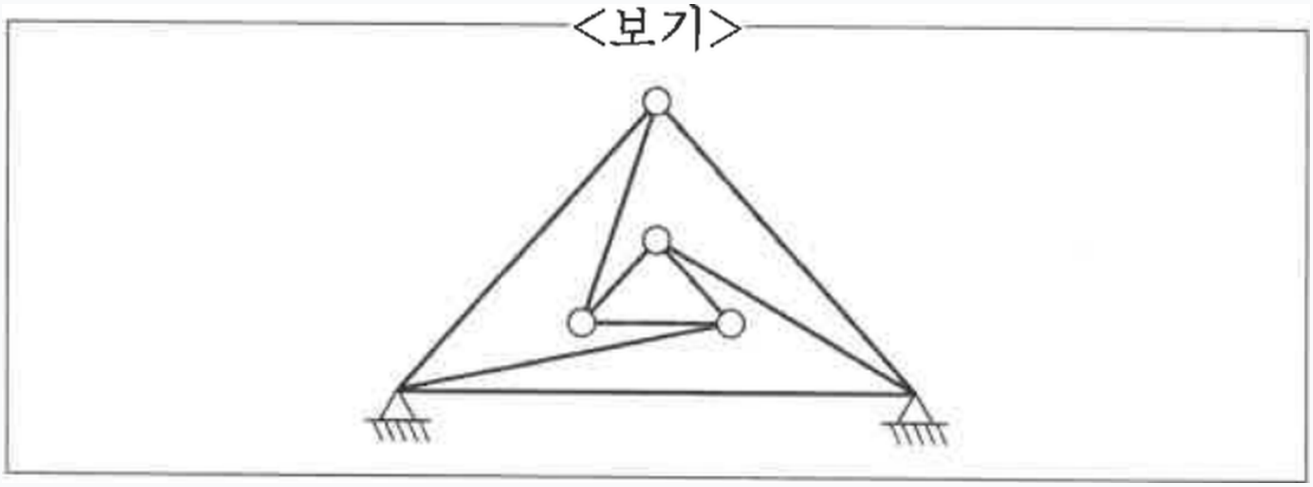
암기 포인트

마찰 없는 경사면은 $a = g\sin\alpha$이고, 정지 출발 거리식은 $s = \frac{1}{2}at^2$이다.

NoteBase

문 2. <보기>와 같은 구조물에 대한 판별로 가장 옳은 것은?

<보기>



① 정정

② 1차 부정정

③ 2차 부정정

④ 3차 부정정

정답 2번

출제 포인트

평면 트러스의 정정·부정정 판별 — 절점 수(j), 부재 수(m), 반력 수(r)를 세어 공식 $n = m + r - 2j$에 대입하면 부정정차수(n)를 구할 수 있다. 이 구조물은 하단 좌·우 지점이 모두 핀 지점이어서 외적 부정정 1차가 발생한다.

조건 정리

절점 수 j = 6 (상단 꼭짓점 1개, 내부 절점 3개, 하단 지점 2개)
부재 수 m = 9 (외부 삼각형 부재 3개 + 내부 삼각형 부재 3개 + 외·내부 연결 부재 3개)
반력 수 r = 4 (좌측 핀 지점 2반력 + 우측 핀 지점 2반력)

사용할 공식

평면 트러스 부정정차수: $n = m + r - 2j$

계산 과정

$n = 9 + 4 - 2 \times 6 = 13 - 12 = 1$
$n = 1 > 0$이므로 1차 부정정이다.

NoteBase

선지 판단

① 정정: $n = 0$이 되려면 $m + r = 2j = 12$가 되어야 하나, 이 구조물은 $m + r = 13$이므로 틀렸다. (X)
② 1차 부정정: $n = 9 + 4 - 12 = 1$이므로 옳다. (O)
③ 2차 부정정: $n = 2$가 되려면 $m + r = 14$가 되어야 하나, 13이므로 틀렸다. (X)
④ 3차 부정정: $n = 3$이 되려면 $m + r = 15$가 되어야 하므로 틀렸다. (X)

오답 포인트

가장 흔한 실수는 우측 지점을 롤러로 오독하는 것이다. 우측을 롤러로 보면 r = 3이 되어 $n = 9 + 3 - 12 = 0$(정정)으로 오답 ①을 선택하게 된다. 이 문제에서 좌·우 하단 지점 기호는 모두 삼각형+빗금(핀 지점)으로 동일하므로 r = 4임을 확인한다. 또한 내부 절점 3개와 내부 삼각형 부재를 누락하면 j와 m이 모두 잘못 계산된다.

다시 나오면 이렇게 판단

트러스 판별 문제는 ①지점 기호 확인(핀=삼각형+빗금=2반력, 롤러=삼각형+바퀴=1반력), ②전체 절점 수 j 계산(지점 포함), ③전체 부재 수 m 계산, ④공식 $n = m + r - 2j$ 대입 순서로 판단한다.

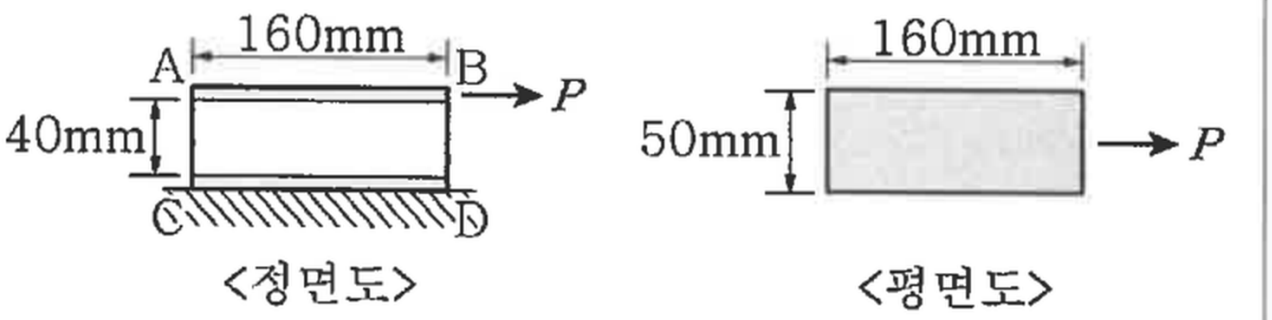
암기 포인트

평면 트러스 부정정차수: $n = m + r - 2j$. $n > 0$이면 n차 부정정, $n = 0$이면 정정, $n < 0$이면 불안정(기구).
지점 반력 수: 핀 지점 $r = 2$, 롤러 지점 $r = 1$, 고정단 $r = 3$.

NoteBase

문 3. <보기>와 같이 강체판(AB 및 CD판) 사이에 전단탄성 계수가 $600MPa$인 재료가 완전히 부착되어 있다. B점의 수평변위가 $0.8mm$ 발생하였을 때, 하중 $P[kN]$는? (단, 하부 강체판 CD는 바닥에 완전히 고정되어 있고, 재료는 후크의 법칙을 따르며, 변형은 미소하다.)

<보기>



<정면도> <평면도>

① 24

② 48

③ 72

④ 96

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전단탄성계수와 전단변형률의 관계 $\tau = G\gamma$를 이용해 접착층이 전달하는 하중 P를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 전단탄성계수 600 MPa, 판 사이 높이 40mm, 길이 160mm, 폭 50mm, 수평변위 0.8mm이다.
구해야 할 값은 하중 P이다.
주의할 조건은 전단면적을 정면도의 160 × 40이 아니라 판이 서로 붙어 있는 평면도의 160 × 50으로 잡아야 한다는 점이다.

사용할 공식

사용할 공식은 $\gamma = \delta/t$, $\tau = G\gamma$, $P = \tau A$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 두 강체판 사이 재료가 수평으로 미끄러지며 전단변형만 일으키고, 그 전단응력이 접착면 전체에 작용해 하중을 전달하는 상황이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

전단변형률은 $\gamma = \frac{\delta}{t} = \frac{0.8}{40} = 0.02$ 이다.
전단응력은 $\tau = G\gamma = 600 \times 0.02 = 12\text{MPa} = 12\text{N/mm}^2$ 이다.
접착면적은 $A = 160 \times 50 = 8000\text{mm}^2$ 이다.
따라서 하중은 $P = \tau A = 12 \times 8000 = 96000\text{N} = 96\text{kN}$ 이다.

선지별 해설

① X: 24 kN은 계산값과 일치하지 않는다. 전단변형률과 전단응력을 순서대로 구하면 $P = 96\text{kN}$이므로, 24 kN이라는 수치는 틀리고 올바르게는 96 kN이다.
② X: 48 kN도 계산값과 일치하지 않는다. 접착면적 $160 \times 50\text{mm}^2$와 전단응력 12 MPa를 모두 반영하면 96 kN이므로, 48 kN이라는 수치는 틀리고 올바르게는 96 kN이다.
③ X: 72 kN도 계산값과 일치하지 않는다. 이 문제는 $P = G(\delta/t)A$로 바로 계산되며 결과는 96 kN이므로, 72 kN이라는 수치는 틀리고 올바르게는 96 kN이다.
④ O: 전단변형률 0.02, 전단응력 12 MPa, 접착면적 8000mm^2를 적용하면 $P = 96\text{kN}$이 되어 정답이다.

오답 포인트

수험생이 가장 많이 헷갈리는 지점은 전단면적을 정면도의 직사각형으로 착각하는 부분이다. 이 문제의 하중 전달면은 AB판과 CD판 사이의 접착면이므로 평면도 기준 160×50을 써야 한다. 또 $600\text{MPa} = 600\text{N/mm}^2$라는 단위 일관성을 놓치면 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체판 사이 충전재가 옆으로 밀리는 문제는 먼저 전단변형률 δ/t를 구하고, 다음에 $\tau = G\gamma$를 적용한 뒤, 마지막에 접착면적을 곱해 P를 구하는 순서로 판단한다. 이때 면적은 힘이 전달되는 접촉면의 평면치수로 잡는다.

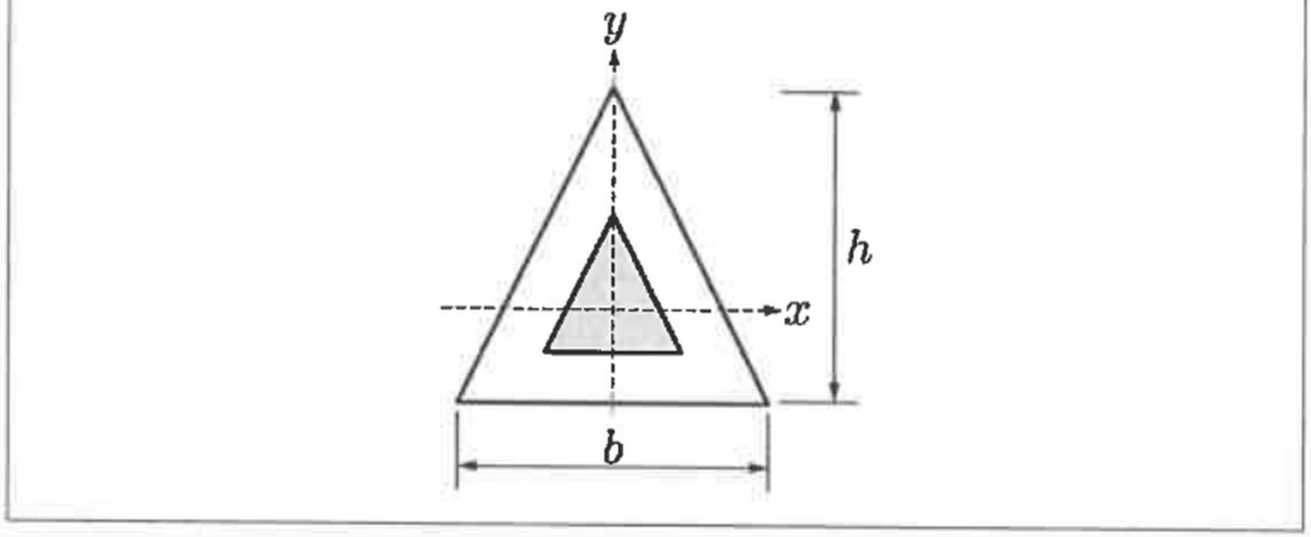
암기 포인트

전단층 하중은 $P = G(\delta/t)A$이고, 이 문제에서는 두께 40mm와 접착면적 $160 \times 50\text{mm}^2$를 쓴다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같이 밑변이 b이고, 높이가 h인 삼각형 단면의 면적을 A라 할 때, 단면의 핵의 면적은?

<보기>



① $\frac{1}{16}A$
② $\frac{1}{12}A$
③ $\frac{1}{9}A$
④ $\frac{1}{4}A$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 삼각형 단면의 핵이 원삼각형과 닮은 도형이 된다는 점과, 핵거리 $e = I/(Ac)$로 닮음비를 구하는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 단면은 밑변이 b, 높이가 h인 삼각형이고 전체 면적은 A이다.
구해야 할 값은 단면의 핵 면적이다.
대칭축은 세로축이므로 먼저 밑변에 대한 한계 편심을 구하면 핵의 한 꼭짓점을 정할 수 있다.

NoteBase

사용할 공식

삼각형의 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I_x = bh^3/36$, 면적은 $A = bh/2$, 도심에서 밑변까지 거리는 $c = h/3$이다.
따라서 밑변이 막 무응력선이 되는 핵거리는 $e = I_x/(Ac)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 핵의 경계가 어느 변에서 응력이 0이 되는 한계 편심점들의 자취이기 때문이다.

계산 과정

1. 밑변에 대한 핵거리를 구하면
$e = \frac{I_x}{Ac} = \frac{bh^3/36}{(bh/2)(h/3)} = \frac{h}{6}$
이다.
2. 이 점은 핵의 윗꼭짓점이 되고, 원삼각형의 도심에서 윗꼭짓점까지 거리는 $2h/3$이다.
3. 따라서 핵과 원삼각형의 선형 닮음비는
$\frac{h/6}{2h/3} = \frac{1}{4}$
이다.
4. 면적비는 선형비의 제곱이므로
$A_k = \left(\frac{1}{4}\right)^2 A = \frac{1}{16}A$
이다.

선지별 해설

① O: 계산 결과 핵의 면적은 $A/16$이다. 제시값 $1/16A$가 정확하다.
② X: 틀린 표현은 핵의 면적이 $1/12A$라는 값이다. 올바르게는 핵의 면적은 $1/16A$이다. $1/12$는 이 문제의 닮음비와 맞지 않는 값이다.
③ X: 틀린 표현은 핵의 면적이 $1/9A$라는 값이다. 올바르게는 핵의 면적은 $1/16A$이다. 이 값은 직사각형의 중간 3분의 1 개념이나 선형비 1/3을 잘못 떠올릴 때 나오기 쉽다.
④ X: 틀린 표현은 핵의 면적이 $1/4A$라는 값이다. 올바르게는 핵의 면적은 $1/16A$이다. 1/4는 선형 닮음비일 뿐이고, 면적에는 제곱을 해야 한다.

오답 포인트

삼각형 핵 문제에서 가장 흔한 실수는 선형 닮음비와 면적비를 혼동하는 것이다. 또 직사각형의 중간 3분의 1 법칙을 그대로 떠올려 $1/9A$처럼 처리하면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

핵 문제는 먼저 한 변이 무응력선이 되는 한계 편심 $e = I/(Ac)$를 구하고, 그 점으로 결정되는 핵의 닮음비를 찾은 뒤 면적이면 닮음비를 제곱해서 판단한다.

NoteBase

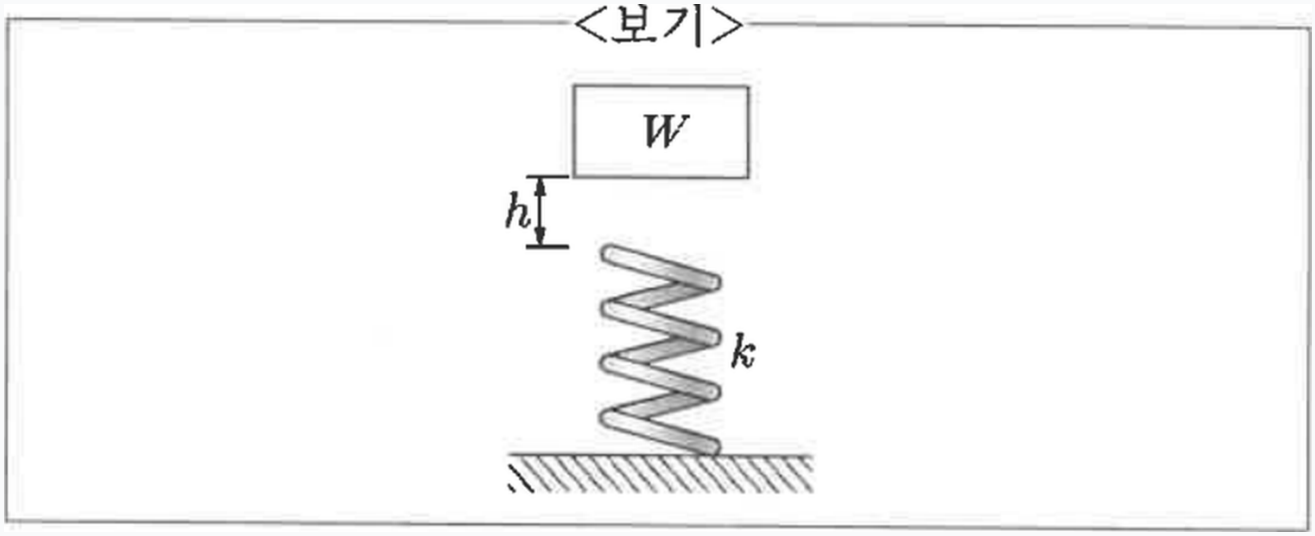
암기 포인트

삼각형 단면의 핵은 원삼각형과 닮고, 선형비는 1/4, 면적비는 1/16이다.

NoteBase

문 5. <보기>와 같이 중량(W)이 1,000kN인 물체가 높이(h) 10mm에서 낙하하여 스프링에 충격을 가할 때, 스프링의 충격계수 $\left(\frac{\delta_{max}}{\delta_{st}}\right)$는? (단, 스프링 상수 k는 5×10^4kN/m, 물체의 초기 속도는 0이고, 물체는 낙하 후 스프링과 접촉상태를 유지하며, 정적변위는 δ_{st}, 최대동적변위는 δ_{max}이다.)

<보기>



① $1+\sqrt{2}$

② $1+\sqrt{3}$

③ 3

④ $1+\sqrt{5}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 낙하 충격을 받는 스프링의 충격계수 δ_{max}/δ_{st}를 정적변위와 낙하높이로 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 중량 $W = 1000$kN, 스프링 상수 $k = 5 \times 10^4$kN/m, 낙하높이 $h = 10$mm이다. 구해야 할 값은 충격계수 δ_{max}/δ_{st}이다. 물체는 스프링과 계속 접촉하므로 낙하 충격 공식 그대로 적용된다.

사용할 공식

정적변위는 $\delta_{st} = W/k$이다. 낙하 충격을 받는 선형 스프링은 에너지보존으로 $\frac{1}{2}k\delta_{max}^2 = W(h+\delta_{max})$를 만족하므로, 이를 정리하면 $\frac{\delta_{max}}{\delta_{st}} = 1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_{st}}}$가 된다. 이 문제는 물체가 높이 h에서 자유낙하해 스프링에 충격을 주는 상황이므로 이 공식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 정적변위를 구하면 $\delta_{st} = \frac{1000}{5 \times 10^4}\text{m} = 0.02\text{m} = 20\text{mm}$이다.
2. 충격계수 식에 대입하면 $\frac{\delta_{\max}}{\delta_{st}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 10}{20}}$ 이다.
3. 따라서 $\frac{\delta_{\max}}{\delta_{st}} = 1 + \sqrt{2}$ 이다.

선지 판단

1번: O. 계산 결과가 정확히 $1 + \sqrt{2}$이므로 옳다.
2번: X. $1 + \sqrt{3}$이 되려면 $1 + \frac{2h}{\delta_{st}} = 3$이어야 하는데, 실제로는 $1 + \frac{2 \times 10}{20} = 2$이다. 틀린 표현은 충격계수를 $1 + \sqrt{3}$로 본 점이며, 올바르게는 $1 + \sqrt{2}$이다.
3번: X. 계산값은 $1 + \sqrt{2} \approx 2.414$이므로 3이 아니다. 틀린 표현은 충격계수를 정수 3으로 둔 점이며, 올바르게는 $1 + \sqrt{2}$이다.
4번: X. $1 + \sqrt{5}$는 $1 + \frac{2h}{\delta_{st}} = 5$일 때의 값인데, 이 문제에서는 그 값이 2이다. 틀린 표현은 충격계수를 $1 + \sqrt{5}$로 본 점이며, 올바르게는 $1 + \sqrt{2}$이다.

오답 포인트

정적변위 δ_{st}를 W/k로 먼저 구하지 않거나, 0.02m를 20mm로 바꾸지 않으면 루트 안의 값이 달라져 오답이 된다. 선택지 2번과 4번은 이 대입값을 잘못 잡는 실수를 노린 보기이다.

다시 나오면 이렇게 판단

스프링 충격 문제는 먼저 $\delta_{st} = W/k$를 구하고, 그다음 $\delta_{\max}/\delta_{st} = 1 + \sqrt{1 + 2h/\delta_{st}}$에 같은 단위로 대입해 판단한다.

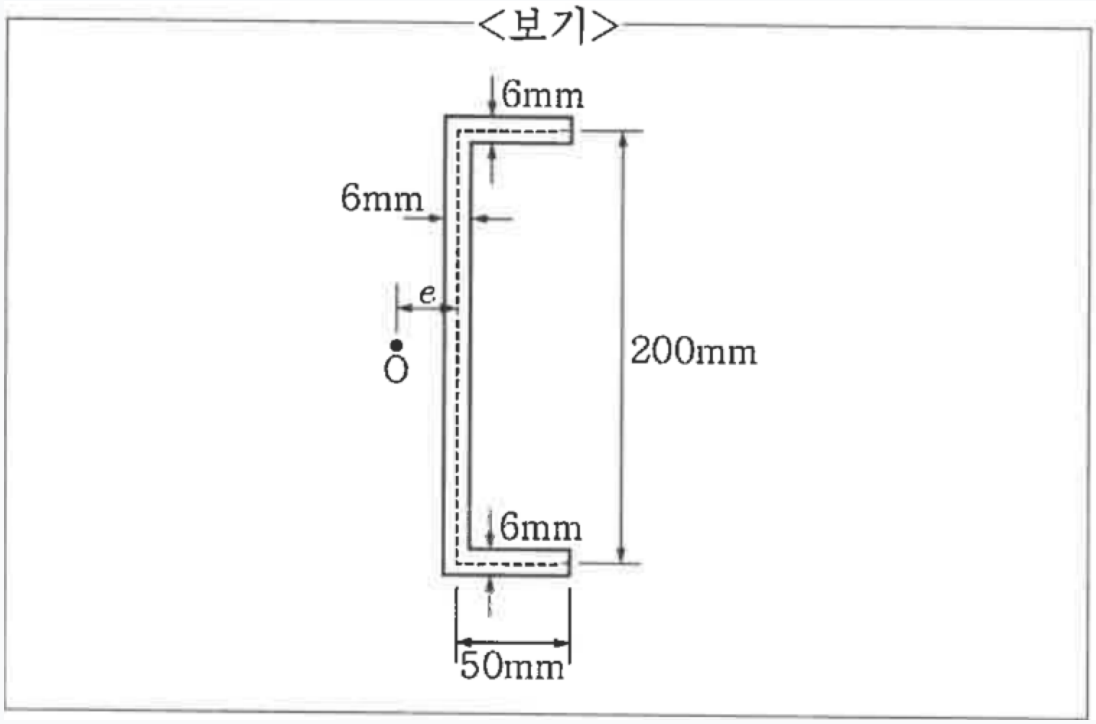
암기 포인트

낙하 스프링 충격계수는 $1 + \sqrt{1 + 2h/\delta_{st}}$, 출발점은 항상 $\delta_{st} = W/k$이다.

NoteBase

문 6. <보기>와 같이 플렌지의 폭이 50mm이고, 웹의 높이가 200mm이며, 플렌지와 웹의 두께가 6mm로 일정한 두께가 얇은 열린 단면이 있다. 웹의 중앙선으로부터 전단중심(O)까지의 거리 e[mm]는? (단, 플렌지의 폭과 웹의 높이는 단면의 중앙선을 따라 측정되었다.)

<보기>



① 15

② 20

③ 25

④ 30

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 얇은 열린 채널단면의 전단중심을 전단흐름과 단면2차모멘트로 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 플랜지 폭 50mm, 웹 높이 200mm, 두께 6mm이다.

구해야 할 값: 웹 중심선으로부터 전단중심까지의 거리 e이다.

주의할 조건: 플랜지 폭과 웹 높이는 단면 중심선을 따라 잰 값이므로 $b = 50$, $h = 200$을 그대로 사용한다.

NoteBase

사용할 공식

플랜지의 전단흐름은 $q = \frac{VQ}{I_x}$ 이다.
플랜지 한 장의 수평 전단력은 $F = \int_0^b q dx$ 이다.
전단중심은 외력 V가 만드는 모멘트와 플랜지 전단력 쌍이 만드는 모멘트가 같아지는 점이므로 $Ve = Fh$ 를 사용한다.
이 공식을 쓰는 이유: 이 단면은 수평축 대칭인 열린 얇은 단면이어서 전단중심이 웹의 중심선상 좌우로만 이동하고, 비틀림 평형으로 e를 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 수평축에 대한 단면2차모멘트를 구한다.
$I_x = t\frac{h^3}{12} + 2 \cdot tb\left(\frac{h}{2}\right)^2$
$= 6 \cdot \frac{200^3}{12} + 2 \cdot 6 \cdot 50 \cdot 100^2 = 4{,}000{,}000 + 6{,}000{,}000 = 10{,}000{,}000\text{mm}^4$ 이다.
2. 플랜지 한 장의 전단력 합력을 구한다.
플랜지 자유단에서 웹 쪽으로 x만큼 들어간 위치의 Q는 $Q = t \cdot x \cdot 100$ 이므로 $q = \frac{Vtx \cdot 100}{I_x}$ 이다.
따라서 $F = \int_0^{50} q dx = \frac{Vt \cdot 100}{I_x} \int_0^{50} x dx = \frac{V \cdot 6 \cdot 100 \cdot 50^2}{2 \cdot 10{,}000{,}000} = 0.075V$ 이다.
3. 위아래 플랜지의 수평 전단력은 서로 반대방향으로 작용하여 간격 $h = 200$ mm의 힘쌍을 만든다.
따라서 $Ve = Fh = 0.075V \cdot 200 = 15V$ 이고, $e = 15\text{mm}$ 이다.

선지 판단

1번: O
계산 결과 $e = 15\text{mm}$ 이므로 옳다.
2번: X
틀린 표현은 20mm이다. 올바르게는 15mm이다. 20mm는 플랜지 전단합력이나 비틀림 평형을 중간에서 잘못 끊어 계산한 값으로, $Ve = Fh$ 평형을 정확히 적용하면 나오지 않는다.
3번: X
틀린 표현은 25mm이다. 올바르게는 15mm이다. 25mm는 웹의 단면2차모멘트 $th^3/12$를 빠뜨리고 플랜지 contribution만으로 I_x를 잡을 때 나오는 대표 오답이다.
4번: X
틀린 표현은 30mm이다. 올바르게는 15mm이다. 30mm는 위아래 플랜지의 힘쌍 효과를 이미 Fh로 반영했는데 이를 다시 두 배로 세는 중복 계산에서 생기는 값이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 세 가지이다. 첫째, 50mm와 200mm가 중심선 치수라는 조건을 놓치면 치수가 틀어진다. 둘째, I_x에서 웹의 $th^3/12$를 빼먹으면 25mm 쪽으로 커진다. 셋째, 위아래 플랜지의 힘쌍 모멘트를 계산할 때 이미 간격 200mm가 반영되었는데 다시 두 배를 곱하면 30mm가 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

열린 얇은 단면의 전단중심 문제는 중심선 치수를 먼저 확정하고, I_x를 구한 뒤, 자유단에서 시작하는 전단흐름을 적분해 플랜지 합력 F를 만든 다음, 마지막에 Ve=힘쌍 모멘트 평형으로 정리하면 된다.

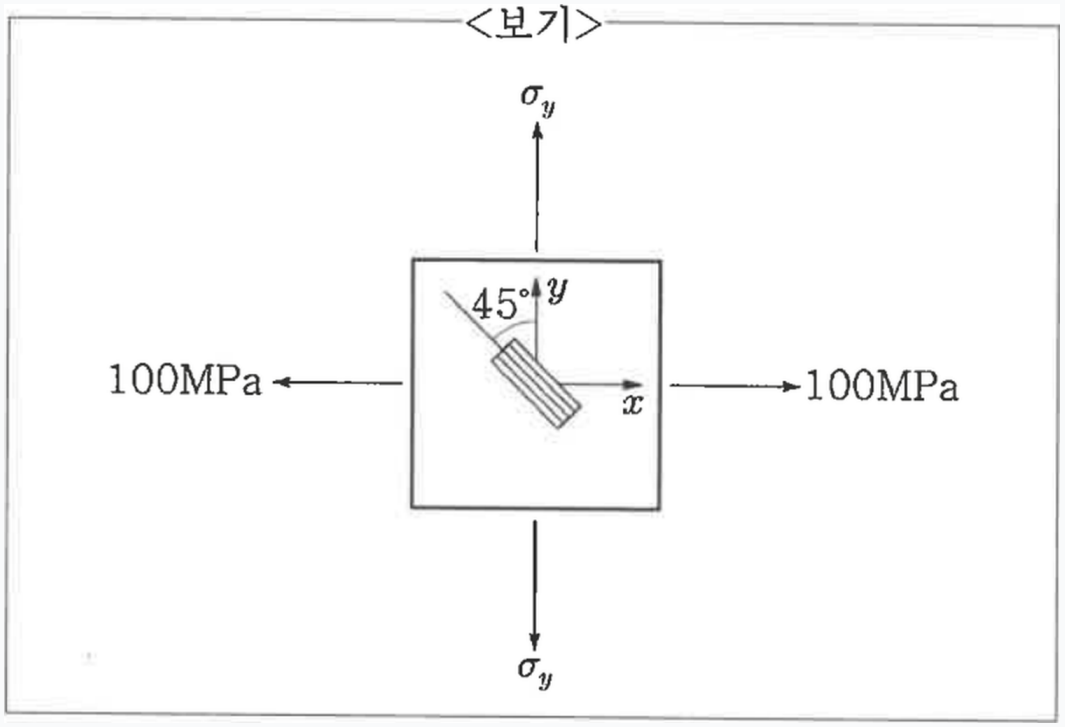
암기 포인트

채널단면 전단중심은 도심과 일치하지 않으며, 열린 얇은 단면에서는 전단흐름 적분으로 플랜지 힘쌍을 만든 뒤 비틀림 평형으로 e를 구한다.

NoteBase

문 7. <보기>와 같이 스트레인 게이지가 부착된 얇은 강판이 이축응력 상태에 있다. 스트레인 게이지에서 계측된 수직변형률이 300×10^{-6}일 때, 강판에 작용하는 수직응력 $\sigma_y[MPa]$는? (단, 강판의 탄성계수는 $200[GPa]$이며, 푸아송비는 0.25이다.)

<보기>



① 30

② 40

③ 50

④ 60

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 45도 방향의 변형률과 평면응력 상태의 후크의 법칙을 연결하여 σ_y를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $\sigma_x = 100\text{MPa}$, $E = 200\text{GPa} = 200000\text{MPa}$, $\nu = 0.25$, 45도 방향 스트레인 게이지의 수직변형률 $\varepsilon_{45} = 300 \times 10^{-6}$이다. 구해야 할 값은 σ_y이다. 얇은 강판이므로 평면응력 상태로 본다.

NoteBase

사용할 공식

45도 방향의 수직변형률은 변형률 변환식으로 $\varepsilon_{45} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$이다. 또한 평면응력 상태에서 $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu\sigma_y}{E}$, $\varepsilon_y = \frac{\sigma_y - \nu\sigma_x}{E}$이다. 이 공식을 쓰는 이유는 게이지가 x축과 y축에 대해 45도 기울어져 있고, 문제의 응력상태에 전단응력이 제시되지 않아 $\gamma_{xy} = 0$이기 때문이다.

계산 과정

$\varepsilon_{45} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} = 300 \times 10^{-6}$

$\varepsilon_x + \varepsilon_y = 600 \times 10^{-6}$

$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \frac{\sigma_x - \nu\sigma_y + \sigma_y - \nu\sigma_x}{E} = \frac{(1-\nu)(\sigma_x + \sigma_y)}{E}$

$600 \times 10^{-6} = \frac{(1-0.25)(100 + \sigma_y)}{200000}$

$600 \times 10^{-6} = \frac{0.75(100 + \sigma_y)}{200000}$

양변에 200000을 곱하면 $120 = 0.75(100 + \sigma_y)$이다.

$100 + \sigma_y = 160$

$\sigma_y = 60\text{MPa}$

선지별 해설

① X: 30 MPa를 대입하면 $\varepsilon_{45} = \frac{(1-0.25)(100+30)}{2 \times 200000} = 243.75 \times 10^{-6}$이 되어 계측값 300×10^{-6}와 맞지 않는다. ①의 값은 틀렸고, 올바른 값은 60 MPa이다.

② X: 40 MPa를 대입하면 $\varepsilon_{45} = 262.5 \times 10^{-6}$이 되어 부족하다. ②의 값은 틀렸고, 올바른 값은 60 MPa이다.

③ X: 50 MPa를 대입하면 $\varepsilon_{45} = 281.25 \times 10^{-6}$이 되어 여전히 계측값과 다르다. ③의 값은 틀렸고, 올바른 값은 60 MPa이다.

④ O: 60 MPa를 대입하면 $\varepsilon_{45} = \frac{(1-0.25)(100+60)}{2 \times 200000} = 300 \times 10^{-6}$이 되어 계측값과 정확히 일치한다.

오답 포인트

45도 게이지의 변형률을 ε_x나 ε_y로 바로 두는 실수가 잦다. 이 문제의 핵심은 45도 방향 변형률이 두 직교방향 변형률의 평균이라는 점이며, 여기에 푸아송비 ν를 함께 반영해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

이축응력에서 경사 게이지가 나오면 먼저 게이지 각도에 맞는 변형률 변환식을 쓴다. 그다음 ε_x, ε_y를 후크의 법칙으로 응력에 연결하고, 마지막에 선택지 값을 대입해 계측 변형률과 일치하는지 검산하면 된다.

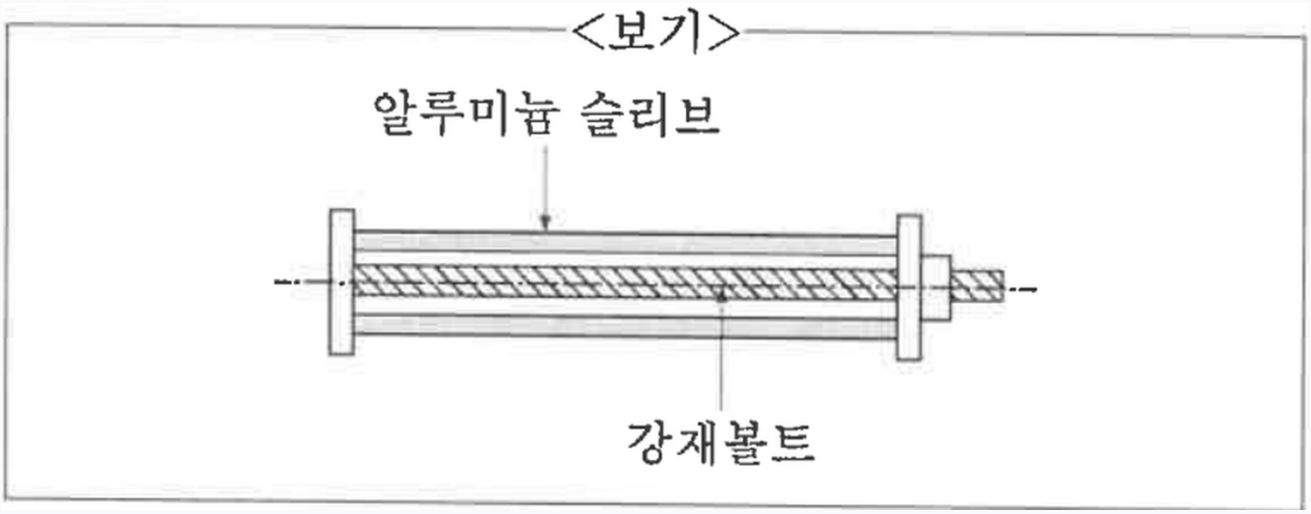
암기 포인트

전단응력이 없는 45도 게이지에서는 $\varepsilon_{45} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$가 바로 출발식이다.

NoteBase

문 8. <보기>와 같이 알루미늄 슬리브에 강재볼트가 조립된 부재가 있다. 온도 상승량이 $25^\circ C$일 때, 알루미늄 슬리브에 발생하는 압축응력의 크기[MPa]는? (단, 알루미늄의 열팽창계수는 $23 \times 10^{-6}/^\circ C$, 강재의 열팽창계수는 $13 \times 10^{-6}/^\circ C$, 알루미늄의 탄성계수는 $80{,}000 N/mm^2$, 강재의 탄성계수는 $200{,}000 N/mm^2$, 알루미늄 슬리브의 단면적은 $250 mm^2$, 강재볼트의 단면적은 $100 mm^2$이다.)

<보기>



① 6

② 8

③ 10

④ 12

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 온도 상승을 받는 이종 결합부재에서 자유열팽창 차이와 축력 평형, 변형 적합 조건을 이용해 알루미늄 슬리브의 압축응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 알루미늄은 $\alpha_a = 23 \times 10^{-6}/^\circ C$, $E_a = 80{,}000 N/mm^2$, $A_a = 250 mm^2$이고, 강재는 $\alpha_s = 13 \times 10^{-6}/^\circ C$, $E_s = 200{,}000 N/mm^2$, $A_s = 100 mm^2$이다. 온도 상승량은 $25^\circ C$이다. 구해야 할 값은 알루미늄 슬리브의 압축응력이다. 주의할 조건은 가열 후 볼트와 슬리브의 최종 변형량이 같고, 두 부재에 작용하는 내부축력의 크기가 서로 같다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

평형조건은 $\sigma_a A_a = \sigma_s A_s$이다. 변형 적합조건은 $\alpha_a \Delta T - \sigma_a/E_a = \alpha_s \Delta T + \sigma_s/E_s$이다. 즉 $(\alpha_a - \alpha_s)\Delta T = \sigma_a/E_a + \sigma_s/E_s$이다. 이 공식을 쓰는 이유는 알루미늄이 강재보다 더 많이 팽창하려 하지만 강재볼트가 이를 구속하므로, 자유열팽창 차이가 두 부재의 탄성변형 합으로 상쇄되기 때문이다.

계산 과정

1. 열팽창 차이는 $(23 - 13) \times 10^{-6} \times 25 = 250 \times 10^{-6} = 0.00025$이다.
2. 평형조건에서 $\sigma_s = \sigma_a A_a/A_s = \sigma_a \times 250/100 = 2.5\sigma_a$이다.
3. 적합조건에 대입하면 $0.00025 = \sigma_a\left(\frac{1}{80{,}000} + \frac{2.5}{200{,}000}\right) = \sigma_a(0.000025)$이다. 따라서 $\sigma_a = \frac{0.00025}{0.000025} = 10\text{N/mm}^2 = 10\text{MPa}$이다.

선지 판단

1번 X: 틀린 표현은 '6 MPa'이다. 적합조건과 평형조건을 함께 적용하면 알루미늄 슬리브의 압축응력은 10 MPa가 되므로 올바르게는 '10 MPa'이다.
2번 X: 틀린 표현은 '8 MPa'이다. 열팽창 차이만 보거나 두 부재의 탄성변형 합을 완전히 반영하지 않으면 이런 오답값이 나오기 쉽다. 올바르게는 '10 MPa'이다.
3번 O: 계산 결과 알루미늄 슬리브의 압축응력은 10 MPa이므로 옳다.
4번 X: 틀린 표현은 '12 MPa'이다. 단면적비 $A_a/A_s = 2.5$ 또는 탄성계수 항의 합을 잘못 넣으면 커진 값이 나올 수 있으나, 올바른 계산값은 '10 MPa'이다.

오답 포인트

알루미늄과 강재의 자유열팽창 차이만 보고 바로 응력을 구하거나, $\sigma_a A_a = \sigma_s A_s$의 단면적비를 빼먹으면 오답이 된다. 특히 슬리브는 압축, 볼트는 인장이라는 부호 판단과 두 부재의 최종 변형량이 같다는 적합조건을 동시에 써야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

이종 결합부재의 열응력 문제는 먼저 더 많이 팽창하려는 부재와 덜 팽창하려는 부재를 구분한 뒤, 평형조건 $P_a = P_s$와 변형 적합조건 $\delta_a = \delta_s$를 세워 푼다. 그 다음 자유열팽창 차이를 두 부재의 탄성변형 합으로 바꾸어 계산하면 된다.

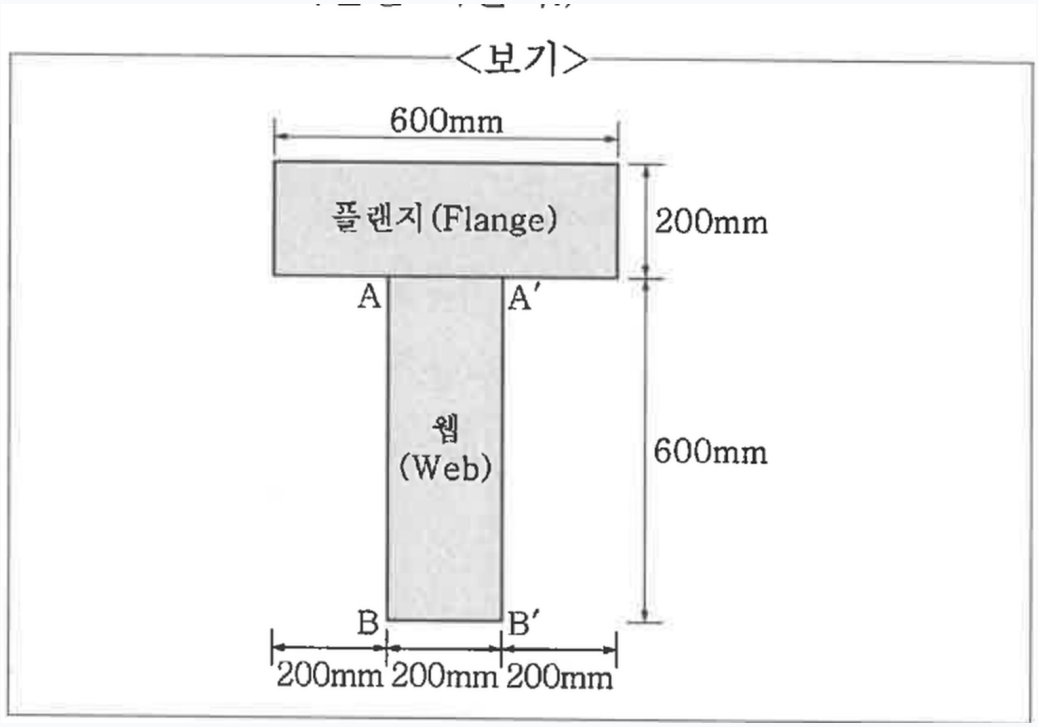
암기 포인트

구속된 이종 열팽창은 '자유열팽창 차이 = 두 부재의 탄성변형 합'으로 정리되고, 내부축력은 같고 응력은 단면적에 반비례한다.

NoteBase

문 9. <보기>와 같은 보의 단면에 양(+)의 휨모멘트가 작용하고 있다. 보의 최하단 B-B'에서 발생하는 휨수직응력(Bending normal stress)이 90MPa(인장)일 때, 플랜지와 웹 사이 A-A'에 작용하는 휨수직응력[*MPa*]은? (단, 보는 Euler보 이론을 따른다.)

<보기>



① 0

② 9(압축)

③ 18(압축)

④ 27(압축)

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 Euler보의 휨응력식 $\sigma = My/I$와 단면의 중립축 위치를 이용해 A-A'의 휨수직응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

플랜지는 600mm × 200mm, 웹은 200mm × 600mm이다.

B-B'의 휨수직응력은 90 MPa 인장이다.

구해야 할 값은 플랜지와 웹 사이 A-A'에서의 휨수직응력이다.

같은 단면에서 M과 I는 공통이므로 응력은 중립축으로부터의 거리 y에 비례한다.

NoteBase

사용할 공식

$\sigma = \frac{My}{I}$
$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{y_A}{y_B}$
이 공식을 쓰는 이유는 Euler보 이론에서 같은 단면의 휨응력이 중립축으로부터의 거리에 비례하여 선형적으로 분포하기 때문이다.

계산 과정

1. 단면의 도심을 구한다.
$A_f = 600 \times 200 = 120000\text{mm}^2, \quad A_w = 200 \times 600 = 120000\text{mm}^2$
$\bar{y} = \frac{A_f \cdot 100 + A_w \cdot 500}{A_f + A_w} = \frac{120000 \cdot 100 + 120000 \cdot 500}{240000} = 300\text{mm}$
즉, 중립축은 단면 최상단에서 300mm 아래에 있다.
2. 각 위치의 중립축까지 거리를 구한다.
A-A'는 최상단에서 200mm 위치이므로 $y_A = 300 - 200 = 100\text{mm}$이다.
B-B'는 최상단에서 800mm 위치이므로 $y_B = 800 - 300 = 500\text{mm}$이다.
3. 응력비를 적용한다.
$\sigma_A = \sigma_B \cdot \frac{y_A}{y_B} = 90 \cdot \frac{100}{500} = 18\text{MPa}$
B-B'가 인장이므로 중립축 위쪽의 A-A'는 반대 부호인 압축이다. 따라서 A-A'의 응력은 18 MPa 압축이다.

선지 판단

1번: X. A-A'는 중립축 위 100mm 떨어져 있으므로 응력이 0이 아니다. 틀린 표현은 '0'이고, 올바르게는 '18 MPa 압축'이다.
2번: X. 9 MPa 압축은 거리비 100/500를 잘못 절반으로 처리한 값이다. A-A' 응력은 $90 \times 100/500 = 18$이므로 틀린 표현은 '9(압축)'이고, 올바르게는 '18(압축)'이다.
3번: O. 중립축까지 거리비가 $100 : 500 = 1 : 5$이므로 A-A' 응력은 $90/5 = 18\text{MPa}$이다. A-A'는 중립축 위쪽이므로 압축이 맞다.
4번: X. 27 MPa 압축은 A-A'의 거리를 실제보다 크게 잡아 생기는 오답이다. A-A'는 중립축에서 100mm 떨어져 있으므로 틀린 표현은 '27(압축)'이고, 올바르게는 '18(압축)'이다.

오답 포인트

플랜지와 웹의 면적이 같다는 점을 놓치면 중립축을 잘못 잡기 쉽다. 또한 B-B'의 인장 90 MPa를 그대로 크기만 비례시켜 놓고, A-A'가 중립축 위쪽이라는 이유로 부호가 압축으로 바뀐다는 점을 빠뜨리면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

비대칭 단면의 휨응력 문제는 먼저 도심으로 중립축 위치를 구한 뒤, 각 점의 중립축 거리 y를 잡고, 마지막에 $\sigma \propto y$와 인장·압축 부호를 함께 판단하면 된다.

NoteBase

암기 포인트

Euler보의 휨응력은 $\sigma = My/I$이므로 같은 단면에서는 중립축에서 멀수록 응력이 크고, 중립축을 기준으로 위아래 부호가 반대이다.

NoteBase

문 10. 반지름이 30mm인 속이 찬 원형 강봉에 작용할 수 있는 최대 비틀림모멘트(소성토크) 값[kN · m]은? (단, 원형 강봉의 재료는 완전탄소성 재료이며, 전단항복강도는 150MPa이다.)

① 2.7π

② 5π

③ 5.4π

④ 10π

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 속이 찬 원형 강봉의 완전탄소성 상태에서 최대 비틀림모멘트 소성토크를 구하는 공식과 단위 변환을 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 반지름 30mm, 전단항복강도 150 MPa이다.
구해야 할 값은 속이 찬 원형 강봉의 최대 비틀림모멘트이다.
주의할 조건은 재료가 완전탄소성 재료이므로 탄성비틀림 공식이 아니라 소성토크 공식을 써야 한다는 점이다.

사용할 공식

완전탄소성 속찬 원형축의 최대 비틀림모멘트는 $T_p = \int_A \tau_y r dA = \frac{2}{3}\pi\tau_y R^3$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 완전탄소성 상태에서는 단면 전체가 전단항복강도 τ_y에 도달하여 반지름 R까지 전 구간이 소성응력을 부담하기 때문이다.

계산 과정

1. $R = 30mm$, $\tau_y = 150MPa = 150N/mm^2$를 공식에 대입한다.
2. $T_p = \frac{2}{3}\pi \times 150 \times 30^3 = \frac{2}{3}\pi \times 150 \times 27000 = 2700000\pi N \cdot mm$
3. $1kN \cdot m = 10^6 N \cdot mm$이므로 $T_p = \frac{2700000\pi}{10^6} = 2.7\pi kN \cdot m$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 O: 계산 결과가 정확히 $2.7\pi kN\cdot m$이므로 옳다.
2번 X: $5\pi kN\cdot m$는 계산 결과와 다르다. 이 값이 정답이 되려면 반지름이나 계수가 달라져야 하므로 주어진 조건과 맞지 않는다. 올바른 값은 $2.7\pi kN\cdot m$이다.
3번 X: $5.4\pi kN\cdot m$는 정답의 2배로, 소성토크 계수 $\frac{2}{3}$를 잘못 처리한 경우 나올 수 있는 값이다. 틀린 표현은 최대 비틀림모멘트가 5.4π라는 점이며, 올바르게는 $2.7\pi kN\cdot m$이다.
4번 X: $10\pi kN\cdot m$는 공식 선택이나 단위 환산을 크게 잘못한 값이다. 틀린 표현은 최대 비틀림모멘트가 10π라는 점이며, 올바르게는 $2.7\pi kN\cdot m$이다.

오답 포인트

완전탄소성이라는 조건을 놓치고 탄성비틀림 공식을 쓰거나, $N\cdot mm$를 $kN\cdot m$로 바꾸는 과정에서 10^6으로 나누지 않으면 오답이 된다. 3번처럼 정답의 2배가 되는 값은 소성토크 계수를 잘못 외운 경우에 자주 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

원형축 비틀림 계산 문제는 먼저 탄성인지 완전탄소성인지 구분한 뒤 반지름과 강도를 공식에 대입하고, 마지막에 $N\cdot mm$와 $kN\cdot m$ 단위를 검산하면 된다.

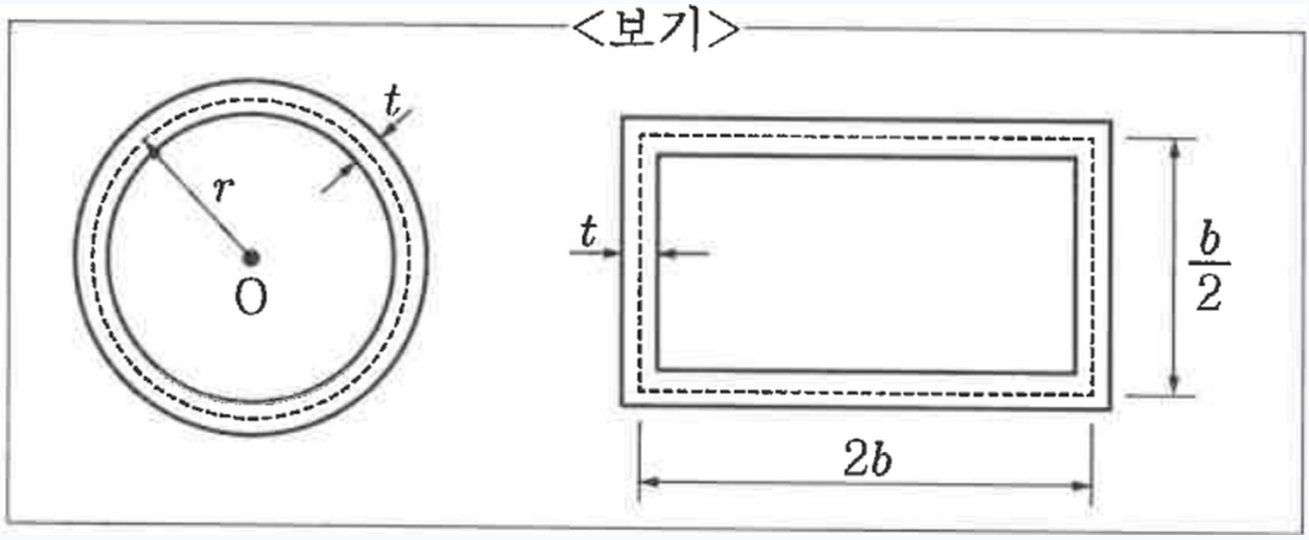
암기 포인트

속찬 원형축의 완전탄소성 비틀림은 $T_p=\frac{2}{3}\pi\tau_y R^3$이다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같이 두께가 t인 얇은 원형 단면의 강관과 직사각형 단면의 강관 부재가 있다. 두 부재가 동일한 크기의 비틀림모멘트를 받고 있을 때, 직사각형 단면의 전단응력(τ_1)과 원형 강관 단면의 전단응력(τ_2)의 비 $\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)$는? (단, 두 부재의 길이, 단면의 두께, 단면의 면적은 각각 같다.)

<보기>



① $\frac{4\pi}{25}$

② $\frac{2\pi}{5}$

③ $\frac{4\pi}{9}$

④ $\frac{2\pi}{3}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 두께가 일정한 얇은 폐단면 강관의 비틀림 전단응력이 평균 둘러싸인 면적 A_m에 반비례한다는 점을 이용해 응력비를 구하는 문제이다.

조건 정리

두 부재는 같은 비틀림모멘트 T, 같은 두께 t, 같은 단면적을 가진다.
원형 강관의 평균 둘러싸인 면적은 $A_{m,c} = \pi r^2$이다.
직사각형 강관의 평균 둘러싸인 면적은 $A_{m,r} = 2b \times \frac{b}{2} = b^2$이다.
단면적이 같으므로 얇은 폐단면의 둘레 길이 기준으로 $2\pi rt = 2\left(2b + \frac{b}{2}\right)t = 5bt$가 된다.

NoteBase

사용할 공식

얇은 폐단면 강관의 전단응력은 $\tau = \frac{T}{2A_m t}$이다.
따라서 같은 T, t 조건에서는 $\tau \propto A_m^{-1}$로 정리된다.
문항의 비는 $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{A_{m,r}}{A_{m,c}} = \frac{b^2}{\pi r^2}$로 계산된다.

계산 과정

단면적 조건에서 $2\pi rt = 5bt$이므로 $b = \frac{2\pi r}{5}$이다.
이를 $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{b^2}{\pi r^2}$에 대입하면
$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{5}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{4\pi}{25}$
이므로 정답값은 $\frac{4\pi}{25}$이다.

선지별 해설

① O: $2\pi rt = 5bt \Rightarrow b = \frac{2\pi r}{5}$를 이용해 응력비를 계산하면 $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{4\pi}{25}$가 된다.
② X: $\frac{2\pi}{5}$는 길이비 $\frac{b}{r}$ 수준에서 멈춘 값이다. 이 문항은 면적비 $\frac{b^2}{\pi r^2}$를 써야 하므로 틀린 값 $\frac{2\pi}{5}$ → 올바르게는 $\frac{4\pi}{25}$이다.
③ X: $\frac{4\pi}{9}$는 직사각형 둘레를 잘못 세거나 $\frac{b}{2}$ 조건을 잘못 대입했을 때 나오는 값이다. 틀린 값 $\frac{4\pi}{9}$ → 올바르게는 $\frac{4\pi}{25}$이다.
④ X: $\frac{2\pi}{3}$는 길이비와 면적비를 혼동한 값이다. 응력은 평균 둘러싸인 면적에 반비례하므로 틀린 값 $\frac{2\pi}{3}$ → 올바르게는 $\frac{4\pi}{25}$이다.

오답 포인트

얇은 폐단면 비틀림에서는 원형공식 $\tau = Tr/J$만 기계적으로 쓰기보다 $\tau = \frac{T}{2A_m t}$로 바로 가는 편이 안전하다. 가장 흔한 실수는 직사각형의 둘레를 $5b$로 정리하지 못하는 경우와, 길이비 $\frac{b}{r}$를 면적비로 제곱하지 않고 끝내는 경우이다.

다시 나오면 이렇게 판단

얇은 폐단면 강관 비교 문제는 먼저 $\tau \propto A_m^{-1}$를 잡고, 다음에 단면적 조건으로 둘레 관계를 세운 뒤, 마지막에 평균 둘러싸인 면적비로 정리하면 된다.

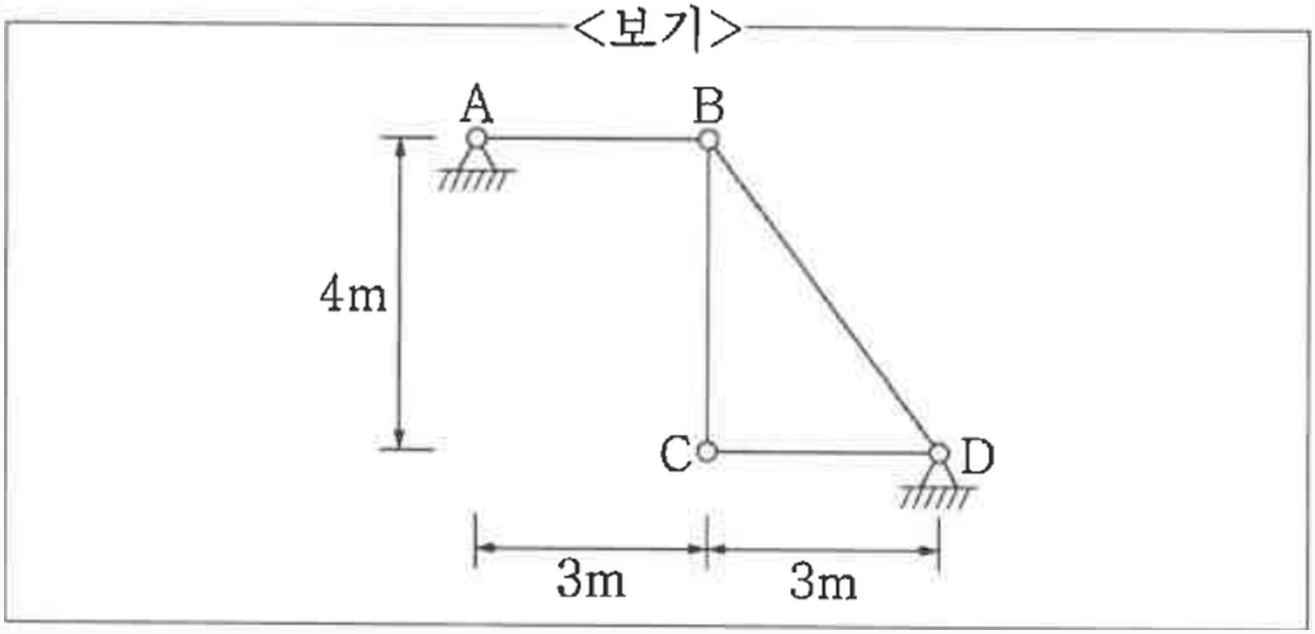
암기 포인트

얇은 폐단면 비틀림은 전단응력 $\tau = \frac{T}{2A_m t}$, 즉 같은 두께와 토크에서는 평균 둘러싸인 면적이 클수록 전단응력이 작아진다.

NoteBase

문 12. <보기>와 같은 트러스에서 BD 부재의 온도가 30°C만큼 증가할 때, C점의 수직처짐[mm]은? (단, 부재의 자중은 무시하며, 부재의 열팽창계수 α는 $8 \times 10^{-6}/^\circ$C이다.)

<보기>



① 1.2(↓)

② 1.2(↑)

③ 1.5(↓)

④ 1.5(↑)

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 BD 부재의 열팽창량을 구한 뒤, 3-4-5 기하관계로 C점의 수직변위를 연결하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $BD = 5m$, $BC = 4m$, 수평거리 $CD = 3m$, $\alpha = 8 \times 10^{-6}/^\circ C$, $\Delta T = 30^\circ C$이다. A와 D는 지점이므로 고정되어 있고, 처음 상태에서 AB와 CD는 수평이어서 B와 C는 순간적으로 수직방향으로만 움직인다. BC의 길이는 변하지 않으므로 B와 C의 수직변위는 같다.

NoteBase

사용할 공식

열팽창량은 $\Delta L = \alpha L \Delta T$이다. 길이는 $L = 5\text{m} = 5000\text{mm}$로 환산해서 쓴다. 다음으로 절점변위와 부재 축변형을 연결한다. B에서 D를 향하는 방향단위벡터는 $\mathbf{n} = \frac{1}{5}(3,\ -4) = \left(\frac{3}{5},\ -\frac{4}{5}\right)$이므로, 절점이 δ만큼 위로(즉 변위 $(0, \delta)$) 움직일 때 BD의 축방향 신장량은 변위를 $\mathbf{n}$에 사영한 값 $\frac{4}{5}\delta$가 된다. 즉 BD의 수직성분 비율이 $\frac{4}{5}$이다. 따라서 $\Delta L_{BD} = \frac{4}{5}\delta$를 쓴다.

계산 과정

1. 단위를 맞추기 위해 $L = 5\text{m} = 5000\text{mm}$로 환산한다. BD의 자유 열팽창량은 $\Delta L_{BD} = \alpha L \Delta T = 8 \times 10^{-6} \times 5000\text{mm} \times 30 = 1.2\text{mm}$이다. 2. C점 수직변위를 δ라 두면 B점도 같은 양만큼 위로 이동한다. 3. BD는 3-4-5 형상이므로 수직성분 비율 $\frac{4}{5}$에 의해 길이 증가분은 $\Delta L_{BD} = \frac{4}{5}\delta$이다. 4. 따라서 $1.2\text{mm} = \frac{4}{5}\delta \quad \Rightarrow \quad \delta = 1.2 \times \frac{5}{4} = 1.5\text{mm}$이다. BD가 길어지려면 B와 C는 D로부터 더 멀어져야 하므로 방향은 위쪽이다.

선지별 해설

① X: 1.2mm는 BD 부재 자체의 열팽창량일 뿐 C점 변위가 아니다. 틀린 표현은 '1.2'와 '↓'이다. 올바르게는 3-4-5 기하관계를 반영한 '1.5(↑)'이다.
② X: 방향은 위쪽이라 일부만 맞지만 크기 1.2mm가 틀리다. 틀린 표현은 '1.2'이다. 올바르게는 $\Delta L_{BD} = \frac{4}{5}\delta$이므로 '1.5(↑)'이다.
③ X: 크기 1.5mm는 맞지만 방향이 틀리다. 틀린 표현은 '↓'이다. BD가 늘어나면 B와 C는 위로 올라가야 하므로 올바르게는 '1.5(↑)'이다.
④ O: BD의 열팽창량 1.2mm를 3-4-5 관계에 대입하면 C점 수직처짐은 1.5mm 위쪽이므로 옳다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 부재의 열팽창량 1.2mm를 곧바로 절점 변위로 착각하는 것이다. 또 BD가 길어질 때 B, C가 아래로 내려간다고 보면 부호를 반대로 잡게 된다. 이 문항은 '부재 축변형량'과 '절점 변위'를 구분하는지를 묻는다.

다시 나오면 이렇게 판단

트러스 온도변형 문제는 먼저 $\Delta L = \alpha L \Delta T$로 부재의 축변형량을 구하고, 그다음 부재 형상비와 변위 적합조건으로 절점변위를 연결해서 판단한다. 수평부재 끝 절점은 순간적으로 수직 이동, 수직부재로 연결된 두 절점은 같은 수직변위를 갖는다는 점을 함께 본다.

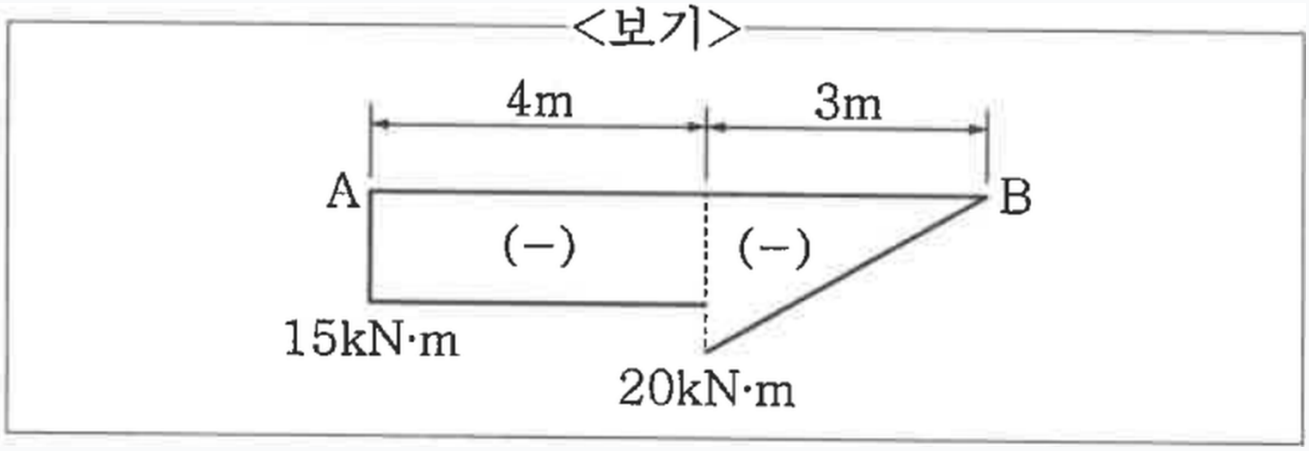
암기 포인트

열팽창량과 절점변위는 같지 않다. 3-4-5 부재에서 수직변위 δ가 주는 축방향 증분은 $\frac{4}{5}\delta$이다.

NoteBase

문 13. <보기>는 A점이 고정단이고 B점이 자유단인 길이 7m의 캔틸레버보에 작용하는 휨모멘트선도이다. 보의 휨강성 EI가 120,000kN · m²일 때, B점의 처짐[mm]은?

<보기>



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 캔틸레버보 자유단 처짐을 휨모멘트선도의 면적 1차모멘트로 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

보 길이는 7m이다.

A는 고정단, B는 자유단이다.

휨모멘트선도는 A부터 4m 구간에서 크기 15 kN · m의 직사각형, 4m부터 B까지 3m 구간에서 최대 20 kN · m의 삼각형으로 주어진다.

구해야 할 값은 B점 처짐이며, 휨강성은 120,000 kN · m²이다.

사용할 공식

캔틸레버보에서 고정단 A의 접선에 대한 자유단 B의 처짐은 M/EI 도형의 B점에 대한 면적 1차모멘트이다.

$\delta_B = \int_0^L \frac{M(x)}{EI}(L-x)dx = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{EI}$

이 공식을 쓰는 이유는 A점이 고정단이라 기울기가 0이므로, B점 처짐을 모멘트면적법 제2정리로 바로 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 직사각형 부분의 면적은 $A_1 = 15 \times 4 = 60$이고, 그 도심의 B점까지 거리는 $\bar{x}_1 = 7 - 2 = 5$ m이다.
2. 삼각형 부분의 면적은 $A_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 20 = 30$이고, 큰 쪽에서 도심까지 거리는 1m이므로 B점까지 거리는 $\bar{x}_2 = 2$ m이다.
3. B점에 대한 면적 1차모멘트는 $60 \times 5 + 30 \times 2 = 300 + 60 = 360$이다.
4. 따라서 $\delta_B = 360/120{,}000 = 0.003$ m이다.
5. 0.003 m는 3mm이므로 B점 처짐의 크기는 3mm이다. 음의 휨모멘트선도이므로 방향은 아래쪽이지만, 보기에서는 크기만 고르면 된다.

선지 판단

1번 X: 1mm는 계산값과 다르다. 이 문항의 올바른 처짐은 3mm이다.
2번 X: 2mm는 계산값과 다르다. 삼각형 구간까지 포함한 면적 1차모멘트를 써야 하며, 올바른 처짐은 3mm이다.
3번 O: $\delta_B = 3$ mm이므로 옳다.
4번 X: 4mm는 계산값과 다르다. 직사각형과 삼각형의 도심거리를 정확히 반영하면 3mm가 된다.

오답 포인트

이 문항은 휨모멘트선도의 단순 면적과 면적 1차모멘트를 혼동하면 틀리기 쉽다. 특히 자유단 처짐은 각 도형의 면적에 자유단까지의 도심거리를 곱해야 하며, 삼각형 도심 위치를 1/2 지점으로 잘못 잡으면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

캔틸레버 자유단 처짐 문제는 휨모멘트선도를 직사각형·삼각형 등으로 나눈 뒤, 각 도형의 면적과 자유단 기준 도심거리를 곱해 합산하고 마지막에 EI로 나누는 순서로 판단한다.

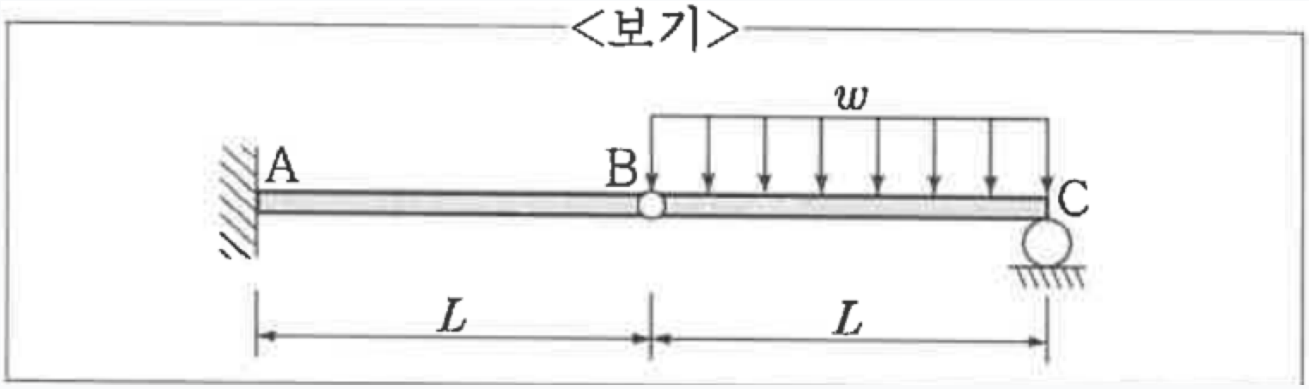
암기 포인트

캔틸레버 자유단 처짐은 M/EI 도형의 자유단 기준 면적 1차모멘트이다.

NoteBase

문 14. <보기>와 같이 게르버보 BC 구간에 등분포하중 w가 작용할 때, B점에서의 좌측 처짐각 θ_{BL}과 우측 처짐각 θ_{BR} 크기의 비 $\left|\frac{\theta_{BL}}{\theta_{BR}}\right|$는?

<보기>



① 1

② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ $\frac{8}{3}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 내부힌지가 있는 게르버보에서 B점의 좌우 처짐각을 구할 때, AB 구간의 캔틸레버 기울기와 BC 구간의 단순보 기울기에 B점 침하로 생기는 chord rotation까지 함께 반영할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: $AB = L$, $BC = L$, BC 전 구간에 등분포하중 w가 작용한다.
구해야 할 값: $|\theta_{BL}/\theta_{BR}|$
주의할 조건: B는 내부힌지이므로 모멘트는 전달되지 않지만, B점의 처짐은 좌우 부재에 공통으로 생긴다.

사용할 공식

1. BC 구간의 지점반력은 $R_B = R_C = wL/2$이다.
2. 자유단 집중하중 P를 받는 캔틸레버의 자유단 처짐각과 처짐은 각각 $\theta = PL^2/(2EI)$, $\delta = PL^3/(3EI)$이다.
3. 등분포하중 w를 받는 길이 L의 단순보 끝단 처짐각 크기는 $wL^3/(24EI)$이다.
4. 지점침하에 따른 chord rotation의 크기는 $\psi = \Delta/L$이다.

이 공식을 쓰는 이유: AB는 B점에 집중하중 R_B를 받는 캔틸레버이고, BC는 등분포하중을 받는 단순보이면서 동시에 B점 침하의 영향을 받기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. BC 구간만 떼어내면 정정구조이므로 $R_B = R_C = wL/2$이다.
2. 따라서 AB 구간은 자유단 B에 하중 $P = wL/2$가 작용하는 캔틸레버가 된다. 그러므로
$\theta_{BL} = \frac{PL^2}{2EI} = \frac{(wL/2)L^2}{2EI} = \frac{wL^3}{4EI}$
$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{(wL/2)L^3}{3EI} = \frac{wL^4}{6EI}$
3. BC 구간에서 하중만 고려한 좌단 B의 끝단 처짐각 크기는
$\theta_{B,load} = \frac{wL^3}{24EI}$
이다.
4. 그런데 B점은 Δ_B만큼 내려가므로, BC에는 추가로
$\psi = \frac{\Delta_B}{L} = \frac{wL^3}{6EI}$
의 chord rotation이 생긴다. 이 회전은 하중에 의한 좌단 기울기와 반대방향이므로 실제 우측 처짐각의 크기는
$\theta_{BR} = |\psi - \theta_{B,load}| = \left|\frac{wL^3}{6EI} - \frac{wL^3}{24EI}\right| = \frac{wL^3}{8EI}$
이다.
5. 따라서
$\left|\frac{\theta_{BL}}{\theta_{BR}}\right| = \frac{wL^3/(4EI)}{wL^3/(8EI)} = 2$
가 된다.

선지 판단

1번 X: 계산 결과 $|\theta_{BL}/\theta_{BR}| = 2$이므로 1은 맞지 않는다. AB와 BC의 처짐각 크기가 같다고 보면 틀린다. 올바르게는 비가 2이다.
2번 X: 5/3은 BC의 우측 처짐각에서 B점 침하에 따른 chord rotation을 정확히 반영하지 못한 값이다. θ_{BR}는 $wL^3/(24EI)$에 침하회전 $wL^3/(6EI)$를 반대방향으로 합성해야 하므로, 올바르게는 비가 2이다.
3번 O: $\theta_{BL} = wL^3/(4EI)$, $\theta_{BR} = wL^3/(8EI)$이므로 $|\theta_{BL}/\theta_{BR}| = 2$이다. 따라서 3번이 옳다.
4번 X: 8/3은 BC 구간의 실제 우측 처짐각을 과소평가하거나, AB 자유단 처짐각 공식을 잘못 적용했을 때 나오는 오답이다. 내부힌지와 B점 침하를 함께 반영하면 올바르게는 비가 2이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 BC를 단순히 등분포하중을 받는 단순보로만 보고 끝단 처짐각 $wL^3/(24EI)$만 사용하는 것이다. 이 문항에서는 AB의 처짐 때문에 B점이 내려가고, 그로 인한 chord rotation Δ_B/L이 BC의 실제 우측 처짐각에 반드시 반영되어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

게르버보의 내부힌지 문제는 먼저 힌지로 구조를 나누어 반력을 구한 뒤, 각 구간을 독립된 기본보로 본다. 그다음 하중에 의한 처짐각과 지점침하로 인한 추가 회전을 따로 계산하여 같은 점의 실제 기울기를 합성하면 된다.

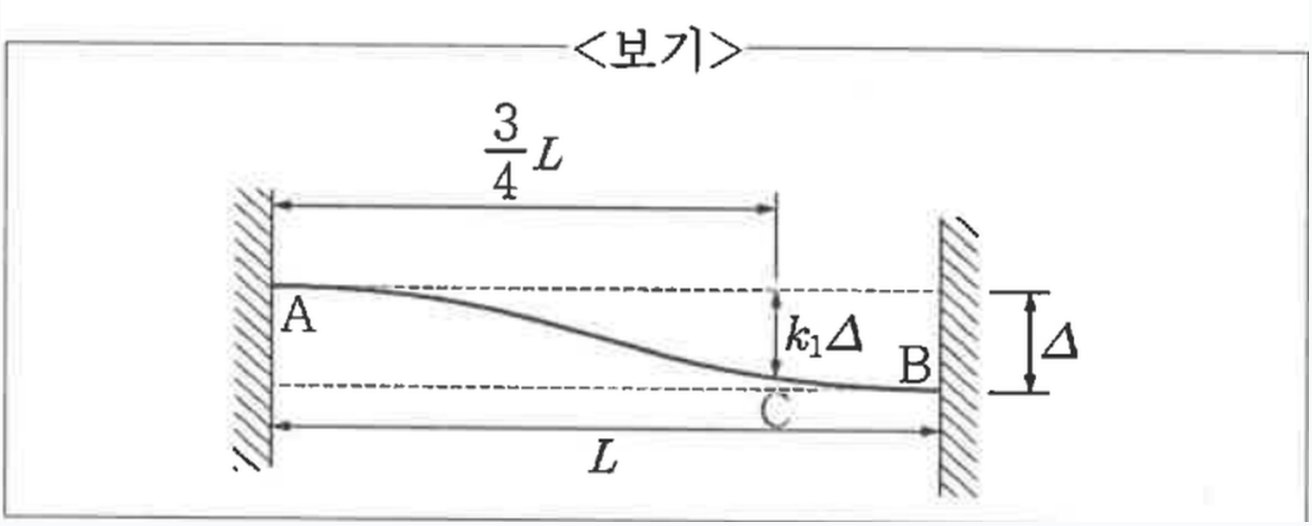
NoteBase

암기 포인트

내부힌지는 모멘트는 끊지만 처짐은 끊지 않는다. 따라서 힌지점의 침하는 인접 경간의 처짐각 계산에 그대로 들어간다.

NoteBase

문 15. <보기>와 같이 양단이 고정인 보의 지점 B가 △만큼 수직 하향 이동하였을 때, 지점 A로부터 $\frac{3}{4}L$ 떨어진 C점의 수직변위는 $k_1\Delta$이다. k_1은? (단, 보의 휨강성은 EI이며, 구조물의 자중은 무시한다.)



① $\frac{13}{16}$
② $\frac{27}{32}$
③ $\frac{7}{8}$
④ $\frac{29}{32}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 양단 고정보에서 한쪽 지점침하가 있을 때 처짐곡선을 3차식으로 두고 임의점 변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: A, B는 고정단이고 B가 아래로 Δ만큼 이동한다. C는 A에서 $3L/4$ 떨어진 지점이다.
구해야 할 값: C점 수직변위 $k_1\Delta$의 계수 k_1이다.
주의할 조건: 양단 고정이므로 A, B에서 처짐뿐 아니라 기울기도 0이다.

사용할 공식

하중이 없고 EI가 일정하므로 탄성곡선은 3차식으로 둘 수 있다.
$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
경계조건 $y(0) = 0, y'(0) = 0, y(L) = \Delta, y'(L) = 0$을 적용한다.
이 공식을 쓰는 이유: 이 문제는 외력이 아니라 지점침하로 생기는 변형이며, 양단 고정의 경계조건이 처짐곡선을 결정하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $y(0)=0, y'(0)=0$에서 $d=0, c=0$이다.
2. 따라서 $y=ax^3+bx^2$이고, $y(L)=\Delta, y'(L)=0$에서 $aL^3+bL^2=\Delta,\quad 3aL^2+2bL=0$이다. 이를 풀면 $a=-2\Delta/L^3, b=3\Delta/L^2$이다.
3. 따라서 $y(x)=\Delta\left[3\left(\frac{x}{L}\right)^2-2\left(\frac{x}{L}\right)^3\right]$이다. $x=3L/4$를 대입하면 $k_1=3\left(\frac{3}{4}\right)^2-2\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{32}$이다. 따라서 C점 수직변위는 $\frac{27}{32}\Delta$이다.

선지별 해설

① X: 제시값은 13/16이다. 경계조건을 만족하는 처짐곡선에 $x=3L/4$를 대입하면 $k_1=27/32$가 되어 일치하지 않는다. 틀린 값은 $13/16\Delta$이고, 올바르게는 $27/32\Delta$이다.
② O: $k_1=27/32$이므로 C점 수직변위는 $27/32\Delta$이다. 양단 고정의 기울기 0 조건까지 반영한 결과와 정확히 일치한다.
③ X: 제시값은 7/8이다. 계산값 27/32와 다르므로 틀리다. 틀린 값은 $7/8\Delta$이고, 올바르게는 $27/32\Delta$이다.
④ X: 제시값은 29/32이다. 계산값은 27/32이므로 ④는 과대평가한 값이다. 틀린 값은 $29/32\Delta$이고, 올바르게는 $27/32\Delta$이다.

오답 포인트

이 문제는 C점이 B에 가깝다고 해서 단순 비례나 직선 보간으로 판단하면 오답이 된다. 양단 고정이면 끝단 기울기 0 조건이 함께 들어가므로 처짐곡선은 직선이 아니라 3차곡선이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

지점침하 문제는 외력 유무보다 먼저 경계조건을 정리한다. 양단 고정이면 y와 y'를 양 끝에서 함께 두고 3차식으로 처짐곡선을 만든 뒤 필요한 위치에 대입하면 된다.

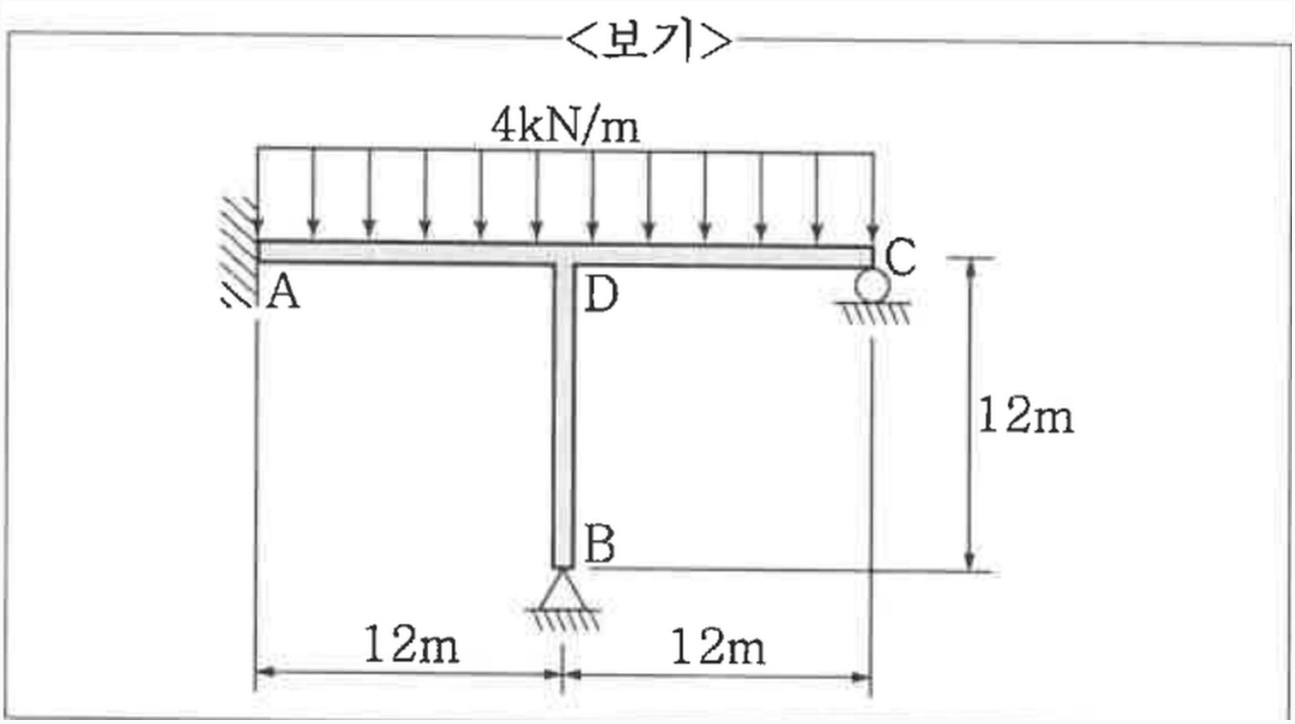
암기 포인트

양단 고정과 무하중 지점침하에서는 처짐형이 $y/\Delta=3\xi^2-2\xi^3$ 꼴이고, $\xi=x/L$이다.

NoteBase

문 16. <보기>와 같은 프레임의 A점에서 반력으로 나타내는 휨모멘트의 크기[kN·m]는? (단, 모든 프레임의 휨강성 EI는 동일한 상수이다.)

<보기>



① 38.4

② 40.8

③ 43.2

④ 45.6

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 강절점 D의 회전과 각 부재의 강성을 고려하여 A점의 반력모멘트를 구하는 프레임 해석 문제이다.

조건 정리

보 AC의 길이는 $24m$이고 $AD = 12m, DC = 12m$이다.

기둥 DB의 길이는 $12m$이다.

등분포하중은 보 전체에 $w = 4kN/m$로 작용한다.

A는 고정단, B는 힌지, C는 롤러이므로 B와 C의 단부모멘트는 0이고, D는 강절점이므로 절점평형을 만족해야 한다.

구해야 할 값은 A점 반력으로 나타나는 휨모멘트의 크기이다.

NoteBase

사용할 공식

처짐각법의 표준 단부모멘트식은 $M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\psi) + FEM_{ij}$이다. 여기서 θ는 절점회전각, ψ는 부재각, FEM은 고정단모멘트이다. 이 문제는 지점 침하가 없어 모든 부재에서 $\psi = 0$이다.
A는 고정단이라 $\theta_A = 0$이므로 부재 AD에서 $M_{DA} = \frac{2EI}{12}(2\theta_D) = \frac{EI}{3}\theta_D$, $M_{AD} = \frac{2EI}{12}(\theta_D) = \frac{EI}{6}\theta_D$와 같이 계수 $\frac{1}{3}EI$, $\frac{1}{6}EI$가 표준식에서 직접 나온다.
C(롤러)와 B(힌지)처럼 원단의 모멘트가 0인 부재는 그 조건을 미리 반영한 수정강성 $\frac{3EI}{L}$을 쓰는 것이 편하다. 이때 가까운 단의 모멘트는 $M_{near} = \frac{3EI}{L}\theta_{near} + FEM^*_{near}$이고, 하중이 있으면 수정 고정단모멘트 $FEM^*_{near} = FEM_{near} - \frac{FEM_{far}}{2}$를 사용한다. $L = 12m$이므로 $\frac{3EI}{12} = \frac{EI}{4}$가 되어 계수 $\frac{1}{4}EI$가 나온다.
등분포하중 w가 작용하는 길이 L의 부재에서 고정단모멘트의 크기는 $wL^2/12$이다. $L = 12m$이므로 $wL^2/12 = 4 \times 12^2/12 = 48kN \cdot m$이다.

계산 과정

D절점의 회전각을 θ_D라고 두면, 왼쪽 보 AD의 단부모멘트는 $M_{DA} = 48 + \frac{EI}{3}\theta_D$, $M_{AD} = -48 + \frac{EI}{6}\theta_D$가 된다(고정단모멘트 ± 48에 표준식 계수 $\frac{1}{3}EI, \frac{1}{6}EI$를 더한 것이다).
오른쪽 보 DC는 C가 롤러이므로 수정강성 $\frac{3EI}{L} = \frac{EI}{4}$와 수정 고정단모멘트 $FEM^*_{DC} = -48 - \frac{48}{2} = -72$을 적용하면 $M_{DC} = -72 + \frac{EI}{4}\theta_D$가 된다.
기둥 DB는 B가 힌지이고 하중이 없으므로 수정강성만 적용하여 $M_{DB} = \frac{EI}{4}\theta_D$가 된다.
강절점 D에서 절점평형 $M_{DA} + M_{DC} + M_{DB} = 0$을 적용하면
$48 + \frac{EI}{3}\theta_D - 72 + \frac{EI}{4}\theta_D + \frac{EI}{4}\theta_D = 0$
$-24 + \frac{5EI}{6}\theta_D = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_D = \frac{144}{5EI}$
따라서 A점 모멘트는
$M_A = |M_{AD}| = \left| -48 + \frac{EI}{6} \cdot \frac{144}{5EI} \right| = |-48 + 4.8| = 43.2kN \cdot m$
가 된다.

선지 판단

① X: $38.4kN \cdot m$는 A단 고정단모멘트 48에서 D절점 회전 보정을 과대하게 빼서 나온 값이다. A점 반력모멘트는 38.4가 아니라 $43.2kN \cdot m$이다.
② X: $40.8kN \cdot m$는 D절점에서 오른쪽 보와 기둥의 강성 기여를 일부 누락했을 때 나오는 작은 값이다. A점 반력모멘트는 40.8이 아니라 $43.2kN \cdot m$이다.
③ O: D절점 평형으로 구한 회전각 $\theta_D = 144/(5EI)$를 $M_{AD} = -48 + EI\theta_D/6$에 대입하면 A점 반력모멘트의 크기는 정확히 $43.2kN \cdot m$가 된다.
④ X: $45.6kN \cdot m$는 D절점 회전에 따른 모멘트 감소를 작게 본 값이다. A점 반력모멘트는 45.6이 아니라 $43.2kN \cdot m$이다.

NoteBase

오답 포인트

B와 C가 힌지 또는 롤러라는 이유만으로 D절점 모멘트까지 0으로 처리하면 틀린다. D는 보와 기둥이 강결된 절점이므로 각 부재의 강성이 모두 절점평형에 참여한다. 또한 A점에서 구하는 값은 부호가 아니라 모멘트의 크기이므로 마지막에 절댓값으로 읽어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

프레임 계산형은 먼저 각 부재의 지점조건을 보고 힌지단 모멘트 0 조건을 적용한다. 그다음 강절점의 미지 회전각을 하나 두고 처짐각법 표준식 $M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\psi) + FEM_{ij}$로 각 부재의 단부모멘트를 표현한 뒤, 절점평형식 $\sum M = 0$으로 회전각을 구하면 목표 단부모멘트가 정리된다. 원단이 힌지·롤러인 부재는 수정강성 $3EI/L$을 쓰면 계산이 짧아진다.

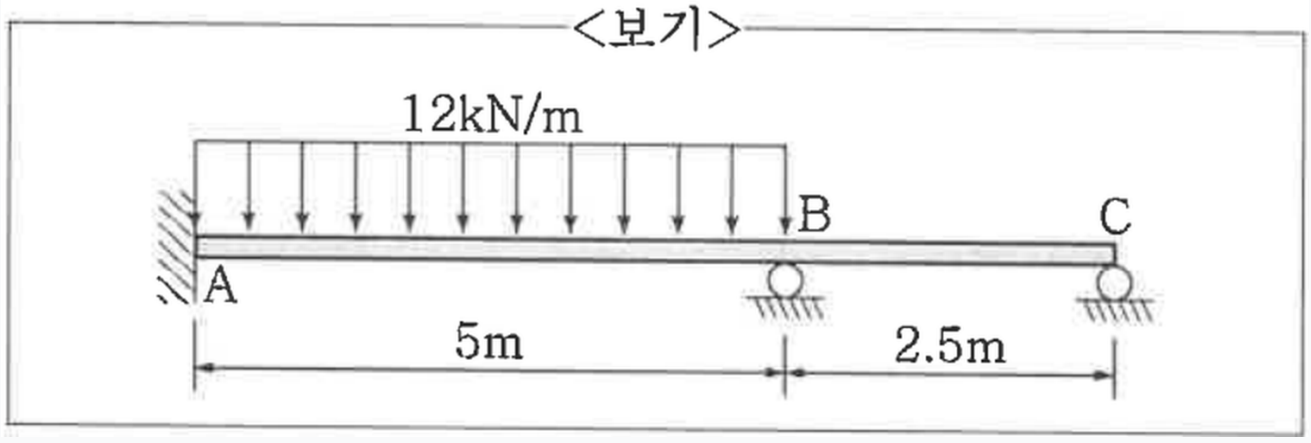
암기 포인트

힌지 원단을 가진 부재는 끝모멘트 0 조건을 먼저 쓰고(수정강성 $3EI/L$), 강절점에서는 각 부재 모멘트의 합이 0이 된다는 점이 핵심이다.

NoteBase

문 17. <보기>와 같은 보의 A점에서 반력으로 나타나는 휨모멘트의 크기[$kN \cdot m$]는? (단, 보의 휨강성 EI는 상수이다.)

<보기>



① 15

② 20

③ 25

④ 30

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 2경간 연속보에서 경사처짐식을 이용해 A점의 반력모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: AB=5m, BC=2.5m, AB 구간에 등분포하중 12kN/m, EI는 일정하다.
구해야 할 값: A점에서 반력으로 나타나는 휨모멘트의 크기이다.
주의할 조건: A는 고정단, B와 C는 단순지지이므로 C단 모멘트는 0이고, 절점 B에서는 양쪽 단부모멘트의 합이 0이 된다.

NoteBase

사용할 공식

경사처짐식을 적용한다.

$M_{AB} = -\frac{wL_1^2}{12} + \frac{2EI}{L_1}\theta_B$

$M_{BA} = \frac{wL_1^2}{12} + \frac{4EI}{L_1}\theta_B$

$M_{BC} = \frac{2EI}{L_2}(2\theta_B + \theta_C)$

$M_{CB} = \frac{2EI}{L_2}(2\theta_C + \theta_B) = 0$

이 공식을 쓰는 이유: EI가 일정한 연속보이고, A는 회전이 구속되며 B와 C는 회전이 가능한 지점이므로 절점 회전과 단부모멘트의 관계를 바로 세울 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. C는 단순지지이므로 $M_{CB} = 0$에서 $2\theta_C + \theta_B = 0$, 따라서 $\theta_C = -\theta_B/2$이다.
2. 이를 M_{BC}에 대입하면 $M_{BC} = \frac{2EI}{2.5}(2\theta_B - \theta_B/2) = \frac{3EI}{2.5}\theta_B = 1.2EI\theta_B$이다.
3. AB 경간의 고정단모멘트는 $\frac{wL_1^2}{12} = \frac{12 \times 5^2}{12} = 25$이므로 $M_{BA} = 25 + \frac{4EI}{5}\theta_B = 25 + 0.8EI\theta_B$이다.
4. 절점 B 평형조건 $M_{BA} + M_{BC} = 0$을 쓰면 $25 + 0.8EI\theta_B + 1.2EI\theta_B = 0$이고, 따라서 $EI\theta_B = -12.5$이다.
5. A단 모멘트는 $M_{AB} = -25 + \frac{2EI}{5}\theta_B = -25 + 0.4(-12.5) = -30\text{kN·m}$이다.
6. 문제는 크기를 묻고 있으므로 A점 반력모멘트의 크기는 30 kN·m이다.

선지 판단

1번 X: 15 kN·m는 B, C 지점의 회전 호환조건을 충분히 반영하지 못한 값이다. A점 반력모멘트는 15가 아니라 30 kN·m이다.

2번 X: 20 kN·m는 연속보의 절점평형을 중간에 끊고 계산한 값에 가깝다. C단 모멘트 0 조건과 B절점 평형을 함께 적용하면 30 kN·m가 된다.

3번 X: 25 kN·m는 AB 경간의 고정단모멘트 $wL^2/12$만 사용한 값이다. 실제로는 BC 경간이 B점을 통해 추가 구속을 주므로 A점 모멘트는 25가 아니라 30 kN·m이다.

4번 O: 경사처짐식으로 계산하면 $M_{AB} = -30\text{kN·m}$이고, 크기는 30 kN·m이므로 옳다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 AB 경간의 고정단모멘트 25 kN·m를 최종답으로 착각하는 점이다. 연속보에서는 인접 경간 BC가 B절점 회전에 영향을 주므로, C단 모멘트 0 조건과 B절점 평형까지 반영해야 최종 A점 모멘트를 구할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

연속보 계산형은 지점 조건을 먼저 정리한 뒤 단순지지점의 단부모멘트 0 조건을 세우고, 다음에 절점평형으로 회전을 구한 후 구하려는 단부모멘트를 계산하는 순서로 판단한다.

NoteBase

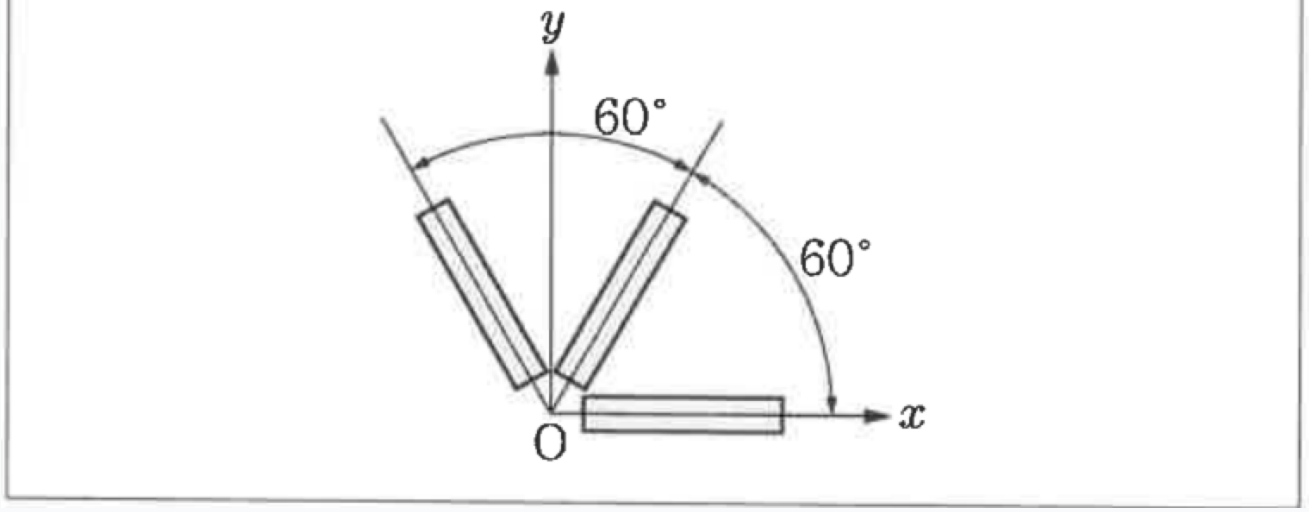
암기 포인트

연속보 단부모멘트는 고정단모멘트에서 끝나지 않고, 단순지지단 $M=0$과 절점평형까지 반영한 값이 최종답이다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 하중을 받는 강구조 부재의 한 점에서 로젯 게이지(rosette gage)로 변형률을 측정하였다. 60° 로젯 게이지는 0°, 60°, 120°로 구성되며, 각 게이지에서 측정된 변형률은 각각 $\varepsilon_{0^\circ} = 400 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_{60^\circ} = 100 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_{120^\circ} = 100 \times 10^{-6}$이다. 이 점에서의 최대주변형률은?

<보기>



① 300×10^{-6}

② 400×10^{-6}

③ 500×10^{-6}

④ 600×10^{-6}

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 60° 로젯 게이지의 변형률 변환식과 주변형률 공식을 이용해 최대주변형률을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $\varepsilon_0 = 400 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_{60} = 100 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_{120} = 100 \times 10^{-6}$이다.
구해야 할 값: 최대주변형률 ε_{max}이다.
주의할 조건: 로젯의 세 방향 값에서 먼저 ε_x, ε_y, γ_{xy}를 구한 뒤 주변형률 공식을 적용해야 한다.

NoteBase

사용할 공식

$\varepsilon_\theta = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$
$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$
이 공식을 쓰는 이유는 0°, 60°, 120° 방향 변형률이 주어졌으므로 직교 성분 변형률과 전단변형률을 먼저 복원한 뒤 최대주변형률을 계산해야 하기 때문이다.

계산 과정

1. $\theta = 0\,^\circ$이므로 $\varepsilon_x = \varepsilon_0 = 400 \times 10^{-6}$이다.
2. $\theta = 60\,^\circ$를 대입하면 100×10^-6=400×10^-6·14+_y·34+_xy2·(3)/(2)이므로 0=3_y+3_xy이다.
$\theta = 120\,^\circ$를 대입하면 100×10^-6=400×10^-6·14+_y·34-_xy2·(3)/(2)이므로 0=3_y-3_xy이다. 두 식을 풀면 $\varepsilon_y = 0$, $\gamma_{xy} = 0$이다.
3. 따라서 주변형률은 $\varepsilon_{1,2} = \frac{400+0}{2} \times 10^{-6} \pm \sqrt{\left(\frac{400-0}{2}\right)^2} \times 10^{-6} = 200 \times 10^{-6} \pm 200 \times 10^{-6}$이므로 $\varepsilon_1 = 400 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_2 = 0$이다. 최대주변형률은 400×10^{-6}이다.

선지 판단

1번 X: 계산 결과 최대주변형률은 400×10^{-6}이므로 '300×10^{-6}'이라는 값이 틀리다. 올바르게는 '400×10^{-6}'이다.
2번 O: 주변형률 계산 결과 $\varepsilon_{\max} = 400 \times 10^{-6}$이므로 맞다.
3번 X: 계산값과 비교하면 '500×10^{-6}'은 실제 최대주변형률보다 크게 잡은 값이다. 올바르게는 '400×10^{-6}'이다.
4번 X: 세 게이지 값을 단순 합산하면 600이 나오지만 최대주변형률은 게이지값의 합이 아니라 주변형률 공식으로 구한다. 따라서 '600×10^{-6}'이 아니라 '400×10^{-6}'이 맞다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 세 게이지값을 평균하거나 합산해 최대주변형률로 착각하는 데 있다. 특히 $\varepsilon_{60} = \varepsilon_{120}$라는 대칭 조건을 보면 $\gamma_{xy} = 0$ 여부를 먼저 확인해야 하는데, 이를 놓치면 ③이나 ④ 같은 오답으로 흐르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

로젯 게이지 문제는 방향별 측정값을 그대로 최대주변형률로 보지 않고, 변형률 변환식으로 ε_x, ε_y, γ_{xy}를 먼저 구한 뒤 주변형률 공식을 적용하는 순서로 판단한다. 대칭 방향의 측정값이 같으면 전단변형률이 0인지 먼저 점검한다.

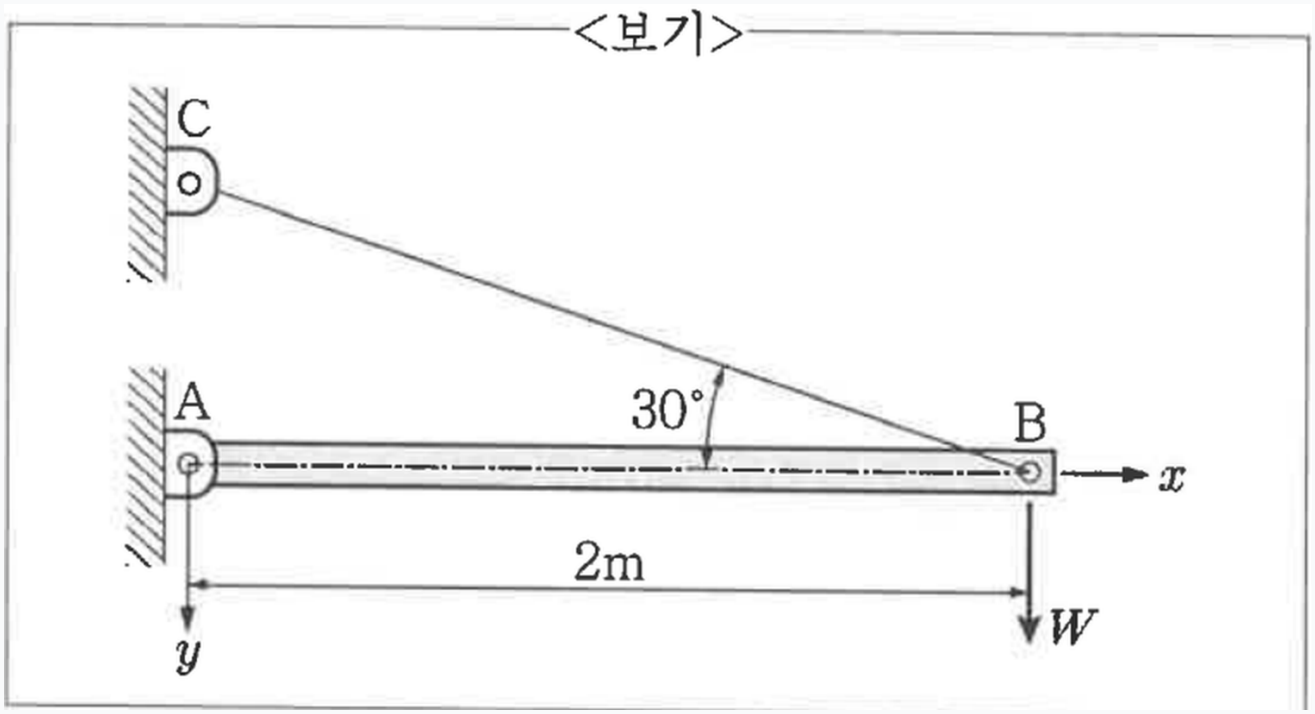
암기 포인트

60° 로젯에서 대칭한 두 방향 값이 같으면 $\gamma_{xy} = 0$인 경우가 많고, 최대주변형률은 측정값의 합이 아니라 주변형률 공식으로 결정된다.

NoteBase

문 19. <보기>와 같이 길이 2m인 강재 보가 케이블에 지지되어 있고, 강재의 끝단에 하중 W가 작용할 때, 강재의 좌굴하중 P_{cr}[kN]은? (단, 주축 y와 z축에 대한 강재 단면의 단면2차모멘트는 각각 $2 \times 10^{-6}\text{m}^4$, $4 \times 10^{-6}\text{m}^4$이며, 강재의 탄성계수는 200GPa이다.)

<보기>



① $\frac{100\pi^2}{\sqrt{3}}$
② $\frac{200\pi^2}{\sqrt{3}}$
③ $100\sqrt{3}\pi^2$
④ $200\sqrt{3}\pi^2$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 약축에 대한 Euler 좌굴하중을 구한 뒤, 케이블-보의 평형으로 끝단 하중 W의 임계값으로 환산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 길이 $L = 2m$, 탄성계수 $E = 200GPa$, 단면2차모멘트 $I_y = 2 \times 10^{-6}m^4$, $I_z = 4 \times 10^{-6}m^4$이다. 좌굴은 더 작은 단면2차모멘트를 갖는 약축 기준으로 검토하므로 $I_{min} = I_y = 2 \times 10^{-6}m^4$이다. A와 B는 모멘트를 전달하지 않는 핀 조건으로 보아 유효길이계수 $K = 1$이다.

NoteBase

사용할 공식

Euler 좌굴하중은 $P_E = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(KL)^2}$ 이다. 이 문제의 강재는 양단 핀에 가까운 압축부재로 작용하므로 이 공식을 사용한다. 또 B점 평형에서 케이블 장력을 T라 하면 $T\sin 30^\circ = W$, 압축축력 $P = T\cos 30^\circ$이므로 P=3 W가 된다.

계산 과정

1. 약축 기준 Euler 좌굴축력은 $P_E = \frac{\pi^2 (200\times 10^9)(2\times 10^{-6})}{(1\times 2)^2} = 100\pi^2 kN$ 이다.
2. 끝단 B의 평형에서 $T\sin 30^\circ = W$이므로 $T = 2W$이다.
3. 강재 축방향 압축력은 P=T30^=2W·(3)/(2)=3 W이다.
4. 좌굴 직전에는 $P = P_E$이므로 3 W_cr=100π^2 이고, 따라서 W_cr=(100π^2)/(3) kN 이다.

선지별 해설

① O: 약축 기준 좌굴축력은 $100\pi^2 kN$이고, 외력과 축력의 관계가 P=3 W이므로 끝단 하중의 임계값은 W_cr=100π^2/3 kN이다.
② X: 200π^2/3 kN은 큰 단면2차모멘트 $I_z = 4\times 10^{-6} m^4$를 사용한 값이다. 좌굴은 작은 I_y를 기준으로 해야 하므로 올바르게는 100π^2/3 kN이다.
③ X: 1003π^2 kN은 P=3 W를 W=3 P처럼 거꾸로 적용한 값이다. 올바르게는 W=P/3이므로 100π^2/3 kN이다.
④ X: 2003π^2 kN은 큰 단면2차모멘트 I_z를 쓰고, 외력 환산도 3를 곱하는 방향으로 잘못 적용한 값이다. 올바르게는 약축 좌굴축력 $100\pi^2 kN$을 먼저 구한 뒤 W=P/3로 바꾸어 100π^2/3 kN이 된다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 첫째, 좌굴은 큰 단면2차모멘트가 아니라 작은 단면2차모멘트 기준으로 본다는 점이다. 둘째, Euler 공식으로 구한 값은 강재의 축방향 압축력인데, 보기의 값은 끝단 외력 W의 임계값이므로 P=3 W 관계로 한 번 더 환산해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

좌굴 계산형 문제는 먼저 경계조건으로 K를 정하고, 그다음 작은 단면2차모멘트로 Euler 좌굴축력을 구한 뒤, 마지막에 정적 평형으로 실제 묻는 외력과 축력의 관계를 연결해서 판단한다.

암기 포인트

좌굴은 약축이 먼저이며, Euler 공식으로 나온 축력은 필요하면 평형식으로 외력으로 환산한다.

NoteBase

문 20. 속이 찬 반지름이 r인 원형 강봉의 소성모멘트 M_P는? (단, 원형 강봉의 재료는 완전탄소성 재료이며, 항복강도는 f_y이다.)

① $\frac{2}{3}f_y r^3$
② $\frac{4}{3}f_y r^3$
③ $\frac{2\pi}{3}f_y r^3$
④ $\frac{4\pi}{3}f_y r^3$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 완전탄소성 재료의 속이 찬 원형 단면에서 소성단면계수와 소성모멘트의 관계를 적용할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반지름은 r, 항복강도는 f_y이다.
구해야 할 값: 소성모멘트 M_p이다.
주의할 조건: 완전탄소성 재료이므로 소성상태에서는 압축측과 인장측에 각각 f_y가 균일하게 작용하고, 소성중립축은 원의 중심을 지난다.

사용할 공식

소성모멘트는 $M_p = f_y Z_p$이다. 속이 찬 원형 단면은 위아래 반원의 합력으로 계산하면
$M_p = 2\left(f_y \cdot \frac{\pi r^2}{2}\right)\left(\frac{4r}{3\pi}\right) = \frac{4}{3}f_y r^3$
가 된다. 이 공식을 쓰는 이유는 원형 단면의 완전 소성상태에서 반원 면적의 합력과 반원 도심거리만으로 내부모멘트를 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 반원 하나의 면적은 $A = \pi r^2/2$이다.
2. 반원 하나의 합력은 $C = T = f_y A = f_y \pi r^2/2$이다.
3. 반원 도심은 소성중립축에서 $4r/(3\pi)$ 떨어져 있으므로 압축합력과 인장합력의 작용선 사이 거리는 $2 \cdot 4r/(3\pi) = 8r/(3\pi)$이다.
4. 따라서 $M_p = C \cdot 8r/(3\pi) = (f_y \pi r^2/2) \cdot 8r/(3\pi) = 4f_y r^3/3$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 계수 2/3이 틀렸다. 반원 한쪽의 모멘트만 계산한 값에 해당하며, 위아래 두 반원의 내력쌍을 모두 반영해야 한다. 올바르게는 $M_p = \frac{4}{3} f_y r^3$이다.
2번 O: 계산 결과와 일치한다. 속이 찬 원형 강봉의 소성단면계수는 $Z_p = 4r^3/3$이므로 $M_p = f_y Z_p = \frac{4}{3} f_y r^3$이다.
3번 X: π가 남아 있는 계수가 틀렸다. 반원 도심거리는 $4r/(3\pi)$이므로 계산 과정에서 π는 소거된다. 올바르게는 $M_p = \frac{4}{3} f_y r^3$이다.
4번 X: 계수에 π가 남고 값도 과대하다. 반원 두 개를 모두 고려하더라도 도심거리의 $1/\pi$가 함께 반영되어 최종값은 $\frac{4}{3} f_y r^3$가 된다. 올바르게는 $M_p = \frac{4}{3} f_y r^3$이다.

오답 포인트

반원 도심거리 $4r/(3\pi)$를 $4r/3$으로 잘못 기억하면 3번이나 4번처럼 π가 남는 오답이 나온다. 또 반원 한쪽만 계산하면 1번처럼 절반값이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

완전탄소성 단면 문제는 소성중립축을 먼저 정하고, 압축측과 인장측의 합력 $f_y A$ 및 각 합력의 작용점 거리를 구해 내부모멘트를 계산하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

속이 찬 원형 단면은 반원 합력 두 개로 본다. $Z_p = 4r^3/3$, 따라서 $M_p = 4 f_y r^3/3$이다.

NoteBase