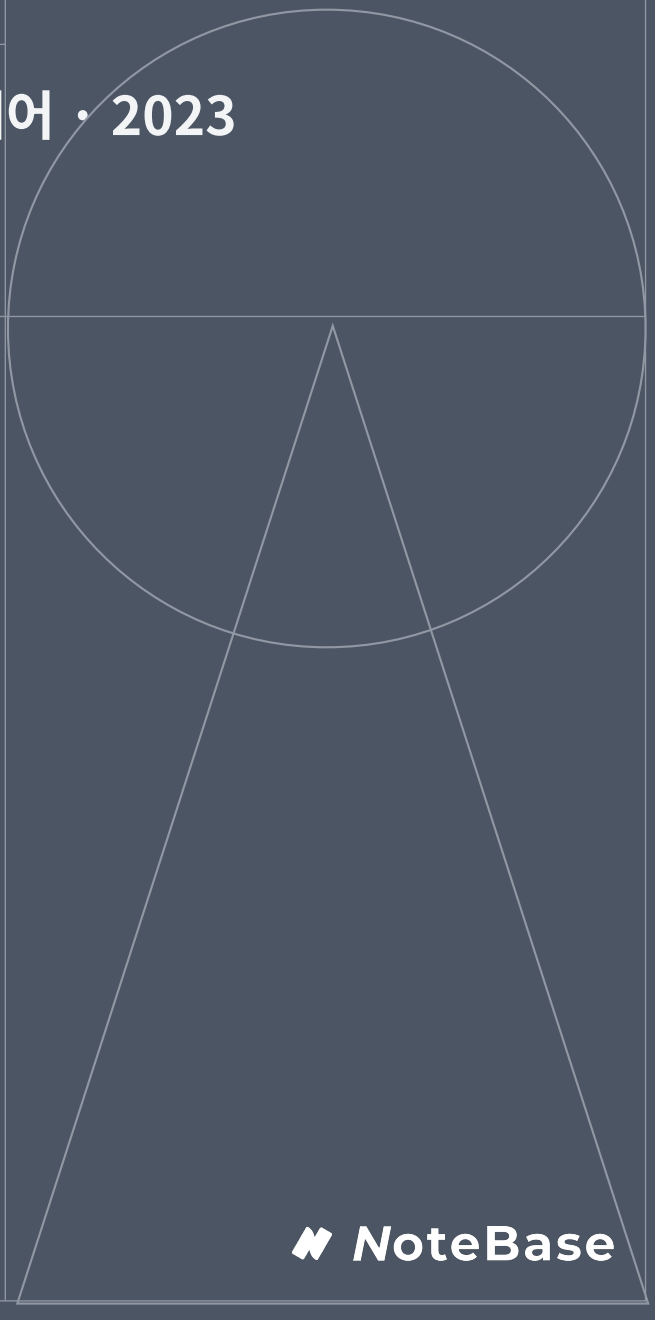
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2023



NoteBase

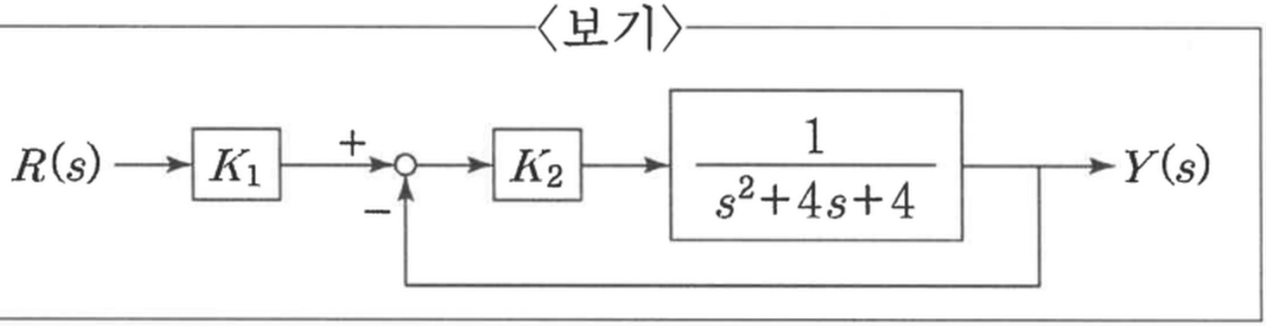
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2023

공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2023

문 1. <보기>와 같이 주어진 폐루프 시스템에서 단위계단입력에 대한 정상상태오차가 0이 되도록 하는 K_1과 K_2의 값으로 가장 옳은 것은?

<보기>



① K_1: 2, K_2: 2

② K_1: 2, K_2: 4

③ K_1: 3, K_2: 3

④ K_1: 3, K_2: 4

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 전체 전달함수 $Y(s)/R(s)$를 구한 뒤 단위계단입력의 정상상태오차가 0이 되는 K_1, K_2 조건을 찾는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 전진경로의 K_1, K_2, 공정 $G(s) = 1/(s^2 + 4s + 4)$, 그리고 출력의 음의 되먹임이다.
구해야 할 값은 단위계단입력에 대해 정상상태오차 $e_{ss} = 0$가 되게 하는 K_1, K_2 조합이다.
주의할 조건은 정상상태오차를 추종오차 $e_{ss} = 1 - y(\infty)$로 보아야 한다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

전체 전달함수는 $\frac{Y(s)}{R(s)} = K_1 \cdot \frac{K_2 G(s)}{1 + K_2 G(s)} = \frac{K_1 K_2}{s^2 + 4s + 4 + K_2}$ 이다.
단위계단입력 $R(s) = 1/s$에 대한 정상상태 출력은 최종값정리로 $y(\infty) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \lim_{s \to 0} \frac{K_1 K_2}{s^2 + 4s + 4 + K_2} = \frac{K_1 K_2}{4 + K_2}$ 이다.
정상상태오차가 0이면 $y(\infty) = 1$이어야 하므로 $K_1 K_2 = 4 + K_2$를 만족해야 한다.

계산 과정

1. 내부 폐루프 $K_2 G(s)$의 전달함수를 구하면 $K_2 G(s)/(1 + K_2 G(s))$가 된다.
2. 여기에 입력 전치이득 K_1를 곱하면 $Y(s)/R(s) = K_1 K_2/(s^2 + 4s + 4 + K_2)$가 된다.
3. 단위계단입력에 대해 $y(\infty) = K_1 K_2/(4 + K_2)$이고, $e_{ss} = 0$ 조건은 $y(\infty) = 1$이므로 $K_1 K_2 = 4 + K_2$이다.
4. 각 선지를 대입하면 ① $4 \neq 6$, ② $8 = 8$, ③ $9 \neq 7$, ④ $12 \neq 8$이므로 ②만 조건을 만족한다.

선지 판단

① X: $(K_1, K_2) = (2, 2)$이면 $y(\infty) = 4/6 = 2/3$, $e_{ss} = 1/3$이므로 0이 아니다. 틀린 값의 조합이며, 올바르게는 $K_1 K_2 = 4 + K_2$를 만족하는 조합이어야 한다.
② O: $(K_1, K_2) = (2, 4)$이면 $y(\infty) = 8/8 = 1$, $e_{ss} = 0$이 된다. 따라서 정답이다.
③ X: $(K_1, K_2) = (3, 3)$이면 $y(\infty) = 9/7$, $e_{ss} = -2/7$이므로 출력이 기준값보다 커져 오차가 0이 아니다. 올바르게는 $(2, 4)$처럼 $K_1 K_2 = 4 + K_2$를 만족해야 한다.
④ X: $(K_1, K_2) = (3, 4)$이면 $y(\infty) = 12/8 = 3/2$, $e_{ss} = -1/2$이므로 0이 아니다. 올바르게는 $K_1 = 2, K_2 = 4$이어야 한다.

오답 포인트

되먹임 합점의 내부 오차만 보고 식을 세우면 K_1의 역할을 잘못 해석하게 된다. 이 문제는 최종 출력 $Y(s)$가 단위입력 1을 얼마나 정확히 추종하는지를 묻는 문제이므로, 전체 전달함수의 정상상태값을 1로 맞추어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

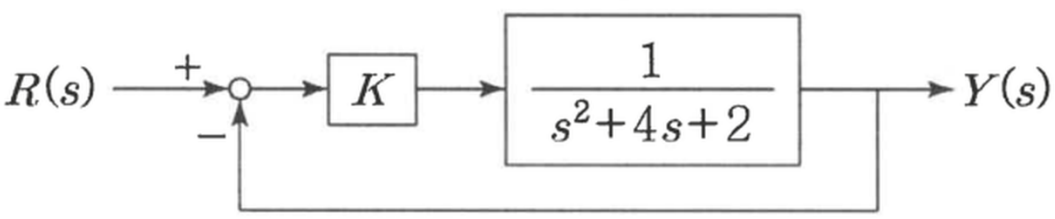
입력 앞에 이득이 따로 있는 폐루프는 먼저 Y/R 전체 전달함수를 구하고, 단위계단입력이면 $y(\infty) = T(0)$를 계산한 뒤 $e_{ss} = 1 - y(\infty)$로 판단한다.

암기 포인트

단위계단 정상상태오차 0은 안정한 계에서 $T(0) = 1$과 같다.

문 2. <보기>의 블록선도에서 입력 $R(s)$에 대한 출력 $Y(s)$의 전달함수 $G(s)$와, 극점이 복소평면의 실수축에 위치하기 위한 K의 범위로 가장 옳은 것은?

〈보기〉



① $G(s)$: $\frac{K+2}{s^2+4s+2+K}$, K의 범위: $K \leq 3$

② $G(s)$: $\frac{K}{s^2+4s+2+K}$, K의 범위: $K \leq 2$

③ $G(s)$: $\frac{K}{s^2+4s+2+K}$, K의 범위: $K \geq -2$

④ $G(s)$: $\frac{4K}{s^2+4s+2+4K}$, K의 범위: $K \leq -2$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단위 음의 피드백 폐루프의 전달함수와 2차 특성방정식의 판별식을 이용해 $G(s)$와 K의 범위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전진경로가 K와 $\frac{1}{s^2+4s+2}$의 직렬 연결이고, 피드백은 1인 단위 음의 피드백이다.
구해야 할 값: 입력 $R(s)$에 대한 출력 $Y(s)$의 전달함수 $G(s)$와 극점이 실수축에 놓이기 위한 K의 범위이다.
주의할 조건: 실수축 위의 극점은 2차 방정식의 근이 모두 실수라는 뜻이므로 판별식이 0 이상이어야 한다.

사용할 공식

폐루프 전달함수는
$G(s) = \frac{P(s)}{1+P(s)H(s)}$
이다. 여기서 $P(s) = \frac{K}{s^2+4s+2}$, $H(s) = 1$이다.

이 공식을 쓰는 이유:
문제의 블록선도는 전형적인 단위 음의 피드백 구조이므로 폐루프 전달함수 공식을 바로 적용할 수 있다. 극점 위치는 이 폐루프 전달함수의 분모, 즉 특성방정식으로 판단한다.

NoteBase

계산 과정

1. 전진경로 전달함수는
$P(s) = K \cdot \frac{1}{s^2+4s+2} = \frac{K}{s^2+4s+2}$
이다.
2. 단위 음의 피드백이므로 폐루프 전달함수는
$G(s) = \frac{\frac{K}{s^2+4s+2}}{1+\frac{K}{s^2+4s+2}} = \frac{K}{s^2+4s+2+K}$
이다.
3. 특성방정식은
$s^2 + 4s + (2+K) = 0$
이다.
4. 극점이 실수축에 있으려면 근이 실수여야 하므로 판별식이
Δ=4^2-4·1·(2+K)=16-8-4K=8-4K≥0
를 만족해야 한다.
5. 따라서
8-4K≥0⇒ K≤2
이다. 계산 결과 $G(s) = \frac{K}{s^2+4s+2+K}$, K≤2이므로 정답은 2번이다.

선지별 해설

① X
- 폐루프 전달함수의 분자는 전진경로의 이득 K만 남으므로 $K+2$가 될 수 없다.
- 틀린 표현은 "$K+2$"와 "K≤3"이다. 올바르게는 $G(s) = \frac{K}{s^2+4s+2+K}$, K≤2이다.

② O
- 폐루프 전달함수 $G(s) = \frac{K}{s^2+4s+2+K}$는 단위 음의 피드백 공식과 정확히 일치한다.
- 특성방정식의 판별식이 0 이상이 되는 조건이 K≤2이므로 전달함수와 K 범위가 모두 맞다.

③ X
- 전달함수 식 자체는 맞지만, 실수축 조건을 반대로 판단했다.
- 틀린 표현은 "$K \geq -2$"이다. 올바르게는 판별식 8-4K≥0에서 K≤2가 되어야 한다.

④ X
- 전진경로에 4가 곱해지는 요소가 없으므로 폐루프 전달함수의 분자와 분모가 동시에 $4K$로 바뀔 근거가 없다.
- 틀린 표현은 "$4K$"와 "$K \leq -2$"이다. 올바르게는 $G(s) = \frac{K}{s^2+4s+2+K}$, K≤2이다.

NoteBase

오답 포인트

폐루프 전달함수에서 분모의 상수항 2가 그대로 남는다는 점과, 실수축 조건이 안정조건과 같지 않다는 점이 함정이다. ③처럼 2+K≥0만 보고 범위를 정하면 안정조건과 실근조건을 혼동하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 계산형 문제는 먼저 전진경로 $P(s)$를 묶고, 단위 음의 피드백이면 $\frac{P}{1+P}$로 폐루프 전달함수를 만든 뒤, 극점 조건은 분모의 특성방정식에서 판별식이나 근의 성질로 따로 판단한다.

암기 포인트

단위 음의 피드백은 $G = \frac{P}{1+P}$, 2차식 극점의 실수축 조건은 판별식 $\Delta \geq 0$이다.

NoteBase

문 3. <보기>의 상태공간방정식으로 표현된 시스템을 전달함수로 표현했을 때 가장 옳은 것은? (단, $x(0) = 0$ 이다.)

<보기>

x(t)=bmatrix2 & -1 \ 0 & 1bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 1bmatrixu(t)

y(t)=bmatrix1 & 2bmatrixx(t)

① $\frac{3}{s-1}$

② $\frac{2}{s-2}$

③ $\frac{3(s+2)}{s^2-3s+2}$

④ $\frac{3}{s^2-3s+2}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 상태공간모형에서 전달함수 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$를 구하고 약분까지 정확히 처리하는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 A=bmatrix2&-1; 0&1bmatrix, B=bmatrix1; 1bmatrix, C=bmatrix1&2bmatrix, $D = 0$이다.
구해야 할 값은 입력 $u(t)$에서 출력 $y(t)$로 가는 전달함수 $G(s)$이다.
초기조건 $x(0) = 0$이므로 전달함수 공식 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$를 그대로 적용할 수 있다.

사용할 공식

$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 상태방정식과 출력방정식이 직접 주어졌고, 초기조건이 0이어서
상태공간표현을 바로 전달함수로 변환할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $sI - A$를 구하면
sI-A=bmatrixs-2&1; 0&s-1bmatrix
이다.
2. 역행렬은 상삼각행렬의 역행렬 공식을 쓰면
(sI-A)^-1=bmatrix(1)/(s-2)&-(1)/((s-2)(s-1)); 0&(1)/(s-1)bmatrix
이다.
3. 여기에 B를 곱하면
(sI-A)^-1B=bmatrix(1)/(s-2)-(1)/((s-2)(s-1))\[4pt](1)/(s-1)bmatrix=bmatrix(1)/(s-1)\[4pt](1)/(s-1)bmatrix
이다.
4. 마지막으로 C를 곱하면
G(s)=bmatrix1&2bmatrixbmatrix(1)/(s-1)\[4pt](1)/(s-1)bmatrix=(3)/(s-1)
이다.
같은 내용을 통분해서 쓰면 $G(s) = \frac{3(s-2)}{s^2-3s+2} = \frac{3}{s-1}$이므로 정답은 1번이다.

선지별 해설

① O
전달함수를 계산하면 $G(s) = \frac{3}{s-1}$이므로 옳다. 분모의 $(s-2)$ 항은 분자와 약분된다.

② X
$\frac{2}{s-2}$는 상태행렬의 고유값 2만 보고 잘못 고른 값이다. 실제 전달함수는 입력과 출력 행렬까지 함께 반영해야 하므로 틀린 표현은 전달함수가 $\frac{2}{s-2}$라는 점이다. 올바르게는 $G(s) = \frac{3}{s-1}$이다.

③ X
$\frac{3(s+2)}{s^2-3s+2}$는 분모를 특성다항식으로 잡은 뒤 분자를 잘못 만든 값이다. 계산 결과 분자는 $3(s-2)$가 되어야 하므로 틀린 표현은 분자가 $3(s+2)$라는 점이다. 올바르게는 $G(s) = \frac{3(s-2)}{s^2-3s+2} = \frac{3}{s-1}$이다.

④ X
$\frac{3}{s^2-3s+2}$는 분모는 통분했지만 분자에서 생기는 $(s-2)$ 인자를 반영하지 않은 값이다. 틀린 표현은 약분 전 분자를 상수 3으로 둔 점이다. 올바르게는 $G(s) = \frac{3(s-2)}{s^2-3s+2}$이고, 약분하면 $\frac{3}{s-1}$이 된다.

오답 포인트

상태행렬의 고유값을 그대로 전달함수의 극으로만 읽고 끝내거나, $C(sI-A)^{-1}B$ 계산 뒤 통분과 약분을 생략하면 ②, ④ 같은 오답에 걸리기 쉽다. ③은 분자 부호를 잘못 처리하는 실수에서 자주 나온다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

상태공간에서 전달함수를 묻는 문제는 먼저 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$를 적고, 다음으로 $(sI - A)^{-1}$를 정확히 구한 뒤, 마지막에 통분과 약분이 남았는지까지 확인하면 된다.

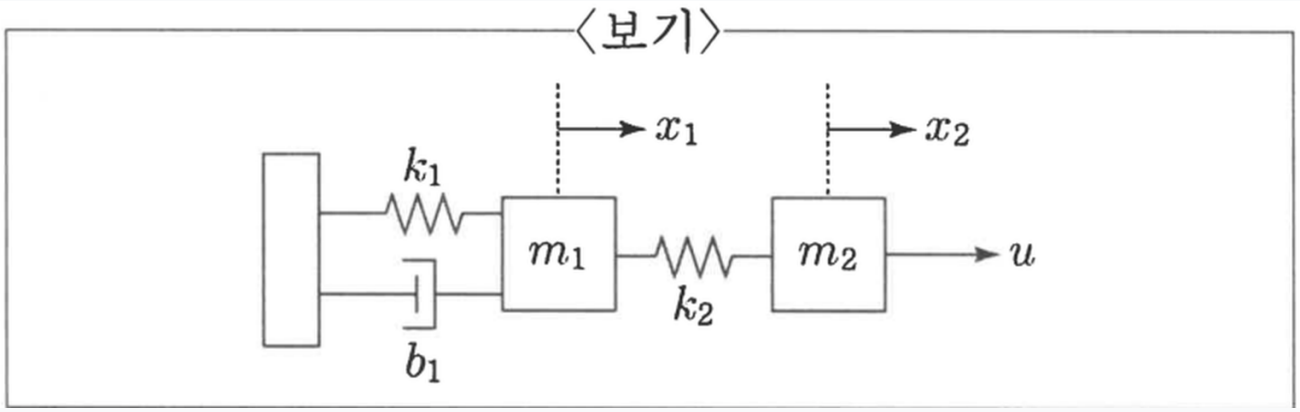
암기 포인트

상태공간 전달함수는 $C(sI - A)^{-1}B$까지 계산한 뒤 약분 가능성까지 본다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같은 기계시스템에서 입력 $u(t)$에 대한 출력 $x_1(t)$의 전달함수 $\frac{X_1(s)}{U(s)}$로 옳은 것은? (단, $X_1(s)=\mathcal{L}\{x_1(t)\}$, $U(s)=\mathcal{L}\{u(t)\}$, $m_1=m_2=1[\text{kg}]$, $b_1=1[\text{N}\cdot\text{s/m}]$, $k_1=k_2=2[\text{N/m}]$이며, $x_1(0)=0$, $x_2(0)=0$이다.)

<보기>



① $\frac{2}{s^4+s^3+6s^2+2s+4}$

② $\frac{2}{s^4+2s^3+6s^2+2s+4}$

③ $\frac{1}{s^4+s^3+6s^2+4s+4}$

④ $\frac{1}{s^4+2s^3+6s^2+2s+4}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 2자유도 질량-스프링-댐퍼 계의 운동방정식을 세운 뒤 라플라스 변환으로 $X_1(s)/U(s)$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $m_1=m_2=1$, $b_1=1$, $k_1=k_2=2$이다.
구해야 할 값: 입력 $u(t)$에 대한 출력 $x_1(t)$의 전달함수 $X_1(s)/U(s)$이다.
주의할 조건: m_1에는 벽과의 스프링 k_1, 댐퍼 b_1, 그리고 m_2와의 스프링 k_2가 모두 작용한다.

사용할 공식

운동방정식은
$m\ddot{x}=\sum F$
이다.
이 문제에서는 각 질량에 대해 힘의 평형을 세운 뒤 초기조건이 0이므로 라플라스 변환하여 대수식으로 바꾸면 된다.

NoteBase

계산 과정

m_1에 작용하는 힘은 $-b_1\dot{x}_1, -k_1x_1, k_2(x_2-x_1)$이므로

$\ddot{x}_1 = -\dot{x}_1 - 2x_1 + 2(x_2-x_1) = -\dot{x}_1 - 4x_1 + 2x_2$

이다.

따라서 라플라스 변환하면

$(s^2+s+4)X_1(s) - 2X_2(s) = 0$

이다.

m_2에 대해서는

$\ddot{x}_2 = -k_2(x_2-x_1) + u = -2x_2 + 2x_1 + u$

이므로

$-2X_1(s) + (s^2+2)X_2(s) = U(s)$

이다.

첫째 식에서

$X_2(s) = \frac{s^2+s+4}{2}X_1(s)$

이고 이를 둘째 식에 대입하면

$-2X_1 + \frac{(s^2+2)(s^2+s+4)}{2}X_1 = U$

이다.

정리하면

$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{2}{(s^2+2)(s^2+s+4)-4} = \frac{2}{s^4+s^3+6s^2+2s+4}$

이다.

선지별 해설

① O

- 계산 결과 $\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{2}{s^4+s^3+6s^2+2s+4}$이므로 옳다.

② X

- 분모의 s^3 계수가 2가 아니다. s^3항은 $(s^2+2)(s^2+s+4)$를 전개할 때 $s^2\cdot s$에서만 생겨 1이 된다.
- 틀린 표현은 $\frac{2}{s^4+2s^3+6s^2+2s+4}$이고, 올바르게는 $\frac{2}{s^4+s^3+6s^2+2s+4}$이다.

③ X

- 분자의 상수는 1이 아니라 2이다. 첫째 운동방정식에서 X_2를 X_1로 바꿀 때 계수 2가 남으므로 분자가 2가 된다.
- 틀린 표현은 $\frac{1}{s^4+s^3+6s^2+4s+4}$이고, 올바르게는 $\frac{2}{s^4+s^3+6s^2+2s+4}$이다. 또한 s항도 4가 아니라 2이다.

④ X

- 분자가 1이 아니고 분모의 s^3 계수도 2가 아니다. 이 식은 분자와 분모를 모두 잘못 정리한 경우이다.
- 틀린 표현은 $\frac{1}{s^4+2s^3+6s^2+2s+4}$이고, 올바르게는 $\frac{2}{s^4+s^3+6s^2+2s+4}$이다.

NoteBase

오답 포인트

m_1 방정식에서 k_1x_1와 k_2x_1가 함께 들어가므로 x_1의 계수가 4가 된다는 점을 놓치기 쉽다. 또 식을 연립한 뒤 대입하는 과정에서 분자 2를 약분해 버리거나, 전개 시 s^3항을 2로 잘못 쓰는 실수가 자주 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

2질량 기계계 전달함수는 각 질량에 대해 먼저 운동방정식을 독립적으로 세우고, 스프링의 상대변위 항 $(x_2 - x_1)$의 부호를 확인한 뒤 라플라스 변환하여 연립식으로 푸는 방식으로 판단한다.

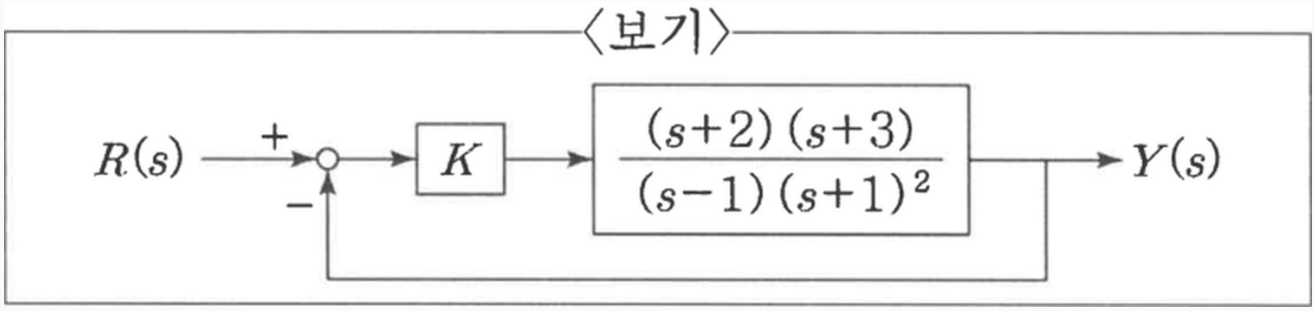
암기 포인트

질량-스프링-댐퍼 2자유도계는 힘평형식 두 개를 먼저 세우고, 결합스프링 항은 항상 상대변위 $(x_2 - x_1)$ 또는 $(x_1 - x_2)$로 넣는다.

NoteBase

문 5. <보기>와 같은 블록선도를 갖는 시스템의 근궤적선도(root locus)에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은? (단, $K > 0$이다.)

〈보기〉



① 실수축의 $(-2, j0)$과 $(-3, j0)$ 사이에 극점이 있도록 하는 K의 값이 존재한다.

② $K \to \infty$일 때 발산하는 근궤적은 한 개이다.

③ K의 값에 따라 시스템은 안정, 임계안정, 불안정한 경우를 모두 가지고 있다.

④ 임의의 K에 대하여 최소 하나의 근은 항상 실수축 위에 있다.

정답 1번

출제 포인트

개루프 극점·영점의 배치로 실수축 근궤적 구간과 무한원점 점근선 수를 판단하고, Routh 판별로 안정영역까지 연결하는 문제이다.

선지별 해설

① X: $(-3, -2)$ 구간에는 실수축 근궤적이 없다. 따라서 $(-2, j0)$와 $(-3, j0)$ 사이에 폐루프 극점이 오게 하는 $K > 0$는 존재하지 않는다. 틀린 표현은 "(-2, j0)과 (-3, j0) 사이에 극점이 있다"이고, 올바르게는 "실수축 근궤적은 $(-2, -1)$ 구간에는 있으나 $(-3, -2)$ 구간에는 없다"이다.

② O: 근궤적 가지 수는 극점 수 3개와 같고, 유한 영점은 2개이므로 $3 - 2 = 1$개의 가지가 무한대로 간다. 따라서 $K \to \infty$일 때 발산하는 근궤적은 한 개이다.

③ O: 폐루프 특성방정식은 $s^3 + (1+K)s^2 + (5K-1)s + (6K-1) = 0$이다. Routh 판별을 적용하면 안정 조건은 $K > \frac{2}{5}$이고, $K = \frac{2}{5}$에서는 $(s^2+1)(5s+7) = 0$가 되어 $\pm j$축 근이 생겨 임계안정이며, $0 < K < \frac{2}{5}$에서는 불안정하다. 따라서 안정, 임계안정, 불안정이 모두 나타난다.

④ O: 폐루프 특성방정식은 실계수 3차식이므로 임의의 $K > 0$에서 적어도 한 실근을 가진다. 실제 근궤적에서도 한 가지는 실수축에 남아 $(-\infty, -3)$ 쪽으로 이동하므로 최소 하나의 근은 항상 실수축 위에 있다.

오답 포인트

실수축 근궤적 구간을 표시할 때 $(-2, -1)$와 $(-3, -2)$를 뒤바꾸기 쉽다. 이 문항의 함정은 영점이 둘 다 왼쪽에 있다고 해서 그 사이 $(-3, -2)$에도 근궤적이 있을 것처럼 착각하게 만드는 점이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 개루프 극점과 영점을 실수축에 찍고, 관심 구간의 오른쪽에 있는 극점·영점 개수를 세어 홀수 구간만 실수축 근궤적으로 남긴다. 그다음 $n - m$으로 무한대 가지 수를 정하고, 안정 여부가 섞여 있는지는 특성방정식을 만든 뒤 Routh 표로 확인한다.

암기 포인트

실수축은 오른쪽 홀수, 점근선 수는 극점 수-영점 수, 안정 경계는 Routh에서 결정된다.

NoteBase

문 6. <보기>와 같은 개루프 전달함수 $G(s)$의 이득여유(gain margin)의 값[dB]은?

<보기>
$G(s) = \frac{1}{s(3s+1)(s+3)}$

① -10
② 0
③ 10
④ 20

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 위상 교차 주파수에서 개루프 전달함수의 크기를 구해 이득여유를 dB로 환산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $G(s) = \frac{1}{s(3s+1)(s+3)}$이다.
구해야 할 값은 이득여유이다.
이득여유는 위상이 -180°가 되는 주파수에서의 크기 $|G(j\omega_{pc})|$로 계산한다.

사용할 공식

이득여유는 $GM = \frac{1}{|G(j\omega_{pc})|}$이고, dB 값은 $20\log_{10} GM$이다.
이 문제는 전달함수의 위상으로 ω_{pc}를 먼저 구한 뒤 그 주파수에서의 크기를 계산해야 하므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

주파수 응답은 $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1+3j\omega)(3+j\omega)}$이다.
위상은 $-90^\circ - \tan^{-1}(3\omega) - \tan^{-1}(\omega/3)$이다.
위상 교차 조건은 $-90^\circ - \tan^{-1}(3\omega) - \tan^{-1}(\omega/3) = -180^\circ$이므로
$\tan^{-1}(3\omega) + \tan^{-1}(\omega/3) = 90^\circ$이다.
양수 영역에서 $3\omega \cdot \omega/3 = 1$이면 두 각의 합이 90°가 되므로 $\omega_{pc} = 1$이다.
따라서 $|G(j1)| = \frac{1}{|j||1+3j||3+j|} = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{10}$이다.
그러면 $GM = 10$이고, dB로는 $20\log_{10} 10 = 20$dB이다.

NoteBase

선지 판단

① X: 계산 결과는 20dB이므로 -10dB는 틀리다. 틀린 표현은 값의 부호이며, 올바르게는 20dB이다.
② X: 0dB는 $|G(j\omega_{pc})| = 1$인 경우의 값인데, 이 문제에서는 $|G(j\omega_{pc})| = 1/10$이므로 틀리다. 올바르게는 20dB이다.
③ X: 10dB는 $20\log_{10} 10$을 잘못 계산하거나 전압비와 전력비 공식을 혼동할 때 나오기 쉬운 값이다. 올바르게는 20dB이다.
④ O: 위상 교차 주파수에서의 크기가 1/10이므로 이득여유는 10, dB 값은 20dB이다.

오답 포인트

이득여유를 $|G(j\omega_{pc})|$ 자체로 읽으면 -20dB 방향으로 착각하기 쉽다. 이 문제는 위상 교차 주파수에서의 크기의 역수를 먼저 구한 뒤 dB로 바꿔야 한다는 점이 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

이득여유 문제는 위상 교차 주파수 확인 → 그 주파수에서 $|G(j\omega)|$ 계산 → 역수로 GM 계산 → $20\log_{10}$으로 dB 환산 순서로 판단한다.

암기 포인트

이득여유는 위상 -180° 지점에서의 크기의 역수이고, dB 값은 $20\log_{10} GM$이다.

NoteBase

문 7. 복소평면에서 선형시스템의 안정도 해석에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 시스템의 폐루프극점이 모두 s평면의 왼쪽 반평면에 존재하면 안정한 시스템이다.

② 시스템의 폐루프극점 중 s평면의 오른쪽 반평면에 존재하는 극점이 있으면 시스템의 응답은 시간이 지남에 따라 발산한다.

③ 시스템의 안정도는 시스템의 고유한 특성이며 입력 또는 구동함수와는 무관하다.

④ 켤레복소수로 주어지는 폐루프극점이 $j\omega$축 가까이에 존재하면 시스템의 과도응답은 진동이 없이 빠르게 사라진다.

정답 4번

출제 포인트

복소평면에서 폐루프극점의 위치가 안정성과 과도응답의 감쇠·진동 특성에 어떻게 연결되는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

안정도는 폐루프극점의 실수부로 결정되는 시스템의 고유 특성이다.
모든 폐루프극점이 s평면 왼쪽 반평면에 있으면 안정이고, 하나라도 오른쪽 반평면에 있으면 불안정이다.
켤레복소극점은 진동 성분을 만들며, 그 극점이 $j\omega$축에 가까울수록 감쇠가 약해져 진동이 더 오래 남는다.

선지별 해설

① O
모든 폐루프극점이 s평면의 왼쪽 반평면에 있으면 각 모드의 응답이 시간에 따라 감쇠하므로 안정한 시스템이다.

② O
폐루프극점 중 하나라도 s평면의 오른쪽 반평면에 있으면 해당 모드가 시간에 따라 커지므로 응답은 발산한다.

③ O
안정도는 시스템의 특성방정식과 폐루프극점으로 결정되는 고유 특성이므로 입력 또는 구동함수의 모양과는 별개이다.

④ X
틀린 부분은 "진동이 없이 빠르게 사라진다"이다.
켤레복소극점이 $j\omega$축 가까이에 있으면 실수부의 절댓값이 작아 감쇠가 약해지고 진동 성분이 오래 남는다.
올바르게는 "켤레복소수 폐루프극점이 $j\omega$축 가까이에 있으면 과도응답은 진동성을 띠며 천천히 감쇠한다"이다.

NoteBase

오답 포인트

④는 "$j\omega$축에 가깝다"를 "왼쪽으로 멀리 떨어져 있다"와 혼동하게 만드는 선지이다. 극점이 허수축에 가까울수록 안정 여유가 커지는 것이 아니라 감쇠가 약해져 진동이 길어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 극점이 왼쪽 반평면인지 오른쪽 반평면인지로 안정 여부를 판단한다. 그다음 켤레복소극점이면 $j\omega$축과의 거리를 보고 감쇠의 크기를 판단하면 된다. 허수축에 가까우면 진동이 오래가고, 왼쪽으로 멀수록 더 빨리 감쇠한다.

암기 포인트

왼쪽 반평면은 안정, 오른쪽 반평면은 불안정, $j\omega$축에 가까운 복소극점은 저감쇠 진동이다.

NoteBase

문 8. 시스템의 전달함수가 $G(j\omega) = \frac{e^{-j\omega L}}{1+j\omega T}$로 주어졌을 때, $G(j\omega)$의 위상각으로 가장 옳은 것은?

① $-\omega^2 L + \tan^{-1}\omega T$

② $-\omega L + \tan^{-1}\omega T$

③ $-\omega L - \tan^{-1}\omega T$

④ $\omega^2 L + \tan^{-1}\omega T$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 $G(j\omega) = \frac{e^{-j\omega L}}{1+j\omega T}$의 위상을 분자와 분모의 위상으로 나누어 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $G(j\omega) = \frac{e^{-j\omega L}}{1+j\omega T}$이다.
구해야 할 값: $G(j\omega)$의 위상각 $\angle G(j\omega)$이다.
주의할 조건: 분모의 위상은 전체 위상에서 빼야 하며, $e^{-j\omega L}$의 위상은 지수부 그대로 $-\omega L$이다.

사용할 공식

사용할 공식은 $\angle \frac{A}{B} = \angle A - \angle B$이다.
또한 $\angle e^{-j\omega L} = -\omega L$, $\angle(1 + j\omega T) = \tan^{-1}(\omega T)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 전달함수가 복소수 분수 형태이므로 분자와 분모의 위상을 각각 구해 합성하면 전체 위상을 바로 얻을 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 분자의 위상은 $e^{-j\omega L}$이므로 $-\omega L$이다.
2. 분모 $1 + j\omega T$의 위상은 실수부가 1, 허수부가 ωT이므로 $\tan^{-1}(\omega T)$이다.
3. 따라서 전체 위상은 $\angle G(j\omega) = -\omega L - \tan^{-1}(\omega T)$이다.

NoteBase

선지 판단

① X: $-\omega^2 L$가 들어가 있어 분자 $e^{-j\omega L}$의 위상을 잘못 읽은 선지이다. 지수부는 $-j\omega L$이므로 위상은 $-\omega L$가 된다. 틀린 표현은 "$-\omega^2 L$"이고, 올바르게는 "$-\omega L$"이다.
② X: 분자의 $-\omega L$는 맞지만 분모의 위상을 더한 것이 틀리다. 분모 $1+j\omega T$는 전달함수의 분모에 있으므로 전체 위상에서는 $\tan^{-1}(\omega T)$를 빼야 한다. 틀린 표현은 "+\tan^{-1}(\omega T)"이고, 올바르게는 "-\tan^{-1}(\omega T)"이다.
③ O: $\angle G(j\omega) = \angle e^{-j\omega L} - \angle(1+j\omega T) = -\omega L - \tan^{-1}(\omega T)$이므로 옳다.
④ X: 분자의 위상을 $\omega^2 L$로 잘못 쓴 데다 분모의 위상 부호도 반대로 처리한 선지이다. 올바른 위상은 $-\omega L - \tan^{-1}(\omega T)$이다.

오답 포인트

분자 $e^{-j\omega L}$의 위상을 지수부 그대로 읽지 못하고 ω^2로 오독하거나, 분모의 위상을 전체 위상에서 빼야 한다는 점을 놓치면 ②나 ④처럼 판단하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

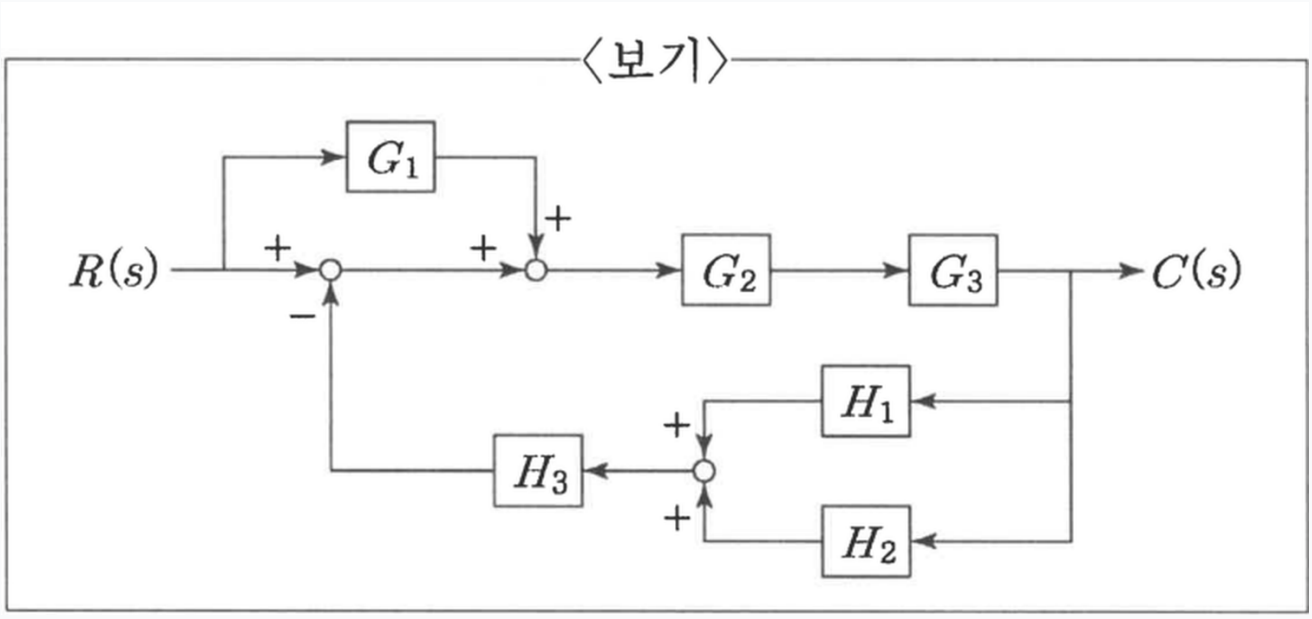
복소 전달함수의 위상 문제는 분자 위상과 분모 위상을 따로 구한 뒤 $\angle \frac{A}{B} = \angle A - \angle B$를 적용하는 순서로 판단하면 된다.

암기 포인트

$e^{-j\omega L}$는 지연요소라 위상은 $-\omega L$, $1+j\omega T$는 1차 요소라 위상은 $\tan^{-1}(\omega T)$, 분모에 있으면 전체 위상에서는 뺀다.

NoteBase

문 9. <보기>의 블록선도에 대한 폐루프 전달함수 $G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$로 가장 옳은 것은?



① $G(s)=\frac{G_2G_3+G_1G_2G_3}{1+G_2G_3H_1H_3+G_2G_3H_2H_3}$

② $G(s)=\frac{G_2G_3+G_1}{1+G_2G_3H_1H_3+G_2G_3H_2H_3}$

③ $G(s)=\frac{G_2G_3+G_1G_2G_3}{1+(1+G_1)(G_2G_3H_1H_3+G_2G_3H_2H_3)}$

④ $G(s)=\frac{G_2G_3+G_1}{1+(1+G_1)(G_2G_3H_1H_3+G_2G_3H_2H_3)}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 입력 분기와 되먹임 경로를 정확히 식으로 옮겨 폐루프 전달함수 $\frac{C(s)}{R(s)}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 첫 번째 합점에는 $R(s)$가 +로 들어가고, H_1, H_2를 거쳐 합쳐진 출력 신호가 H_3를 지난 뒤 −로 되먹임된다.
- $R(s)$는 별도로 분기되어 G_1을 거친 뒤 두 번째 합점에 +로 더해진다.
- 두 번째 합점의 출력 전체가 G_2, G_3를 차례로 지나 $C(s)$가 된다.

NoteBase

사용할 공식

이 블록선도는 표준 단일 폐루프식을 바로 대입하기보다 합점별 식을 먼저 세워 정리하는 것이 정확하다.

$e_1 = R(s) - H_3(H_1 + H_2)C(s)$

$e_2 = e_1 + G_1R(s)$

$C(s) = G_2G_3e_2$

이렇게 두는 이유는 G_1이 되먹임 경로 안의 블록이 아니라 입력 $R(s)$에서 갈라져 두 번째 합점으로 들어가는 병렬 전진경로이기 때문이다.

계산 과정

1. 첫 번째 합점 출력은 $e_1 = R(s) - H_3(H_1 + H_2)C(s)$이다.
2. 두 번째 합점에서는 $e_2 = e_1 + G_1R(s) = (1 + G_1)R(s) - H_3(H_1 + H_2)C(s)$가 된다.
3. 출력은 $C(s) = G_2G_3e_2$이므로

$C(s) = G_2G_3[(1 + G_1)R(s) - H_3(H_1 + H_2)C(s)]$

4. $C(s)$항을 한쪽으로 모으면

$C(s)[1 + G_2G_3H_3(H_1 + H_2)] = G_2G_3(1 + G_1)R(s)$

5. 따라서

$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_2G_3(1 + G_1)}{1 + G_2G_3H_1H_3 + G_2G_3H_2H_3} = \frac{G_2G_3 + G_1G_2G_3}{1 + G_2G_3H_1H_3 + G_2G_3H_2H_3}$

이므로 ①이 맞다.

선지별 해설

① O: 유도한 식과 정확히 일치한다. 분자는 $G_2G_3(1 + G_1) = G_2G_3 + G_1G_2G_3$이고, 분모는 $1 + G_2G_3H_1H_3 + G_2G_3H_2H_3$이다.

② X: 분자의 $G_2G_3 + G_1$가 틀렸다. G_1을 거친 신호도 두 번째 합점 이후에는 반드시 G_2G_3를 지나므로 올바르게는 $G_2G_3 + G_1G_2G_3$이어야 한다.

③ X: 분모의 $1 + (1 + G_1)(G_2G_3H_1H_3 + G_2G_3H_2H_3)$가 틀렸다. G_1은 입력 병렬경로일 뿐 되먹임 루프 이득에 포함되지 않으므로 올바르게는 $1 + G_2G_3H_1H_3 + G_2G_3H_2H_3$이다.

④ X: 분자와 분모가 모두 틀렸다. 분자는 ②와 같은 이유로 $G_2G_3 + G_1G_2G_3$이어야 하고, 분모는 ③과 같은 이유로 $1 + G_2G_3H_1H_3 + G_2G_3H_2H_3$이어야 한다.

오답 포인트

②와 ④는 G_1 경로에도 G_2G_3가 곱해진다는 점을 놓치면 고르기 쉽다. ③과 ④는 G_1을 루프 내부 블록처럼 착각해 분모에 $(1 + G_1)$를 잘못 곱한 함정이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 문제는 먼저 되먹임이 실제로 어디 합점으로 돌아오는지 확인하고, 그다음 각 합점 출력을 순서대로 식으로 둔다. 마지막으로 어떤 블록이 합점 이후 공통으로 곱해지는지 확인하면 분자와 분모를 안정적으로 구할 수 있다.

암기 포인트

입력 병렬분기는 분자에 더해지고, 실제 폐루프를 도는 블록만 분모의 루프 이득에 들어간다.

NoteBase

문 10. <보기>의 상태공간방정식으로 표현된 시스템에 피드백 제어 입력 $u(t) = -x_1(t) - x_2(t)$가 주어졌을 때, 시스템의 상태천이행렬(state transition matrix)로 가장 옳은 것은?

<보기>
x(t)=bmatrix1 & -1 \ 2 & -2bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 1bmatrixu(t), x(t)=bmatrixx_1(t) & x_2(t)bmatrix^T

① bmatrix2e^-t-e^-2t & -2e^-t+2e^-2t \ e^-t-e^-2t & -e^-t+2e^-2tbmatrix
② bmatrixe^-t-e^-2t & -2e^-t+2e^-2t \ e^-t-2e^-2t & -e^-t+2e^-2tbmatrix
③ bmatrix2e^-t-e^-2t & 2e^-t+e^-2t \ e^-t-2e^-2t & -e^-t+2e^-2tbmatrix
④ bmatrixe^-t-e^-2t & 2e^-t-2e^-2t \ e^-t-e^-2t & -e^-t+2e^-2tbmatrix

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 피드백 $u(t) = -Kx(t)$가 걸린 폐루프 상태방정식에서 상태천이행렬 $\Phi(t) = e^{(A-BK)t}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
A=bmatrix1&-1; 2&-2bmatrix, B=bmatrix1; 1bmatrix, K=bmatrix1&1bmatrix이다.
구해야 할 값:
폐루프 시스템의 상태천이행렬 $\Phi(t)$이다.
주의할 조건:
피드백 입력이 주어졌으므로 열린루프 A가 아니라 폐루프 행렬 $A - BK$를 써야 하고, 상태천이행렬은 반드시 $\Phi(0) = I$를 만족해야 한다.

사용할 공식

상태천이행렬은
$\Phi(t) = e^{A_c t}, \quad A_c = A - BK$
이다.
이 공식을 쓰는 이유:
문제의 제어입력 $u(t) = -x_1(t) - x_2(t)$는 $u(t) = -Kx(t)$ 형태의 상태피드백이므로, 폐루프 상태방정식은 $\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)$가 되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. BK=bmatrix1; 1bmatrixbmatrix1&1bmatrix=bmatrix1&1; 1&1bmatrix이므로
A_c=A-BK=bmatrix1&-1; 2&-2bmatrix-bmatrix1&1; 1&1bmatrix=bmatrix0&-2; 1&-3bmatrix
이다.
2. A_c의 특성방정식은
$\det(\lambda I - A_c) = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = (\lambda + 1)(\lambda + 2)$
이므로 고유값은 $-1,\ -2$이다.
3. 서로 다른 두 고유값을 이용하면
$\Phi(t) = e^{A_c t} = e^{-t}(A_c + 2I) - e^{-2t}(A_c + I)$
이고,
A_c+2I=bmatrix2&-2; 1&-1bmatrix, A_c+I=bmatrix1&-2; 1&-2bmatrix
이므로
(t)=bmatrix 2e^-t-e^-2t & -2e^-t+2e^-2t; e^-t-e^-2t & -e^-t+2e^-2t bmatrix
이다.

선지 판단

① O
계산 결과와 정확히 일치한다. 또한 $t = 0$을 대입하면 $\Phi(0) = I$가 되어 상태천이행렬의 기본조건도 만족한다.

② X
첫째 행 첫째 열이 $e^{-t} - e^{-2t}$이어서 $t = 0$일 때 0이 된다. 상태천이행렬의 $(1, 1)$ 원소는 $t = 0$에서 1이어야 하므로 틀리다. 둘째 행 첫째 열도 $e^{-t} - 2e^{-2t}$가 아니라 $e^{-t} - e^{-2t}$가 되어야 한다. 올바르게는
bmatrix 2e^-t-e^-2t & -2e^-t+2e^-2t; e^-t-e^-2t & -e^-t+2e^-2t bmatrix
이다.

③ X
첫째 행 둘째 열이 $2e^{-t} + e^{-2t}$인데, $t = 0$을 대입하면 3이 된다. 상태천이행렬의 비대각 원소는 $t = 0$에서 0이어야 하므로 이 항의 부호가 잘못되었다. 둘째 행 첫째 열도 $e^{-t} - 2e^{-2t}$가 아니라 $e^{-t} - e^{-2t}$가 되어야 한다. 올바르게는 첫째 행 둘째 열이 $-2e^{-t} + 2e^{-2t}$, 둘째 행 첫째 열이 $e^{-t} - e^{-2t}$이다.

④ X
첫째 행 첫째 열이 $e^{-t} - e^{-2t}$이어서 $t = 0$에서 0이 되므로 항등행렬 조건을 만족하지 못한다. 첫째 행 둘째 열도 $2e^{-t} - 2e^{-2t}$로 제시되어 부호가 반대이다. 올바르게는 첫째 행 첫째 열이 $2e^{-t} - e^{-2t}$, 첫째 행 둘째 열이 $-2e^{-t} + 2e^{-2t}$이다.

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 A를 그대로 지수화하거나, $A - BK$를 만든 뒤에도 $\Phi(0) = I$ 검산을 하지 않는 경우이다. 이 문항의 오답들은 대부분 첫째 행의 부호와 계수를 잘못 써서 $t = 0$에서 항등행렬이 되지 않는 함정을 노린 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태피드백 문제가 나오면 먼저 $u = -Kx$ 꼴로 읽고 $A_c = A - BK$를 만든다. 그다음 $\Phi(t) = e^{A_c t}$를 구한 뒤 마지막에 반드시 $t = 0$을 대입해 $\Phi(0) = I$인지 검산하면 선지를 빠르게 걸러낼 수 있다.

암기 포인트

상태피드백의 상태천이행렬은 항상 $e^{(A - BK)t}$이고, 최종 검산은 $\Phi(0) = I$이다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같은 시스템의 극점과 영점으로 가장 옳은 것은?

<보기>
x(t)=bmatrix1 & -2\\3 & 1bmatrixx(t)+bmatrix1\\0bmatrixu(t), x(0)=0
y(t)=bmatrix1 & 1bmatrixx(t)

① 극점: $1 \pm j6\sqrt{2}$, 영점: -2
② 극점: $1 \pm j\sqrt{6}$, 영점: 2
③ 극점: $1 \pm j\sqrt{6}$, 영점: -2
④ 극점: $2 \pm j3\sqrt{6}$, 영점: 2

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 상태방정식에서 시스템 행렬 A의 고유값으로 극점을 구하고, 전달함수의 분자로 영점을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: A=bmatrix1 & -2 \ 3 & 1bmatrix, B=bmatrix1 \ 0bmatrix, C=bmatrix1 & 1bmatrix, $D = 0$이다.
구해야 할 값: 시스템의 극점과 영점이다.
주의할 조건: 극점은 $\det(sI - A) = 0$의 근이고, 영점은 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$의 분자를 0으로 두어 구한다.

사용할 공식

극점은 $\det(sI - A) = 0$의 근이다. 영점은 전달함수 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$의 분자를 0으로 두어 구한다.
이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 상태공간 표현이 직접 주어졌으므로 A, B, C로 전달함수를 만들면 극점과 영점을 바로 판별할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1.
sI-A=bmatrixs-1 & 2 \ -3 & s-1bmatrix
이다.
2. 특성방정식은
$\det(sI - A) = (s-1)^2 + 6 = s^2 - 2s + 7 = 0$
이므로 극점은
$s = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 28}}{2} = 1 \pm j\sqrt{6}$
이다.
3. 전달함수는
$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{s+2}{s^2 - 2s + 7}$
이다.
4. 따라서 분자 $s + 2 = 0$에서 영점은 $s = -2$이다.

선지별 해설

① X: 틀린 표현은 극점을 $1 \pm j6\sqrt{2}$로 본 부분이다. 실제 극점은 $s^2 - 2s + 7 = 0$의 근인 $1 \pm j\sqrt{6}$이다. 영점 -2는 맞지만 극점이 틀렸으므로 오답이다.
② X: 극점 $1 \pm j\sqrt{6}$는 맞다. 틀린 표현은 영점을 2로 본 부분이다. 전달함수 분자가 $s + 2$이므로 올바르게는 영점이 -2이다.
③ O: $\det(sI - A) = s^2 - 2s + 7$이므로 극점은 $1 \pm j\sqrt{6}$이고, $G(s) = \frac{s+2}{s^2 - 2s + 7}$이므로 영점은 -2이다. 선지의 극점과 영점이 모두 정확하다.
④ X: 틀린 표현은 극점을 $2 \pm j3\sqrt{6}$로 본 부분과 영점을 2로 본 부분이다. 올바르게는 극점이 $1 \pm j\sqrt{6}$, 영점이 -2이다.

오답 포인트

영점의 부호를 반대로 읽거나, 극점을 구할 때 $\det(sI - A)$ 전개를 잘못하여 허수부를 과장하는 실수가 자주 나온다. 이 문항은 ②처럼 극점은 맞고 영점 부호만 틀린 선지와 ①처럼 극점만 크게 왜곡한 선지를 함께 두어 계산 검산 여부를 묻는다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태공간에서 극점·영점을 묻는 문제는 먼저 $\det(sI - A)$로 극점을 구하고, 다음에 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$를 만든 뒤 분자=0으로 영점을 확인하는 순서로 판단한다. 마지막에는 영점 부호와 극점의 실수부가 행렬의 trace와 일치하는지 검산할 수 있다.

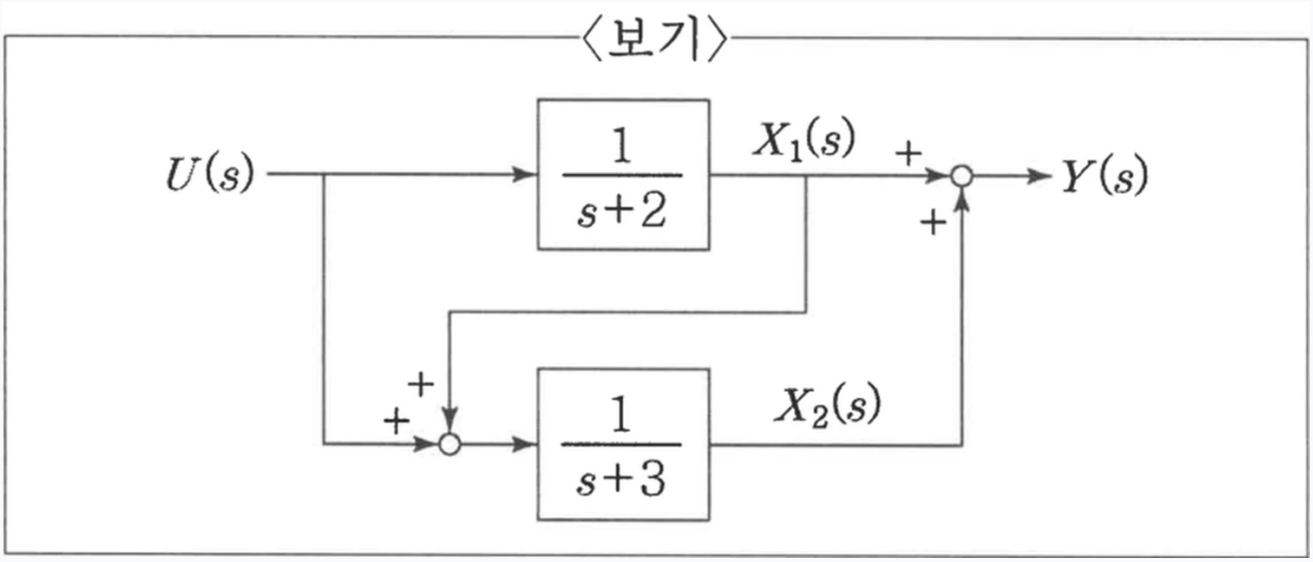
암기 포인트

극점은 A의 고유값, 영점은 전달함수 분자의 근이라는 구분이 핵심이다.

NoteBase

문 12. <보기>와 같이 블록선도로 주어진 시스템의 상태공간 방정식으로 가장 옳은 것은?

<보기>



① x(t)=bmatrix2 & 0 \ 1 & 3bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 1bmatrixu(t), x(0)=bmatrix0 \ 0bmatrix
y(t)=bmatrix1 & 1bmatrixx(t)

② x(t)=bmatrix-2 & 0 \ 1 & 3bmatrixx(t)+bmatrix-1 \ -1bmatrixu(t), x(0)=bmatrix0 \ 0bmatrix
y(t)=bmatrix1 & -1bmatrixx(t)

③ x(t)=bmatrix2 & 0 \ -1 & 3bmatrixx(t)+bmatrix1 \ -1bmatrixu(t), x(0)=bmatrix0 \ 0bmatrix
y(t)=bmatrix-1 & 1bmatrixx(t)

④ x(t)=bmatrix-2 & 0 \ 1 & -3bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 1bmatrixu(t), x(0)=bmatrix0 \ 0bmatrix
y(t)=bmatrix1 & 1bmatrixx(t)

정답 4번

출제 포인트

블록선도에서 각 1차 요소의 출력을 상태변수로 두고, 합점의 부호를 읽어 상태공간 방정식의 A, B, C 행렬을 정확히 세울 수 있는지를 묻는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $\frac{1}{s+2}, \frac{1}{s+3}$는 각각 $\dot{x}_1 = -2x_1 + u, \dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 + u$를 뜻하므로 자기상태 계수는 $-2, -3$이어야 한다. 틀린 표현은 A=bmatrix2&0; 1&3bmatrix의 부호이고, 올바르게는 A=bmatrix-2&0; 1&-3bmatrix이다.
② X: 하단 블록의 자기상태 계수는 -3이어야 하고, 두 블록 모두 입력 u를 +로 받으므로 B=bmatrix1; 1bmatrix이어야 한다. 또한 출력은 x_1와 x_2의 합이므로 $y = [1\ 1]x$이다. 틀린 표현은 $A_{22} = 3$, B=bmatrix-1; -1bmatrix, $y = [1\ -1]x$이고, 올바르게는 $A_{22} = -3$, B=bmatrix1; 1bmatrix, $y = [1\ 1]x$이다.
③ X: 상단 블록 때문에 $\dot{x}_1$의 x_1 계수는 -2이어야 하고, 하단 블록 입력에는 x_1가 +로 들어가므로 $A_{21} = 1$이어야 한다. 또 u와 출력 합도 모두 +이다. 틀린 표현은 A=bmatrix2&0; -1&3bmatrix, B=bmatrix1; -1bmatrix, $y = [-1\ 1]x$이고, 올바르게는 A=bmatrix-2&0; 1&-3bmatrix, B=bmatrix1; 1bmatrix, $y = [1\ 1]x$이다.
④ O: $X_1(s) = \frac{1}{s+2}U(s)$에서 $(s+2)X_1 = U$이므로 $\dot{x}_1 = -2x_1 + u$이다. $X_2(s) = \frac{1}{s+3}(U + X_1)$에서 $\dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 + u$이고, 출력 합산은 $y = x_1 + x_2$이다. 따라서 x=bmatrix-2&0; 1&-3bmatrixx+bmatrix1; 1bmatrixu, $y = [1\ 1]x$가 맞다.

오답 포인트

$1/(s+a)$를 보고 x=ax+입력처럼 감쇠항 부호를 거꾸로 쓰거나, 합점의 + 기호를 놓쳐서 A_{21}, B, C의 부호를 뒤집기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 각 블록의 출력을 상태로 두고 1/(s+a)⇒ x=-ax+입력으로 바꾼다. 그다음 입력 합점과 출력 합점의 부호를 순서대로 읽어 결합항과 출력식의 부호를 확정하면 된다.

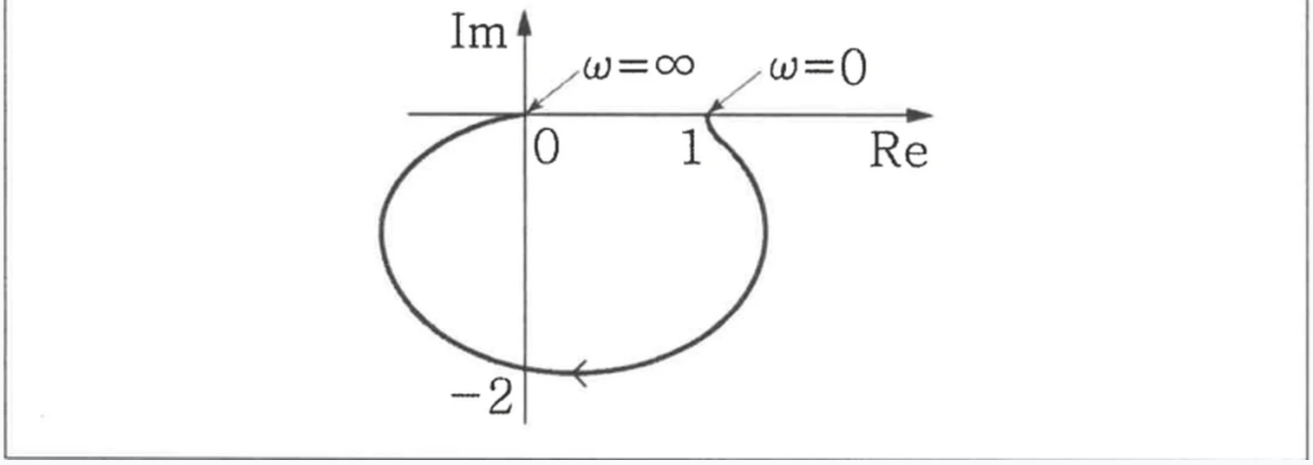
암기 포인트

1차 블록 $1/(s+a)$는 상태식에서 항상 자기상태 계수가 $-a$이고, 합점의 +는 그대로 결합항과 출력식의 +로 옮겨진다.

NoteBase

문 13. 전달함수 $G(s)=\frac{K}{s^2+as+4}$의 Nyquist 선도를 <보기>와 같이 나타낼 수 있을 때, 가능한 a와 K의 조합으로 옳은 것은?

〈보기〉



① a: 1, K: 2

② a: 2, K: 2

③ a: 1, K: 4

④ a: 2, K: 4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 Nyquist 선도에서 시작점 $G(0)$와 허수축 교차점의 값을 읽어 a와 K를 결정하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $K=2$이면 $G(0)=K/4=0.5$이므로 선도 시작점이 1이 될 수 없다.
- 틀린 표현은 $K=2$이다. 올바르게는 $K=4$이어야 한다.

② X
- $K=2$이면 시작점이 0.5이므로 그림과 맞지 않고, $a=2$이면 허수축 교차점이 $Im=-K/(2a)=-2/(2\cdot 2)=-0.5$가 되어 -2를 지나지 않는다.
- 틀린 표현은 $a=2, K=2$ 조합이다. 올바르게는 $a=1, K=4$이다.

③ O
- $K=4$이면 $G(0)=1$이 되어 그림의 시작점과 일치한다.
- 또 허수축 교차는 $\omega=2$에서 일어나고, 그때 $Im=-K/(2a)=-4/(2\cdot 1)=-2$가 되어 그림과 정확히 일치한다.

④ X
- $K=4$라서 시작점 1은 맞지만, $a=2$이면 허수축 교차점이 $Im=-4/(2\cdot 2)=-1$이므로 그림의 -2와 다르다.
- 틀린 표현은 $a=2$이다. 올바르게는 $a=1$이어야 한다.

오답 포인트

시작점 $G(0)=K/4$만 보고 K만 맞춘 뒤 a를 확인하지 않으면 ④에 끌리기 쉽다. 반대로 허수축 교차점만 보면 ①과 ②처럼 K가 틀린 선택지를 걸러내지 못한다.

다시 나오면 이렇게 판단

분모가 $4-\omega^2+ja\omega$ 꼴이면 먼저 $\omega=0$에서 $G(0)=K/4$를 읽어 K를 정하고, 다음으로 $4-\omega^2=0$인 $\omega=2$에서 허수부 $-K/(2a)$를 대입해 a를 정하면 된다.

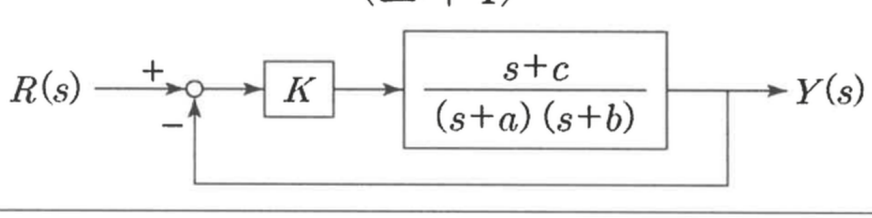
암기 포인트

Nyquist 선도는 시작점 $G(0)=K/4$, 허수축 교차는 $\omega=2$, 그때 $Im=-K/(2a)$라는 세 점을 묶어 기억하면 빠르게 판별된다.

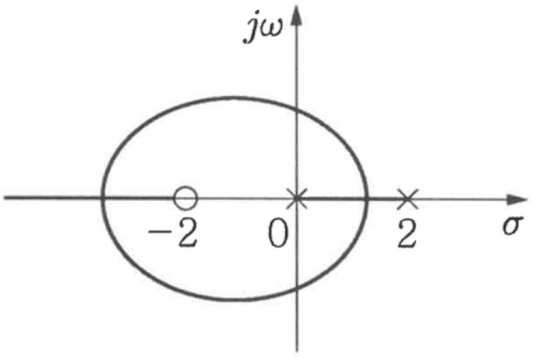
NoteBase

문 14. <보기 1>과 같은 피드백 시스템의 K에 대한 근궤적이 <보기 2>와 같다고 한다. 주어진 시스템의 두 극점이 허수축 위에 있도록 하는 K의 값은? (단, $K > 0$이고 <보기 2>에서 ○는 영점, ×는 극점을 표시한다.)

〈보기 1〉



〈보기 2〉



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 근궤적도에서 개루프 극점과 영점을 읽고 폐루프 특성방정식을 세운 뒤, 두 극점이 허수축 위에 오도록 하는 K를 구하는 문제이다.

조건 정리

<보기 2>에서 영점은 -2, 극점은 0과 2이다.
따라서 <보기 1>의 개루프 전달함수는 $G(s) = K\frac{s+2}{s(s-2)}$ 꼴이다.
구해야 할 값은 폐루프 극점의 실수부가 0이 되게 하는 K이다.

NoteBase

사용할 공식

음의 되먹임 폐루프의 특성방정식은 $1 + G(s) = 0$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 근궤적 위의 점이 모두 폐루프 극점이므로, 그림에서 읽은 개루프 극점·영점을 특성방정식으로 바꾸면 허수축 통과 조건을 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

폐루프 특성방정식은
$1 + K\frac{s+2}{s(s-2)} = 0$
이므로
$s(s-2) + K(s+2) = 0$
이다.
정리하면
$s^2 + (K-2)s + 2K = 0$
이다.
두 극점이 허수축 위에 있으려면 근의 실수부가 0이어야 하므로 이차식의 s의 계수 $K-2$가 0이어야 한다.
따라서 $K = 2$이고, 이때 특성방정식은 $s^2 + 4 = 0$이므로 극점은 $s = \pm 2j$가 된다.

선지별 해설

① X: $K = 1$이면 특성방정식은 $s^2 - s + 2 = 0$이 된다. 두 근의 실수부는 1/2이므로 허수축 위에 있지 않다. 틀린 표현은 '$K = 1$'이고 올바르게는 '$K = 2$'이다.
② O: $K = 2$이면 특성방정식은 $s^2 + 4 = 0$이 된다. 두 근이 $\pm 2j$로 순허수이므로 두 극점이 모두 허수축 위에 있다.
③ X: $K = 3$이면 특성방정식은 $s^2 + s + 6 = 0$이 된다. 두 근의 실수부는 $-1/2$이므로 허수축이 아니라 좌반평면에 있다. 틀린 표현은 '$K = 3$'이고 올바르게는 '$K = 2$'이다.
④ X: $K = 4$이면 특성방정식은 $s^2 + 2s + 8 = 0$이 된다. 두 근의 실수부는 -1이므로 허수축 위 조건을 만족하지 않는다. 틀린 표현은 '$K = 4$'이고 올바르게는 '$K = 2$'이다.

오답 포인트

그림의 ◯와 ×를 개루프 영점과 극점으로 읽지 못하면 전달함수를 잘못 세우게 된다. 또 '허근이 나온다'와 '허수축 위에 있다'를 같은 뜻으로 보면 안 된다. 허수축 위 조건은 단순히 판별식이 음수인 것이 아니라 근의 실수부가 0인 경우이다.

다시 나오면 이렇게 판단

근궤적 문제는 먼저 그림에서 개루프 극점과 영점을 읽고, 다음에 $1 + G(s) = 0$으로 폐루프 특성방정식을 만든 뒤, 허수축 조건이면 실수부 0 조건으로 바꾸어 s의 계수를 점검하는 순서로 판단한다.

NoteBase

암기 포인트

이차 특성방정식 $s^2 + \alpha s + \beta = 0$에서 두 근이 허수축 위에 있으려면 $\alpha = 0$이어야 한다.

문 15. <보기>와 같이 주어진 시스템에 입력 $u(t)$를 가했을 때, 출력 $y(t)$와 입력에 대한 출력의 전달함수 $G(s)$로 가장 옳은 것은? (단, $t \geq 0$이다.)

<보기>

$\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t),\ u(t) = 1 + \sin t,\ y(0) = 0$

① $y(t)$: $1 - 0.5e^{-t} + 0.5\sin t - 0.5\cos t$, $G(s)$: $\frac{1}{s+1}$

② $y(t)$: $1 - 0.5e^{-t} + \sin t - 0.5\cos t$, $G(s)$: $\frac{1}{s+1}$

③ $y(t)$: $1 - e^{-t} - 0.5\cos t + 0.5\sin t$, $G(s)$: $\frac{0.5}{s-2}$

④ $y(t)$: $-1 - e^{-t} - 0.5\sin t - \cos t$, $G(s)$: $\frac{1}{s^2+1}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 1차 선형 미분방정식과 전달함수 정의를 이용해 출력 $y(t)$와 전달함수 $G(s)$를 함께 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 식: $\dot{y}(t) + y(t) = u(t)$

입력: $u(t) = 1 + \sin t$

초기조건: $y(0) = 0$

구해야 할 값: 출력 $y(t)$, 전달함수 $G(s) = Y(s)/U(s)$

주의할 조건: 전달함수는 영초기조건에서 입력과 출력의 비로 구한다.

사용할 공식

$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \qquad \dot{y} + y = u \Rightarrow (s+1)Y(s) = U(s)$

$y(t) = y_h(t) + y_p(t), \qquad y_h(t) = Ce^{-t}$

이 식은 1차 선형 시불변 시스템이므로 전달함수는 라플라스 변환으로 구하고, 시간응답은 동차해와 특수해를 합쳐 구한다.

NoteBase

계산 과정

1. 영초기조건에서 $\dot{y} + y = u$를 라플라스 변환하면 $(s+1)Y(s) = U(s)$이므로 $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+1}$이다.
2. 시간응답은 $y' + y = 1 + \sin t$를 푼다. 상수 입력 1에 대한 특수해는 $y_{p1} = 1$이다.
3. $\sin t$에 대한 특수해를 $y_{p2} = A\sin t + B\cos t$로 두면 $y'_{p2} + y_{p2} = (A-B)\sin t + (A+B)\cos t$이다.
이를 $\sin t$와 비교하면 $A - B = 1, A + B = 0$이므로 A=12, B=-12이다.
4. 따라서 y(t)=Ce^-t+1+12 t-12 t이다.
5. 초기조건 $y(0) = 0$을 대입하면 C+1-12=0이므로 C=-12이다.
6. 최종적으로 y(t)=1-12e^-t+12 t-12 t이고, 이에 대응하는 전달함수는 $\frac{1}{s+1}$이다.

선지 판단

① O
- y(t)=1-12e^-t+12 t-12 t, $G(s) = \frac{1}{s+1}$가 계산 결과와 모두 일치한다.

② X
- 전달함수 $G(s) = \frac{1}{s+1}$는 맞지만 $y(t)$의 $\sin t$ 계수가 1로 잘못되어 있다.
- 틀린 표현은 $+\sin t$이다. 올바르게는 +12 t이다.
- 이 오답은 $A - B = 1, A + B = 0$의 계수 비교를 생략할 때 나온다.

③ X
- $y(t)$의 $\sin t, \cos t$ 부분은 맞지만 지수항 계수와 전달함수가 틀리다.
- 틀린 표현은 $-e^{-t}$와 $\frac{0.5}{s-2}$이다. 올바르게는 -12e^-t와 $\frac{1}{s+1}$이다.
- 이 오답은 초기조건으로 구한 C값을 잘못 넣고, 1차계의 극을 -1이 아니라 2로 잘못 읽을 때 나온다.

④ X
- 제시된 $\frac{1}{s^2+1}$는 2차 진동계 형태라서 주어진 1차 미분방정식과 맞지 않는다. $y(t)$의 상수항과 사인, 코사인 항의 부호도 모두 계산 결과와 다르다.
- 틀린 표현은 $-1 - e^{-t} - 0.5\sin t - \cos t$와 $\frac{1}{s^2+1}$이다. 올바르게는 1-12e^-t+12 t-12 t와 $\frac{1}{s+1}$이다.
- 이 오답은 시스템 차수를 잘못 보고 입력에 대한 정상상태 응답의 부호까지 한꺼번에 반대로 둘 때 나온다.

오답 포인트

②는 전달함수만 맞추고 $\sin t$ 계수를 검산하지 않는 함정이다. ③은 초기조건으로 정해지는 e^{-t} 계수와 극 위치를 동시에 틀리게 만든 선지이다. ④는 1차계를 2차계 전달함수로 착각하게 만드는 선지이므로, 미분방정식의 차수와 분모 차수를 먼저 맞춰 보는 검산이 필요하다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 미분방정식을 영초기조건으로 라플라스 변환해 $G(s)$의 분모 차수와 극을 확인한다. 그다음 시간응답은 상수 입력과 사인 입력의 특수해를 따로 구해 더하고, 마지막에 $y(0)$으로 e^{-t} 계수를 정하면 된다.

NoteBase

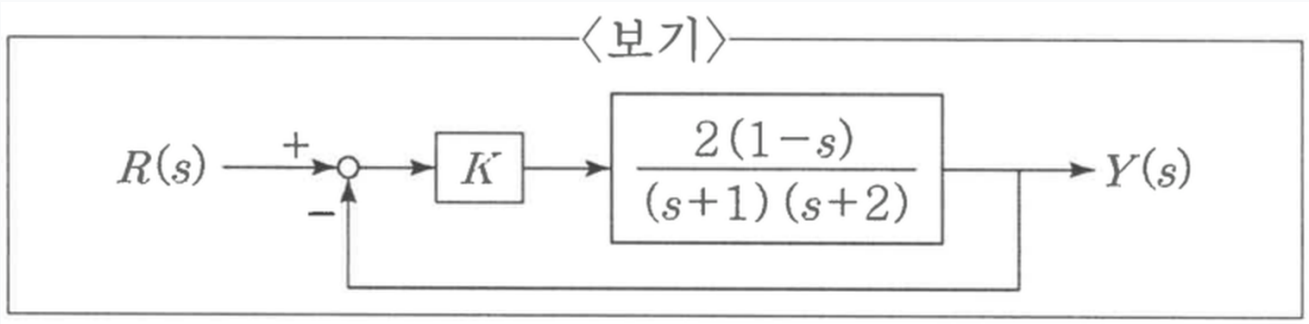
암기 포인트

1차계 $\dot{y}+y=u$는 $G(s)=\frac{1}{s+1}$이다. 입력이 $1+\sin t$이면 상수해 1과 사인 특수해 12 t-12 t를 더한 뒤 초기조건으로 e^{-t} 계수를 정한다.

NoteBase

문 16. <보기>와 같은 시스템에서 단위계단입력에 대한 정상상태오차가 10[%]일 때, K값은?

<보기>



① -11

② 9

③ 18

④ 존재하지 않는다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 단위계단입력에 대한 정상상태오차 식 $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$와 폐루프 안정조건을 함께 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템은 단위 음의 되먹임계이다.
개루프 전달함수는 $G(s) = K \cdot \frac{2(1-s)}{(s+1)(s+2)}$이다.
구해야 할 값은 정상상태오차가 10%일 때의 K이다.
정상상태오차는 폐루프가 안정할 때만 의미가 있다.

사용할 공식

단위계단입력에 대한 정상상태오차는 $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$이고, 위치오차상수는 $K_p = \lim_{s\to 0} G(s)$이다.

이 공식을 쓰는 이유는 입력이 단위계단이고 시스템이 단위 되먹임계이기 때문이다. 다만 계산값이 나와도 폐루프가 불안정하면 정상상태 자체가 성립하지 않는다.

NoteBase

계산 과정

1. 위치오차상수를 구하면
$K_p = \lim_{s\to 0} K\cdot\frac{2(1-s)}{(s+1)(s+2)} = K\cdot\frac{2}{1\cdot 2} = K$
2. 정상상태오차 10%를 그대로 대입하면
$\frac{1}{1+K} = 0.1$
이므로 $K = 9$가 나온다.
3. 그러나 폐루프 특성방정식은
$1 + G(s) = 0 \Rightarrow (s+1)(s+2) + 2K(1-s) = 0$
$s^2 + (3-2K)s + (2+2K) = 0$
이다.
4. 2차계가 안정하려면 계수들이 양수여야 하므로 $3-2K>0$, $2+2K>0$이어야 한다. 따라서 안정범위는
$-1 < K < 1.5$
이다.
5. $K = 9$는 안정범위를 벗어나므로 정상상태오차 10%를 갖는 안정한 K는 존재하지 않는다.

선지별 해설

① X
- $K = -11$이면 $e_{ss} = \frac{1}{1+K} = -0.1$처럼 물리적으로 해석할 수 없는 값이 나오고, 특성방정식의 상수항 $2+2K = -20$가 되어 폐루프도 안정하지 않다.
- 틀린 표현은 숫자 -11 자체이다. 올바르게는 정상상태오차 10%를 만족하는 안정한 K는 존재하지 않는다.

② X
- $K = 9$는 $e_{ss} = \frac{1}{1+K} = 0.1$만 보고 얻은 값이다. 하지만 이때 특성방정식은 $s^2 - 15s + 20 = 0$이므로 안정하지 않다.
- 틀린 표현은 숫자 9를 정답으로 보는 판단이다. 올바르게는 오차식 계산 뒤에 안정조건을 확인해야 하며, 최종 답은 존재하지 않는다.

③ X
- $K = 18$은 $G(0) = K$를 $K/2$처럼 잘못 읽어 $\frac{1}{1+K/2} = 0.1$로 계산할 때 나오는 오답이다. 실제로는 $K_p = K$이다.
- 틀린 표현은 숫자 18이다. 올바르게는 오차식만 맞게 써도 $K = 9$가 나오지만, 그 값도 안정조건을 만족하지 못한다.

④ O
- 정상상태오차 10%만 보면 $K = 9$가 나오지만, 안정범위가 $-1 < K < 1.5$이므로 그런 K에서는 정상상태가 존재하지 않는다.
- 따라서 정상상태오차가 10%가 되게 하는 K값은 존재하지 않는다는 판단이 옳다.

NoteBase

오답 포인트

②를 고르기 쉽다는 점이 함정이다. 정상상태오차 공식에 바로 대입하면 $K = 9$가 나오므로 계산을 멈추기 쉽지만, 정상상태오차는 안정한 폐루프에서만 정의된다는 조건을 놓치면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

정상상태오차 문제는 먼저 입력 종류에 맞는 오차공식을 정하고 K_p, K_v, K_a를 계산한 다음, 그 결과를 만드는 파라미터가 폐루프 안정조건을 만족하는지까지 확인하는 순서로 판단한다.

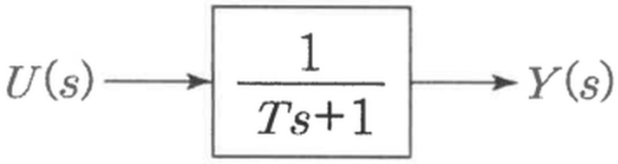
암기 포인트

정상상태오차 계산값과 안정조건은 반드시 함께 본다. 오차가 맞아도 불안정하면 정상상태오차는 성립하지 않는다.

NoteBase

문 17. <보기>와 같은 블록선도로 주어진 시스템에 입력으로 $u(t) = P\sin\omega t$가 주어졌을 때, 입력에 대한 정상상태 출력의 위상차가 $-\frac{\pi}{4}$[rad]이 되는 ω와 T로 가장 옳은 것은?

〈보기〉



① ω: 0.5, T: 1

② ω: 1, T: 2

③ ω: 2, T: 0.5

④ ω: 2, T: 0.1

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 1차 지연계의 주파수응답에서 위상각이 $-\tan^{-1}(\omega T)$가 된다는 점을 이용해 ωT를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템의 전달함수는 $G(s) = \frac{1}{Ts+1}$이다.
입력은 $u(t) = P\sin\omega t$이다.
정상상태 출력의 입력 대비 위상차가 $-\frac{\pi}{4}$가 되는 ω와 T의 조합을 찾는 문제이다.

사용할 공식

주파수응답은 $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T}$이다.
따라서 위상각은 $\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}(\omega T)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 사인파 입력에 대한 정상상태 출력의 위상차가 전달함수의 주파수응답 위상으로 바로 결정되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

위상차 조건이 $-\frac{\pi}{4}$이므로
$-\tan^{-1}(\omega T) = -\frac{\pi}{4}$
이다.
따라서
$\tan^{-1}(\omega T) = \frac{\pi}{4}$
이고,
$\omega T = 1$
이 되어야 한다.
각 선지의 곱을 계산하면 ①은 $0.5 \times 1 = 0.5$, ②는 $1 \times 2 = 2$, ③은 $2 \times 0.5 = 1$, ④는 $2 \times 0.1 = 0.2$이다.

선지 판단

① X: $\omega T = 0.5$이므로 위상차는 $-\tan^{-1}(0.5)$이다. $-\frac{\pi}{4}$가 아니므로 틀리다. 틀린 표현은 조합값이며, 올바르게는 $\omega T = 1$이 되는 조합이어야 한다.
② X: $\omega T = 2$이므로 위상차는 $-\tan^{-1}(2)$이다. $-\frac{\pi}{4}$보다 더 큰 지연이므로 틀리다. 틀린 표현은 ω와 T의 곱이며, 올바르게는 곱이 1이 되어야 한다.
③ O: $\omega T = 2 \times 0.5 = 1$이므로 위상차는 $-\tan^{-1}(1) = -\frac{\pi}{4}$이다. 조건을 정확히 만족한다.
④ X: $\omega T = 0.2$이므로 위상차는 $-\tan^{-1}(0.2)$이다. $-\frac{\pi}{4}$가 아니므로 틀리다. 틀린 표현은 조합값이며, 올바르게는 $T = 0.1$이면 $\omega = 10$이어야 같은 조건을 만족한다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 전달함수의 크기응답 $|G(j\omega)|$와 위상응답 $\angle G(j\omega)$를 혼동하는 점이다. 위상차를 묻는데도 분모의 형태만 보고 T가 큰 값이나 작은 값을 직감으로 고르면 틀린다.

다시 나오면 이렇게 판단

1차 지연계 $\frac{1}{Ts+1}$가 보이면 먼저 위상각을 $-\tan^{-1}(\omega T)$로 적는다. 그다음 문제에서 준 위상차를 대입해 ωT 값을 먼저 구한 뒤, 각 선지의 곱만 비교하면 된다.

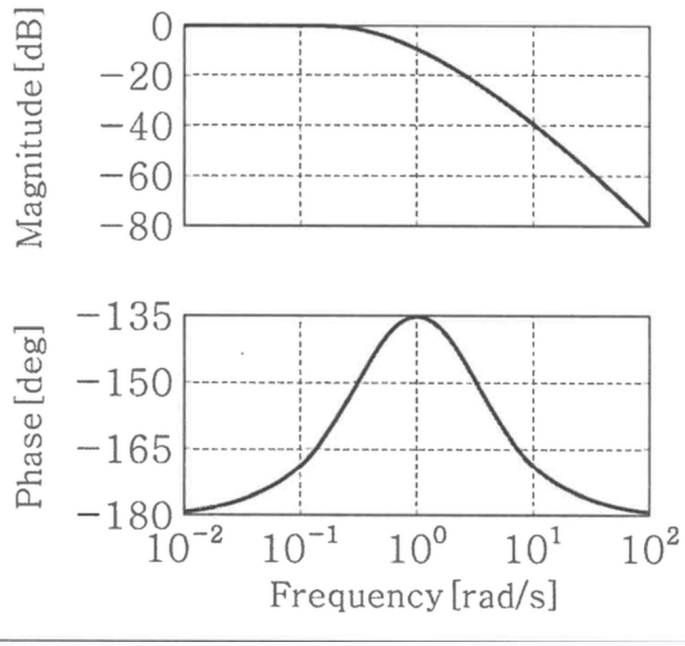
암기 포인트

1차 지연계의 위상은 $-\tan^{-1}(\omega T)$이고, 위상차가 -4이면 항상 $\omega T = 1$이다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 보드선도(bode plot)가 주어졌을 때, 이 선도에 해당되는 전달함수로 가장 옳은 것은?

〈보기〉



① $\frac{1}{s^2+2s+1}$

② $\frac{1}{s^2+2s-1}$

③ $\frac{3s+1}{\frac{s}{3}+1}$

④ $\frac{\frac{s}{3}+1}{3s-1}$

정답 2번

출제 포인트

보드선도의 저주파 이득, 고주파 기울기, 위상 변화를 함께 보고 전달함수의 부호와 차수를 판별하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

1번 X: $1/(s^2+2s+1) = 1/(s+1)^2$는 DC 이득이 +1이므로 저주파 위상이 0°이다. 그림은 저주파 위상이 -180°이므로 맞지 않는다. 틀린 표현은 분모 상수항 부호이며, 올바르게는 상수항이 음수인 형태여야 한다.
2번 O: $G(s) = 1/(s^2+2s-1)$는 $G(0) = -1$이라 크기 0 dB, 위상 -180°로 시작한다. 고주파에서는 분모의 s^2 항이 지배적이어서 크기 기울기가 -40 dB/dec가 된다. 또한 $\omega = 1$에서 위상이 -135°가 되어 그림과 맞는다.
3번 X: $(3s+1)/(s/3+1)$는 저주파 위상이 0°이고 고주파 이득이 $3/(1/3) = 9$이므로 크기선도가 감쇠형 2차 저역통과처럼 내려가지 않는다. 틀린 표현은 분자에 영점이 있는 1차/1차 형태를 정답으로 보는 점이며, 올바르게는 분자가 상수이고 2차 분모여야 한다.
4번 X: $(s/3+1)/(3s-1)$는 $G(0) = -1$이라 저주파 위상 -180°는 맞지만, 고주파에서 $(s/3)/(3s) = 1/9$로 수렴하여 크기가 약 -19 dB에서 평탄해진다. 그림처럼 계속 -40 dB/dec로 떨어지지 않는다. 틀린 표현은 1차/1차 비의 전달함수를 고르는 점이며, 올바르게는 고주파 감쇠가 계속되는 2차 분모형이어야 한다.

오답 포인트

저주파 크기만 보고 ①을 고르기 쉽지만 결정적인 차이는 위상이 0°가 아니라 -180°에서 시작한다는 점이다. ④처럼 DC 부호만 맞는 식도 고주파 기울기가 0 dB/dec로 끝나므로 제외된다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 DC 크기와 위상으로 상수 이득의 부호를 판단한다. 다음으로 고주파 기울기로 분모와 분자의 차수를 본다. 마지막으로 꺾임 주파수 부근의 위상 변화량으로 극점과 영점의 배치를 확정한다.

암기 포인트

저주파 0 dB와 -180°이면 $G(0) = -1$이고, 이후 -40 dB/dec이면 분자가 상수인 2차 분모형이다.

NoteBase

문 19. <보기>와 같은 상태공간방정식을 가지는 시스템에 선형 상태피드백 제어 입력 $u(t)$가 가해질 때, 시스템의 가제어성(controllability)과 시스템의 모든 극점을 -2에 위치하게 하는 제어 이득 k_1, k_2, k_3의 값으로 가장 옳은 것은?

<보기>
x(t)=bmatrix-2 & 1 & 0 \ 1 & -2 & 1 \ 0 & 1 & -2bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 0 \ 0bmatrixu(t),
x(t)=bmatrixx_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)bmatrix
u(t)=-bmatrixk_1 & k_2 & k_3bmatrixbmatrixx_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)bmatrix

① 가제어성: 가제어하지 않다., k_1: 2, k_2: 0, k_3: 0

② 가제어성: 가제어하다., k_1: 2, k_2: 1, k_3: 0

③ 가제어성: 가제어하지 않다., k_1: 0, k_2: 1, k_3: 2

④ 가제어성: 가제어하다., k_1: 0, k_2: 2, k_3: 0

정답 4번

출제 포인트

가제어행렬로 가제어성을 판정하고, 상태피드백 $u(t) = -Kx(t)$에 대한 폐루프 특성다항식을 목표 다항식 $(\lambda + 2)^3$와 계수 비교하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템은 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ 이고 $u(t) = -Kx(t)$ 형태이다.
A=bmatrix-2&1&0 \ 1&-2&1 \ 0&1&-2bmatrix, B=bmatrix1 \ 0 \ 0bmatrix,
K=bmatrixk_1&k_2&k_3bmatrix 이다.
구해야 할 것은 가제어성 여부와 모든 폐루프 극점을 -2로 만드는 k_1, k_2, k_3이다.

사용할 공식

가제어성은 $\mathcal{C} = [B\ AB\ A^2B]$ 의 rank 또는 행렬식으로 판정한다.
폐루프 행렬은 $A_{cl} = A - BK$ 이고, 목표 극점이 모두 -2이면 목표 특성다항식은 $(\lambda + 2)^3$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 가제어성 판정과 상태피드백에 의한 극점 배치를 함께 묻기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. AB=bmatrix-2 \ 1 \ 0bmatrix, A^2B=bmatrix5 \ -4 \ 1bmatrix 이므로
C=[B AB A^2B]=bmatrix1&-2&5 \ 0&1&-4 \ 0&0&1bmatrix
이다. 따라서 $\det \mathcal{C} = 1 \neq 0$ 이므로 시스템은 가제어하다.
2. $u(t) = -Kx(t)$ 이므로 폐루프 행렬은
A_cl=A-BK=bmatrix-2-k_1&1-k_2&-k_3 \ 1&-2&1 \ 0&1&-2bmatrix
이다.
3. 특성다항식은
$\det(\lambda I - A_{cl}) = \lambda^3 + (6 + k_1)\lambda^2 + (10 + 4k_1 + k_2)\lambda + (4 + 3k_1 + 2k_2 + k_3)$
이다.
4. 모든 극점을 -2에 두려면 목표 특성다항식은
$(\lambda + 2)^3 = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 12\lambda + 8$
이다.
5. 계수 비교를 하면 $k_1 = 0, k_2 = 2, k_3 = 0$ 이다.

선지별 해설

① X. "가제어하지 않다"가 틀리다. $\det \mathcal{C} = 1$ 이므로 가제어하다. 또한 $k_1 = 2, k_2 = 0, k_3 = 0$ 을 대입하면 특성다항식은 $\lambda^3 + 8\lambda^2 + 18\lambda + 10$ 이 되어 모든 극점이 -2가 아니다. 올바르게는 "가제어하다. $k_1 = 0, k_2 = 2, k_3 = 0$ 이다."이다.
② X. 가제어하다는 판단은 맞지만 이득이 틀리다. $k_1 = 2, k_2 = 1, k_3 = 0$ 이면 특성다항식은 $\lambda^3 + 8\lambda^2 + 19\lambda + 12$ 이고 $(\lambda + 2)^3$ 와 다르다. 올바르게는 $k_1 = 0, k_2 = 2, k_3 = 0$ 이어야 한다.
③ X. "가제어하지 않다"가 다시 틀리다. 시스템은 이미 가제어하다. 또 $k_1 = 0, k_2 = 1, k_3 = 2$ 이면 특성다항식은 $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 8$ 이라서 목표 다항식보다 λ 항 계수가 1 작다. 올바르게는 "가제어하다. $k_1 = 0, k_2 = 2, k_3 = 0$ 이다."이다.
④ O. $\det \mathcal{C} = 1 \neq 0$ 이므로 가제어하다. 또 $k_1 = 0, k_2 = 2, k_3 = 0$ 이면 특성다항식이 $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 12\lambda + 8 = (\lambda + 2)^3$ 가 되어 모든 극점이 -2가 된다.

오답 포인트

가제어성 판정과 극점 배치 계산을 한 번에 섞으면 "가제어하지 않다" 같은 문장을 그대로 믿기 쉽다. 이 문제의 함정은 $u(t) = -Kx(t)$ 의 음의 부호와 계수 비교를 놓치는 데 있다. 부호를 잘못 써서 $A + BK$ 로 계산하면 k 값이 전부 달라진다.

다시 나오면 이렇게 판단

이 유형은 먼저 $\mathcal{C} = [B\ AB\ A^2B]$ 로 가제어성을 확인하고, 다음에 $A - BK$ 의 특성다항식을 구한 뒤 목표 다항식과 계수 비교하면 된다.

NoteBase

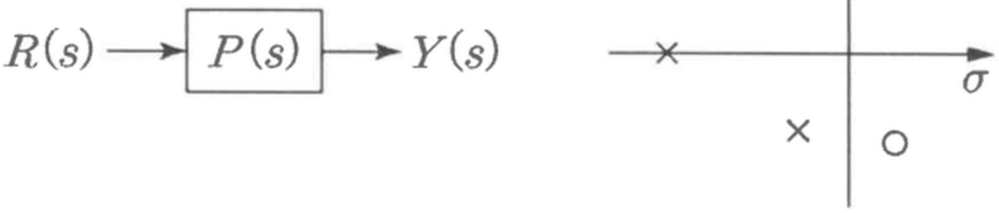
암기 포인트

가제어성은 (A, B) 만으로 판정하고, 극점 배치는 $A - BK$ 의 계수를 목표 특성다항식과 맞추는 방식으로 구한다.

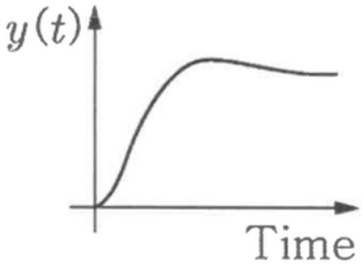
NoteBase

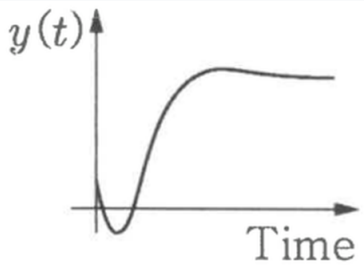
문 20. <보기>와 같이 극점과 영점이 표시된 시스템에서 단위 계단입력에 대한 출력의 형태로 가장 옳은 것은? (단, <보기>에서 ○는 영점, ×는 극점을 표시하며 중첩은 되지 않았다.)

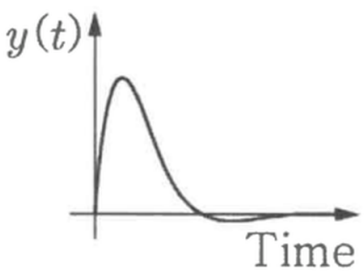
〈보기〉



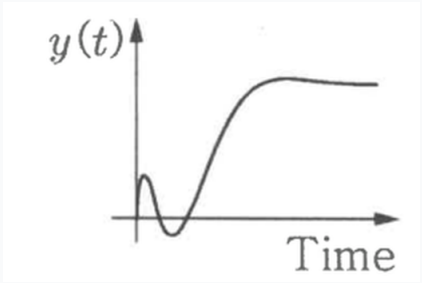
$P(s)$의 극점과 영점

① 

② 

③ 

NoteBase

④ 

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 극점과 영점의 위치만 보고 단위계단응답의 안정성, 진동성, 역응답 여부를 함께 판단하는 문제이다.

선지별 해설

① X
- 처음부터 양의 방향으로만 올라가며 약한 오버슈트 뒤 양의 정상값으로 수렴하는 형태이다.
- 우반평면 영점이 만드는 역응답이 보이지 않는다. 틀린 부분은 '출력이 한 번도 반대방향으로 꺾이지 않는다'는 점이며, 올바르게는 초기에 양의 방향으로 시작한 뒤 곧 음의 방향으로 내려가는 구간이 있어야 한다.

② X
- 역응답 자체는 보이지만 시작하자마자 음의 방향으로 내려가는 점이 맞지 않는다.
- 상대차수가 1인 전달함수의 단위계단응답은 초기기울기 $y'(0^+)$가 고주파 이득의 부호를 따르므로 여기서는 처음 움직임이 양의 방향이다. 틀린 부분은 '처음부터 음의 방향으로 시작한다'는 점이며, 올바르게는 처음에는 짧게 양의 방향으로 움직인 뒤 음의 방향으로 꺾인다.

③ X
- 진동성분 뒤 0으로 수렴하는 형태이다.
- $P(0) eq 0$인 형식이므로 단위계단응답의 정상값은 0이 아니라 유한한 상수이다. 틀린 부분은 '최종값이 0이다'는 점이며, 올바르게는 양의 정상값으로 수렴해야 한다.

④ O
- 처음에 양의 방향으로 조금 움직인 뒤 음의 방향으로 내려가고, 이후 다시 상승하여 오버슈트 후 양의 정상값으로 수렴한다.
- 좌반평면 복소극점이 진동성분을 만들고 우반평면 복소영점이 역응답을 만들어 이 형태가 가장 잘 맞는다.

NoteBase

오답 포인트

우반평면 영점이 있으면 곧바로 '처음부터 음의 방향으로 출발한다'고 단정하기 쉽다. 이 문항은 역응답의 존재와 초기기울기의 부호를 구분하는지를 묻고 있으므로, 역응답이 있어도 아주 처음 순간의 움직임은 양의 방향일 수 있다는 점을 놓치면 ②로 오답을 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 극점이 모두 좌반평면에 있는지 확인해 안정 여부와 최종 수렴 형태를 판단한다. 다음으로 복소극점이 있으면 진동 또는 오버슈트를 예상하고, 우반평면 영점이 있으면 정상값으로 가기 전에 반대방향으로 한 번 꺾이는 역응답이 있는지를 본다.

암기 포인트

좌반평면 극점은 수렴을 만들고, 우반평면 영점은 역응답을 만든다.

NoteBase