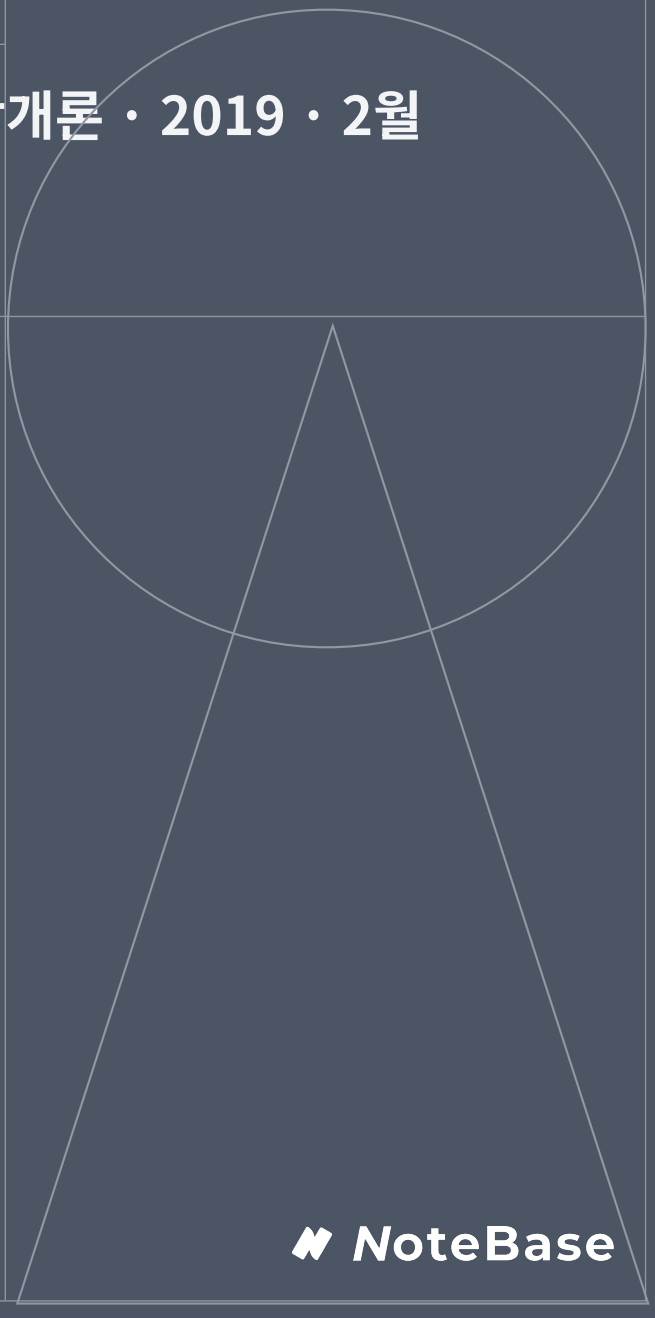
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 물리학개론 · 2019 · 2월



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 물리학개론 · 2019 · 2월

공무원/서울시/7급 · 물리학개론 · 2019 · 2월

문 1. 길이가 L이며 질량이 M인 사다리가 45도의 각도로 마찰이 없는 벽면에 기대어 있다. 균일한 질량 분포를 갖고 있는 사다리가 미끄러지지 않고 이 상태를 유지하기 위해 바닥면의 정지마찰계수 μ가 만족해야하는 조건은?

① $\mu \geq \frac{1}{2}$
② $\mu \geq \frac{1}{3}$
③ $\mu \geq \frac{1}{4}$
④ $\mu \geq \frac{2}{3}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 마찰이 없는 벽에 기대어 선 균일한 사다리의 평형에서 토크 평형과 $f \leq \mu N$를 이용해 최소 정지마찰계수를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 길이 L, 질량 M, 기울기 45°이다.
구해야 할 값: 미끄러지지 않기 위한 최소 정지마찰계수 μ이다.
주의할 조건: 벽면에는 마찰이 없으므로 벽은 수평항력만 주고, 바닥은 수직항력과 정지마찰력만 준다.

사용할 공식

수평방향 평형 $f = N_w$, 수직방향 평형 $N = Mg$, 바닥점을 기준으로 한 토크 평형 $N_w L \sin 45^\circ = Mg(L/2)\cos 45^\circ$를 쓴다.
이 공식을 쓰는 이유: 미지수인 벽의 수평항력 N_w를 토크 평형으로 먼저 구하면 바닥 마찰력 f와 바로 연결되어 최소 μ 조건을 정할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 힘의 평형에서 $f = N_w$, $N = Mg$이다.
2. 바닥점을 축으로 잡으면 사다리의 무게 중심은 중간점에 있으므로
$N_w L\sin 45^\circ = Mg\left(\frac{L}{2}\right)\cos 45^\circ$
이다.
3. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$이므로 $N_w = Mg/2$이고, 따라서 $f = Mg/2$이다.
4. 정지 조건은 $f \le \mu N$이므로
$\frac{Mg}{2} \le \mu Mg$
이다. 따라서 $\mu \ge 1/2$이다.

선지별 해설

① O: 계산 결과 최소 조건이 $\mu \ge 1/2$이므로 맞다.
② X: $\mu \ge 1/3$이면 필요한 마찰력 $Mg/2$를 버티지 못하므로 부족하다. 틀린 표현은 "$\mu \ge 1/3$"이고, 올바르게는 "$\mu \ge 1/2$"이다.
③ X: $\mu \ge 1/4$도 필요한 최소값보다 작아 사다리가 미끄러질 수 있다. 틀린 표현은 "$\mu \ge 1/4$"이고, 올바르게는 "$\mu \ge 1/2$"이다.
④ X: $\mu \ge 2/3$이면 정지할 수는 있지만 최소 조건을 묻는 문항의 정답은 아니다. 틀린 표현은 "$\mu \ge 2/3$"이고, 올바르게는 "$\mu \ge 1/2$"이다.

오답 포인트

벽이 마찰이 없다는 조건을 빼먹고 벽에서도 마찰이 작용한다고 놓거나, 무게 중심의 작용점을 사다리 끝으로 착각하면 값이 달라진다. 또 토크의 팔길이를 둘 다 L로 두지 않고 각각 $L\sin 45^\circ$, $(L/2)\cos 45^\circ$로 잡아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

사다리 평형 문제는 먼저 벽과 바닥이 주는 힘의 종류를 구분한 뒤, 바닥점을 축으로 토크 평형을 세워 벽의 수평항력을 구하고, 마지막에 $f \le \mu N$으로 최소 마찰계수를 판단한다.

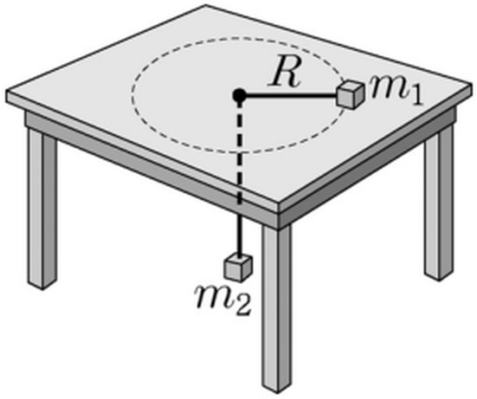
암기 포인트

균일한 사다리는 무게가 중간점에 작용하고, 마찰 없는 벽 사다리는 '토크로 벽의 힘을 구한 뒤 $f = \mu N$ 최소조건을 본다'는 순서로 정리된다.

NoteBase

문 2. 두 개의 물체가 <보기>와 같이 책상의 구멍을 통해 가는 실로 연결되어 있다. 책상 위의 물체는 반경이 R인 등속원운동을 하고 있다. 책상 아래의 물체가 아래로 떨어지지 않고 정지해 있기 위해 필요한 등속원운동의 주기는? (단, 모든 마찰은 무시하고 실의 질량은 없다고 가정하며, 중력가속도는 g이다.)

<보기>



① $2\pi\sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$
② $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$
③ $2\pi\sqrt{\frac{m_2 R}{m_1 g}}$
④ $2\pi\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 매달린 물체가 정지할 때의 장력을 이용해 책상 위 물체의 등속원운동 주기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 책상 위 물체의 질량은 m_1, 책상 아래 물체의 질량은 m_2, 원운동 반지름은 R, 중력가속도는 g이다.
구해야 할 값: 책상 위 물체의 등속원운동 주기이다.
주의할 조건: 아래 물체 m_2는 아래로 떨어지지 않고 정지해 있으므로 알짜힘이 0이다. 따라서 실의 장력 T는 $m_2 g$와 같고, 이 장력이 위 물체 m_1의 구심력이 된다.

사용할 공식

$T = m_2 g, \qquad T = \frac{m_1 v^2}{R}, \qquad P = \frac{2\pi R}{v}$
이 공식을 쓰는 이유: 아래 물체가 정지해 있으므로 장력은 중력과 같고, 위 물체는 그 장력을 받아 반지름 R의 등속원운동을 한다. 따라서 장력식을 구심력식과 연결한 뒤 속력을 구하고, 마지막에 $P = \frac{2\pi R}{v}$를 적용하면 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 아래 물체가 정지하므로 $T = m_2 g$이다.
2. 위 물체의 구심력은 장력이므로 $\frac{m_1 v^2}{R} = T = m_2 g$이다.
3. 따라서 $v^2 = \frac{m_2 g R}{m_1}$, $v = \sqrt{\frac{m_2 g R}{m_1}}$ 이다.
4. 주기는
$P = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{m_2 g R}{m_1}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$
이다.

선지별 해설

① O
- 계산 결과가 $P = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$ 이므로 옳다.

② X
- $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ 는 질량항이 빠져 있다. 이 문제의 주기는 장력 $T = m_2 g$와 관성 m_1의 비에 의해 달라지므로 m_1, m_2가 반드시 들어가야 한다.
- 틀린 표현은 질량이 전혀 반영되지 않는다는 점이다. 올바르게는 $2\pi\sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$ 이다.

③ X
- $2\pi\sqrt{\frac{m_2 R}{m_1 g}}$ 는 m_1과 m_2의 위치가 뒤바뀌었다. 이는 $\frac{m_1 v^2}{R} = m_2 g$를 정리할 때 분자와 분모를 거꾸로 처리한 경우의 오답이다.
- 틀린 표현은 질량비가 $\frac{m_2}{m_1}$라는 점이다. 올바르게는 $\frac{m_1}{m_2}$가 되어 $2\pi\sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$ 이다.

④ X
- $2\pi\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ 는 R과 g가 빠져 있어 시간 차원을 만들 수 없다. 주기는 길이와 중력가속도 조건에 따라 달라지므로 $\sqrt{\frac{R}{g}}$ 형태가 함께 있어야 한다.
- 틀린 표현은 반지름과 중력가속도를 누락한 점이다. 올바르게는 $2\pi\sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$ 이다.

오답 포인트

많이 틀리는 지점은 장력을 바로 $m_2 g$로 보지 못하거나, $\frac{m_1 v^2}{R} = m_2 g$를 정리하면서 m_1과 m_2의 위치를 뒤집는 점이다. 또 주기식으로 넘어갈 때 $P = \frac{2\pi R}{v}$를 쓰지 않고 질량비만 남겨 ④처럼 차원이 맞지 않는 식을 고르는 실수가 잦다.

다시 나오면 이렇게 판단

매달린 물체가 정지하는 원운동 연결 문제는 먼저 정지한 물체에서 장력 T를 구하고, 그 장력을 회전하는 물체의 구심력 $\frac{mv^2}{R}$에 연결한 뒤, 마지막에 $P = \frac{2\pi R}{v}$로 주기를 구하면 된다.

NoteBase

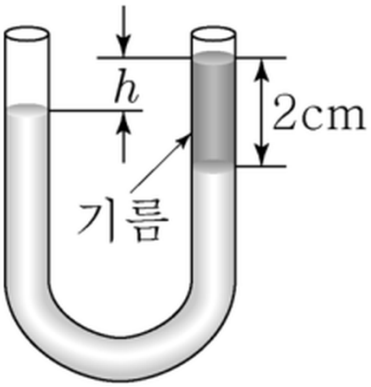
암기 포인트

매달린 물체가 정지하면 $T = mg$, 회전 물체에는 $T = \frac{mv^2}{R}$, 주기는 $P = \frac{2\pi R}{V}$의 순서로 연결된다.

NoteBase

문 3. <보기>와 같이 U-형으로 생긴 유리관에 물을 채웠다. 그리고 오른쪽의 유리관 입구로 기름을 조금 부었다. 오른쪽 유리관의 기름은 물 위에 2cm 높이로 떠 있으며 왼쪽관의 물의 높이보다 h만큼 높다. 높이의 차이 h의 값[mm]은? (단, 기름의 밀도는 물의 밀도의 80%이므로 물 위에 뜬다.)

<보기>



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 U자관의 같은 높이 압력 평형과 밀도비를 이용해 자유표면 높이차 h를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 오른쪽 기름기둥 높이는 2cm이고, 기름의 밀도는 물의 80%이다.
구해야 할 값: 오른쪽 기름 윗면이 왼쪽 물 윗면보다 높은 거리 h이다.
주의할 조건: 압력은 같은 높이에서 같고, 기름은 물보다 가벼우므로 같은 압력을 만들 때 더 긴 기둥이 필요하다.

사용할 공식

같은 높이의 압력은 같으므로 _물 g Δ y = _기름 g × 2 cm이다.
이 공식을 쓰는 이유: 왼쪽 물기둥과 오른쪽 기름기둥이 같은 경계면 높이에서 서로 같은 압력을 만들어야 정지 평형이 성립하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

오른쪽 물-기름 경계면과 같은 높이에서 압력을 맞추면 _물 g Δ y = 0.8_물 g × 2 cm이다.
따라서 $\Delta y = 1.6cm$이다.
여기서 Δy는 왼쪽 물 윗면에서 오른쪽 경계면까지의 높이차이다.
기름 윗면은 경계면보다 2cm 높으므로 $h = 2.0 - 1.6 = 0.4cm$이다.
단위를 바꾸면 $0.4cm = 4mm$이다.

선지 판단

1번: X. 압력 평형으로 계산한 h는 4mm이므로 1mm는 맞지 않는다. 틀린 표현은 '1mm'이고, 올바르게는 '4mm'이다.
2번: X. 기름기둥 2cm를 그대로 h로 두면 안 되고, 먼저 밀도비를 반영해 물기둥 높이 1.6cm로 바꿔야 한다. 틀린 표현은 '2mm'이고, 올바르게는 '4mm'이다.
3번: X. 같은 높이 압력 평형을 적용하면 남는 자유표면 차는 0.4cm이므로 3mm는 계산 결과와 다르다. 틀린 표현은 '3mm'이고, 올바르게는 '4mm'이다.
4번: O. 오른쪽 기름기둥 2cm가 만드는 압력은 물기둥 1.6cm와 같고, 자유표면 차는 $2.0 - 1.6 = 0.4cm$이므로 4mm가 맞다.

오답 포인트

2cm를 그대로 높이차 h로 보거나, 80%라는 밀도비를 압력 평형식에 넣지 않으면 틀린다. 이 문제의 함정은 기름기둥 높이와 두 자유표면의 높이차를 같은 값으로 착각하는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

두 액체가 들어 있는 U자관은 먼저 같은 높이 점의 압력을 같게 놓고, 가벼운 액체 기둥을 밀도비로 무거운 액체 높이로 환산한 뒤 마지막에 자유표면 차를 계산하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

같은 높이 압력은 같고, _기름=0.8_물이면 2cm의 기름은 1.6cm의 물과 같아서 남는 높이차는 4mm이다.

NoteBase

문 4. 단면적이 0.5cm^2이고 길이가 5m인 합금 케이블의 한끝이 천장에 고정되어 수직으로 매달려 있다. 질량이 1톤인 엘리베이터가 케이블의 아래쪽 끝에 고정되어 매달리자 케이블의 길이가 0.5cm 늘어났다. 이 합금 케이블의 영률(Young's modulus) $[\text{N/m}^2]$은? (단, 중력가속도 $g = 10\text{m/s}^2$이다.)

① 2×10^{12}

② 5×10^{11}

③ 2×10^{11}

④ 5×10^{12}

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 인장 응력과 변형률의 정의를 이용해 영률 Y를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 단면적 $A = 0.5cm^2$, 길이 $L = 5m$, 질량 $m = 1ton = 1000kg$, 늘어난 길이 $\Delta L = 0.5cm$, 중력가속도 $g = 10m/s^2$이다.
구해야 할 값: 영률 Y이다.
주의할 조건: $cm^2 \to m^2$, $cm \to m$ 단위 변환을 정확히 해야 한다.

사용할 공식

$Y = \frac{\text{stress}}{\text{strain}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{A\Delta L}$
이 공식을 쓰는 이유는 케이블이 하중을 받아 늘어난 길이와 원래 길이, 단면적, 작용 힘이 모두 주어졌기 때문이다.

계산 과정

하중은 $F = mg = 1000 \times 10 = 10^4 N$이다.
단면적은 $0.5cm^2 = 0.5 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-5} m^2$이다.
늘어난 길이는 $0.5cm = 5 \times 10^{-3} m$이다.
$Y = \frac{FL}{A\Delta L} = \frac{10^4 \times 5}{(5 \times 10^{-5})(5 \times 10^{-3})} = \frac{5 \times 10^4}{2.5 \times 10^{-7}} = 2 \times 10^{11} N/m^2$

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $2 \times 10^{11} N/m^2$이므로 ①의 $2 \times 10^{12} N/m^2$와 다르다.
- 늘어난 길이 $0.5cm$를 $5 \times 10^{-4} m$로 잘못 바꾸면 10배 큰 값이 나온다.
- 틀린 표현은 영률 값이 $2 \times 10^{12} N/m^2$라는 점이다. 올바르게는 $2 \times 10^{11} N/m^2$이다.

② X
- 계산 결과는 $2 \times 10^{11} N/m^2$이므로 ②의 $5 \times 10^{11} N/m^2$와 다르다.
- 단면적이나 늘어난 길이의 단위 변환을 일관되게 하지 않으면 이런 중간 오답값이 나올 수 있다.
- 틀린 표현은 영률 값이 $5 \times 10^{11} N/m^2$라는 점이다. 올바르게는 $2 \times 10^{11} N/m^2$이다.

③ O
- $Y = \frac{FL}{A\Delta L}$에 값을 대입하면 $2 \times 10^{11} N/m^2$가 된다.
- 따라서 ③은 계산 결과와 일치하는 옳은 선지이다.

④ X
- 계산 결과는 $2 \times 10^{11} N/m^2$이므로 ④의 $5 \times 10^{12} N/m^2$와 다르다.
- 단면적과 늘어난 길이의 단위 변환을 함께 잘못 처리하면 실제보다 지나치게 큰 값이 나온다.
- 틀린 표현은 영률 값이 $5 \times 10^{12} N/m^2$라는 점이다. 올바르게는 $2 \times 10^{11} N/m^2$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 단위 변환이다. 단면적은 cm^2이므로 10^{-4}를 곱해야 하고, 늘어난 길이는 cm이므로 10^{-2}를 곱해야 한다. 둘 중 하나만 잘못 바꿔도 답이 10배 이상 어긋난다.

다시 나오면 이렇게 판단

영률 문제는 먼저 $F, A, L, \Delta L$를 모두 SI 단위로 정리한 뒤 $Y = \frac{FL}{A\Delta L}$를 적용하면 된다. 특히 $cm^2 \rightarrow m^2$ 변환을 가장 먼저 점검하면 계산 실수를 줄일 수 있다.

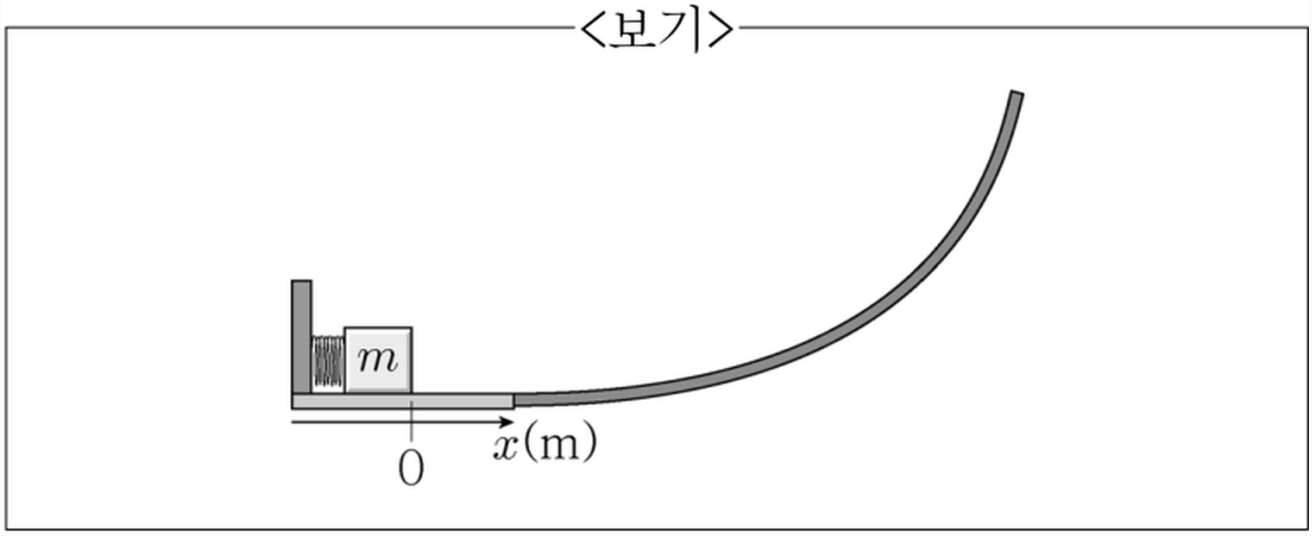
암기 포인트

영률은 응력 나누기 변형률이므로 $Y = \frac{FL}{A\Delta L}$이다. 길이는 $cm \rightarrow m$에서 10^{-2}, 면적은 $cm^2 \rightarrow m^2$에서 10^{-4}가 붙는다.

NoteBase

문 5. <보기>와 같이 질량이 100 g인 물체로 스프링상수(탄성계수)가 200N/m인 스프링을 20cm 압축된 상태로 잡고 있다가 놓았다. 마찰을 무시할 경우 물체가 빗면을 올라간 최대 높이[m]는? (단, 중력가속도 $g = 10\text{m/s}^2$이다.)

<보기>



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 마찰이 없을 때 스프링의 탄성퍼텐셜에너지가 최고점에서 중력퍼텐셜에너지로 모두 바뀐다는 에너지 보존을 이용해 최대 높이를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 질량 $m = 0.10kg$, 스프링상수 $k = 200N/m$, 압축량 $x = 0.20m$, 중력가속도 $g = 10m/s^2$이다.
구해야 할 값은 빗면을 따라 올라간 최대 높이 h이다.
마찰을 무시하므로 역학적 에너지가 보존된다.

NoteBase

사용할 공식

스프링의 탄성퍼텐셜에너지와 중력퍼텐셜에너지의 보존을 쓴다.
$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$
처음에는 스프링이 압축되어 에너지를 저장하고 있고, 최고점에서는 속도가 0이므로 그 에너지가 모두 위치에너지로 바뀐다.

계산 과정

먼저 스프링에 저장된 에너지는
$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (0.20)^2 = 4J$
이다.
최고점에서 이 에너지가 중력퍼텐셜에너지 mgh가 되므로
$4 = 0.10 \times 10 \times h$
$4 = h$
가 된다. 따라서 최대 높이는 $4m$이다.

선지 판단

① X: 1m이면 중력퍼텐셜에너지가 $0.10 \times 10 \times 1 = 1J$에 불과하여 처음의 스프링 에너지 4 J와 맞지 않는다. 틀린 표현은 '최대 높이가 1m'이고, 올바르게는 '최대 높이는 4m'이다.
② X: 2m이면 필요한 에너지가 2 J이므로 에너지 보존식 $\frac{1}{2}kx^2 = mgh$를 만족하지 않는다. 틀린 표현은 '최대 높이가 2m'이고, 올바르게는 '최대 높이는 4m'이다.
③ X: 3m이면 필요한 에너지가 3 J이므로 처음의 스프링 에너지 4 J와 일치하지 않는다. 틀린 표현은 '최대 높이가 3m'이고, 올바르게는 '최대 높이는 4m'이다.
④ O: 스프링 에너지 4 J가 모두 중력퍼텐셜에너지로 바뀌면 $mgh = 4J$이고, $mg = 1N$이므로 $h = 4m$가 된다. 최대 높이를 정확히 나타낸 선택지이다.

오답 포인트

100 g을 $0.10kg$으로 바꾸지 않거나 20cm를 $0.20m$로 바꾸지 않으면 높이가 틀어진다. 또 $\frac{1}{2}kx^2$에서 $\frac{1}{2}$를 빼먹거나, 평면 구간이 있다는 이유로 에너지 손실이 있다고 착각하면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

스프링-빗면 문제는 먼저 질량과 길이 단위를 SI 단위로 통일한 뒤, 마찰 유무를 확인하고, 마찰이 없으면 $\frac{1}{2}kx^2$를 mgh에 바로 연결해 판단한다.

암기 포인트

마찰이 없으면 스프링 에너지 $\frac{1}{2}kx^2$는 최고점의 위치에너지 mgh로 그대로 바뀐다.

NoteBase

문 6. 마찰이 없는 평면 위에서 질량이 2kg인 물체 A가 10m/s의 속도로 움직여 질량이 3kg인 정지해 있는 물체 B와 충돌하였다. 완전 탄성 충돌을 하였고, 한 직선 상에서 두 물체가 움직였다고 할 때, 각 물체의 충돌 후 속도[m/s]는?

① A: -5, B: 10

② A: 1, B: 6

③ A: -2, B: 8

④ A: 2, B: 8

정답 3번

출제 포인트

1차원 완전 탄성 충돌에서 운동량 보존과 운동에너지 보존을 함께 적용해 충돌 후 두 물체의 속도를 구하는 문제이다.

조건 정리

물체 A의 질량은 2 kg, 초기 속도는 $10m/s$이다. 물체 B의 질량은 3 kg, 초기 속도는 0이다. 마찰이 없고 직선상 완전 탄성 충돌이므로 운동량과 운동에너지가 모두 보존된다.

사용할 공식

1차원 완전 탄성 충돌에서는

$v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} u_A + \frac{2m_B}{m_A + m_B} u_B, \quad v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} u_A + \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} u_B$

를 사용한다. 이 문제는 한 물체가 정지한 상태에서 일직선으로 완전 탄성 충돌하는 전형적인 경우이므로 이 공식을 그대로 적용할 수 있다.

계산 과정

$v_A = \frac{2-3}{2+3} \times 10 + \frac{2 \times 3}{2+3} \times 0 = -2m/s$

$v_B = \frac{2 \times 2}{2+3} \times 10 + \frac{3-2}{2+3} \times 0 = 8m/s$

따라서 충돌 후 A는 반대 방향으로 $-2m/s$, B는 진행 방향으로 $8m/s$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: A가 $-5m/s$, B가 $10m/s$이면 운동량은 맞지만 운동에너지가 $175J$가 되어 완전 탄성 충돌 조건을 만족하지 못한다. 틀린 표현은 충돌 후 속도값이며, 올바르게는 A는 $-2m/s$, B는 $8m/s$이다.
② X: A가 $1m/s$, B가 $6m/s$이면 운동량은 맞지만 운동에너지가 $55J$로 줄어든다. 틀린 표현은 속도쌍 전체이며, 올바르게는 A는 $-2m/s$, B는 $8m/s$이다.
③ O: 계산 결과 A는 $-2m/s$, B는 $8m/s$이므로 운동량 보존과 운동에너지 보존을 모두 만족한다.
④ X: A가 $2m/s$, B가 $8m/s$이면 운동에너지는 맞지만 운동량이 $28kg \cdot m/s$가 되어 보존되지 않는다. 틀린 표현은 A의 속도 부호와 크기이며, 올바르게는 A는 반대 방향의 $-2m/s$, B는 $8m/s$이다.

오답 포인트

운동량만 맞는 경우나 운동에너지만 맞는 경우를 정답으로 착각하기 쉽다. 특히 질량이 다른 완전 탄성 충돌을 단순한 속도 교환으로 보면 ①처럼 잘못 판단하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

일직선 완전 탄성 충돌은 먼저 운동량 보존과 운동에너지 보존이 함께 적용되는 상황인지 확인한 뒤 표준 공식을 쓴다. 계산 후에는 두 속도를 다시 대입해 운동량과 운동에너지가 모두 보존되는지 검산하면 된다.

암기 포인트

질량이 다른 1차원 완전 탄성 충돌에서는 속도를 단순히 교환하지 않으며, 가벼운 물체는 충돌 후 반대 방향으로 되튈 수 있다.

NoteBase

문 7. 일정한 속도로 달리던 자동차들이 빨간 불이 켜지는 것을 보고 정지선 11m 전방에서부터 정지하기 위해 일정한 가속도로 감속하고 있다. 다음 중 정지선을 넘지 않으면서 정지선에 가장 가까이 정차한 자동차의 처음 속도[m/s]와 가속도[m/s^2]는? (단, v_0는 자동차의 처음 속도이고, a는 자동차의 가속도이다.)

① v_0: 10, a: -5

② v_0: 10, a: -10

③ v_0: 20, a: -5

④ v_0: 20, a: -10

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 등가속도 운동식으로 각 자동차의 정지거리를 구한 뒤, 그 거리가 11m를 넘지 않으면서 가장 큰 경우를 고르는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 정지선까지 거리 11m, 처음 속도 v_0, 가속도 a이다.
구해야 할 값은 각 보기의 정지거리이다.
주의할 조건은 정지선을 넘지 않아야 하므로 정지거리가 11m 이하여야 하고, 그중 11m에 가장 가까운 값을 골라야 한다.

사용할 공식

$v^2 = v_0^2 + 2ax$
이 문제는 감속도가 일정한 등가속도 직선운동이고, 멈출 때 최종 속도는 $v = 0$이므로 정지거리 x를 이 식으로 바로 구할 수 있다.

계산 과정

정지할 때는 $v = 0$이므로 $0 = v_0^2 + 2ax$이다.
따라서 정지거리는 $x = -\frac{v_0^2}{2a}$이다.
① $x = -\frac{10^2}{2(-5)} = 10m$이므로 정지선 1m 앞에서 멈춘다.
② $x = -\frac{10^2}{2(-10)} = 5m$이므로 정지선 6m 앞에서 멈춘다.
③ $x = -\frac{20^2}{2(-5)} = 40m$이므로 11m 안에 멈추지 못한다.
④ $x = -\frac{20^2}{2(-10)} = 20m$이므로 11m 안에 멈추지 못한다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 정지거리가 10m이므로 정지선을 넘지 않고, 11m에 가장 가깝게 멈춘다.
② X: 정지거리가 5m이므로 정지선을 넘지는 않지만 ①보다 훨씬 일찍 멈춘다. 틀린 조합 $v_0 = 10m/s,\ a = -10m/s^2$ 대신, 가장 가까이 멈추려면 정지거리가 11m에 더 가까워야 한다.
③ X: 정지거리가 40m이므로 11m 안에 멈추지 못해 정지선을 지난다. 틀린 조합 $v_0 = 20m/s,\ a = -5m/s^2$ 대신, 올바른 조건은 정지거리 $x \le 11m$을 만족하는 조합이다.
④ X: 정지거리가 20m이므로 역시 11m 안에 멈추지 못한다. 틀린 조합 $v_0 = 20m/s,\ a = -10m/s^2$ 대신, 올바른 조건은 정지거리 $x \le 11m$이면서 그 값이 최대인 조합이다.

오답 포인트

감속도 a가 음수라는 점을 빼먹으면 정지거리 계산이 틀어진다. 또 '가장 가까이 정차'를 '정확히 멈추는가'로만 읽으면 ①과 ②처럼 둘 다 정지선을 넘지 않는 경우의 비교를 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

등가속도 감속 문제는 먼저 $v = 0$을 넣어 정지거리를 구하고, 그다음 제한거리 안에 들어오는지 확인한 뒤, 조건을 만족하는 값들 중 기준에 가장 가까운 것을 고르면 된다.

암기 포인트

정지거리 비교는 $0 = v_0^2 + 2ax$에서 출발하며, 감속 문제에서는 $x = -\frac{v_0^2}{2a}$로 바로 정리된다.

NoteBase

문 8. 반경이 R, 길이가 L, 질량이 M인 긴 원통형 막대를 높이가 h인 빗면에 가만히 놓았더니 빗면을 미끄럼 없이 굴러 내려갔다. 빗면을 굴러 내려온 막대가 지면에서 굴러가는 속력은? (단, 반경 R인 원통형 막대의 관성모멘트는 $MR^2/2$이고 중력가속도는 g이다.)

① $\sqrt{\frac{gh}{3}}$
② $\sqrt{gh}$
③ $2\sqrt{\frac{gh}{3}}$
④ $\sqrt{\frac{5gh}{3}}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 미끄럼 없는 굴림에서 역학적 에너지 보존과 원통의 관성모멘트 $I=\frac{1}{2}MR^2$를 이용해 지면에서의 속력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반경 R, 질량 M, 높이 h, 관성모멘트 $I=\frac{1}{2}MR^2$이다.
구해야 할 값: 지면에서 굴러가는 막대의 속력 v이다.
주의할 조건: 빗면을 미끄럼 없이 구르므로 $v=R\omega$가 성립하고, 위치에너지 Mgh는 병진 운동에너지와 회전 운동에너지로 나뉜다.

사용할 공식

에너지 보존식은 $Mgh=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 처음에는 정지해 있으므로 역학적 에너지가 위치에너지뿐이고, 내려온 뒤에는 병진 운동과 회전 운동을 함께 하기 때문이다.

계산 과정

1. 구름 조건 $v=R\omega$에서 $\omega=\frac{v}{R}$이다.
2. 이를 에너지 보존식에 대입하면 $Mgh=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2$이다.
3. 정리하면 $Mgh=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{4}Mv^2=\frac{3}{4}Mv^2$이므로 $v^2=\frac{4gh}{3}$, $v=2\sqrt{\frac{gh}{3}}$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: $\sqrt{\frac{gh}{3}}$는 최종식 $v^2=\frac{4gh}{3}$에서 제곱근을 취할 때 2를 빠뜨린 값이다. 올바르게는 속력이 $2\sqrt{\frac{gh}{3}}$이다.
2번 X: $\sqrt{gh}$는 회전 운동에너지를 빠뜨리거나 관성모멘트를 잘못 써서 실제보다 크게 또는 작게 단순화한 값이다. 올바르게는 병진과 회전을 함께 넣어 $v=2\sqrt{\frac{gh}{3}}$이다.
3번 O: 에너지 보존과 $I=\frac{1}{2}MR^2$, $v=R\omega$를 쓰면 $v=2\sqrt{\frac{gh}{3}}$가 되어 정답이다.
4번 X: $\sqrt{\frac{5gh}{3}}$는 에너지 항의 계수를 잘못 합한 값이다. 올바르게는 총 운동에너지 계수가 $\frac{3}{4}Mv^2$이므로 속력은 $2\sqrt{\frac{gh}{3}}$이다.

오답 포인트

굴러가는 물체를 미끄러지는 물체처럼 보고 $Mgh=\frac{1}{2}Mv^2$만 쓰면 틀린다. 또 $I=\frac{1}{2}MR^2$를 대입한 뒤 회전 운동에너지 항이 $\frac{1}{4}Mv^2$가 된다는 점을 놓치면 1번이나 4번 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

구름 운동 속력 문제는 먼저 $v=R\omega$를 적고, 다음에 $Mgh=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$에 관성모멘트를 넣어 병진 항과 회전 항의 계수를 합쳐 판단한다.

암기 포인트

원통의 미끄럼 없는 굴림은 $Mgh=\frac{3}{4}Mv^2$로 정리되므로 $v=2\sqrt{\frac{gh}{3}}$이다.

NoteBase

문 9. 상온과 대기압 하에서 공기 중 음파의 속도는 초속 약 340m이다. 사람이 들을 수 있는 음파의 가청주파수 대역은 보통 20~20,000 Hz 정도 된다. 주파수가 20,000 Hz인 음파의 파장이 속해 있는 범위는?

① 1 μm ~ 1mm

② 1mm ~ 1cm

③ 1cm ~ 1m

④ 1m ~ 1km

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 음속, 주파수, 파장의 관계식 $v = f\lambda$를 이용해 파장을 구한 뒤 선지의 길이 범위와 비교하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 공기 중 음속 340m/s, 주파수 20,000 Hz이다.
구해야 할 값은 이 음파의 파장이다.
주의할 조건은 Hz가 초당 진동수이므로 $\lambda = v/f$를 써야 하고, 계산 결과를 cm 단위까지 확인해야 한다.

사용할 공식

사용 공식은 $v = f\lambda$, 따라서 $\lambda = v/f$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 파동의 속도는 주파수와 파장의 곱으로 정해지므로, 속도와 주파수가 주어지면 파장을 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{20000} m$이다.
2. $\lambda = 0.017m$이다.
3. $0.017m = 1.7cm$이므로 파장은 1cm와 1m 사이 범위에 속한다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $1.7cm$이므로 $1\,\mu m$부터 1mm 범위에는 속하지 않는다.
- 틀린 표현은 파장 범위 판단이다. 올바르게는 1cm부터 1m 범위에 속한다.

② X
- $1.7cm$는 1mm보다 크지만 1cm보다도 크므로 1mm부터 1cm 범위를 벗어난다.
- 틀린 표현은 상한 비교이다. 올바르게는 1cm를 넘으므로 이 범위가 아니라 1cm부터 1m 범위이다.

③ O
- $\lambda = 0.017m = 1.7cm$이므로 1cm부터 1m 사이에 들어간다.
- 계산 결과와 범위가 일치하므로 옳다.

④ X
- $1.7cm$는 1m보다 훨씬 짧으므로 1m부터 1km 범위에 속하지 않는다.
- 틀린 표현은 파장을 지나치게 크게 본 점이다. 올바르게는 고주파 음파일수록 파장이 짧아져 cm 수준이 된다.

오답 포인트

주파수 20,000 Hz가 매우 크므로 파장이 매우 짧아진다는 점을 놓치면 큰 길이 범위를 고르기 쉽다. 또 $0.017m$를 cm로 바꿀 때 1.7cm를 0.17cm나 17cm로 잘못 옮기면 ②나 ④ 같은 오답으로 흔들리게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

파동 문제에서 속도와 주파수가 주어지면 먼저 $\lambda = v/f$로 계산한다. 그다음 계산값을 문제 선지 단위에 맞춰 변환하고, 값의 크기가 mm인지 cm인지 m인지 마지막에 범위 비교로 확정하면 된다.

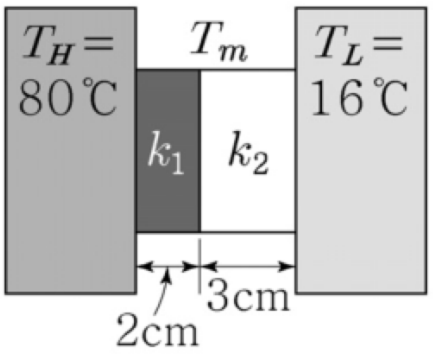
암기 포인트

파동은 $v = f\lambda$이고, 같은 매질에서 주파수가 커질수록 파장은 짧아진다.

NoteBase

문 10. 온도가 각각 80°C, 16°C인 두 열 저장소를 열전도도가 각각 $k_1 = 14\text{W/m} \cdot \text{K}$, $k_2 = 3\text{W/m} \cdot \text{K}$인 두 개의 물질로 <보기>와 같이 연결하였다. 전체 시스템이 동적 열평형 상태에 있을 때, 두 연결 물질 사이의 온도 T_m은?

<보기>



① 74°C

② 72°C

③ 68°C

④ 48°C

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 정상상태 열전도에서 직렬로 연결된 두 물질의 열유속이 같다는 조건을 이용해 접합면 온도 T_m를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 고온 저장소는 80°C, 저온 저장소는 16°C이다.
첫 번째 물질은 $k_1 = 14\text{W/(m} \cdot \text{K)}$, 길이는 2cm이다.
두 번째 물질은 $k_2 = 3\text{W/(m} \cdot \text{K)}$, 길이는 3cm이다.
구해야 할 값: 두 물질 사이의 접합면 온도 T_m이다.
주의할 조건: 두 물질은 직렬 연결이므로 정상상태에서 두 물질을 통과하는 열유속이 같다.

NoteBase

사용할 공식

정상상태 직렬 열전도에서는

$$\frac{k_1(80-T_m)}{L_1}=\frac{k_2(T_m-16)}{L_2}$$

를 사용한다.

이 공식을 쓰는 이유는 접합면에서 열이 축적되지 않으므로 왼쪽 물질을 지나는 열유속과 오른쪽 물질을 지나는 열유속이 같아야 하기 때문이다.

계산 과정

길이비만 필요하므로 $L_1=2, L_2=3$으로 두고 계산해도 비는 같게 유지된다.

$$\frac{14(80-T_m)}{2}=\frac{3(T_m-16)}{3}$$

정리하면

$$7(80-T_m)=T_m-16$$

$$560-7T_m=T_m-16$$

$$576=8T_m$$

$$T_m=72$$

따라서 접합면 온도는 72°C이다.

선지 판단

1번 X: 계산 결과 접합면 온도는 72°C이므로 74°C는 맞지 않는다. 틀린 표현은 '74°C'이며, 올바르게는 '72°C'이다.

2번 O: 열유속 동일 조건으로 계산하면 $T_m=72$가 나온다. 따라서 72°C는 옳다.

3번 X: 계산 결과보다 4°C 낮은 값이다. 열전도율과 길이를 함께 반영한 열저항비를 써야 하는데, 68°C는 그 조건을 만족하지 못한다. 틀린 표현은 '68°C'이며, 올바르게는 '72°C'이다.

4번 X: 48°C는 80°C와 16°C의 단순 산술평균일 뿐이다. 두 물질의 열전도율과 길이가 다르므로 접합면 온도는 가운데 값이 아니라 열저항이 작은 쪽인 고온 쪽에 더 가깝다. 틀린 표현은 '48°C'이며, 올바르게는 '72°C'이다.

오답 포인트

길이만 보고 온도강하를 나누거나, 두 끝 온도의 산술평균을 접합면 온도로 두면 틀린다. 이 문제는 $R=L/k$인 열저항을 비교해야 하므로, k_1이 크고 L_1이 짧은 왼쪽 물질에서의 온도강하는 작고 오른쪽 물질에서의 온도강하는 크게 나타난다.

다시 나오면 이렇게 판단

직렬 열전도 문제는 먼저 각 구간의 열저항 $R=L/k$를 비교하고, 정상상태에서는 열유속이 같다는 식을 세운 뒤, 온도강하가 열저항비에 비례한다는 순서로 판단한다.

NoteBase

암기 포인트

직렬 열전도에서는 열유속은 같고 온도강하는 열저항 L/k에 비례한다.

NoteBase

문 11. 단열된 상태라고 가정하고 폭포에서 떨어지는 물의 중력 퍼텐셜 에너지 감소가 내부 에너지 증가와 같을 때, 물이 100m의 폭포에서 떨어진다면 낙하한 후에 물의 온도 상승과 가장 가까운 것은? (단, 물의 비열은 $4.2\mathrm{J/g\cdot{}^\circ C}$이고, 중력가속도 $g = 9.8\mathrm{m/s^2}$이다.)

① 0°C

② 0.012°C

③ 0.12°C

④ 0.23°C

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 낙하로 잃은 중력 퍼텐셜 에너지가 모두 물의 내부 에너지 증가로 바뀐다고 보고, $mgh = mc\Delta T$로 온도 상승 ΔT를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 폭포 높이 $h = 100m$
- 중력가속도 $g = 9.8m/s^2$
- 물의 비열 $c = 4.2J/(g\cdot{}^\circ C) = 4200J/(kg\cdot{}^\circ C)$

구해야 할 값:
- 낙하 후 물의 온도 상승 ΔT

주의할 조건:
- 단열 상태이므로 잃은 위치에너지가 모두 내부 에너지 증가로 간주된다.
- 비열 단위를 kg 기준으로 맞춰야 한다.

사용할 공식

사용 공식은 $mgh = mc\Delta T$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 중력 퍼텐셜 에너지 감소가 내부 에너지 증가와 같다고 직접 주었기 때문이다.
질량 m은 양변에서 약분되어 $\Delta T = \frac{gh}{c}$로 바로 계산할 수 있다.

계산 과정

1. 에너지 보존을 적용하면 $mgh = mc\Delta T$이다.
2. 질량 m을 약분하면 $\Delta T = \frac{gh}{c}$이다.
3. 비열을 $4200J/(kg\cdot{}^\circ C)$로 두고 대입하면 $\Delta T = \frac{9.8\times 100}{4200} \approx 0.2333{}^\circ C$이다.
4. 따라서 온도 상승은 약 $0.23{}^\circ C$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 온도 상승은 0이 아니다. 물은 낙하하면서 위치에너지를 잃고 그만큼 내부 에너지가 증가하므로, 틀린 표현은 "0℃"이고 올바르게는 "약 0.23℃ 상승"이다.
② X: $0.012\,^\circ C$는 정답보다 지나치게 작다. 틀린 표현은 "0.012℃"이고 올바르게는 "약 0.23℃"이다. 이런 값은 gh나 비열 대입에서 자릿수를 잘못 처리했을 때 나올 수 있다.
③ X: $0.12\,^\circ C$는 정답의 약 절반 수준이다. 틀린 표현은 "0.12℃"이고 올바르게는 "약 0.23℃"이다. 계산 중 980/4200의 몫을 대략 절반으로 잘못 잡으면 이런 오답이 나온다.
④ O: $\Delta T = \frac{9.8 \times 100}{4200} \approx 0.2333\,^\circ C$이므로 가장 가까운 값은 $0.23\,^\circ C$이다. 제시값과 계산 결과가 일치하므로 옳다.

오답 포인트

비열이 $4.2 J/(g \cdot {}^\circ C)$로 제시되었다고 해서 그대로 두고 다른 항을 kg 기준으로 섞어 쓰면 자릿수가 틀어지기 쉽다. 또한 질량이 주어지지 않았다고 당황하기 쉬우나, 이 식에서는 질량이 약분된다는 점이 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

낙하, 마찰, 충돌처럼 역학적 에너지가 열에너지로 바뀌는 문제는 먼저 "잃은 에너지 = 얻은 열에너지"를 세운다. 그다음 m이 약분되는지 확인하고, 비열 단위를 맞춘 뒤 최종 자릿수를 검산하면 된다.

암기 포인트

단열 낙하의 온도 상승은 $mgh = mc\Delta T$, 즉 $\Delta T = gh/c$로 정리된다.

NoteBase

문 12. 전자기에 대한 맥스웰 방정식 4가지에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 가우스 법칙: 임의의 폐곡면을 지나는 전기선속은 폐곡면 내의 알짜 전하량과 관계가 있다.

② 자기에 대한 가우스 법칙: 임의의 폐곡면을 지나는 자기선속은 0이다.

③ 페러데이 법칙: 자기장의 시간 변화율과 전기장의 관계를 설명한다.

④ 앙페르 법칙: 유도 전류의 방향은 자기선속의 변화에 저항하는 방향으로 유도된다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 맥스웰 방정식 네 가지의 의미를 구별하고, 앙페르 법칙과 렌츠 법칙을 혼동하지 않는지를 묻는다.

핵심 개념

가우스 법칙은 전기선속이 폐곡면 내부의 알짜 전하와 연결된다는 법칙이다.
자기에 대한 가우스 법칙은 자기단극자가 없어서 임의의 폐곡면을 지나는 총 자기선속이 0이라는 법칙이다.
패러데이 법칙은 시간에 따라 변하는 자기장이 유도 전기장을 만든다는 법칙이다.
앙페르-맥스웰 법칙은 전류와 시간에 따라 변하는 전기장이 자기장을 만든다는 법칙이다.

선지별 해설

1번: O. 전기장에 대한 가우스 법칙은 폐곡면을 지나는 전체 전기선속이 그 내부의 알짜 전하량에 비례함을 뜻한다. 선지의 핵심 표현인 '폐곡면 내의 알짜 전하량과 관계가 있다'는 맞는 설명이다.
2번: O. 자기에 대한 가우스 법칙은 임의의 폐곡면을 통과하는 순 자기선속이 0이라는 내용이다. 이는 자기단극자가 존재하지 않는다는 뜻과 연결된다.
3번: O. 패러데이 법칙은 자기장이 시간에 따라 변하면 유도 전기장이 생긴다는 관계를 설명한다. 따라서 '자기장의 시간 변화율과 전기장의 관계'를 설명한다는 진술은 옳다.
4번: X. 틀린 부분은 '앙페르 법칙: 유도 전류의 방향은 자기선속의 변화에 저항하는 방향으로 유도된다'는 표현이다. 이는 앙페르 법칙이 아니라 렌츠 법칙의 내용이다. 앙페르 법칙은 전류 또는 시간에 따라 변하는 전기장이 자기장을 만든다는 관계를 설명한다.

오답 포인트

4번은 '유도 전류의 방향'이라는 표현 때문에 전자기 유도 단원을 떠올리면 맞는 말처럼 보이지만, 법칙 이름이 다르다. 앙페르 법칙은 자기장의 원인을, 렌츠 법칙은 유도 전류의 방향을 설명한다는 점을 분리해야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

선지에서 무엇을 결과로 설명하는지 먼저 본다. 전기선속과 전하의 관계이면 가우스 법칙, 자기선속의 총합이 0이면 자기에 대한 가우스 법칙, 변하는 자기장이 전기장을 만들면 패러데이 법칙, 전류나 변하는 전기장이 자기장을 만들면 앙페르-맥스웰 법칙, 유도 전류의 방향이면 렌츠 법칙으로 판단한다.

암기 포인트

전하→전기선속, 자기단극자 없음→자기선속 0, 변하는 자기장→유도 전기장, 전류·변하는 전기장→자기장, 유도 전류 방향→렌츠 법칙이다.

NoteBase

문 13. 균일하게 대전된 무한 직선 전선에서 거리가 각각 R_1과 R_2 떨어진 두 위치 사이의 전위차(ΔV)는? (단, 전선은 선전하 밀도 λ로 대전되어 있으며, 전선의 굵기는 무시한다.)

① $\Delta V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$
② $\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$
③ $\Delta V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_2}{R_1}$
④ $\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{R_2}{R_1}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 무한 직선 전선의 전기장 $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$을 적분하여 두 거리 R_1, R_2 사이의 전위차를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 값: 선전하 밀도 λ, 전선으로부터의 거리 R_1, R_2이다.
- 구해야 할 값: 두 위치 사이의 전위차 ΔV이다.
- 주의할 조건: 무한 직선 전선의 전기장은 $1/r$에 비례하므로 전위차는 적분 결과 로그형으로 나온다.

사용할 공식

$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}, \qquad \Delta V = V(R_1) - V(R_2) = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr$
이 공식을 쓰는 이유는 전하가 무한 직선 전선에 균일하게 분포하므로 원통 대칭에서 전기장이 거리 r에 대해 $1/r$ 꼴이 되고, 전위차는 그 전기장을 거리 방향으로 적분해 구하기 때문이다.

계산 과정

1. 무한 직선 전선의 전기장은 $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$이다.
2. 가까운 점 R_1에서 먼 점 R_2까지의 전위차를 구하면
$\Delta V = V(R_1) - V(R_2) = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr$
이다.
3. 적분하면
$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$
이므로 2번 식이 맞다.

NoteBase

선지별 해설

① X

- 분모가 $4\pi\varepsilon_0$인 것은 점전하 공식에서 나오는 계수이다. 무한 직선 전선은 전기장이 $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$이므로 적분 뒤의 계수도 $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}$가 된다.
- 틀린 표현은 "분모가 $4\pi\varepsilon_0$"이다. 올바르게는 $\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$이다.

② O

- $\Delta V = V(R_1) - V(R_2)$로 두면 $\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$가 되어 식이 정확하다.
- 거리 증가에 따라 전위가 감소하므로 가까운 점에서 먼 점을 뺀 전위차가 양수 로그식으로 정리된다.

③ X

- $\frac{R_2}{R_1}$만 남긴 식은 $1/r$을 적분하지 않고 단순 비율만 적은 형태이다. 전위차는 비율 자체가 아니라 그 비율의 로그로 나타난다.
- 틀린 표현은 "$\frac{R_2}{R_1}$"이다. 올바르게는 "$\ln\frac{R_2}{R_1}$"이다.

④ X

- 이 식은 ③처럼 로그가 빠졌고, 동시에 계수도 $2\pi\varepsilon_0$ 앞에 로그가 와야 하는 전위차 공식을 잘못 쓴 것이다.
- 틀린 표현은 "$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{R_2}{R_1}$"이다. 올바르게는 $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$이다.

오답 포인트

점전하의 계수 $4\pi\varepsilon_0$를 무한 직선 전선에 그대로 대입하거나, $E \propto 1/r$를 적분하지 않고 R_2/R_1만 쓰는 실수가 가장 흔한 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

무한 직선 전선이 보이면 먼저 $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$를 떠올리고, 전위를 묻는 문항이면 r에 대해 적분해 로그가 나오는지 확인한 뒤 계수가 $2\pi\varepsilon_0$인지 검산하면 된다.

암기 포인트

점전하는 $4\pi\varepsilon_0$, 무한 선전하는 $2\pi\varepsilon_0$, 전위차는 $1/r$ 적분이라 로그형이라는 점이 핵심이다.

NoteBase

문 14. 직경이 20cm인 솔레노이드 안의 자기장이 2.5T/s의 시간변화율로 증가한다. 코일에 유도된 기전력이 15 V이라면 솔레노이드 외부에 감겨진 코일의 횟수에 가장 가까운 값은?

① 30/π

② 150/π

③ 600/π

④ 15/π

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 패러데이 법칙 $\varepsilon = N\frac{d\Phi_B}{dt}$와 솔레노이드 단면적 $A = \pi r^2$를 이용해 코일의 감은 수 N을 구하는 문제이다.

조건 정리

솔레노이드의 지름은 $20cm$이므로 반지름은 $0.10m$이다.
자기장 변화율은 $\frac{dB}{dt} = 2.5T/s$이다.
유도 기전력은 $15V$이다.
자속이 지나는 면적은 코일 바깥 크기가 아니라 솔레노이드 내부 자기장이 통과하는 단면적이다.

사용할 공식

$\varepsilon = N\frac{d\Phi_B}{dt} = NA\frac{dB}{dt}$
$A = \pi r^2$
이 공식을 쓰는 이유는 솔레노이드 내부 자기장만 시간에 따라 변하고, 코일에 걸리는 자속도 그 내부 단면적을 통해서만 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. 단면적은 $A = \pi(0.10)^2 = 0.01\pi m^2$이다.
2. 패러데이 법칙에 대입하면 $15 = N \times 0.01\pi \times 2.5$이다.
3. 따라서 $15 = 0.025\pi N$, $N = \frac{15}{0.025\pi} = \frac{600}{\pi}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $\frac{30}{\pi}$는 단면적을 πr^2로 두지 않고 길이값처럼 잘못 넣을 때 나오는 값이다. 올바르게는 자속 면적이 솔레노이드 단면적이므로 $A = 0.01\pi m^2$로 계산해야 한다.
② X: $\frac{150}{\pi}$는 지름 $20cm$를 반지름으로 착각해 $r = 0.20m$로 넣을 때 나오는 값이다. 올바르게는 반지름이 지름의 절반이므로 $r = 0.10m$이다.
③ O: $N = \frac{600}{\pi}$로 계산되므로 정답과 일치한다.
④ X: $\frac{15}{\pi}$는 자속에 들어가야 할 면적 대신 원둘레 같은 길이값을 넣는 차원 오류에서 나오는 값이다. 올바르게는 패러데이 법칙에 들어가는 값이 길이가 아니라 단면적 $A = \pi r^2$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 지름과 반지름을 혼동하거나, 자속에 들어가는 값을 면적이 아니라 길이로 착각하는 데 있다. 솔레노이드 바깥에 감긴 코일이라도 실제로 자속이 유의미하게 지나는 부분은 내부 단면적이라는 점을 놓치면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

유도 기전력 계산형 문제는 먼저 자속 $\Phi_B = BA$에서 어떤 면적이 쓰이는지 정한 뒤, $\varepsilon = NA\frac{dB}{dt}$에 대입하고 마지막에 반지름과 단위가 맞는지 검산하면 된다.

암기 포인트

솔레노이드 유도 기전력은 내부 단면적 πr^2와 $\frac{dB}{dt}$를 곱해 구하며, 지름이 주어지면 먼저 반지름으로 바꾼다.

NoteBase

문 15. 균일한 자기장 $\vec{B}$이 존재하는 공간에 자기장의 방향에 수직으로 속도 V로 입사하는 질량이 M이고 $+q$로 대전된 이온은 반지름이 R_1인 원운동을 한다. 질량과 전하량이 각각 2배로 증가할 때 원운동의 반지름 R_2은?

① $R_2 = R_1/4$

② $R_2 = R_1$

③ $R_2 = 2R_1$

④ $R_2 = 4R_1$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 균일한 자기장 속 원운동 반지름이 $r = \frac{mv}{qB}$에 비례한다는 관계를 이용해 질량과 전하량이 함께 변할 때 반지름이 어떻게 바뀌는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 초기 질량은 M, 전하량은 $+q$, 속도는 V, 자기장은 B, 초기 반지름은 R_1이다.
구해야 할 값: 질량과 전하량이 각각 2배가 되었을 때의 반지름 R_2이다.
주의할 조건: 이온은 자기장에 수직으로 입사하므로 로렌츠 힘이 구심력이 되고, V와 B는 그대로이다.

사용할 공식

자기력과 구심력을 같게 두면 $qvB = \frac{mv^2}{r}$이고, 정리하면 $r = \frac{mv}{qB}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 균일한 자기장에 수직으로 들어간 대전 입자는 자기력만 받아 등속 원운동을 하므로 반지름은 m에 비례하고 q에 반비례한다.

계산 과정

초기 반지름은 $R_1 = \frac{MV}{qB}$이다.
질량과 전하량이 각각 2배가 되면
$R_2 = \frac{(2M)V}{(2q)B} = \frac{MV}{qB} = R_1$
따라서 반지름은 변하지 않는다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $R_2 = R_1/4$는 질량 증가를 무시하고 전하량 증가를 과도하게 반영한 값이다. 이 문항에서는 질량도 2배가 되어 분자와 분모의 2가 서로 약분되므로 올바르게는 $R_2 = R_1$이다.
② O: $R_2 = R_1$은 $r = \frac{mv}{qB}$에서 m과 q가 같은 비율로 함께 커지면 비가 유지된다는 점을 정확히 반영한 진술이다.
③ X: $R_2 = 2R_1$은 질량이 2배가 된 효과만 보고 전하량도 2배가 되어 반지름을 다시 줄인다는 점을 놓친 값이다. 올바르게는 두 변화가 상쇄되어 $R_2 = R_1$이다.
④ X: $R_2 = 4R_1$은 질량과 전하량의 변화율을 곱처럼 처리한 오답이다. 반지름은 m/q의 비로 결정되므로 올바르게는 $R_2 = R_1$이다.

오답 포인트

반지름이 m에 비례한다는 사실만 기억하고 q에 반비례한다는 점을 놓치면 ③으로 흐르기 쉽다. 반대로 전하량 증가만 강조하면 ① 같은 값이 나온다. 이 문항의 함정은 질량 변화와 전하량 변화가 동시에 주어졌을 때 둘을 따로 보지 않고 비 m/q로 한 번에 판단해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

자기장 속 원운동 반지름 문제는 먼저 $r = \frac{mv}{qB}$를 세우고, 변하는 항만 남겨 $r \propto \frac{m}{q}$로 단순화해 비율을 비교하면 된다. 질량과 전하량이 같은 배수로 함께 바뀌면 반지름은 그대로이다.

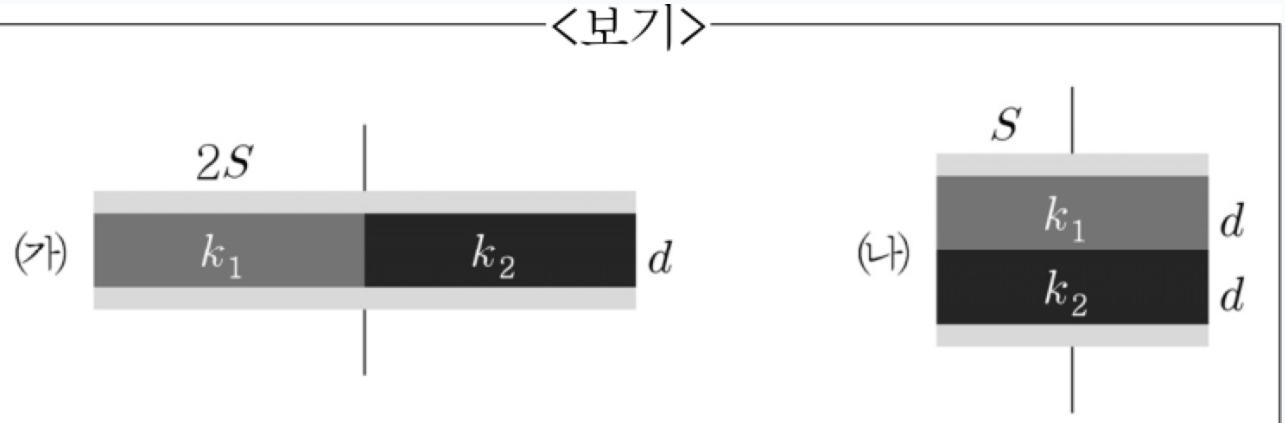
암기 포인트

균일한 자기장에서 $r \propto \frac{m}{q}$이므로 m과 q가 같은 배수로 변하면 반지름은 불변이다.

NoteBase

문 16. <보기>에서 (가)의 경우 면적이 2S이고 간격이 d인 두 전극 사이에 유전율이 각각 $\varepsilon_0 k_1$, $\varepsilon_0 k_2$인 두 물질을 동일한 면적 S로 나란히 집어 넣었다. (나)의 경우 면적이 S이고 간격이 2d인 두 전극 사이에 유전율이 각각 $\varepsilon_0 k_1$, $\varepsilon_0 k_2$인 두 물질을 동일한 두께 d로 위 아래로 적층해 집어넣어 축전기를 구성하였다. (가)와 (나)의 축전 용량을 각각 C_(가) 및 C_(나)라 하고, $k_1 = 2$, $k_2 = 3$이라 하면 C_(나)/C_(가)는? (단, ε_0은 진공에서의 유전율이다.)

<보기>



① 6/25

② 6/5

③ 5/36

④ 5

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 유전체의 배치가 전기장 방향과 나란한지, 전극 면적 방향으로 나뉘는지에 따라 병렬 합성인지 직렬 합성인지 구분하여 축전용량의 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $k_1 = 2$, $k_2 = 3$이다.
(가): 면적 $2S$, 간격 d인 전극 사이를 면적 S씩 둘로 나누어 k_1, k_2 유전체를 나란히 넣은 구조이다.
(나): 면적 S, 간격 $2d$인 전극 사이를 두께 d씩 나누어 k_1, k_2 유전체를 위아래로 적층한 구조이다.
구해야 할 값: C_(나)/C_(가)이다.
주의할 조건: 면적 방향 분할은 병렬, 두께 방향 적층은 직렬로 본다.

NoteBase

사용할 공식

축전기의 기본식은 $C = \varepsilon A/d$이다.
(가)는 같은 전위차를 공유하는 두 축전기의 병렬 연결이므로 C_(가)=C_1+C_2이다.
(나)는 전하량이 같은 두 축전기의 직렬 연결이므로 1/C_(나)=1/C_1+1/C_2이다.
이 공식을 쓰는 이유: (가)는 두 유전체가 전극 면적을 나누어 각각 독립적으로 같은 두 전극에 연결되어 있고, (나)는 전기장 방향으로 두 유전체를 차례로 지나가므로 직렬 구조가 되기 때문이다.

계산 과정

1. (가)에서 각 부분의 축전용량은 $C_1 = \varepsilon_0 k_1 S/d, C_2 = \varepsilon_0 k_2 S/d$이다.
2. 따라서 C_(가)=_0S(k_1+k_2)/d=5_0S/d이다.
3. (나)에서 각 층의 축전용량은 $C_1 = \varepsilon_0 k_1 S/d, C_2 = \varepsilon_0 k_2 S/d$이고 직렬이므로
(1)/(C_(나))=(d)/(_0k_1S)+(d)/(_0k_2S)
C_(나)=(_0S)/(d≤ft((1)/(k_1)+(1)/(k_2)))=(_0Sk_1k_2)/(d(k_1+k_2))=(6)/(5)(_0S)/(d)
4. 따라서
(C_(나))/(C_(가))=((6)/(5)(_0S)/(d))/(5(_0S)/(d))=(6)/(25)
이다.

선지별 해설

① O: 계산 결과 C_(나)/C_(가)=6/25이므로 옳다.
② X: "비율이 6/5이다"가 틀린 표현이다. 6/5는 C_(나)의 계수일 뿐이며, 여기에 C_(가)=5_0S/d를 다시 나누어야 하므로 비율은 6/25이다.
③ X: "비율이 5/36이다"가 틀린 표현이다. 비율은 $\frac{k_1 k_2}{(k_1+k_2)^2} = \frac{2\cdot 3}{5^2} = \frac{6}{25}$로 정리되므로 5/36이 될 수 없다. 올바르게는 비율이 6/25이다.
④ X: "비율이 5이다"가 틀린 표현이다. 5는 C_(가)=5_0S/d의 계수로만 나오며, 비율은 C_(나)와 비교한 값인 6/25이다.

오답 포인트

(가)와 (나)를 모두 같은 방식으로 합성하면 오답이 나온다. 이 문항의 함정은 유전체가 면적을 나누면 병렬, 두께를 나누면 직렬이라는 구조 구분을 놓치게 만드는 데 있다. 특히 ②와 ④는 각각 C_(나), C_(가) 자체의 계수를 비율로 착각한 경우를 겨냥한 선택지이다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체가 전극의 넓이를 나누면 같은 전위차를 공유하므로 병렬로 판단하고, 유전체가 전기장 방향의 두께를 나누면 전하가 연속해서 지나가므로 직렬로 판단한다. 그런 다음 각 구조의 등가용량을 구해 마지막에 비를 계산한다.

NoteBase

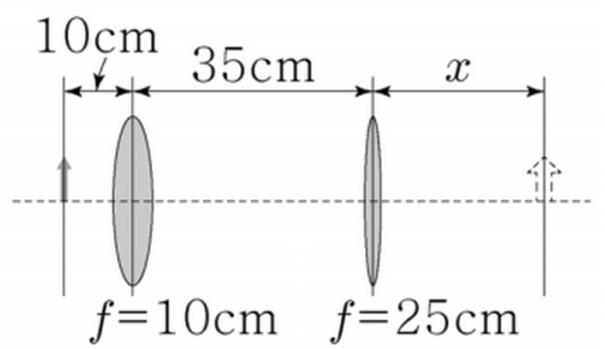
암기 포인트

면적 분할은 병렬, 두께 분할은 직렬이다. 이 문항에서는 C_(나)/C_(가)=k_1k_2/(k_1+k_2)^2이다.

NoteBase

문 17. 초점 거리가 각각 10cm, 25cm인 얇은 볼록렌즈 2개를 35cm의 간격으로 <보기>와 같이 설치하였다. 초점 거리가 10cm인 볼록렌즈의 왼쪽 10cm 떨어진 곳에 크기가 1cm인 물체가 있을 때, 이 두 렌즈에 의한 상의 위치와 크기는?

<보기>



① x: 25cm, 상의 크기: 2.5cm

② x: 35cm, 상의 크기: 3.5cm

③ x: 10cm, 상의 크기: 1.0cm

④ 상이 맺히질 않는다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 첫 번째 볼록렌즈가 만든 평행광을 두 번째 볼록렌즈가 다시 초점면에 모을 때 최종 상의 위치와 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 첫 렌즈의 초점거리 $f_1 = 10cm$, 둘째 렌즈의 초점거리 $f_2 = 25cm$, 렌즈 사이 거리 35cm, 물체 높이 1cm이다.
물체는 첫 렌즈의 왼쪽 10cm에 있으므로 첫 렌즈의 초점면 위에 놓여 있다.
구해야 할 값은 둘째 렌즈가 만드는 최종 상의 위치 x와 상의 크기이다.
주의할 조건은 첫 렌즈 단독으로는 상이 무한원에 생기지만, 두 번째 렌즈가 있으면 다시 유한한 위치에 상이 맺힌다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

렌즈식은 $\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$이다.
첫 렌즈에서는 $s = f_1$이므로 $s' = \infty$가 되어 출사광이 평행광이 된다.
평행광이 둘째 렌즈에 들어오면 상은 그 렌즈의 초점면에 맺히므로 최종 위치는 $x = f_2$이다.
상의 크기는 평행광의 기울기 보존을 이용해 $\frac{h'}{f_2} = \frac{h}{f_1}$로 구할 수 있다.

계산 과정

1. 첫 렌즈에 대해 $s_1 = 10cm = f_1$이므로
$\frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{10} - \frac{1}{10} = 0$
따라서 $s_1' = \infty$이고, 첫 렌즈를 지난 빛은 평행광이 된다.
2. 평행광이 둘째 렌즈에 들어오면 상은 둘째 렌즈의 초점에 맺히므로
$x = f_2 = 25cm$
이다.
3. 물체 높이가 1cm이므로 첫 렌즈를 지난 평행광의 기울기는 $\theta \approx \frac{1}{10}$이다. 따라서 둘째 렌즈가 만드는 상의 크기는
$h' = f_2\theta = 25 \times \frac{1}{10} = 2.5cm$
이다.
최종 상은 도식상 도립상이지만, 보기의 상의 크기는 크기만 묻고 있으므로 2.5cm로 판단한다.

선지별 해설

① O: 최종 상의 위치는 둘째 렌즈의 초점거리와 같은 25cm이고, 크기는 $\frac{25}{10} \times 1 = 2.5cm$이다. 위치와 크기가 모두 맞다.
② X: $x = 35cm$가 틀리다. 35cm는 두 렌즈 사이 거리일 뿐 최종 상의 위치가 아니다. 올바르게는 둘째 렌즈 오른쪽 25cm에 상이 맺히고 크기는 2.5cm이다. 3.5cm도 렌즈 사이 거리 35cm를 크기 계산에 잘못 끌어온 값이다.
③ X: $x = 10cm$, 상의 크기 1.0cm가 틀리다. 첫 렌즈에서 물체가 초점 위에 있으므로 빛은 평행광이 되고, 둘째 렌즈가 이것을 다시 초점면에 모은다. 올바르게는 25cm, 2.5cm이다.
④ X: '상이 맺히질 않는다'는 표현이 틀리다. 첫 렌즈만 보면 상이 무한원에 생기지만, 둘째 렌즈가 평행광을 받아 유한한 위치에 다시 상을 만든다. 올바르게는 둘째 렌즈 오른쪽 25cm에 상이 맺힌다.

오답 포인트

첫 렌즈에서 $s = f$이면 상이 무한원에 생긴다는 말을 전체 광학계에서 상이 없다고 오해하기 쉽다. 이 문항의 함정은 첫 렌즈의 결과를 끝으로 보지 말고, 그 평행광이 둘째 렌즈에서 다시 초점면 결상으로 이어진다는 점을 끝까지 추적하는 데 있다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

여러 렌즈가 직렬로 놓인 문제는 앞 렌즈가 만든 빛의 상태를 먼저 판단한다. 앞 렌즈 뒤의 빛이 평행광인지, 수렴광인지, 발산광인지 정한 다음 그 결과를 다음 렌즈의 물체 조건으로 넘기면 최종 상의 위치와 크기가 정리된다.

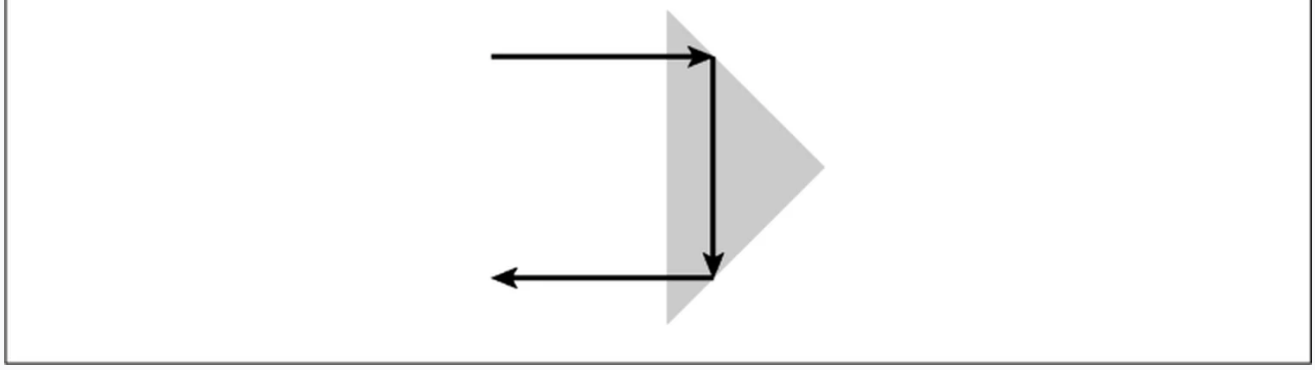
암기 포인트

물체가 볼록렌즈의 초점에 있으면 출사광은 평행광이 된다. 평행광이 볼록렌즈에 들어오면 상은 그 렌즈의 초점에 맺히고, 높이는 초점거리 비 $\frac{f_2}{f_1}$만큼 바뀐다.

NoteBase

문 18. <보기>는 물 속에 잠겨 있는 직각 프리즘으로서 물 속에서 직진하는 광선을 두 번의 전반사(total internal reflection)를 통해 오던 방향으로 거꾸로 돌려 보내는 재귀 반사의 역할을 하고 있다. 이 프리즘이 물 속에서 재귀 반사의 역할을 하기 위해서 가져야 하는 최소 굴절률은? (단, 물의 굴절률은 1.33이고, 직각 프리즘의 나머지 두 각은 45도로 놓으며 광선은 프리즘의 가장 넓은 면에 수직으로 입사한다.)

<보기>



① $1.33/\sqrt{2}$

② $1.33 \times \sqrt{2}$

③ $1.50/\sqrt{2}$

④ $1.50 \times \sqrt{2}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 프리즘 내부에서 입사각이 45 °일 때 전반사가 일어나기 위한 최소 굴절률을 임계각 조건으로 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 물의 굴절률은 1.33이다.
구해야 할 값: 프리즘이 물속에서 재귀 반사를 만들기 위한 최소 굴절률이다.
주의할 조건: 광선은 가장 넓은 면에 수직 입사하므로 프리즘 안으로 들어갈 때 굴절되지 않고, 두 빗면에서의 입사각은 각각 45 °이다.

사용할 공식

전반사 임계조건은 $\sin\theta_c = n_2/n_1$이다.
이 문제에서는 프리즘 내부 굴절률을 n, 물의 굴절률을 1.33이라 두면 전반사가 막 시작되는 최소 조건이 $\theta_c = 45\,^\circ$이므로 $\sin 45^\circ = 1.33/n$을 쓴다.

NoteBase

계산 과정

1. 광선은 넓은 면에 수직 입사하므로 프리즘 내부에서도 수평으로 진행한다.
2. 프리즘의 두 반사면은 45° 기울어져 있으므로 각 면에서의 입사각은 45°이다.
3. 최소 굴절률에서는 $\theta_c = 45^\circ$이므로

$\sin 45^\circ = \frac{1.33}{n}$

$n = \frac{1.33}{\sin 45^\circ} = \frac{1.33}{1/\sqrt{2}} = 1.33\sqrt{2}$

따라서 최소 굴절률은 $1.33\sqrt{2}$이다.

선지 판단

1번 X: $1.33/\sqrt{2}$는 전반사 최소조건을 거꾸로 계산한 값이다. 이 값은 물의 굴절률 1.33보다도 작아 프리즘에서 물로 나갈 때 전반사가 성립할 수 없다. 틀린 표현 → 올바르게는 '최소 굴절률은 $1.33\sqrt{2}$이다.'이다.

2번 O: 두 반사면의 입사각이 각각 45°이고 최소조건에서 임계각도 45°이므로 계산 결과는 $n = 1.33\sqrt{2}$이다. 따라서 2번이 정답이다.

3번 X: $1.50/\sqrt{2}$는 근거 없이 1.50을 끌어온 뒤 다시 잘못 나눈 값이다. 전반사 기준은 주변 매질인 물의 굴절률 1.33으로 세워야 하며, 계산 방향도 나누기가 아니라 $\sin 45^\circ$로 나누어 $1.33\sqrt{2}$를 얻는다. 틀린 표현 → 올바르게는 '최소 굴절률은 $1.33\sqrt{2}$이다.'이다.

4번 X: $1.50\sqrt{2}$는 전반사가 되기는 하지만 문제에서 묻는 '최소' 굴절률이 아니다. 최소값은 임계각과 입사각이 같아질 때의 $1.33\sqrt{2}$이다. 틀린 표현 → 올바르게는 '최소 굴절률은 $1.33\sqrt{2}$이다.'이다.

오답 포인트

입사면에서의 수직 입사와 반사면에서의 전반사 조건을 섞으면 식이 뒤집힌다. 이 문항은 '최소조건에서는 입사각 = 임계각'이라는 한 줄을 놓치면 $\sqrt{2}$를 곱해야 할지 나눠야 할지 헷갈리도록 만든 문제이다.

다시 나오면 이렇게 판단

재귀반사 프리즘 문제는 먼저 입사면에서 광선이 꺾이는지 확인하고, 다음으로 반사면 입사각을 도형에서 읽고, 마지막으로 최소조건을 입사각 = 임계각으로 두어 전반사 공식을 적용하면 된다.

암기 포인트

전반사 최소조건은 '반사면 입사각 = 임계각'이며, 굴절률은 n_고 = n_저/_c로 정리된다.

NoteBase

문 19. 지구에 대해 0.6c의 속도로 움직이는 우주선 내에서의 1시간은 정지한 지구에서 측정하면 얼마인가? (단, c는 진공에서의 빛의 속도이다.)

① 2.5시간

② 1.6시간

③ 1.5시간

④ 1.25시간

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 특수상대성이론의 시간 지연 공식으로 우주선 안의 고유시간과 지구에서 본 시간을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 값: 우주선의 속도는 $v = 0.6c$, 우주선 내부 시간은 1시간이다.
- 구해야 할 값: 정지한 지구에서 측정한 시간이다.
- 주의할 조건: 우주선 안에서 잰 1시간은 움직이는 계 내부에서 잰 고유시간이므로 지구에서는 더 길게 측정된다.

사용할 공식

$t = \gamma t_0, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

이 공식은 움직이는 계의 시간이 정지한 관찰자에게 더 길게 보이는 시간 지연 상황에 해당하므로 사용한다.

계산 과정

1. 속도 비는 $v/c = 0.6$이므로 $(v/c)^2 = 0.36$이다.
2. 로런츠 인자는 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.36}} = \frac{1}{\sqrt{0.64}} = \frac{1}{0.8} = 1.25$이다.
3. 따라서 지구에서 본 시간은 t=γ t_0=1.25× 1시간=1.25시간이다.

선지별 해설

① X: 2.5시간은 계산값과 다르다. 틀린 표현은 시간 지연 배수를 2배 이상으로 본 점이다. 올바르게는 로런츠 인자 $\gamma = 1.25$를 곱해 1.25시간이 된다.

② X: 1.6시간은 계산값과 다르다. 틀린 표현은 $\sqrt{1 - 0.36} = 0.8$을 뒤집는 과정을 잘못 처리한 점이다. 올바르게는 $1/0.8 = 1.25$이므로 1.25시간이다.

③ X: 1.5시간은 계산값과 다르다. 틀린 표현은 시간 증가분을 임의로 0.5시간으로 잡은 점이다. 올바르게는 정확한 시간 지연 공식으로 계산해야 하며 결과는 1.25시간이다.

④ O: 우주선 안의 1시간은 고유시간이고, 지구에서는 시간 지연 때문에 더 길게 측정된다. 계산 결과가 1.25시간이므로 옳다.

NoteBase

오답 포인트

이 문항의 함정은 우주선 안의 1시간을 지구 시간과 같은 값으로 보거나, γ 계산에서 제곱과 제곱근을 섞어 처리하는 데 있다. 특히 $0.6^2 = 0.36$, $\sqrt{0.64} = 0.8$, $1/0.8 = 1.25$의 순서를 놓치면 1.5시간이나 1.6시간 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

상대론 계산형 문항은 먼저 어느 쪽 시간이 고유시간인지 구분한 뒤, 움직이는 계의 시간이 관찰자에게는 지연되어 더 길게 보인다는 점을 확인하고 $t = \gamma t_0$를 적용해 판단한다.

암기 포인트

시간 지연은 고유시간이 가장 짧고, 정지한 관찰자가 본 시간은 γ배 길어진다.

NoteBase

문 20. 두 무한 네모 우물(Infinite square well) A, B 안에 각각 동일한 질량 m인 전자가 하나씩 들어있으며, A 우물에 들어있는 전자의 바닥 상태 에너지와 B 우물에 들어 있는 전자의 두 번째 들뜬 상태 에너지가 같다. 이 경우 무한 네모 우물 A의 폭 L_A와 무한 네모 우물 B의 폭 L_B를 비교했을 때 가장 옳은 것은?

① $L_A = 2L_B$

② $L_A = 3L_B$

③ $L_B = 2L_A$

④ $L_B = 3L_A$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 1차원 무한 퍼텐셜 우물의 에너지 준위식 $E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$을 이용해 바닥상태와 두 번째 들뜬 상태의 양자수 차이를 폭의 비로 연결하는 문제이다.

조건 정리

A 우물의 전자는 바닥상태이므로 양자수는 $n = 1$이다.
B 우물의 전자는 두 번째 들뜬 상태이므로 양자수는 $n = 3$이다.
두 우물에 있는 입자의 질량은 같고, 두 상태의 에너지가 서로 같다.
무한 우물에서는 에너지가 n^2에 비례하고 L^2에 반비례한다.

사용할 공식

$E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$
이 공식을 쓰는 이유는 무한 퍼텐셜 우물의 에너지 준위가 양자수 n과 우물 폭 L로만 결정되며, 문제에서 두 상태의 에너지가 같다고 주어졌기 때문이다.

계산 과정

1. A 우물의 바닥상태 에너지는 $E_A = \frac{h^2}{8mL_A^2}$이다.
2. B 우물의 두 번째 들뜬 상태 에너지는 $E_B = \frac{3^2h^2}{8mL_B^2} = \frac{9h^2}{8mL_B^2}$이다.
3. 두 에너지가 같으므로 $\frac{h^2}{8mL_A^2} = \frac{9h^2}{8mL_B^2}$이다.
4. 공통인 $\frac{h^2}{8m}$를 소거하면 $\frac{1}{L_A^2} = \frac{9}{L_B^2}$, 따라서 $L_B^2 = 9L_A^2$이고 $L_B = 3L_A$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $L_A = 2L_B$는 $L_B = \frac{1}{2}L_A$라는 뜻인데, 계산 결과인 $L_B = 3L_A$와 맞지 않는다. 틀린 표현은 폭의 비를 거꾸로 잡은 점이며, 올바르게는 B 우물이 A 우물보다 3배 넓다.
② X: $L_A = 3L_B$는 에너지가 같을 때 폭이 더 작은 쪽이 더 높은 준위를 가져야 한다는 관계와 반대이다. 틀린 표현은 3배 관계의 방향이며, 올바르게는 $L_B = 3L_A$이다.
③ X: $L_B = 2L_A$는 B의 상태를 두 번째 들뜬 상태 $n = 3$가 아니라 첫 번째 들뜬 상태 $n = 2$로 잘못 읽을 때 나오는 값이다. 틀린 표현은 들뜬 상태의 차수 해석이며, 올바르게는 두 번째 들뜬 상태가 $n = 3$이다.
④ O: B의 두 번째 들뜬 상태는 $n = 3$이므로 에너지 비가 1 : 9로 맞춰져야 한다. 따라서 폭은 $L_B = 3L_A$가 되어야 하므로 옳다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 '두 번째 들뜬 상태'를 $n = 2$로 착각하는 데 있다. 바닥상태가 $n = 1$, 첫 번째 들뜬 상태가 $n = 2$, 두 번째 들뜬 상태가 $n = 3$이라는 순서를 놓치면 ③ 같은 오답으로 간다.

다시 나오면 이렇게 판단

무한 우물 문제는 먼저 상태 이름을 양자수 n로 바꾼 뒤, $E_n \propto \frac{n^2}{L^2}$ 관계로 정리하면 된다. 같은 에너지라면 $\frac{n^2}{L^2}$가 같아야 하므로 높은 준위일수록 우물 폭이 더 커져야 한다.

암기 포인트

무한 우물은 $E_n \propto \frac{n^2}{L^2}$이며, 두 번째 들뜬 상태는 $n = 3$이다.

NoteBase