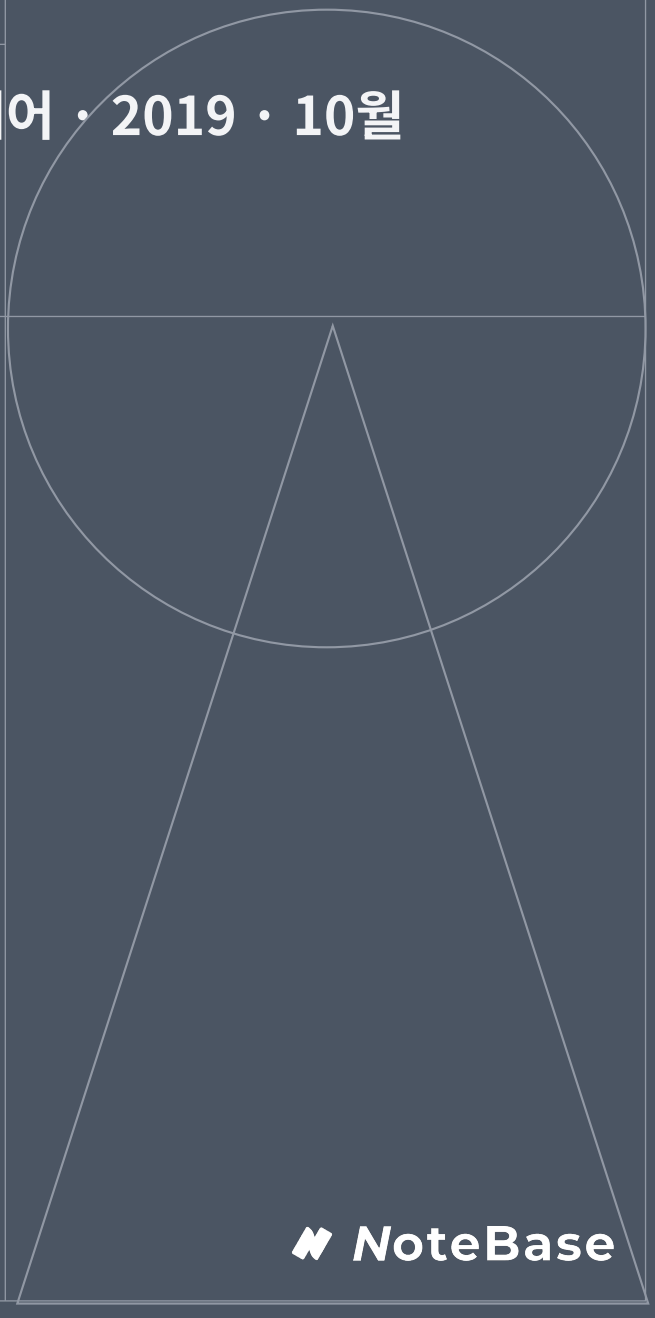
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2019 · 10월



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2019 · 10월

공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2019 · 10월

문 1. 주어진 각각의 함수에 대한 라플라스 변환으로 가장 옳지 않은 것은? (단, $t \geq 0$이고, $u_s(t)$는 단위계단함수(unit step function), $f(t)$의 라플라스 변환은 $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$로 표현한다.)

① $\mathcal{L}\{te^{-2t}\} = \frac{1}{(s+2)^2}$
② $\mathcal{L}\{(t-1)u_s(t-1)\} = \frac{e^{-s}}{s^2}$
③ $\mathcal{L}\left\{\int_0^t \sin(3\tau)d\tau\right\} = \frac{3}{s(s^2+9)}$
④ $\mathcal{L}\left\{\int_0^t \tau e^{-3(t-\tau)}d\tau\right\} = \frac{1}{s(s+3)}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 시간이동 정리, 적분의 라플라스 변환, 컨벌루션 정리를 정확히 적용해 각 식의 라플라스 변환이 맞는지 판별하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 값: $t \geq 0$, $u_s(t)$는 단위계단함수이다.
- 구해야 할 값: 각 선지의 라플라스 변환식의 옳고 그름이다.
- 주의할 조건: e^{-at}는 s축 이동, $f(t-a)u(t-a)$는 $e^{-as}F(s)$, $\int_0^t f(\tau)d\tau$는 $F(s)/s$, $\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$는 컨벌루션이다.

사용할 공식

$\mathcal{L}\{t\} = \frac{1}{s^2}$, $\mathcal{L}\{e^{-at}f(t)\} = F(s+a)$, $\mathcal{L}\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$, $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}$, $\mathcal{L}\{f*g\} = F(s)G(s)$
이 공식들을 쓰는 이유는 각 선지가 각각 지수곱, 시간이동, 누적적분, 컨벌루션 형태로 주어져 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. ①은 $\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$에 지수항 e^{-2t}가 곱해진 형태이므로 s를 $s+2$로 바꾸어 $1/(s+2)^2$를 얻는다.
2. ②는 $(t-1)u_s(t-1) = f(t-1)u_s(t-1)$ 꼴이고 $f(t) = t$, $F(s) = 1/s^2$이므로 시간이동 정리에 따라 e^{-s}/s^2를 얻는다.
3. ③은 $f(t) = \sin(3t)$라 두면 $F(s) = 3/(s^2+9)$이고, 누적적분의 라플라스 변환은 $F(s)/s$이므로 $3/[s(s^2+9)]$를 얻는다.
4. ④는 $\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$ 꼴의 컨벌루션으로 보고 $f(\tau) = \tau$, $g(t-\tau) = e^{-3(t-\tau)}$로 두면 된다. 따라서 $F(s) = 1/s^2$, $G(s) = 1/(s+3)$이므로 결과는 $1/[s^2(s+3)]$이다.

선지별 해설

① O

- $\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$이고 e^{-2t}가 곱해지면 이동정리에 따라 $F(s+2) = 1/(s+2)^2$가 된다.

② O

- $(t-1)u_s(t-1)$은 $f(t-1)u_s(t-1)$ 꼴이다. $f(t) = t$의 라플라스 변환이 $1/s^2$이므로 시간이동 정리를 적용하면 e^{-s}/s^2가 된다.

③ O

- $\mathcal{L}\{\sin(3t)\} = 3/(s^2+9)$이다. 따라서 $\mathcal{L}\{\int_0^t \sin(3\tau)d\tau\} = \frac{3}{s(s^2+9)}$가 된다.

④ X

- $\int_0^t \tau e^{-3(t-\tau)}d\tau$는 단순 누적적분이 아니라 $f(\tau) = \tau$, $g(t-\tau) = e^{-3(t-\tau)}$인 컨벌루션이다. 그래서 $\mathcal{L}\{\tau\} \cdot \mathcal{L}\{e^{-3t}\} = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{s+3} = \frac{1}{s^2(s+3)}$가 되어야 한다.
- 틀린 표현은 우변의 $1/[s(s+3)]$이다. 올바르게는 $1/[s^2(s+3)]$이다.
- 제시된 값은 $\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$를 $1/s$로 잘못 보거나, 컨벌루션을 단순 적분으로 오해한 경우에 나오는 오답이다.

오답 포인트

적분 기호가 있다고 해서 모두 $F(s)/s$가 되는 것은 아니다. ③처럼 $\int_0^t f(\tau)d\tau$만 누적적분 공식이 적용되고, ④처럼 $t-\tau$가 함께 나타나면 컨벌루션이므로 곱셈 정리를 써야 한다. 또한 $\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$를 $1/s$와 혼동하면 ④의 오답식이 바로 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

라플라스 변환 문제는 식의 모양부터 분류하면 빠르다. 지수곱이면 s축 이동, $f(t-a)u(t-a)$이면 시간이동, $\int_0^t f(\tau)d\tau$이면 $F(s)/s$, $\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$이면 컨벌루션 곱으로 판단하면 된다.

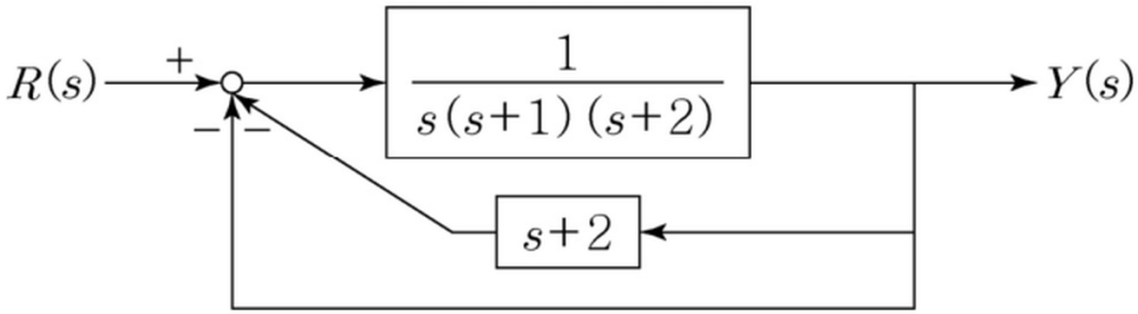
암기 포인트

지수곱은 $F(s+a)$, 시간이동은 $e^{-as}F(s)$, 누적적분은 $F(s)/s$, 컨벌루션은 $F(s)G(s)$, 그리고 $\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$이다.

NoteBase

문 2. <보기>와 같이 주어진 시스템에 대한 설명으로 가장 옳은 것은? (단, $R(s)$는 $r(t)$의 라플라스 변환, $\delta(t)$는 단위 임펄스함수이고, $t \geq 0$이다.)

<보기>



① $r(t) = \delta(t)$가 입력으로 들어가면, 정상상태오차는 1이다.

② $r(t) = 1$이 입력으로 들어가면, 정상상태오차는 $\frac{2}{3}$이다.

③ $r(t) = t$가 입력으로 들어가면, 정상상태오차는 2이다.

④ $r(t) = t^2$이 입력으로 들어가면, 정상상태오차는 0이다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 블록선도를 등가화한 뒤 폐루프 전달함수 $T(s) = Y(s)/R(s)$를 구하고, 정상상태오차 $e_{ss} = \lim_{t\to\infty}[r(t)-y(t)]$를 입력별로 판정하는 문제이다.

조건 정리

전달요소는 $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$이다.
출력 $Y(s)$가 두 경로로 음의 피드백되므로 피드백 합성은 $1 + (s+2) = s+3$이다.
따라서 $Y(s) = G(s)\{R(s) - (s+3)Y(s)\}$이고, 폐루프 전달함수는 $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s(s+1)(s+2)+s+3}$이다.

사용할 공식

추종오차를 $E_t(s) = R(s) - Y(s) = [1 - T(s)]R(s)$로 두면 정상상태오차는 $e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE_t(s)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 문항의 정상상태오차가 합산점 내부오차가 아니라 입력과 출력의 차 $r(t) - y(t)$로 제시되어 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 $T(0) = \frac{1}{3}$이다.
$r(t) = \delta(t)$이면 $R(s) = 1$이므로 $e_{ss} = \lim_{s\to 0} s[1 - T(s)] = 0$이다.
$r(t) = 1$이면 $R(s) = 1/s$이므로 $e_{ss} = \lim_{s\to 0} [1 - T(s)] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$이다.
$r(t) = t$이면 $R(s) = 1/s^2$이므로 $e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{1 - T(s)}{s} = \infty$이다.
$r(t) = t^2$이면 $R(s) = 2/s^3$이므로 계수 2와 무관하게 e_{ss}는 발산하여 무한대이다.

선지 판단

1번: X. $r(t) = \delta(t)$에서는 $e_{ss} = 0$이다. '정상상태오차는 1이다'가 틀렸고, 올바르게는 '정상상태오차는 0이다'이다.
2번: O. $r(t) = 1$이면 폐루프 직류이득이 $T(0) = 1/3$이므로 $e_{ss} = 1 - 1/3 = 2/3$이다.
3번: X. $r(t) = t$이면 $e_{ss} = \infty$이다. '정상상태오차는 2이다'가 틀렸고, 올바르게는 '정상상태오차는 무한대이다'이다.
4번: X. $r(t) = t^2$이면 오차가 더 크게 발산한다. '정상상태오차는 0이다'가 틀렸고, 올바르게는 '정상상태오차는 무한대이다'이다.

오답 포인트

전진경로에 적분기 $1/s$가 있으므로 단순히 1형 시스템처럼 보고 계단입력 오차를 0으로 처리하면 틀린다. 이 문항은 비단위 피드백 구조이므로 먼저 폐루프 전달함수 $T(s)$를 만든 뒤 $r(t) - y(t)$ 기준의 오차를 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

피드백 경로가 여러 개이면 먼저 합산점 식을 세워 $T(s) = Y(s)/R(s)$를 구한다. 그다음 문제에서 묻는 오차가 합산점 오차인지 추종오차 $r - y$인지 확인하고, 마지막에 최종값정리로 입력별 정상상태오차를 판정한다.

암기 포인트

비단위 피드백에서는 '형(type)만 보고 정상상태오차를 단정하지 않는다'가 핵심이다.

NoteBase

문 3. <보기>와 같은 상태방정식이 주어질 때, 제어시스템이 안정하기 위한 K의 범위는? (단, $K>0$이다.)

<보기>

(dx(t))/(dt)=bmatrix0 & 1 & 0 \ 2 & 0 & K \ -10 & -K & -2bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 1 \ 1bmatrixu(t)

① $K>\frac{2}{5}$

② $0<K<\frac{2}{5}$

③ $K>5$

④ $\frac{2}{5}<K<5$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 상태방정식의 계수행렬에서 특성방정식을 만들고 3차 Routh-Hurwitz 안정조건으로 K의 범위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 계수행렬은

A=행렬 [0 , 1 , 0 ; 2 , 0 , K ; -10 , -K , -2]

이다.

제어시스템이 안정하려면 $\det(sI-A)=0$의 모든 근의 실수부가 음수여야 한다.

문제 조건에서 $K>0$이다.

사용할 공식

특성방정식은

$\det(sI-A)=s^3+2s^2+(K^2-2)s+(10K-4)=0$

이다.

3차 다항식 $s^3+a_1s^2+a_2s+a_3$가 안정하려면 Routh 표의 첫 열이 모두 양수여야 하므로 $a_1>0$, $a_2>0$, $a_3>0$, $a_1a_2>a_3$를 만족해야 한다.

이 공식을 쓰는 이유는 상태방정식의 안정성이 계수행렬의 고유값, 즉 특성방정식의 Hurwitz 조건으로 바로 판정되기 때문이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2019 · 10월

계산 과정

1. $sI - A$의 행렬식을 전개하면
$s^3 + 2s^2 + (K^2 - 2)s + (10K - 4) = 0$
을 얻는다.
2. 이에 대한 Routh 표의 첫 열은 $1,\ 2,\ K^2 - 5K,\ 10K - 4$가 된다.
3. 안정하려면 첫 열이 모두 양수여야 하므로 $10K - 4 > 0 \Rightarrow K > \frac{2}{5}$, $K^2 - 5K > 0 \Rightarrow K(K-5) > 0$이다.
4. 문제 조건 $K > 0$를 함께 적용하면 $K(K-5) > 0$에서 $K > 5$만 가능하다.
5. $K > 5$이면 $K^2 - 2 > 0$와 $10K - 4 > 0$도 자동으로 만족하므로 최종 범위는 $K > 5$이다.

선지별 해설

① X
$K > \frac{2}{5}$는 상수항 $10K - 4$를 양수로 만드는 조건일 뿐이다.
안정성의 결정조건인 $K^2 - 5K > 0$가 빠져 있으므로 충분조건이 아니다.
틀린 표현은 "$K > \frac{2}{5}$"이고, 올바르게는 "$K > 5$"이다.

② X
$0 < K < \frac{2}{5}$이면 $10K - 4 < 0$가 되어 Routh 표의 마지막 항부터 양수가 아니다.
따라서 안정조건을 바로 위반한다.
틀린 표현은 "$0 < K < \frac{2}{5}$"이고, 올바르게는 "$K > 5$"이다.

③ O
$K > 5$이면 $K > \frac{2}{5}$, $K^2 - 2 > 0$, $K^2 - 5K = K(K-5) > 0$가 모두 성립한다.
따라서 특성방정식이 Hurwitz 조건을 만족하므로 안정하다.

④ X
$\frac{2}{5} < K < 5$에서는 상수항은 양수이지만 $K^2 - 5K = K(K-5) < 0$가 된다.
즉 Routh 표 첫 열에 음수가 생겨 안정하지 않다.
틀린 표현은 "$\frac{2}{5} < K < 5$"이고, 올바르게는 "$K > 5$"이다.

오답 포인트

상수항 조건 $K > \frac{2}{5}$만 보고 안정하다고 멈추기 쉽다.
이 문제의 함정은 계수의 부호만 보는 1차 판단으로 끝내면 안 되고, 3차식에서는 반드시 $a_1 a_2 > a_3$ 또는 Routh 표의 세 번째 조건까지 확인해야 한다는 점이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

상태방정식 안정 범위 문제는 먼저 $\det(sI - A) = 0$로 특성방정식을 만든 다음, 3차식이면 Routh 표 첫 열 양수 조건을 끝까지 점검하는 순서로 판단한다.
중간에 일부 계수만 양수라고 해서 안정하다고 결론내리면 오답이 된다.

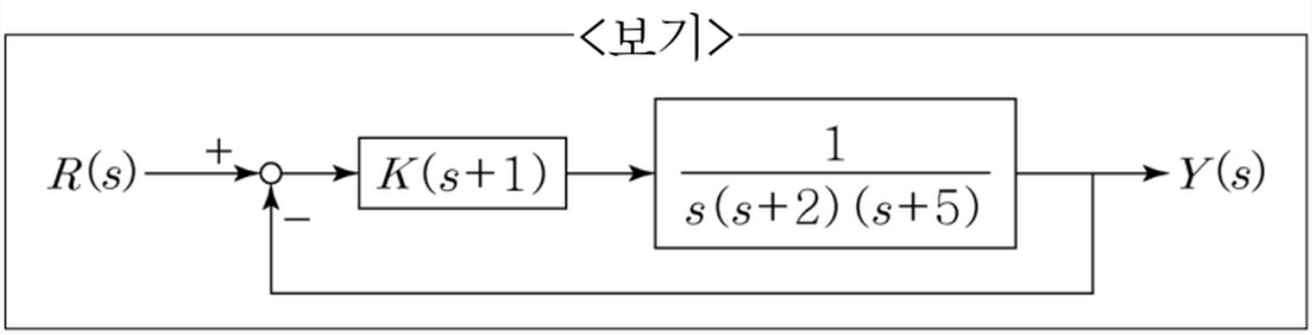
암기 포인트

3차 안정조건은 $s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3$에서 $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$, $a_1 a_2 > a_3$이다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같은 단위 부궤환 시스템에 대한 근궤적(root locus)을 그리고자 할 때, 이에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은? (단, K>0이다.)

<보기>



① 실수축 -1과 -2 사이에서 이탈점(breakaway point)이 발생한다.

② 점근선의 중심은 -3이다.

③ 시스템은 항상 안정하다.

④ 근궤적 중의 하나는 0에서 시작해서 -1에서 끝난다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 개루프 전달함수 $L(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+5)}$를 읽어 실축 근궤적 구간, 점근선 중심, 종점과 폐루프 안정성을 함께 판단하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

실축 근궤적은 그 점의 오른쪽에 있는 실수 극점과 영점의 개수가 홀수인 구간에만 존재한다. 이 계의 실수 극점과 영점은 $0,\ -1,\ -2,\ -5$이므로 근궤적은 $(-5,\ -2)$, $(-1,\ 0)$ 구간에만 존재한다. 따라서 -1과 -2 사이에는 근궤적이 없어서 이탈점도 생기지 않는다. 틀린 표현은 "실수축 -1과 -2 사이에서 이탈점이 발생한다"이고, 올바르게는 "이탈점은 실수축 -5와 -2 사이에서 발생한다"이다.

② O

점근선 개수는 극점 수 3개에서 영점 수 1개를 뺀 2개이다. 점근선의 중심은 $\frac{(0)+(-2)+(-5)-(-1)}{3-1}=\frac{-6}{2}=-3$ 이므로 설명이 맞다.

③ O

폐루프 특성방정식은 $1+L(s)=0$에서 $s(s+2)(s+5)+K(s+1)=0$이므로 $s^3+7s^2+(10+K)s+K=0$이다. $K>0$이면 계수는 모두 양수이고, 3차 Routh 판정 조건인 $7(10+K)>K$도 항상 성립한다. 따라서 모든 $K>0$에서 안정하므로 설명이 맞다.

④ O

실축 구간 $(-1,\ 0)$에는 근궤적이 존재하고, 이 구간의 한 가지는 극점 0에서 출발해 유한 영점 -1에서 끝난다. 따라서 설명이 맞다.

오답 포인트

실축 근궤적 구간을 "극점 사이"로만 외우면 ①에 속기 쉽다. 실수축에서는 반드시 "오른쪽의 실수 극점과 영점 개수가 홀수인가"를 먼저 세어야 하며, 영점 -1이 들어오면 $(-2,\ -1)$ 구간은 짝수가 되어 근궤적이 사라진다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 개루프 극점과 영점을 실수축에 표시한 뒤 각 구간의 오른쪽 개수를 세어 실축 근궤적 존재 구간을 정한다. 그다음 점근선 중심은 (Σ 극점-Σ 영점)/(n-m)로 계산하고, 안정성은 폐루프 특성방정식을 만든 뒤 Routh 표 조건으로 확인한다.

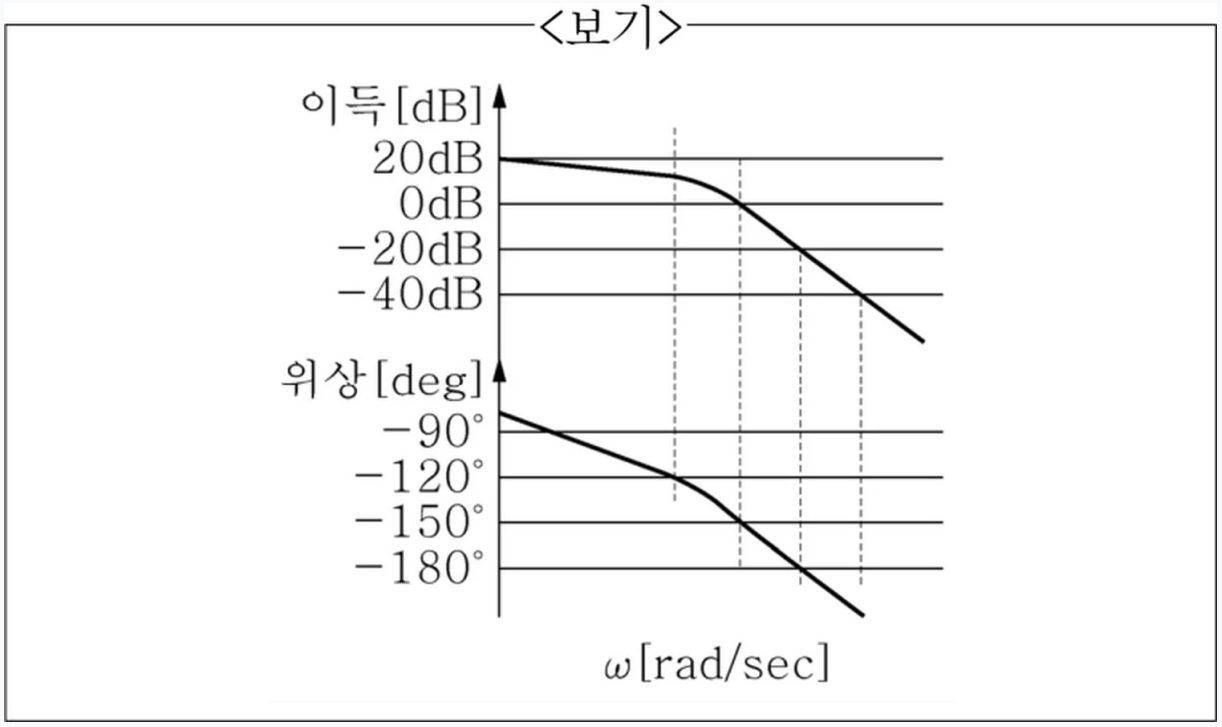
암기 포인트

근궤적 실축 판정은 오른쪽 홀수, 점근선 중심은 (Σ 극점-Σ 영점)/(n-m), 안정성은 특성방정식의 Routh 조건으로 본다.

NoteBase

문 5. 제어시스템의 보드선도(Bode plot)가 <보기>와 같을 때, 이득여유(gain margin)와 위상여유(phase margin)를 각각 구한 값은?

<보기>



① 20dB, 30°

② -40dB, 60°

③ 0dB, 30°

④ -60dB, 0°

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 보드선도에서 0dB 교차 주파수와 -180° 교차 주파수를 각각 읽어 위상여유와 이득여유를 구하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 0dB 교차 주파수에서 위상이 -150°이므로 위상여유는 $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$이다.
- 위상이 -180°가 되는 주파수에서 이득이 -20dB이므로 이득여유는 20dB이다.

② X
- 이득여유를 -40dB로 본 점이 틀리다. -180° 교차점의 이득은 -20dB이므로 올바르게는 20dB이다.
- 위상여유를 60°로 본 점도 틀리다. 0dB 교차점의 위상은 -150°이므로 올바르게는 30°이다.

③ X
- 위상여유 30°는 맞지만 이득여유를 0dB로 본 점이 틀리다.
- -180° 교차점에서 이미 이득이 -20dB이므로 올바르게는 20dB의 여유가 남아 있다.

④ X
- 이득여유를 -60dB로 읽은 점이 틀리다. 올바르게는 20dB이다.
- 위상여유를 0°로 본 점도 틀리다. 0dB 교차점에서 위상이 -150°이므로 올바르게는 30°이다.

오답 포인트

보드선도에서는 0dB 교차점에서 위상을 읽어 위상여유를 구하고, -180° 교차점에서 이득을 읽어 이득여유를 구한다. 두 교차점을 서로 바꾸어 읽으면 ②, ③, ④ 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 0dB 교차점에서 위상을 읽어 $PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_{gc})$를 구한다. 다음으로 -180° 교차점에서 이득을 읽고 0 dB까지의 차이를 이득여유로 판단한다.

암기 포인트

위상여유는 0 dB에서 읽고, 이득여유는 -180°에서 읽는다.

NoteBase

문 6. PD제어기의 효과에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 상승시간(rise time)과 정착시간(settling time)을 감소시킨다.

② 대역폭(bandwidth)을 감소시킨다.

③ 고주파에서 잡음을 증폭시킬 수 있다.

④ 최대 오버슈트를 감소시킨다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 PD제어기의 과도응답 개선 효과와 대역폭 변화, 잡음 민감도를 구분하는 문제이다.

핵심 개념

PD제어기는 비례 동작에 미분 동작을 더해 오차 변화율에 반응하는 제어기이다.
핵심 효과는 감쇠 증가와 응답 속도 향상이며, 그 결과 상승시간과 정착시간, 최대 오버슈트가 개선되는 방향으로 작용한다.
반면 미분 동작은 고주파 성분에 민감하므로 잡음을 키울 수 있고, 일반적으로 대역폭은 줄어들지 않고 넓어지는 방향으로 본다.

선지별 해설

① O: PD제어는 미분 동작으로 감쇠를 보강해 과도응답을 빠르게 정리하므로 상승시간과 정착시간을 감소시키는 효과가 있다.
② X: 틀린 부분은 '대역폭을 감소시킨다'이다. PD제어는 응답을 빠르게 만들어 보통 대역폭을 증가시키거나 넓히는 방향으로 작용한다.
③ O: 미분 동작은 입력의 급격한 변화에 크게 반응하므로 고주파 잡음을 증폭시킬 수 있다.
④ O: PD제어는 감쇠비를 높여 진동 성분을 줄이므로 최대 오버슈트를 감소시키는 효과가 있다.

오답 포인트

②의 '대역폭 감소'를 PI제어의 저주파 성능 개선 이미지와 혼동하면 오답이 된다. PD제어는 응답을 둔하게 만드는 제어가 아니라 과도응답을 빠르게 하고 감쇠를 키우는 제어라는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

PD가 나오면 먼저 '빠르게 하고 덜 흔들리게 한다'를 떠올리면 된다. 따라서 상승시간, 정착시간, 오버슈트는 개선 쪽으로 보고, 고주파 잡음에는 약하며 대역폭을 줄인다는 표현은 틀린 것으로 판단한다.

NoteBase

암기 포인트

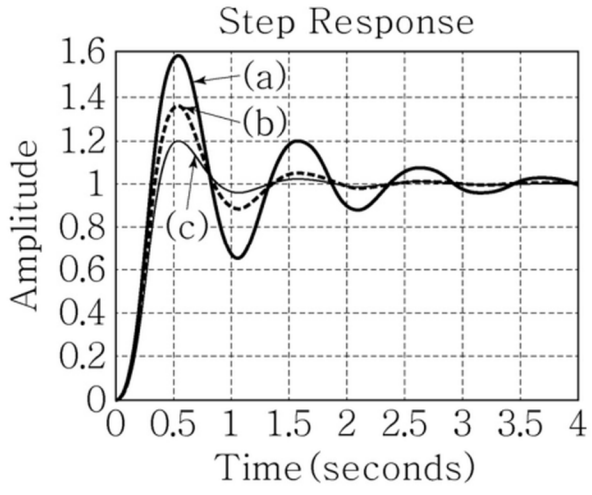
PD는 속도와 감쇠를 보강하고, 잡음에는 민감하며, 대역폭은 넓히는 쪽이다.

NoteBase

문 7. <보기>는 전달함수 $G(s)$의 단위계단 응답을 나타낸 그래프이다. (a), (b), (c) 중 w의 절댓값이 가장 큰 경우의 응답은?

<보기>

$$G(s) = \frac{a^2 + w^2}{(s-a)^2 + w^2}$$



① (a)

② (b)

③ (c)

④ (a), (b), (c) 모두 w의 절댓값이 같다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 단위계단응답 그래프에서 첫 피크 시각과 진동 주기가 $|w|$에 의해 결정된다는 점을 읽어 내는 문제이다.

핵심 개념

단위계단응답은 $y(t) = 1 - e^{at}\cos wt + \frac{a}{w}e^{at}\sin wt$이고, 이를 미분하면 $\dot{y}(t) = \frac{a^2+w^2}{w}e^{at}\sin wt$가 된다.
따라서 극값은 $\sin wt = 0$일 때 생기므로 첫 피크 시각은 $t = \pi/|w|$, 진동 주기는 $T = 2\pi/|w|$이다.
즉 $|w|$는 시간축에서 피크와 골의 간격을 정하고, a는 감쇠와 오버슈트 크기를 정한다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2019 · 10월

선지별 해설

① X
(a)만 $|w|$가 가장 큰 것이 아니다. 세 곡선은 첫 피크가 나타나는 시각과 이후 피크·골의 간격이 거의 같다. 이는 $t = \pi/|w|$, $T = 2\pi/|w|$가 서로 같다는 뜻이므로 $|w|$도 같다.
틀린 표현은 '(a)가 가장 크다'이고, 올바르게는 '(a), (b), (c) 모두 $|w|$가 같다'이다.

② X
(b)만 $|w|$가 가장 큰 것도 아니다. (b)는 오버슈트 크기만 (a)와 다르고 피크 위치는 같다. 시간 간격이 같으면 $|w|$가 같은 것이다.
틀린 표현은 '(b)가 가장 크다'이고, 올바르게는 '(a), (b), (c) 모두 $|w|$가 같다'이다.

③ X
(c)만 $|w|$가 가장 큰 것도 아니다. (c)는 감쇠가 더 커서 진폭이 작아 보일 뿐이며, 진동 주기 자체는 다른 곡선과 같다.
틀린 표현은 '(c)가 가장 크다'이고, 올바르게는 '(a), (b), (c) 모두 $|w|$가 같다'이다.

④ O
세 응답 모두 첫 피크 시각과 다음 피크·골의 시간 간격이 같으므로 $|w|$가 같다. 서로 다른 것은 진폭 감쇠와 오버슈트 크기이며, 이는 주로 a의 차이로 설명된다.

오답 포인트

오버슈트가 가장 크면 $|w|$도 가장 크다고 바로 연결하면 틀린다. 이 문제에서 $|w|$는 높이가 아니라 시간축 간격으로 판단해야 하고, 높이 차이는 a가 달라져도 충분히 달라질 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

극점이 $a \pm jw$ 꼴이면 먼저 첫 피크 시각과 진동 주기를 본다. 그래프들의 피크·골 위치가 같으면 $|w|$가 같고, 높이와 감쇠만 다르면 실수부 a가 다른 경우로 판단할 수 있다.

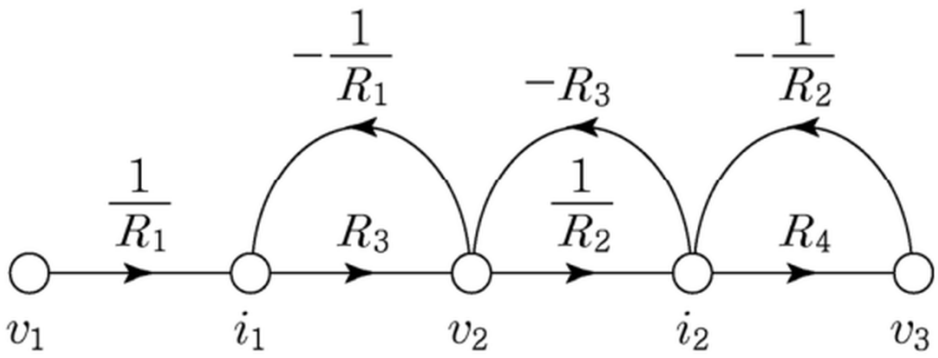
암기 포인트

허수부 w는 진동 속도와 주기를, 실수부 a는 감쇠와 오버슈트를 좌우한다.

NoteBase

문 8. <보기>와 같은 신호 흐름도에서 v_1을 입력, v_2를 출력으로 하는 전달함수는?

<보기>



① $\frac{R_3R_4}{R_1R_2+R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4}$
② $\frac{R_2R_3+R_3R_4}{R_1R_2+R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4}$
③ $\frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4}$
④ $\frac{R_2R_3+R_2R_4}{R_1R_2+R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 메이슨의 이득공식을 이용해 신호 흐름도에서 입력 v_1에 대한 출력 v_2의 전달함수 $\frac{v_2}{v_1}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전진 경로는 $v_1 \to i_1 \to v_2$ 한 개이다.
전진 경로 이득은 $P_1 = \frac{1}{R_1} \cdot R_3 = \frac{R_3}{R_1}$이다.
루프 이득은 $L_1 = R_3\left(-\frac{1}{R_1}\right) = -\frac{R_3}{R_1}$, $L_2 = \frac{1}{R_2}(-R_3) = -\frac{R_3}{R_2}$, $L_3 = R_4\left(-\frac{1}{R_2}\right) = -\frac{R_4}{R_2}$이다.
서로 접하지 않는 루프 쌍은 L_1과 L_3뿐이다.

NoteBase

사용할 공식

메이슨의 이득공식은

$T = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta}$

이다.

여기서

$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \cdots$

이다.

이 공식을 쓰는 이유는 신호 흐름도에서 입력과 출력 사이 전달함수를 전진 경로, 루프 이득, 서로 접하지 않는 루프의 조합으로 체계적으로 계산할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 전체 그래프의 Δ는

$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3$

이다.

따라서

$\Delta = 1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_1 R_2}$

이다.

2. 유일한 전진 경로 P_1과 접하지 않는 루프는 L_3뿐이므로

$\Delta_1 = 1 - L_3 = 1 + \frac{R_4}{R_2}$

이다.

3. 따라서

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{R_3}{R_1}\left(1 + \frac{R_4}{R_2}\right)}{\Delta} = \frac{R_2 R_3 + R_3 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_3 R_4}$

이다.

NoteBase

선지 판단

① X

분자가 R_3R_4만 남아 R_2R_3 항이 빠져 있다. $P_1\Delta_1 = \frac{R_3}{R_1}\left(1 + \frac{R_4}{R_2}\right)$이므로 분자는 $R_2R_3 + R_3R_4$가 되어야 한다. 틀린 표현은 분자 R_3R_4이고, 올바르게는 $R_2R_3 + R_3R_4$이다.

② O

메이슨 공식으로 계산한 결과와 정확히 일치한다. 분자 $R_2R_3 + R_3R_4 = R_3(R_2 + R_4)$, 분모 $R_1R_2 + R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_3R_4$가 모두 맞다.

③ X

이 식은 Δ_1을 1로 두어 전진 경로와 접하지 않는 루프 L_3를 누락한 값이다. 틀린 표현은 분자 R_2R_3이고, 올바르게는 $R_2R_3 + R_3R_4$이다.

④ X

분자 두 번째 항을 R_3R_4 대신 R_2R_4로 잘못 쓴 식이다. R_4는 Δ_1에서 나오고 앞의 R_3와 곱해져야 하므로 R_2R_4가 될 수 없다. 틀린 표현은 분자 $R_2R_3 + R_2R_4$이고, 올바르게는 $R_2R_3 + R_3R_4$이다.

계산 결과 $\frac{v_2}{v_1} = \frac{R_2R_3 + R_3R_4}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_3R_4}$이므로 정답은 2번이다.

오답 포인트

루프 이득의 부호를 반대로 쓰거나, Δ_1에는 전진 경로와 접하지 않는 루프만 들어간다는 규칙을 놓치면 ③처럼 R_3R_4 항을 빠뜨리기 쉽다. 또 R_4가 Δ_1에서 앞의 R_3와 함께 곱해진다는 점을 놓치면 ④처럼 R_2R_4 항을 만들기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

신호 흐름도 전달함수는 먼저 전진 경로 P_k를 구하고, 다음에 모든 루프와 서로 접하지 않는 루프쌍으로 Δ를 만든 뒤, 해당 전진 경로와 접하지 않는 루프만으로 Δ_k를 계산해 $T = \frac{\sum P_k\Delta_k}{\Delta}$에 대입해 판단한다.

암기 포인트

메이슨 공식은 $T = \frac{\sum P_k\Delta_k}{\Delta}$이며, Δ_k에는 해당 전진 경로와 접하지 않는 루프만 들어간다.

NoteBase

문 9. <보기>의 특성방정식에서 우반평면 또는 허수축에 위치하는 극점의 개수는?

<보기>

$s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 8s + 16 = 0$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 특성방정식을 인수분해한 뒤 근의 실수부를 확인하여 우반평면 또는 허수축에 있는 극점의 개수를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 식은 $s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 8s + 16 = 0$이다.
구해야 할 값은 우반평면 또는 허수축에 있는 극점의 개수이다.
허수축 극점은 실수부가 0인 근이고, 우반평면 극점은 실수부가 양수인 근이다.

사용할 공식

먼저 공통인수 $(s + 2)$를 묶어 인수분해한 뒤 각 근의 위치를 확인한다.
$s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 8s + 16 = (s + 2)(s^4 + 5s^2 + 8)$
이 방법을 쓰는 이유는 우반평면 극점 수를 직접 세려면 특성방정식의 근이 어느 반평면에 놓이는지 확인해야 하기 때문이다.

계산 과정

1. 인수분해하면 $(s + 2)(s^4 + 5s^2 + 8) = 0$이므로 한 근은 $s = -2$이다.
2. 나머지는 $s^4 + 5s^2 + 8 = 0$에서 구한다. $z = s^2$로 두면 $z^2 + 5z + 8 = 0$이다.
3. 따라서 $z = \frac{-5 \pm j\sqrt{7}}{2}$이고, 이를 제곱근으로 풀면 근은 대략 $s \approx -0.405 \pm j1.632,\ 0.405 \pm j1.632$이다.
4. 이 중 $0.405 \pm j1.632$ 두 근이 우반평면에 있고, 실수부가 0인 허수축 근은 없다. 따라서 우반평면 또는 허수축에 있는 극점의 개수는 2개이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 우반평면에 있는 근이 없다면 모든 근의 실수부가 0 이하이어야 한다. 실제로는 $0.405 \pm j1.632$ 두 근의 실수부가 양수이므로 0개가 아니다. 올바르게는 2개이다.
② X: 우반평면 근은 켤레복소근으로 한 쌍이 함께 나타나므로 1개만 존재할 수 없다. 올바르게는 2개이다.
③ O: $s = -2$는 좌반평면에 있고, 나머지 네 근 중 $0.405 \pm j1.632$가 우반평면에 있다. 허수축 근은 없으므로 합계는 2개이다.
④ X: 3개가 되려면 우반평면 근 2개에 더해 허수축 근 1개가 있어야 하는데, 실수부가 0인 근은 존재하지 않는다. 올바르게는 2개이다.

오답 포인트

복소근을 하나로 세거나, $s = -2$를 우반평면 근으로 잘못 세면 오답이 된다. 특히 켤레복소근은 항상 두 개가 함께 나오므로 우반평면에 복소근이 보이면 개수는 짝수로 세어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

우반평면 극점 개수 문제는 먼저 인수분해 또는 라우스 판별로 근의 분포를 정리하고, 그다음 실수부가 양수인 근과 실수부가 0인 근을 따로 세면 된다.

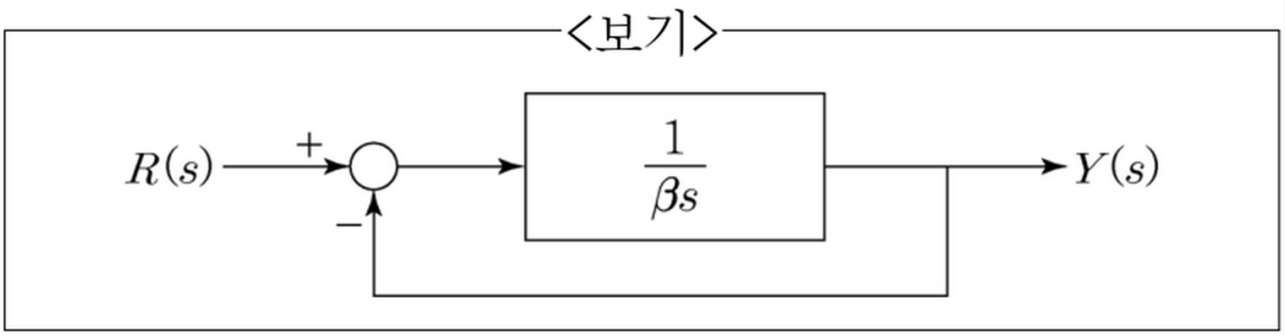
암기 포인트

우반평면 판정의 핵심은 근의 개수 자체가 아니라 실수부의 부호이며, 켤레복소근은 항상 한 쌍으로 센다.

NoteBase

문 10. <보기>와 같은 시스템에서 단위경사함수 (unit ramp function) 기준입력에 대한 출력신호는?

<보기>



① $1-e^{-\beta t}$

② $1-e^{-\frac{1}{\beta}t}$

③ $t-\beta+\beta e^{-\frac{1}{\beta}t}$

④ $t-\beta+\frac{1}{\beta}e^{-\frac{1}{\beta}t}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단위 피드백 1차계의 폐루프 전달함수를 구한 뒤 단위경사입력 $r(t)=t$에 대한 응답을 역라플라스 변환으로 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전달요소는 $G(s)=\frac{1}{\beta s}$, 피드백은 단위 음의 피드백이다.
폐루프 전달함수는 $T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}$이다.
입력은 단위경사함수이므로 $R(s)=\frac{1}{s^2}$이다.
구해야 할 값은 출력 $y(t)$이다.

사용할 공식

폐루프 전달함수는 $T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}$이다.
출력은 $Y(s)=T(s)R(s)$이다.
부분분수 전개 후 역라플라스 변환을 적용한다.
이 공식을 쓰는 이유는 블록선도가 단위 음의 피드백 구조이고, 발문이 램프 입력에 대한 시간응답을 직접 묻기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $T(s) = \frac{\frac{1}{\beta s}}{1+\frac{1}{\beta s}} = \frac{1}{\beta s+1}$이다.
2. $Y(s) = T(s)R(s) = \frac{1}{\beta s+1} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2(\beta s+1)}$이다.
3. 부분분수 전개를 하면
$\frac{1}{s^2(\beta s+1)} = -\frac{\beta}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{\beta^2}{\beta s+1}$
이다.
4. 역라플라스 변환을 하면
$y(t) = -\beta + t + \beta e^{-t/\beta} = t - \beta + \beta e^{-t/\beta}$
이다.

선지별 해설

① X: $1 - e^{-\beta t}$는 이 문제의 램프응답이 아니다. 틀린 표현은 전체 식이 step 응답 형태라는 점과 지수의 계수이다. 올바르게는 램프응답이 $t - \beta + \beta e^{-t/\beta}$이다.
② X: $1 - e^{-t/\beta}$는 폐루프 1차계의 단위계단응답이다. 틀린 표현은 램프입력에서 반드시 생기는 $t - \beta$ 항이 빠졌다는 점이다. 올바르게는 $t - \beta + \beta e^{-t/\beta}$이다.
③ O: 계산 결과가 $y(t) = t - \beta + \beta e^{-t/\beta}$이므로 정답이다. 램프입력의 $\frac{1}{s^2}$가 시간영역에서 t 항을 만든다.
④ X: 식의 형태는 거의 맞지만 지수항 계수가 틀리다. 틀린 표현은 $\frac{1}{\beta}e^{-t/\beta}$ 부분이다. 올바르게는 $\beta e^{-t/\beta}$이므로 ④는 오답이다.

오답 포인트

단위계단응답과 단위경사응답을 혼동하면 ①, ② 같은 식을 고르기 쉽다.
또한 부분분수 전개에서 마지막 항의 계수를 잘못 잡으면 ④처럼 β가 $\frac{1}{\beta}$로 뒤바뀐다.

다시 나오면 이렇게 판단

단위 피드백 블록선도 문제는 먼저 $T(s)$를 구하고, 다음에 입력의 라플라스 변환을 곱한 뒤, 마지막에 부분분수 전개로 시간응답을 확인하면 된다.
램프입력은 $R(s) = \frac{1}{s^2}$이므로 시간응답에 상수만 남는 step형 식이 나오면 다시 계산해야 한다.

암기 포인트

단위경사입력 응답은 1차계라도 보통 t 항이 살아 있고, 단위계단응답은 $1 - e^{-t/\tau}$ 꼴이라는 구분이 핵심이다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같은 신호의 이득여유가 20dB일 때, K의 값은?

<보기>
$Y(s) = \frac{K}{(s+1)(2s+1)(3s+1)}$

① 1/100
② 1/10
③ 1
④ 10

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 위상교차 주파수에서의 크기를 이용해 이득여유 $20dB$ 조건을 K로 바꾸는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $G(s) = \frac{K}{(s+1)(2s+1)(3s+1)}$이다.
구해야 할 값은 K이다.
이득여유가 $20dB$이면 절대 이득여유는 $GM = 10$이다.
위상교차 주파수 ω_{pc}에서 $\angle G(j\omega_{pc}) = -180\,^\circ$가 된다.

사용할 공식

사용 공식은 $GM_{dB} = 20\log_{10} GM$, $GM = \frac{1}{|G(j\omega_{pc})|}$이다.
이 문제는 먼저 위상교차 주파수를 찾은 뒤 그 주파수에서의 크기를 이득여유와 연결해야 하므로 이 공식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

위상 조건은 다음과 같다.

$\tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(2\omega) + \tan^{-1}(3\omega) = 180^\circ$

$\omega = 1$이면

$\tan^{-1}(1) + \tan^{-1}(2) + \tan^{-1}(3) = 45^\circ + 63.435^\circ + 71.565^\circ = 180^\circ$

따라서 $\omega_{pc} = 1$이다.

이때 크기는

$|G(j1)| = \frac{K}{|1+j||1+2j||1+3j|} = \frac{K}{\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{K}{10}$

이득여유가 $20dB$이면

$20\log_{10} GM = 20 \Rightarrow GM = 10$

또한 $GM = \frac{1}{|G(j\omega_{pc})|}$이므로

$\frac{1}{K/10} = 10 \Rightarrow \frac{10}{K} = 10 \Rightarrow K = 1$

따라서 계산 결과는 $K = 1$이다.

선지별 해설

① X

- $K = 1/100$이면 $|G(j1)| = \frac{1/100}{10} = 0.001$이므로 $GM = 1000$, 즉 $60dB$가 된다.
- 틀린 표현은 $K = 1/100$이다. 올바르게는 $K = 1$이다.

② X

- $K = 1/10$이면 $|G(j1)| = \frac{1/10}{10} = 0.01$이므로 $GM = 100$, 즉 $40dB$가 된다.
- 틀린 표현은 $K = 1/10$이다. 올바르게는 $K = 1$이다.

③ O

- 계산 결과 $K = 1$이면 $|G(j1)| = 0.1$, $GM = 10$이므로 $20dB$ 조건을 정확히 만족한다.
- 따라서 ③이 옳다.

④ X

- $K = 10$이면 $|G(j1)| = 1$이므로 $GM = 1$, 즉 $0dB$가 된다.
- 이 값은 이득여유를 $|G(j\omega_{pc})|$ 자체로 착각했을 때 나오는 오답이다. 올바르게는 $GM = \frac{1}{|G(j\omega_{pc})|}$를 써서 $K = 1$로 판단한다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다.

첫째, $20dB$를 20배나 100배로 잘못 바꾸기 쉽다. $20\log_{10}(10) = 20$이므로 $20dB$는 10배이다.

둘째, 이득여유를 $|G(j\omega_{pc})|$로 착각하기 쉽다. 실제로는 그 역수인 $\frac{1}{|G(j\omega_{pc})|}$가 이득여유이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

이득여유 문제는 먼저 위상교차 주파수부터 찾고, 그다음 그 주파수에서의 크기를 계산한 뒤, 마지막에 $GM = \frac{1}{|G(j\omega_{pc})|}$와 $GM_{dB} = 20\log_{10} GM$를 연결해 판단한다.

암기 포인트

이득여유 $20dB$는 $GM = 10$이고, 위상교차점에서는 항상 $|G| = 1/GM$ 관계로 바꿔 계산한다.

NoteBase

문 12. <보기>와 같은 시스템에 상태피드백(state-feedback) 제어 $u(t) = [-k_1 \ -k_2]x(t) + r(t)$을 적용한다고 할 때, 시스템의 감쇠비($\zeta$)와 고유주파수($\omega_n$)가 각각 $\zeta = 0.5$와 $\omega_n = 5$가 되기 위한 k_1과 k_2의 값은?

<보기>

x(t) = bmatrix 0 & 1 \ -4 & -3 bmatrix x(t) + bmatrix 0 \ 1 bmatrix u(t)

$y(t) = [1 \ 0]x(t)$

① k_1: 21, k_2: 2

② k_1: -21, k_2: -2

③ k_1: 1, k_2: 2

④ k_1: 1, k_2: -2

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 상태피드백을 적용한 닫힌루프 계의 특성방정식을 2차 표준형과 계수비교하여 k_1, k_2를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: A=행렬 [0,1; -4,-3], B=행렬 [0; 1], $u(t) = [-k_1 \ -k_2]x(t) + r(t)$이다.
구해야 할 값: 감쇠비 $\zeta = 0.5$, 고유주파수 $\omega_n = 5$를 만족하는 k_1, k_2이다.
주의할 조건: 입력이 $u = -Kx + r$ 형태이므로 닫힌루프 행렬은 $A - BK$이고, 여기서는 $A + B[-k_1 \ -k_2]$와 같은 뜻이다.

사용할 공식

닫힌루프 행렬은 A_cl=A+B[-k_1 -k_2]=행렬 [0,1; -4-k_1,-3-k_2]이다.
특성방정식은 $\det(sI - A_{cl}) = s^2 + (3 + k_2)s + (4 + k_1)$이다.
원하는 2차 표준형은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 감쇠비와 고유주파수가 주어지면 원하는 폐루프 극점의 특성방정식을 바로 만들 수 있고, 상태피드백 계수는 계수비교로 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 5$를 대입하면 원하는 특성방정식은 $s^2 + 2(0.5)(5)s + 5^2 = s^2 + 5s + 25$이다.
2. 닫힌루프 특성방정식 $s^2 + (3 + k_2)s + (4 + k_1)$와 비교하면 $3 + k_2 = 5$, $4 + k_1 = 25$이다.
3. 따라서 $k_2 = 2$, $k_1 = 21$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O

$k_1 = 21, k_2 = 2$이면 특성방정식이 $s^2 + (3+2)s + (4+21) = s^2 + 5s + 25$가 되어 조건과 정확히 일치한다.

② X

$(-21, -2)$를 대입하면 $s^2 + (3-2)s + (4-21) = s^2 + s - 17$이 되어 감쇠비와 고유주파수 조건을 만족하지 않는다. 틀린 표현은 두 이득의 부호를 반대로 잡은 점이다. 올바르게는 $k_1 = 21, k_2 = 2$이다. 이 값은 $u = -Kx + r$의 부호를 잘못 처리하면 나오기 쉬운 오답이다.

③ X

$(1, 2)$를 대입하면 $s^2 + 5s + 5$가 된다. s의 계수는 맞지만 상수항이 25가 아니라 5이다. 틀린 표현은 ω_n^2를 써야 할 자리에 ω_n를 넣은 점이다. 올바르게는 $4 + k_1 = \omega_n^2 = 25$이므로 $k_1 = 21$이어야 한다.

④ X

$(1, -2)$를 대입하면 $s^2 + (3-2)s + (4+1) = s^2 + s + 5$가 된다. s의 계수와 상수항이 모두 맞지 않는다. 틀린 표현은 k_2의 부호를 반대로 보고, 동시에 ω_n^2 대신 ω_n를 사용한 점이다. 올바르게는 $k_2 = 2, k_1 = 21$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 첫째, $u = [-k_1 \ -k_2]x + r$를 보고 닫힌루프 행렬의 부호를 거꾸로 처리하면 ② 같은 값이 나온다. 둘째, 2차 표준형의 상수항이 ω_n가 아니라 ω_n^2라는 점을 놓치면 ③, ④처럼 $k_1 = 1$로 잘못 계산된다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태피드백 극배치 문제는 먼저 A_{cl}을 정확한 부호로 만든 뒤 특성방정식을 구하고, 마지막에 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 계수비교하는 순서로 판단하면 된다.

암기 포인트

2차 표준형은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$이고, 상수항은 반드시 ω_n^2이다.

NoteBase

문 13. 입력이 $r(t)$이고 출력이 $y(t)$인 어떤 시스템의 수학적 모델이 <보기>와 같은 상태방정식과 출력방정식으로 주어져 있다. 이 시스템의 전달함수 $Y(s)/R(s)$는? (단, $x_1(t)$, $x_2(t)$는 두 개의 상태변수를 나타낸다.)

<보기>

cases (dx_1)/(dt) = -2x_2(t) + 2r(t) \ (dx_2)/(dt) = x_1(t) - x_2(t) cases, y(t) = x_2(t)

① $\frac{1}{s^2+2s+1}$
② $\frac{2}{s^2+s+2}$
③ $\frac{1}{s^2+2s-1}$
④ $\frac{1}{s^2+s+2}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상태방정식과 출력방정식에서 상태변수를 소거하여 전달함수 $Y(s)/R(s)$를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 식은 $\dot{x}_1(t) = -2x_2(t) + 2r(t)$, $\dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t)$, $y(t) = x_2(t)$이다.
구해야 할 값은 전달함수 $Y(s)/R(s)$이다.
출력이 $x_2(t)$이므로 $x_1(t)$를 $y(t)$와 $\dot{y}(t)$로 바꾸어 소거하면 된다.

사용할 공식

출력식 $y(t) = x_2(t)$를 이용해 두 상태방정식을 $y(t)$ 하나의 미분방정식으로 바꾼 뒤, 영초기조건에서 라플라스 변환하여 전달함수를 구한다.
$x_1(t) = \dot{y}(t) + y(t), \quad \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + 2y(t) = 2r(t)$
이 공식을 쓰는 이유는 전달함수가 입력과 출력의 관계이므로 중간 상태변수 $x_1(t)$를 제거해야 하기 때문이다.

계산 과정

1. $y(t) = x_2(t)$이므로 둘째 식 $\dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t)$에서 $\dot{y}(t) = x_1(t) - y(t)$가 되고, 따라서 $x_1(t) = \dot{y}(t) + y(t)$이다.
2. 이를 미분하면 $\dot{x}_1(t) = \ddot{y}(t) + \dot{y}(t)$이다.
3. 첫째 식에서 $x_2(t) = y(t)$이므로 $\dot{x}_1(t) = -2y(t) + 2r(t)$이다.
4. 두 식을 같게 두면 $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = -2y(t) + 2r(t)$이고, 정리하면 $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + 2y(t) = 2r(t)$이다.
5. 영초기조건에서 라플라스 변환하면 $(s^2 + s + 2)Y(s) = 2R(s)$이므로 $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2+s+2}$이다.

NoteBase

선지 판단

1번: X. 분모를 s^2+2s+1로 본 것은 $\dot{y}(t)$의 계수와 상수항을 잘못 합친 결과이다. 올바르게는 $\ddot{y}(t)+\dot{y}(t)+2y(t)=2r(t)$이므로 분모는 s^2+s+2이다.
2번: O. 상태변수 소거 후 얻는 미분방정식을 라플라스 변환하면 $Y(s)/R(s)=2/(s^2+s+2)$가 되어 보기와 일치한다.
3번: X. 분모를 s^2+2s-1로 본 것은 첫째 식의 $-2x_2(t)$ 항을 잘못 처리해 부호와 계수를 함께 틀린 경우이다. 올바르게는 $+2y(t)$가 남아 분모가 s^2+s+2가 된다.
4번: X. 분모 s^2+s+2는 맞지만 분자가 1이 아니라 2이다. 첫째 식의 입력항이 $2r(t)$이므로 최종 전달함수의 분자도 2가 되어야 한다.

오답 포인트

둘째 식에서 $x_1(t)=\dot{y}(t)+y(t)$를 만든 뒤 첫째 식에 대입해야 하는데, 이 과정을 생략하고 계수를 감으로 합치면 1번과 3번 같은 오답이 나온다. 또 입력항 $2r(t)$를 놓치면 4번처럼 분자를 1로 잘못 적게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

출력이 특정 상태변수로 주어지면 먼저 y와 상태변수의 관계를 적고, 다른 상태변수를 소거해 y만의 미분방정식을 만든 다음 라플라스 변환으로 전달함수를 구하면 된다.

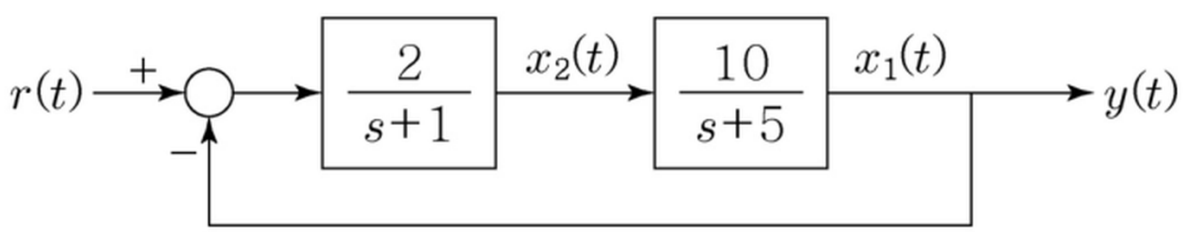
암기 포인트

$y=x_2$이면 둘째 상태방정식으로 $x_1=\dot{y}+y$를 만들고, 소거 후 y의 미분방정식에서 전달함수를 읽어낸다.

NoteBase

문 14. <보기>의 시스템에서 전체 출력 $y(t)$를 상태변수 $x_1(t)$, 제어기의 출력을 $x_2(t)$라 할 때, 이 시스템의 상태방정식을 구한 것으로 가장 옳은 것은? (단, 초기조건 $x_1(0) = x_2(0) = 0$이다.)

<보기>



① bmatrix(dx_1)/(dt)\\(dx_2)/(dt)bmatrix=bmatrix-5 & -10\\-3 & -1bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)bmatrix+bmatrix1\\1bmatrixr(t)

② bmatrix(dx_1)/(dt)\\(dx_2)/(dt)bmatrix=bmatrix-5 & 10\\-2 & -1bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)bmatrix+bmatrix0\\2bmatrixr(t)

③ bmatrix(dx_1)/(dt)\\(dx_2)/(dt)bmatrix=bmatrix-1 & -1\\-3 & -8bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)bmatrix+bmatrix3\\0bmatrixr(t)

④ bmatrix(dx_1)/(dt)\\(dx_2)/(dt)bmatrix=bmatrix-11 & -3\\-1 & 1bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)bmatrix+bmatrix1\\1bmatrixr(t)

정답 2번

출제 포인트

폐루프 블록선도에서 각 1차 블록을 미분방정식으로 바꾸고, 상태변수 $x_1(t) = y(t)$, $x_2(t)$의 정의에 맞게 상태방정식의 계수행렬과 입력벡터를 세우는 문제이다.

조건 정리

상태변수는 전체 출력이 $x_1(t) = y(t)$, 첫 번째 블록의 출력이 $x_2(t)$이다.
합점에는 음의 되먹임이 걸리므로 첫 번째 블록 입력은 $e(t) = r(t) - y(t) = r(t) - x_1(t)$이다.
블록 전달함수는 앞단이 $\frac{2}{s+1}$, 뒷단이 $\frac{10}{s+5}$이다.

사용할 공식

전달함수 $\frac{b}{s+a}$에서 입력을 $u(t)$, 출력을 $x(t)$라 두면 $(s+a)X(s) = bU(s)$이므로 $\dot{x}(t) = -ax(t) + bu(t)$가 된다.
이 문제의 두 블록이 모두 이 형태의 1차 시스템이므로 각 블록을 따로 상태식으로 만든 뒤 묶으면 된다.

NoteBase

계산 과정

뒷단 블록은 입력이 $x_2(t)$, 출력이 $x_1(t)$이므로 $(s+5)X_1(s) = 10X_2(s)$이다. 따라서 $\dot{x}_1(t) = -5x_1(t) + 10x_2(t)$이다.
앞단 블록은 입력이 $e(t) = r(t) - x_1(t)$, 출력이 $x_2(t)$이므로 $(s+1)X_2(s) = 2E(s) = 2R(s) - 2X_1(s)$이다. 따라서 $\dot{x}_2(t) = -2x_1(t) - x_2(t) + 2r(t)$이다.
이를 묶으면 bmatrixx_1(t)\ x_2(t)bmatrix=bmatrix-5 & 10\ -2 & -1bmatrixbmatrixx_1(t)\ x_2(t)bmatrix+bmatrix0\ 2bmatrixr(t)가 된다.

선지별 해설

① X: $\dot{x}_1(t)$는 뒷단 블록 $\frac{10}{s+5}$에서 바로 나오므로 $-5x_1 + 10x_2$이어야 한다. ①의 첫째 행 $[-5,\ -10]$은 x_2 항의 부호가 반대로 되어 있다. 또한 $\dot{x}_2(t)$는 $-2x_1 - x_2 + 2r$이어야 하므로 둘째 행 $[-3,\ -1]$과 입력벡터 $[1, 1]^T$도 맞지 않는다. 틀린 표현 → 올바르게는 $\dot{x}_1 = -5x_1 + 10x_2$, $\dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 2r$이다.
② O: $\dot{x}_1 = -5x_1 + 10x_2$, $\dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 2r$를 그대로 행렬로 쓰면 A=행렬 [-5,10; -2,-1], B=행렬 [0; 2]가 된다. 블록의 극 $-5,\ -1$, 이득 10, 2, 그리고 되먹임 부호가 모두 정확히 반영되어 있다.
③ X: ③의 첫째 행 $[-1,\ -1]$은 뒷단 블록 $\frac{10}{s+5}$에서 반드시 나와야 하는 $-5x_1$ 감쇠항과 $+10x_2$ 결합항을 반영하지 못한다. 둘째 행 $[-3,\ -8]$과 입력벡터 $[3, 0]^T$도 앞단 블록 $\frac{2}{s+1}$의 계수 2와 1에 맞지 않는다. 틀린 표현 → 올바르게는 첫째 행이 $[-5, 10]$, 둘째 행이 $[-2,\ -1]$, 입력벡터가 $[0, 2]^T$이다.
④ X: ④의 첫째 행 $[-11,\ -3]$은 뒷단 블록의 극 5와 이득 10을 전혀 반영하지 못한다. 둘째 행 $[-1, 1]$도 앞단 블록의 감쇠항이 $-x_2$이어야 하는데 $+x_2$로 되어 있어 되먹임과 블록 극의 부호를 잘못 처리했다. 입력벡터 $[1, 1]^T$ 역시 $r(t)$가 앞단 블록에만 2배로 들어간다는 점과 맞지 않는다. 틀린 표현 → 올바르게는 A=행렬 [-5,10; -2,-1], B=행렬 [0; 2]이다.

오답 포인트

상태변수 이름만 보고 x_1과 x_2의 위치를 바꾸거나, 합점의 입력을 $r + x_1$처럼 잘못 읽으면 계수의 부호가 한꺼번에 틀어진다. 또 $\frac{b}{s+a}$를 볼 때 분모의 상수항 a는 상태의 감쇠계수 $-a$, 분자 b는 입력 이득으로 바로 들어간다는 점을 놓치면 ①, ③, ④ 같은 오답을 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

폐루프 블록선도 문제는 먼저 합점에서 각 블록 입력을 정하고, 다음으로 각 1차 블록마다 $\dot{x} = -ax + bu$를 한 줄씩 만든 뒤, 마지막에 상태변수 순서대로 행렬에 쌓아 판단하면 된다.

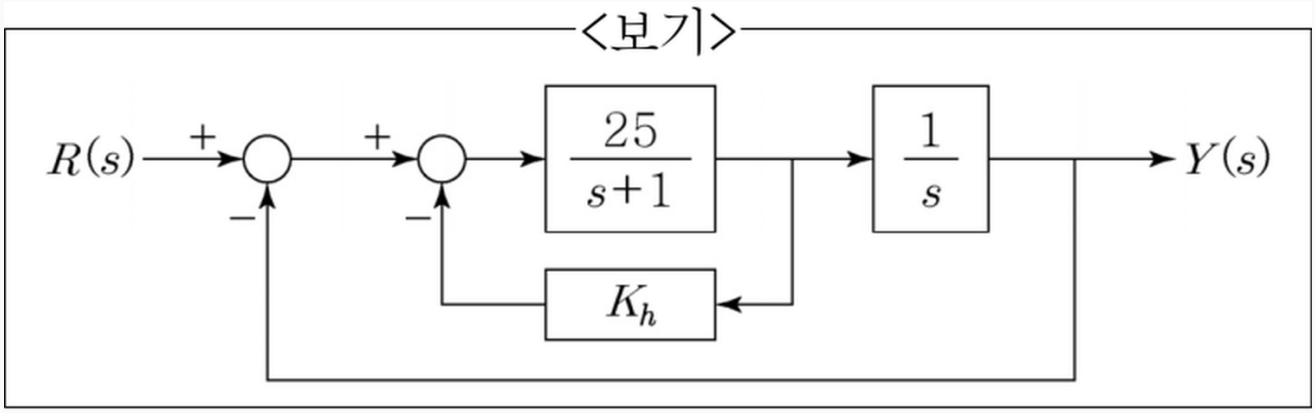
암기 포인트

$\frac{b}{s+a}$ 블록은 $\dot{x} = -ax + bu$이고, 음의 되먹임은 항상 합점에서 $r - y$를 먼저 만든다.

NoteBase

문 15. <보기>의 제어시스템에서 감쇠비가 0.2가 되도록 하는 속도피드백이득 K_h의 값은?

<보기>



① 0.04

② 0.2

③ 0.6

④ 1

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 내부 속도피드백이 있는 제어계의 특성방정식을 표준 2차계와 비교하여 감쇠비가 0.2가 되게 하는 K_h를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 블록은 $\frac{25}{s+1}$ 뒤에 적분기 $\frac{1}{s}$가 직렬로 연결된 구조이다.
내부 피드백은 $\frac{25}{s+1}$의 출력에 K_h가 걸려 두 번째 합점으로 음의 되먹임된다.
바깥 고리는 출력 $Y(s)$의 단위 음의 되먹임이다.
구해야 할 값은 감쇠비 $\zeta = 0.2$를 만족시키는 K_h이다.

NoteBase

사용할 공식

내부 루프를 먼저 정리하면
$\frac{V(s)}{E_1(s)} = \frac{\frac{25}{s+1}}{1 + K_h\frac{25}{s+1}} = \frac{25}{s+1+25K_h}$
이고, 여기에 적분기 $\frac{1}{s}$가 직렬이므로 바깥 루프의 전향 전달함수는
$G(s) = \frac{25}{s(s+1+25K_h)}$
이다.
단위 피드백 폐루프의 특성방정식은
$s^2 + (1+25K_h)s + 25 = 0$
가 된다.
표준 2차계 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 비교하는 이유는 문제에서 감쇠비를 직접 제시했기 때문이다.

계산 과정

1. 특성방정식을 표준형과 비교하면 $\omega_n^2 = 25$이므로 $\omega_n = 5$이다.
2. 감쇠비 조건 $\zeta = 0.2$를 대입하면
$2\zeta\omega_n = 2 \times 0.2 \times 5 = 2$
이다.
3. 따라서 $1 + 25K_h = 2$이어야 하므로
$25K_h = 1, \quad K_h = \frac{1}{25} = 0.04$
가 된다.

선지별 해설

① O
0.04를 대입하면 $1 + 25K_h = 1 + 25 \times 0.04 = 2$가 되어 $2\zeta\omega_n = 2$와 일치한다. 따라서 감쇠비는 $\zeta = 0.2$가 된다.

② X
0.2를 대입하면 $1 + 25K_h = 6$이므로 $\zeta = \frac{6}{2\times5} = 0.6$이다. 틀린 수치이고, 올바르게는 $K_h = 0.04$이다.

③ X
0.6을 대입하면 $1 + 25K_h = 16$이므로 $\zeta = \frac{16}{10} = 1.6$이다. 감쇠비가 지나치게 커진 값이며, 올바르게는 $K_h = 0.04$이다.

④ X
1을 대입하면 $1 + 25K_h = 26$이므로 $\zeta = \frac{26}{10} = 2.6$이다. 문제의 조건인 $\zeta = 0.2$와 전혀 맞지 않으며, 올바르게는 $K_h = 0.04$이다.

NoteBase

오답 포인트

내부 속도피드백을 정리하지 않고 전체 블록을 바로 곱하면 K_h가 들어가는 위치를 놓치기 쉽다. 또 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$에서 $2\zeta\omega_n$를 $\zeta\omega_n$로 잘못 읽으면 ②가 오답으로 유도되기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

속도피드백이나 부궤환이 중첩된 블록선도는 안쪽 루프부터 폐루프로 바꾼 뒤 최종 특성방정식을 만든다. 그다음 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$의 계수 비교로 ω_n과 감쇠비 조건을 연결하면 된다.

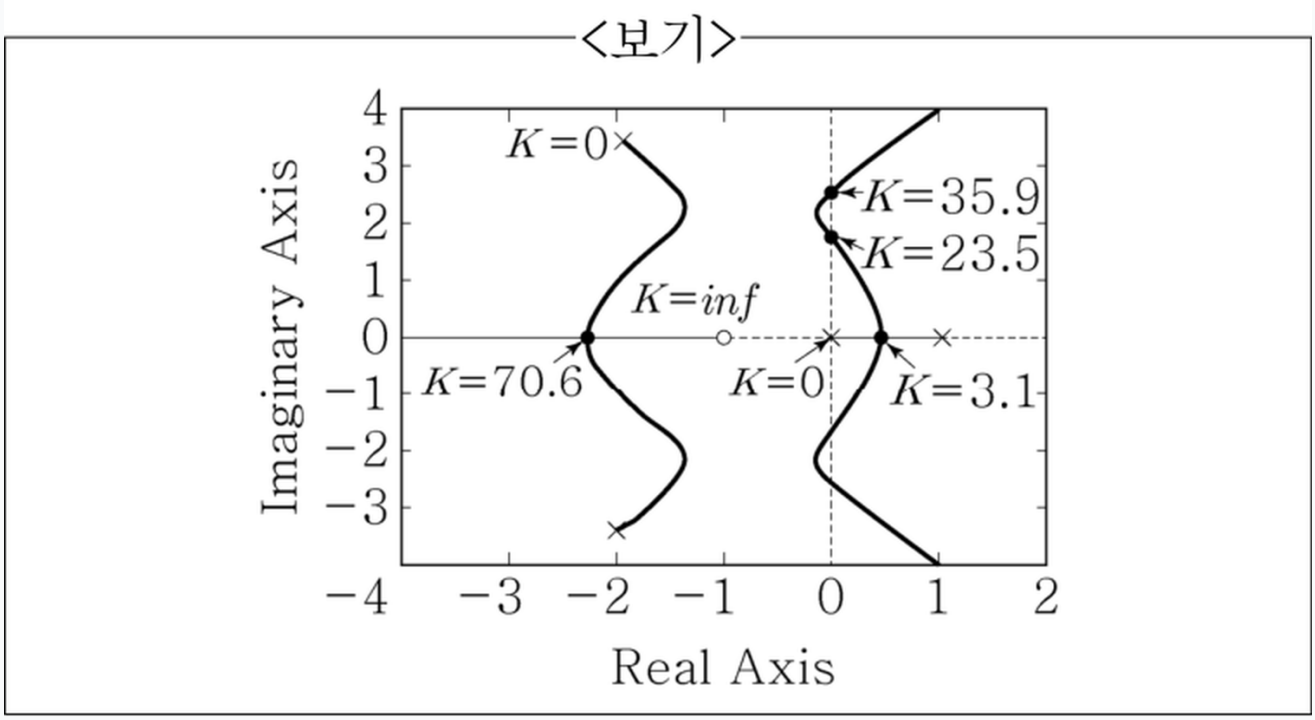
암기 포인트

2차계 감쇠비 문제는 특성방정식의 s 계수를 $2\zeta\omega_n$와 바로 비교하는 방식으로 정리된다.

NoteBase

문 16. 개루프전달함수가 $G(s)H(s)=\frac{K(s+1)}{s(s-1)(s^2+4s+16)}$인 피드백제어시스템이 있다. 이 시스템의 근궤적선도가 <보기>와 같을 때, 이 폐루프시스템이 안정할 K값의 범위는?

<보기>



① 0 < K < 3.1

② 0 < K < 70.6

③ 3.1 < K < 23.5

④ 23.5 < K < 35.9

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 근궤적선도에서 폐루프 극이 모두 좌반평면에 들어가는 K 구간을 읽어 안정 범위를 판단하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

$0 < K < 3.1$에서는 실축의 두 극이 아직 우반평면 쪽에 있고, $K = 3.1$은 실축에서 복소평면으로 갈라지는 이탈점일 뿐 안정 경계가 아니다. 올바르게는 이 구간은 우반평면 극이 남아 있어 불안정이다.

② X

$0 < K < 70.6$은 근궤적의 여러 교차점을 한꺼번에 묶은 범위라서 너무 넓다. $K \approx 23.5$ 이전에는 복소근이 우반평면에 있고, $K \approx 35.9$ 이후에는 다시 우반평면으로 넘어가므로 전 구간이 안정일 수 없다. 올바르게는 허수축 사이 구간만 안정이다.

③ X

$3.1 < K < 23.5$에서는 실축에서 갈라진 복소켤레극이 아직 허수축 오른쪽에 있으므로 폐루프가 불안정이다. 올바르게는 $K \approx 23.5$를 지나 허수축을 좌측으로 통과한 뒤부터 안정이 시작된다.

④ O

근궤적이 허수축을 통과하는 값이 $K \approx 23.5$와 $K \approx 35.9$이므로, 그 사이에서는 모든 폐루프 극이 좌반평면에 위치한다. 따라서 안정한 K의 범위는 $23.5 < K < 35.9$이다.

오답 포인트

실축의 이탈점 $K = 3.1$이나 좌측 실축 교차점 $K = 70.6$을 안정 경계로 오인하기 쉽다. 안정 판정은 근이 실축에서 갈라지는지보다 허수축의 오른쪽에 있는 극이 남아 있는지를 기준으로 해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

근궤적 문제에서 안정 범위는 모든 극이 좌반평면에 있는 구간이다. 따라서 표시된 분기점보다 허수축 통과점 두 개를 먼저 찾고, 그 사이 구간만 안정이라고 판단한다.

암기 포인트

근궤적 안정 범위는 분기점이 아니라 허수축 사이 구간으로 읽는다.

NoteBase

문 17. 함수 $F(s)=\frac{10e^{-3s}}{s^2+2s+5}$의 Laplace 역변환식을 바르게 표현한 것은? (단, $u_s(t)$는 단위계단함수(unit step function)이다.)

① $10e^{-t-2}\cos(2t-3)u_s(t-3)$

② $10e^{-0.2t+0.4}\sin(2t-4)u_s(t-2)$

③ $5e^{-0.2t-0.4}\cos(2t+4)u_s(t+2)$

④ $5e^{-t+3}\sin(2t-6)u_s(t-3)$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 분모를 완전제곱으로 고친 뒤 기본 역라플라스쌍과 시간이동 정리 $e^{-as}F(s)\leftrightarrow f(t-a)u_s(t-a)$를 적용하는 문제이다.

조건 정리

주어진 함수는 $F(s)=\frac{10e^{-3s}}{s^2+2s+5}$이다.
구해야 할 값은 시간영역 함수 $f(t)$이다.
주의할 조건은 e^{-3s}가 시간지연 3을 뜻하고, s^2+2s+5는 $(s+1)^2+2^2$로 정리된다는 점이다.

사용할 공식

기본쌍은 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{b}{(s+a)^2+b^2}\right\}=e^{-at}\sin bt$이다.
시간이동 정리는 $\mathcal{L}^{-1}\{e^{-as}F(s)\}=f(t-a)u_s(t-a)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 분모가 $(s+1)^2+2^2$ 꼴이므로 감쇠 사인파 기본형에 해당하고, 앞의 e^{-3s}는 그 파형을 3만큼 지연시키기 때문이다.

계산 과정

먼저 분모를 완전제곱으로 고치면 다음과 같다.
$\frac{10}{s^2+2s+5}=\frac{10}{(s+1)^2+4}=5\cdot\frac{2}{(s+1)^2+2^2}$
따라서 지연항을 제외한 기본 역변환은
$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{10}{s^2+2s+5}\right\}=5e^{-t}\sin 2t$
이다.
여기에 e^{-3s}를 적용하면 시간영역에서 t를 $t-3$으로 바꾸고 $u_s(t-3)$를 곱한다.
$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{10e^{-3s}}{s^2+2s+5}\right\}=5e^{-(t-3)}\sin 2(t-3)u_s(t-3)$
즉
$5e^{-t+3}\sin(2t-6)u_s(t-3)$
이므로 정답은 4번이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
잘못된 이유는 기본파형을 cos로 본 점과 계수를 10으로 둔 점이다. 주어진 분자는 2가 아니라 상수 10이므로 $10 = 5 \times 2$로 맞춘 뒤 sin형 기본쌍을 써야 한다.
틀린 표현은 "10e^-t-2(2t-3)u_s(t-3)"이다. 올바르게는 $5e^{-t+3}\sin(2t-6)u_s(t-3)$이다.

② X
잘못된 이유는 지연량을 3이 아니라 2로 잘못 읽은 점이다. e^{-3s}는 반드시 $u_s(t-3)$와 $t-3$ 치환으로 이어진다.
틀린 표현은 "u_s(t-2)"와 "(2t-4)"이다. 올바르게는 $u_s(t-3)$와 $\sin(2t-6)$이다.

③ X
잘못된 이유는 시간지연을 시간선행처럼 써서 $u_s(t+2)$를 둔 점이다. e^{-as}는 항상 우측 지연을 만들며 $t+a$ 꼴은 나오지 않는다. 또한 기본형도 cos가 아니라 sin이다.
틀린 표현은 "(2t+4)u_s(t+2)"이다. 올바르게는 $\sin(2t-6)u_s(t-3)$이다.

④ O
$\frac{10}{s^2+2s+5} = 5 \cdot \frac{2}{(s+1)^2+2^2}$이므로 기본 역변환은 $5e^{-t}\sin 2t$이다. 여기에 e^{-3s}를 적용하면 $5e^{-(t-3)}\sin 2(t-3)u_s(t-3) = 5e^{-t+3}\sin(2t-6)u_s(t-3)$가 되어 옳다.

오답 포인트

이 문항의 핵심 함정은 두 가지이다. 첫째, $(s+1)^2+2^2$ 꼴을 보고도 sin형 기본쌍 대신 cos형으로 바꾸는 실수이다. 둘째, e^{-3s}를 감쇠항처럼 읽어 e^{-3t} 비슷하게 처리하거나 지연량을 2로 착각하는 실수이다.

다시 나오면 이렇게 판단

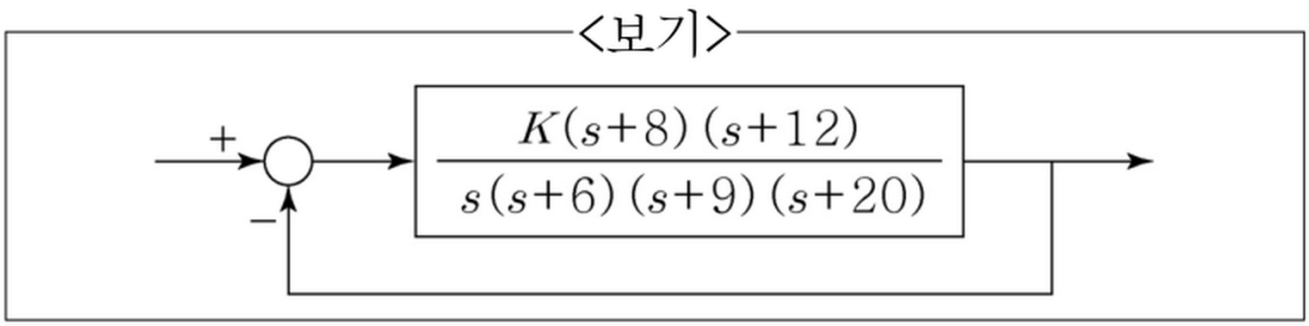
역라플라스 계산형은 먼저 분모를 $(s+a)^2+b^2$ 꼴로 만든다. 다음에 분자를 b에 맞춰 상수를 조정해 $e^{-at}\sin bt$ 또는 $e^{-at}\cos bt$ 기본쌍을 고른다. 마지막에 e^{-as}가 있으면 맨 끝에서만 $t-a$ 치환과 $u_s(t-a)$를 붙여 판단한다.

암기 포인트

e^{-as}는 시간지연 $f(t-a)u_s(t-a)$이고, $\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$는 $e^{-at}\sin bt$이다.

문 18. <보기>의 시스템에 $4t \cdot u_s(t)$의 램프(ramp) 입력을 가했을 때 정상상태오차가 0.5가 되도록 하는 K의 값은? (단, $u_s(t)$는 단위계단함수(unit step function)이다.)

<보기>



① 22.5

② 45

③ 90

④ 125

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단위 피드백 1형 시스템에서 램프 입력의 정상상태오차를 속도오차정수로 계산해 K를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템의 개루프 전달함수는 $G(s) = \frac{K(s+8)(s+12)}{s(s+6)(s+9)(s+20)}$이다.
입력은 $r(t) = 4tu_s(t)$이므로 기울기 4의 램프 입력이다.
구해야 할 값은 정상상태오차 $e_{ss} = 0.5$가 되도록 하는 K이다.

사용할 공식

단위 피드백 1형 시스템의 램프 입력 정상상태오차는 $e_{ss} = \frac{A}{K_v}$이다. 여기서 A는 램프의 기울기이고, $K_v = \lim_{s \to 0} sG(s)$이다.
이 문제는 전달함수에 적분요소 $\frac{1}{s}$가 하나 있으므로 1형 시스템에 해당하고, 입력이 $4t$이므로 $A = 4$를 그대로 반영해야 한다.

NoteBase

계산 과정

먼저 속도오차정수를 구하면

$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K(s+8)(s+12)}{(s+6)(s+9)(s+20)} = \frac{K\cdot 8\cdot 12}{6\cdot 9\cdot 20} = \frac{4K}{45}$

이다.

따라서 정상상태오차는

$e_{ss} = \frac{4}{K_v} = \frac{4}{4K/45} = \frac{45}{K}$

이다.

조건 $e_{ss} = 0.5$를 대입하면

$\frac{45}{K} = 0.5$

이므로

$K = 90$

이 된다.

선지별 해설

① X: 계산 결과 $K = 90$이므로 22.5는 맞지 않는다. 이 값은 램프 입력의 기울기 4를 빠뜨리고 단위 램프처럼 처리할 때 나오는 대표적 오답이다. 올바르게는 $K = 22.5$가 아니라 $K = 90$이다.

② X: 계산 결과와 다르므로 틀리다. 45는 정상상태오차 조건 0.5를 끝까지 반영하지 못하거나 중간 계산을 절반에서 멈출 때 생기기 쉬운 값이다. 올바르게는 $K = 45$가 아니라 $K = 90$이다.

③ O: $K_v = \frac{4K}{45}$, $e_{ss} = \frac{45}{K}$를 이용해 $e_{ss} = 0.5$를 대입하면 $K = 90$이 된다.

④ X: 계산 결과와 다르므로 틀리다. 125는 속도오차정수 계산에서 $(s+8)(s+12)$ 또는 $(s+6)(s+9)(s+20)$의 상수 대입을 잘못한 경우의 오답이다. 올바르게는 $K = 125$가 아니라 $K = 90$이다.

오답 포인트

이 문항의 핵심 함정은 램프 입력을 단위 램프 t로 착각해 기울기 4를 누락하는 점이다. 또한 1형 시스템이므로 위치오차정수 K_p가 아니라 속도오차정수 K_v를 써야 한다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

정상상태오차 계산 문제는 먼저 시스템형을 보고 K_p, K_v, K_a 중 무엇을 쓸지 정한다. 그다음 입력 종류와 계수까지 반영해 e_{ss} 공식을 세우고, 마지막에 주어진 오차값과 같게 놓고 미지수를 구하면 된다.

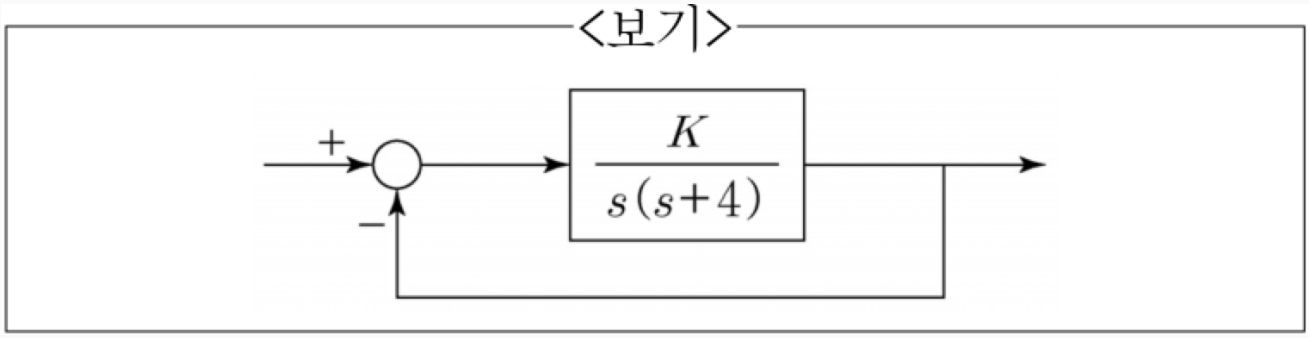
암기 포인트

1형 시스템의 램프 입력 정상상태오차는 $e_{ss} = \frac{A}{K_v}$이며, 램프의 기울기 A를 빼먹지 않는 것이 핵심이다.

NoteBase

문 19. <보기>의 시스템에서 위상여유(phase margin)가 30°가 되도록 하는 K의 값은? (단, $K > 0$이다.)

<보기>



① $5\sqrt{3}$

② $8\sqrt{3}$

③ $25\sqrt{3}$

④ $32\sqrt{3}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 개루프 전달함수 $L(s) = \frac{K}{s(s+4)}$의 위상여유가 30도일 때, 위상교차 조건과 이득교차 조건을 이용해 K를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 단위피드백계의 개루프 전달함수는 $L(s) = \frac{K}{s(s+4)}$이다.
구해야 할 값: 위상여유가 30도일 때의 K이다.
주의할 조건: 위상여유 30도는 이득교차주파수에서 위상이 $-150\,^\circ$라는 뜻이다.

사용할 공식

위상 조건은 $\angle L(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{4}\right)$이다.
크기 조건은 이득교차주파수에서 $|L(j\omega)| = 1$, 즉 $\frac{K}{\omega\sqrt{\omega^2+16}} = 1$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 위상여유가 이득교차주파수에서의 위상으로 정의되고, 같은 주파수에서 크기가 1이 되어야 교차주파수가 정해지기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 위상여유가 30도이므로 이득교차주파수 ω_{gc}에서 위상은 $-180^\circ + 30^\circ = -150^\circ$이다.
2. 따라서 $-90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{gc}}{4}\right) = -150^\circ$이므로 $\tan^{-1}\left(\frac{\omega_{gc}}{4}\right) = 60^\circ$이고, $\omega_{gc} = 4\sqrt{3}$이다.
3. 이제 $|L(j\omega_{gc})| = 1$을 대입하면
$K = \omega_{gc}\sqrt{\omega_{gc}^2 + 16} = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{48 + 16} = 4\sqrt{3} \cdot 8 = 32\sqrt{3}$
이므로 정답은 4번이다.

선지별 해설

① X
- $5\sqrt{3}$는 계산 결과와 다르다. 올바른 값은 $32\sqrt{3}$이다.
- 위상 조건으로 구한 $\omega_{gc} = 4\sqrt{3}$를 크기식 $K = \omega\sqrt{\omega^2 + 16}$에 정확히 넣으면 나오지 않는 값이다.

② X
- $8\sqrt{3}$는 계산 결과와 다르다. 올바른 값은 $32\sqrt{3}$이다.
- $\sqrt{\omega^2 + 16} = 8$을 반영하지 않거나 크기식의 곱을 일부만 취하면 이런 작은 값이 나온다.

③ X
- $25\sqrt{3}$는 계산 결과와 다르다. 올바른 값은 $32\sqrt{3}$이다.
- $\omega_{gc} = 4\sqrt{3}$에서 $\omega^2 + 16 = 64$이어야 하는데, 이 항을 잘못 계산하면 이런 오답이 나온다.

④ O
- $\omega_{gc} = 4\sqrt{3}$, $K = \omega_{gc}\sqrt{\omega_{gc}^2 + 16} = 32\sqrt{3}$이므로 옳다.

오답 포인트

위상여유 30도를 곧바로 위상 -30°로 오해하면 처음부터 틀린다. 이 문제의 핵심 함정은 위상여유를 -180° 기준의 여유로 해석해야 한다는 점과, 위상식으로 ω_{gc}를 구한 뒤 다시 크기식까지 연결해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

위상여유 문제는 먼저 -180^+위상여유로 목표 위상을 정하고, 그 위상에서의 ω_{gc}를 구한 다음, 마지막에 $|L(j\omega_{gc})| = 1$을 대입해 미지 이득을 계산하는 순서로 판단한다.

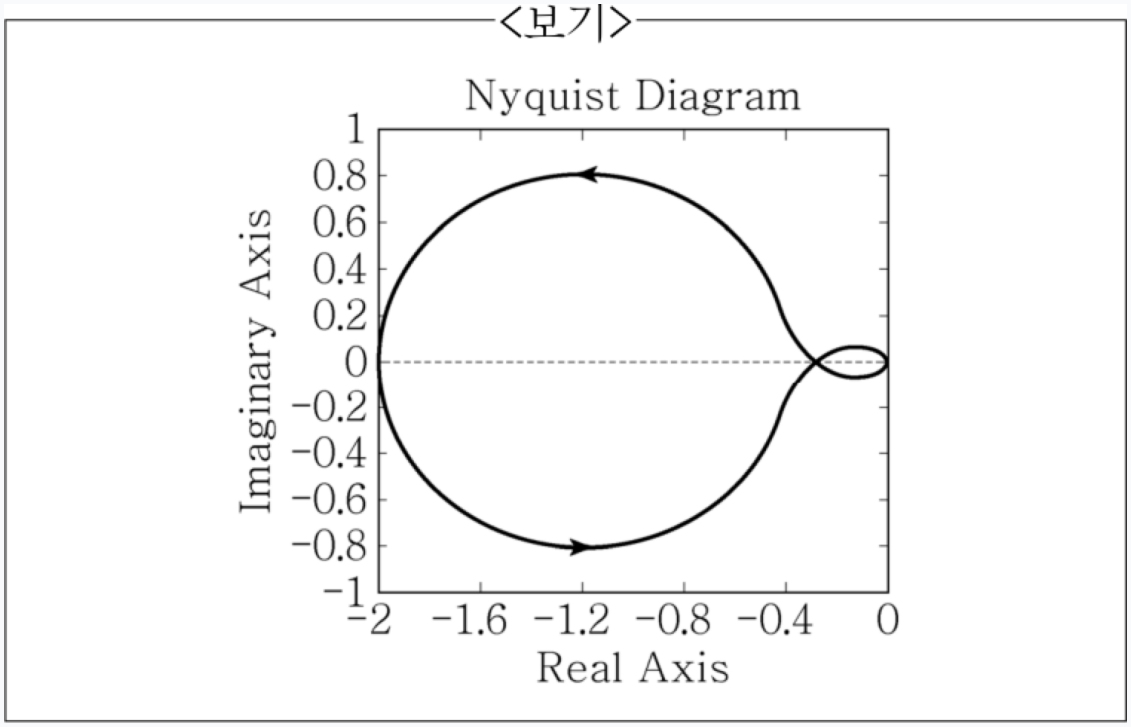
암기 포인트

위상여유 30도는 이득교차점 위상 -150°를 뜻하며, 단위피드백에서는 마지막에 항상 $|L(j\omega_{gc})| = 1$을 적용해 K를 정한다.

NoteBase

문 20. 개루프시스템의 전달함수 $L(s)=\frac{K}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)}$의 Nyquist 선도가 <보기>와 같을 때, 폐루프시스템의 전달함수 $G_{CL}(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)}$가 갖는 불안정한 극점(pole)의 개수는? (단, $K>0$이다.)

<보기>



① 2개

② 1개

③ 0개

④ 충분한 정보가 없어 구할 수 없음.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 Nyquist 선도에서 $-1+j0$의 감김수와 개루프 우반평면 극점 수 P를 읽어 Nyquist 판별법 $N=P-Z$로 폐루프 우반평면 극점 수 Z를 구하는 문제이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 자동제어 · 2019 · 10월

선지별 해설

① X
- 2개가 아니다. 그림의 Nyquist 선도는 $-1+j0$을 반시계 방향으로 1회 감싼다.
- 주어진 선도는 개루프 우반평면 극점이 1개인 3차 계의 전형적 형태이므로 $P=1$로 본다.
- 따라서 $N=P-Z$에 $N=1, P=1$을 넣으면 $Z=0$이다. 틀린 표현은 "2개"이고, 올바르게는 "0개"이다.

② X
- 1개도 아니다. 감김수 1회를 곧바로 폐루프 불안정극 수로 읽으면 오판이 된다.
- Nyquist 판별법은 개루프 우반평면 극점 수 P를 함께 반영해야 한다.
- $N=1, P=1$이므로 $Z=0$이다. 틀린 표현은 "1개"이고, 올바르게는 "0개"이다.

③ O
- 옳다. $-1+j0$을 반시계 방향으로 1회 감싸고 개루프 우반평면 극점이 1개이므로 $N=P-Z$에서 $1=1-Z$가 된다.
- 따라서 $Z=0$이고, 폐루프 전달함수는 불안정한 극점을 갖지 않는다.

④ X
- 충분한 정보가 없는 것이 아니다. Nyquist 선도 자체가 감김수 N를 주고, 문제의 개루프 형식이 P 판단의 단서를 함께 준다.
- 따라서 Nyquist 판별법만으로 폐루프 불안정극 수를 결정할 수 있다.
- 틀린 표현은 "구할 수 없음"이고, 올바르게는 "0개를 구할 수 있음"이다.

오답 포인트

감김수 N만 세고 개루프 우반평면 극점 수 P를 빼먹으면 1개나 2개로 잘못 읽기 쉽다. 또한 시계·반시계 부호를 뒤집으면 Z 계산이 달라지므로 감김 방향과 $-1+j0$ 포함 여부를 함께 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 Nyquist 선도가 $-1+j0$을 몇 번 어떤 방향으로 감싸는지 세고, 다음 개루프 우반평면 극점 수 P를 확인한 뒤 $N=P-Z$ 또는 $Z=P-N$에 대입해 폐루프 불안정극 수를 결정한다.

암기 포인트

Nyquist 판별은 -1 감김수와 개루프 불안정극 수를 합쳐 폐루프 불안정극 수를 정하는 규칙이다.

NoteBase