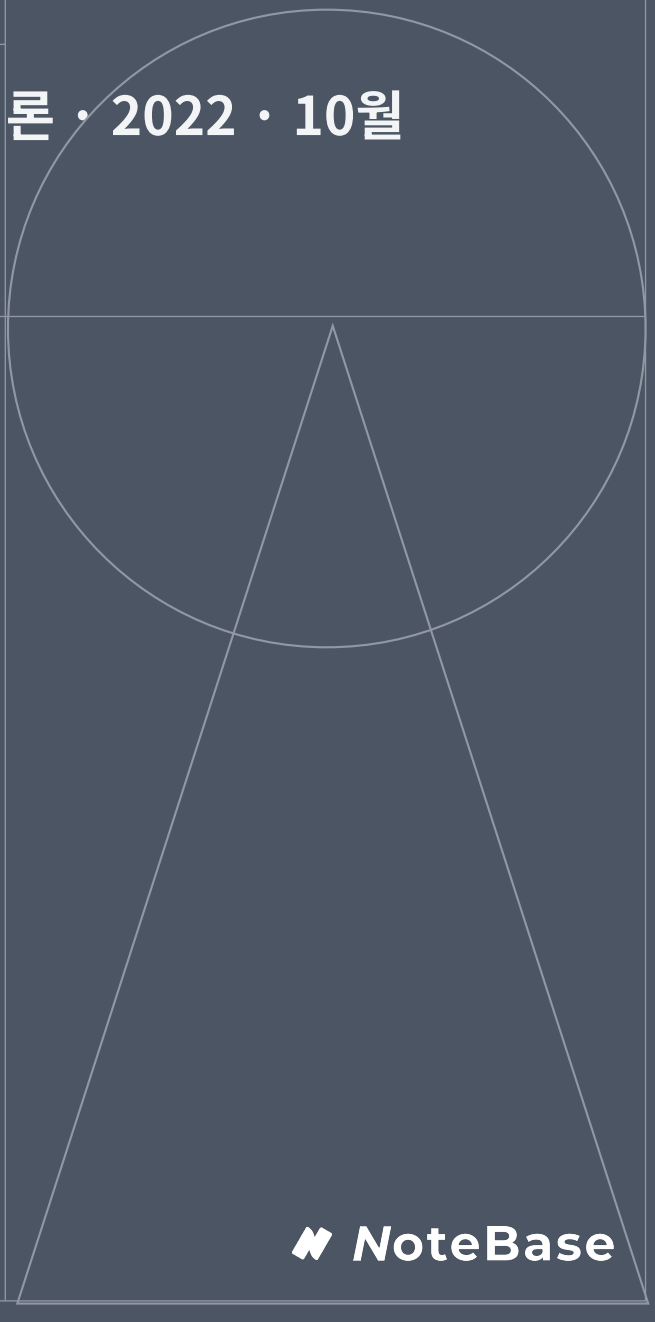
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 통신이론 · 2022 · 10월



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 통신이론 · 2022 · 10월

공무원/서울시/7급 · 통신이론 · 2022 · 10월

문 1. OSI 7계층 모델에서 인접 통신 장치 간의 신뢰성 있는 정보 전송을 보장하기 위한 오류 검출, 프레임 전달, 흐름 제어 등을 담당하는 계층은?

① 데이터 링크 계층

② 네트워크 계층

③ 세션 계층

④ 물리 계층

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 OSI 7계층에서 데이터 링크 계층과 네트워크·세션·물리 계층의 기능을 구분하는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

데이터 링크 계층: 인접한 두 통신 장치 사이에서 프레임 단위로 신뢰성 있는 전송을 맡는 계층이다. 결정 차이축: 인접 노드 간 링크 제어 여부 / 키워드: 프레임, 오류 검출, 흐름 제어
네트워크 계층: 여러 네트워크를 거치는 경로 선택과 논리적 주소 기반 전달을 맡는 계층이다. 결정 차이축: 종단 간 경로 설정 여부 / 키워드: 라우팅, 논리 주소
세션 계층: 통신 세션의 설정·유지·종료를 맡는 계층이다. 결정 차이축: 대화 관리 여부 / 키워드: 세션 관리, 동기
물리 계층: 비트를 전기적·기계적 신호로 전송하는 계층이다. 결정 차이축: 실제 신호 전달 여부 / 키워드: 비트, 전송 매체

NoteBase

선지별 해설

① O
데이터 링크 계층은 인접한 통신 장치 사이에서 프레임 전달, 오류 검출, 흐름 제어를 수행하므로 문제의 설명과 일치한다.

② X
틀린 부분은 "오류 검출, 프레임 전달, 흐름 제어"를 네트워크 계층 기능으로 본 점이다. 네트워크 계층은 경로 선택과 논리 주소 기반 전달을 담당하고, 올바르게는 데이터 링크 계층이 인접 노드 간 프레임 전송의 신뢰성을 맡는다.

③ X
틀린 부분은 세션 계층을 인접 장치 간 신뢰성 전송 계층으로 본 점이다. 세션 계층은 통신 세션의 설정·유지·종료와 동기 기능을 담당하고, 올바르게는 프레임 단위 전송 제어는 데이터 링크 계층의 기능이다.

④ X
틀린 부분은 물리 계층에 오류 검출, 프레임 전달, 흐름 제어 기능을 넣은 점이다. 물리 계층은 비트를 신호 형태로 전송할 뿐이며, 올바르게는 프레임 처리와 링크 제어는 데이터 링크 계층이 담당한다.

오답 포인트

네트워크 계층의 "전달"과 데이터 링크 계층의 "프레임 전달"을 같은 의미로 착각하면 ②로 흔들리기 쉽다. 이 문항은 "인접 통신 장치 간"이라는 표현이 핵심 단서이며, 이 말이 나오면 라우팅이 아니라 링크 제어를 먼저 떠올려야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

"인접 장치 간", "프레임", "오류 검출", "흐름 제어"가 함께 나오면 데이터 링크 계층으로 판단한다. 반대로 경로 선택과 논리 주소가 나오면 네트워크 계층, 세션 설정이 나오면 세션 계층, 비트 신호 전송이 나오면 물리 계층으로 구분한다.

암기 포인트

데이터 링크 계층은 링크 위의 프레임, 네트워크 계층은 망 사이의 경로이다.

NoteBase

문 2. AWGN 채널의 $\mathrm{SNR}_{\mathrm{dB}}$가 54이고 채널의 대역폭이 10[MHz]라 할 때, 이론적인 채널 용량에 가장 가까운 값[Mbps]은? (단, 충분히 큰 SNR을 가정하고 $(1+\mathrm{SNR}\approx\mathrm{SNR})$, $\log_{10}2$는 0.3으로 계산한다.)

① 150

② 180

③ 210

④ 240

정답 2번

출제 포인트

섀넌 용량식 $C=B\log_2(1+SNR)$에서 dB 값을 선형 SNR로 바꾼 뒤 채널 용량을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $SNR_{dB}=54, B=10MHz, \log_{10}2=0.3$
구해야 할 값: 이론적 채널 용량 C
주의할 조건: 충분히 큰 SNR이므로 $1+SNR\approx SNR$를 적용한다.

사용할 공식

AWGN 채널의 이론적 용량은 $C=B\log_2(1+SNR)$이다. 또한 $SNR_{dB}=10\log_{10}SNR$이므로 dB 값을 먼저 선형 SNR 정보로 바꿔야 한다.
이 문제는 채널 대역폭과 SNR_{dB}가 직접 주어졌으므로 이 공식을 그대로 적용한다.

계산 과정

1. $54=10\log_{10}SNR$이므로 $\log_{10}SNR=5.4$이다.
2. 충분히 큰 SNR이므로 $C\approx B\log_2 SNR$이다.
3. $\log_2 SNR=\frac{\log_{10}SNR}{\log_{10}2}=\frac{5.4}{0.3}=18$이다.
4. 따라서 $C=10\times10^6\times18=180\times10^6 bps=180Mbps$이다.

선지별 해설

① X: 계산 결과가 $180Mbps$이므로 150이라는 수치는 틀리다. 올바르게는 채널 용량이 약 $180Mbps$이다.
② O: $\log_2 SNR=18$이고 대역폭이 $10MHz$이므로 채널 용량은 $10\times18=180Mbps$가 되어 정답과 일치한다.
③ X: 210이라는 수치는 계산 결과보다 $30Mbps$ 크다. 올바르게는 $C\approx180Mbps$이다.
④ X: 240이라는 수치는 계산 결과보다 $60Mbps$ 크다. 올바르게는 AWGN 채널의 이론적 용량이 약 $180Mbps$이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문항의 함정은 SNR_{dB}를 그대로 대입하거나 $\log_2 x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} 2}$의 밑변환을 놓치는 데 있다. 150, 210, 240처럼 180에서 벗어난 값은 대부분 dB-선형 변환 또는 밑변환 처리 실수에서 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

AWGN 채널 용량 문제는 먼저 $SNR_{dB} = 10\log_{10} SNR$로 $\log_{10} SNR$를 구하고, 큰 SNR이면 $C \approx B\log_2 SNR$로 정리한 뒤 마지막에 $Hz \times bit/s/Hz = bps$ 단위를 검산하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

섀넌 용량은 $C = B\log_2 (1 + SNR)$이고, 큰 SNR에서는 $1 + SNR \approx SNR$로 단순화한 뒤 dB 값은 반드시 선형 기준으로 바꿔 계산한다.

NoteBase

문 3. $p(1)=\alpha,\ p(0)=1-\alpha$**인 이진 신호원의 엔트로피 함수를** $H(\alpha)$**라 할 때,** $H(\alpha)$**의 특성에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?**

① $\alpha=\frac{1}{2}$일 때 최댓값이 된다.

② $H(\alpha)=H(1-\alpha)$를 항상 만족한다.

③ 아래로 볼록한 함수이다.

④ 최댓값은 1이다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 이진 신호원 엔트로피 함수의 대칭성, 최대값 조건, 곡률을 함께 묻는 문제이다.

핵심 개념

이진 신호원의 엔트로피는 $H(\alpha)=-\alpha\log_2\alpha-(1-\alpha)\log_2(1-\alpha)$이다.
이 함수는 α와 $1-\alpha$를 바꾸어도 값이 같아 대칭이고, $\alpha=\frac{1}{2}$에서 최대가 되며 그 최대값은 1이다.
또한 $0<\alpha<1$에서 $H''(\alpha)=-\frac{1}{\ln 2}\cdot\frac{1}{\alpha(1-\alpha)}<0$이므로 오목한 함수이며, 교과서 용어로는 위로 볼록이다.

선지별 해설

① O: 두 사건의 확률이 가장 균등할 때 불확실성이 가장 크므로 $\alpha=\frac{1}{2}$에서 엔트로피가 최대가 된다.
② O: 식에서 α와 $1-\alpha$의 자리를 바꾸어도 같은 형태가 되어 항상 $H(\alpha)=H(1-\alpha)$가 성립한다.
③ X: 틀린 부분은 '아래로 볼록한'이다. 실제로는 $H''(\alpha)<0$이므로 오목한 함수이며, 교과서 용어로는 위로 볼록한 함수이다.
④ O: 로그의 밑이 2인 엔트로피의 최대값은 $\alpha=\frac{1}{2}$에서 $H\left(\frac{1}{2}\right)=1$이므로 최댓값은 1이다.

오답 포인트

③은 '볼록' 방향 용어를 헷갈리게 만드는 선지이다. 엔트로피가 가운데에서 최대가 되므로 직관적으로도 양끝이 내려간 오목한 모양이라는 점을 떠올리면 걸러낼 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

이진 엔트로피 문제는 먼저 대칭성 $H(\alpha)=H(1-\alpha)$, 최대점 $\alpha=\frac{1}{2}$, 최대값 1을 확인하고, 곡률을 묻는 선지는 가운데가 봉우리인 오목 함수인지로 판단한다.

암기 포인트

이진 엔트로피는 좌우대칭, $\alpha=\frac{1}{2}$에서 최대 1, 모양은 오목이다.

NoteBase

문 4. 기저대역 통신을 위해 10[Mbps]로 데이터를 전송할 때 필요한 최소 대역폭[MHz]은? (단, 정확도를 높이기 위해 5번째 하모닉까지 전송하는 것으로 가정한다.)

① 5

② 10

③ 20

④ 25

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 기저대역 디지털 신호의 비트율과 하모닉 차수로부터 필요한 최소 대역폭을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 데이터 전송률은 10 Mbps이다.
구해야 할 값: 5번째 하모닉까지 통과시키기 위한 최소 대역폭이다.
주의할 조건: 기저대역 직사각파의 기본주파수는 비트율 R 자체가 아니라 최대 교번 패턴 기준 $R/2$이다.

사용할 공식

기본주파수는 $f_1 = R/2$이다.
필요 대역폭은 $B = nf_1 = nR/2$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 기저대역 디지털 파형은 직사각파에 가깝고, 파형 정확도를 높이려면 기본주파수와 여러 고조파를 함께 통과시켜야 하기 때문이다.

계산 과정

1. 데이터 전송률을 $R = 10\text{Mbps}$로 둔다.
2. 최대 교번 패턴의 기본주파수는 $f_1 = R/2 = 10/2 = 5\text{MHz}$이다.
3. 5번째 하모닉까지 전송하므로 필요한 대역폭은 $B = 5f_1 = 5 \times 5 = 25\text{MHz}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 5 MHz는 기본주파수 f_1만 통과시키는 값이다. 5번째 하모닉까지 고려하지 않았다는 점이 틀렸고, 올바르게는 25 MHz가 필요하다.
② X: 10 MHz는 비트율과 대역폭을 단순 동일시하거나 2배 관계를 잘못 적용한 값이다. 이 문항은 하모닉 차수를 반영해야 하므로 올바르게는 $5 \times R/2 = 25$MHz이다.
③ X: 20 MHz는 4번째 하모닉까지만 포함한 값에 해당한다. 틀린 표현은 5번째 하모닉 조건을 빠뜨린 점이고, 올바르게는 25 MHz이다.
④ O: 기본주파수 5 MHz에 5번째 하모닉까지 포함하면 필요한 최대 주파수 성분은 25 MHz가 된다. 따라서 최소 대역폭은 25 MHz이다.

오답 포인트

비트율 R을 그대로 대역폭으로 보거나, 기본주파수를 R로 착각하면 오답이 된다. 이 문제의 핵심 함정은 기저대역 직사각파의 기본주파수가 $R/2$라는 점과, 5번째 하모닉 조건을 끝까지 반영해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

기저대역 전송에서 하모닉 차수가 주어지면 먼저 기본주파수를 $R/2$로 두고, 그다음 필요한 최고 하모닉 차수 n을 곱해 $B = nR/2$로 판단한다.

암기 포인트

기저대역 직사각파 대역폭은 기본주파수 $R/2$에서 시작하며, n번째 하모닉까지면 $B = nR/2$이다.

NoteBase

문 5. 선형 블록 부호에서 생성행렬이 G=bmatrix10101 \ 01011bmatrix로 정해질 때, 나올 수 있는 부호어로 가장 옳지 않은 것은?

① [10101]

② [01011]

③ [11111]

④ [11110]

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 생성행렬의 각 행을 mod 2 덧셈으로 선형결합하여 가능한 부호어 집합을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 생성행렬은 첫째 행 [10101], 둘째 행 [01011]로 이루어진다.
구해야 할 값: 이 생성행렬로 만들 수 없는 부호어이다.
주의할 조건: 부호어는 각 행벡터의 선택 여부를 mod 2로 더한 결과만 나온다.

사용할 공식

메시지 $u = (u_1, u_2)$에 대한 부호어는 $c = uG = u_1 g_1 \oplus u_2 g_2$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 생성행렬이 2행이므로 가능한 메시지는 00, 10, 01, 11 네 가지뿐이며, 각 경우의 부호어를 모두 적으면 가능한 부호어 전체를 바로 확인할 수 있다.

계산 과정

1. 첫째 행을 $g_1 = [10101]$, 둘째 행을 $g_2 = [01011]$로 둔다.
2. 메시지 00이면 부호어는 [00000]이다.
3. 메시지 10이면 부호어는 $g_1 = [10101]$이므로 ①이 가능하다.
4. 메시지 01이면 부호어는 $g_2 = [01011]$이므로 ②가 가능하다.
5. 메시지 11이면 부호어는 $g_1 \oplus g_2 = [10101] \oplus [01011] = [11110]$이므로 ④가 가능하다.
6. 따라서 가능한 부호어는 [00000], [10101], [01011], [11110]뿐이므로 [11111]은 나올 수 없다.

NoteBase

선지별 해설

① O
[10101]은 생성행렬의 첫째 행 g_1 자체이므로 나올 수 있는 부호어이다.

② O
[01011]은 생성행렬의 둘째 행 g_2 자체이므로 나올 수 있는 부호어이다.

③ X
[11111]은 가능한 네 개의 부호어 집합에 포함되지 않는다. 두 행을 모두 더하면
$[10101] \oplus [01011] = [11110]$이므로 마지막 비트가 0이 된다. 틀린 표현은 "[11111]이 나올 수 있다"이며, 올바르게는 "[11111]은 이 생성행렬의 부호어가 아니다"이다.

④ O
[11110]은 $g_1 \oplus g_2$의 결과이므로 나올 수 있는 부호어이다.

오답 포인트

③에서 마지막 자리의 mod 2 덧셈을 놓치기 쉽다. $1 \oplus 1 = 0$인데 이를 보통 덧셈처럼 2로 보거나 1로 착각하면 [11111]을 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

생성행렬 문제가 나오면 메시지 비트 수만큼 가능한 입력을 모두 나열한 뒤 uG를 직접 계산해 가능한 부호어 집합을 먼저 만든다. 그 집합에 없는 벡터를 고르면 된다.

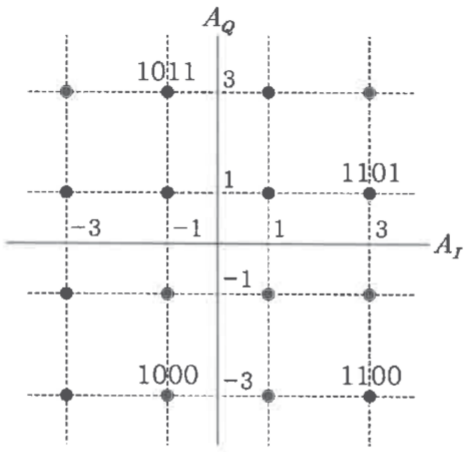
암기 포인트

선형 블록 부호의 부호어는 생성행 벡터의 mod 2 선형결합만 나온다. 핵심 계산은 $1 \oplus 1 = 0$이다.

NoteBase

문 6. <보기>와 같이 16-QAM 신호 성상도와 심볼 $(b_1b_2b_3b_4)$의 신호 (A_I, A_Q) 대응 규칙이 주어졌다. 예를 들어, 성상도에서 신호 $(3, 1)$은 심볼 1101이고, 신호 $(-1, 3)$은 심볼 1011, 신호 $(-1, -3)$은 심볼 1000, 신호 $(3, -3)$은 심볼 1100에 해당한다. 수신 신호가 $(A_I, A_Q) = (1.5, -1.5)$이고, 성상도에서 수신 신호와 유클리드 거리가 가장 가까운 신호로 복조를 수행한다고 할 때, 선택되는 심볼로 가장 옳은 것은?

〈보기〉



성상도상에서 A_I 값이 첫 두 비트를 $\{(A_I, b_1b_2) = (3, 11), (1, 01), (-1, 10), (-3, 00)\}$와 같이 결정하며, A_Q값이 동일하게 마지막 두 비트를 $\{(A_Q, b_3b_4) = (3, 11), (1, 01), (-1, 10), (-3, 00)\}$와 같이 결정한다.

① 0110

② 1001

③ 1110

④ 0100

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 16-QAM 성상도에서 수신점과 가장 가까운 성상점을 찾고, 각 축의 비트 매핑 규칙을 심볼로 바꾸는지를 묻는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 최근접 성상점은 $(1,\ -1)$이다. $A_I = 1 \to b_1 b_2 = 01$, $A_Q = -1 \to b_3 b_4 = 10$이므로 심볼은 0110이다.

② X
- 1001은 $A_I = -1 \to 10$, $A_Q = 1 \to 01$이므로 성상점 $(-1, 1)$에 해당한다. 수신점 $(1.5,\ -1.5)$와는 사분면부터 다르다.
- 틀린 표현은 '1001'이며, 올바르게는 최근접 성상점 $(1,\ -1)$에 대응하는 0110이다.

③ X
- 1110은 $A_I = 3 \to 11$, $A_Q = -1 \to 10$이므로 성상점 $(3,\ -1)$에 해당한다. $A_I = 1.5$는 3보다 1에 더 가깝기 때문에 이 선택지는 최근접점이 아니다.
- 틀린 표현은 '1110'이며, 올바르게는 A_I축을 1로 판정한 0110이다.

④ X
- 0100은 $A_I = 1 \to 01$, $A_Q = -3 \to 00$이므로 성상점 $(1,\ -3)$에 해당한다. -1.5는 -3보다 -1에 더 가까우므로 A_Q 판정이 틀렸다.
- 틀린 표현은 '0100'이며, 올바르게는 A_Q축을 -1로 판정한 0110이다.

오답 포인트

축별 비트 매핑을 외운 뒤에도 수신점을 바로 비트열로 바꾸면 오답이 된다. 먼저 최근접 성상점을 $(1,\ -1)$로 판정해야 하고, 특히 1.5와 -1.5를 각각 1, -1에 붙인다는 점에서 ③과 ④가 자주 혼동된다.

다시 나오면 이렇게 판단

16-QAM 최근접 복조 문제는 먼저 수신점의 각 좌표를 ± 3, ± 1 중 가장 가까운 레벨로 판정하고, 그다음 각 축의 비트 매핑표를 붙여 네 비트를 완성하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

최근접 복조는 좌표 판정이 먼저이고 비트 치환은 그다음이며, 이 문항에서는 $(1,\ -1) \to 0110$이다.

NoteBase

문 7. 채널코딩에 사용되는 인터리버에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 인터리버를 사용하는 목적은 버스트 에러가 발생하는 채널환경에서 데이터 전송의 신뢰성을 높이기 위해서이다.

② 인터리버를 사용하는 경우, 인터리빙 처리를 위해 추가적인 지연이 발생할 수 있다.

③ 블록 인터리버를 사용하는 경우, 인터리버 사용으로 인해 전송해야 하는 비트 수를 증가시키지 않는다.

④ 인터리버를 사용하는 경우, 채널코딩의 오류정정능력을 증가시켜 평균적으로 좀 더 많은 수의 비트 에러를 고칠 수 있다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 인터리버의 목적과 효과, 그리고 오류정정능력 자체의 증가와 버스트 오류 분산의 차이를 묻는 문제이다.

핵심 개념

인터리버는 연속해서 발생한 오류를 시간축이나 위치축에서 흩어 놓아 버스트 에러를 랜덤 에러처럼 보이게 만드는 장치이다.
채널코드는 정해진 부호 구조와 최소거리로 오류정정능력이 결정되며, 인터리버는 그 능력 자체를 키우는 것이 아니라 코드가 원래 가진 성능을 더 잘 발휘하게 만든다.
블록 인터리버는 비트의 순서만 재배열하므로 일반적으로 부가 비트를 늘리지 않는다.

NoteBase

선지별 해설

① O
버스트 에러 환경에서는 연속된 많은 비트가 한꺼번에 깨지는데, 인터리버는 이를 분산시켜 디인터리빙 후 채널코드가 처리하기 쉬운 형태로 만든다. 따라서 데이터 전송의 신뢰성을 높이기 위한 목적이라는 설명은 옳다.

② O
인터리빙과 디인터리빙을 위해 데이터를 일정량 모아 재배열해야 하므로 처리 지연이 추가될 수 있다. 특히 블록 단위 인터리빙에서는 버퍼링 지연이 생기기 쉽다.

③ O
블록 인터리버는 전송 비트에 새로운 중복 비트를 붙이는 장치가 아니라 기존 비트열의 순서만 바꾸는 장치이다. 따라서 인터리버 사용 자체 때문에 전송해야 하는 비트 수가 증가하지는 않는다.

④ X
틀린 부분은 "채널코딩의 오류정정능력을 증가시켜"이다. 인터리버는 채널코드의 오류정정능력 자체를 증가시키는 것이 아니라 버스트 에러를 분산시켜 기존 채널코드가 평균적으로 더 유리한 조건에서 동작하게 만든다. 올바르게는 "인터리버를 사용하는 경우, 버스트 에러를 분산시켜 채널코드가 본래 가진 오류정정 성능을 더 효과적으로 활용할 수 있다"이다.

오답 포인트

인터리버를 넣으면 성능이 좋아진다는 표현만 기억하면 ④처럼 "오류정정능력 자체가 증가한다"는 문장에 쉽게 끌린다. 그러나 인터리버는 코드의 부호율이나 최소거리를 바꾸지 않으므로 정정능력의 근본값을 키우는 장치가 아니라 오류 분포를 바꾸는 장치이다.

다시 나오면 이렇게 판단

인터리버 관련 선지를 보면 먼저 "비트를 더 붙이는가"와 "오류를 흩어 놓는가"를 구분하면 된다. 중복 비트를 추가하거나 코드의 정정능력 자체를 키운다고 하면 틀린 방향이고, 버스트 오류를 분산시켜 기존 코드가 유리하게 동작한다고 하면 맞는 방향이다.

암기 포인트

인터리버는 정정능력 증가가 아니라 버스트 오류 분산이다.

NoteBase

문 8. 확률변수 X와 Y의 결합 확률밀도함수가 <보기>와 같을 때, 두 확률변수의 독립성을 옳게 짝지은 것은?

<보기>
(가) f_XY(x,y)=casesx+y, & 0≤ x≤ 1, 0≤ y≤ 1 \ 0, & 다른 곳에서cases
(나) f_XY(x,y)=cases2e^-(x+2y), & x≥ 0, y≥ 0 \ 0, & 다른 곳에서cases

① (가): 독립이 아니다. (나): 독립이 아니다.
② (가): 독립이 아니다. (나): 독립이다.
③ (가): 독립이다. (나): 독립이 아니다.
④ (가): 독립이다. (나): 독립이다.

정답 2번

출제 포인트

결합확률밀도함수가 주변확률밀도함수의 곱으로 분해되는지로 두 확률변수의 독립성을 판정하는 문제이다.

조건 정리

(가)는 $0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1$에서 $f_{XY}(x,y) = x + y$이다.
(나)는 $x \ge 0, y \ge 0$에서 $f_{XY}(x,y) = 2e^{-(x+2y)}$이다.
독립이면 같은 정의역에서 항상 $f_{XY}(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$가 성립해야 한다.

사용할 공식

주변확률밀도함수는 $f_X(x) = \int f_{XY}(x,y)dy$, $f_Y(y) = \int f_{XY}(x,y)dx$로 구한다.
그다음 $f_X(x)f_Y(y)$를 만들어 원래의 $f_{XY}(x,y)$와 일치하는지 비교하면 독립성을 판정할 수 있다.

계산 과정

1. (가)에서 f_X(x)= ∫ _0^1 (x+y) dy=x+12, f_Y(y)= ∫ _0^1 (x+y) dx=y+12이다.
2. 따라서 f_X(x)f_Y(y)=(x+12)(y+12)=xy+(x+y)/(2)+14이고, 이는 $x + y$와 같지 않으므로 (가)는 독립이 아니다.
3. (나)에서 $f_X(x) = \int_0^\infty 2e^{-(x+2y)}dy = e^{-x}$, $f_Y(y) = \int_0^\infty 2e^{-(x+2y)}dx = 2e^{-2y}$이다.
4. 따라서 $f_X(x)f_Y(y) = e^{-x} \cdot 2e^{-2y} = 2e^{-(x+2y)} = f_{XY}(x,y)$이므로 (나)는 독립이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
(가)는 독립이 아니지만, (나)도 독립이 아니라고 본 점이 틀리다. (나)는 결합밀도함수가 e^{-x}와 $2e^{-2y}$의 곱으로 분해되므로 독립이다. 틀린 표현은 '(나) 독립이 아니다'이고, 올바르게는 '(나) 독립이다'이다.
② O
(가)는 $f_{XY}(x,y) \neq f_X(x)f_Y(y)$이므로 독립이 아니고, (나)는 $f_{XY}(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$이므로 독립이다.
③ X
(가)를 독립이라고 본 점이 틀리다. (가)는 (x+12)(y+12)가 $x+y$와 같지 않으므로 독립이 아니다. 틀린 표현은 '(가) 독립이다'이고, 올바르게는 '(가) 독립이 아니다'이다.
④ X
(가)를 독립이라고 본 점이 틀리다. (나)는 독립이 맞지만 (가)가 독립이 아니므로 전체 짝은 성립하지 않는다. 틀린 표현은 '(가) 독립이다'이고, 올바르게는 '(가) 독립이 아니다'이다.

오답 포인트

(가)에서 주변밀도함수만 구하고 곱 비교를 생략하면 독립 여부를 잘못 판단하기 쉽다. 특히 $x+y$가 단순한 식이라는 이유로 분해될 것이라고 추정하면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

결합확률밀도에서 독립성을 묻는 문제는 먼저 적분으로 f_X, f_Y를 구하고, 그 곱이 원래의 f_{XY}와 정의역 전체에서 정확히 일치하는지 확인하면 된다.

암기 포인트

독립성 판정은 '주변밀도 계산 후 곱 비교'로 정리된다.

NoteBase

문 9. <보기>를 이용하여 구한 디지털 펄스진폭변조(PAM) 신호의 비트당 평균 에너지로 가장 옳은 것은? (단, 펄스 $p(t)$의 에너지는 1, 각 심볼 m은 동일한 확률로 발생, M은 가능한 심볼의 개수, k는 양의 정수이다.)

<보기>

(가) $s_m(t) = A_m p(t),\ 1 \le m \le M = 2^k$

$A_m = 2m - 1 - M,\ 1 \le m \le M = 2^k$

(나) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (M-1)^2 = \frac{M(M^2-1)}{6}$

① $\frac{M^2-1}{3k}$

② $\frac{M^2-1}{6k}$

③ $\frac{M^2-1}{2k}$

④ $M^2 - 1$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 M-PAM의 평균 심볼 에너지를 구한 뒤 심볼당 비트 수 k로 나누어 비트당 평균 에너지 E_b를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값은 $s_m(t) = A_m p(t), A_m = 2m - 1 - M, M = 2^k, p(t)$의 에너지 1, 각 심볼 등확률이다.
구해야 할 값은 비트당 평균 에너지이다.
주의할 조건은 심볼 에너지와 비트 에너지를 구분해야 한다는 점이다.

사용할 공식

각 심볼 에너지는 $E_m = A_m^2$이다. 이는 $s_m(t) = A_m p(t)$이고 $p(t)$의 에너지가 1이므로
$E_m = \int |s_m(t)|^2 dt = A_m^2 \int |p(t)|^2 dt = A_m^2$가 되기 때문이다.
평균 심볼 에너지는 $E_s = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} A_m^2$, 비트당 평균 에너지는 $E_b = \frac{E_s}{k}$이다.

계산 과정

진폭 A_m은 $-(M-1),\ -(M-3), \cdots, M-3, M-1$의 대칭 배열이다.
따라서 제곱합은 $\sum_{m=1}^{M} A_m^2 = 2(1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (M-1)^2)$이다.
(나)를 대입하면 $\sum_{m=1}^{M} A_m^2 = 2 \cdot \frac{M(M^2-1)}{6} = \frac{M(M^2-1)}{3}$이다.
따라서 평균 심볼 에너지는 $E_s = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} A_m^2 = \frac{M^2-1}{3}$이고, 비트당 평균 에너지는 $E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{M^2-1}{3k}$이다.

NoteBase

선지 판단

① O: 계산 결과 비트당 평균 에너지는 $\frac{M^2-1}{3k}$이므로 옳다.
② X: $\frac{M^2-1}{6k}$는 A_m^2의 합에서 양수 진폭 쪽 홀수제곱합만 쓰고 대칭인 음수 진폭 쪽의 제곱합을 한 번 더 더하지 않은 값이다. 틀린 표현은 분모 $6k$이고, 올바르게는 $\frac{M^2-1}{3k}$이다.
③ X: $\frac{M^2-1}{2k}$는 홀수제곱합 공식을 잘못 적용해 평균 심볼 에너지를 실제보다 크게 잡은 값이다. 틀린 표현은 분모 $2k$이고, 올바르게는 $\frac{M^2-1}{3k}$이다.
④ X: M^2-1은 평균 심볼 에너지도 아니고 비트당 평균 에너지도 아니다. 평균 과정의 $\frac{1}{M}$와 비트 환산의 $\frac{1}{k}$가 모두 빠져 있다. 올바르게는 $\frac{M^2-1}{3k}$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 단계 평균을 한 번에 놓치는 데 있다. 먼저 진폭 제곱합에서 대칭 항이 두 번 들어간다는 점을 빼먹기 쉽고, 그다음 평균 심볼 에너지 E_s를 구한 뒤 다시 비트당 에너지 $E_b = E_s/k$로 바꾸는 단계를 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

PAM 에너지 문제는 진폭열을 먼저 대칭 형태로 정리한 뒤 A_m^2의 평균으로 E_s를 구하고, 마지막에 심볼당 비트 수 $k = \log_2 M$로 나누어 E_b인지 E_s인지 구분해 판단한다.

암기 포인트

M-PAM은 평균 심볼 에너지 $E_s = \frac{M^2-1}{3}$, 비트당 평균 에너지는 $E_b = \frac{M^2-1}{3k}$이다.

NoteBase

문 10. 선형 시불변 시스템에 입력 $x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$를 넣었을 때, 출력 $y(t) = \mathrm{sinc}(f_0)e^{j2\pi f_0 t}$가 나왔다면, 이 시스템의 임펄스 응답 $h(t)$로 가장 옳은 것은? (단, f_0는 0이 아닌 상수이고, $\mathrm{sinc}(f) = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f}$이다.)

① h(t)=cases0, & |t|≤ 0.5\ 1, & |t|>0.5cases

② h(t)=cases0, & |t|≤ 1\ 1, & |t|>1cases

③ h(t)=cases1, & |t|≤ 1\ 0, & |t|>1cases

④ h(t)=cases1, & |t|≤ 0.5\ 0, & |t|>0.5cases

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 선형 시불변 시스템에서 복소지수 입력 $e^{j2\pi f_0 t}$가 고유함수라는 성질과, 출력 계수 $H(f_0) = \mathrm{sinc}(f_0)$로부터 주파수응답 $H(f)$와 임펄스응답 $h(t)$를 연결할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 입력은 $x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$이다.
주어진 출력은 $y(t) = \mathrm{sinc}(f_0)e^{j2\pi f_0 t}$이다.
선형 시불변 시스템에서는 $e^{j2\pi ft}$를 넣으면 출력이 $H(f)e^{j2\pi ft}$ 형태가 되므로 여기서는 $H(f_0) = \mathrm{sinc}(f_0)$이다.

사용할 공식

선형 시불변 시스템의 고유함수 성질은 다음과 같다.
$y(t) = H(f_0)e^{j2\pi f_0 t}$
또한 푸리에 변환 정의에 따라
$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft}dt$
이고, $h(t) = 1$ for $|t| \le 0.5$, 0 otherwise이면
$H(f) = \int_{-0.5}^{0.5} e^{-j2\pi ft}dt = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} = \mathrm{sinc}(f)$
가 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 출력 계수가 이미 $\mathrm{sinc}(f_0)$로 주어져 있어 주파수응답을 먼저 식별한 뒤, 그에 대응하는 시간영역 파형을 찾으면 되기 때문이다.

계산 과정

1. 입력이 $e^{j2\pi f_0 t}$이므로 출력 계수는 $H(f_0)$이다.
2. 주어진 출력이 $\mathrm{sinc}(f_0)e^{j2\pi f_0 t}$이므로 $H(f_0) = \mathrm{sinc}(f_0)$이다.
3. 따라서 시스템의 주파수응답은 $H(f) = \mathrm{sinc}(f)$ 형태로 본다.
4. $\mathrm{sinc}(f)$의 역푸리에 변환은 폭 1의 직사각파이므로 $h(t) = 1$ for $|t| \le 0.5$, 0 otherwise이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $|t| \le 0.5$ 구간이 0이고 바깥이 1인 형태는 직사각파가 아니라 직사각파의 보완 형태이다. 이 경우 푸리에 변환이 sinc(f) 하나로 나오지 않는다. 틀린 표현은 "$|t| \le 0.5$에서 0"이고, 올바르게는 "$|t| \le 0.5$에서 1, 그 밖에서 0"이다.
② X: $|t| \le 1$이면 폭이 2인 직사각파이므로 푸리에 변환은 2sinc($2f$) 꼴이 된다. 문제의 sinc(f)와 폭과 스케일이 모두 맞지 않는다. 틀린 표현은 "경계가 ± 1"이고, 올바르게는 "경계가 ± 0.5"이다.
③ X: 이 선택지는 안쪽이 1, 바깥이 0이라는 점은 맞지만 폭이 2이므로 여전히 2sinc($2f$)에 대응한다. 따라서 주어진 출력 계수 sinc(f_0)를 만들지 못한다. 틀린 표현은 "$|t| \le 1$"이고, 올바르게는 "$|t| \le 0.5$"이다.
④ O: $h(t) = 1$ for $|t| \le 0.5$, 0 otherwise이면 푸리에 변환이 정확히 sinc(f)가 된다. 그래서 입력 $e^{j2\pi f_0 t}$에 대한 출력이 sinc(f_0)$e^{j2\pi f_0 t}$가 되어 조건과 일치한다.

오답 포인트

많이 틀리는 지점은 sinc(f)에 대응하는 직사각파의 폭을 헷갈리는 점이다. sinc(f)는 폭 1의 직사각파에 대응하고, $|t| \le 1$은 폭 2이므로 2sinc($2f$)가 된다. 또한 안쪽과 바깥쪽의 0, 1을 뒤집으면 전혀 다른 주파수응답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

복소지수 입력이 보이면 먼저 $y(t) = H(f_0)e^{j2\pi f_0 t}$ 형태를 써서 출력 앞 계수를 $H(f_0)$로 읽는다. 그다음 해당 $H(f)$의 표준 푸리에 변환쌍을 떠올려 시간영역 직사각파의 폭과 높이를 확인하면 된다.

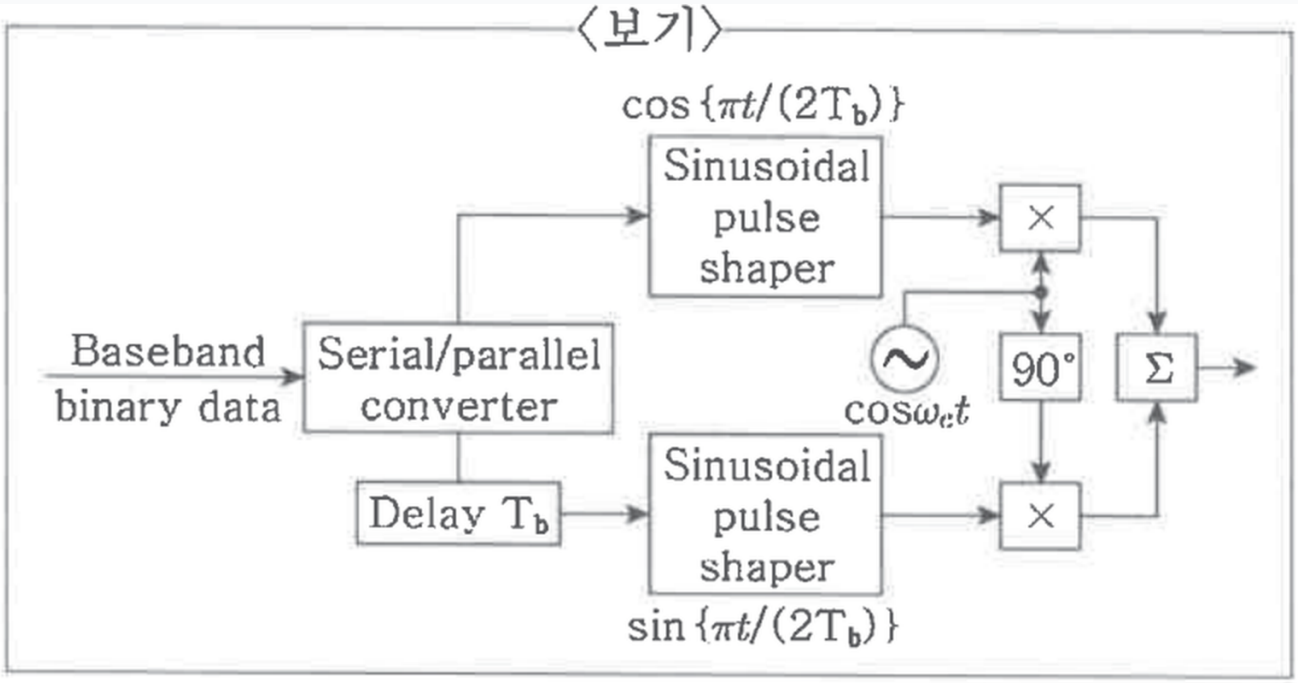
암기 포인트

sinc(f)≤ftrightarrow폭 1 직사각파 (t≤ 0.5)이다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같은 블록 다이어그램을 가지는 변조 시스템으로 가장 옳은 것은?

<보기>



① MSK

② Binary-FSK

③ OQPSK

④ $\pi/4$-DQPSK

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 블록도에서 직렬/병렬 변환, T_b 지연, 직교 반송파, 반사인파 펄스 성형을 보고 MSK 변조기를 식별하는 문제이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 통신이론 · 2022 · 10월

선지별 해설

① O
- MSK의 대표적 구현 블록도와 일치한다. 직렬/병렬 분기 후 한 경로를 T_b만큼 지연시키고, 두 경로에 반사인파 펄스 성형을 적용한 뒤 직교 반송파에 실어 합치는 구조가 그대로 나타난다.

② X
- Binary-FSK는 일반적으로 두 개의 서로 다른 주파수 중 하나를 직접 선택해 송신하는 관점으로 나타내며, 이런 I/Q 직교 결합형 반사인파 펄스 성형 블록도가 표준적인 표시 방식은 아니다.
- 틀린 표현은 "이 블록도가 Binary-FSK 자체이다"라는 점이다. 올바르게는 "MSK는 변조지수 $h = 0.5$인 Binary-CPFSK의 한 형태이지만, 그림의 구현 블록도는 MSK 식별에 해당한다"이다.

③ X
- OQPSK도 직렬/병렬 변환과 반 비트 지연을 사용하지만, 이 그림의 핵심은 $\cos\{\pi t/(2T_b)\}$, $\sin\{\pi t/(2T_b)\}$ 반사인파 펄스 성형기이다. 이는 일반적인 직사각 펄스 기반 OQPSK보다 MSK의 구현 특징을 직접 보여 준다.
- 틀린 표현은 "T_b 지연이 있으므로 OQPSK이다"라는 점이다. 올바르게는 "T_b 지연만으로는 OQPSK일 수 있으나, 반사인파 펄스 성형까지 있으면 MSK 구현으로 본다"이다.

④ X
- π/4-DQPSK는 위상 차를 차분 부호화해 π/4만큼 회전된 성상도를 쓰는 방식이며, 보통 차분 부호기와 위상 매핑 관점의 구조가 중심이다. 그림처럼 half-sinusoid pulse shaper를 둔 MSK 블록도와는 다르다.
- 틀린 표현은 "직교 반송파를 쓰므로 π/4-DQPSK이다"라는 점이다. 올바르게는 "직교 반송파 사용만으로는 π/4-DQPSK를 뜻하지 않으며, 이 그림은 MSK의 펄스 성형 구조를 보여 준다"이다.

오답 포인트

수험생은 "직렬/병렬 변환 + 지연 + I/Q 결합"만 보고 OQPSK로 바로 고르기 쉽다. 그러나 이 문항의 결정 단서는 T_b 지연 자체보다도 두 분기 앞의 반사인파 펄스 성형기이다. OQPSK의 외형과 비슷해 보여도 half-sinusoid pulse shaper가 보이면 MSK 구현을 먼저 떠올리는 것이 맞다.

다시 나오면 이렇게 판단

도식 문제에서는 먼저 직교 분기 여부를 보고, 다음으로 펄스 성형 파형을 확인한다. T_b 지연이 있으면서 I 경로와 Q 경로에 반사인파 펄스 성형이 붙어 있으면 MSK 구현으로 판단할 수 있다.

암기 포인트

MSK는 "OQPSK 외형 + half-sinusoid pulse shaper"로 식별된다.

NoteBase

문 12. 16-QAM 성상점 간 최소 거리가 d일 때, 평균 비트 에너지의 값으로 가장 옳은 것은? (단, 각 심볼은 동일한 확률로 발생한다.)

① $\frac{5}{8}d^2$
② $\frac{5}{4}d^2$
③ $\frac{5}{2}d^2$
④ $5d^2$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 16-QAM의 최소 성상점 거리 d로 평균 심볼에너지 E_s를 구한 뒤, 평균 비트에너지 $E_b = E_s/4$로 바꾸는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 16-QAM, 성상점 간 최소 거리 d
구해야 할 값: 평균 비트에너지 E_b
주의할 조건: 16-QAM은 심볼당 4비트를 실으므로 평균 심볼에너지를 바로 답으로 쓰면 안 된다.

사용할 공식

정사각형 16-QAM에서 최소 거리 d이면 각 축의 레벨은 $\pm d/2,\ \pm 3d/2$이다.
평균 심볼에너지는
$E_s = \frac{(M-1)d^2}{6} = \frac{15d^2}{6} = \frac{5}{2}d^2$
평균 비트에너지는
$E_b = \frac{E_s}{\log_2 16} = \frac{E_s}{4}$
이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 최소 거리 d와 평균 비트에너지의 관계를 묻고 있으므로, 먼저 성상도의 평균 심볼에너지를 구한 뒤 심볼당 비트 수 4로 나누어야 한다.

계산 과정

1. 각 축의 레벨 간격을 a라 두면 인접 성상점 거리가 $2a = d$이므로 $a = d/2$이다.
2. 한 축의 평균 제곱값은 $\frac{a^2 + a^2 + 9a^2 + 9a^2}{4} = 5a^2$이다.
3. 두 축을 합치면 평균 심볼에너지는 $E_s = 2 \cdot 5a^2 = 10a^2 = 10\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}d^2$이다.
4. 16-QAM은 $\log_2 16 = 4$비트/심볼이므로 $E_b = \frac{E_s}{4} = \frac{5}{8}d^2$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 계산 결과 평균 비트에너지는 $E_b = \frac{5}{8}d^2$이므로 옳다.
② X: $\frac{5}{4}d^2$는 평균 심볼에너지 $\frac{5}{2}d^2$를 2로만 나눈 값이라 16-QAM을 2비트/심볼로 착각한 결과이다. 틀린 표현은 평균 비트에너지의 값이다. 올바르게는 평균 비트에너지가 $\frac{5}{8}d^2$이다.
③ X: $\frac{5}{2}d^2$는 평균 비트에너지가 아니라 평균 심볼에너지 E_s이다. 틀린 표현은 심볼에너지와 비트에너지를 같은 값으로 본 점이다. 올바르게는 평균 심볼에너지가 $\frac{5}{2}d^2$이고 평균 비트에너지는 $\frac{5}{8}d^2$이다.
④ X: $5d^2$는 최소 거리 d를 각 축의 기본 레벨 a로 잘못 둔 과대계산이다. 틀린 표현은 $a = d/2$ 관계를 무시한 점이다. 올바르게는 $a = d/2$이므로 평균 비트에너지는 $\frac{5}{8}d^2$이다.

오답 포인트

최소 성상점 거리 d와 좌표 레벨 a를 같은 값으로 두거나, 평균 심볼에너지 E_s를 평균 비트에너지 E_b로 그대로 쓰는 실수가 가장 흔하다. 이 문항은 $d \to a = d/2 \to E_s \to E_b$ 순서를 정확히 밟는지를 묻는다.

다시 나오면 이렇게 판단

정사각형 QAM에서 최소 거리가 주어지면 먼저 각 축 레벨을 복원하고, 그다음 평균 심볼에너지 E_s를 구한 뒤 마지막에 $E_b = E_s/\log_2 M$로 나누는 순서로 판단한다.

암기 포인트

16-QAM은 4비트/심볼이므로 $E_b = E_s/4$이고, 최소 거리 d 기준 평균 심볼에너지는 $E_s = \frac{5}{2}d^2$, 평균 비트에너지는 $E_b = \frac{5}{8}d^2$이다.

NoteBase

문 13. -1과 $+1$의 이진 준위를 각각 $\frac{1}{3}$과 $\frac{2}{3}$의 확률로 갖는 송신 신호에 표준 정규 분포를 갖는 잡음이 더해져 수신될 때, 오류를 최소화하는 신호 문턱 값으로 가장 옳은 것은?

① $-\ln\sqrt{3}$
② $-\ln\sqrt{2}$
③ $\ln\sqrt{2}$
④ $\ln\sqrt{3}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 사전확률이 다른 이진 신호의 MAP 판별에서 오율을 최소화하는 문턱값을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 송신 심볼은 -1, $+1$이다.
- 사전확률은 $P(-1)=\frac{1}{3}$, $P(+1)=\frac{2}{3}$이다.
- 잡음은 평균 0, 분산 1의 표준정규잡음이다.

구해야 할 값:
- 오율을 최소화하는 문턱값 γ이다.

주의할 조건:
- 사전확률이 같지 않으므로 ML 문턱값 0이 아니라 MAP 문턱값을 써야 한다.

사용할 공식

MAP 판별은 P(+1)f(y|+1) _-1^+1 P(-1)f(y|-1)로 둔다.
표준정규잡음이면 조건부밀도는 $f(y|s)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-s)^2}{2}}$이다.
이 공식을 쓰는 이유:
- 잡음이 가우시안이고 두 심볼의 사전확률이 서로 다르므로, 오율 최소 조건은 ML이 아니라 MAP 판별식으로 정해진다.

NoteBase

계산 과정

MAP 판별식을 대입하면
(2)/(3)e^-((y-1)^2)/(2) _-1^+1 (1)/(3)e^-((y+1)^2)/(2)
이다.
양변에 로그를 취하면
$\ln 2 > \frac{(y-1)^2-(y+1)^2}{2} = -2y$
가 된다.
따라서
$y > -\frac{\ln 2}{2} = -\ln\sqrt{2}$
일 때 $+1$로 판정한다.
따라서 오율을 최소화하는 문턱값은 $\gamma = -\ln\sqrt{2}$이다.

선지별 해설

① X
- $-\ln\sqrt{3}$은 사전확률비를 잘못 넣은 값이다. 이 문제의 확률비는 $\frac{2/3}{1/3} = 2$이므로 올바른 문턱값은 $-\ln\sqrt{2}$이다.

② O
- MAP 판별식으로 계산하면 문턱값이 $\gamma = -\frac{1}{2}\ln 2 = -\ln\sqrt{2}$가 된다.

③ X
- $\ln\sqrt{2}$는 부호가 반대이다. $+1$의 사전확률이 더 크므로 문턱값은 0보다 왼쪽으로 이동해야 하며, 올바르게는 $-\ln\sqrt{2}$이다.

④ X
- $\ln\sqrt{3}$는 확률비와 부호를 모두 잘못 반영한 값이다. 올바른 판단은 확률비 2를 사용해 $-\ln\sqrt{2}$를 얻는 것이다.

오답 포인트

③처럼 부호를 반대로 잡는 실수가 가장 흔하다. 사전확률이 더 큰 $+1$을 더 쉽게 선택해야 하므로 문턱값은 0에서 $+1$ 쪽이 아니라 왼쪽으로 이동한다. ①과 ④는 확률비를 2가 아닌 다른 값으로 잘못 넣은 경우의 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

이진 AWGN 문턱값 문제는 먼저 ML인지 MAP인지 구분하고, 사전확률이 다르면 더 자주 나오는 심볼 쪽 판정영역이 넓어지도록 문턱값이 이동한다고 판단한다. 이 문제에서는 $+1$의 확률이 더 크므로 문턱값이 음수로 내려가야 한다.

암기 포인트

사전확률이 큰 심볼은 판정영역이 넓어진다. 따라서 $P(+1) > P(-1)$이면 문턱값은 0보다 작은 쪽으로 이동한다.

NoteBase

문 14. 정상(stationary) 랜덤 프로세스 $X(t)$의 자기상관함수 $R(\tau)$에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은? (단, $X(t)$는 전력신호이다.)

① $R(0) = \mathrm{E}[X(t)^2]$이다.

② $|R(\tau)| \leq R(0)$이다.

③ τ에 대하여 기함수이다.

④ 푸리에 변환하면 $X(t)$의 전력스펙트럼 밀도를 얻을 수 있다.

정답 3번

출제 포인트

정상 랜덤 프로세스의 자기상관함수 기본 성질과 전력스펙트럼밀도와의 관계를 묻는 문제이다.

핵심 개념

자기상관함수는 랜덤 프로세스가 시간차 τ만큼 떨어진 두 시점에서 얼마나 비슷한지를 나타내는 함수이다. 전력신호에서는 $R(0)$가 평균전력이고, $R(\tau)$는 τ에 대한 우함수이며, 푸리에 변환하면 전력스펙트럼밀도와 대응된다.

선지별 해설

① O

- $R(0) = E[X(t)X(t+0)] = E[X^2(t)]$이므로 자기상관함수의 원점값은 평균전력과 같다.

② O

- 자기상관함수는 코시-슈바르츠 부등식에 의해 항상 $|R(\tau)| \leq R(0)$를 만족한다. 원점에서 상관의 크기가 최대이다.

③ X

- 틀린 부분은 "기함수"이다.
- 정상 랜덤 프로세스의 자기상관함수는 $R(\tau) = R(-\tau)$이므로 우함수이다. 올바르게는 "τ에 대하여 우함수이다"가 된다.

④ O

- 전력신호의 자기상관함수 $R(\tau)$를 푸리에 변환하면 전력스펙트럼밀도 $S_X(f)$를 얻을 수 있다. 이는 위너-힌친 정리의 내용이다.

오답 포인트

③의 "기함수"와 "우함수"를 뒤바꾸는 함정이 핵심이다. 자기상관함수는 시간차의 부호를 바꾸어도 값이 같다는 대칭성을 가지므로 기함수라고 보면 바로 틀린다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

자기상관함수 문제가 나오면 먼저 $R(0)$가 평균전력인지, $|R(\tau)| \le R(0)$인지, $R(-\tau) = R(\tau)$인지, 푸리에 변환이 전력스펙트럼밀도와 연결되는지를 순서대로 확인하면 된다.

암기 포인트

자기상관함수는 $R(0)$ = 평균전력, $R(\tau)$는 우함수, 푸리에 변환은 PSD이다.

NoteBase

문 15. 가산 가우시안 잡음 채널을 통해 신호 $S=+1$ 또는 $S=-1$을 각각 α와 $1-\alpha$의 확률로 송신한다. 이때, 수신 신호는 $Y=S+W$가 되고, 여기서 W는 평균 μ, 분산 σ^2인 정규확률변수이다. 수신단에서 송신 신호를 S=cases+1, & if Y ≥ 2 \ -1, & if Y < 2cases와 같이 복원한다면, 오류율(즉, $\hat{S} \neq S$일 확률)이 0과 1 사이의 모든 α값에 대해 <보기>와 같이 주어진다고 했을 때, (μ, σ) 쌍으로 가장 옳은 것은?
(단, σ는 0보다 큰 상수이며, $Q(x)=\int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$이다.)

<보기>
$\alpha Q(0)+(1-\alpha)Q(1)$

① (-1, 1)
② (-1, 2)
③ (1, 1)
④ (1, 2)

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 가우시안 잡음 채널의 조건부 오류확률을 Q함수 형태로 정리한 뒤, 그 식의 인수를 비교하여 μ와 σ를 역으로 찾는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 송신 신호는 $S=+1$ 또는 $S=-1$이다.
- 수신 신호는 $Y=S+W$이다.
- $W \sim N(\mu, \sigma^2)$이다.
- 판정 규칙은 $Y \geq 2$이면 $+1$, $Y<2$이면 -1이다.

구해야 할 값:
- 오류율이 $\alpha Q(0)+(1-\alpha)Q(1)$가 되게 하는 (μ, σ)이다.

주의할 조건:
- 전체 오류율은 $S=+1$일 때와 $S=-1$일 때의 조건부 오류확률을 분리해서 구해야 한다.

사용할 공식

$P_e=\alpha P(\hat{S}=-1 \mid S=+1)+(1-\alpha)P(\hat{S}=+1 \mid S=-1)$이다.
또한 $W \sim N(\mu, \sigma^2)$이면 $P(W<a)=\Phi((a-\mu)/\sigma)=Q((\mu-a)/\sigma)$, $P(W \geq a)=Q((a-\mu)/\sigma)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 판정 경계 $Y=2$를 W의 임계값으로 바꾸면 각 송신 심볼의 오류확률을 바로 Q함수로 표현할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $S=+1$을 보냈을 때 오류는 $Y<2$일 때이므로 $1+W<2$, 즉 $W<1$이다. 따라서 $P(\hat{S}=-1 \mid S=+1)=P(W<1)=Q((\mu-1)/\sigma)$이다.
2. $S=-1$을 보냈을 때 오류는 $Y\geq 2$일 때이므로 $-1+W\geq 2$, 즉 $W\geq 3$이다. 따라서 $P(\hat{S}=+1 \mid S=-1)=Q((3-\mu)/\sigma)$이다.
3. 전체 오류율은 $P_e=\alpha Q((\mu-1)/\sigma)+(1-\alpha)Q((3-\mu)/\sigma)$이다.
4. 이것이 모든 α에 대해 $\alpha Q(0)+(1-\alpha)Q(1)$와 같으려면 $(\mu-1)/\sigma=0$, $(3-\mu)/\sigma=1$이어야 한다.
5. 첫 식에서 $\mu=1$이고, 이를 둘째 식에 대입하면 $(3-1)/\sigma=1$이므로 $\sigma=2$이다.

선지별 해설

① X: $(\mu,\sigma)=(-1,1)$이면 오류율은 $\alpha Q(-2)+(1-\alpha)Q(4)$가 된다. 제시식의 $Q(0)$, $Q(1)$와 모두 맞지 않으므로 틀리다. 올바르게는 $(\mu,\sigma)=(1,2)$이어야 한다.

② X: $(\mu,\sigma)=(-1,2)$이면 오류율은 $\alpha Q(-1)+(1-\alpha)Q(2)$가 된다. 두 인수가 각각 0과 1이 되지 않으므로 틀리다. 올바르게는 $(\mu,\sigma)=(1,2)$이어야 한다.

③ X: $(\mu,\sigma)=(1,1)$이면 첫째 항은 $Q(0)$로 맞지만 둘째 항이 $Q(2)$가 된다. 즉 평균은 맞아도 표준편차가 작아서 제시식과 일치하지 않는다. 올바르게는 $\sigma=2$이어야 한다.

④ O: $(\mu,\sigma)=(1,2)$이면 $(\mu-1)/\sigma=0$, $(3-\mu)/\sigma=1$이 되어 오류율이 정확히 $\alpha Q(0)+(1-\alpha)Q(1)$가 된다.

오답 포인트

이 문제의 핵심 함정은 오류사건을 Y에서 바로 보지 않고 W의 범위로 바꾸는 과정에서 부호를 틀리는 데 있다. 특히 $S=+1$일 때는 $W<1$, $S=-1$일 때는 $W\geq 3$이라는 문턱값이 서로 다르므로, 둘을 같은 형태로 처리하면 ③처럼 μ만 맞고 σ를 놓치는 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

검출 임계값이 주어지면 먼저 각 송신 심볼에서 오류가 되는 W의 범위를 구한다. 그다음 전체 오류율을 조건부 오류확률의 가중합으로 쓰고, Q함수 안의 인수를 제시식과 항별로 비교하면 μ와 σ를 바로 연립해서 찾을 수 있다.

암기 포인트

가우시안 검출 문제는 전체 오류율을 먼저 쓰지 않고, 각 심볼의 오류사건을 W의 임계값으로 바꾼 뒤 Q함수 인수를 맞춰 보는 방식으로 정리하면 빠르게 풀린다.

NoteBase

문 16. 어느 도시 인구의 1%가 특정 바이러스에 감염되었다. 시에서는 시민들의 바이러스 감염 여부를 판단하기 위하여 혈액검사를 실시하였다. 하지만 혈액검사는 완벽하지 않아서 감염이 되지 않았는데 감염되었다고 잘못 판단할 확률이 5%이며, 반대로 감염이 되었는데도 감염되지 않았다고 잘못 판단할 확률이 2%이다. 그렇다면 혈액검사를 통해 감염되지 않았다고 하였는데 실제 감염되었을 확률과 가장 가까운 값[%]은?

① 0.01

② 0.02

③ 0.1

④ 0.2

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 베이즈 정리를 이용해 음성 판정 후 실제 감염 확률 P(감염|음성)을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 유병률은 1%이므로 P(감염)=0.01, P(비감염)=0.99이다.
- 감염되지 않았는데 감염되었다고 잘못 판단할 확률이 5%이므로 P(양성|비감염)=0.05, 따라서 P(음성|비감염)=0.95이다.
- 감염되었는데 감염되지 않았다고 잘못 판단할 확률이 2%이므로 P(음성|감염)=0.02이다.
- 구해야 할 값은 P(감염|음성)이다.

사용할 공식

P(감염|음성)=(P(음성|감염)P(감염))/(P(음성|감염)P(감염)+P(음성|비감염)P(비감염))
이 공식을 쓰는 이유는 검사 결과가 음성으로 나온 사람들만 따로 모았을 때 그 안에서 실제 감염자가 차지하는 비율을 다시 계산해야 하기 때문이다.

계산 과정

1. 실제 감염자이면서 검사에서는 음성으로 나올 확률은 $0.01 \times 0.02 = 0.0002$이다.
2. 실제 비감염자이면서 검사에서도 음성으로 나올 확률은 $0.99 \times 0.95 = 0.9405$이다.
3. 전체 음성 판정 확률은 $0.0002 + 0.9405 = 0.9407$이다.
4. 따라서 $P(감염|음성)=(0.0002)/(0.9407) \approx 0.0002126$이다.
5. 이를 퍼센트로 바꾸면 0.02126%이므로 가장 가까운 값은 0.02이다.

NoteBase

선지 판단

① X
- 0.01%는 계산값 0.02126%보다 작다. 값 자체가 틀렸고, 올바르게는 약 0.02%이다.

② O
- 계산 결과가 0.02126%이므로 보기 ②의 0.02%가 가장 가깝다.

③ X
- 0.1%는 계산값의 약 5배로 지나치게 크다. 음성 판정 집단의 대부분이 실제 비감염자라는 점을 반영하지 않으면 이런 과대평가가 나온다. 값 자체가 틀렸고, 올바르게는 약 0.02%이다.

④ X
- 0.2%는 계산값의 약 10배로 더 크게 벗어난다. 확률 0.0002126을 퍼센트로 바꿀 때 소수점을 잘못 옮기면 이런 값이 나온다. 값 자체가 틀렸고, 올바르게는 약 0.02%이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 위음성률 P(음성|감염)=2\%와 구하려는 사후확률 P(감염|음성)을 같은 것으로 착각하는 데 있다. 또 확률값 0.0002126과 퍼센트값 0.02126%를 서로 혼동하면 0.2 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

조건부확률 문제는 먼저 유병률을 적고, 그다음 검사 정확도를 여사건까지 포함해 정리한 뒤, 마지막에 사후확률=(해당 경우의 수)/(전체 해당 결과의 수) 형태로 베이즈 정리를 적용하면 된다. 계산이 끝나면 확률인지 퍼센트인지 단위를 한 번 더 확인하면 된다.

암기 포인트

검사 문제는 민감도·특이도만 보지 않고 반드시 유병률까지 넣어 베이즈 정리로 사후확률을 구한다.

NoteBase

문 17. <보기>의 이진 기저대역 신호를 갖는 OOK(On-Off Keying)의 비트 오율 값으로 가장 옳은 것은? (단, $Q(x)=\int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$이며, E_b는 비트의 평균에너지이고, 잡음의 양측 전력스펙트럼 밀도 $S_n(f)=\frac{N_0}{2}[W/Hz]$라 가정한다.)

<보기>

cases s_0(t)=0 \ s_1(t)=A cases 0 ≤ t ≤ T

① $Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$
② $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$
③ $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$
④ $\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right)$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 OOK의 두 신호 간 거리와 평균 비트에너지 E_b의 관계를 이용해 비트 오류확률을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 신호는 $s_0(t)=0, s_1(t)=A\ (0\le t\le T)$이다.
1이 전송될 때의 신호에너지는 $E_1=\int_0^T A^2dt=A^2T$이다.
0이 전송될 때의 에너지는 $E_0=0$이다.
비트의 평균에너지는 $E_b=\frac{E_0+E_1}{2}=\frac{A^2T}{2}$이다.
따라서 $A^2T=2E_b$가 된다.

사용할 공식

등확률 이진 신호의 최적 검파 비트 오류확률은 두 신호 간 유클리드 거리 $d^2=\int_0^T[s_1(t)-s_0(t)]^2dt$를 쓰면
$P_b=Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{2N_0}}\right)$
이다.
이 문제에서는 $s_1(t)-s_0(t)=A$이므로 $d^2=A^2T=2E_b$가 되어 이 공식을 그대로 적용할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 두 신호 간 거리를 구하면
$d^2 = \int_0^T [A - 0]^2 dt = A^2 T$
이다.
2. 평균 비트에너지와의 관계 $A^2 T = 2E_b$를 대입하면
$d^2 = 2E_b$
이다.
3. 따라서 비트 오류확률은
$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$
이다.

선지 판단

① X: $Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$는 반대극성 신호처럼 거리제곱이 $4E_b$인 경우의 형태이다. 이 문제의 OOK는 한쪽 신호가 0이므로 $d^2 = 2E_b$이다. 틀린 표현은 루트 안의 $2E_b/N_0$이며, 올바르게는 E_b/N_0이다.
② O: $P_b = Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{2N_0}}\right)$, $d^2 = 2E_b$를 대입하면 $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$가 된다.
③ X: $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$는 거리제곱을 E_b로 잘못 놓은 값이다. 평균에너지 E_b와 실제 신호 에너지 $E_1 = A^2 T = 2E_b$를 혼동한 오답이다. 올바르게는 $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$이다.
④ X: $\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right)$는 이 문항의 일관 검출 OOK 결과가 아니다. Q함수 형태 대신 지수형 비일관 검출식을 가져온 오답이다. 올바르게는 $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 E_b가 평균 비트에너지라는 점이다. OOK에서는 1일 때만 에너지가 있으므로 $E_1 = A^2 T$와 E_b가 같지 않고 $E_1 = 2E_b$가 된다. 이 관계를 놓치면 ①처럼 BPSK식으로 가거나 ③처럼 평균에너지와 실제 신호에너지를 반으로 한 번 더 나누게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

OOK나 직교형 이진 신호가 나오면 먼저 각 심볼 에너지 E_0, E_1를 구한 뒤 평균 비트에너지 E_b와의 관계를 정리한다. 그다음 두 신호 거리 $d^2 = \int (s_1 - s_0)^2 dt$를 구해 $P_b = Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{2N_0}}\right)$에 대입하면 된다.

암기 포인트

OOK는 0과 A의 거리제곱이 $A^2 T$이고, 평균 비트에너지를 쓰면 $A^2 T = 2E_b$이므로 $P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$가 된다.

NoteBase

문 18. <보기>의 이산 무기억 소스(DMS, Discrete Memoryless Source) 부호에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

〈보기〉

문자	확률	부호어
a	$\frac{1}{2}$	1
b	$\frac{1}{3}$	00
c	$\frac{1}{12}$	01
d	$\frac{1}{12}$	10

① 부호어 길이는 가변이다.

② 부호어의 평균 길이는 $\frac{3}{2}$이다.

③ 임의의 부호어열이 주어지면 유일한 문자열로 복호화가 가능하다.

④ 허프만 코드에 비해 짧은 평균 부호어 길이를 갖는다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 평균 부호어 길이 계산, 가변길이 여부, 유일복호 가능성, 허프만 코드와의 평균 길이 비교를 함께 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: a의 확률은 1/2이고 부호어는 1, b의 확률은 1/3이고 부호어는 00, c의 확률은 1/12이고 부호어는 01, d의 확률은 1/12이고 부호어는 10이다.
구해야 할 값: 각 선지의 진위를 판단해야 한다.
주의할 조건: 평균 길이는 확률가중합으로 계산하고, 유일복호 가능성은 서로 다른 문자열이 같은 비트열로 표현되는지로 판단한다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 통신이론 · 2022 · 10월

사용할 공식

평균 부호어 길이는 $\bar{L} = \sum_i p_i l_i$이다.
허프만 코드는 주어진 확률분포에서 유일복호 가능한 부호들 중 평균 부호어 길이를 최소로 한다. 따라서 어떤 부호가 허프만보다 더 짧아 보이면 먼저 유일복호 가능성부터 점검해야 한다.

계산 과정

1. 각 부호어 길이는 a: 1, b: 2, c: 2, d: 2이다.
2. 평균 부호어 길이는 $\bar{L} = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{12} \cdot 2 + \frac{1}{12} \cdot 2 = \frac{3}{2}$이다.
3. 비트열 101은 1|01로 끊으면 ac이고 10|1로 끊으면 da이므로 유일복호가 되지 않는다.
4. 허프만 코드를 만들면 길이 분포를 1, 2, 3, 3으로 둘 수 있어 평균 부호어 길이는 $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{12} \cdot 3 + \frac{1}{12} \cdot 3 = \frac{5}{3}$이다.

선지별 해설

① O: 부호어 길이가 1비트와 2비트로 섞여 있으므로 가변길이 부호가 맞다.
② O: 평균 부호어 길이는 확률가중합으로 계산하며 결과가 $\frac{3}{2}$이므로 옳다.
③ X: '임의의 부호어열이 주어지면 유일한 문자열로 복호화가 가능하다'는 표현이 틀렸다. 비트열 101은 ac와 da로 모두 해석되므로 유일복호가 불가능하다. 올바르게는 '일부 부호어열은 둘 이상의 문자열로 복호화될 수 있다'이다.
④ O: 허프만 코드는 유일복호 가능성을 만족하는 최소 평균 길이 부호이다. 이 분포의 허프만 평균 길이는 $\frac{5}{3}$이고 주어진 부호의 평균 길이는 $\frac{3}{2}$이므로, 평균 길이만 비교하면 주어진 부호가 더 짧다.

오답 포인트

③과 ④를 함께 볼 때 함정이 생긴다. '허프만보다 짧을 수 없다'고 기계적으로 외우면 ④를 틀리게 판단하기 쉽다. 허프만 최소성은 유일복호 가능한 부호 안에서만 성립하므로, 먼저 ③처럼 실제로 같은 비트열이 두 문자열로 나뉘는지 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

부호 문제는 먼저 길이 분포로 가변길이 여부를 본다. 다음에 $\sum p_i l_i$로 평균 길이를 계산한다. 그 뒤 접두어 겹침이나 같은 비트열의 이중 분해가 있으면 유일복호가 깨진다고 판단한다. 허프만 비교는 마지막에 유일복호 가능 여부를 확인한 뒤 적용한다.

암기 포인트

허프만 최소성은 유일복호 가능한 부호에서만 성립하며, 101처럼 두 가지로 끊기면 그 부호는 유일복호 부호가 아니다.

NoteBase

문 19. 임펄스(Dirac 델타) 함수 $\delta(t)$에 대해 상수 α가 <보기>와 같은 관계를 만족할 때, $\sin(t+\alpha)\delta(t)$의 계산으로 가장 옳은 것은? (단, α는 π보다 작은 양수이다.)

<보기>

$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\tau)\delta(t+\alpha-\tau)d\tau = \cos(t)$

① $-\delta(t)$

② $-\frac{1}{2}\delta(t)$

③ $\frac{1}{2}\delta(t)$

④ $\delta(t)$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 델타 함수의 체질 성질과 $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$를 이용해 $\sin(t+\alpha)\delta(t)$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 관계는

$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\tau)\delta(t+\alpha-\tau)d\tau = \cos t$

이다.

델타 함수의 체질 성질로 좌변은 $\sin(t+\alpha)$가 된다.

또 α는 $0 < \alpha < \pi$인 양수이다.

사용할 공식

$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(\tau-a)d\tau = f(a), \qquad f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$

를 사용한다.

$\delta(t+\alpha-\tau) = \delta(\tau-(t+\alpha))$이므로 적분은 $\tau = t+\alpha$에서의 함수값을 뽑아낸다.

그다음 $\delta(t)$가 붙으면 앞의 함수는 $t=0$에서 평가된다.

NoteBase

계산 과정

1. 체질 성질로
$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\tau)\delta(t+\alpha-\tau)d\tau = \sin(t+\alpha)$
이다.
2. 따라서 $\sin(t+\alpha) = \cos t$가 모든 t에 대해 성립한다.
3. $\cos t = \sin\left(t+\frac{\pi}{2}\right)$이고 $0 < \alpha < \pi$이므로 $\alpha = \frac{\pi}{2}$이다.
4. 그러면
$\sin(t+\alpha)\delta(t) = \sin\left(t+\frac{\pi}{2}\right)\delta(t) = \cos t\delta(t) = \cos 0\delta(t) = \delta(t)$
이다.

선지 판단

① X: 결과는 $-\delta(t)$가 아니다. 부호가 잘못되었다. 틀린 표현은 $-\delta(t)$이고, 올바르게는 $\delta(t)$이다.
② X: 결과는 $-\frac{1}{2}\delta(t)$가 아니다. 부호와 계수가 모두 잘못되었다. 틀린 표현은 $-\frac{1}{2}\delta(t)$이고, 올바르게는 $\delta(t)$이다.
③ X: 결과는 $\frac{1}{2}\delta(t)$가 아니다. $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$에서 $f(0) = \cos 0 = 1$이므로 계수는 $\frac{1}{2}$가 아니라 1이다. 틀린 표현은 $\frac{1}{2}\delta(t)$이고, 올바르게는 $\delta(t)$이다.
④ O: $\alpha = \frac{\pi}{2}$를 대입하면 $\sin(t+\alpha)\delta(t) = \cos t\delta(t) = \delta(t)$가 된다.

오답 포인트

델타 적분을 먼저 계산하지 않고 바로 $t = 0$만 대입하면 α를 놓치기 쉽다.
또 $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$에서 $f(0) = 1$을 빼먹으면 ③처럼 계수를 잘못 잡기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

델타 함수 문제는 먼저 적분 안의 델타가 어느 점의 값을 뽑는지 확인하고, 그다음 삼각함수 항등식으로 매개변수를 정한 뒤, 마지막에 $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$를 적용하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

핵심 암기는 $\int f(\tau)\delta(\tau-a)d\tau = f(a)$, $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$, $\cos t = \sin\left(t+\frac{\pi}{2}\right)$의 연결이다.

NoteBase

문 20. $a(n) = b_n + b_{n-1},\ n = 1, 2, \cdots$**로 주어지는 신호** $a(n)$**의 자기상관함수** $R(n, m) = E[a(n)a(n+m)]$**의 성질로 가장 옳은 것은? (단, 각각의** b_n**은 평균 0, 분산 1인 확률변수이며, 서로 다른** n**에 대해서 독립이라고 가정한다. 또한,** $n \geq 1$**을 가정하며** $a(n)$**과** b_n**은 모든** n**에 대하여 실수이다.)**

① R(n,m)=cases0, & m=0 \ 1, & m=1 \ 2, & m ≥ 2cases

② R(n,m)=cases1, & m=0 \ 0, & m=1 \ 2, & m ≥ 2cases

③ R(n,m)=cases1, & m=0 \ 2, & m=1 \ 0, & m ≥ 2cases

④ R(n,m)=cases2, & m=0 \ 1, & m=1 \ 0, & m ≥ 2cases

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 독립 확률변수의 합으로 만든 신호의 자기상관함수 $R(n, m)$를 전개하여 m에 따른 값을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $a(n) = b_n + b_{n-1}, E[b_n] = 0, Var(b_n) = 1$이다.
구해야 할 값은 $R(n, m) = E[a(n)a(n+m)]$이다.
주의할 조건은 서로 다른 첨자의 b들은 독립이므로 곱의 기댓값이 0이고, 같은 첨자끼리 만날 때만 $E[b_n^2] = 1$이 남는다는 점이다.

사용할 공식

$R(n, m) = E[(b_n + b_{n-1})(b_{n+m} + b_{n+m-1})]$
이 공식을 쓰는 이유는 자기상관함수 정의에 $a(n) = b_n + b_{n-1}$를 그대로 대입하면 같은 첨자가 겹치는 항만 남고 나머지 항은 모두 0으로 정리되기 때문이다.

계산 과정

1. 식을 전개하면 $R(n, m) = E[b_n b_{n+m}] + E[b_n b_{n+m-1}] + E[b_{n-1} b_{n+m}] + E[b_{n-1} b_{n+m-1}]$이 된다.
2. $m = 0$이면 $R(n, 0) = E[(b_n + b_{n-1})^2] = E[b_n^2] + 2E[b_n b_{n-1}] + E[b_{n-1}^2] = 1 + 0 + 1 = 2$가 된다.
3. $m = 1$이면 $R(n, 1) = E[(b_n + b_{n-1})(b_{n+1} + b_n)] = 0 + 1 + 0 + 0 = 1$이 된다.
4. $m \geq 2$이면 네 항의 첨자가 모두 달라져서 각 항의 기댓값이 0이므로 $R(n, m) = 0$이 된다.
5. 따라서 $R(n, m)$는 $m = 0$에서 2, $m = 1$에서 1, $m \geq 2$에서 0이다.

NoteBase

선지별 해설

① X. 이 선지는 $m = 0$에서 0, $m \geq 2$에서 2라고 했는데 실제로는 반대이다. $m = 0$에서는 같은 시점의 제곱합이므로 2가 나오고, $m \geq 2$에서는 겹치는 첨자가 없어 0이 된다. 틀린 표현은 "$m = 0$에서 0, $m \geq 2$에서 2"이고, 올바르게는 "$m = 0$에서 2, $m \geq 2$에서 0"이다.
② X. 이 선지는 $m = 0$에서 1이라고 했는데, $a(n) = b_n + b_{n-1}$의 분산은 두 항의 분산이 더해져 2가 된다. 틀린 표현은 "$m = 0$에서 1"이고, 올바르게는 "$m = 0$에서 2"이다. 또한 $m \geq 2$도 2가 아니라 0이어야 한다.
③ X. 이 선지는 $m = 1$에서 2라고 했는데, 실제로 겹치는 항은 b_n 하나뿐이어서 1만 남는다. 틀린 표현은 "$m = 1$에서 2"이고, 올바르게는 "$m = 1$에서 1"이다.
④ O. $m = 0$이면 2, $m = 1$이면 1, $m \geq 2$이면 0이 되어 계산 결과와 정확히 일치한다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 자기상관을 단순히 항 개수로 세거나, $m = 1$에서 두 항이 모두 겹친다고 착각하는 데 있다. 실제로는 같은 첨자가 만나는 항만 남기므로 $m = 0$에서는 두 개가 남고 $m = 1$에서는 하나만 남으며 $m \geq 2$에서는 하나도 남지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

이런 문제는 먼저 $a(n)a(n+m)$를 전개한 뒤, 각 항에서 첨자가 같은지 다른지만 본다. 같은 첨자이면 분산 1이 남고, 다른 첨자이면 독립성과 평균 0 때문에 0이 된다고 판단하면 된다.

암기 포인트

독립 백색잡음의 합으로 만든 자기상관은 겹치는 첨자의 개수만큼만 남는다.

NoteBase