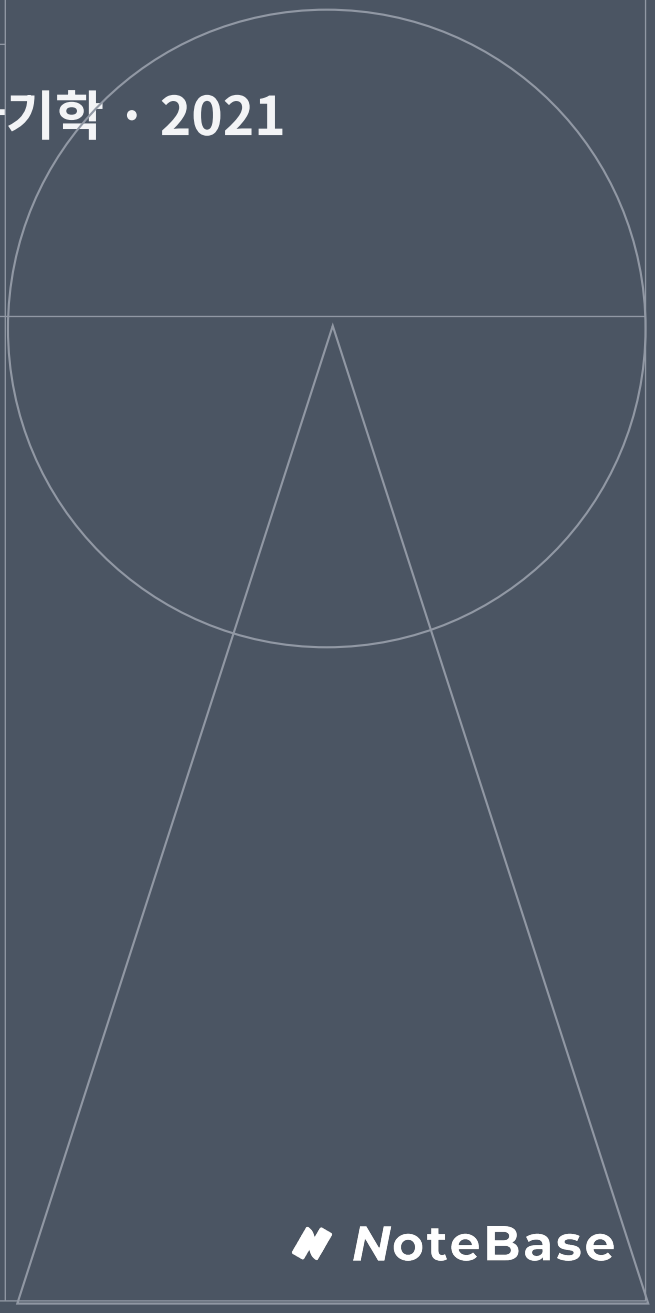
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2021



NoteBase

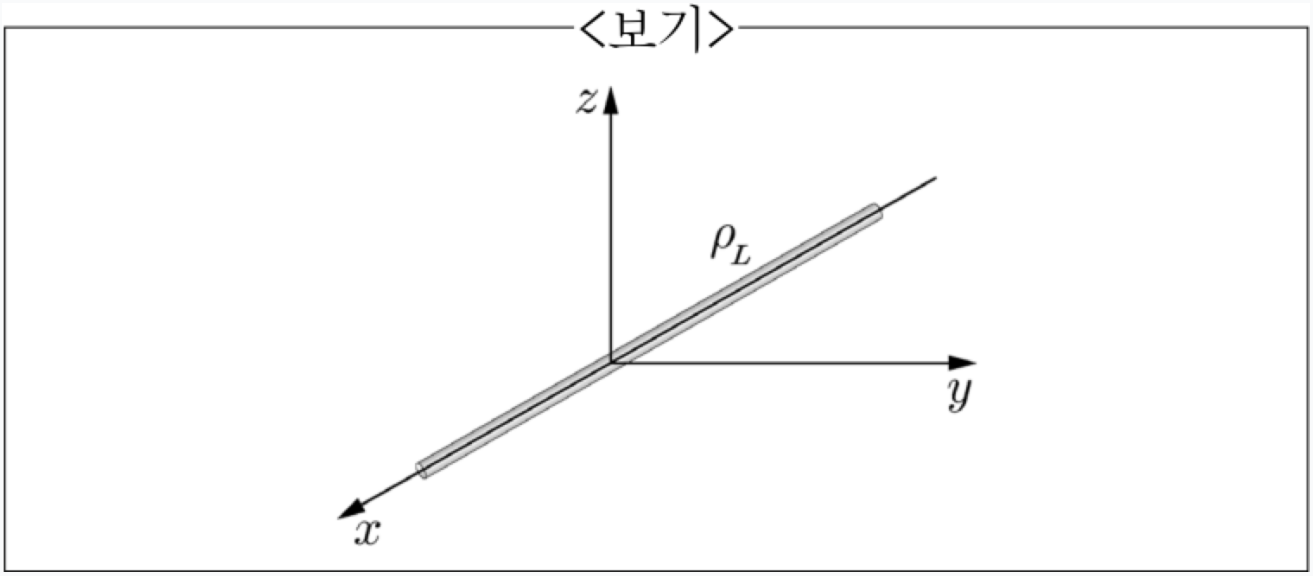
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2021

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2021

문 1. <보기>와 같이 x축상에 선전하밀도가 ρ_L인 무한히 긴 선전하가 있다. 점 $P(3, 1, 2)$를 지나는 전기력선의 방정식은?

<보기>



① $y = 2z$

② $z^2 - y^2 = 3$

③ $y = \frac{1}{2}z$

④ $y = \frac{1}{4}z^2$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 x축 위 무한 직선전하의 전기력선이 x축에 수직인 yz평면에서 방사형 직선이 된다는 점을 이용해, 점 P를 지나는 전기력선의 식을 고를 수 있는지를 묻는다.

NoteBase

핵심 관계

무한 직선전하가 x축 위에 있으면 전기장은 x방향 성분이 없고, 점 (x, y, z)에서의 방향은 yz평면 안에서 (y, z)와 같은 방향이다. 따라서 전기력선은 $x = 3$인 평면 위에서
$\frac{dy}{dz} = \frac{E_y}{E_z} = \frac{y}{z}$
를 만족하므로 $y = Cz$ 꼴이다. 점 $P(3, 1, 2)$를 대입하면 $1 = 2C$이어서 $C = \frac{1}{2}$이다.

선지별 해설

① X: $y = 2z$이면 점 $P(3, 1, 2)$를 대입할 때 $1 = 4$가 되어 지나지 못한다. 틀린 표현은 기울기 2라는 점이며, 올바르게는 $y = \frac{1}{2}z$이다.
② X: $z^2 - y^2 = 3$은 점 P는 지나지만 전기력선의 방향식이 아니다. 이 식을 미분하면 $\frac{dy}{dz} = \frac{z}{y}$이므로 점 P에서 기울기가 2가 되지만, 전기력선은 $\frac{dy}{dz} = \frac{y}{z} = \frac{1}{2}$를 만족해야 한다. 틀린 표현은 쌍곡선 형태라는 점이며, 올바르게는 $x = 3$ 평면에서의 직선 $y = \frac{1}{2}z$이다.
③ O: $y = \frac{1}{2}z$는 점 $P(3, 1, 2)$를 지나고, 전기력선 조건 $\frac{dy}{dz} = \frac{y}{z}$도 만족한다. 선택지 중 점 P를 지나는 전기력선의 yz평면 식과 일치한다.
④ X: $y = \frac{1}{4}z^2$도 점 P는 지나지만 미분하면 $\frac{dy}{dz} = \frac{z}{2}$이므로 점 P에서 기울기 1이 된다. 전기력선이 요구하는 기울기 $\frac{1}{2}$와 다르다. 틀린 표현은 포물선 형태라는 점이며, 올바르게는 $y = \frac{1}{2}z$인 직선이다.

오답 포인트

점 P를 대입해 식을 지난다는 사실만 확인하면 ②와 ④도 맞아 보이는 함정에 걸린다. 전기력선은 단순히 점을 지나는 곡선이 아니라 그 점에서의 접선 방향이 전기장 방향과 같아야 하므로, 반드시 $\frac{dy}{dz} = \frac{E_y}{E_z} = \frac{y}{z}$ 조건까지 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

직선전하가 어느 축 위에 놓였는지 먼저 보고, 전기장이 그 축에 수직한 평면에서 방사형이라는 점을 잡는다. 그다음 해당 평면에서 전기장 성분비와 미분방정식 $\frac{dy}{dz} = \frac{E_y}{E_z}$를 세워 직선인지 곡선인지 판단하면 된다.

암기 포인트

축 위 무한 선전하의 전기력선은 그 축에 수직한 평면에서 원점에서 퍼져 나가는 직선이다.

NoteBase

문 2. 전송선로에서 얻어진 전압 반사계수 Γ값이 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$일 때 전압 정재파 비는?

① $\sqrt{3}-1$
② $\sqrt{3}+1$
③ $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$
④ $\sqrt{3}+2$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전압 반사계수의 크기 |Γ|로부터 전압 정재파비 ρ를 구하는 공식 $\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$를 적용하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전압 반사계수 $\Gamma=-\frac{1}{\sqrt{3}}$이다.
구해야 할 값: 전압 정재파비이다.
주의할 조건: 정재파비는 반사계수의 부호가 아니라 크기 |Γ|를 사용한다.

사용할 공식

전압 정재파비는 $\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 전송선로의 정재파비가 반사계수의 크기로 직접 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. 반사계수의 크기를 취하면 $|\Gamma|=\frac{1}{\sqrt{3}}$이다.
2. 공식에 대입하면
$\rho=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$
3. 분모를 유리화하면
$\rho=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{3-1}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$
따라서 전압 정재파비는 $2+\sqrt{3}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $\sqrt{3}-1$은 정재파비 공식의 분모 쪽 형태만 남긴 값에 가깝고, 실제 계산값 $2+\sqrt{3}$와 다르다. 틀린 표현은 "$\sqrt{3}-1$"이고, 올바르게는 "전압 정재파비는 $2+\sqrt{3}$이다."이다.

② X: $\sqrt{3}+1$은 $\frac{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}$에서 분자만 보고 분모 보정을 하지 않은 값에 해당한다. 틀린 표현은 "$\sqrt{3}+1$"이고, 올바르게는 "전압 정재파비는 $2+\sqrt{3}$이다."이다.

③ X: $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$는 유리화 과정에서 $(\sqrt{3}+1)^2=4+2\sqrt{3}$를 정확히 정리하지 못했을 때 나오는 오답이다. 틀린 표현은 "$\frac{\sqrt{3}+2}{2}$"이고, 올바르게는 "전압 정재파비는 $2+\sqrt{3}$이다."이다.

④ O: $|\Gamma|=\frac{1}{\sqrt{3}}$를 정재파비 공식에 대입하면 결과가 $2+\sqrt{3}$가 되므로 옳다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 첫째, Γ의 음수 부호를 그대로 끌고 가는 실수이고, 둘째, 분수식 대입 뒤 분모 유리화를 끝까지 하지 않는 실수이다. 정재파비는 항상 반사계수의 크기 |Γ|를 사용하므로 부호에 흔들리면 안 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

전송선로 계산형에서 반사계수가 나오면 먼저 크기인지 부호까지 쓰는 값인지 구분한 뒤, 정재파비 공식 $\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$에 대입하고 마지막에 유리화까지 마무리하면 된다.

암기 포인트

정재파비는 $\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$이고, 반사계수는 부호가 아니라 크기를 넣는다.

NoteBase

문 3. 전류밀도가
$J=-10\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\exp(-y)\hat{i}+\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)\exp(-3y)\hat{j}\right][A/m^2]$
일 때 $0<x<1, 0<z<2$의 영역에서 $y=0$의 면을 y축 방향으로 통과하는 총 전류값[A]은? (단, $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$는 각각 직각 좌표계에서 x, y, z축의 단위 방향 벡터이다.)

① $-\frac{40}{\pi}$
② $-\frac{40}{\pi\sqrt{3}}$
③ $-\frac{40}{\pi\sqrt{2}}$
④ $-\frac{40\sqrt{2}}{\pi}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 면 $y=0$을 지나는 총 전류를 구하기 위해 전류밀도의 y성분만 골라 면적분하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전류밀도는 $\mathbf{J}=-10\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)e^{-y}\hat{i}+\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)e^{-3y}\hat{j}\right][A/m^2]$이다.
구해야 할 값은 $0<x<1, 0<z<2$ 영역에서 면 $y=0$을 $+y$축 방향으로 통과하는 총 전류이다.
면의 법선이 $+\hat{j}$이므로 $\hat{j}$성분만 적분하면 된다.

사용할 공식

총 전류는 $I=\iint_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S}$이다.
여기서 $y=0$면의 면적벡터는 $d\mathbf{S}=\hat{j}dxdz$이므로 $I=\iint_S J_y dxdz$가 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 특정 면을 통과하는 전류를 묻고 있으므로 전류밀도의 법선 성분을 면적분해야 하기 때문이다.

계산 과정

1. $y=0$에서 전류밀도의 y성분은 $J_y=-10\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)e^{-3\cdot 0}=-10\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$이다.
2. 따라서 총 전류는 $I=\int_0^2\int_0^1 -10\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)dxdz$ 이다.
3. 먼저 x에 대해 적분하면 ∫_0^1 -10≤ft((π)/(4)x)dx=-10· (4)/(π)≤ft((π)/(4))=-(40)/(π)· (2)/(2)=-(202)/(π) 이다.
4. z구간 길이 2를 곱하면 I=2×≤ft(-(202)/(π))=-(402)/(π) 이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
값이 $-40/\pi$로 되어 있어 적분 과정의 (π/4)=2/2 처리가 반영되지 않은 오답이다. 올바르게는 총 전류가 -402/π가 된다.

② X
계산된 총 전류 -402/π와 일치하지 않는다. 올바르게는 $y=0$ 대입 후 $\hat{j}$성분을 적분하여 -402/π가 되어야 한다.

③ X
값이 정답의 절반이므로 $0<z<2$ 구간 길이 2를 곱하지 않은 오답이다. 올바르게는 z방향 적분까지 포함하여 -402/π가 된다.

④ O
면의 법선 방향이 $+\hat{j}$이므로 $J_y=-10\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$만 적분한다. $y=0$에서 지수항은 1이 되고, x적분 결과에 z 길이 2를 곱하면 -402/π가 되어 옳다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 세 가지이다. 첫째, 면 $y=0$을 지난다고 해서 $\hat{j}$성분까지 함께 적분하는 실수가 나온다. 둘째, $y=0$이므로 $e^{-3y}=1$이 된다는 점을 놓치기 쉽다. 셋째, x적분만 하고 끝내서 z구간 길이 2를 빠뜨리면 ③처럼 절반 값이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

면을 통과하는 전류 문제는 먼저 면의 법선 방향을 확인하고, 그 방향 성분의 전류밀도만 고른다. 그다음 면의 방정식을 대입해 변수를 고정한 뒤, 남은 두 좌표 범위에 대해 면적분하면 된다.

암기 포인트

면전류는 $I=\iint \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S}$이고, 항상 면의 법선 방향 성분만 적분한다.

NoteBase

문 4. 진동수 f의 평면파가 σ의 도전율과 μ의 투자율을 갖는 양도체 내에서 진행하고 있을 때 표피두께(skin depth)에 대한 설명으로 가장 옳은 것은?

① 진동수가 2배로 증가하면 표피두께도 2배로 증가한다.

② 도전율이 9배 증가하면 표피두께는 1/3배로 줄어든다.

③ 양도체에 흐르는 전류밀도는 양도체 안으로 들어가더라도 일정하다.

④ 투자율이 감소하면 표피두께도 감소한다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 양도체에서 표피두께가 진동수, 도전율, 투자율에 대해 어떤 비례관계를 가지는지를 공식으로 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건은 진동수 f의 평면파가 도전율 σ, 투자율 μ를 가진 양도체 내부를 진행하는 경우이다.
판단 대상은 표피두께의 증감 방향이다.

사용할 공식

표피두께는 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}$ 이다.
따라서 δ는 f, μ, σ에 각각 반비례의 제곱근 관계를 가진다.

계산 과정

공식 $\delta \propto \frac{1}{\sqrt{f\mu\sigma}}$ 만 정리하면 된다.
f가 2배이면 δ는 $\frac{1}{\sqrt{2}}$배가 된다.
σ가 9배이면 δ는 $\frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$배가 된다.
μ가 감소하면 분모가 작아지므로 δ는 오히려 증가한다.
양도체 내부의 전류밀도는 표면에서 가장 크고 내부로 갈수록 지수적으로 감소한다.

NoteBase

선지 판단

① X: 표피두께는 진동수에 정비례하지 않는다. f가 2배가 되면 δ는 2배가 아니라 $\frac{1}{\sqrt{2}}$배로 감소한다. 틀린 표현은 "표피두께도 2배로 증가한다"이고, 올바르게는 "표피두께는 $\frac{1}{\sqrt{2}}$배로 감소한다"이다.
② O: $\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\sigma}}$ 이므로 도전율이 9배 증가하면 표피두께는 $\frac{1}{3}$배로 줄어든다. 제곱근 반비례 관계를 정확히 적용한 선지이다.
③ X: 양도체 내부 전류밀도는 깊이에 따라 일정하지 않다. 전류밀도는 표면에서 크고 내부로 들어갈수록 감소한다. 틀린 표현은 "들어가더라도 일정하다"이고, 올바르게는 "들어갈수록 지수적으로 감소한다"이다.
④ X: 표피두께는 투자율에 반비례의 제곱근 관계를 가진다. 따라서 투자율이 감소하면 표피두께는 감소가 아니라 증가한다. 틀린 표현은 "표피두께도 감소한다"이고, 올바르게는 "표피두께는 증가한다"이다.

오답 포인트

표피두께 공식을 단순 반비례로 외우면 ①과 ④에서 바로 틀린다. 이 문제의 함정은 "반비례"가 아니라 "제곱근 반비례"라는 점과, 전류밀도가 내부에서 일정하다고 오해하기 쉬운 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

표피효과 문제는 먼저 $\delta \propto \frac{1}{\sqrt{f\mu\sigma}}$ 를 적고, 변하는 물리량이 분모에 있는지와 제곱근이 붙는지를 확인한 뒤 증감 방향을 판단한다.

암기 포인트

표피두께는 진동수, 도전율, 투자율이 클수록 얕아지고, 내부 전류밀도는 표면에서 크고 안쪽으로 갈수록 감소한다.

NoteBase

문 5. 정전용량이 5[μF], 10[μF]인 두 개의 콘덴서를 병렬로 연결하고 30[μC]의 전하를 공급했을 때 5[μF]의 콘덴서에 저장되는 에너지 [μJ]는?

① 10

② 15

③ 30

④ 45

정답 1번

출제 포인트

병렬 연결된 콘덴서의 공통 전압을 전체 전하와 합성 정전용량으로 구한 뒤, 특정 콘덴서의 저장 에너지 $W = \frac{1}{2}CV^2$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: C_1=5[μ F], C_2=10[μ F], Q_전체=30[μ C]
구해야 할 값: 5[\mu F] 콘덴서의 저장 에너지
주의할 조건: 병렬 연결이므로 두 콘덴서의 전압은 같고, 전체 정전용량은 합으로 계산된다.

사용할 공식

C_합=C_1+C_2, V=Q_전체C_합, W=(1)/(2)CV^2
이 공식을 쓰는 이유: 병렬 회로에서는 각 콘덴서의 전압이 동일하므로 먼저 공통 전압을 구한 뒤 해당 콘덴서의 에너지를 계산할 수 있다.

계산 과정

1. 합성 정전용량은 C_합=5+10=15[μ F]이다.
2. 공통 전압은 $V = \frac{30[\mu C]}{15[\mu F]} = 2[V]$이다.
3. 5[\mu F] 콘덴서의 에너지는 $W = \frac{1}{2} \times 5[\mu F] \times (2[V])^2 = 10[\mu J]$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 계산 결과가 10[μJ]이므로 옳다.
② X: 15[\mu J]는 병렬에서 전하가 같다고 착각해 5[\mu F] 콘덴서 전하를 15[μC]로 잘못 잡을 때 나올 수 있는 값이다. 병렬에서는 전압이 같으므로 올바르게는 $V = 2[V]$, $W = 10[\mu J]$이다.
③ X: 30[\mu J]는 두 콘덴서 전체에 저장된 총에너지 (1)/(2)C_합V^2에 해당한다. 문제는 5[\mu F] 하나의 에너지를 묻으므로 올바르게는 10[μJ]이다.
④ X: 45[\mu J]는 주어진 병렬 조건에서 5[\mu F] 콘덴서에 대해 나올 수 없는 값이다. 전체 에너지도 30[μJ]이므로 부분 콘덴서 에너지가 45[μJ]가 될 수 없고, 올바르게는 10[μJ]이다.

오답 포인트

병렬 연결에서는 전하가 같아지는 것이 아니라 전압이 같아진다는 점을 놓치기 쉽다. 또한 전체 에너지와 특정 콘덴서 하나의 에너지를 혼동하면 ③처럼 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

콘덴서 병렬 문제는 먼저 C_합을 구하고, 전체 전하로 공통 전압을 계산한 뒤, 물은 대상 콘덴서에만 $W = \frac{1}{2}CV^2$를 적용하면 된다.

암기 포인트

병렬 콘덴서는 전압 공통, 직렬 콘덴서는 전하 공통이다.

NoteBase

문 6. 내부 도체의 반지름이 1[m], 외부 도체의 반지름이 3[m]인 동축선이 있고, 동축선의 축은 z축과 일치한다. 내부 도체와 외부 도체 사이에는 유전율 $2.2\varepsilon_0$, 투자율 μ_0인 매질로 채워져 있다. 동축선의 내부 도체에는 1[A]의 전류가 $+z$방향으로 흐르고, 외부 도체는 반대 방향으로 흐르고 있을 때, z축으로부터 반경 2[m]인 점에서의 자기장 $\vec{H}$[A/m]는? (단, ε_0, μ_0는 각각 자유공간의 유전율과 투자율이다.)

① $\frac{\mu_0}{4\pi}\hat{a}_\rho$
② $\frac{1}{4\pi}\hat{a}_\rho$
③ $\frac{\mu_0}{4\pi}\hat{a}_\phi$
④ $\frac{1}{4\pi}\hat{a}_\phi$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 동축선 내부에서 암페어 법칙으로 자기장 세기 $\vec{H}$를 구하고, 방향을 원통좌표 단위벡터로 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 내부 도체 반지름 1m, 외부 도체 반지름 3m, 내부 도체 전류 1 A, 관찰점 반경 $\rho = 2m$이다.
구해야 할 값은 $\rho = 2m$에서의 자기장 세기 $\vec{H}$이다.
주의할 조건은 관찰점이 두 도체 사이에 있으므로 내부 도체 전류만 암페어 경로에 포함되고, 문제에서 묻는 양이 $\vec{B}$가 아니라 $\vec{H}$라는 점이다.

사용할 공식

암페어 법칙은 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enc}}$ 이고, 원형 경로에서는 $H(2\pi\rho) = I_{\text{enc}}$ 이므로 $\vec{H} = \frac{I_{\text{enc}}}{2\pi\rho}\hat{a}_\phi$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 동축선이 원통 대칭 구조이고, 관찰점이 도체 둘레를 따라 같은 크기의 접선 방향 자기장을 가지는 위치이기 때문이다.

계산 과정

1. 관찰점은 $1 < \rho = 2 < 3$ 이므로 암페어 경로가 감싸는 자유전류는 내부 도체 전류 1 A뿐이다.
2. 따라서 $H = \frac{I_{\text{enc}}}{2\pi\rho} = \frac{1}{2\pi \cdot 2} = \frac{1}{4\pi}$A/m 이다.
3. 전류가 $+z$ 방향이므로 오른손법칙에 따라 자기장 방향은 $\hat{a}_\phi$이다. 따라서 $\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\hat{a}_\phi$A/m 이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- μ_0가 붙어 있어 자기장 세기 $\vec{H}$가 아니라 자속밀도 $\vec{B}=\mu\vec{H}$ 형태에 가깝고, 방향도 $\hat{a}_\rho$로 잘못되었다.
- 틀린 표현은 "(_0)/(4π)a_ρ"이고, 올바르게는 "(1)/(4π)a_ϕ"이다.

② X
- 크기 $\frac{1}{4\pi}$ 자체는 맞지만, 자기장은 도선을 중심으로 원주 방향으로 생기므로 $\hat{a}_\rho$가 될 수 없다.
- 틀린 표현은 방향 $\hat{a}_\rho$이고, 올바르게는 $\hat{a}_\phi$이다.

③ X
- 방향 $\hat{a}_\phi$는 맞지만, $\vec{H}$를 묻는데 μ_0를 곱해 버려 자속밀도와 혼동한 값이다.
- 틀린 표현은 "_0(1)/(4π)"이고, 올바르게는 "(1)/(4π)a_ϕ A/m"이다.

④ O
- $\rho=2m$에서 포획 전류는 1 A이므로 $H=\frac{1}{2\pi\rho}=\frac{1}{4\pi}$이고, 방향은 오른손법칙에 따라 $\hat{a}_\phi$이다.
- 계산 결과와 방향이 모두 일치하므로 옳다.

오답 포인트

유전율 $2.2\varepsilon_0$와 투자율 μ_0가 주어져 있어도 $\vec{H}$를 구할 때는 직접 쓰이지 않는다. 많은 수험생이 $\vec{H}$와 $\vec{B}$를 혼동해 μ_0를 곱하거나, 방향을 $\hat{a}_\rho$로 잘못 잡는다.

다시 나오면 이렇게 판단

동축선 자기장 문제는 먼저 관찰점이 어느 반경 구간에 있는지 확인해 포획 전류를 정하고, 그다음 $\oint\vec{H}\cdot d\vec{l}=I_{\text{enc}}$로 크기를 구한 뒤, 마지막에 오른손법칙으로 $\hat{a}_\phi$ 방향인지 점검하면 된다.

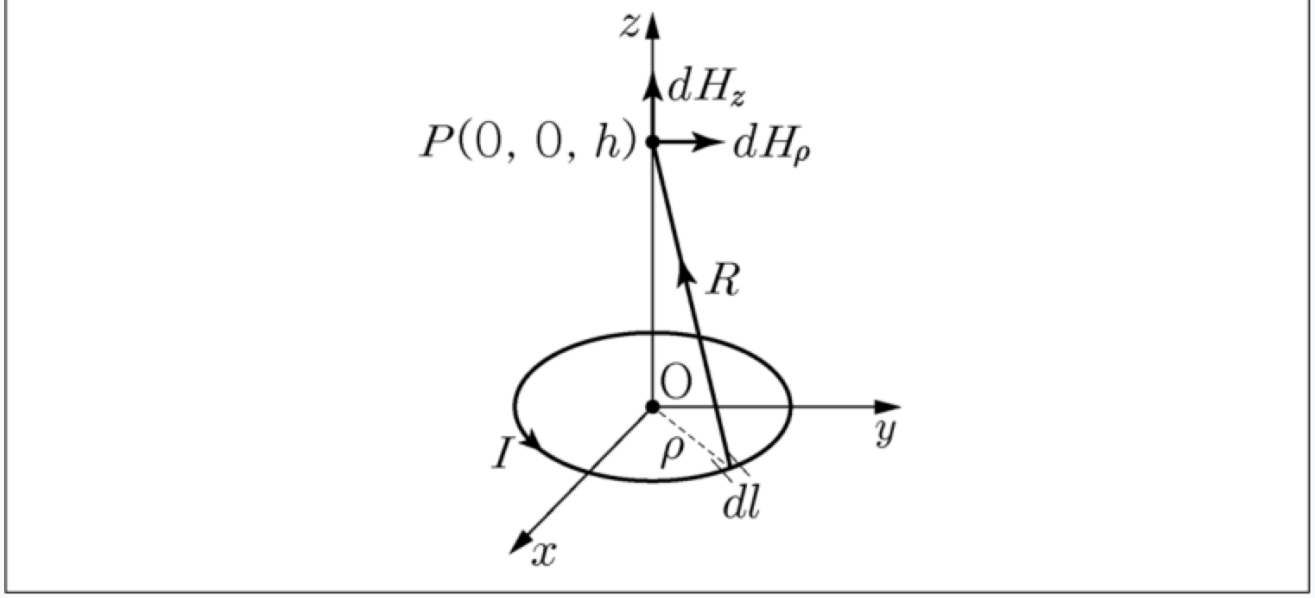
암기 포인트

동축선에서 $1<\rho<b$이면 $\vec{H}=\frac{I}{2\pi\rho}\hat{a}_\phi$이고, μ는 $\vec{B}$를 구할 때만 붙는다.

NoteBase

문 7. <보기>와 같이 $x^2 + y^2 = 16$인 원형 루프가 $z = 0$인 평면상에 놓여있고 $\vec{a}_\phi$ 방향으로 $5[A]$의 전류가 흐르고 있다. 이때, $h = 3[m]$일 때의 점 P에서의 자계의 세기 $\vec{H}[A/m]$는? (단, 좌표계의 단위는 $[m]$이다.)

<보기>



① $0.32\vec{a}_\rho$

② $0.64\vec{a}_\rho$

③ $0.32\vec{a}_z$

④ $0.64\vec{a}_z$

정답 3번

출제 포인트

원형 전류 루프의 축상 점에서 비오-사바르 법칙으로 얻는 자계 공식을 적용하여 크기와 방향을 함께 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 루프 반지름 $a = 4m$, 전류 $I = 5A$, 축상 거리 $h = 3m$이다.
구해야 할 값은 점 $P(0, 0, h)$에서의 자계 $\vec{H}$이다.
축 위 점에서는 루프 각 지점에서 생기는 반지름 방향 성분이 서로 상쇄되므로 $\vec{a}_\rho$ 성분은 0이고 $\vec{a}_z$ 성분만 남는다.

NoteBase

사용할 공식

원형 루프의 축상 자계는
$\vec{H} = \frac{Ia^2}{2(a^2+h^2)^{3/2}}\vec{a}_z$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 점 P가 원형 루프의 중심축 위에 있어서 대칭에 의해 자계의 z성분만 합쳐지기 때문이다.

계산 과정

1. 반지름과 높이를 대입하면 $a^2+h^2 = 4^2+3^2 = 16+9 = 25$이다.
2. 따라서 $(a^2+h^2)^{3/2} = 25^{3/2} = 125$이다.
3. 자계의 크기는 $H = \frac{5\times 16}{2\times 125} = \frac{80}{250} = 0.32A/m$이다.
4. 전류가 $\vec{a}_\phi$ 방향이므로 오른손 법칙에 따라 축 위 자계 방향은 $+\vec{a}_z$이다.
5. 따라서 $\vec{H} = 0.32\vec{a}_z A/m$이다.

선지별 해설

① X
크기 0.32는 맞지만 방향이 틀렸다. 축 위 점에서는 $\vec{a}_\rho$ 성분이 상쇄되어 남지 않는다. 틀린 표현은 $\vec{a}_\rho$이고, 올바르게는 $0.32\vec{a}_z$이다.

② X
방향도 $\vec{a}_\rho$로 틀리고 크기 0.64도 틀렸다. 0.64는 공식의 분모 앞 2를 빠뜨려 $\frac{Ia^2}{(a^2+h^2)^{3/2}}$로 계산할 때 나오는 값이다. 올바르게는 $0.32\vec{a}_z$이다.

③ O
축상 자계 공식에 수치를 대입하면 $0.32A/m$가 나오고, 전류가 $\vec{a}_\phi$ 방향이므로 자계는 $+\vec{a}_z$ 방향이다. 따라서 $0.32\vec{a}_z$가 맞다.

④ X
방향 $\vec{a}_z$는 맞지만 크기 0.64가 틀렸다. 틀린 표현은 0.64이고, 올바른 값은 공식의 $\frac{1}{2}$를 포함한 0.32이다. 올바르게는 $0.32\vec{a}_z$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 방향과 크기를 따로 점검하지 않으면 오답을 고르기 쉽다는 점이다. 축 위에서는 $\vec{a}_\rho$ 성분이 모두 상쇄된다는 대칭성을 놓치면 ①, ②를 고르게 된다. 또 축상 자계 공식의 분모 앞 2를 빠뜨리면 ④의 $0.64\vec{a}_z$가 나온다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

원형 루프 축상 자계 문제는 먼저 대칭으로 방향을 정하고, 다음에 $\frac{Ia^2}{2(a^2+h^2)^{3/2}}$에 수치를 대입해 크기를 계산하면 된다. 방향은 오른손 법칙, 크기는 분모 앞 2 포함 여부를 함께 점검하면 된다.

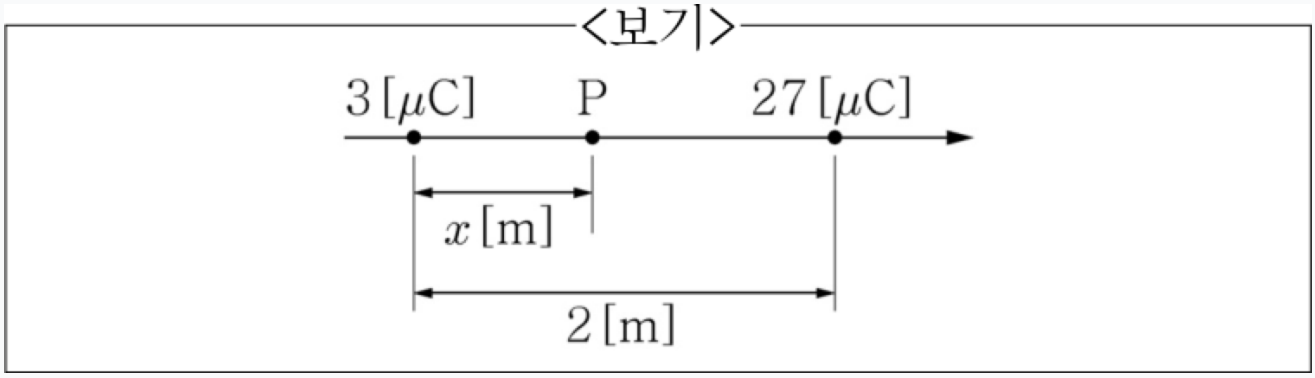
암기 포인트

축상 원형 루프 자계는 방향이 오른손 법칙에 따른 $\vec{a}_z$이고, 크기는 $\frac{Ia^2}{2(a^2+h^2)^{3/2}}$이다.

NoteBase

문 8. <보기>와 같이 3[μC], 27[μC]의 두 점전하가 공기중에서 2[m] 떨어져 있다. 두 점전하와 동일 선상에 있는 점 P는 전계의 세기가 0인 곳이다. 3[μC] 점전하로부터 점 P까지의 거리[m]는?

<보기>



① 0.5

② 1.5

③ 3

④ 4.5

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 두 점전하가 만드는 전기장의 크기 $E = kQ/r^2$를 같게 놓고 전계가 0이 되는 지점을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 왼쪽 점전하가 3[μC], 오른쪽 점전하가 27[μC]이며 두 전하 사이 거리는 2[m]이다.
구해야 할 값은 3[μC] 점전하로부터 점 P까지의 거리 x이다.
점 P는 두 전하 사이에 있으므로 오른쪽 전하까지의 거리는 $2 - x$이다.

사용할 공식

점전하가 만드는 전기장 크기는 $E = kQ/r^2$이다.
전계의 세기가 0이 되려면 점 P에서 두 전하가 만드는 전기장의 크기가 같고 방향은 서로 반대여야 한다.
따라서 $\frac{k \cdot 3}{x^2} = \frac{k \cdot 27}{(2-x)^2}$로 놓는다.

계산 과정

공통인 k를 약분하면 $\frac{3}{x^2} = \frac{27}{(2-x)^2}$이다.
양변을 3으로 나누면 $\frac{1}{x^2} = \frac{9}{(2-x)^2}$이다.
거리의 비를 쓰면 $(2-x)^2 = 9x^2$이고, 두 거리는 양수이므로 $2 - x = 3x$이다.
따라서 $2 = 4x$, $x = 0.5[m]$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 계산 결과 $x = 0.5[m]$이므로 옳다.

② X
- 1.5[m]는 계산 결과와 다르므로 틀리다.
- 틀린 표현은 거리값 1.5[m]이다. 올바르게는 점 P는 3[μC] 전하에서 0.5[m] 떨어져 있다.
- 이 값은 큰 전하 쪽 거리 $2 - x$를 그대로 답으로 적으면 나오는 오답이다.

③ X
- 3[m]는 두 전하 사이 거리 2[m]보다도 크므로 점 P가 두 전하 사이에 있다는 조건과 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 거리값 3[m]이다. 올바르게는 점 P는 두 전하 사이에서 작은 전하 쪽에 더 가깝다.
- 전기장 식에서 제곱거리를 쓰지 않고 전하량 비만 보고 단순 비례로 처리하면 이런 오답이 나온다.

④ X
- 4.5[m]도 두 전하 사이 2[m] 범위를 벗어나므로 틀리다.
- 틀린 표현은 거리값 4.5[m]이다. 올바르게는 3[μC] 전하로부터의 거리는 0.5[m]이다.
- 전하량 27을 3으로 나눈 값만 보고 그대로 거리로 오해하면 나오는 오답이다.

오답 포인트

전하량이 큰 27[μC] 쪽이 더 강한 전기장을 만들므로 전계가 0이 되는 점은 반드시 작은 전하인 3[μC] 쪽에 더 가깝다. 자주 하는 실수는 x와 $2 - x$를 바꾸는 것, 전기장이 거리의 제곱에 반비례한다는 점을 놓치는 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

두 점전하 사이에서 전계가 0인 점을 묻는 문제는 먼저 0이 되는 위치가 어느 전하 쪽에 가까운지 판단한 뒤, $E = kQ/r^2$를 같게 놓고 거리 변수 x, $2 - x$를 분리해 계산하면 된다.

암기 포인트

같은 부호 두 점전하 사이의 전계 0점은 전하량이 작은 쪽에 더 가깝고, 거리비는 전하량의 제곱근비로 정해진다.

NoteBase

문 9. 자유공간에서 평면파가 $+z$ 방향으로 진행한다. 평면파의 전기장 진폭이 1$[V/m]$일 때, 평면파의 시간 평균 전력밀도$[W/m^2]$에 가장 가까운 값은? (단, $\pi = 3.14$로 계산하며 자유공간의 유전율과 투자율은 각각 $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}[F/m]$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$이다.)

① $\frac{1}{754}$
② $\frac{1}{377}$
③ $\frac{1}{100}$
④ $\frac{1}{1508}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 자유공간의 파동 임피던스와 시간 평균 포인팅 벡터 공식을 이용해 평면파의 평균 전력밀도를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전기장 진폭 $E_0 = 1\text{V/m}$, 진행 방향은 $+z$ 방향이다.
구해야 할 값: 시간 평균 전력밀도 $\overline{S}$이다.
주의할 조건: 문제의 1V/m는 실효값이 아니라 진폭이므로 평균 전력 계산에서 1/2 계수가 들어간다.

사용할 공식

$\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi \approx 376.8\Omega$
$\overline{S} = \frac{E_0^2}{2\eta_0}$
이 공식을 쓰는 이유: 자유공간을 진행하는 정현 평면파에서 전기장 진폭이 주어지면 파동 임피던스로 자기장을 연결할 수 있고, 시간 평균 전력밀도는 포인팅 벡터의 평균값으로 $\frac{E_0^2}{2\eta_0}$가 된다.

계산 과정

1. 자유공간의 고유 임피던스는 $\eta_0 = 120\pi = 120 \times 3.14 = 376.8\Omega$이다.
2. 시간 평균 전력밀도는 $\overline{S} = \frac{E_0^2}{2\eta_0}$이므로 $\overline{S} = \frac{1^2}{2 \times 376.8} = \frac{1}{753.6}\text{W/m}^2$이다.
3. $753.6 \approx 754$이므로 $\overline{S} \approx \frac{1}{754}\text{W/m}^2$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 계산 결과가 $\frac{1}{754}\,\mathrm{W/m^2}$에 가장 가깝다. 전기장 진폭이 주어졌으므로 시간 평균값에서 1/2를 반영한 값이다.
② X: $\frac{1}{377}\,\mathrm{W/m^2}$는 $\overline{S}=\frac{E^2}{\eta_0}$처럼 실효값 공식을 진폭에 그대로 적용한 값이다. 틀린 표현은 진폭과 실효값을 같은 것으로 본 점이며, 올바르게는 진폭이 주어지면 $\overline{S}=\frac{E_0^2}{2\eta_0}$를 써야 한다.
③ X: $\frac{1}{100}\,\mathrm{W/m^2}$는 자유공간의 파동 임피던스 약 377 Ω를 전혀 반영하지 않은 값이다. 틀린 표현은 자유공간에서 전력밀도가 이 정도로 크다고 본 점이며, 올바르게는 주어진 조건에서 평균 전력밀도는 $\frac{1}{754}\,\mathrm{W/m^2}$ 수준이다.
④ X: $\frac{1}{1508}\,\mathrm{W/m^2}$는 정답 $\frac{1}{754}$에 다시 1/2를 한 번 더 곱한 값이다. 틀린 표현은 시간 평균 계수를 중복 적용한 점이며, 올바르게는 평균 처리 1/2는 한 번만 들어간다.

오답 포인트

②처럼 진폭 E_0와 실효값 E_{rms}를 혼동하면 1/377이 나오고, ④처럼 시간 평균 계수 1/2를 두 번 넣으면 1/1508이 나온다. 이 문항의 함정은 '진폭'이라는 표현을 놓치게 만드는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

평면파 전력밀도 문제는 먼저 전기장이 진폭인지 실효값인지 구분한 뒤, 자유공간이면 $\eta_0 \approx 377\Omega$를 대입해 $\overline{S}=\frac{E_0^2}{2\eta_0}$ 또는 $\overline{S}=\frac{E_{\mathrm{rms}}^2}{\eta_0}$ 중 맞는 식을 고르면 된다.

암기 포인트

자유공간 평면파는 $\eta_0 = 120\pi \approx 377\Omega$, 진폭 기준 평균 전력밀도는 $\overline{S}=\frac{E_0^2}{2\eta_0}$이다.

NoteBase

문 10. 두 개의 점전하 $-2[\mu C]$과 $6[\mu C]$가 각각 $(2, \sqrt{2}, 3)$과 $(3, -2, 1)$에 위치하고 있을 때, 점 $(1, 0, 2)$에서의 전위의 크기[kV]는? (단, 무한대에서의 전위는 0[V]라 가정하며, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}[F/m]$이고, 좌표계의 단위는 [m]이다.)

① 3

② 9

③ 1.5

④ 4.5

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 점전하가 만드는 전위를 거리와 전하량으로 구해 대수합할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $q_1 = -2[\mu C], q_2 = 6[\mu C], P = (1, 0, 2), A = (2, \sqrt{2}, 3), B = (3, -2, 1)$이다.
구해야 할 값: 점 P에서의 전위의 크기이다.
주의할 조건: 전위는 전계가 아니라 스칼라량이므로 각 전하가 만드는 전위를 방향 없이 대수합한다.

사용할 공식

점전하가 만드는 전위는 $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$이다.
여기서 $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}[F/m]$이므로 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 무한대 전위를 0으로 둔 점전하 전위 문제이므로 각 전하에서 점 P까지의 거리만 구하면 전위를 바로 합산할 수 있다.

계산 과정

먼저 각 전하에서 점 P까지의 거리를 구한다.

$r_1 = \sqrt{(1-2)^2 + (0-\sqrt{2})^2 + (2-3)^2} = \sqrt{1+2+1} = 2$

$r_2 = \sqrt{(1-3)^2 + (0+2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3$

각 전하가 만드는 전위는

$V_1 = 9 \times 10^9 \cdot \frac{-2 \times 10^{-6}}{2} = -9 \times 10^3[V]$

$V_2 = 9 \times 10^9 \cdot \frac{6 \times 10^{-6}}{3} = 18 \times 10^3[V]$

따라서 전체 전위는

$V = V_1 + V_2 = -9 \times 10^3 + 18 \times 10^3 = 9 \times 10^3[V] = 9[kV]$

전위의 크기도 9[kV]이다.

NoteBase

선지 판단

① X: 계산 결과가 9[kV]이므로 3[kV]는 틀리다. 전위의 크기는 3[kV]가 아니라 9[kV]이다.
② O: $r_1 = 2[m]$, $r_2 = 3[m]$를 대입하면 전체 전위가 9[kV]가 되므로 옳다.
③ X: 계산 결과가 9[kV]이므로 1.5[kV]는 틀리다. 전위를 구할 때 전계 공식처럼 거리를 제곱으로 두거나 상수를 잘못 쓰면 이런 오답이 나온다. 전위의 크기는 1.5[kV]가 아니라 9[kV]이다.
④ X: 계산 결과가 9[kV]이므로 4.5[kV]는 틀리다. 두 전하가 만든 전위를 평균내는 방식은 성립하지 않는다. 전위의 크기는 4.5[kV]가 아니라 9[kV]이다.

오답 포인트

전위와 전계를 혼동해 $1/r$ 대신 $1/r^2$를 쓰거나, 음전하가 만드는 전위를 절댓값으로 처리하면 틀린다. 또한 두 전하의 전위는 벡터합이 아니라 부호를 살린 대수합이라는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

점전하 전위 문제는 각 전하에서 목표점까지의 거리를 먼저 구하고, $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$를 적용한 뒤 부호를 살려 모두 더하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

전위는 $1/r$, 전계는 $1/r^2$이며, 여러 점전하의 전위는 스칼라 대수합이다.

NoteBase

문 11. 원통형 좌표계로 표현된 벡터가 있다. 점 $P(4, 60^\circ, 5)$에서의 벡터를 직각 좌표계로 올바르게 표현한 것은?

$\vec{A} = 4\cos\phi\hat{a}_\rho - 2r\hat{a}_\phi + z\hat{a}_z$

① $(-1+4\sqrt{3})\hat{a}_x + (4-\sqrt{3})\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$
② $(1+4\sqrt{3})\hat{a}_x + (-4+\sqrt{3})\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$
③ $(4+\sqrt{3})\hat{a}_x + (-1+4\sqrt{3})\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$
④ $(4-\sqrt{3})\hat{a}_x + (-1+4\sqrt{3})\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 원통좌표계 단위벡터를 직각좌표계 단위벡터로 바꾸고, 점 $P(4, 60^\circ, 5)$에서의 성분값을 대입해 직각좌표 성분을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 벡터는 $\vec{A} = 4\cos\phi\hat{a}_\rho - 2r\hat{a}_\phi + z\hat{a}_z$이다.
점 $P(4, 60^\circ, 5)$에서 $r = 4, \phi = 60^\circ, z = 5$이다.
따라서 $A_\rho = 4\cos 60^\circ = 2, A_\phi = -2r = -8, A_z = 5$이다.

사용할 공식

$\hat{a}_\rho = \cos\phi\hat{a}_x + \sin\phi\hat{a}_y, \hat{a}_\phi = -\sin\phi\hat{a}_x + \cos\phi\hat{a}_y$이다.
이 공식은 원통좌표계의 벡터 성분을 직각좌표계 성분으로 바꿀 때 쓰는 기저 변환식이다.

NoteBase

계산 과정

1. 벡터를 성분으로 쓰면 $\vec{A} = 2\hat{a}_\rho - 8\hat{a}_\phi + 5\hat{a}_z$이다.
2. 기저 변환식을 대입하면
$\vec{A} = 2(\cos\phi\hat{a}_x + \sin\phi\hat{a}_y) - 8(-\sin\phi\hat{a}_x + \cos\phi\hat{a}_y) + 5\hat{a}_z$
이다.
3. 정리하면
$\vec{A} = (2\cos\phi + 8\sin\phi)\hat{a}_x + (2\sin\phi - 8\cos\phi)\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$
이다.
4. 60^=12, 60^=(3)/(2)를 대입하면
A_x=2·12+8·(3)/(2)=1+43
A_y=2·(3)/(2)-8·12=3-4=-4+3
이다.
5. 따라서 A=(1+43)a_x+(-4+3)a_y+5a_z이다.

선지별 해설

① X. x성분이 (-1+43)이고 y성분이 (4-3)로 되어 있는데, 계산 결과는 각각 (1+43), (-4+3)이다. $\hat{a}_\phi$의 부호를 잘못 처리하면 이런 오답이 나온다. 틀린 표현은 (-1+43)a_x+(4-3)a_y이고, 올바르게는 (1+43)a_x+(-4+3)a_y이다.
② O. x성분은 1+43, y성분은 -4+3, z성분은 5로 계산된다. 직각좌표계로 바꾸면 (1+43)a_x+(-4+3)a_y+5a_z가 되어 정답과 일치한다.
③ X. x성분과 y성분이 각각 (4+3), (-1+43)로 되어 있어 $\sin 60^\circ$와 $\cos 60^\circ$가 섞였고 성분 결합도 뒤바뀌었다. 틀린 표현은 (4+3)a_x+(-1+43)a_y이고, 올바르게는 (1+43)a_x+(-4+3)a_y이다.
④ X. x성분을 (4-3), y성분을 (-1+43)로 둔 것은 $\hat{a}_\rho$와 $\hat{a}_\phi$의 변환식을 뒤섞은 결과이다. 틀린 표현은 (4-3)a_x+(-1+43)a_y이고, 올바르게는 (1+43)a_x+(-4+3)a_y이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 $\hat{a}_\phi = -\sin\phi\hat{a}_x + \cos\phi\hat{a}_y$의 앞 음수를 놓치거나, $A_\phi = -2r$에서 이미 음수가 포함되어 있다는 점을 또 한 번 놓치는 데 있다. $\sin 60^\circ$와 $\cos 60^\circ$를 섞으면 ③, ④ 형태의 오답이 쉽게 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

원통좌표 벡터 변환 문제는 먼저 점에서의 A_ρ, A_ϕ, A_z 값을 수치화하고, 그다음 $\hat{a}_\rho$, $\hat{a}_\phi$ 변환식을 그대로 대입해 x, y성분을 정리하는 순서로 판단한다. 마지막에는 $\hat{a}_\phi$의 부호와 sin, cos 자리만 다시 검산하면 된다.

암기 포인트

원통좌표 기저 변환은 $\hat{a}_\rho = (\cos\phi, \sin\phi)$, $\hat{a}_\phi = (-\sin\phi, \cos\phi)$ 순서로 외워 두면 부호 실수를 줄일 수 있다.

NoteBase

문 12. 인덕턴스가 $10[mH]$인 인덕터에 전류를 인가했을 때, 인덕터에 저장되는 자기에너지가 $2 \times 10^{-4}[J]$이라면, 인가한 전류의 크기[A]는?

① 0.01

② 0.1

③ 0.2

④ 0.4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 인덕터의 자기에너지 공식 $W = \frac{1}{2}LI^2$를 이용해 전류 I를 구하는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 인덕턴스 $L = 10\text{mH} = 0.01\text{H}$, 자기에너지 $W = 2 \times 10^{-4}\text{J}$이다.
구해야 할 값은 인가 전류 I이다.
주의할 조건은 mH를 H로 바꾸어 대입해야 한다는 점이다.

사용할 공식

$W = \frac{1}{2}LI^2, \quad I = \sqrt{\frac{2W}{L}}$
이 공식은 인덕터에 저장되는 자기에너지가 인덕턴스와 전류의 제곱에 비례하기 때문에 사용된다.

계산 과정

1. 인덕턴스를 헨리로 바꾸면 $10\text{mH} = 10 \times 10^{-3}\text{H} = 0.01\text{H}$이다.
2. 공식을 전류에 대해 정리하면 $I = \sqrt{\frac{2W}{L}}$ 이다.
3. 값을 대입하면 $I = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 10^{-4}}{0.01}} = \sqrt{4 \times 10^{-2}} = 0.2\text{A}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
선지의 값 0.01A를 넣으면 자기에너지는 $\frac{1}{2} \times 0.01 \times 0.01^2 = 5 \times 10^{-7}$J가 되어 주어진 값보다 매우 작다. 틀린 표현은 전류를 0.01A로 본 점이며, 올바르게는 0.2A이다.

② X
선지의 값 0.1A를 넣으면 자기에너지는 $\frac{1}{2} \times 0.01 \times 0.1^2 = 5 \times 10^{-5}$J이다. 이는 주어진 에너지의 4분의 1이므로 맞지 않는다. 틀린 표현은 전류를 0.1A로 본 점이며, 올바르게는 0.2A이다.

③ O
0.2A를 넣으면 $\frac{1}{2} \times 0.01 \times 0.2^2 = 2 \times 10^{-4}$J가 되어 문제의 조건과 정확히 일치한다.

④ X
선지의 값 0.4A를 넣으면 자기에너지는 $\frac{1}{2} \times 0.01 \times 0.4^2 = 8 \times 10^{-4}$J이다. 주어진 값보다 4배 크므로 틀리다. 틀린 표현은 전류를 0.4A로 본 점이며, 올바르게는 0.2A이다.

오답 포인트

인덕턴스 단위 변환을 빼먹거나, 자기에너지가 전류에 비례한다고 착각하면 오답이 나온다. 이 문제는 $W \propto I^2$ 관계를 묻기 때문에 전류를 2배로 잡으면 에너지는 4배가 된다는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

인덕터 에너지 문제가 나오면 먼저 $W = \frac{1}{2}LI^2$를 떠올리고, mH → H 단위 변환을 한 뒤, 전류를 제곱근으로 구해 선지 값과 대조하면 된다.

암기 포인트

인덕터 자기에너지는 $W = \frac{1}{2}LI^2$이며, 전류는 에너지에 선형이 아니라 제곱 관계로 들어간다.

NoteBase

문 13. 서로 다른 두 매질에 자기장이 분포하고 있을 때, 두 매질간 경계면에서의 자기장에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 경계면에 수직성분의 자속밀도 크기는 항상 같다.

② 경계면에 수평성분의 자기장 크기는 항상 같다.

③ 두 매질이 유전체인 경우, 두 매질의 입사각과 매질의 투자율이 주어지면 투과각을 계산할 수 있다.

④ 자기장 경계조건은 암페어 법칙과 자기장에 대한 가우스법칙으로부터 유도된다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 경계면에서의 자기장 경계조건, 즉 법선방향 자속밀도 B_n의 연속성과 접선방향 자기장 H_t의 조건부 연속성을 구별하는 문제이다.

핵심 개념

자속밀도 B의 법선성분은 자기단극자가 없으므로 경계면에서 연속되어 $B_{1n} = B_{2n}$이다.
자기장 H의 접선성분은 자유 표면전류밀도 K에 따라 달라져 $H_{1t} - H_{2t} = K$가 된다.
자력선의 굴절은 $\tan\theta_1/\tan\theta_2 = \mu_1/\mu_2$ 관계로 정리할 수 있다.

선지별 해설

① O
자기장에 대한 가우스법칙으로부터 경계면에 수직한 자속밀도는 끊어지지 않으므로 $B_{1n} = B_{2n}$이다. 따라서 경계면에 수직성분의 자속밀도 크기는 같다.

② X
틀린 부분은 "항상 같다"이다. 경계면 접선방향의 자기장 H_t는 자유 표면전류가 없을 때에만 연속이고, 일반적으로는 $H_{1t} - H_{2t} = K$가 된다. 올바르게는 "경계면에 자유 표면전류가 없으면 수평성분의 자기장 크기는 같다"이다.

③ O
두 매질 경계에서 자력선은 투자율 차이에 따라 굴절하며 $\tan\theta_1/\tan\theta_2 = \mu_1/\mu_2$ 관계를 이용한다. 따라서 입사각과 두 매질의 투자율이 주어지면 투과각을 계산할 수 있다.

④ O
법선방향 경계조건은 자기장에 대한 가우스법칙에서, 접선방향 경계조건은 암페어 법칙에서 유도된다. 따라서 자기장 경계조건의 유도 근거를 바르게 설명한 선지이다.

NoteBase

오답 포인트

②는 B_n의 무조건 연속성과 H_t의 조건부 연속성을 뒤섞으면 쉽게 틀린다. 특히 "항상"이라는 단정어가 붙으면 표면전류 존재 여부를 먼저 점검해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

경계조건 문제는 먼저 법선성분인지 접선성분인지 구분한 뒤, 법선성분이면 B_n 연속, 접선성분이면 자유 표면전류 유무에 따라 H_t 연속 여부를 판단하면 된다.

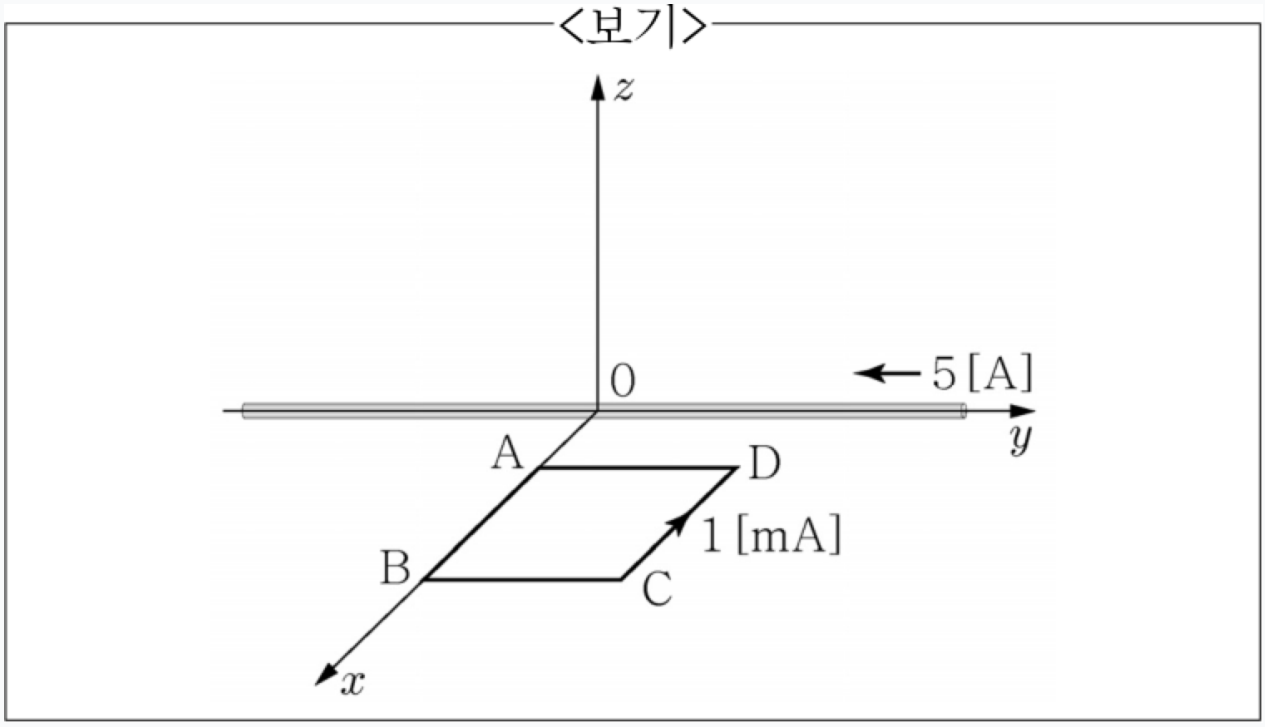
암기 포인트

법선은 B가 항상 연속, 접선은 H가 표면전류 없을 때만 연속이다.

NoteBase

문 14. <보기>와 같이 y축에 -y방향으로 흐르는 5[A]의 무한전류선로가 공기중에 놓여있고 xy평면 상에서의 사각형 루프 ABCD에 1[mA]의 전류가 반시계 방향으로 흐를 때, 사각형 루프 ABCD에 작용하는 총 힘[nN]은? (단, A(1, 0, 0), B(3, 0, 0), C(3, 2, 0), D(1, 2, 0)이며, 좌표계의 단위는 [m], 자유공간의 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$이고, 사각형 둘레에 있는 전류들의 상호간에 작용하는 힘은 무시한다.)

<보기>



① $-\frac{2}{3}\vec{a}_x$

② $-\frac{4}{3}\vec{a}_x$

③ $-\frac{2}{3}\vec{a}_y$

④ $-\frac{4}{3}\vec{a}_y$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 무한직선전류가 만드는 자기장 $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$와 도선에 작용하는 힘 $\mathbf{F} = I\int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$를 이용해 사각형 루프의 합력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 무한전류선로 전류 5 A, 루프 전류 1 mA, 꼭짓점 A(1, 0, 0), B(3, 0, 0), C(3, 2, 0), D(1, 2, 0)이다.

루프는 xy평면에 있고 전류는 A→B→C→D→A 방향으로 반시계방향이다.

무한전류선로는 y축을 따라 $-y$방향으로 흐르므로 x>0, z=0인 점들에서 자기장은 모두 $+\vec{a}_z$ 방향이다.

NoteBase

사용할 공식

$\mathbf{B}(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\vec{a}_z$

$\mathbf{F} = I_2 \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

이 공식을 쓰는 이유는 루프 각 변이 무한직선전류가 만든 비균일 자기장 속에 놓여 있고, 각 변의 전류 방향과 자기장 방향의 벡터곱으로 힘의 방향과 크기가 정해지기 때문이다.

계산 과정

자기장 크기는

$B(x) = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{2\pi x} = \frac{10^{-6}}{x}\mathrm{T}$

이다.

수평변 AB와 CD에서는 전류 방향이 각각 $+\vec{a}_x$, $-\vec{a}_x$이고 같은 x구간 $1 \le x \le 3$에 놓여 있으므로

$\mathbf{F}_{AB} = I_2 \int_1^3 \vec{a}_x \times B(x)\vec{a}_z dx = -I_2 \int_1^3 B(x)dx\vec{a}_y$

$\mathbf{F}_{CD} = I_2 \int_1^3 (-\vec{a}_x) \times B(x)\vec{a}_z dx = +I_2 \int_1^3 B(x)dx\vec{a}_y$

가 되어 서로 상쇄된다.

수직변 BC는 x=3에서 $+\vec{a}_y$ 방향 전류이므로

$\mathbf{F}_{BC} = I_2(2\vec{a}_y) \times \frac{10^{-6}}{3}\vec{a}_z = \frac{2}{3} \times 10^{-9}\vec{a}_x\mathrm{N} = \frac{2}{3}\vec{a}_x\mathrm{nN}$

이다.

수직변 DA는 x=1에서 $-\vec{a}_y$ 방향 전류이므로

$\mathbf{F}_{DA} = I_2(-2\vec{a}_y) \times 10^{-6}\vec{a}_z = -2 \times 10^{-9}\vec{a}_x\mathrm{N} = -2\vec{a}_x\mathrm{nN}$

이다.

따라서 총합력은

$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{BC} + \mathbf{F}_{DA} = \left(\frac{2}{3} - 2\right)\vec{a}_x\mathrm{nN} = -\frac{4}{3}\vec{a}_x\mathrm{nN}$

이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
$-\frac{2}{3}\vec{a}_x$는 크기가 틀렸다. x=3에 있는 BC의 척력만 보거나 두 수직변의 힘 차를 잘못 계산한 값이다. 올바르게는 x=1에 있는 DA의 인력이 더 커서 $-\frac{4}{3}\vec{a}_x$가 된다.

② O
수평변 AB와 CD의 힘은 서로 상쇄되고, 수직변 BC와 DA의 힘만 남는다. 그 합이 $-\frac{4}{3}\vec{a}_x$nN이므로 옳다.

③ X
$-\frac{2}{3}\vec{a}_y$는 방향이 틀렸다. $\vec{a}_y$ 성분은 AB와 CD에서 각각 생기지만 두 힘의 크기가 같고 방향이 반대여서 모두 상쇄된다. 올바르게는 $-\frac{4}{3}\vec{a}_x$이다.

④ X
$-\frac{4}{3}\vec{a}_y$는 크기 표시는 총합력과 같아 보이지만 방향이 틀렸다. 합력은 y방향이 아니라 전류선 쪽인 $-\vec{a}_x$ 방향이다. 올바르게는 $-\frac{4}{3}\vec{a}_x$이다.

오답 포인트

③, ④처럼 $\vec{a}_y$ 방향을 고르면 수평변 AB와 CD의 힘이 상쇄된다는 점을 놓친 것이다. ①처럼 $-\frac{2}{3}\vec{a}_x$를 고르면 전류선에 더 가까운 DA의 큰 인력을 반영하지 못한 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

직선전류 옆 루프 합력 문제는 각 변마다 $d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$의 방향을 먼저 정하고, 자기장이 일정한 변과 거리 따라 달라지는 변을 나누어 계산한다. 그다음 서로 평행한 변의 상쇄 여부를 본 뒤, 전류선에 더 가까운 변의 힘이 더 크다는 점으로 최종 방향을 판단한다.

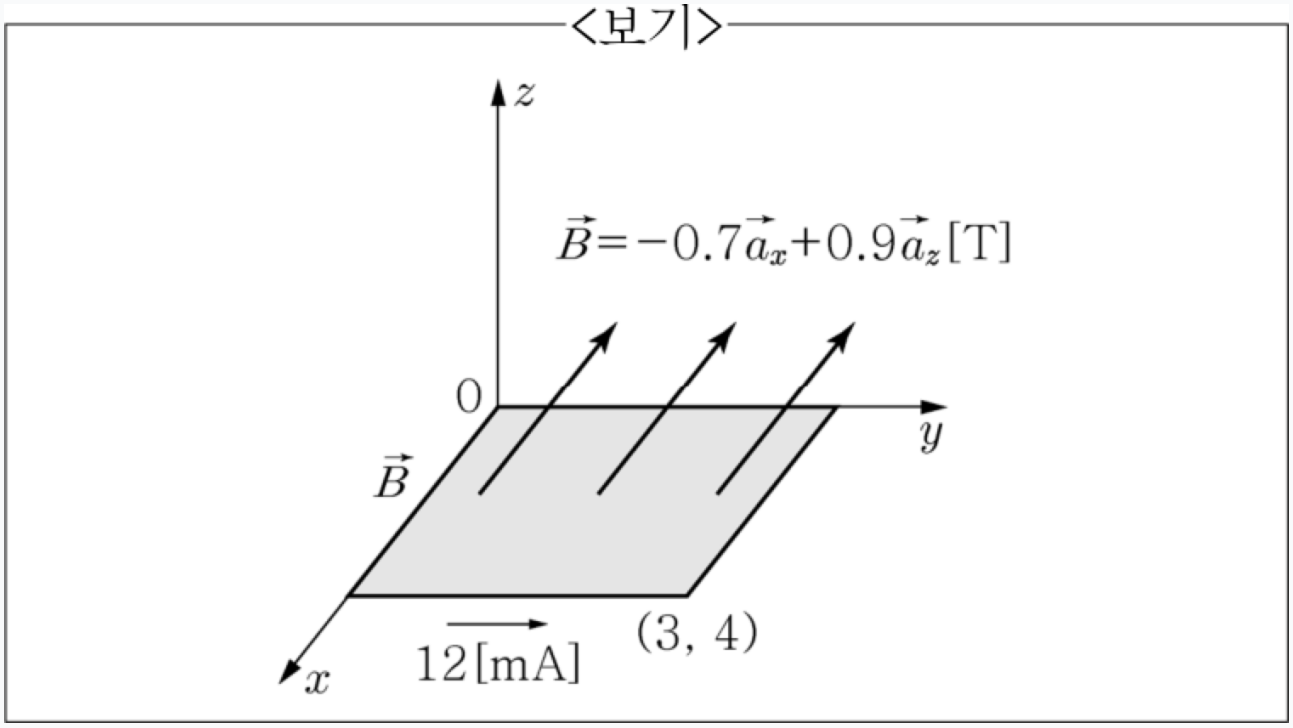
암기 포인트

평행 전류는 같은 방향이면 인력, 반대 방향이면 척력이며, 무한직선전류 옆 직사각형 루프의 합력은 가까운 평행변의 힘이 더 크게 작용하는 방향으로 정해진다.

NoteBase

문 15. <보기>와 같은 xy 평면에 놓여있는 정방형 루프의 면적은 $3[m] \times 4[m]$이며, 루프에 흐르는 전류는 $12[mA]$이다. 이때, 자속밀도 $\vec{B} = -0.7\vec{a}_x + 0.9\vec{a}_z[T]$에 의한 루프의 회전력 $[mN \cdot m]$은?

<보기>



① $-50.4\vec{a}_y$

② $50.4\vec{a}_z$

③ $-100.8\vec{a}_y$

④ $100.8\vec{a}_z$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 자기모멘트 $\vec{m} = IA\vec{a}_n$과 회전력 $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$를 이용해 루프에 작용하는 회전력의 크기와 방향을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 루프 면적은 $3m \times 4m$이므로 $12m^2$이고, 전류는 $12mA$, 자속밀도는 $\vec{B} = -0.7\vec{a}_x + 0.9\vec{a}_z[T]$이다.

구해야 할 값: 루프의 회전력 $\vec{T}$이다.

주의할 조건: 전류 방향으로 면적벡터 방향을 먼저 정하고, 마지막에 $N \cdot m$를 $mN \cdot m$로 바꿔야 한다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2021

사용할 공식

루프의 자기모멘트는 $\vec{m} = IA\vec{a}_n$이다.
회전력은 $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$이다.

이 공식을 쓰는 이유:
균일한 자기장 속 평면 루프의 회전력은 자기모멘트와 자속밀도의 외적으로 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. 루프 면적은 $A = 3 \times 4 = 12m^2$이다.
2. 그림의 전류가 아래쪽 변에서 $+y$ 방향으로 흐르므로 오른손법칙에 따른 면적벡터는 $+\vec{a}_z$이다. 따라서 $\vec{m} = IA\vec{a}_n = 12 \times 10^{-3} \times 12\vec{a}_z = 0.144\vec{a}_z[A \cdot m^2]$이다.
3. $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = 0.144\vec{a}_z \times (-0.7\vec{a}_x + 0.9\vec{a}_z)$이다.
4. $\vec{a}_z \times \vec{a}_x = \vec{a}_y$, $\vec{a}_z \times \vec{a}_z = 0$이므로
$\vec{T} = 0.144 \times (-0.7)\vec{a}_y = -0.1008\vec{a}_y[N \cdot m] = -100.8\vec{a}_y[mN \cdot m]$
이다.

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $-100.8\vec{a}_y[mN \cdot m]$이다.
- 잘못된 표현은 '50.4\vec a_y'이며, 올바르게는 '-100.8\vec a_y'이다. 이 값은 면적을 절반인 $6m^2$로 잘못 두었을 때 나오는 크기이다.

② X
- 회전력은 $\vec{a}_z$ 방향이 될 수 없다. $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$이므로 $\vec{T}$는 면적벡터 $\vec{a}_z$와 수직인 방향으로만 생긴다.
- 잘못된 표현은 '50.4\vec a_z'이며, 올바르게는 '-100.8\vec a_y'이다.

③ O
- 계산 결과가 그대로 $-100.8\vec{a}_y[mN \cdot m]$이므로 옳다.

④ X
- 크기 100.8만 맞고 방향과 부호가 틀렸다. $0.9\vec{a}_z$ 성분은 $\vec{a}_z \times \vec{a}_z = 0$이므로 회전력에 기여하지 않고, $-0.7\vec{a}_x$ 성분만 남아 $-\vec{a}_y$ 방향 회전력이 생긴다.
- 잘못된 표현은 '100.8\vec a_z'이며, 올바르게는 '-100.8\vec a_y'이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문항의 함정은 면적벡터 방향과 자기장의 유효 성분을 동시에 묻는 데 있다. 전류 방향을 보지 않고 $\vec{a}_z$ 방향으로 답을 고르기 쉽고, 면적을 12가 아니라 6으로 잘못 잡으면 50.4가 나온다. 또한 $\vec{a}_z$와 평행한 $0.9\vec{a}_z$ 성분은 회전력을 만들지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

평면 루프 회전력 문제는 전류 방향으로 면적벡터를 먼저 정한 뒤 $IA\vec{a}_n$을 만들고, 자기장 중 면적벡터와 평행한 성분은 버린 다음 외적 방향과 단위를 차례로 계산하면 된다.

암기 포인트

평면 루프의 회전력은 $\vec{T} = IA\vec{a}_n \times \vec{B}$이며, 면적벡터와 평행한 자기장 성분은 회전력을 만들지 않는다.

NoteBase

문 16. 평면파에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 평면파의 전기장과 자기장은 서로 수직이다.

② 평면파의 전기장과 자기장은 평면파의 진행 방향에 대해서 수직이다.

③ 자유공간에서 평면파는 빛의 속도로 진행한다.

④ 평면파의 전기장과 자기장의 비는 같은 매질 내에서 다른 값을 가진다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 평면파의 기본 성질인 전계·자계·진행 방향의 직교 관계와 고유 임피던스 E/H의 의미를 묻는 문제이다.

핵심 개념

평면파는 전기장과 자기장이 진행 방향에 모두 수직인 횡파이다.
같은 매질 안에서는 전기장과 자기장의 비 E/H가 그 매질의 고유 임피던스로 일정하다.
자유공간에서는 이 고유 임피던스가 약 377Ω이며 전파 속도는 빛의 속도와 같다.

선지별 해설

① O
평면파의 전기장과 자기장은 서로 직교한다. 또한 둘 다 진행 방향과도 수직이므로 평면파의 기본 성질에 맞는 설명이다.

② O
평면파는 횡전자기파이므로 전기장과 자기장은 평면파의 진행 방향에 대해 수직이다. 진행 방향과 나란한 종성분이 있다는 뜻이 아니므로 옳다.

③ O
자유공간에서 전자파는 빛의 속도 c로 진행한다. 평면파도 자유공간에서는 같은 전파 속도를 가진다.

④ X
틀린 표현은 "같은 매질 내에서 다른 값을 가진다"이다. 평면파의 전기장과 자기장의 비 E/H는 같은 매질에서는 고유 임피던스로 일정하며, 매질이 바뀔 때 값이 달라진다.

NoteBase

오답 포인트

④는 "매질이 다르면 비가 달라진다"는 사실을 "같은 매질 내에서도 달라진다"로 바꾸어 놓은 함정이다.
평면파의 방향 관계만 외우고 고유 임피던스가 매질별 상수라는 점을 놓치면 틀리기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

평면파 문제가 나오면 먼저 전계·자계·진행 방향이 서로 직교하는지 확인하고, 다음으로 E/H가 위치마다 임의로 변하는 값이 아니라 같은 매질에서 일정한 고유 임피던스인지 판단하면 된다.

암기 포인트

평면파는 E⊥H⊥진행 방향, 같은 매질에서는 E/H 일정이다.

NoteBase

문 17. 자유공간에서 $+1[C]$의 점전하가 원점에 놓여 있다. $r=2[m]$인 지점에서 $r=1[m]$인 점까지 $+1[C]$의 전하를 옮기는 데 필요한 일[J]은? (단, r은 원점으로부터의 거리이다.)

① $\frac{1}{16\pi\varepsilon_0}$
② $\frac{1}{4\pi}$
③ $\frac{1}{2\varepsilon_0}$
④ $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 점전하가 만드는 전위를 이용해 전하를 $r=2\text{m}$에서 $r=1\text{m}$로 옮길 때의 위치에너지 증가량, 즉 외력이 해 주어야 할 일을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 원점에 놓인 점전하 $Q=+1\text{C}$
- 옮겨지는 전하 $q=+1\text{C}$
- 시작점 $r_1=2\text{m}$
- 도착점 $r_2=1\text{m}$

구해야 할 값:
- $r=2\text{m}$에서 $r=1\text{m}$로 이동시키는 데 필요한 일 W

주의할 조건:
- 같은 부호 전하를 원점에 더 가깝게 옮기므로 위치에너지가 증가한다.

사용할 공식

점전하가 만드는 전위는 $V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$이고, 전하 q의 위치에너지는 $U=qV$이다.
따라서 필요한 일은
$W=\Delta U=q(V_2-V_1)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}qQ\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$
이다.
이 공식을 쓰는 이유:
문제는 전기장 속에서 전하를 다른 반지름 위치로 옮길 때 필요한 일, 즉 전위차에 따른 위치에너지 변화를 묻고 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 시작점과 도착점의 전위차를 구하면
$V_2 - V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$
이다.
2. 옮겨지는 전하가 $q = +1\mathrm{C}$이므로 필요한 일은
$W = q(V_2 - V_1) = 1 \cdot \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$
이다.
3. 계산 결과가 $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$이므로 정답은 4번이다.

선지 판단

① X
- $\frac{1}{16\pi\varepsilon_0}$는 계산 결과보다 절반 작다.
- 틀린 값은 $\frac{1}{16\pi\varepsilon_0}$이고, 올바르게는 $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$이다.

② X
- $\frac{1}{4\pi}$는 ε_0가 빠져 있고, 반지름 변화에 따른 차이 $1 - \frac{1}{2}$도 반영되지 않은 값이다.
- 틀린 값은 $\frac{1}{4\pi}$이고, 올바르게는 $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$이다.

③ X
- $\frac{1}{2\varepsilon_0}$는 4π 계수를 누락해 쿨롱 상수 형태를 잘못 적용한 값이다.
- 틀린 값은 $\frac{1}{2\varepsilon_0}$이고, 올바르게는 $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$이다.

④ O
- 전위차 $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$에 이동 전하 $q = 1\mathrm{C}$를 곱하면 필요한 일이 그대로 $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}$가 된다.

오답 포인트

전기력의 크기식 $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}$과 전위식 $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$을 혼동하면 r^2나 $4\pi\varepsilon_0$ 계수를 잘못 처리하기 쉽다. 또 $r = 2\mathrm{m} \to 1\mathrm{m}$로 가까워지는 이동이므로 부호가 같은 전하 사이에서는 일이 양수라는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

점전하 이동 문제는 먼저 전위차를 ≤ft(1r_도착-1r_출발) 꼴로 잡고, 그다음 $W = q\Delta V$로 연결하면 된다. 힘 자체를 적분하기보다 전위와 위치에너지 변화로 바로 보는 편이 빠르다.

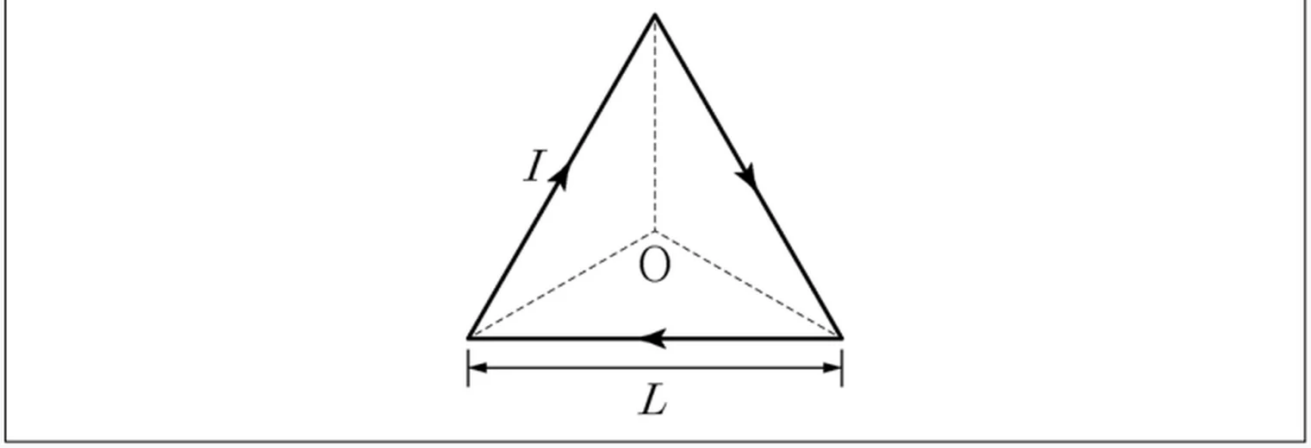
암기 포인트

점전하 이동 일은 $W = q\Delta V$, 점전하는 가까워질수록 $V \propto \frac{1}{r}$가 커진다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같은 정삼각형 모양의 도체에 전류 I[A]가 흐른다. 중심 O점에서 자계 세기[A/m]는? (단, 한 변의 길이는 L[m]로 주어진다.)

<보기>



① $\frac{I}{2\pi L}$
② $\frac{9I}{2\pi L}$
③ $\frac{3I}{4\pi L}$
④ $\frac{\sqrt{3}I}{4\pi L}$

정답 2번

출제 포인트

유한 직선도선의 자계 공식을 각 변에 적용하고, 정삼각형 중심에서 세 변의 자계가 같은 방향으로 합성되는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 정삼각형 한 변의 길이 L, 각 변에 동일한 전류 I이다.
구해야 할 값: 중심 O점의 자계 세기 H이다.
주의할 조건: 중심에서 각 변까지의 수직거리는 외접반지름이 아니라 내접반지름 $r = \frac{L\sqrt{3}}{6}$이다. 세 변의 자계 방향은 모두 같아서 그대로 더해진다.

NoteBase

사용할 공식

한 변이 만드는 자계 세기는

$H_1 = \frac{I}{4\pi r}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)$

이다.

이 공식을 쓰는 이유는 중심 O가 각 변에 대해 유한 직선도선의 수직 이격점이기 때문이다. 정삼각형 중심에서는 한 변의 양 끝을 보는 각이 대칭이므로 $\theta_1 = \theta_2 = 60^\circ$가 된다.

계산 과정

정삼각형 중심에서 한 변까지의 거리는

$r = \frac{L\sqrt{3}}{6}$

이다.

한 변이 만드는 자계는

$H_1 = \frac{I}{4\pi r}(\sin 60^\circ + \sin 60^\circ) = \frac{I\sqrt{3}}{4\pi r}$

이다.

여기에 $r = \frac{L\sqrt{3}}{6}$을 대입하면

$H_1 = \frac{I\sqrt{3}}{4\pi(L\sqrt{3}/6)} = \frac{3I}{2\pi L}$

이다.

세 변의 기여가 모두 같으므로

$H = 3H_1 = 3 \cdot \frac{3I}{2\pi L} = \frac{9I}{2\pi L}$

이다.

선지별 해설

① X

계산 결과는 $\frac{9I}{2\pi L}$이므로 값이 지나치게 작다. 한 변의 기여를 일부만 반영하거나 중심까지의 거리를 잘못 잡으면 이런 값이 나온다. 올바르게는 $\frac{9I}{2\pi L}$이다.

② O

세 변 각각이 $\frac{3I}{2\pi L}$씩 같은 방향으로 더해지므로 전체 자계는 $\frac{9I}{2\pi L}$가 된다.

③ X

이 값은 세 변을 모두 합성하지 않거나 유한도선 공식을 잘못 적용한 오답값이다. 중심 O점의 전체 자계 세기는 한 변의 값이 아니라 세 변의 합이므로 올바르게는 $\frac{9I}{2\pi L}$이다.

④ X

$\sqrt{3}$가 남는 값은 중심까지의 거리 $r = \frac{L\sqrt{3}}{6}$를 대입한 뒤 약분을 끝까지 하지 않은 오답이다. $\sqrt{3}$는 소거되므로 올바르게는 $\frac{9I}{2\pi L}$이다.

NoteBase

오답 포인트

정삼각형 중심에서 한 변까지의 거리를 L이나 $L/2$로 착각하면 오답이 나온다. 또 한 변이 만드는 자계만 구하고 세 변의 합성을 빼먹거나, $\sin 60^\circ$ 두 개를 더한 뒤 $r = \frac{L\sqrt{3}}{6}$ 대입에서 $\sqrt{3}$ 약분을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

다각형 도선의 중심 자계 문제는 먼저 중심에서 한 변까지의 수직거리부터 구한 뒤, 유한 직선도선 공식으로 한 변의 자계를 계산하고, 마지막에 변의 개수만큼 같은 방향 성분을 합하면 된다.

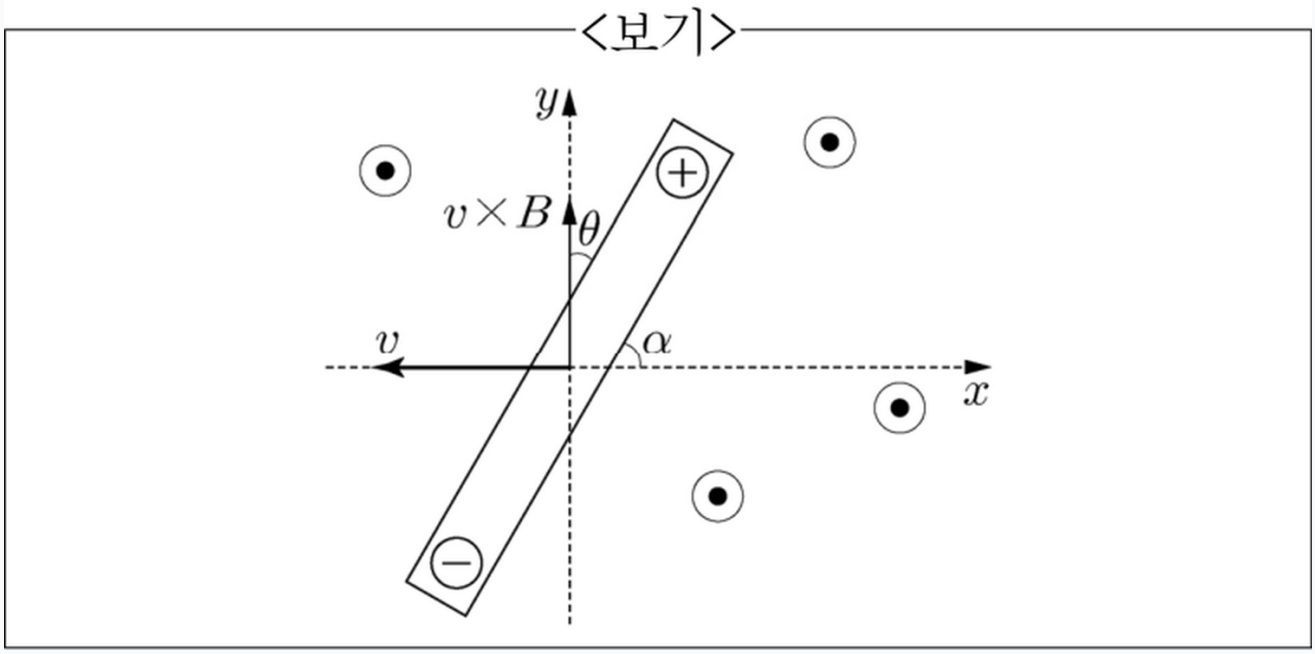
암기 포인트

정삼각형 중심의 한 변까지 거리는 $\frac{L\sqrt{3}}{6}$이고, 대칭 도선의 중심 자계는 한 변의 기여를 구한 뒤 대칭 개수만큼 합성한다.

NoteBase

문 19. 자속밀도 $B = 0.5\hat{a}_z[T]$가 존재하는 공간에 길이 $L = 1[m]$인 직선 도선이 속도 $v = 20[m/s]$로 움직이고 있다. <보기>와 같이 도선이 x축과 이루는 각도가 $\alpha = 60\,^\circ$일 때 도선의 유도 기전력의 값[V]은?

<보기>



① $\sqrt{3}$

② 5

③ $5\sqrt{3}$

④ 12.5

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 운동 기전력의 크기를 $e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = BLv\sin\alpha$로 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 자속밀도 $B = 0.5T$, 도선 길이 $L = 1m$, 속도 $v = 20m/s$, 도선과 x축의 각도 $\alpha = 60\,^\circ$이다.
구해야 할 값: 도선 양단의 유도 기전력이다.
주의할 조건: $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$는 $+y$방향이므로, 도선 방향과의 끼인각은 $30\,^\circ$이고 속도와 도선 사이 각은 $60\,^\circ$이다.

사용할 공식

운동 기전력은 $e = \int(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = BLv\sin\alpha = BLv\cos\theta$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유: 균일한 자기장 속에서 길이 L인 직선 도선이 속도 v로 이동하므로, 자기력에 의해 도선 방향으로 분리되는 전하의 전위차를 계산하면 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 속도는 $-x$방향이고 자기장은 $+z$방향이므로 $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$는 $+y$방향이다.
2. 도선은 x축과 60 °를 이루므로, $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$와 도선 사이 각은 30 °이다.
3. 따라서 e=BLv30^=0.5×1×20×(3)/(2)=53 V 이다.

선지별 해설

① X: 선지의 3는 $BLv=10$을 반영하지 못한 값이어서 틀리다. 올바르게는 유도 기전력은 3 V가 아니라 53 V이다.
② X: 선지의 5는 $\theta=30$ °를 보고 $BLv\sin 30$ °로 잘못 계산한 값이어서 틀리다. 올바르게는 $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$와 도선의 각이 30 °이므로 $\cos 30$ °를 쓰거나, 속도와 도선의 각 60 °에 대해 $\sin 60$ °를 써서 53 V가 된다.
③ O: e=BLv60^=0.5×1×20×(3)/(2)=53 V이므로 옳다.
④ X: 선지의 12.5는 주어진 B, L, v, α를 대입한 운동 기전력 공식 결과와 일치하지 않아 틀리다. 올바르게는 유도 기전력은 $12.5V$가 아니라 53 V이다.

오답 포인트

도선이 x축과 이루는 각 60 °와 $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$가 도선과 이루는 각 30 °를 혼동하면 $5V$가 바로 나온다. 이 문제는 어떤 각에 sin을 쓰는지, 어떤 각에 cos을 쓰는지 구분하는 함정을 넣은 문제이다.

다시 나오면 이렇게 판단

운동 기전력 문제는 먼저 $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$의 방향을 정하고, 그다음 도선 방향과의 끼인각으로 $(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{l}$을 계산하면 된다. 또는 속도와 도선 사이 각을 바로 읽을 수 있으면 $BLv\sin\alpha$를 써도 같은 값이 된다.

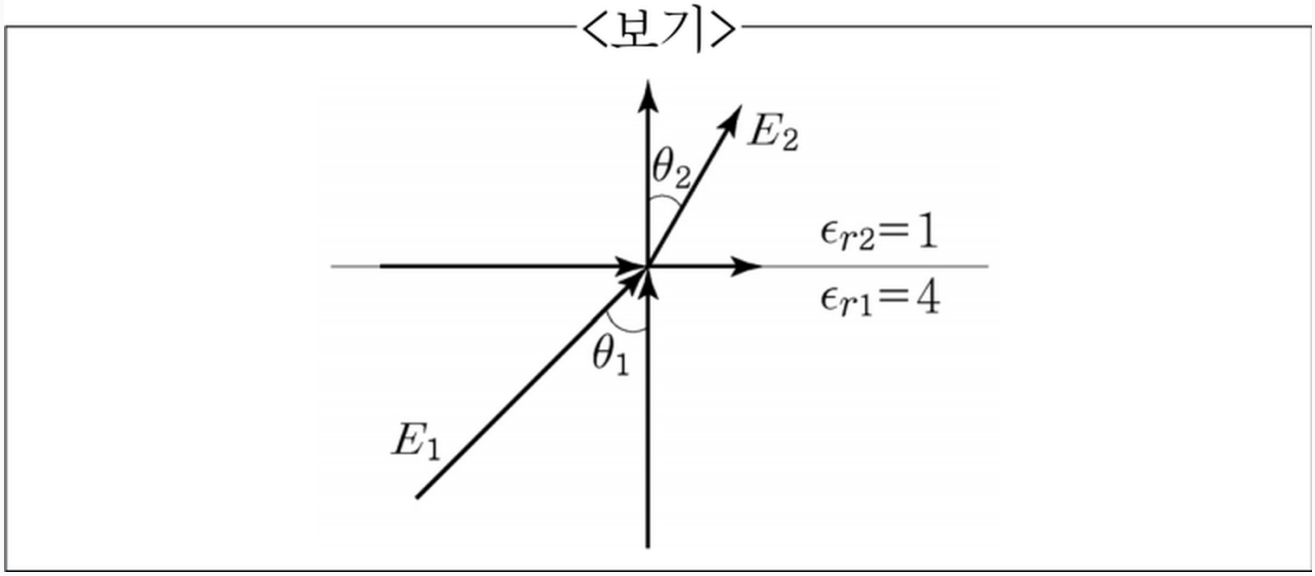
암기 포인트

운동 기전력은 $e=BLv\sin$(속도와 도선의 각)이며, $(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$ 방향과 도선의 투영 길이를 잡아도 같은 값이 된다.

NoteBase

문 20. 공기와 경계를 이루고 있는 임의의 물질 내부에 2[V/m]의 크기를 갖는 전기장 E_1이 <보기>와 같이 입사하고 있다. 입사각 $\theta_1 = 30^\circ$이고, 경계면에서의 표면 전하는 없다고 가정할 때, 공기중 전기장의 크기 E_2[V/m]는?

<보기>



① 2

② 4

③ $4\sqrt{3}$

④ 7

정답 4번

출제 포인트

유전체 경계면에서 표면전하가 없을 때의 경계조건인 접선 성분의 전기장 연속과 법선 성분의 전속밀도 연속을 이용해 공기 중 전기장 크기 E_2를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $E_1 = 2\text{V/m}$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\varepsilon_{r1} = 4$, $\varepsilon_{r2} = 1$이다.
구해야 할 값: 공기 중 전기장 크기 E_2이다.
주의할 조건: 각도는 경계면의 법선 기준이고, 표면전하가 없으므로 E_t는 연속, D_n은 연속이다.

NoteBase

사용할 공식

$E_{1t} = E_1 \sin\theta_1$, $E_{1n} = E_1 \cos\theta_1$이다.
$E_{2t} = E_{1t}$이다.
$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$이다.
$E_2 = \sqrt{E_{2t}^2 + E_{2n}^2}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 경계면에 표면전하가 없을 때 전기장의 접선 성분은 그대로이고, 전속밀도의 법선 성분이 같기 때문이다.

계산 과정

1. 입사 전기장의 성분을 나누면 $E_{1t} = 2\sin 30^\circ = 1\text{V/m}$, $E_{1n} = 2\cos 30^\circ = \sqrt{3}\text{V/m}$이다.
2. 접선 성분은 연속이므로 $E_{2t} = 1\text{V/m}$이다.
3. 법선 성분은 $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$이므로 $E_{2n} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{1n} = 4\sqrt{3}\text{V/m}$이다.
4. 따라서 $E_2 = \sqrt{1^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{49} = 7\text{V/m}$이다.

선지별 해설

① X: "2"는 경계 전후 전기장 크기가 그대로라고 본 값이다. 실제로는 접선 성분만 같고 법선 성분은 유전율 차이 때문에 바뀌므로 전기장 크기는 2V/m가 아니라 7V/m이다.
② X: "4"는 법선 성분을 구할 때 E_{1n}에 $\cos 30^\circ$ 대신 $\sin 30^\circ$를 넣어 $E_{1n} = 1$로 잘못 본 값이다. 올바르게는 $E_{1n} = \sqrt{3}$이고 최종 전기장 크기는 4가 아니라 7이다.
③ X: "$4\sqrt{3}$"는 공기 중 전기장의 법선 성분 E_{2n}만 적은 값이다. 문제는 전체 크기를 묻기 때문에 접선 성분 $E_{2t} = 1$까지 합성해야 하며, 올바른 값은 7이다.
④ O: $E_{2t} = 1\text{V/m}$, $E_{2n} = 4\sqrt{3}\text{V/m}$이므로 $E_2 = \sqrt{1^2 + (4\sqrt{3})^2} = 7\text{V/m}$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 각도 기준이 경계면이 아니라 법선이라는 점과, 경계조건을 전체 전기장에 바로 적용하면 안 된다는 점이다. E는 접선 성분만 그대로이고 법선 성분은 D_n 연속 조건으로 따로 구한 뒤 마지막에 다시 합성해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체 경계 문제는 먼저 각도가 법선 기준인지 확인하고, 다음에 E를 접선과 법선으로 분해한 뒤 E_t 연속과 D_n 연속을 각각 적용한다. 마지막 단계에서만 두 성분을 합쳐 전체 전기장 크기를 판단한다.

암기 포인트

유전체 경계면에서는 E_t는 그대로, D_n은 그대로이므로 E_n은 유전율의 역비로 변한다.

NoteBase