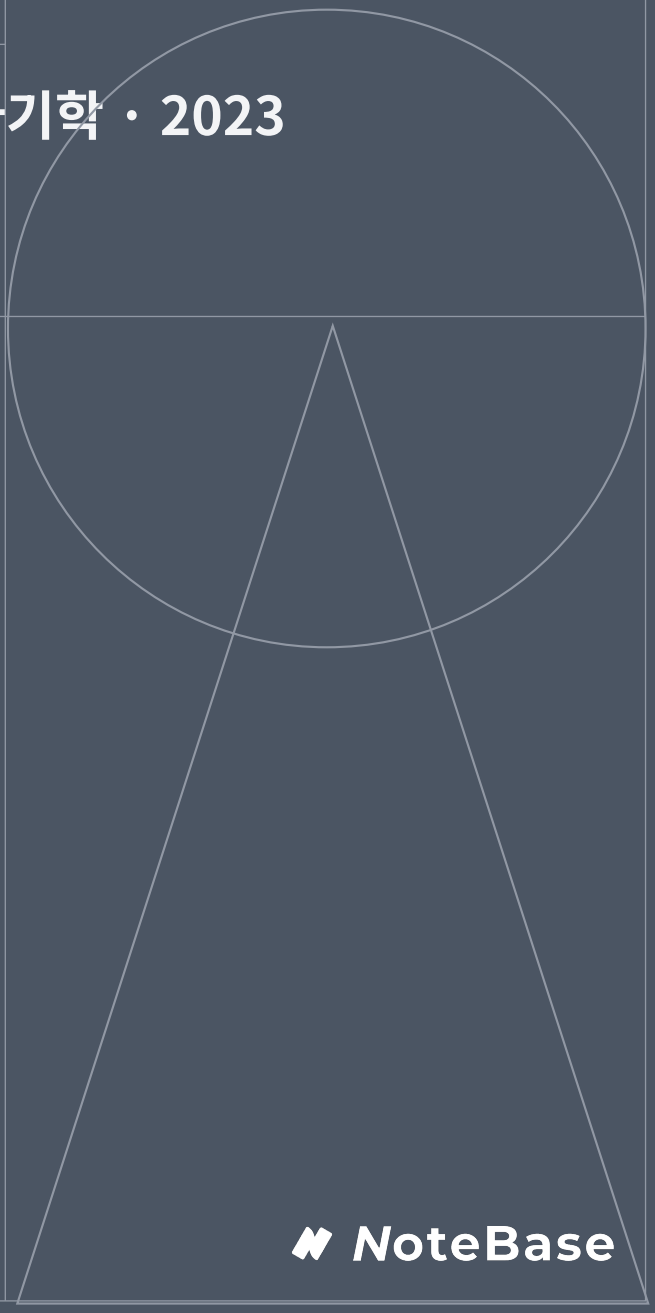
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2023



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2023

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2023

문 1. 반지름이 R인 원이 원점을 중심으로 xy평면에 놓여 있다. 이 원을 따라 한 바퀴 돌며 벡터 $\vec{v} = -y\vec{a}_x + x\vec{a}_y + 3\vec{a}_z$를 선적분한 값의 크기는?

① 0

② $2\pi R$

③ πR^2

④ $2\pi R^2$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 원 경로에서의 벡터장 선적분을 매개변수화하여 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반지름이 R인 원, 벡터장 $\vec{v} = -y\vec{a}_x + x\vec{a}_y + 3\vec{a}_z$이다.
구해야 할 값: 이 원을 한 바퀴 따라갈 때의 선적분 $\oint \vec{v} \cdot d\vec{l}$의 크기이다.
주의할 조건: 경로가 xy평면 위에 있으므로 $d\vec{l}$에는 z성분이 없어서 $3\vec{a}_z$ 항은 적분에 기여하지 않는다.

사용할 공식

$\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \oint (-ydx + xdy)$
$x = R\cos t,\ y = R\sin t,\ dx = -R\sin t dt,\ dy = R\cos t dt \quad (0 \le t \le 2\pi)$
이 공식을 쓰는 이유는 경로가 원으로 주어져 있으므로 x, y를 매개변수 t로 나타내면 선적분이 바로 계산되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 원을 $x = R\cos t,\ \ y = R\sin t$로 둔다.
2. 그러면 $-ydx + xdy = -(R\sin t)(-R\sin t dt) + (R\cos t)(R\cos t dt) = R^2(\sin^2 t + \cos^2 t)dt = R^2 dt$ 이다.
3. 따라서
$\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} R^2 dt = 2\pi R^2$
4. 반대 방향으로 돌아도 부호만 바뀌므로 크기는 항상 $2\pi R^2$이다.

선지별 해설

① X
- 선적분값이 0이 되려면 보존장 형태이거나 적분값이 상쇄되어야 하는데, 이 벡터장은 원을 따라 접선방향 성분을 계속 가진다.
- 틀린 값은 0이다. 올바르게는 선적분의 크기가 $2\pi R^2$이다.

② X
- $2\pi R$는 원의 둘레이며, 선적분값 자체가 아니다. 이 문제의 적분 integrand는 상수 1이 아니라 R^2로 정리된다.
- 틀린 값은 $2\pi R$이다. 올바르게는 $2\pi R^2$이다.

③ X
- πR^2는 원의 넓이이지만, $\oint(-ydx + xdy)$는 그 넓이의 2배가 된다.
- 틀린 값은 πR^2이다. 올바르게는 $2\pi R^2$이다.

④ O
- 매개변수화하면 $-ydx + xdy = R^2 dt$이므로 한 바퀴 적분값은 $\int_0^{2\pi} R^2 dt = 2\pi R^2$이다.
- 따라서 선적분한 값의 크기는 $2\pi R^2$가 되어 ④가 옳다.

오답 포인트

$3\vec{a}_z$ 항까지 적분에 들어간다고 착각하거나, 선적분을 단순히 원의 둘레 $2\pi R$ 또는 넓이 πR^2와 혼동하면 오답이 된다. 특히 $\oint(-ydx + xdy)$가 넓이의 2배라는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

원이나 폐곡선 위 선적분이 나오면 먼저 $d\vec{l}$에 포함되는 성분만 남기고, 다음으로 경로를 매개변수화하여 $-ydx + xdy$ 같은 형태를 직접 적분하면 된다. 마지막에는 방향이 바뀌면 부호만 바뀌고 크기는 같다는 점을 함께 확인한다.

NoteBase

암기 포인트

$\oint(-ydx + xdy)$는 원에서 $2\pi R^2$가 되고, z성분은 xy평면 경로 선적분에 기여하지 않는다.

문 2. <보기>와 같이 벡터 $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$가 주어졌을 때, $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} - \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$는?

<보기>

$\vec{A} = 2\vec{a}_x + \vec{a}_y$

$\vec{B} = \vec{a}_x + 2\vec{a}_z$

$\vec{C} = \vec{a}_y + \vec{a}_z$

① $-4\vec{a}_x + 2\vec{a}_z$

② $-2\vec{a}_y + 4\vec{a}_z$

③ $2\vec{a}_x - 4\vec{a}_z$

④ $4\vec{a}_x - 2\vec{a}_y$

정답 1번

출제 포인트

벡터 삼중곱 항등식을 이용해 $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} - \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$를 성분으로 정리하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $\vec{A} = 2a_x + a_y, \vec{B} = a_x + 2a_z, \vec{C} = a_y + a_z$

구해야 할 값: $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} - \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$

주의할 조건: 외적은 결합법칙이 성립하지 않으므로 벡터 삼중곱 항등식으로 각각 전개해야 한다.

사용할 공식

$(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{A}(\vec{B} \cdot \vec{C}), \quad \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$

따라서

$(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} - \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}) - \vec{A}(\vec{B} \cdot \vec{C})$

이 공식을 쓰는 이유는 두 항이 모두 벡터 삼중곱 형태이므로 직접 외적을 두 번 계산하는 것보다 항등식으로 정리하는 편이 빠르고 부호 실수를 줄일 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. $\vec{A} \cdot \vec{B} = (2, 1, 0) \cdot (1, 0, 2) = 2$이다.
2. $\vec{B} \cdot \vec{C} = (1, 0, 2) \cdot (0, 1, 1) = 2$이다.
3. 따라서 $\vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}) - \vec{A}(\vec{B} \cdot \vec{C}) = 2\vec{C} - 2\vec{A}$이다.
4. $2\vec{C} - 2\vec{A} = 2(a_y + a_z) - 2(2a_x + a_y) = -4a_x + 2a_z$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O. 계산 결과가 $-4a_x + 2a_z$이므로 정답이다.
② X. 틀린 표현은 $-2a_y + 4a_z$이다. 실제 결과는 a_y 성분이 서로 상쇄되어 0이 되고 a_z 성분은 2만 남는다. 올바르게는 $-4a_x + 2a_z$이다.
③ X. 틀린 표현은 $2a_x - 4a_z$이다. 이는 x와 z 성분의 부호를 뒤집은 값이다. 올바르게는 $-4a_x + 2a_z$이다.
④ X. 틀린 표현은 $4a_x - 2a_y$이다. 실제 계산에서는 x 성분이 음수 4이고 y 성분은 0이므로 이 선지는 성분 자체가 맞지 않는다. 올바르게는 $-4a_x + 2a_z$이다.

오답 포인트

벡터 외적을 보자마자 결합법칙처럼 묶어 계산하거나, 벡터 삼중곱 항등식의 부호를 반대로 쓰는 실수가 잦다. 이 문항에서는 $\vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C})$ 항이 서로 소거된다는 점과 최종적으로 a_y 성분이 0이 된다는 점을 놓치면 ②, ④ 같은 오답으로 흐르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

벡터 삼중곱 계산형은 먼저 $(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}$, $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$를 항등식으로 바꾼 뒤, 공통항이 소거되는지 확인하고 마지막에 각 성분의 부호만 검산하면 된다.

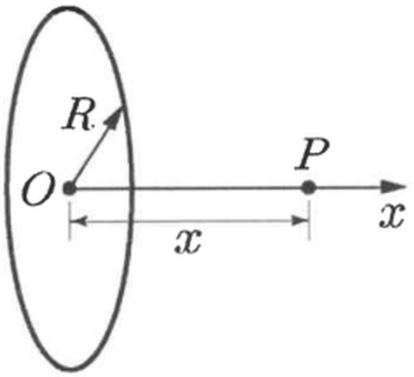
암기 포인트

벡터 삼중곱은 결합법칙이 아니라 BAC-CAB 형태로 전개하며, 소거되는 공통항을 먼저 찾는 것이 핵심이다.

NoteBase

문 3. 자유공간에서 반지름이 $R[m]$인 원형 고리에 전하 $Q[C]$이 균일하게 분포하고 있다. <보기>와 같이 원점이 중심이며 yz평면에 있는 원형 고리의 중심을 x축이 수직으로 지날 때, x축 위의 한 점 P에서의 전기장의 크기 $[V/m]$는? (단, x의 단위는 $[m]$이고, ε_0는 자유공간의 유전율이다.)

〈보기〉



① $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}$
② $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2+R^2}$
③ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QR}{(x^2+R^2)^{3/2}}$
④ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 균일하게 대전된 원형 고리의 축상 전기장에서 수직 성분은 상쇄되고 축 방향 성분만 합산된다는 점을 이용해 전기장의 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반지름이 R인 원형 고리에 총전하 Q가 균일하게 분포한다.
구해야 할 값: x축 위 점 P에서의 전기장 크기이다.
주의할 조건: 각 미소전하에서 점 P까지의 거리는 모두 $\sqrt{x^2+R^2}$로 같고, 고리의 대칭성 때문에 y, z방향 성분은 서로 상쇄되어 x방향 성분만 남는다.

NoteBase

사용할 공식

미소전하 dq가 만드는 전기장 크기는 $dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{x^2+R^2}$이고, 축 방향 성분은 $dE_x = dE\cos\theta$이다.
여기서 $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$이므로
$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,dq}{(x^2+R^2)^{3/2}}$
이 공식을 쓰는 이유는 점 P가 원형 고리의 중심축 위에 있어 모든 미소전하의 축 방향 기여를 같은 형태로 합할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 원형 고리 위 모든 미소전하는 점 P에서 같은 거리 $r = \sqrt{x^2+R^2}$에 있다.
2. 각 미소전하의 전기장 중 고리 평면에 평행한 성분은 대칭으로 상쇄되고, 축 방향 성분만 더해진다.
3. 따라서
$E = \int dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\int dq$
4. 전체 전하량이 Q이므로 $\int dq = Q$이고,
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$
이 된다.

선지 판단

① X: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}$는 전하 Q가 원점에 점전하처럼 모여 있을 때의 식이다. 원형 고리의 실제 축상 전기장은 반지름 R의 영향이 남아야 하므로 틀리다. 틀린 표현은 분모가 x^2만 있다는 점이고, 올바르게는 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$이다.
② X: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2+R^2}$는 각 미소전하의 전기장 크기 kdq/r^2 형태만 떠올리고 축 방향 투영 $\cos\theta$와 적분 결과를 빠뜨린 식이다. 틀린 표현은 분자에 x가 없고 분모 차수가 1이라는 점이며, 올바르게는 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$이다.
③ X: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QR}{(x^2+R^2)^{3/2}}$는 축 방향 성분을 잡아야 할 자리에 반지름 R을 넣은 식이다. 축상 전기장은 점 P까지의 축거리 x에 비례하므로 틀리다. 틀린 표현은 분자의 R이고, 올바르게는 Qx가 들어가야 한다.
④ O: 대칭성으로 x방향 성분만 남고 적분 결과가 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$가 되므로 옳다. 계산 결과와 정확히 일치하므로 정답이다.

오답 포인트

①은 점전하 식을 그대로 대입하는 함정이고, ②는 전기장 크기에서 축 성분으로의 투영을 빼먹는 함정이며, ③은 분자에 들어가야 하는 축거리 x와 고리 반지름 R을 바꾸는 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

원형 고리나 원판의 축상 전기장 문제는 먼저 대칭성으로 어떤 성분이 상쇄되는지 본 뒤, 남는 축 방향 성분에만 $\cos\theta$를 곱해 적분하는 순서로 판단한다.

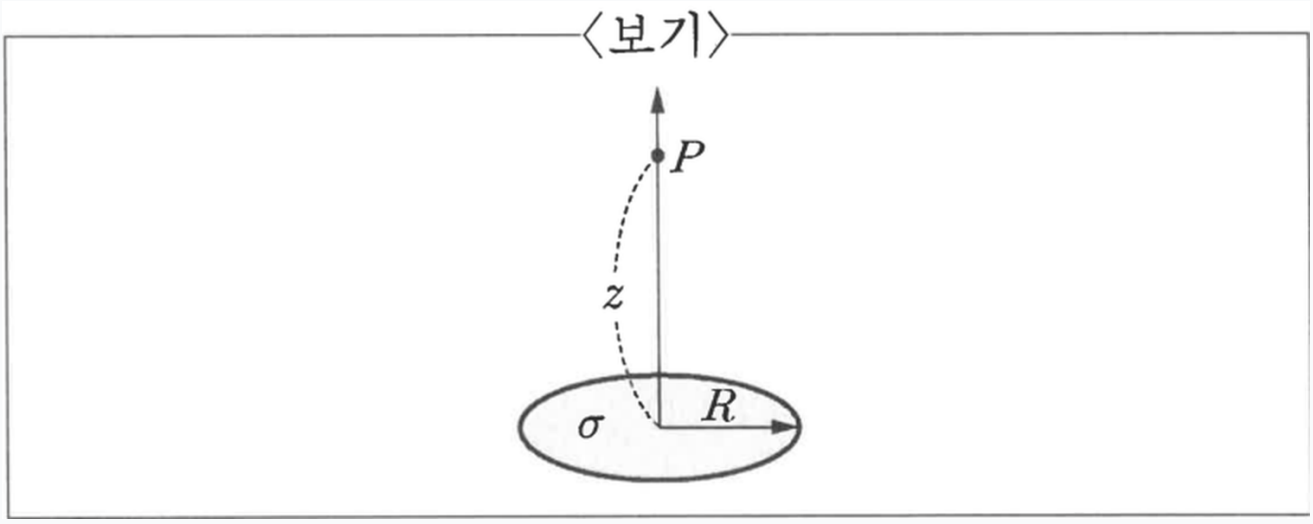
암기 포인트

원형 고리 축상 전기장은 $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$이고, 분자에는 반지름이 아니라 축거리 x가 들어간다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같이 자유공간에서 평면에 원점을 중심으로 반경 $R = 4[m]$인 원판에 면전하밀도 $\sigma = 20\varepsilon_0[C/m^2]$가 균일하게 분포해 있을 때, 원판의 중심으로부터 수직으로 $z = 3[m]$ 떨어진 점 P에서의 전기장의 크기 $[V/m]$는? (단, ε_0는 자유공간의 유전율이다.)

<보기>



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 균일한 면전하를 띤 원판의 축상 전기장 공식을 이용해 점 P에서의 전기장 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 반지름 $R = 4[m]$
- 축상 거리 $z = 3[m]$
- 면전하밀도 $\sigma = 20\varepsilon_0[C/m^2]$

구해야 할 값:
- 점 P에서의 전기장 크기 E

주의할 조건:
- 자유공간이므로 유전율은 ε_0이다.
- 점 P는 원판 중심축 위에 있으므로 원판의 축상 전기장 공식을 적용한다.

NoteBase

사용할 공식

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right)$

이 공식을 쓰는 이유:

원판 중심에서 수직축 방향으로 떨어진 점의 전기장을 묻고 있으므로, 균일한 원형 면전하의 축상 전기장 공식을 그대로 적용할 수 있다.

계산 과정

1. $\sqrt{z^2 + R^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$이다.
2. $1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$이다.
3. $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{20\varepsilon_0}{2\varepsilon_0} = 10$이다.
4. 따라서

$E = 10 \times \frac{2}{5} = 4[V/m]$

이므로 점 P에서의 전기장 크기는 4[V/m]이다.

선지 판단

① X

- 1[V/m]는 계산 결과와 다르다. 틀린 값 1[V/m] 대신 올바른 값은 4[V/m]이다.
- 이 값은 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 계산 뒤 마지막 곱셈을 잘못 처리한 경우에 나올 수 있다.

② X

- 2[V/m]는 계산 결과와 다르다. 틀린 값 2[V/m] 대신 올바른 값은 4[V/m]이다.
- 이 값은 $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 10$을 반영하지 않고 중간 비율만 답처럼 본 경우에 가깝다.

③ X

- 3[V/m]는 계산 결과와 다르다. 틀린 값 3[V/m] 대신 올바른 값은 4[V/m]이다.
- 이 값은 $z = 3$을 그대로 답으로 착각하거나 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 계산 후 마무리를 틀린 경우에 나올 수 있다.

④ O

- 축상 전기장 공식에 $R = 4, z = 3, \sigma = 20\varepsilon_0$를 대입하면 $E = 4[V/m]$가 된다.
- 계산 결과가 4[V/m]이므로 옳다.

오답 포인트

$\sqrt{z^2 + R^2}$를 $z + R$처럼 단순 합으로 잘못 보거나, $1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$에서 분자와 분모를 뒤집는 실수가 잦다. 또 $\sigma = 20\varepsilon_0$에서 ε_0가 약분된다는 점을 놓치면 수치가 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

원형 면전하 문제는 먼저 점이 원판의 중심축 위에 있는지 확인하고, 축상 점이면 $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right)$를 적용한다. 그다음 $\sqrt{z^2 + R^2}$를 계산하고, 마지막에 ε_0 약분과 수치 대입을 검산하면 된다.

NoteBase

암기 포인트

원판 축상 전기장은 $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$에 $1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$ 보정항이 붙는 형태이며, 이 문항처럼 3-4-5 관계가 보이면 $\sqrt{z^2+R^2}$를 빠르게 처리할 수 있다.

문 5. 자유공간에서 선전하밀도 $10^{-9}[C/m]$로 균일하게 분포된 선전하가 $x=4[m],\ y=3[m]$ 위에 무한히 길게 놓여 있을 때, 점 $(8,\ 6,\ -3)[m]$에서의 전계 $[V/m]$는? (단, ε_0는 자유공간의 유전율이다.)

① $\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}(0.8\vec{a}_x+0.6\vec{a}_y)$
② $\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}(0.6\vec{a}_x+0.8\vec{a}_y)$
③ $\frac{10^{-9}}{\pi\varepsilon_0}(0.6\vec{a}_x+0.8\vec{a}_y)$
④ $\frac{10^{-9}}{\pi\varepsilon_0}(0.8\vec{a}_x+0.6\vec{a}_y)$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 무한 직선 선전하의 전계 크기 $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\rho}$와 방향 $\hat{\rho}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 선전하밀도 $\lambda=10^{-9}[C/m]$이다.
선전하 위치: $x=4[m],\ y=3[m]$를 지나는 z축 방향의 무한 선전하이다.
구해야 할 값: 점 $(8,6,-3)[m]$에서의 전계이다.
주의할 조건: 무한 선전하의 전계는 선전하로부터의 수직거리만 사용하므로 z좌표는 크기 계산에 들어가지 않는다.

사용할 공식

무한 선전하의 전계는
$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\rho}\hat{\rho}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 전하가 한 점에 모인 점전하가 아니라 z축 방향으로 무한히 연장된 선전하이기 때문이다.

계산 과정

1. 선전하에서 점 $(8,6,-3)$까지의 수직방향 변위는 $(8-4)\mathbf{a}_x+(6-3)\mathbf{a}_y=4\mathbf{a}_x+3\mathbf{a}_y$이다.
2. 수직거리 는 $\rho=\sqrt{4^2+3^2}=5[m]$이다.
3. 방향 단위벡터는 $\hat{\rho}=\frac{4\mathbf{a}_x+3\mathbf{a}_y}{5}=0.8\mathbf{a}_x+0.6\mathbf{a}_y$이다.
4. 전계 크기는 $E=\frac{10^{-9}}{2\pi\varepsilon_0\cdot 5}=\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}$이다.
5. 따라서 전계는 $\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}(0.8\mathbf{a}_x+0.6\mathbf{a}_y)$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 크기 $\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}$도 맞고, 방향도 $4:3$ 비에서 나온 $0.8\mathbf{a}_x + 0.6\mathbf{a}_y$로 맞다.
② X: 크기는 맞지만 방향의 x, y 성분이 뒤바뀌었다. 틀린 표현은 $0.6\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y$이고, 올바르게는 $0.8\mathbf{a}_x + 0.6\mathbf{a}_y$이다.
③ X: 방향도 틀리고 크기도 10배 크다. 틀린 표현은 $\frac{10^{-9}}{\pi\varepsilon_0}(0.6\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y)$이고, 올바르게는 $\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}(0.8\mathbf{a}_x + 0.6\mathbf{a}_y)$이다. 이 오답값은 $2\rho = 10$을 분모에서 빠뜨리고 방향 비율까지 바꾼 경우에 해당한다.
④ X: 방향은 맞지만 크기가 10배 크다. 틀린 표현은 $\frac{10^{-9}}{\pi\varepsilon_0}$이고, 올바르게는 $\frac{10^{-10}}{\pi\varepsilon_0}$이다. 이 오답값은 $\rho = 5$와 계수 2를 반영하지 않은 경우에 나온다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 방향과 크기를 따로 검산하지 않으면 ②나 ④에 쉽게 끌린다는 점이다. 방향은 점과 선전하의 상대좌표 $(4, 3)$에서 바로 읽고, 크기는 반드시 $2\pi\varepsilon_0\rho$의 2와 $\rho = 5$를 모두 넣어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

무한 선전하 문제는 먼저 선전하가 놓인 축을 확인하고, 그 축에서 관측점까지의 수직거리와 수직방향 성분만 뽑는다. 그다음 $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\rho}$로 크기를 구하고, 상대좌표를 정규화해 방향벡터를 붙이면 된다.

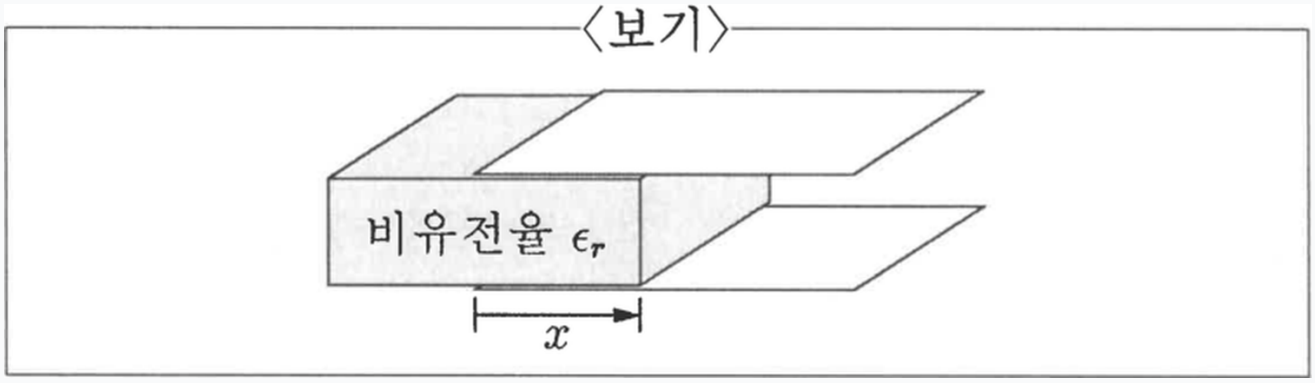
암기 포인트

무한 선전하 전계는 $1/\rho$로 줄고 방향은 선전하에서 점으로 향하는 수직 반경방향이다.

NoteBase

문 6. 자유공간에서 평행판 축전기를 충분히 축전한 후 전압을 차단하였다. 이후 <보기>와 같이 극판 사이에 비유전율 ε_r을 갖는 유전체를 축전기 왼쪽 끝에서 x의 거리만큼 집어넣었을 때, 이에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은? (단, $\varepsilon_r > 1$이다.)

〈보기〉



① x가 증가함에 따라 축전기에 저장된 에너지는 줄어든다.

② 유전체는 x가 증가하는 방향으로 정전기력을 받는다.

③ x가 증가함에 따라 축전기에 저장된 전하량은 늘어난다.

④ x가 증가함에 따라 축전기 극판 사이의 전압은 줄어든다.

정답 3번

출제 포인트

전원이 차단된 평행판 축전기에 유전체를 부분 삽입할 때 정전용량, 전하량, 전압, 저장 에너지, 힘의 변화를 묻는 문제이다.

선지별 해설

① O

전원이 차단된 뒤에는 Q가 일정하므로 저장 에너지는 $U = Q^2/(2C)$이다. 유전체가 더 들어가면 정전용량 C가 증가하므로 U는 감소한다.

② O

유전체가 들어가면 계의 에너지가 감소하므로 유전체는 더 깊이 들어가는 방향, 즉 x가 증가하는 방향으로 정전기력을 받는다.

③ X

전압을 차단한 축전기는 외부와 전하를 주고받지 못하므로 저장 전하량은 변하지 않는다. 틀린 표현은 '전하량은 늘어난다'이고, 올바르게는 '전하량은 일정하다'이다.

④ O

Q가 일정하고 C가 증가하므로 $V = Q/C$에 따라 극판 사이 전압은 감소한다.

NoteBase

오답 포인트

전원이 연결된 경우와 차단된 경우를 혼동하면 ③을 맞는 말처럼 보기 쉽다. 전원이 연결된 축전기라면 V가 일정하고 Q가 증가할 수 있지만, 이 문항은 '전압을 차단하였다'가 핵심 조건이다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체 삽입 문제는 먼저 전원이 연결되어 있는지 차단되어 있는지를 본다. 차단 상태이면 Q 일정, 유전체 삽입으로 C 증가, 따라서 V와 U는 감소한다고 판단한다.

암기 포인트

차단된 축전기에서 유전체 삽입은 Q 일정, C 증가, V 감소, U 감소이다.

NoteBase

문 7. 자유공간에서 전계 $\vec{E}_1$의 크기가 10[kV/cm]이고 30°의 입사각으로 매질2의 경계에 닿을 때, 굴절각 $\theta_2[^\circ]$와 매질2에서의 전계 $\vec{E}_2$의 크기 [V/m]는? (단, 매질2의 비유전율은 3이다.)

① $\theta_2[^\circ]$: 45, $\vec{E}_2$의 크기 [V/m]: $10^4/\sqrt{3}$
② $\theta_2[^\circ]$: 45, $\vec{E}_2$의 크기 [V/m]: $10^6/\sqrt{3}$
③ $\theta_2[^\circ]$: 60, $\vec{E}_2$의 크기 [V/m]: $10^4/\sqrt{3}$
④ $\theta_2[^\circ]$: 60, $\vec{E}_2$의 크기 [V/m]: $10^6/\sqrt{3}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 유전체 경계면에서의 전계 경계조건을 이용해 굴절각과 매질 내부 전계의 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 자유공간이므로 $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, 매질2는 비유전율 3이므로 $\varepsilon_2 = 3\varepsilon_0$, $E_1 = 10[kV/cm] = 10^6[V/m]$, 입사각 $\theta_1 = 30^\circ$이다.
구해야 할 값: 굴절각 θ_2와 매질2에서의 전계 크기 E_2이다.
주의할 조건: 전계의 접선성분은 연속이고, 법선성분에 대해서는 εE_n가 연속이다.

사용할 공식

접선성분 연속조건은 $E_1\sin\theta_1 = E_2\sin\theta_2$이고, 법선성분 경계조건은 $\varepsilon_1 E_1\cos\theta_1 = \varepsilon_2 E_2\cos\theta_2$이다.
이 두 식을 나누면 $\frac{\tan\theta_1}{\varepsilon_1} = \frac{\tan\theta_2}{\varepsilon_2}$가 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제 상황이 자유공간과 유전체의 경계면에서 전계가 굴절하는 전형적인 경계조건 문제이기 때문이다.

계산 과정

1. 각도부터 구하면 $\tan\theta_2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\tan\theta_1 = 3\tan 30^\circ = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$이다.
2. 따라서 $\theta_2 = 60^\circ$이다.
3. 접선성분 연속조건에서 $E_2 = E_1\frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = 10^6 \times \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{10^6}{\sqrt{3}}[V/m]$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 45 °는 $\tan\theta_2 = \sqrt{3}$를 만족하지 않으므로 각도부터 틀리다. 전계값도 $\frac{10^4}{\sqrt{3}}[V/m]$가 아니라 $\frac{10^6}{\sqrt{3}}[V/m]$이다. 틀린 표현은 "45, $10^4/\sqrt{3}$"이고, 올바르게는 "60, $10^6/\sqrt{3}$"이다.
2번 X: 전계값 $\frac{10^6}{\sqrt{3}}[V/m]$는 맞지만, θ_2는 45 °가 아니라 60 °이다. 틀린 표현은 "45"이고, 올바르게는 "60"이다.
3번 X: 굴절각 60 °는 맞지만, $10[kV/cm]$를 $[V/m]$로 바꾸면 10^4가 아니라 10^6이므로 전계값이 틀리다. 틀린 표현은 "$10^4/\sqrt{3}$"이고, 올바르게는 "$10^6/\sqrt{3}$"이다.
4번 O: $\theta_2 = 60\,^\circ$, $E_2 = \frac{10^6}{\sqrt{3}}[V/m]$로 계산 결과와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

각도는 스넬의 법칙처럼 외우기보다 전계의 접선성분 연속과 법선성분의 εE_n 연속에서 바로 유도해야 한다. 또한 $10[kV/cm]$를 $[V/m]$로 바꿀 때 $1[kV/cm] = 10^5[V/m]$임을 놓치면 ③처럼 10^4 수준의 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체 경계의 전계 문제는 먼저 E_t 연속과 εE_n 연속을 적고, 그다음 $\tan\theta$ 관계로 각도를 구한 뒤 접선성분 식으로 전계 크기를 구하면 된다. 마지막에는 단위 변환이 맞는지 다시 확인한다.

암기 포인트

유전체 경계면에서는 E_t는 그대로이고 $\tan\theta$는 유전율에 비례하며, $10[kV/cm] = 10^6[V/m]$이다.

NoteBase

문 8. 전속밀도 D가 분극 P의 1.2배인 유전체의 비유전율의 값은? (단, 유전체는 선형, 균질성, 등방성(linear, homogeneous, isotropic) 물질이다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

정답 3번

출제 포인트

선형, 균질, 등방 유전체에서 $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$ 관계를 이용해 비유전율 ε_r를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전속밀도 $\mathbf{D} = 1.2\mathbf{P}$이다.
구해야 할 값: 비유전율 ε_r이다.
주의할 조건: 선형, 균질, 등방 유전체이므로 $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$와 $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$를 그대로 적용할 수 있다.

사용할 공식

$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$
$\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$
이 공식을 쓰는 이유:
전속밀도는 진공 중 전기장 성분 $\varepsilon_0\mathbf{E}$와 분극 성분 $\mathbf{P}$의 합이고, 비유전율은 분극과 진공 유전율의 비로 연결되기 때문이다.

계산 과정

1. $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$에 $\mathbf{D} = 1.2\mathbf{P}$를 대입하면 $1.2\mathbf{P} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$이다.
2. 따라서 $0.2\mathbf{P} = \varepsilon_0\mathbf{E}$이므로 $\mathbf{P} = 5\varepsilon_0\mathbf{E}$이다.
3. $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$와 비교하면 $\varepsilon_r - 1 = 5$이다.
4. 따라서 $\varepsilon_r = 6$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과 비유전율은 6이므로 2는 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 "비유전율이 2"이고, 올바르게는 "비유전율이 6"이다.

② X
- $0.2\mathbf{P} = \varepsilon_0\mathbf{E}$에서 $\mathbf{P} = 5\varepsilon_0\mathbf{E}$, 따라서 $\varepsilon_r = 1 + 5 = 6$이 된다. 4는 이 관계와 일치하지 않는다.
- 틀린 표현은 "비유전율이 4"이고, 올바르게는 "비유전율이 6"이다.

③ O
- $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$와 $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$를 적용하면 $\varepsilon_r = 6$이므로 옳다.
- 선택지의 수치 6이 계산 결과와 정확히 일치한다.

④ X
- 8이라면 $\varepsilon_r - 1 = 7$, 즉 $\mathbf{P} = 7\varepsilon_0\mathbf{E}$이어야 하는데, 문제 조건에서는 $\mathbf{P} = 5\varepsilon_0\mathbf{E}$가 나온다.
- 틀린 표현은 "비유전율이 8"이고, 올바르게는 "비유전율이 6"이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$만 떠올리고 $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$를 빼먹는 경우이다. 또 $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$에서 마지막의 -1을 놓치면 ε_r 대신 감수율만 구하고 끝내기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체에서 $\mathbf{D}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{E}$의 비를 주면 먼저 $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$로 $\mathbf{P}/\varepsilon_0\mathbf{E}$를 구한 다음, 그것을 $\varepsilon_r - 1$에 대응시키면 된다.

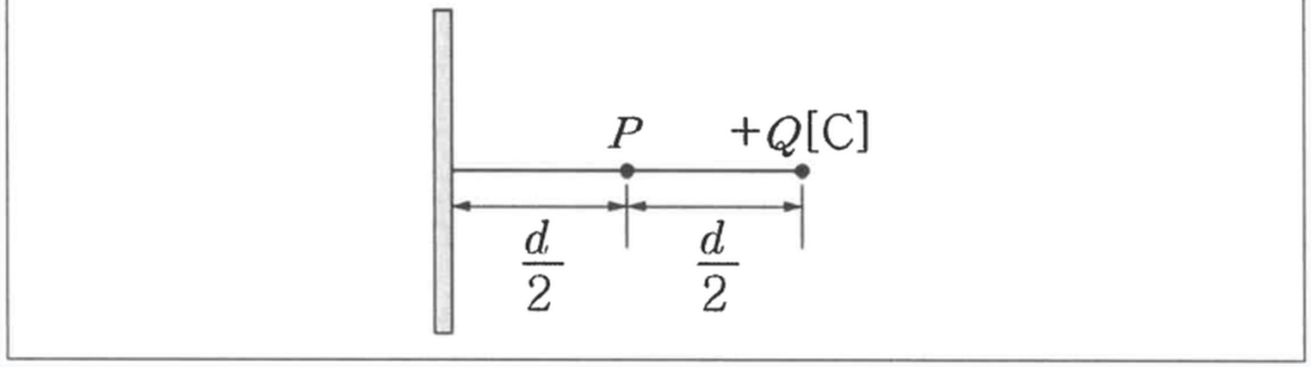
암기 포인트

$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$이므로 $\mathbf{P}/\varepsilon_0\mathbf{E} = \varepsilon_r - 1$이다.

NoteBase

문 9. 자유공간에서 <보기>와 같이 접지된 무한평면 도체로부터 $d[m]$ 떨어진 $+Q[C]$의 점전하가 있을 때, $d/2[m]$인 P점에서의 전기장의 크기 $[V/m]$는? (단, ε_0는 자유공간의 유전율이다.)

〈보기〉



① $\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 d^2}$
② $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$
③ $\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 d}$
④ $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 접지된 무한평면 도체를 영상전하법으로 바꾸어 P점의 전기장을 합성하는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 접지된 무한평면 도체로부터 d 떨어진 곳에 $+Q$가 있다.
구해야 할 값: 도체로부터 $d/2$ 떨어진 P점의 전기장 크기이다.
주의할 조건: 접지된 무한평면 도체는 크기가 같은 영상전하 $-Q$가 도체 반대편 대칭 위치에 있는 것으로 치환한다.

사용할 공식

점전하의 전기장 크기는 $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 접지된 무한평면 도체 문제는 실제 전하 $+Q$와 영상전하 $-Q$가 만드는 전기장을 자유공간에서 중첩하여 계산할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 도체 왼쪽 대칭 위치에 영상전하 $-Q$를 둔다.
2. P점에서 실제 전하 $+Q$까지 거리는 $d/2$, 영상전하 $-Q$까지 거리는 $3d/2$이다.
3. 두 전하가 만드는 전기장은 모두 도체 쪽을 향하므로 크기를 더한다.

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(d/2)^2} = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 d^2}$$
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(3d/2)^2} = \frac{Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$$
$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 d^2} + \frac{Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$$

선지 판단

① X: $\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 d^2}$는 계산 결과와 다르다. 실제로는 실제 전하와 영상전하의 전기장을 모두 더해야 하며, 올바른 값은 $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$이다.
② O: 실제 전하와 영상전하가 만드는 전기장을 합하면 $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$가 되어 정답과 일치한다.
③ X: $\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 d}$는 전기장의 거리 의존성을 잘못 쓴 식이다. 점전하 전기장은 $1/r^2$에 비례하므로 분모는 d가 아니라 d^2이어야 하고, 올바른 값은 $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$이다.
④ X: $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d}$는 계수는 정답과 비슷하지만 거리 차수가 틀리다. 전기장은 $1/r^2$에 비례하므로 분모를 d^2로 써야 하며, 올바른 값은 $\frac{10Q}{9\pi\varepsilon_0 d^2}$이다.

오답 포인트

접지된 도체를 보면 도체 자체의 유도전하를 직접 계산하려 하기 쉽다. 이 문제는 영상전하 $-Q$를 세운 뒤 P점까지의 거리 $d/2$, $3d/2$를 각각 넣어 합성하면 된다. 또 ③, ④처럼 전기장을 전위와 혼동하여 분모를 d로 쓰면 틀린다.

다시 나오면 이렇게 판단

접지된 무한평면 도체와 점전하가 보이면 먼저 영상전하를 대칭 위치에 둔다. 그다음 구하려는 점에서 각 전하까지의 거리를 구하고, 전기장 방향이 같은지 반대인지 판단한 뒤 $1/r^2$ 형태로 합성하면 된다.

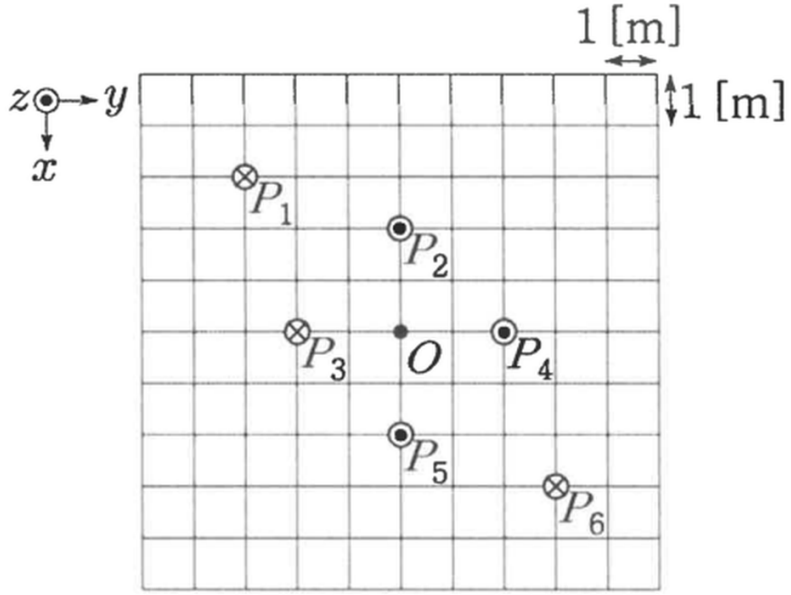
암기 포인트

접지 무한평면 도체는 같은 크기 반대부호의 영상전하로 치환하고, 전기장은 항상 $1/r^2$로 계산한다.

NoteBase

문 10. 6개의 무한직선 도선이 <보기>와 같이 점 $P_1 \sim P_6$에 각각 놓여 있다. 각 도선에 흐르는 전류의 크기가 I[A]라면 원점 O에서의 자계 $\vec{H}$[A/m]는?

<보기>



① $\frac{I}{2\pi}\vec{a}_x$

② $\frac{I}{\pi}\vec{a}_x$

③ $-\frac{I}{2\pi}\vec{a}_x$

④ $-\frac{I}{\pi}\vec{a}_x$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 무한직선 도선의 자계 방향과 중첩 원리를 이용해 원점에서의 합성 자계를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 격자 한 칸은 1m이다.
- P_2, P_3, P_4, P_5는 원점 O에서 각각 2m 떨어져 있다.
- P_1과 P_6은 원점에 대해 대각선 반대 위치에 있다.
- 점 표시는 $+z$ 방향 전류, × 표시는 $-z$ 방향 전류이다.

NoteBase

사용할 공식

$H = \frac{I}{2\pi\rho}$

각 도선의 자계 방향은 오른손법칙으로 정한다. 이 문제는 여러 무한직선 도선이 만드는 자계를 원점에서 벡터합하는 상황이므로, 각 도선의 방향과 크기를 구해 중첩하면 된다.

계산 과정

1. P_1과 P_6은 원점에 대해 서로 반대 위치에 있고 둘 다 $-z$ 방향 전류이므로, 원점에서 만드는 자계의 크기는 같고 방향은 반대여서 상쇄된다.
2. P_2와 P_5는 각각 $+z$ 방향 전류이며 원점에서의 거리가 2m로 같다. 오른손법칙을 적용하면 P_2는 $+a_y$, P_5는 $-a_y$ 방향 자계를 만들어 서로 상쇄된다.
3. P_3와 P_4는 각각 원점에서 2m 떨어져 있고, 원점에서의 자계 방향이 둘 다 $+a_x$이다. 따라서 각 도선의 기여는 $\frac{I}{2\pi \cdot 2} = \frac{I}{4\pi}$이고, 합은 $\frac{I}{4\pi}a_x + \frac{I}{4\pi}a_x = \frac{I}{2\pi}a_x$이다.

선지별 해설

① O

- P_1, P_6의 자계는 서로 상쇄되고, P_2, P_5의 자계도 서로 상쇄된다. 남는 것은 P_3, P_4의 자계뿐이며, 두 자계가 모두 $+a_x$ 방향으로 $\frac{I}{4\pi}$씩 기여하므로 합성 자계는 $\frac{I}{2\pi}a_x$이다.

② X

- $\frac{I}{\pi}a_x$는 정답의 2배이다. 이는 P_3, P_4 각각의 자계를 $\frac{I}{2\pi}$로 계산하여 거리 $\rho = 2m$ 조건을 빠뜨렸을 때 나오는 값이다. 올바르게는 $\frac{I}{2\pi}a_x$이다.

③ X

- 크기는 맞지만 부호가 틀렸다. P_3와 P_4가 원점에 만드는 자계 방향은 둘 다 $-a_x$가 아니라 $+a_x$이다. 올바르게는 $+\frac{I}{2\pi}a_x$이다.

④ X

- 부호와 크기를 모두 잘못 잡은 값이다. 자계 방향을 반대로 보고, 동시에 거리 2m 조건까지 누락하면 이런 값이 나온다. 올바르게는 $+\frac{I}{2\pi}a_x$이다.

오답 포인트

대칭 위치의 도선이 만드는 자계를 먼저 상쇄시키지 않으면 불필요한 계산이 길어진다. 또한 무한직선 도선의 자계에서 $\rho = 2m$를 빠뜨리면 ②처럼 2배 큰 값이 나오고, 점·× 방향과 오른손법칙을 섞어 보면 ③, ④처럼 부호를 반대로 잡기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

도선이 여러 개일 때는 각 도선의 전류 방향을 먼저 보고 오른손법칙으로 자계 방향을 표시한 뒤, 대칭 상쇄쌍을 제거하고, 마지막에 남는 도선만 $H = \frac{I}{2\pi\rho}$로 더하면 된다.

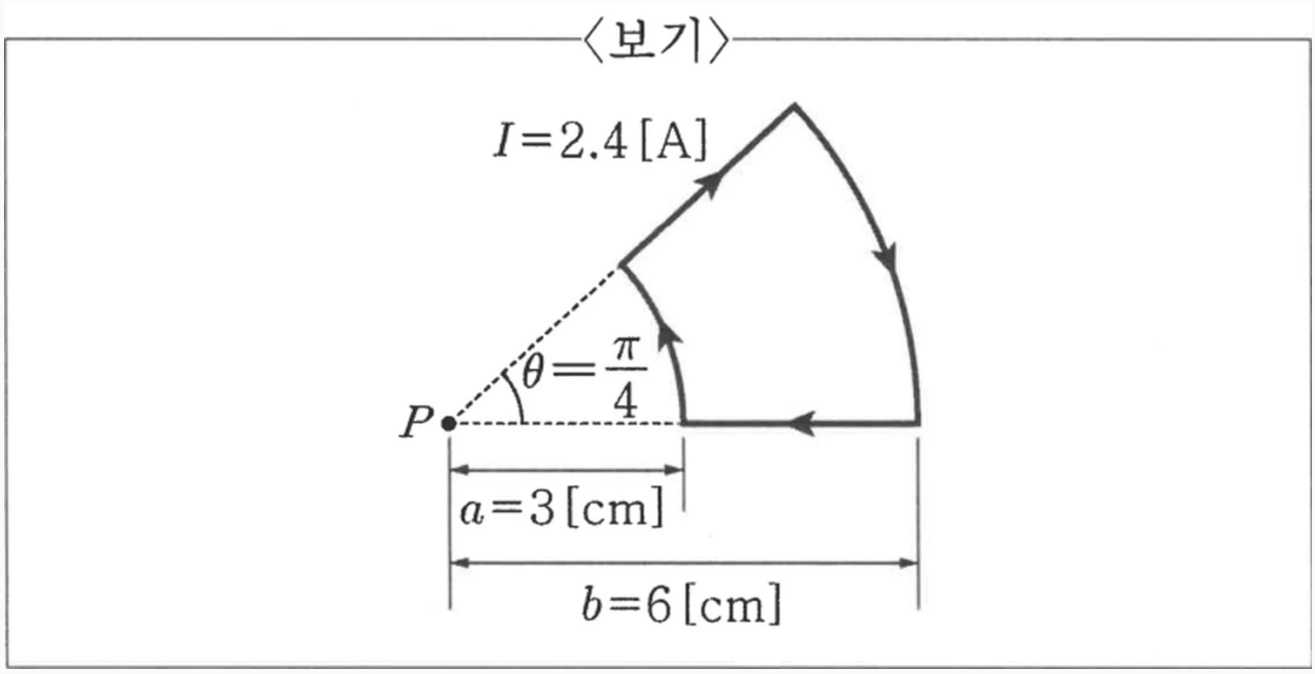
암기 포인트

무한직선 도선의 자계 크기는 $\frac{I}{2\pi\rho}$이고, 합성 자계는 대칭 상쇄를 먼저 확인하면 빠르게 구할 수 있다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같이 부채꼴 모양의 도선을 따라 전류 $I = 2.4[A]$가 흐를 때, 점 P에서의 자기장의 크기 $[A/m]$는? (단, $a = 3[cm]$, $b = 6[cm]$, $\theta = \frac{\pi}{4}$이다.)

〈보기〉



① 2.0

② 2.5

③ 3.0

④ 3.5

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 부채꼴 고리 도선이 중심점에 만드는 자기장의 세기를 원호 도선 공식으로 구하고, 반지름 방향 도선의 기여가 0임을 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전류 $I = 2.4A$, 내반지름 $a = 3cm = 0.03m$, 외반지름 $b = 6cm = 0.06m$, 중심각 $\theta = \pi/4$이다.
구해야 할 값: 점 P에서의 자기장 세기 H이다.
주의할 조건: 반지름 방향의 두 직선 도선은 점 P를 향하거나 점 P에서 멀어지는 방향이므로 $\vec{dl} \parallel \vec{r}$가 되어 자기장을 만들지 않는다. 두 원호는 전류 방향이 서로 반대이므로 자기장이 서로 감산된다.

NoteBase

사용할 공식

원호 도선이 중심에 만드는 자기장 세기는 $H = \frac{I\theta}{4\pi r}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 점 P는 두 원호의 공통 중심이며, 실제로 자기장에 기여하는 부분은 반지름 a와 b를 갖는 두 원호뿐이기 때문이다.

계산 과정

안쪽 원호의 자기장 세기는 $H_a = \frac{I\theta}{4\pi a}$, 바깥쪽 원호의 자기장 세기는 $H_b = \frac{I\theta}{4\pi b}$이다.
두 원호의 전류 방향이 서로 반대이므로 합성 자기장 세기는
$H = H_a - H_b = \frac{I\theta}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$
이다.
값을 대입하면
$H = \frac{2.4 \times (\pi/4)}{4\pi}\left(\frac{1}{0.03} - \frac{1}{0.06}\right)$
$= \frac{2.4}{16}(33.333\cdots - 16.666\cdots) = 0.15 \times 16.666\cdots = 2.5A/m$
이 된다.

선지 판단

① X: 계산 결과는 2.0이 아니라 2.5이다. 틀린 표현은 '점 P에서의 자기장이 2.0A/m이다'이고, 올바르게는 '점 P에서의 자기장이 2.5A/m이다'이다.
② O: 반지름 방향 도선의 기여 0, 두 원호의 자기장 감산을 적용하면 $H = 2.5A/m$가 되어 정답과 일치한다.
③ X: 계산값 3.0A/m와 일치하지 않는다. 틀린 표현은 '점 P에서의 자기장이 3.0A/m이다'이고, 올바르게는 '점 P에서의 자기장이 2.5A/m이다'이다.
④ X: 계산값은 3.5A/m가 아니라 2.5A/m이다. 틀린 표현은 '점 P에서의 자기장이 3.5A/m이다'이고, 올바르게는 '점 P에서의 자기장이 2.5A/m이다'이다.

오답 포인트

두 반지름 방향 도선을 자기장 계산에 포함하거나, 안쪽 원호와 바깥쪽 원호의 방향이 반대라는 점을 놓치면 오답이 된다. 이 문제는 '원호만 기여한다'와 '서로 감산된다'를 동시에 잡아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

부채꼴 도선 문제는 먼저 중심점 기준으로 자기장을 만드는 구간과 만들지 않는 구간을 나누고, 그다음 원호 공식 $H = I\theta/(4\pi r)$을 각 구간에 적용해 방향까지 반영하여 더하거나 뺀다.

암기 포인트

중심점의 부채꼴 도선 자기장은 원호만 계산하고, 반지름 방향 도선은 0이며, 고리형이면 $(1/a - 1/b)$ 꼴로 정리된다.

NoteBase

문 12. 자유공간에서 xy평면에 반경 $\rho = 100[m]$인 원형 도선에 전류 $I = 3[A]$가 시계방향으로 흐르고, 주위에는 자계 $\vec{H} = \frac{50}{\pi^2}\vec{a}_x[A/m]$가 가해질 경우에 이 도선이 받는 토크의 크기$[N \cdot m]$는? (단, 자유공간의 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$이다.)

① 0.2

② 0.4

③ 0.6

④ 0.8

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 원형 전류고리의 자기모멘트 $\vec{m} = IS\vec{a_n}$와 토크 $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$, 그 크기 $T = mB\sin\theta$를 이용해 토크의 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반경 $\rho = 100[m]$, 전류 $I = 3[A]$, 자계 $\vec{H} = \frac{50}{\pi^2}\vec{a_x}[A/m]$, 자유공간 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$이다.
구해야 할 값: 원형 도선이 받는 토크의 크기이다.
주의할 조건: 도선은 xy평면에 있으므로 면의 법선은 $\pm\vec{a_z}$ 방향이다. 시계방향 전류이므로 자기모멘트 방향은 $-\vec{a_z}$이지만, 토크의 크기만 물으므로 방향보다 크기 계산이 핵심이다. 또한 외부 자기장은 $\vec{a_x}$ 방향이므로 두 벡터는 서로 직교한다.

사용할 공식

$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}, \quad T = mB\sin\theta$
$\vec{m} = IS\vec{a_n}, \quad S = \pi\rho^2, \quad \vec{B} = \mu_0\vec{H}$
이 문제는 원형 폐회로가 균일한 외부 자기장 속에 놓인 경우이므로, 전류고리의 자기모멘트를 구한 뒤 외부 자속밀도와의 외적 크기 공식을 적용한다.

계산 과정

1. 도선의 면적은 $S = \pi\rho^2 = \pi \times 100^2 = 10000\pi[m^2]$이다.
2. 자기모멘트의 크기는 $m = IS = 3 \times 10000\pi = 30000\pi[A \cdot m^2]$이다.
3. 자속밀도는 $B = \mu_0 H = (4\pi \times 10^{-7}) \times \frac{50}{\pi^2} = \frac{2 \times 10^{-5}}{\pi}[T]$이다.
4. 자기모멘트는 $\vec{a_z}$축 방향, 외부 자기장은 $\vec{a_x}$ 방향이므로 두 벡터의 끼인각은 90°이다.
$T = mB\sin 90^\circ = (30000\pi) \times \frac{2 \times 10^{-5}}{\pi} = 0.6[N \cdot m]$
5. 계산 결과 토크의 크기는 0.6[N·m]이다.

NoteBase

선지 판단

① X

- 틀린 표현은 "0.2"이다. 올바르게는 $0.6[N \cdot m]$이다.
- 0.2는 면적과 자기장만 곱하고 전류 $I = 3[A]$를 빠뜨리면 나오는 값이므로 자기모멘트 $m = IS$의 전류 항을 누락한 오답이다.

② X

- 틀린 표현은 "0.4"이다. 올바르게는 $0.6[N \cdot m]$이다.
- 토크의 실제 계산값은 0.6이므로 일치하지 않는다. $B = \mu_0 H$ 변환이나 최종 수치 계산에서 계수를 잘못 처리하면 이런 값이 나온다.

③ O

- $T = mB\sin\theta$에서 $m = 30000\pi$, $B = \frac{2 \times 10^{-5}}{\pi}$, $\theta = 90\,^\circ$이므로 $T = 0.6[N \cdot m]$가 되어 정답이다.

④ X

- 틀린 표현은 "0.8"이다. 올바르게는 $0.6[N \cdot m]$이다.
- 토크의 최댓값은 $\sin\theta = 1$일 때의 $0.6[N \cdot m]$이므로, 같은 조건에서 0.8은 나올 수 없다.

오답 포인트

자기장 세기 H와 자속밀도 B를 혼동하거나, 자기모멘트를 $m = S$처럼 두어 전류 I를 빠뜨리면 오답이 나온다. 또 도선이 xy평면에 있다는 조건을 보고 자기모멘트가 z축 방향이라는 점을 놓치면 각도 θ를 잘못 잡기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

원형 전류고리의 토크 문제는 먼저 $S = \pi\rho^2$로 면적을 구하고, $m = IS$, $B = \mu_0 H$를 만든 뒤, 자기모멘트 방향과 외부 자기장 방향의 끼인각을 확인하여 $T = mB\sin\theta$에 대입하면 된다.

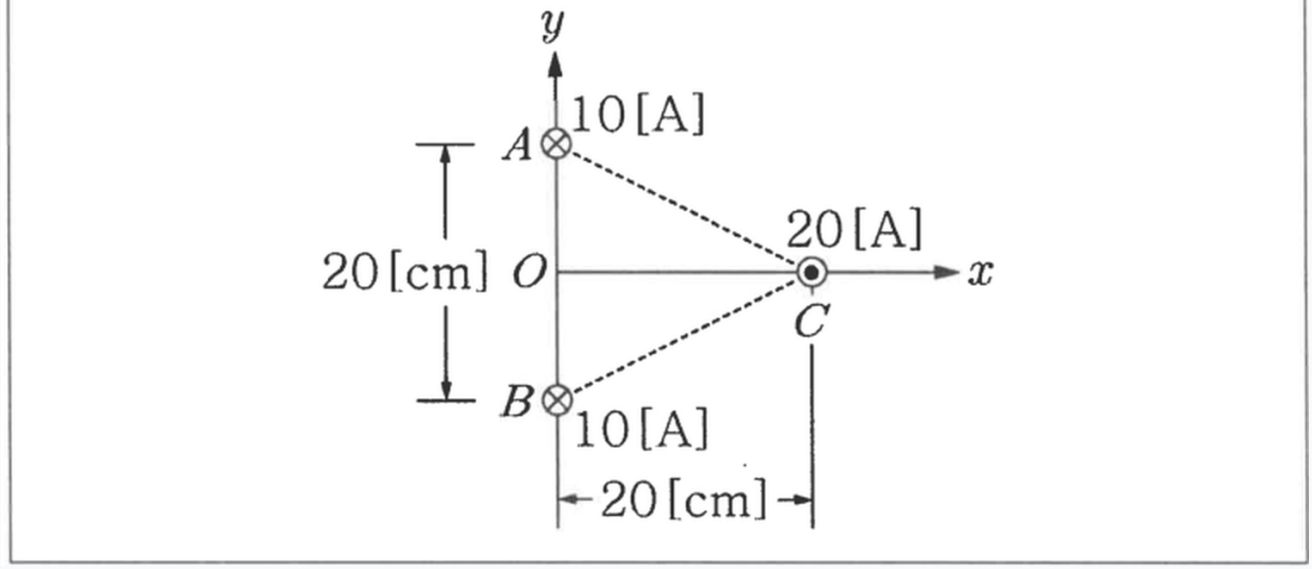
암기 포인트

전류고리의 토크는 $T = mB\sin\theta$, 자기모멘트는 $m = IS$, 자유공간에서는 $B = \mu_0 H$이다.

NoteBase

문 13. 자유공간에서 <보기>와 같이 선로의 단면이 밑변과 높이가 모두 20[cm]인 이등변삼각형을 이룬다. y축상에 있는 두 도선에는 모두 동일한 전류 10[A]가 $-z$축 방향으로 흐르고, x축상에 있는 도선에는 귀환전류인 20[A]가 z축 방향으로 흐를 경우, 점 C를 통과하는 도선에 가해지는 단위길이당 힘 [N/m]은? (단, 자유공간의 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$이다.)

〈보기〉



① $160 \times 10^{-6}\vec{a}_x$

② $160 \times 10^{-8}\vec{a}_x$

③ $320 \times 10^{-6}\vec{a}_x$

④ $320 \times 10^{-8}\vec{a}_x$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 평행도선 사이의 단위길이당 힘 $f = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$와 대칭에 따른 힘의 합성을 이용해 점 C의 도선이 받는 단위길이당 힘의 벡터를 구하는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

주어진 값: y축 위의 A, B 도선에는 각각 10[A]가 $-z$축 방향으로 흐르고, x축 위의 C 도선에는 20[A]가 $+z$축 방향으로 흐른다.
도형 조건: 밑변 AB의 길이는 20[cm]이고, y축에서 C까지의 높이도 20[cm]이다. 따라서 A(0, 0.1), B $(0, -0.1)$, C(0.2, 0)[m]로 둘 수 있다.
구해야 할 값: 점 C를 지나는 도선에 작용하는 단위길이당 힘이다.
주의할 조건: A, B의 전류와 C의 전류는 방향이 반대이므로 서로 반발한다. 또한 A와 B가 y축에 대해 대칭이므로 y성분은 상쇄되고 x성분만 남는다.

사용할 공식

$f = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$
$r = \sqrt{(0.2)^2 + (0.1)^2} = 0.1\sqrt{5}[m]$
이 공식은 서로 평행한 두 직선도선 사이의 단위길이당 힘을 구하는 식이다. 이 문제는 세 도선이 모두 z축 방향의 평행도선이므로 C가 A와 B로부터 각각 받는 힘을 구해 벡터합하면 된다.

계산 과정

1. C에서 A, B까지의 거리는 동일하므로
$AC = BC = r = \sqrt{(0.2)^2 + (0.1)^2} = 0.1\sqrt{5}[m]$
이다.
2. C가 A 한 도선으로부터 받는 단위길이당 힘의 크기는
$f_A = \frac{\mu_0 \cdot 10 \cdot 20}{2\pi \cdot 0.1\sqrt{5}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{\sqrt{5}}[N/m]$
이다. B로부터 받는 힘의 크기도 같다.
3. 반발력이므로 A가 C를 미는 방향은 선분 AC의 바깥쪽이고, 그 방향의 단위벡터의 x성분은
$\frac{0.2}{0.1\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$
이다. 따라서 A가 만드는 x성분은
$f_{Ax} = f_A \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 1.6 \times 10^{-4}[N/m]$
이다.
4. B가 만드는 x성분도 동일하게 $1.6 \times 10^{-4}[N/m]$이고, y성분은 서로 반대이므로 상쇄된다.
5. 전체 힘은
$f_x = 1.6 \times 10^{-4} + 1.6 \times 10^{-4} = 3.2 \times 10^{-4}[N/m] = 320 \times 10^{-6}[N/m]$
이므로
$\vec{f} = 320 \times 10^{-6}\vec{a}_x[N/m]$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 틀린 표현은 "$160 \times 10^{-6}\vec{a}_x$"이다. 올바르게는 $320 \times 10^{-6}\vec{a}_x$이다.
- 160×10^{-6}은 A 또는 B 한 도선이 만드는 x성분만 계산하고, 대칭인 다른 한 도선의 x성분을 더하지 않으면 나오는 값이다.

② X
- 틀린 표현은 "$160 \times 10^{-8}\vec{a}_x$"이다. 올바르게는 $320 \times 10^{-6}\vec{a}_x$이다.
- 대칭 합성도 빠졌고 지수도 두 자리 작게 적혀 있다. cm를 m로 바꾼 뒤 계산한 힘의 차수는 $10^{-4}[N/m]$ 수준이므로 10^{-8}은 될 수 없다.

③ O
- A와 B가 각각 만드는 x성분이 모두 $1.6 \times 10^{-4}[N/m]$이고 y성분은 상쇄된다. 따라서 합력은 $3.2 \times 10^{-4}[N/m] = 320 \times 10^{-6}[N/m]$이며 방향은 $+x$축이므로 옳다.

④ X
- 틀린 표현은 "$320 \times 10^{-8}\vec{a}_x$"이다. 올바르게는 $320 \times 10^{-6}\vec{a}_x$이다.
- 계수 320은 대칭 합성을 반영한 값이지만 지수를 10^{-8}로 잘못 적었다. 거리와 전류값을 대입하면 결과 차수는 $10^{-4}[N/m]$이고, 이를 선택지 꼴로 쓰면 320×10^{-6}이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 두 번 들어 있다. 첫째, A와 B가 대칭이므로 y성분은 없어지고 x성분만 두 배가 된다는 점을 놓치면 ①처럼 한쪽 힘만 계산하게 된다. 둘째, 20[cm]를 0.2[m]로 바꾸는 과정과 최종 지수 정리를 부정확하게 하면 ②, ④처럼 10^{-8} 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행도선의 합력 문제는 먼저 전류 방향이 같아 인력인지, 반대여서 반발인지 판단한다. 다음으로 각 도선까지의 거리를 구해 $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$를 적용하고, 마지막에 대칭 여부를 보고 성분을 합치면 된다.

암기 포인트

평행도선 힘은 $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$이고, 대칭 배치에서는 상쇄되는 성분과 두 배가 되는 성분을 먼저 가려야 한다.

NoteBase

문 14. 투자율 $\mu = 5{,}000\mu_0$인 자성체로 만든 원형 코어의 단면적 $S = 2[\mathrm{cm}^2]$이고 평균반경 $\rho_0 = 20[\mathrm{cm}]$이다. 그리고 1차 코일의 턴(turn)수 $N_1 = 300$이고 2차 코일의 턴(turn)수 $N_2 = 100$이다. 자유공간에서 1차 코일에 전류 $i_1(t) = 4\sin(3t^2 - 20t)[\mathrm{A}]$를 인가할 때, 시간 $t = 0$에서 2차 코일의 양단에 유도되는 기전력의 크기[V]는? (단, 자유공간의 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[\mathrm{H/m}]$이다.)

① 1.2

② 2.4

③ 3.6

④ 4.8

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 토로이드 코어의 상호인덕턴스와 전류의 시간미분을 이용해 2차 코일의 유도기전력 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $\mu = 5000\mu_0, S = 2 \times 10^{-4}m^2, \rho_0 = 0.2m, N_1 = 300, N_2 = 100$이다.
구해야 할 값: $t = 0$에서 2차 코일 양단에 유도되는 기전력의 크기이다.
주의할 조건: 단면적과 평균반경을 m계로 바꾸고, 기전력의 크기이므로 마지막에 절댓값을 취한다.

사용할 공식

$M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{2\pi\rho_0}, \qquad |e_2| = \left|M\frac{di_1}{dt}\right|$
이 문제는 원형 토로이드 코어에서 1차 전류 변화가 2차 코일에 결합하는 상황이므로, 평균 자기경로 길이 $2\pi\rho_0$를 쓰는 상호인덕턴스를 먼저 구한 뒤 전류의 시간미분을 곱한다.

계산 과정

1. 단위 변환을 하면 $S = 2 \times 10^{-4}m^2, \rho_0 = 0.2m, \mu = 5000 \times 4\pi \times 10^{-7}H/m$이다.
2. 상호인덕턴스는 $M = \frac{(5000)(4\pi \times 10^{-7})(300)(100)(2 \times 10^{-4})}{2\pi(0.2)} = 0.03H$ 이다.
3. $i_1(t) = 4\sin(3t^2 - 20t)$이므로 $\frac{di_1}{dt} = 4\cos(3t^2 - 20t)(6t - 20)$ 이고, $t = 0$에서 $\frac{di_1}{dt}|_{t=0} = 4 \cdot 1 \cdot (-20) = -80A/s$ 이다.
4. 따라서 $|e_2| = |0.03 \times (-80)| = 2.4V$ 이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 계산 결과와 일치하지 않는다. 유도기전력을 $1.2V$로 본 것이 틀렸고, 올바르게는 $2.4V$이다.
② O: 상호인덕턴스가 $0.03H$이고 $t=0$에서 $|di_1/dt| = 80A/s$이므로 $|e_2| = 2.4V$가 되어 일치한다.
③ X: 계산 결과와 일치하지 않는다. 유도기전력을 $3.6V$로 본 것이 틀렸고, 올바르게는 $2.4V$이다.
④ X: 계산 결과와 일치하지 않는다. 유도기전력을 $4.8V$로 본 것이 틀렸고, 올바르게는 $2.4V$이다.

오답 포인트

토로이드의 자기경로 길이를 $2\pi\rho_0$로 두지 않거나, $S = 2cm^2$를 $2\times10^{-4}m^2$로 바꾸지 않으면 값이 틀어진다. 또한 sin을 미분한 뒤 $t=0$에서 $\cos 0 = 1$, $6t - 20 = -20$을 놓치면 전류변화율을 잘못 구하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

토로이드 결합회로 문제는 먼저 $M = \mu N_1 N_2 S/(2\pi\rho_0)$로 상호인덕턴스를 구하고, 다음에 $|e_2| = |M di_1/dt|$에 해당 시각을 대입하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

토로이드 상호인덕턴스는 단면적에 비례하고 평균 자기경로 길이 $2\pi\rho_0$에 반비례하며, 유도기전력은 상호인덕턴스와 전류변화율의 곱이다.

NoteBase

문 15. 비투자율이 1,000인 철심의 자속밀도가 $10[\mathrm{Wb/m^2}]$이고 철심의 부피가 $10[\mathrm{cm^3}]$일 때, 이 철심에 저장된 자기 에너지의 값[J]은? (단, 자유공간의 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[\mathrm{H/m}]$이다.)

① $\frac{1}{\pi}$
② $\frac{5}{2\pi}$
③ $\frac{5}{4\pi}$
④ $\frac{10}{\pi}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 자기 에너지 밀도 $w = \frac{B^2}{2\mu}$를 이용해 철심에 저장된 전체 자기 에너지를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $\mu_r = 1000$, $B = 10\mathrm{Wb/m^2}$, $V = 10\mathrm{cm^3}$
구해야 할 값: 철심에 저장된 자기 에너지 W
주의할 조건: 철심의 투자율은 $\mu = \mu_0\mu_r$이고, 부피는 $10\mathrm{cm^3} = 10^{-5}\mathrm{m^3}$로 바꾸어야 한다.

사용할 공식

자기 에너지 밀도는 $w = \frac{B^2}{2\mu}$이고, 전체 자기 에너지는 $W = wV = \frac{B^2}{2\mu}V$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 자속밀도 B, 투자율 μ, 부피 V가 주어졌으므로 단위체적당 저장 에너지를 먼저 구한 뒤 전체 부피를 곱하면 되기 때문이다.

계산 과정

1. 철심의 투자율은 $\mu = \mu_0\mu_r = (4\pi \times 10^{-7}) \times 1000 = 4\pi \times 10^{-4}\mathrm{H/m}$이다.
2. 자기 에너지 밀도는 $w = \frac{10^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-4}} = \frac{100}{8\pi \times 10^{-4}} = \frac{125000}{\pi}\mathrm{J/m^3}$이다.
3. 전체 자기 에너지는 $W = wV = \frac{125000}{\pi} \times 10^{-5} = \frac{5}{4\pi}\mathrm{J}$이다.

선지 판단

① X: 계산 결과는 $\frac{5}{4\pi}$J이므로 $\frac{1}{\pi}$J는 맞지 않는다. 올바른 값은 $\frac{5}{4\pi}$J이다.
② X: $\frac{5}{2\pi}$J는 에너지 식의 $\frac{1}{2}$를 빠뜨려 $W = \frac{B^2}{\mu}V$처럼 계산할 때 나오는 오답이다. 올바르게는 $W = \frac{B^2}{2\mu}V$를 써야 한다.
③ O: $\mu = 4\pi \times 10^{-4}\mathrm{H/m}$, $V = 10^{-5}\mathrm{m^3}$를 대입하면 $W = \frac{5}{4\pi}\mathrm{J}$가 되어 정답과 일치한다.
④ X: $\frac{10}{\pi}$J는 정답보다 8배 큰 값으로, 계수 정리나 단위 변환을 틀리면 생기기 쉬운 과대 계산이다. 올바른 값은 $\frac{5}{4\pi}$J이다.

NoteBase

오답 포인트

자기 에너지 식의 $\frac{1}{2}$를 빠뜨리거나 10cm^3를 10^{-5}m^3로 바꾸지 않으면 오답으로 흐르기 쉽다. 또한 철심에서는 $\mu = \mu_0\mu_r$를 써야 하므로 상대투자율 1000을 누락하면 계산 구조가 무너진다.

다시 나오면 이렇게 판단

자기 에너지 계산형은 먼저 $\mu = \mu_0\mu_r$를 만든 뒤 $w = \frac{B^2}{2\mu}$로 에너지 밀도를 구하고, 마지막에 부피를 m^3로 환산해 곱하는 순서로 판단하면 된다.

암기 포인트

자기 에너지는 $\frac{B^2}{2\mu}$, 전체 에너지는 에너지 밀도에 부피를 곱한 값이다.

NoteBase

문 16. 어느 매질 내에서 진행하는 평면 전자기파를 <보기 1>과 같은 식으로 나타낼 수 있다. <보기 2>에서 이 평면 전자기파에 대한 옳은 설명을 모두 고른 것은? (단, t의 단위는 $[s]$, z의 단위는 $[m]$이다.)

<보기 1>

$\vec{E} = 20\cos(4 \times 10^{14}\pi t - 2 \times 10^{6}\pi z + 1{,}000)\vec{a}_x + 20\sin(4 \times 10^{14}\pi t - 2 \times 10^{6}\pi z + 1{,}000)\vec{a}_y [V/m]$

<보기 2>

ㄱ. 이 전자기파가 진행하는 매질은 무손실 유전체이다.

ㄴ. 이 전자기파의 매질 내 위상속도는 $2 \times 10^{8}[m/s]$이다.

ㄷ. 이 전자기파는 원형 편파(circular polarization)이다.

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 평면 전자기파 식에서 감쇠 유무, 위상속도 $v_p = \omega/\beta$, 편파 상태를 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전계는 $\vec{E} = 20\cos\phi\vec{a}_x + 20\sin\phi\vec{a}_y$ 이고, $\phi = 4 \times 10^{14}\pi t - 2 \times 10^{6}\pi z + 1000$ 이다.
주어진 값은 $\omega = 4 \times 10^{14}\pi[rad/s]$, $\beta = 2 \times 10^{6}\pi[rad/m]$ 이다.
식에 감쇠항 $e^{-\alpha z}$가 없으므로 전파하면서 진폭이 줄어들지 않는다.

사용할 공식

위상속도는 $v_p = \omega/\beta$ 이다.
편파는 서로 직교하는 두 전계 성분의 진폭과 위상차로 판별한다.
감쇠항이 없으면 무손실 매질로 본다.
이 공식을 쓰는 이유는 주어진 식이 시간항과 공간항을 함께 가진 정현파 평면파의 표준형이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 식이 $\omega t - \beta z$ 꼴이므로 $+z$ 방향으로 진행하는 평면파이다.
2. 위상속도는
$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{4\times10^{14}\pi}{2\times10^{6}\pi} = 2\times10^{8}[m/s]$
이므로 ㄴ은 옳다.
3. 전계는 $E_x = 20\cos\phi$, $E_y = 20\sin\phi = 20\cos(\phi - \pi/2)$ 이다. 두 성분의 진폭이 같고 위상차가 90° 이므로 원형 편파이어서 ㄷ은 옳다.
4. 진폭 앞에 $e^{-\alpha z}$ 같은 감쇠항이 없으므로 무손실 유전체로 보아 ㄱ도 옳다.

선지별 해설

① X
ㄱ은 감쇠항이 없으므로 옳고, ㄴ은 $v_p = 2\times10^{8}[m/s]$ 이므로 옳다.
다만 ㄷ도 옳은데 이 선택지는 ㄷ을 빠뜨렸다. 올바르게는 "ㄱ, ㄴ, ㄷ"이다.

② X
ㄱ은 무손실 유전체라는 판단이 가능하므로 옳고, ㄷ은 두 직교 성분의 진폭이 같고 위상차가 90° 이므로 옳다.
다만 ㄴ도 옳은데 이 선택지는 ㄴ을 빠뜨렸다. 올바르게는 "ㄱ, ㄴ, ㄷ"이다.

③ X
ㄴ은 $v_p = \omega/\beta = 2\times10^{8}[m/s]$ 이므로 옳고, ㄷ은 원형 편파이므로 옳다.
다만 ㄱ도 옳은데 이 선택지는 ㄱ을 빠뜨렸다. 올바르게는 "ㄱ, ㄴ, ㄷ"이다.

④ O
ㄱ은 감쇠항이 없어 무손실 유전체라는 설명이 맞다.
ㄴ은 $v_p = 2\times10^{8}[m/s]$ 로 계산되므로 맞다.
ㄷ은 E_x 와 E_y 의 진폭이 같고 위상차가 90° 이므로 맞다.

오답 포인트

원형 편파는 두 성분이 둘 다 정현파라고 해서 바로 성립하는 것이 아니라 진폭이 같고 위상차가 90° 여야 한다는 점을 놓치기 쉽다. 또 위상속도는 ω/β 인데 $2\pi f/\lambda$ 관계를 섞어 쓰거나 지수 차수만 보고 계산을 틀리기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

전자기파 식이 나오면 먼저 감쇠항 유무를 보고 손실 여부를 판단하고, 다음에 ω 와 β 를 읽어 $v_p = \omega/\beta$ 를 계산한다. 마지막으로 직교 성분의 진폭과 위상차를 비교해 선형 편파, 원형 편파, 타원 편파를 구분한다.

NoteBase

암기 포인트

감쇠항 없음은 무손실, $v_p = \omega/\beta$, 같은 진폭과 90° 위상차는 원형 편파이다.

NoteBase

문 17. 주파수가 $60[Hz]$인 교류전압을 금속도체 양단에 인가하였다. 금속도체의 전도율이 약 $6\times10^{7}[S/m]$이고, 유전율이 $\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}[F/m]$라면, 이 금속도체 내부의 전도전류밀도 크기와 변위전류밀도 크기의 비율은?

① 전도전류밀도가 변위전류밀도에 비해 $\frac{9}{\pi}\times10^{15}$배 작다.

② 전도전류밀도가 변위전류밀도에 비해 $\frac{9}{\pi}\times10^{15}$배 크다.

③ 전도전류밀도와 변위전류밀도의 크기는 같다.

④ 전도전류밀도가 변위전류밀도에 비해 1.8×10^{16}배 크다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전도전류밀도 $J_c=\sigma E$와 변위전류밀도 $J_d=\omega\varepsilon E$를 비교하여 $\frac{J_c}{J_d}=\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 값: 주파수 $f=60[Hz]$, 전도율 $\sigma=6\times10^{7}[S/m]$, 유전율 $\varepsilon=\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}[F/m]$
- 구해야 할 값: 금속도체 내부에서 전도전류밀도와 변위전류밀도의 크기 비
- 주의할 조건: 교류이므로 각주파수 $\omega=2\pi f$를 써야 하며, 두 전류밀도 모두 E에 비례하므로 비를 구하면 E는 약분된다.

사용할 공식

$J_c=\sigma E,\quad J_d=\omega\varepsilon E$

$\frac{J_c}{J_d}=\frac{\sigma E}{\omega\varepsilon E}=\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$

이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 같은 도체 내부의 두 전류밀도 크기만 비교하면 되므로 공통인 전계 E를 소거한 비율식으로 바로 판단할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 각주파수를 구하면 $\omega=2\pi f=2\pi\times60=120\pi$이다.
2. 비율식에 대입하면

$\frac{J_c}{J_d}=\frac{6\times10^{7}}{120\pi\times\left(\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}\right)}$

3. 분모를 정리하면

$120\pi\times\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}=\frac{10}{3}\times10^{-9}$

4. 따라서

$\frac{J_c}{J_d}=\frac{6\times10^{7}}{\frac{10}{3}\times10^{-9}}=1.8\times10^{16}$

즉 전도전류밀도가 변위전류밀도보다 1.8×10^{16}배 크다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 실제 비율은 1.8×10^{16}이므로 전도전류밀도가 훨씬 크다.
- 틀린 표현은 '전도전류밀도가 변위전류밀도에 비해 $\frac{9}{\pi} \times 10^{15}$배 작다'이다. 올바르게는 '전도전류밀도가 변위전류밀도에 비해 1.8×10^{16}배 크다'이다.

② X
- 방향 판단은 크다로 맞지만 비율값이 틀리다. 계산 결과는 $\frac{9}{\pi} \times 10^{15}$가 아니라 1.8×10^{16}이다.
- 틀린 표현은 '$\frac{9}{\pi} \times 10^{15}$배 크다'이다. 올바르게는 '$1.8 \times 10^{16}$배 크다'이다.

③ X
- 두 전류밀도가 같으려면 $\sigma = \omega\varepsilon$이어야 하지만, 실제로는 $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = 1.8 \times 10^{16}$이다.
- 틀린 표현은 '크기는 같다'이다. 올바르게는 '전도전류밀도가 변위전류밀도보다 1.8×10^{16}배 크다'이다.

④ O
- 계산 결과 $\frac{J_c}{J_d} = 1.8 \times 10^{16}$이므로 전도전류밀도가 변위전류밀도에 비해 1.8×10^{16}배 크다는 진술이 맞다.

오답 포인트

변위전류밀도에서 $\omega = 2\pi f$를 빠뜨리거나, π가 약분되는 구조를 끝까지 정리하지 않으면 ② 같은 값으로 오답을 고르기 쉽다. ①은 수치뿐 아니라 크고 작음의 방향까지 반대로 읽은 경우에 해당한다.

다시 나오면 이렇게 판단

교류에서 전도전류밀도와 변위전류밀도를 비교하는 문제는 먼저 $J_c = \sigma E$, $J_d = \omega\varepsilon E$를 세우고, 다음에 E를 약분하여 $\sigma/(\omega\varepsilon)$만 계산하면 된다. 마지막에는 비율의 방향이 '크다'인지 '작다'인지까지 함께 확인해야 한다.

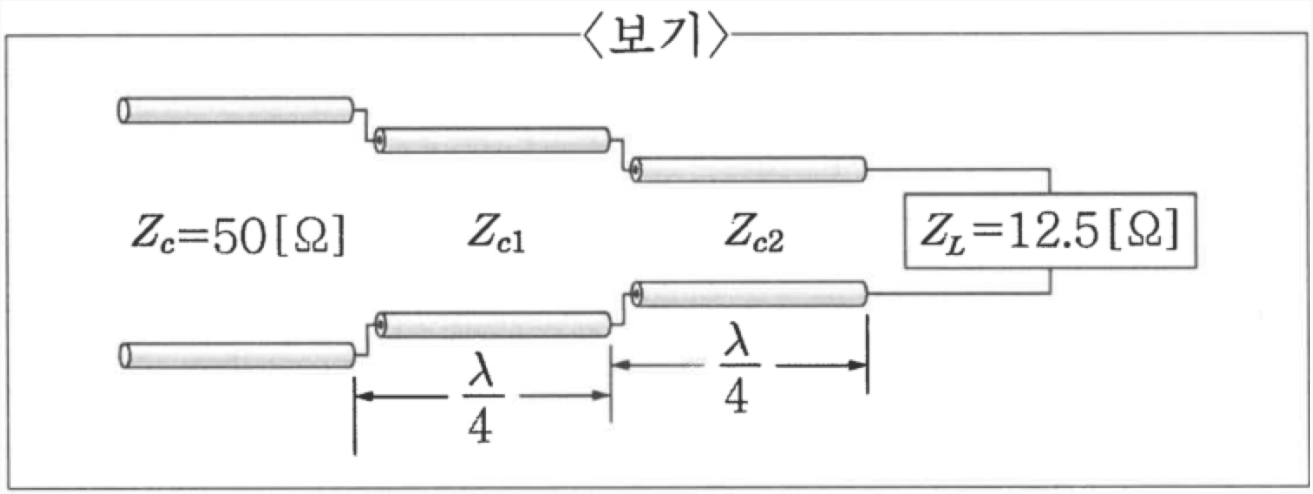
암기 포인트

전도 대 변위 비교는 $\frac{J_c}{J_d} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ 한 줄로 정리되며, 교류에서는 반드시 $\omega = 2\pi f$를 넣는다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 두 개의 $\frac{\lambda}{4}$ 변환기를 연속적으로 이용하여 특성임피던스 $Z_c = 50[\Omega]$인 전송선과 부하임피던스 $Z_L = 12.5[\Omega]$을 정합(matching)하려고 한다. 이때 Z_{c2}의 임피던스 값이 $20[\Omega]$일 경우, Z_{c1}의 임피던스 값[Ω]은? (단, 모든 전송선로는 무손실이다.)

<보기>



① 20

② 40

③ 60

④ 80

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 $\lambda/4$ 변환기의 입력임피던스 관계 $Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$를 두 번 연속 적용하여 첫 번째 변환기의 특성임피던스를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 본선의 특성임피던스는 50Ω, 부하임피던스는 12.5Ω, 두 번째 변환기의 특성임피던스는 20Ω이다.
구해야 할 값: 첫 번째 $\lambda/4$ 변환기의 특성임피던스 Z_{c1}이다.
주의할 조건: 두 변환기는 모두 무손실 $\lambda/4$ 선로이므로 각 단계에서 부하를 다음 단계의 입력임피던스로 변환해서 순서대로 계산한다.

사용할 공식

무손실 $\lambda/4$ 변환기의 입력임피던스는 $Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 문제의 두 선로가 모두 길이 $\lambda/4$인 임피던스 변환기이므로, 부하 쪽에서 본 입력임피던스를 한 단계씩 역산하면 본선 50Ω와 정합되는 Z_{c1}를 구할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 두 번째 변환기 $Z_{c2} = 20\Omega$가 부하 $Z_L = 12.5\Omega$를 본 입력임피던스는 $Z_{in2} = \frac{20^2}{12.5} = 32\Omega$이다.
2. 이 32Ω가 첫 번째 변환기 Z_{c1}의 부하가 된다.
3. 본선과 정합되려면 첫 번째 변환기의 입력임피던스가 50Ω이어야 하므로 $50 = \frac{Z_{c1}^2}{32}$이다.
4. 따라서 $Z_{c1}^2 = 1600$, $Z_{c1} = 40\Omega$이다.

선지 판단

① X: 20Ω는 문제에서 주어진 Z_{c2} 값일 뿐 Z_{c1}이 아니다. 첫 번째 변환기의 올바른 값은 40Ω이다.
② O: 두 번째 변환기에서 12.5Ω를 32Ω로 바꾼 뒤, 첫 번째 변환기에서 그 32Ω를 50Ω로 정합시키면 $Z_{c1} = 40\Omega$가 되어 계산 결과와 일치한다.
③ X: 60Ω를 대입하면 첫 번째 변환기의 입력임피던스는 $\frac{60^2}{32} = 112.5\Omega$가 되어 50Ω 정합 조건을 만족하지 않는다. 올바르게는 40Ω이다.
④ X: 80Ω를 대입하면 첫 번째 변환기의 입력임피던스는 $\frac{80^2}{32} = 200\Omega$가 되어 50Ω와 전혀 정합되지 않는다. 올바르게는 40Ω이다.

오답 포인트

두 개의 $\lambda/4$ 변환기를 한 번에 처리하려고 하면 중간 임피던스 32Ω를 놓치기 쉽다. 특히 ①처럼 Z_{c2}를 그대로 답으로 고르거나, ③·④처럼 정합 조건 $50 = \frac{Z_{c1}^2}{32}$를 세우지 않고 감으로 큰 수를 고르면 틀린다.

다시 나오면 이렇게 판단

$\lambda/4$ 변환기가 여러 개 직렬로 나오면 항상 부하 쪽 선로부터 시작해서 입력임피던스를 한 단계씩 변환한다. 마지막 단계에서 본선의 특성임피던스와 같아지도록 식을 세우면 된다.

암기 포인트

$\lambda/4$ 변환기는 $Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$이며, 여러 개가 직렬이면 부하 쪽부터 순차 변환한다.

NoteBase

문 19. 비유전율이 $\varepsilon_r = 80$, 전도도가 $\sigma = 5 \times 10^{-3}[S/m]$인 물에 주파수 $20[MHz]$인 전자기파의 전계가 인가되었을 때, 손실탄젠트에 가장 가까운 값은? (단, 자유공간의 유전율 $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}[F/m]$이다.)

① 0.042

② 0.056

③ 2.05

④ 2.83

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 손실탄젠트 $\tan\delta$의 정의식 $\tan\delta = \sigma/(\omega\varepsilon)$를 이용해 값을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $\varepsilon_r = 80$, $\sigma = 5 \times 10^{-3}[S/m]$, $f = 20[MHz]$, $\varepsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi)[F/m]$이다.
구해야 할 값: 손실탄젠트 $\tan\delta$이다.
주의할 조건: $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$, $\omega = 2\pi f$로 바꾸어 계산해야 한다.

사용할 공식

$\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$

$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0, \quad \omega = 2\pi f$

이 공식을 쓰는 이유는 손실탄젠트가 전도전류밀도와 변위전류밀도의 비를 나타내며, 문제에서 전도도와 유전율, 주파수가 모두 주어졌기 때문이다.

계산 과정

1. 유전율을 구하면 $\varepsilon = 80 \times \frac{10^{-9}}{36\pi} = \frac{20 \times 10^{-9}}{9\pi}[F/m]$이다.
2. 각주파수는 $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 20 \times 10^6 = 40\pi \times 10^6[rad/s]$이다.
3. 따라서 $\omega\varepsilon = (40\pi \times 10^6) \times \frac{20 \times 10^{-9}}{9\pi} = \frac{0.8}{9}$이다.
4. 손실탄젠트는 $\tan\delta = \frac{5 \times 10^{-3}}{0.8/9} = 0.05625$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 계산 결과는 0.05625이므로 0.042는 맞지 않는다. 틀린 표현은 '손실탄젠트가 0.042이다'이며, 올바르게는 '손실탄젠트는 약 0.056이다'이다.
② O: $\tan\delta = 0.05625$이므로 가장 가까운 값은 0.056이다.
③ X: 계산 결과보다 지나치게 큰 값이다. 틀린 표현은 '손실탄젠트가 2.05이다'이며, 올바르게는 '손실탄젠트는 약 0.056이다'이다.
④ X: 계산 결과보다 훨씬 큰 값이다. 틀린 표현은 '손실탄젠트가 2.83이다'이며, 올바르게는 '손실탄젠트는 약 0.056이다'이다.

오답 포인트

손실탄젠트 문제에서는 $\omega = 2\pi f$를 f로 잘못 쓰거나, $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$에서 상대유전율을 빠뜨리면 오답이 나온다. 또 $\sigma/(\omega\varepsilon)$를 뒤집어 $(\omega\varepsilon)/\sigma$처럼 계산하면 자릿수가 크게 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체의 손실탄젠트를 묻는 문제는 먼저 $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$와 $\omega = 2\pi f$를 만든 뒤, $\tan\delta = \sigma/(\omega\varepsilon)$에 대입해 자릿수를 확인하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

손실탄젠트는 $\tan\delta = \sigma/(\omega\varepsilon)$이며, 주파수가 커질수록 $\omega\varepsilon$가 커져 같은 매질에서는 손실탄젠트가 작아진다.

NoteBase

문 20. 전류 $I[A]$가 흐르는 반경 $b[m]$의 작은 원형 루프(자기쌍극자)가 xy평면에 놓여 있으며, 원형 루프의 중심은 원점이다. 이 원형 루프에 의한 구좌표계로 $P(r,\theta,\phi=\pi/2)$인 점에서의 벡터자기포텐셜이 $\vec{A}=\vec{a}_\phi\frac{\mu_0 I b^2}{4r^2}\sin\theta[Wb/m]$일 때, 같은 점 P에서의 자속밀도 $\vec{B}[Wb/m^2]$는? (단, $\vec{a}_r,\vec{a}_\theta,\vec{a}_\phi$는 구좌표계의 단위벡터이고, r의 단위는 $[m]$이다.)

① $\frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta+\vec{a}_\theta\sin\theta)$
② $\frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta+\vec{a}_\phi\sin\theta+\vec{a}_\theta\cos\theta)$
③ $-\frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta+\vec{a}_\theta\sin\theta)$
④ $-\frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta+\vec{a}_\phi\sin\theta+\vec{a}_\theta\cos\theta)$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 구면좌표계에서 벡터자기포텐셜 $\vec{A}$의 회전 $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$를 계산하여 자속밀도 성분을 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: $\vec{A}=\vec{a}_\phi\frac{\mu_0 I b^2}{4r^2}\sin\theta$
구해야 할 값: 같은 점 P에서의 자속밀도 $\vec{B}$
주의할 조건: $A_r=0, A_\theta=0, A_\phi$만 존재하고 ϕ에는 의존하지 않는다.

사용할 공식

구면좌표계에서 $A_r=0, A_\theta=0, A_\phi=A_\phi(r,\theta)$일 때
$B_r=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\phi),\qquad B_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi),\qquad B_\phi=0$
이 공식을 쓰는 이유는 자속밀도 $\vec{B}$가 벡터자기포텐셜의 회전이기 때문이며, 이 문제에서는 ϕ 방향 성분만 주어져 있어 위 식으로 바로 성분 계산이 가능하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

$C=\frac{\mu_0 I b^2}{4}$로 두면 $A_\phi = C\frac{\sin\theta}{r^2}$이다.
$B_r = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\cdot C\frac{\sin\theta}{r^2}\right) = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(C\frac{\sin^2\theta}{r^2}\right) = \frac{2C\cos\theta}{r^3}$
따라서
$B_r = \frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}2\cos\theta$
또한
$B_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot C\frac{\sin\theta}{r^2}\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(C\frac{\sin\theta}{r}\right) = \frac{C\sin\theta}{r^3}$
따라서
$B_\theta = \frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}\sin\theta, \qquad B_\phi = 0$
결국
$\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta + \vec{a}_\theta \sin\theta)$

선지 판단

① O: 계산 결과가 $\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta + \vec{a}_\theta \sin\theta)$이므로 정확하다.
② X: $\vec{a}_\phi$ 성분은 ϕ에 대한 변화가 없으므로 0이어야 하고, $\vec{a}_\theta$의 계수도 $\cos\theta$가 아니라 $\sin\theta$이어야 한다. 틀린 표현은 "a_ϕθ+a_θθ"이고, 올바르게는 "a_θθ"이다.
③ X: ①의 올바른 결과 전체에 불필요한 음수를 붙인 형태이다. 틀린 표현은 전체 앞의 "-"이고, 올바르게는 양의 부호이다.
④ X: 전체 부호가 틀렸고 $\vec{a}_\phi$ 성분도 존재할 수 없으며 $\vec{a}_\theta$의 계수도 $\sin\theta$가 되어야 한다. 올바르게는 $\frac{\mu_0 I b^2}{4r^3}(\vec{a}_r 2\cos\theta + \vec{a}_\theta \sin\theta)$이다.

오답 포인트

구면좌표계의 curl 공식을 직교좌표계처럼 단순 미분으로 처리하면 $\vec{a}_\phi$ 성분을 잘못 남기거나 전체 부호를 뒤집기 쉽다. 특히 $B_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)$의 앞 음수와 $A_\phi \propto r^{-2}$ 미분에서 다시 나오는 음수를 함께 봐야 최종 부호가 양수가 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

구면좌표계 벡터포텐셜 문제는 먼저 어떤 성분만 남는지 확인한 뒤, 해당 성분에 맞는 curl 공식만 골라 B_r, B_θ, B_ϕ를 따로 계산하면 된다. 계산이 끝나면 존재할 수 없는 성분이 들어갔는지와 부호가 한 번 더 뒤집히지 않았는지를 검산하면 된다.

암기 포인트

$A_\phi(r,\theta)$만 있으면 구면좌표계에서 보통 B_r와 B_θ만 생기고 B_ϕ는 0이다.

NoteBase