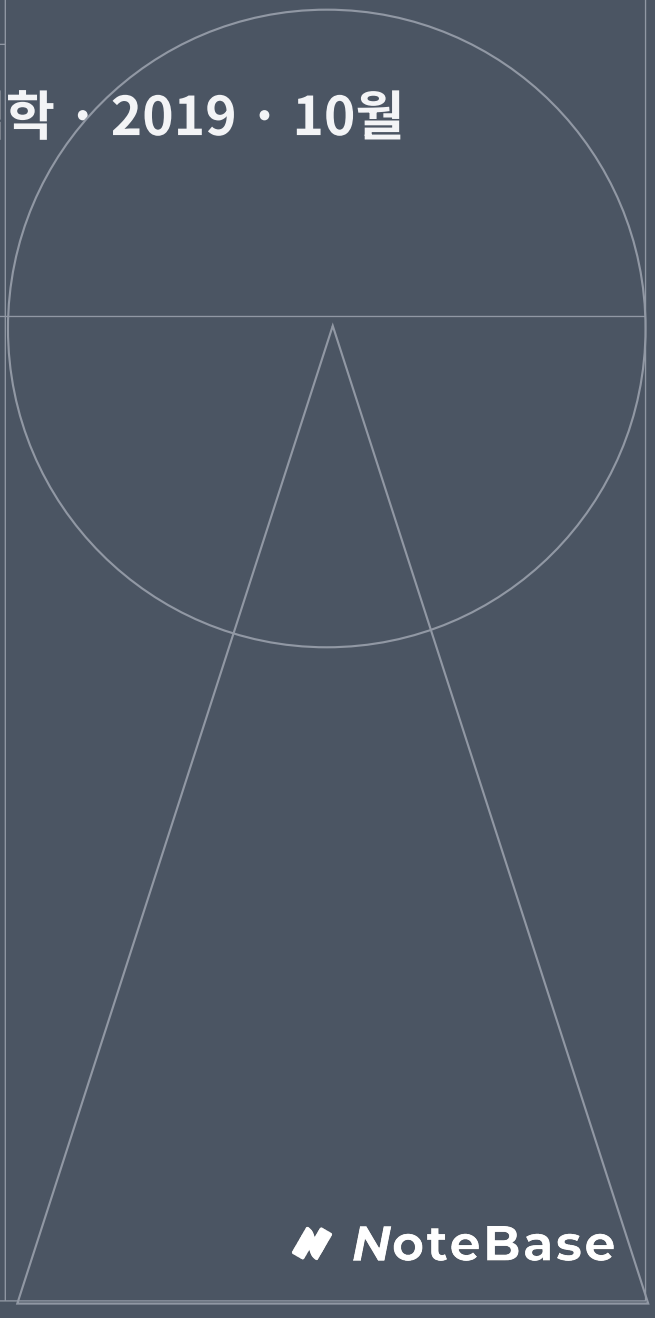
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2019 · 10월



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2019 · 10월

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2019 · 10월

문 1. 평면응력에서 주응력과 주전단응력에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 주응력면은 서로 직교한다.

② 주전단응력면은 서로 직교한다.

③ 최대 전단응력은 주응력의 차이와 같다.

④ 최대 전단응력이 작용하는 면에서 수직응력은 주응력의 평균값과 같다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 평면응력 상태에서 주응력면, 최대 전단응력면, 그리고 최대 전단응력의 크기 관계를 정확히 구분하는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

주응력은 전단응력이 0이 되는 면에서의 수직응력이다. 주응력면은 서로 직교한다.
최대 전단응력은 두 주응력의 차의 절반으로 주어지며 크기는 $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$이다.
최대 전단응력면은 주응력면에서 45도 기울어진 면이고, 그 면의 수직응력은 $(\sigma_1 + \sigma_2)/2$로 주응력의 평균값이다.

선지별 해설

① O: 주응력이 작용하는 두 면은 서로 전단응력이 0인 주응력면이며, 평면응력 상태에서 두 주응력면은 서로 직교한다.
② O: 최대 전단응력이 작용하는 두 면도 서로 직교하는 한 쌍의 면으로 나타난다. 이 면들은 주응력면에 대해 각각 45도 회전한 위치에 있다.
③ X: 틀린 부분은 "최대 전단응력은 주응력의 차이와 같다"는 표현이다. 실제로는 최대 전단응력은 주응력 차이의 절반이므로 $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$이다.
④ O: 최대 전단응력이 작용하는 면에서는 전단응력이 최대가 되고, 동시에 그 면의 수직응력은 두 주응력의 평균값 $(\sigma_1 + \sigma_2)/2$가 된다.

NoteBase

오답 포인트

③은 최대 전단응력 공식을 외울 때 1/2를 빠뜨리는 실수를 노린 선지이다. 주응력의 차와 최대 전단응력을 같은 값으로 착각하면 바로 틀리게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

주응력 관련 문항은 먼저 주응력면에서는 전단응력이 0이고, 최대 전단응력면은 그 면에서 45도 회전한 면이라는 점을 잡으면 된다. 그다음 크기 관계를 $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$, 수직응력은 $(\sigma_1 + \sigma_2)/2$로 대입하면 선지를 빠르게 가를 수 있다.

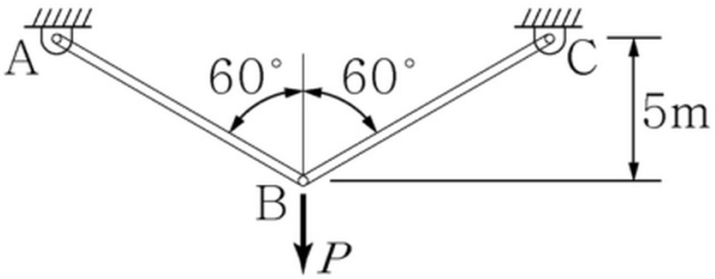
암기 포인트

주응력은 서로 직교, 최대 전단응력은 차의 절반, 그 면의 수직응력은 평균값이다.

NoteBase

문 2. <보기>의 트러스 양쪽 부재가 동일한 축강성 EA를 갖는 경우에 대하여 절점 B에서 수직변위가 2mm 발생했을 때, 수직하중 P의 크기[N]는? (단, $EA = 1N$이다.)

<보기>



① 0.0001

② 0.0002

③ 0.0003

④ 0.0004

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 대칭 2재 트러스에서 부재축변형식 $\Delta = NL/EA$와 절점 평형을 이용해 수직하중 P를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 각 부재는 수직선과 60°를 이룬다.
- 지점 높이와 절점 B의 높이 차는 5m이므로 부재 길이는 $L = 5/\cos 60^\circ = 10m$이다.
- 절점 B의 수직변위는 $2mm = 0.002m$이다.
- 두 부재의 축강성은 모두 $EA = 1N$이다.

사용할 공식

$\Delta = \frac{NL}{EA}$

대칭이므로 두 부재의 축력은 같고, 절점 B가 아래로 δ_B만큼 이동하면 각 부재의 축변형은 부재축 방향 성분인 $\delta_B \cos 60^\circ$로 정리된다. 여기에 절점 평형식 $2N\cos 60^\circ = P$를 함께 적용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 각 부재의 축변형은 $\Delta = 0.002\cos 60^\circ = 0.001m$이다.
2. 각 부재의 축력은 $N = EA\Delta/L = 1 \times 0.001/10 = 0.0001N$이다.
3. 절점 B의 수직평형에서 $P = 2N\cos 60^\circ = 2 \times 0.0001 \times 0.5 = 0.0001N$이다.

선지별 해설

① O

- 계산 결과 $P = 0.0001N$이므로 맞다.

② X

- 선지값 $0.0002N$은 계산값의 2배이므로 틀리다. 올바르게는 $0.0001N$이다.

③ X

- 선지값 $0.0003N$은 부재 길이와 $\cos 60^\circ$ 조건을 반영한 결과와 맞지 않으므로 틀리다. 올바르게는 $0.0001N$이다.

④ X

- 선지값 $0.0004N$은 수직변위를 그대로 축변형으로 두거나 평형식을 잘못 쓰면 나올 수 있는 값이지만 정답이 아니다. 올바르게는 $0.0001N$이다.

오답 포인트

수직변위 $2mm$를 부재의 축변형으로 그대로 두면 오답이 된다. 이 문항은 절점 변위를 부재축 방향으로 투영해 $\Delta = \delta_B\cos 60^\circ$로 바꾸는 단계와, 마지막에 $P = 2N\cos 60^\circ$를 쓰는 단계를 함께 묻는다.

다시 나오면 이렇게 판단

대칭 트러스 변위 문제는 먼저 부재 각도와 길이를 잡고, 절점 변위를 부재축 방향 변형으로 바꾼 뒤, $\Delta = NL/EA$로 부재력을 구하고 마지막에 절점 평형으로 외력을 환산하는 순서로 판단한다.

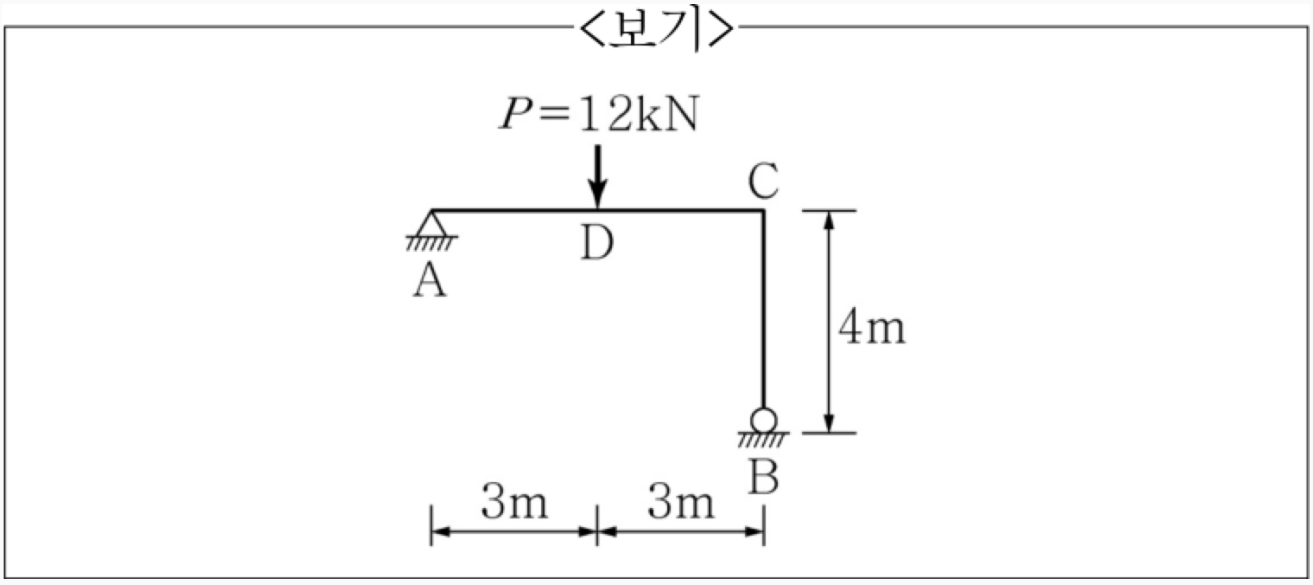
암기 포인트

대칭 2재 트러스는 변위 적합 $\Delta = \delta\cos\theta$와 절점 평형 $P = 2N\cos\theta$를 한 세트로 묶어 기억한다.

NoteBase

문 3. <보기>와 같은 라멘구조물의 D점에 $P = 12\text{kN}$의 집중하중이 작용할 때, 지점 B의 수평변위는? (단, 자중은 무시하며, 모든 부재의 EI는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{27}{EI}$
② $\frac{54}{EI}$
③ $\frac{81}{EI}$
④ $\frac{108}{EI}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 가상일의 원리를 이용해 라멘구조물의 지점 B 수평변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 상부 보 $AC = 6m$, 기둥 $CB = 4m$, 집중하중 $P = 12kN$, 하중 작용점 D는 보의 중앙이다.
구해야 할 값: 지점 B의 수평변위이다.
주의할 조건: 자중과 축변형은 무시하고, 모든 부재의 굽힘강성은 동일한 EI이다.

사용할 공식

가상하중법에 따라 B점 수평변위는 $\delta_B = \frac{1}{EI}\int Mmds$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유: 실제 하중계의 휨모멘트 M와 B점에 수평 단위하중을 작용시킨 가상하중계의 휨모멘트 m를 곱해 적분하면, 축변형을 무시한 조건에서 해당 방향 변위를 직접 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 실제 하중계의 반력은 전체 평형으로 $A_y = B_y = 6kN$이다.
2. A에서 x만큼 떨어진 보 구간의 실제 휨모멘트는
$M(x) = 6x \quad (0 \le x \le 3), \qquad M(x) = 36 - 6x \quad (3 \le x \le 6)$ 이다. 기둥 CB는 실제 하중계에서 휨모멘트가 0이다.
3. B점에 수평 단위하중 1을 작용시키면 가상하중계의 반력은 $A_y = \frac{2}{3}, B_y = -\frac{2}{3}, A_x = -1$이고, 보 구간의 가상 휨모멘트는 $m(x) = \frac{2}{3}x \quad (0 \le x \le 6)$ 이다.
4. 따라서 $\delta_B = \frac{1}{EI}\left[\int_0^3 6x \cdot \frac{2}{3}x dx + \int_3^6 (36 - 6x) \cdot \frac{2}{3}x dx\right] = \frac{1}{EI}[36 + 72] = \frac{108}{EI}$ 이다.

선지 판단

① X
계산 결과가 $\frac{108}{EI}$이므로 $\frac{27}{EI}$는 맞지 않는다. 수평변위를 $\frac{27}{EI}$로 본 것이 틀렸고, 올바르게는 $\frac{108}{EI}$이다. 적분 구간이나 가상모멘트 값을 일부만 반영하면 이렇게 과소평가된다.

② X
계산 결과가 $\frac{108}{EI}$이므로 $\frac{54}{EI}$는 맞지 않는다. 수평변위를 $\frac{54}{EI}$로 본 것이 틀렸고, 올바르게는 $\frac{108}{EI}$이다. 단위하중계 반력 또는 모멘트 기울기를 절반으로 잘못 잡으면 나오는 값이다.

③ X
계산 결과가 $\frac{108}{EI}$이므로 $\frac{81}{EI}$는 맞지 않는다. 수평변위를 $\frac{81}{EI}$로 본 것이 틀렸고, 올바르게는 $\frac{108}{EI}$이다. 보의 두 구간 적분값을 모두 더하지 않으면 이런 누락값이 나온다.

④ O
가상하중법 적분값이 정확히 $\frac{108}{EI}$이므로 옳다. 지점 B의 수평변위는 $\frac{108}{EI}$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 실제 하중계의 모멘트도와 가상하중계의 모멘트도를 따로 그리지 않고 수치만 바로 대입하는 데 있다. 특히 보의 좌우 두 구간을 나누지 않거나, 가상하중계에서 $A_y = \frac{2}{3}$을 놓치면 선택지 ①~③ 같은 과소값으로 흐르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

라멘 변위 계산 문제는 먼저 실제 하중계의 M도, 다음으로 구하려는 방향의 단위하중계 m도를 만든 뒤, $\int Mmds$를 부재별로 합산하는 순서로 판단한다. 실제 모멘트가 0인 부재는 적분에서 자연스럽게 제외된다.

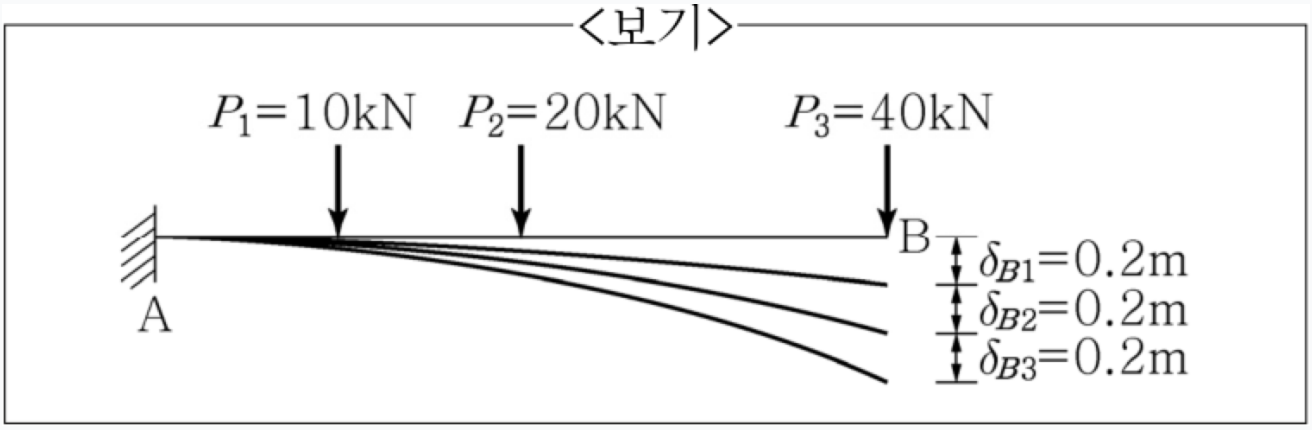
암기 포인트

수평변위나 회전각을 묻는 라멘은 가상하중 하나를 같은 위치와 같은 방향에 두고 $\int Mm/EI$를 계산하는 구조이다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같이 P_1으로 인한 B점의 처짐 $\delta_{B1} = 0.2\text{m}$, P_2로 인한 B점의 처짐 $\delta_{B2} = 0.2\text{m}$, P_3로 인한 B점의 처짐 $\delta_{B3} = 0.2\text{m}$이다. P_1이 먼저 재하되고, P_2와 P_3가 동시에 재하되었을 경우 P_3가 한 일[kN·m]의 크기는? (단, 자중은 무시한다.)

<보기>



① 4

② 12

③ 20

④ 24

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 선형탄성보에서 하중이 한 일을 재하 순서에 따라 계산하는 문제이다. P_1이 먼저 재하된 뒤 P_2와 P_3가 동시에 재하되므로, P_3가 한 일은 자신이 만든 처짐에 대한 일과 함께 재하된 P_2의 처짐을 통과하며 한 일의 합으로 구한다.

조건 정리

- 주어진 값: $P_1 = 10kN$, $P_2 = 20kN$, $P_3 = 40kN$, $\delta_{B1} = \delta_{B2} = \delta_{B3} = 0.2m$이다.
- 구해야 할 값: P_3가 한 일이다.
- 재하 순서: P_1이 먼저 재하되고, 그 뒤 P_2와 P_3가 동시에 재하된다.
- 주의할 조건: P_1은 P_3보다 먼저 재하되므로 P_3는 δ_{B1}에는 일을 하지 않는다. 따라서 P_3의 일에는 δ_{B1}을 제외하고 δ_{B3}와 δ_{B2}만 반영한다.

사용할 공식

W=(1)/(2)Pδ (점진재하), W=Pδ (이미 작용 중인 하중)
하중이 0에서 최종값까지 점진적으로 커지며 스스로 만든 처짐에 대해 한 일은 삼각형 면적 $\frac{1}{2}P\delta$이고, 이미 최종값으로 작용하고 있는 하중이 다른 하중 때문에 생긴 추가 처짐을 통과하며 한 일은 직사각형 면적 $P\delta$이다.

NoteBase

계산 과정

1. P_1이 먼저 재하될 때 P_3는 아직 작용하지 않으므로, P_3는 δ_{B1}에 대해 일을 하지 않는다.
2. P_3가 자신의 처짐 δ_{B3}를 만들며 점진적으로 재하되는 동안 한 일은 $\frac{1}{2}P_3\delta_{B3} = \frac{1}{2} \times 40 \times 0.2 = 4kN \cdot m$이다.
3. P_3와 동시에 재하된 P_2가 만든 처짐 δ_{B2}를 P_3가 통과하며 한 일은 $P_3\delta_{B2} = 40 \times 0.2 = 8kN \cdot m$이다.
4. 따라서 P_3가 한 일은 $W_{P_3} = 4 + 8 = 12kN \cdot m$이다.

(참고: 두 하중을 완전한 동시·비례 재하로 보면 교차항이 절반이 되어 $8kN \cdot m$이 되지만, 이 문제와 보기는 이미 작용 중인 P_3가 P_2의 처짐 전체를 통과한다고 보는 교차항 전체 산정을 따라 $12kN \cdot m$을 정답으로 한다.)

선지별 해설

① X

- 4 $kN \cdot m$는 $\frac{1}{2}P_3\delta_{B3} = \frac{1}{2} \times 40 \times 0.2$로, P_3의 자기 일만 계산하고 동시에 재하된 P_2에 의한 교차 일 $P_3\delta_{B2} = 8$을 빠뜨린 값이다.

② O

- P_3의 자기 일 $\frac{1}{2} \times 40 \times 0.2 = 4$와 동시에 재하된 P_2의 처짐을 통과하며 한 일 $40 \times 0.2 = 8$을 더해 $12kN \cdot m$가 된다.
- P_1은 P_3보다 먼저 재하되어 δ_{B1}에는 P_3가 일을 하지 않으므로 제외한다.

③ X

- 20 $kN \cdot m$는 하중과 처짐의 조합을 잘못 적용한 값으로, 자기 일과 교차 일을 올바르게 합하면 $12kN \cdot m$가 된다.

④ X

- 24 $kN \cdot m$는 자기 일에 $\frac{1}{2}$을 빠뜨려 $P_3\delta_{B3} = 8$로 잡거나 총처짐에 $\frac{1}{2}$을 빠뜨려 $40 \times 0.6 = 24$로 계산한 값이다. 올바른 값은 $12kN \cdot m$이다.

오답 포인트

이 문항의 핵심은 두 가지이다. 첫째, P_1이 P_3보다 먼저 재하되므로 P_3는 δ_{B1}에는 일을 하지 않는다는 점이다. ①처럼 자기 일만 세거나 총처짐 $0.6m$를 그대로 대입하면 틀린다. 둘째, 이미 작용 중인 P_3가 동시에 재하된 P_2의 처짐 δ_{B2}를 통과하며 하는 교차 일은 $\frac{1}{2}$이 아닌 전체 $P_3\delta_{B2}$로 계산한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

하중이 한 일을 물으면 먼저 재하 순서를 확인하여, 해당 하중보다 먼저 재하된 하중의 처짐은 일에서 제외한다. 그 뒤 자기 처짐에 대한 일은 $\frac{1}{2}P\delta$로, 함께 또는 나중에 생긴 다른 하중의 처짐을 통과하며 한 일은 $P\delta$로 계산해 합한다.

NoteBase

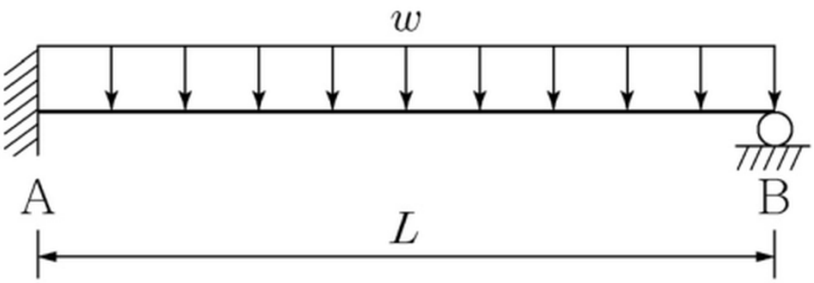
암기 포인트

점진재하로 자기 처짐에 한 일은 $\frac{1}{2}P\delta$, 이미 작용 중인 하중이 다른 하중의 처짐을 통과하며 한 일은 $P\delta$이다. 먼저 재하된 하중의 처짐에는 일을 하지 않는다.

NoteBase

문 5. <보기>와 같이 지지된 부정정보에 등분포하중 w가 재하될 경우, 지점 A의 수직반력 및 반력모멘트, 지점 B의 수직반력은? (단, 자중은 무시한다.)

<보기>



① $R_A = \frac{5}{8}wL(\uparrow), M_A = \frac{7}{8}wL^2(\boxtimes), R_B = \frac{3}{8}wL(\uparrow)$

② $R_A = \frac{3}{8}wL(\uparrow), M_A = \frac{7}{8}wL^2(\boxtimes), R_B = \frac{5}{8}wL(\uparrow)$

③ $R_A = \frac{5}{8}wL(\uparrow), M_A = \frac{1}{8}wL^2(\boxtimes), R_B = \frac{3}{8}wL(\uparrow)$

④ $R_A = \frac{3}{8}wL(\uparrow), M_A = \frac{1}{8}wL^2(\boxtimes), R_B = \frac{5}{8}wL(\uparrow)$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 부정정보에서 지점 B의 처짐 적합조건으로 R_B를 구하고, 전체 평형으로 R_A와 M_A를 정하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전 구간 L에 등분포하중 w가 작용한다.
구해야 할 값: 지점 A의 수직반력 R_A, 반력모멘트 M_A, 지점 B의 수직반력 R_B이다.
주의할 조건: A는 고정단, B는 롤러지지이므로 정정력은 R_B 1개이고, B점 처짐이 0이어야 한다.

사용할 공식

적합조건은 캔틸레버로 바꾸어 자유단 B의 처짐 합을 0으로 두면 된다.
$\delta_w = \frac{wL^4}{8EI}, \quad \delta_{R_B} = \frac{R_B L^3}{3EI}$
이 공식을 쓰는 이유: 부정정보를 지점 B 반력 R_B를 미지의 정정력으로 보는 힘법 문제이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 지점 B를 제거한 캔틸레버에서 등분포하중만 있을 때 자유단 처짐은 아래로 $\delta_w = \frac{wL^4}{8EI}$이다.
2. 같은 캔틸레버 자유단에 미지 반력 R_B를 위로 작용시키면 처짐은 위로 $\delta_{R_B} = \frac{R_B L^3}{3EI}$이다.
3. B점 처짐 조건 $\delta_w = \delta_{R_B}$를 적용하면
$\frac{wL^4}{8EI} = \frac{R_B L^3}{3EI} \Rightarrow R_B = \frac{3}{8}wL$
4. 연직방향 평형에서 $R_A + R_B = wL$이므로 $R_A = wL - \frac{3}{8}wL = \frac{5}{8}wL$이다.
5. A점 모멘트 평형에서 $M_A + R_B L - wL \cdot \frac{L}{2} = 0$이므로
$M_A = \frac{wL^2}{2} - \frac{3}{8}wL^2 = \frac{1}{8}wL^2$
따라서 $R_A = \frac{5}{8}wL$, $M_A = \frac{1}{8}wL^2$, $R_B = \frac{3}{8}wL$이다.

선지별 해설

① X: R_A, R_B는 맞지만 M_A가 틀리다. 계산 결과 고정단모멘트는 $\frac{1}{8}wL^2$이다. 틀린 표현은 '$M_A = \frac{7}{8}wL^2$'이고, 올바르게는 '$M_A = \frac{1}{8}wL^2$'이다.
② X: R_B를 $\frac{5}{8}wL$로 본 것이 틀리다. 적합조건으로 구한 값은 $R_B = \frac{3}{8}wL$이므로 $R_A = \frac{5}{8}wL$가 된다. 틀린 표현은 '$R_A = \frac{3}{8}wL, R_B = \frac{5}{8}wL$'이고, 올바르게는 '$R_A = \frac{5}{8}wL, R_B = \frac{3}{8}wL$'이다.
③ O: $R_B = \frac{3}{8}wL$를 적합조건으로 구하고, 평형식으로 $R_A = \frac{5}{8}wL$, $M_A = \frac{1}{8}wL^2$가 되어 계산값과 모두 일치한다.
④ X: $M_A = \frac{1}{8}wL^2$는 맞지만 반력 분배가 뒤집혔다. 틀린 표현은 '$R_A = \frac{3}{8}wL, R_B = \frac{5}{8}wL$'이고, 올바르게는 '$R_A = \frac{5}{8}wL, R_B = \frac{3}{8}wL$'이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 부정정보를 정정보처럼 평형식만으로 풀려는 데 있다. R_B는 단순히 반으로 나뉘지 않고, 먼저 B점 처짐 0의 적합조건으로 $\frac{3}{8}wL$를 구해야 한다. 또 M_A는 $wL \cdot \frac{L}{2}$와 $R_B L$를 같은 방향으로 더하는 것이 아니라 서로 상쇄시켜 $\frac{1}{8}wL^2$가 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

부정정보 반력 문제는 먼저 여분 지점을 제거해 정정계로 바꾸고, 제거한 지점의 변위를 0으로 두어 정정력을 구한 뒤, 마지막에 전체 평형식으로 나머지 반력과 모멘트를 정리하면 된다.

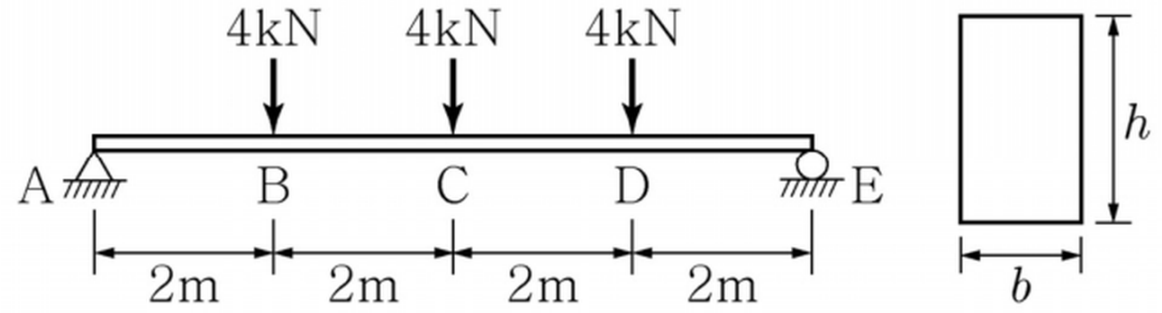
암기 포인트

전 구간 등분포하중을 받는 프로프드 캔틸레버는 $R_B = \frac{3}{8}wL$, $R_A = \frac{5}{8}wL$, $M_A = \frac{1}{8}wL^2$의 비율로 정리된다.

NoteBase

문 6. 길이가 8m인 직사각형 단면의 단순지지보에 <보기>와 같이 세 개의 집중하중이 작용하고 있다. 보의 허용 휨응력이 24 MPa이고 폭에 대한 높이의 비가 $h/b = 2$일 때, 보의 폭 b의 최소값[mm]은? (단, 보의 자중은 무시한다.)

<보기>



① 100

② $100\sqrt[3]{2}$

③ $100\sqrt[3]{3}$

④ $100\sqrt[3]{6}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 단순지지보의 최대굽힘모멘트를 구한 뒤 허용휨응력식 $\sigma = M/Z$와 직사각형 단면계수 $Z = bh^2/6$를 이용해 최소 폭 b를 구하는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

주어진 값:

- 보의 길이 8m
- 집중하중 4 kN이 2m 간격으로 3개 작용
- 허용휨응력 24 MPa
- 단면비 $h/b = 2$

구해야 할 값:

- 보의 최소 폭 b

주의할 조건:

- 자중은 무시한다.
- 직사각형 단면이므로 $h = 2b$를 먼저 대입해야 한다.
- 모멘트 단위를 $N \cdot mm$로 맞춰야 한다.

사용할 공식

사용 공식은 다음과 같다.

$\sigma = \frac{M}{Z}, \qquad Z = \frac{bh^2}{6}$

이 공식을 쓰는 이유는 보의 허용휨응력이 주어졌고, 직사각형 단면의 최소 치수는 최대굽힘모멘트를 단면계수로 나눈 응력이 허용응력 이하가 되도록 정하면 되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중이 대칭이므로 지점반력은 $R_A = R_E = 6kN$이다.

2. 굽힘모멘트는 중앙으로 갈수록 커지고, 각 점에서

$M_B = 6 \times 2 = 12kN \cdot m, \quad M_C = 6 \times 4 - 4 \times 2 = 16kN \cdot m, \quad M_D = 6 \times 6 - 4 \times 4 - 4 \times 2 = 12kN \cdot m$

이므로 최대굽힘모멘트는 $M_{max} = 16kN \cdot m$이다.

3. 이를 $N \cdot mm$로 바꾸면

$M_{max} = 16 \times 10^6 N \cdot mm$

이다.

4. $h = 2b$를 단면계수식에 대입하면

$Z = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3$

이다.

5. 허용응력식을 적용하면

$24 = \frac{16 \times 10^6}{(2/3)b^3}$

이고,

$\frac{2}{3}b^3 = \frac{16 \times 10^6}{24} = \frac{2}{3} \times 10^6$

이므로

$b^3 = 10^6, \qquad b = 100mm$

이다.

선지별 해설

① O

- 계산 결과 최소 폭은 $100mm$이다. 허용응력을 정확히 만족하는 최소치이므로 옳다.

② X

- ②의 $100\sqrt[3]{2}mm$는 필요한 폭보다 크다. 틀린 표현은 수치값 자체이고, 올바르게는 최소 폭이 $100mm$이다.
- 이 값은 단면계수 정리에서 계수를 잘못 다루어 $b^3 = 2 \times 10^6$처럼 계산할 때 나오는 오답이다.

③ X

- ③의 $100\sqrt[3]{3}mm$도 최소 폭이 아니다. 틀린 표현은 수치값 자체이고, 올바르게는 $b^3 = 10^6$에서 $b = 100mm$가 된다.
- 허용응력 24 MPa를 분모 처리하면서 3배 계수를 잘못 남기면 이런 과대값이 나온다.

④ X

- ④의 $100\sqrt[3]{6}mm$ 역시 최소 폭보다 지나치게 크다. 틀린 표현은 수치값 자체이고, 올바르게는 최소 폭이 $100mm$이다.
- 반력 계산, 최대모멘트, 단면계수 계수를 한꺼번에 혼동하면 나올 수 있는 값이지만, 정확한 최대모멘트는 $16kN \cdot m$이다.

NoteBase

오답 포인트

중앙점의 최대굽힘모멘트를 $12kN \cdot m$나 $24kN \cdot m$로 잘못 잡거나, $h/b = 2$를 $h = 2b$로 바꾸지 않고 그대로 두면 오답이 된다. 또 $kN \cdot m$를 $N \cdot mm$로 바꾸지 않으면 수치가 어긋난다.

다시 나오면 이렇게 판단

대칭하중 보의 계산형 문제는 반력을 먼저 구하고, 전단력 변화로 최대모멘트 위치를 찾은 뒤, 허용응력식에 단면비를 대입해 미지수 하나의 식으로 정리하면 된다.

암기 포인트

직사각형 단면에서 $h = 2b$이면 $Z = bh^2/6 = (2/3)b^3$로 바로 바뀐다는 점을 기억하면 계산이 빠르다.

NoteBase

문 7. 지름이 100mm인 원형 봉이 토크 $T = 4\text{kN} \cdot \text{m}$를 받고 있다. 최대 인장변형률은? (단, 전단탄성계수는 40 GPa이다.)

① $\frac{0.0008}{\pi}$

② $\frac{0.0016}{\pi}$

③ $\frac{0.0032}{\pi}$

④ $\frac{0.0064}{\pi}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 원형봉의 비틀림에서 최대 전단응력을 구한 뒤 전단변형률과 최대 인장변형률의 관계를 적용할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: 지름 $d = 100mm$, 토크 $T = 4kN \cdot m = 4 \times 10^6 N \cdot mm$, 전단탄성계수 $G = 40GPa = 4.0 \times 10^4 N/mm^2$이다.
구해야 할 값: 원형봉 표면에서의 최대 인장변형률이다.
주의할 조건: 비틀림으로 생기는 표면 상태는 순전단이므로 최대 인장변형률은 전단변형률의 절반이다.

사용할 공식

원형 실축의 최대 전단응력은 $\tau_{max} = \frac{Tc}{J} = \frac{16T}{\pi d^3}$이다.
전단변형률은 $\gamma_{max} = \frac{\tau_{max}}{G}$이다.
순전단 상태의 최대 인장변형률은 $\varepsilon_{max} = \frac{\gamma_{max}}{2}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 원형봉이 토크만 받는 비틀림 문제이므로 먼저 표면의 최대 전단응력을 구하고, 재료의 전단탄성계수로 전단변형률을 구한 뒤, 순전단의 주변형률 관계로 최대 인장변형률을 구할 수 있다.

계산 과정

1. 최대 전단응력을 구하면 $\tau_{max} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 4 \times 10^6}{\pi \times 100^3} = \frac{64}{\pi} N/mm^2$이다.
2. 최대 전단변형률은 $\gamma_{max} = \frac{\tau_{max}}{G} = \frac{64/\pi}{4.0 \times 10^4} = \frac{0.0016}{\pi}$이다.
3. 최대 인장변형률은 $\varepsilon_{max} = \frac{\gamma_{max}}{2} = \frac{0.0016}{2\pi} = \frac{0.0008}{\pi}$이다.

NoteBase

선지 판단

1번: O. 계산 결과 최대 인장변형률은 $\frac{0.0008}{\pi}$이므로 옳다.
2번: X. $\frac{0.0016}{\pi}$는 최대 전단변형률 γ_{max} 값이다. 틀린 표현은 최대 인장변형률과 최대 전단변형률을 같게 본 점이다. 올바르게는 최대 인장변형률은 그 절반인 $\frac{0.0008}{\pi}$이다.
3번: X. $\frac{0.0032}{\pi}$는 2번 값에서 다시 2배 커진 값으로, 비틀림 응력식이나 주변형률 관계의 계수를 잘못 적용한 결과이다. 틀린 표현은 인장변형률을 실제보다 4배 크게 본 점이다. 올바르게는 $\varepsilon_{max} = \frac{0.0008}{\pi}$이다.
4번: X. $\frac{0.0064}{\pi}$는 전단응력값의 계수 64만 보고 변형률 관계를 거의 반영하지 않은 수준의 오답이다. 틀린 표현은 전단탄성계수로 나누는 과정과 주변형률 변환을 빠뜨린 점이다. 올바르게는 $\frac{0.0008}{\pi}$이다.

오답 포인트

가장 흔한 함정은 τ, γ, ε를 한 단계씩 구분하지 않고 바로 수치를 대입하는 실수이다. 특히 2번처럼 전단변형률 γ_{max}를 그대로 최대 인장변형률로 착각하면 틀린다.

다시 나오면 이렇게 판단

비틀림 계산형 문제는 $T \rightarrow \tau \rightarrow \gamma \rightarrow \varepsilon$ 순서로 단계별로 정리하면 된다. 표면이 순전단 상태이면 최대 인장변형률은 항상 전단변형률의 절반인지까지 확인하면 된다.

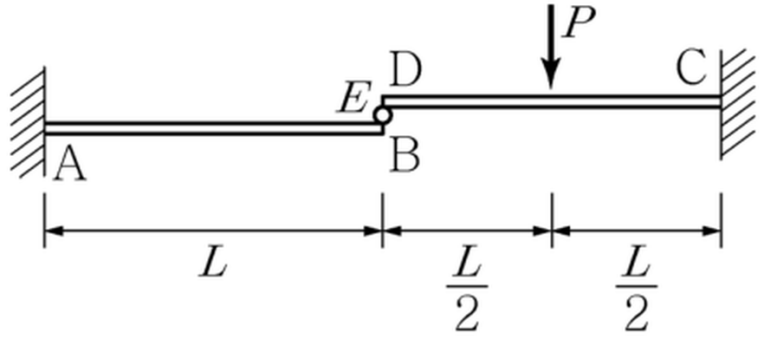
암기 포인트

원형봉 비틀림은 $\tau_{max} = 16T/\pi d^3$, 순전단의 주인장변형률은 $\varepsilon_{max} = \gamma/2$이다.

NoteBase

문 8. <보기>와 같이 캔틸레버보 AB와 CD가 힌지 E에 의해 연결되어 있고, CD 구간의 중앙에 집중하중 P가 작용하고 있다. 힌지 E에서 보 CD를 지지하는 힘의 크기는? (단, 보의 휨강성은 EI이며 자중은 무시한다.)

<보기>



① $\frac{5}{32}P$

② $\frac{1}{8}P$

③ $\frac{3}{32}P$

④ $\frac{1}{16}P$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 힌지로 연결된 두 캔틸레버보의 변위 적합조건을 이용해 힌지 E의 반력을 구하는 문제이다.

조건 정리

AB와 CD의 길이는 각각 L이고, 두 보의 휨강성은 모두 EI이다.
CD의 중앙에 집중하중 P가 작용한다.
힌지 E는 모멘트를 전달하지 않고 수직력만 전달하므로, E점의 수직변위는 두 보에서 서로 같아야 한다.

사용할 공식

캔틸레버 자유단에 집중하중 W가 작용할 때 자유단 처짐은 $\delta = WL^3/(3EI)$이다.
고정단에서 거리 a 떨어진 곳에 집중하중 W가 작용할 때 자유단 처짐은 $\delta = Wa^2(3L - a)/(6EI)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 AB는 자유단 하중을 받는 캔틸레버이고, CD는 중앙하중과 힌지 반력이 함께 작용하는 캔틸레버이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

힌지가 CD를 위로 지지하는 힘을 R이라 둔다.

AB에서는 같은 크기의 힘 R이 B점에 아래로 작용하므로 B점 처짐은

$\delta_{AB} = \frac{RL^3}{3EI}$

이다.

CD에서 중앙하중 P만 있을 때 왼쪽 끝 D점 처짐은

$\delta_P = \frac{P(L/2)^2(3L - L/2)}{6EI} = \frac{5PL^3}{48EI}$

이다.

또한 힌지 반력 R이 D점에 위로 작용하므로 그에 의한 D점 처짐은

$\delta_R = \frac{RL^3}{3EI}$

이다.

따라서 CD의 D점 순처짐은

$\delta_{CD} = \frac{5PL^3}{48EI} - \frac{RL^3}{3EI}$

이다.

힌지 E에서 두 보의 처짐이 같으므로

$\frac{RL^3}{3EI} = \frac{5PL^3}{48EI} - \frac{RL^3}{3EI}$

이고,

$R = \frac{5}{32}P$

이다.

선지 판단

1번 O: 계산 결과 힌지 E가 CD를 지지하는 힘은 $\frac{5}{32}P$이므로 맞다.

2번 X: $\frac{1}{8}P$를 대입하면 $\delta_{AB} = \frac{PL^3}{24EI}$, $\delta_{CD} = \frac{PL^3}{16EI}$가 되어 힌지점 변위가 일치하지 않는다. 올바르게는 $\frac{5}{32}P$이다.

3번 X: $\frac{3}{32}P$를 대입하면 $\delta_{AB} = \frac{PL^3}{32EI}$, $\delta_{CD} = \frac{7PL^3}{96EI}$가 되어 변위 적합조건을 만족하지 않는다. 올바르게는 $\frac{5}{32}P$이다.

4번 X: $\frac{1}{16}P$를 대입하면 $\delta_{AB} = \frac{PL^3}{48EI}$, $\delta_{CD} = \frac{PL^3}{12EI}$가 되어 힌지점 처짐이 서로 다르다. 올바르게는 $\frac{5}{32}P$이다.

오답 포인트

힌지 문제를 평형조건만으로 처리하면 틀린다. 이 문항의 핵심은 힌지가 모멘트는 전달하지 않아도 두 보의 힌지점 처짐은 같아야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

힌지로 연결된 보가 나오면 먼저 힌지 반력을 미지수로 두고, 각 보에서 힌지점 처짐을 따로 구한 뒤 $\delta_{left} = \delta_{right}$ 적합조건을 세워 판단한다.

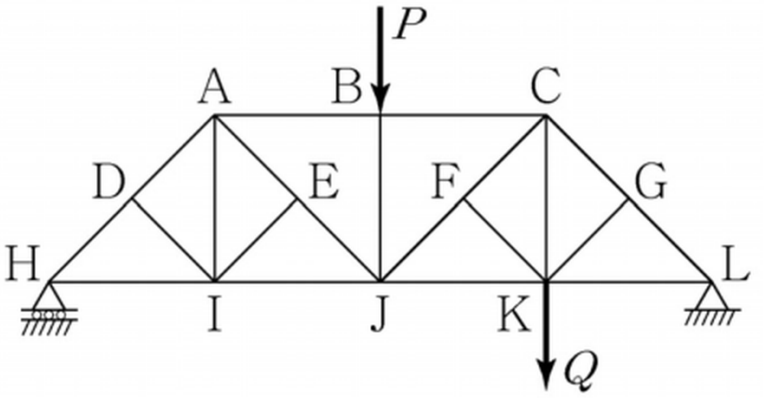
암기 포인트

내부 힌지 연결 캔틸레버는 평형조건과 함께 힌지점 처짐 일치조건까지 써야 한다.

NoteBase

문 9. <보기>와 같은 트러스에서 부재력이 0인 부재의 개수는? (단, 모든 절점은 힌지이다.)

<보기>



① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 트러스 도식에서 외력이 없는 절점의 영부재 판정 규칙을 연쇄적으로 적용하여 부재력이 0인 부재의 개수를 찾는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 절점 D에서는 DA와 DH가 일직선이고 외력이 없으므로 비공선 부재 DI가 0이다. 절점 E에서도 EA와 EJ가 일직선이므로 EI가 0이다. 같은 방식으로 절점 F에서 FK=0, 절점 G에서 GK=0이 된다.
- 여기서 끝나지 않고 절점 I를 다시 보면 HI와 IJ가 일직선이고, DI와 EI가 이미 0이므로 남는 비공선 부재 AI도 0이 된다.
- 틀린 표현은 "2개"이며, 올바르게는 "5개"이다.

② X
- D, E, F, G에서 생기는 영부재만 세어도 DI, EI, FK, GK의 4개이다. 여기에 절점 I에서 AI가 추가로 0이 된다.
- 틀린 표현은 "3개"이며, 올바르게는 "5개"이다.

③ X
- 바깥쪽 네 절점만 보고 멈추면 4개로 보이지만, 영부재를 제거한 뒤 절점 I를 한 번 더 확인해야 한다. 이때 AI가 추가 영부재가 된다.
- 틀린 표현은 "4개"이며, 올바르게는 "5개"이다.

④ O
- 영부재는 DI, EI, FK, GK, AI의 5개이다.
- D, E, F, G는 "두 부재가 일직선이고 나머지 한 부재가 비공선인 무하중 절점"에 해당하고, 그 결과를 반영한 뒤 I에서도 같은 규칙이 성립한다.

오답 포인트

영부재를 한 번만 찾고 끝내는 함정이 핵심이다. D, E, F, G에서 4개를 찾은 뒤 부재 구성이 바뀐 절점 I를 다시 보지 않으면 AI를 놓쳐 3번으로 오답 처리된다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 외력이 없는 절점 중에서 두 부재가 일직선인 절점을 찾는다. 그 절점의 비공선 부재를 영부재로 지운 뒤, 인접 절점에 같은 규칙이 새로 성립하는지 한 번 더 확인하면 된다.

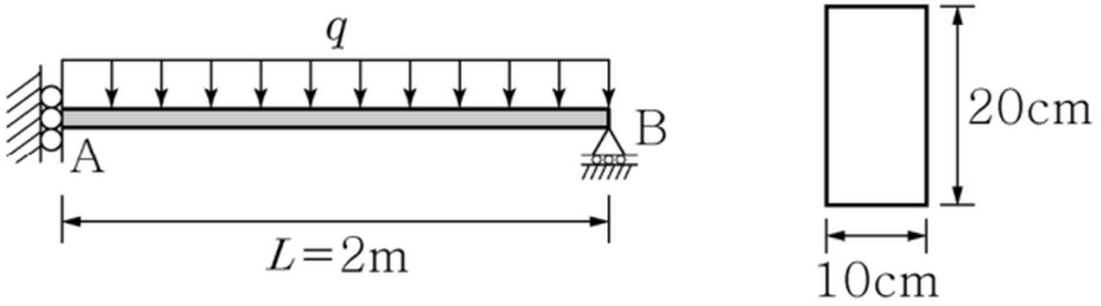
암기 포인트

영부재는 한 번 찾고 끝나지 않는다. 바깥 절점에서 지우고, 지운 뒤 새로 단순해진 절점을 다시 본다.

NoteBase

문 10. <보기>와 같이 길이가 2m인 직사각형 단면의 강재 보에 등분포하중 q가 작용하고 있다. 단면의 폭은 10cm이고 높이는 20cm이며 강재의 항복강도는 $\sigma_y = 300\text{MPa}$이다. 이 보의 단면이 완전소성상태에 도달할 때 q의 값[kN/m]은? (단, 강재는 완전탄소성 거동을 하며 보의 자중은 무시한다.)

<보기>



① 75

② 100

③ 125

④ 150

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 직사각형 단면의 완전소성모멘트와 보의 최대굽힘모멘트를 같게 두어 등분포하중 q를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $L = 2m, b = 10cm = 0.1m, h = 20cm = 0.2m, \sigma_y = 300MPa$이다.
구해야 할 값은 단면이 완전소성상태에 도달하게 하는 등분포하중 q이다.
주의할 조건은 A가 회전이 구속된 가이드 지점이어서 수직반력은 없고 단부모멘트가 생긴다는 점이다. B는 롤러 지점이다.

사용할 공식

직사각형 단면의 소성단면계수는 $Z_p = \frac{bh^2}{4}$이다.
완전소성모멘트는 $M_p = \sigma_y Z_p$이다.
이 보의 최대굽힘모멘트는 A단에서 생기며 $M_{max} = \frac{qL^2}{2}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 완전탄소성 재료에서 단면이 완전소성상태에 도달하는 순간이 $M_{max} = M_p$인 때이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 소성단면계수는 $Z_p = \frac{bh^2}{4} = \frac{10 \times 20^2}{4} = 1000cm^3 = 1.0 \times 10^{-3}m^3$이다.
2. 완전소성모멘트는 $M_p = \sigma_y Z_p = 300 \times 10^6 \times 1.0 \times 10^{-3} = 3.0 \times 10^5 N \cdot m = 300kN \cdot m$이다.
3. 완전소성상태 조건 $M_{max} = M_p$를 적용하면 $\frac{qL^2}{2} = 300$이다.
4. $q = \frac{2M_p}{L^2} = \frac{2 \times 300}{2^2} = 150kN/m$이다.

선지별 해설

① X

75\,kN/m이면 $M_{max} = \frac{qL^2}{2} = \frac{75 \times 2^2}{2} = 150kN \cdot m$에 그친다. 이는 완전소성모멘트 $300kN \cdot m$의 절반이므로 단면이 완전소성상태에 도달하지 못한다. 75를 150으로 고쳐야 옳다.

② X

100\,kN/m이면 $M_{max} = 200kN \cdot m$이다. 여전히 $M_p = 300kN \cdot m$보다 작다. 직사각형 단면의 항복모멘트와 완전소성모멘트를 혼동하면 이런 값이 나오기 쉽다. 100을 150으로 고쳐야 옳다.

③ X

125\,kN/m이면 $M_{max} = 250kN \cdot m$이다. 최대굽힘모멘트가 아직 M_p에 미달하므로 완전소성상태가 아니다. 소성단면계수나 지점조건을 잘못 적용한 값이다. 125를 150으로 고쳐야 옳다.

④ O

150\,kN/m이면 $M_{max} = \frac{150 \times 2^2}{2} = 300kN \cdot m$가 되어 완전소성모멘트와 정확히 일치한다. 따라서 단면이 완전소성상태에 도달한다.

오답 포인트

직사각형 단면에서 탄성단면계수 $Z = \frac{bh^2}{6}$와 소성단면계수 $Z_p = \frac{bh^2}{4}$를 혼동하기 쉽다.
좌측 가이드 지점의 수직반력이 0이라는 점을 놓치면 최대굽힘모멘트식을 잘못 쓴다.
cm^3를 m^3로 바꾸는 단위 변환을 빠뜨리면 모멘트 값이 크게 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

완전소성 하중 문제는 먼저 단면에서 M_p를 구하고, 다음으로 구조계의 최대굽힘모멘트식 M_{max}를 세운 뒤 $M_{max} = M_p$로 놓아 판단한다. 단면 공식과 지점조건을 분리해서 확인하면 계산이 흔들리지 않는다.

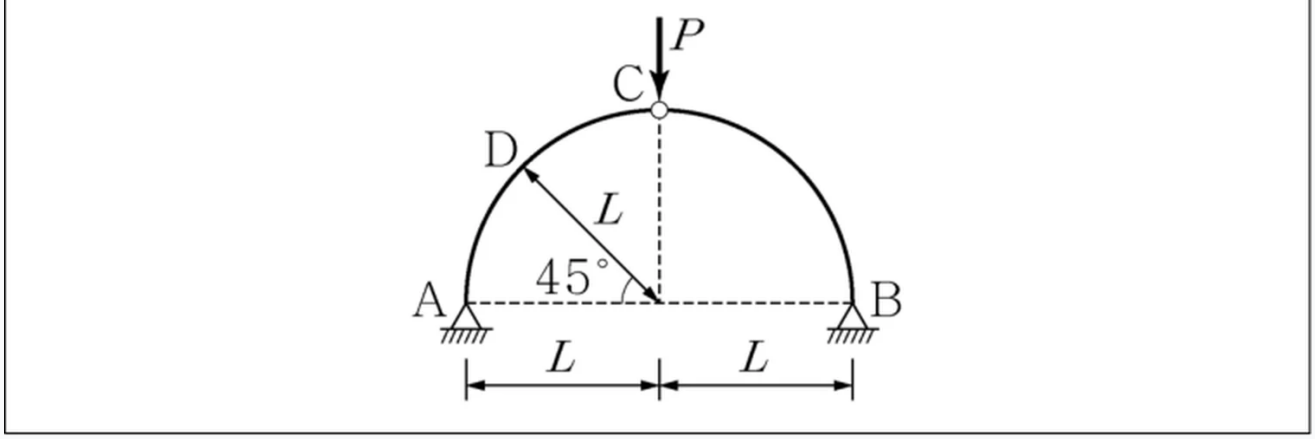
암기 포인트

직사각형 단면은 $Z_p = \frac{bh^2}{4}$, $M_p = \sigma_y Z_p$이다. 이 문항의 좌측 가이드-우측 롤러 보에서는 $M_{max} = \frac{qL^2}{2}$이므로 $q = \frac{2M_p}{L^2}$가 된다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같이 반경이 L인 원호 구조물의 C점에 집중하중 P가 작용할 때, A점의 전단력 V_A, C점의 축력 F_C, D점의 휨모멘트 M_D로 가장 적절한 것은? (단, C점은 게르버 힌지로 가정하며, 자중은 무시한다.)

<보기>



① $V_A = -\frac{P}{2}, F_C = -\frac{P}{2}, M_D = 0$

② $V_A = -\frac{\sqrt{2}P}{2}, F_C = -\frac{P}{2}, M_D = \frac{PL}{2}(1-\sqrt{2})$

③ $V_A = -\frac{P}{2}, F_C = -\frac{\sqrt{2}P}{2}, M_D = 0$

④ $V_A = -\frac{P}{2}, F_C = -\frac{P}{2}, M_D = \frac{PL}{2}(1-\sqrt{2})$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 3힌지 원호 아치의 평형조건을 이용해 A점 전단력, C점 축력, D점 휨모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 반경은 L, 경간은 $2L$이다.
- C점은 힌지이므로 $M_C = 0$이다.
- 하중이 중앙에 대칭으로 작용하므로 수직반력은 $R_{Ay} = R_{By} = \frac{P}{2}$이다.
- D점은 중심에서 본 각도가 45도인 위치이므로, A점으로부터의 수평거리와 스프링선 위 높이는 각각 $x_D = L\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right), y_D = \frac{L}{\sqrt{2}}$이다.

NoteBase

사용할 공식

$R_{Ay} = R_{By} = \frac{P}{2}$
$H = \frac{M_{0C}}{y_C} = \frac{(\frac{P}{2})L}{L} = \frac{P}{2}$
$M_D = M_0 - Hy$
이 문제는 C점에서 모멘트가 0인 3힌지 아치이므로, 먼저 C점 조건으로 수평추력 H를 구하고, 임의점의 휨모멘트는 같은 하중의 단순보 모멘트 M_0에서 Hy를 뺀 식으로 계산한다.

계산 과정

1. 전체 구조가 대칭이므로 $R_{Ay} = R_{By} = \frac{P}{2}$이다.
2. C점은 힌지이므로 좌반부를 C점에 대해 모멘트 평형하면 $H = R_{Ay} = \frac{P}{2}$이다.
3. A점의 내부 전단력은 지점 수직반력과 반대방향으로 작용하므로 $V_A = -\frac{P}{2}$이다.
4. C점의 축력은 크라운 접선방향의 압축력으로 수평추력과 같으므로 $F_C = -H = -\frac{P}{2}$이다.
5. D점의 휨모멘트는
$M_D = R_{Ay}x_D - Hy_D$
$= \frac{P}{2} \cdot L\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{\sqrt{2}}$
$= \frac{PL}{2}(1 - \sqrt{2})$
이다.

선지별 해설

① X
$V_A = -\frac{P}{2}$, $F_C = -\frac{P}{2}$까지는 맞지만, D점은 힌지가 아니므로 $M_D = 0$이 아니다. 올바르게는 $M_D = \frac{PL}{2}(1 - \sqrt{2})$이다.

② X
$F_C = -\frac{P}{2}$, $M_D = \frac{PL}{2}(1 - \sqrt{2})$는 맞지만, V_A를 $-\frac{\sqrt{2}P}{2}$로 본 것이 틀렸다. A점 전단력의 크기는 수직반력과 같아서 $\frac{P}{2}$이다. 올바르게는 $V_A = -\frac{P}{2}$이다.

③ X
$V_A = -\frac{P}{2}$는 맞지만, C점 축력을 $-\frac{\sqrt{2}P}{2}$로 본 것이 틀렸다. C점 축력은 크라운 접선방향의 압축력으로 수평추력 H와 같으므로 $F_C = -\frac{P}{2}$이다. 또한 D점은 힌지가 아니므로 $M_D = 0$도 틀리고, 올바르게는 $M_D = \frac{PL}{2}(1 - \sqrt{2})$이다.

④ O
$V_A = -\frac{P}{2}$, $F_C = -\frac{P}{2}$, $M_D = \frac{PL}{2}(1 - \sqrt{2})$가 모두 계산 결과와 일치한다.

NoteBase

오답 포인트

C점이 힌지라는 사실을 D점까지 그대로 적용해 $M_D = 0$으로 착각하기 쉽다. 또 지점반력의 방향과 단면력 부호를 구분하지 않으면 V_A의 부호를 틀리기 쉽고, C점 축력을 접선방향이 아닌 임의의 경사성분으로 읽으면 F_C를 $-\frac{\sqrt{2}P}{2}$로 오판하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

3힌지 아치 문제는 먼저 대칭으로 수직반력을 구하고, 힌지점에서 $M = 0$ 조건으로 수평추력을 구한 다음, 필요한 단면력은 지점 단면 부호와 $M = M_0 - Hy$ 식으로 순서대로 판단한다.

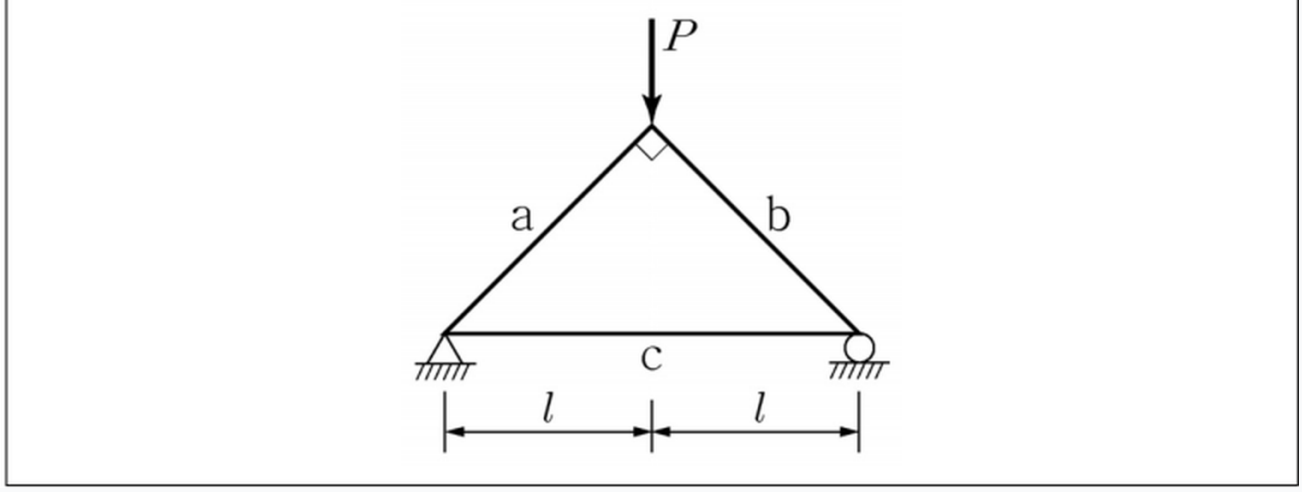
암기 포인트

3힌지 아치는 힌지에서 $M = 0$, 크라운 축력은 수평추력, 임의점 모멘트는 $M_0 - Hy$이다.

NoteBase

문 12. <보기>와 같은 트러스 구조물에 저장되는 변형에너지는? (단, 부재 a, b, c의 단면적은 A로 동일하고 탄성계수는 $E_A = E_B = E,\ E_C = 2E$이다.)

<보기>



① $\frac{(3\sqrt{2}+1)P^2l}{8EA}$
② $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2l}{8EA}$
③ $\frac{(5\sqrt{2}+1)P^2l}{8EA}$
④ $\frac{(6\sqrt{2}+1)P^2l}{8EA}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 각 부재의 축력을 구한 뒤 $U = \sum \frac{N^2L}{2AE}$를 적용하여 트러스 전체의 변형에너지를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 세 부재의 단면적이 모두 A이고, $E_a = E_b = E, E_c = 2E$라는 점이다.
그림에서 밑변은 $2l$이고 꼭짓점이 중앙에 있으며 꼭짓각이 직각이므로 $a = b = \sqrt{2}l, c = 2l$이다.
구해야 할 값은 세 부재에 저장되는 변형에너지의 총합이다.

사용할 공식

각 부재의 축변형에너지는 $U_i = \frac{N_i^2 L_i}{2AE_i}$이다.
이 문제는 하중 P를 받는 평면 트러스이므로 먼저 절점평형으로 각 부재의 축력 N_i를 구한 뒤, 부재별 변형에너지를 합하면 전체 변형에너지가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 대칭이므로 좌우 지점반력은 각각 $P/2$이다.
2. 상부 절점에서 대각재 두 개가 대칭이므로 $N_a = N_b$이고, $2N_a \sin 45^\circ = P$에서 $N_a = N_b = \frac{P}{\sqrt{2}}$이다. 방향은 압축이다.
3. 하부 절점의 수평평형에서 $N_c = N_a \cos 45^\circ = \frac{P}{2}$이다. 방향은 인장이다.
4. 따라서

$U_a = U_b = \frac{(P^2/2)(\sqrt{2}l)}{2EA} = \frac{\sqrt{2}P^2 l}{4EA}$
$U_c = \frac{(P^2/4)(2l)}{2A(2E)} = \frac{P^2 l}{8EA}$

5. 전체 변형에너지는

$U = U_a + U_b + U_c = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}P^2 l}{4EA} + \frac{P^2 l}{8EA} = \frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$

따라서 정답식은 $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$이다.

선지별 해설

① X

계산 결과는 $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$인데 ①은 분자 계수를 $3\sqrt{2}+1$로 작게 쓴 값이다. 대각재 두 개의 에너지 합이 $\frac{4\sqrt{2}P^2 l}{8EA}$이어야 하므로 맞지 않는다.

틀린 표현은 분자 계수이다. 올바르게는 $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$이다.

② O

대각재 a, b의 에너지와 하현재 c의 에너지를 합하면 $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$가 된다. 부재 c는 탄성계수가 $2E$이므로 그 효과까지 반영한 식이어서 옳다.

③ X

③은 분자 계수를 $5\sqrt{2}+1$로 크게 잡은 값이다. 실제 대각재 축력은 각각 $P/\sqrt{2}$이고 길이는 $\sqrt{2}l$이므로 대각재 기여는 $4\sqrt{2}$가 되어야 한다.

틀린 표현은 분자 계수이다. 올바르게는 $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$이다.

④ X

④는 분자 계수를 $6\sqrt{2}+1$로 더 크게 잡은 값이다. 이는 대각재의 축력 또는 부재 길이의 기여를 실제보다 과대평가한 식이다. 절점평형으로 구한 축력 $N_a = N_b = P/\sqrt{2}$, $N_c = P/2$를 대입하면 이 값은 나오지 않는다.

틀린 표현은 분자 계수이다. 올바르게는 $\frac{(4\sqrt{2}+1)P^2 l}{8EA}$이다.

오답 포인트

상부 절점의 직각 조건 때문에 대각재 길이가 $\sqrt{2}l$가 된다는 점과, 대각재 축력이 P가 아니라 $P/\sqrt{2}$라는 점에서 실수가 많이 난다. 또한 부재 c만 탄성계수가 $2E$이므로 분모를 다른 부재와 똑같이 $2EA$로 두면 오답이 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

트러스 변형에너지 문제는 먼저 기하조건으로 각 부재 길이를 정리하고, 다음으로 절점평형으로 축력을 구한 뒤, 마지막에 $\sum \frac{N^2 L}{2AE}$를 부재별로 더하는 순서로 판단하면 된다.

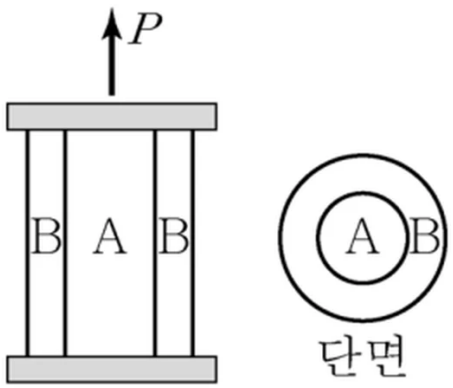
암기 포인트

트러스 변형에너지는 축력 제곱에 비례하고, 같은 단면적이면 $U = \sum \frac{N^2 L}{2AE}$에 각 부재의 L과 E만 정확히 넣으면 된다.

NoteBase

문 13. <보기>는 두 가지 재료로 만들어진 부재 A, B가 결합된 축력부재이다. 이 부재 상단에 강체가 부착되어 있을 때, 축력 P에 의해 발생하는 부재 A, B의 수직응력비 σ_A/σ_B는? (단, P는 결합된 부재의 도심에 작용하고, 부재 A, B의 탄성계수 및 단면적 비는 $E_A : E_B = 1 : 3$, $A_A : A_B = 2 : 1$이다.)

<보기>



① 1/3

② 1/5

③ 1/7

④ 1/9

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 강체로 묶인 결합 축력부재에서 부재 A와 B의 축변형률이 같다는 적합조건과 후크의 법칙 $\sigma = E\varepsilon$로 응력비를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $E_A : E_B = 1 : 3$, $A_A : A_B = 2 : 1$이다.
구해야 할 값: 수직응력비 σ_A/σ_B이다.
주의할 조건: 상단에 강체가 붙어 있고 하중 P가 도심에 작용하므로 A와 B의 축변형률은 같고, 단면적비는 응력비가 아니라 하중 분담비에 영향을 준다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2019 · 10월

사용할 공식

적합조건은 $\varepsilon_A = \varepsilon_B$이다.

후크의 법칙은 $\sigma_A = E_A\varepsilon_A$, $\sigma_B = E_B\varepsilon_B$이다.

따라서

$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{E_A\varepsilon_A}{E_B\varepsilon_B} = \frac{E_A}{E_B}$

이 공식을 쓰는 이유: 결합된 축력부재가 강체에 의해 함께 변형하므로 각 재료의 축변형률이 같기 때문이다.

계산 과정

1. 강체판 때문에 부재 A와 B의 축변형률은 $\varepsilon_A = \varepsilon_B$이다.
2. 후크의 법칙을 적용하면 $\sigma_A/E_A = \sigma_B/E_B = \varepsilon$가 된다.
3. 따라서

$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{E_A}{E_B} = \frac{1}{3}$

4. 단면적비 $A_A : A_B = 2 : 1$는 $P_A : P_B$를 구할 때 필요한 값이고, 응력비 자체는 바꾸지 않는다.

선지별 해설

① O

- 동일변형 조건에서 $\sigma_A/\sigma_B = E_A/E_B = 1/3$이므로 맞다.

② X

- 1/5는 응력비를 단면적이나 전체 하중과 섞어 잘못 처리한 값이다. 이 문항의 응력비는 단면적비와 무관하게 1/3이어야 한다.
- 틀린 표현은 '수직응력비가 1/5이다'이고, 올바르게는 '수직응력비는 1/3이다'이다.

③ X

- 1/7은 탄성계수비와 단면적비를 한 식에 억지로 합쳐 만든 오답값일 뿐, $\varepsilon_A = \varepsilon_B$를 만족하는 응력비가 아니다.
- 틀린 표현은 '수직응력비가 1/7이다'이고, 올바르게는 '수직응력비는 1/3이다'이다.

④ X

- 1/9는 탄성계수비 1 : 3를 한 번 더 곱해 응력비를 과소평가한 값이다. 응력은 $\sigma = E\varepsilon$이므로 같은 변형률에서 비는 한 번만 E비를 따른다.
- 틀린 표현은 '수직응력비가 1/9이다'이고, 올바르게는 '수직응력비는 1/3이다'이다.

오답 포인트

단면적비 $A_A : A_B = 2 : 1$가 제시되면 바로 응력비 식에 넣기 쉽다. 그러나 이 값은 $P_A = \sigma_A A_A$, $P_B = \sigma_B A_B$처럼 각 재료의 하중 분담을 구할 때 필요한 값이고, 응력비 자체는 먼저 동일변형 조건으로 정해진다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

강체판에 여러 재료가 함께 연결된 축력부재가 나오면 먼저 변형률이 같은지부터 본다. 변형률이 같으면 응력비는 $\sigma \propto E$로 판단하고, 단면적은 그다음 하중 분담비 $P \propto EA$를 구할 때 사용한다.

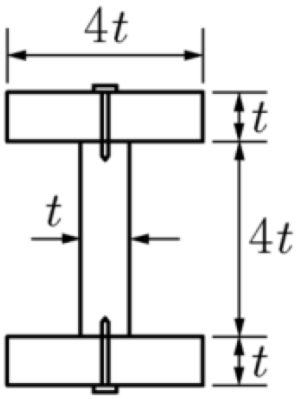
암기 포인트

결합 축력부재는 같은 변형률, 응력비는 E비, 하중비는 EA비이다.

NoteBase

문 14. <보기>와 같이 I형 단면의 보가 세 개의 직사각형 단면 부재로 만들어져 있으며, 플랜지는 웨브에 못으로 연결되어 있다. 이 단면에 작용하는 전단력이 V이고 못의 허용 전단력이 $\frac{V}{2}$일 때, 보의 길이 방향으로 못 간격의 최댓값은? (단, 이 단면의 재료의 성질은 일정하며 선형탄성 상태이다.)

<보기>



① 1.2t

② 2.0t

③ 2.8t

④ 3.6t

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 조립 I형 단면의 플랜지-웨브 접합부에서 전단흐름 $q = \frac{VQ}{I}$을 구하고, 못 1개가 부담하는 전단력 $P = qs$로부터 못 간격의 최댓값을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 단면은 상·하 플랜지 $4t \times t$, 웨브 $t \times 4t$로 이루어진 대칭 I형 단면이다.
구해야 할 값은 보 길이 방향의 못 간격 s의 최댓값이다.
못 1개의 허용 전단력은 $\frac{V}{2}$이므로 접합면 전단흐름에 대해 $qs \le \frac{V}{2}$를 만족해야 한다.

사용할 공식

사용 공식은 $q = \frac{VQ}{I}$, $P = qs$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 플랜지와 웨브의 접합부에서는 단면 내 수평전단이 전단흐름의 형태로 전달되고, 못은 일정 간격 s마다 그 전단흐름을 점하중처럼 받아내기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 중립축은 단면 중앙에 있다. 플랜지 1개의 면적은 $A_f = 4t \cdot t = 4t^2$이고, 그 도심은 중립축에서 $\frac{5t}{2}$ 떨어져 있으므로

$Q = A_f \bar{y} = 4t^2 \cdot \frac{5t}{2} = 10t^3$

2. 단면2차모멘트는

$I = 2\left(\frac{4t \cdot t^3}{12} + 4t^2\left(\frac{5t}{2}\right)^2\right) + \frac{t \cdot (4t)^3}{12} = 56t^4$

3. 접합부 전단흐름은

$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V \cdot 10t^3}{56t^4} = \frac{5V}{28t}$

4. 못 1개가 받는 힘은 $P = qs$이고 허용값이 $\frac{V}{2}$이므로

$qs = \frac{V}{2}$

$\frac{5V}{28t}s = \frac{V}{2}$

$s = \frac{14}{5}t = 2.8t$

따라서 못 간격의 최댓값은 $2.8t$이다.

선지별 해설

① X: 계산 결과 못 간격은 $2.8t$이므로 $1.2t$는 너무 작다. 전단흐름과 못 1개당 저항력의 관계 $P = qs$를 잘못 적용한 값이다. 틀린 수치 $1.2t$ → 올바르게는 $2.8t$이다.

② X: 계산 결과와 일치하지 않는다. Q 또는 단면2차모멘트 I를 일부만 잡으면 이런 과소값이 나오기 쉽다. 틀린 수치 $2.0t$ → 올바르게는 $2.8t$이다.

③ O: 접합부 전단흐름 $q = \frac{5V}{28t}$와 못 허용 전단력 $\frac{V}{2}$를 연결하면 $s = 2.8t$가 된다. 따라서 옳다.

④ X: 계산 결과와 일치하지 않는다. 허용 전단력을 그대로 간격에 대입하거나 Q를 과대평가하면 이런 과대값이 나온다. 틀린 수치 $3.6t$ → 올바르게는 $2.8t$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 못 간격을 단순히 면적비로 잡는 것이 아니라, 접합부의 전단흐름 $q = \frac{VQ}{I}$를 먼저 구해야 한다는 점이다. 특히 Q는 전체 단면이 아니라 접합면 위쪽 플랜지 부분만 잡아야 하고, I는 전체 I형 단면에 대해 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

조립단면의 못·볼트 간격 문제는 먼저 어느 접합면의 전단흐름을 구하는지 정한 뒤, 그 접합면 위쪽 또는 아래쪽 부분의 Q를 계산하고, 전체 단면의 I를 써서 $q = \frac{VQ}{I}$를 구한 다음 $P = qs$로 간격을 정하면 된다.

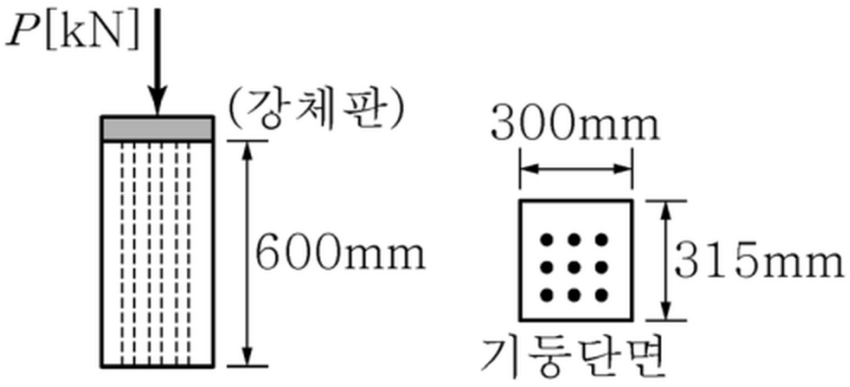
암기 포인트

조립보 접합 간격은 $q = \frac{VQ}{I}$, 못 1개 힘은 $P = qs$로 연결된다는 점이 핵심이다.

NoteBase

문 15. <보기>와 같이 높이가 600mm, 단면 300mm × 315mm**인 사각형 콘크리트 기둥 내부에 강봉 9개를 삽입하여 일체화되도록 보강하였다. 기둥 상단의 단면 도심에 압축하중** P**가 작용하여 기둥의 높이가 0.12mm 단축되었을 때, 작용하중** P**의 크기[kN]는? (단, 콘크리트의 탄성계수** $E_c = 30\text{GPa}$**, 강봉의 탄성계수** $E_s = 200\text{GPa}$**이며, 단면은 도심에 대해 2축 대칭이다. 강봉 1개의 단면적은** 500mm^2**이며, 강봉과 콘크리트의 자중은 무시한다.)**

<보기>



① 180

② 360

③ 540

④ 720

정답 4번

출제 포인트

합성기둥에서 강체판 때문에 콘크리트와 강봉의 변형률이 같아진다는 조건을 이용해 각 재료의 분담하중을 합산하는 문제이다.

조건 정리

- 높이 $L = 600mm$
- 단축량 $\delta = 0.12mm$
- 전체 단면적 $A = 300 \times 315 = 94,500mm^2$
- 강봉 총단면적 $A_s = 9 \times 500 = 4,500mm^2$
- 콘크리트 단면적 $A_c = 94,500 - 4,500 = 90,000mm^2$
- 탄성계수 $E_c = 30,000N/mm^2, E_s = 200,000N/mm^2$
- 강체판 때문에 $\varepsilon_c = \varepsilon_s = \delta/L$이다.

NoteBase

사용할 공식

$\varepsilon = \frac{\delta}{L}, \quad \sigma_c = E_c\varepsilon, \quad \sigma_s = E_s\varepsilon, \quad P = \sigma_c A_c + \sigma_s A_s$

이 공식을 쓰는 이유는 강체판으로 콘크리트와 강봉이 일체 거동하므로 축변형률이 같고, 각 재료의 응력을 구한 뒤 분담하중을 합하면 전체 축하중이 되기 때문이다.

계산 과정

1. 공통 변형률은 $\varepsilon = \delta/L = 0.12/600 = 0.0002$이다.
2. 각 재료의 응력은 $\sigma_c = 30,000 \times 0.0002 = 6N/mm^2$, $\sigma_s = 200,000 \times 0.0002 = 40N/mm^2$이다.
3. 전체 하중은 $P = 6 \times 90,000 + 40 \times 4,500 = 540,000 + 180,000 = 720,000N = 720kN$이다.

선지별 해설

① X

- 180 kN은 $40 \times 4,500 = 180,000N$으로 강봉이 부담하는 하중만 반영한 값이다. 전체 하중은 콘크리트 하중까지 더한 $720kN$이어야 한다.
- 틀린 표현은 'P=180 kN'이다. 올바르게는 'P=720 kN'이다.

② X

- 360 kN은 공통 변형률로 계산한 콘크리트와 강봉의 분담하중을 모두 합한 값이 아니다. 이 문제는 $P = \sigma_c A_c + \sigma_s A_s$를 적용해야 하므로 총하중은 $720kN$이다.
- 틀린 표현은 'P=360 kN'이다. 올바르게는 'P=720 kN'이다.

③ X

- 540 kN은 $6 \times 90,000 = 540,000N$으로 콘크리트가 부담하는 하중만 반영한 값이다. 강봉 하중 $180kN$을 더해야 총하중이 된다.
- 틀린 표현은 'P=540 kN'이다. 올바르게는 'P=720 kN'이다.

④ O

- 공통 변형률은 $0.12/600 = 0.0002$이고, 이에 따른 응력은 콘크리트 $6N/mm^2$, 강봉 $40N/mm^2$이다. 따라서 $P = 6 \times 90,000 + 40 \times 4,500 = 720,000N = 720kN$이므로 옳다.

오답 포인트

강체판 때문에 두 재료의 변형률이 같다는 조건을 놓치고 콘크리트만 또는 강봉만 계산하면 540 kN, 180 kN 같은 오답이 나온다. 또한 콘크리트 단면적을 전체 단면적으로 두면 강봉 면적이 중복 계산된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

합성부재 축하중 문제는 먼저 $\varepsilon = \delta/L$로 공통 변형률을 구하고, 다음에 A_c와 A_s를 분리한 뒤 $P = \sigma_c A_c + \sigma_s A_s$로 합산하면 된다.

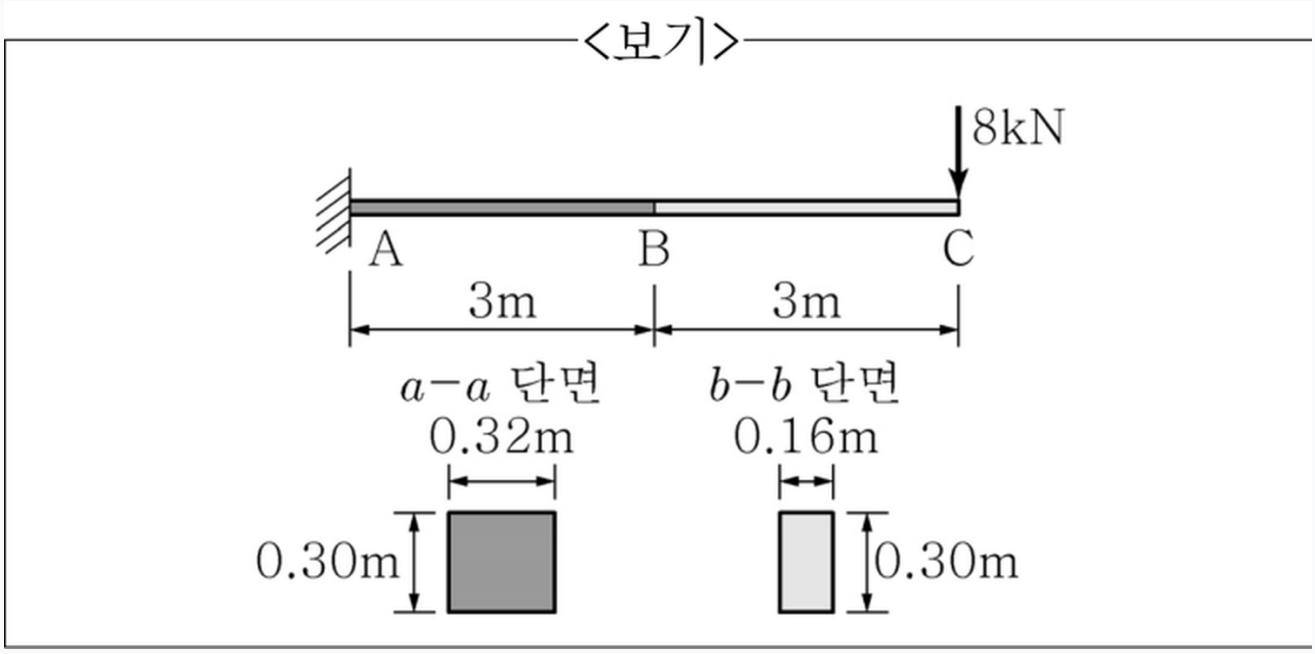
암기 포인트

강체판이 있으면 변형률은 같고, 전체 하중은 각 재료 분담하중의 합이다.

NoteBase

문 16. <보기>와 같이 탄성계수 E=10 GPa이며, 단면이 균일하지 않은 캔틸레버보의 C점에 8 kN의 집중하중이 작용할 때, B점과 C점의 수직처짐[mm]은? (단, A점~B점까지 보의 단면은 a-a 단면으로 동일하고, B점~C점까지 보의 단면은 b-b 단면으로 동일하며, 자중은 무시한다.)

<보기>



① $\delta_B = 25\,(\downarrow), \delta_C = 90\,(\downarrow)$

② $\delta_B = 50\,(\downarrow), \delta_C = 90\,(\downarrow)$

③ $\delta_B = 50\,(\downarrow), \delta_C = 180\,(\downarrow)$

④ $\delta_B = 100\,(\downarrow), \delta_C = 180\,(\downarrow)$

정답 1번

출제 포인트

단면 2차모멘트가 구간마다 다른 캔틸레버보에서 가상일법으로 B점과 C점의 수직처짐을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $P = 8kN = 8000N$, $E = 10GPa = 10^{10}Pa$, $AB = 3m$, $BC = 3m$이다.

단면 2차모멘트는

$I_a = \frac{0.32 \times 0.30^3}{12} = 7.2 \times 10^{-4} m^4$

$I_b = \frac{0.16 \times 0.30^3}{12} = 3.6 \times 10^{-4} m^4$

이다.

구해야 할 값은 δ_B, δ_C이며, EI가 B점에서 바뀌므로 적분을 구간별로 나누어야 한다.

NoteBase

사용할 공식

가상일법을 사용한다.

$\delta = \int \frac{Mm}{EI} dx$

여기서 M은 실제하중에 의한 모멘트, m은 구하려는 점에 단위하중을 작용시켰을 때의 가상모멘트이다.

이 문제는 집중하중 1개가 작용하는 캔틸레버보이고, 처짐을 구하는 점이 둘이며 구간마다 I가 다르므로 Mm/EI 적분이 가장 직접적이다.

계산 과정

실제모멘트는 고정단에서 거리 x만큼 떨어진 단면에 대해 $M(x) = P(6 - x)$이다.

1 B점 처짐

B점에 단위하중을 작용시키면 가상모멘트는 AB 구간에서만

$m_B(x) = 3 - x \quad (0 \le x \le 3)$

이고 BC 구간에서는 0이다.

따라서

$\delta_B = \int_0^3 \frac{P(6-x)(3-x)}{EI_a} dx = 0.025m = 25mm$

이다.

2 C점 처짐

C점에 단위하중을 작용시키면 전 구간에서

$m_C(x) = 6 - x$

이다.

따라서

$\delta_C = \int_0^3 \frac{P(6-x)^2}{EI_a} dx + \int_3^6 \frac{P(6-x)^2}{EI_b} dx$

$= 0.045m + 0.045m = 0.090m = 90mm$

이다.

선지별 해설

① O: 계산 결과가 $\delta_B = 25mm$, $\delta_C = 90mm$이므로 맞는 선지이다.

② X: 틀린 표현은 "_B=50"이다. B점 처짐의 가상모멘트는 AB 구간에만 존재하므로 $a - a$ 단면의 I_a를 써야 한다. 올바르게는 $\delta_B = 25mm$이고, $\delta_C = 90mm$만 맞다.

③ X: 틀린 표현은 "_B=50, _C=180"이다. 전 구간을 더 작은 $b - b$ 단면으로 본 값에 해당하며 실제보다 처짐을 2배 크게 본 경우이다. 올바르게는 $\delta_B = 25mm$, $\delta_C = 90mm$이다.

④ X: 틀린 표현은 "_B=100, _C=180"이다. B점 처짐은 AB 구간만 적분하므로 100mm가 될 수 없고, C점도 실제 계산값은 90mm이다. 올바르게는 $\delta_B = 25mm$, $\delta_C = 90mm$이다.

NoteBase

오답 포인트

B점과 C점의 가상모멘트도를 같게 보는 실수가 가장 흔하다. B점 처짐은 BC 구간의 가상모멘트가 0이므로 AB만 적분한다. 또 C점 처짐은 전 구간을 적분하되 EI가 바뀌는 B점에서 반드시 적분을 끊어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

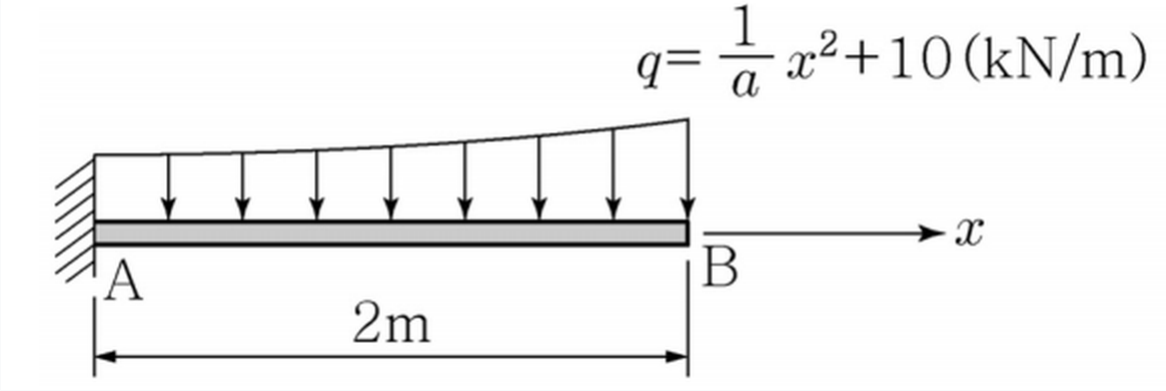
캔틸레버보의 처짐 문제는 먼저 구간별 I를 계산하고, 다음에 구하려는 점에 단위하중을 놓아 가상모멘트도를 만든 뒤, 마지막으로 EI가 바뀌는 위치마다 $\int Mm/(EI)dx$를 나누어 계산하면 된다.

암기 포인트

가상일법 처짐은 $\delta = \int Mm/(EI)dx$이며, 처짐을 구하는 점이 바뀌면 m이 바뀌고 단면이 바뀌면 적분구간을 끊는다.

NoteBase

문 17. <보기>의 2차함수 형태의 분포하중을 받는 캔틸레버보에 대하여 A점에서의 휨모멘트가 $-21\text{kN}\cdot\text{m}$ 일 때, 상수 a의 값은? (단, a는 0보다 큰 상수이고, 모멘트 부호는 시계방향을 +로 간주한다.)



① 2

② 4

③ 6

④ 8

정답 2번

출제 포인트

캔틸레버보에 작용하는 분포하중의 고정단 모멘트를 $\int_0^L q(x)x\,dx$로 계산하고, 부호조건까지 반영해 상수 a를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 보 길이는 2m이다.
- 분포하중은 $q(x)=\frac{1}{a}x^2+10(\text{kN/m})$이다.
- A점 휨모멘트는 $-21\text{kN}\cdot\text{m}$이다.

구해야 할 값:
- 상수 a의 값이다.

주의할 조건:
- 모멘트 부호는 시계방향을 +로 둔다.

NoteBase

사용할 공식

$M_A = -\int_0^L q(x)x dx$

이 공식을 쓰는 이유:

캔틸레버보의 고정단 모멘트는 각 미소하중 $q(x)dx$가 A점에 대해 만드는 모멘트를 적분해 구한다. 아래쪽 하중은 A점에 대해 반시계방향의 내부 휨모멘트를 만들므로, 시계방향을 +로 두면 음수로 나타난다.

계산 과정

1. A점 모멘트를 적분식으로 세우면

$M_A = -\int_0^2 (\frac{1}{a}x^2 + 10)x dx$

이다.

2. 적분 대상을 정리하면

$M_A = -\int_0^2 (\frac{x^3}{a} + 10x)dx = -\left[\frac{x^4}{4a} + 5x^2\right]_0^2$

이다.

3. $x = 2$를 대입하면

$M_A = -(\frac{16}{4a} + 20) = -(\frac{4}{a} + 20)$

이다.

4. 주어진 $M_A = -21\text{kN}\cdot\text{m}$을 대입하면

$-(\frac{4}{a} + 20) = -21 \Rightarrow \frac{4}{a} = 1 \Rightarrow a = 4$

이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $a=2$이면 $M_A=-(4/2+20)=-22\text{kN}\cdot\text{m}$이므로 조건의 $-21\text{kN}\cdot\text{m}$와 다르다.
- 틀린 표현은 '2'이고, 올바르게는 $a=4$이다.

② O
- $a=4$이면 $M_A=-(4/4+20)=-21\text{kN}\cdot\text{m}$이 되어 주어진 휨모멘트와 일치한다.

③ X
- $a=6$이면 $M_A=-(4/6+20)\approx -20.67\text{kN}\cdot\text{m}$이므로 조건보다 절댓값이 작다.
- 틀린 표현은 '6'이고, 올바르게는 $a=4$이다.

④ X
- $a=8$이면 $M_A=-(4/8+20)=-20.5\text{kN}\cdot\text{m}$이므로 조건과 일치하지 않는다.
- 틀린 표현은 '8'이고, 올바르게는 $a=4$이다.

계산 결과 $a=4$이므로 정답은 2번이다.

오답 포인트

이 문제는 분포하중 $q(x)$만 적분하고 모멘트팔 x를 한 번 더 곱하지 않는 실수를 노리기 쉽다. 또한 아래쪽 하중인데 시계방향을 +로 둔 조건을 놓치면 부호를 반대로 둘 수 있다. ①의 2는 $\frac{4}{a}=1$을 잘못 정리할 때 고르기 쉬운 값이고, ③·④는 계산 뒤에 주어진 모멘트와 대조하지 않으면 남기 쉬운 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

캔틸레버 분포하중 문제는 먼저 M= ∫ q(x)×모멘트팔 dx 형태를 세우고, 그다음 적분값에 부호조건을 반영해 주어진 모멘트와 일치하는지 확인하면 된다.

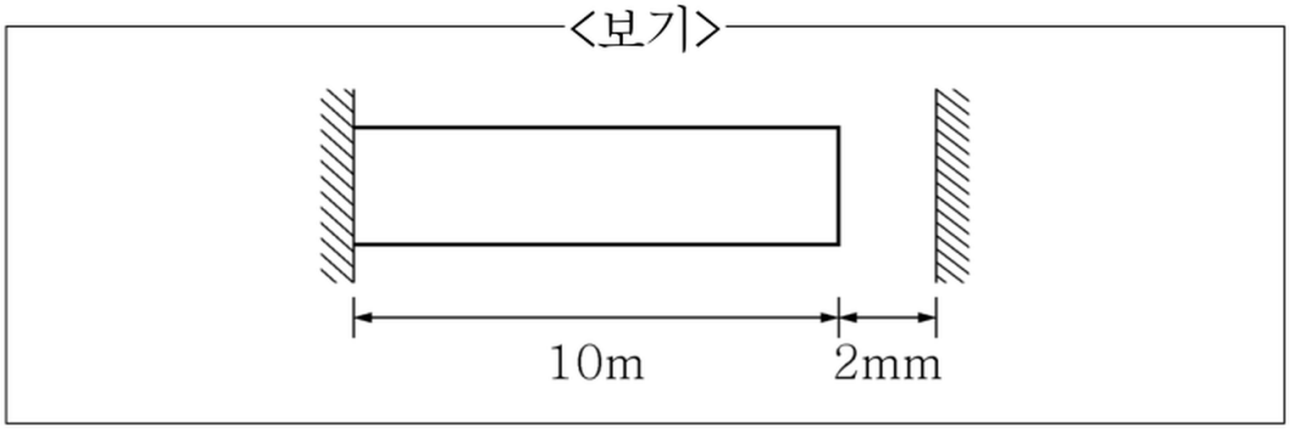
암기 포인트

$q(x)$가 주어지면 고정단 모멘트는 $\int q(x)x dx$로 구하며, 캔틸레버의 아래쪽 하중은 시계방향 + 기준에서 음의 고정단 모멘트가 된다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 왼쪽 단이 구속된 부재의 온도가 ΔT만큼 상승하여 부재 단면에 50 MPa의 압축응력이 발생하였을 때, 온도변화 ΔT[℃]는? (단, 열팽창계수 $\alpha = 1 \times 10^{-5}/^{\circ}\mathrm{C}$, 탄성계수 $E = 100\mathrm{GPa}$이고, 온도변화는 전 구간에 균일하게 작용한다고 가정한다.)

<보기>



① 40

② 50

③ 60

④ 70

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 고정단 부재의 열응력에서 자유 열팽창량이 틈새 폐합량과 탄성압축량의 합이 된다는 점을 이용해 온도변화 ΔT를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 길이 $L = 10m$, 틈새 $g = 2mm$, 압축응력 $\sigma = 50MPa$, 열팽창계수 $\alpha = 1 \times 10^{-5}/^{\circ}C$, 탄성계수 $E = 100GPa$이다.
구해야 할 값: 온도변화 ΔT이다.
주의할 조건: 온도상승 후 먼저 2mm 틈이 닫히고, 그 다음 추가 열팽창이 구속되어 압축응력 50 MPa가 생긴다.

NoteBase

사용할 공식

자유 열팽창량은 $\delta_T = \alpha L \Delta T$ 이다.
응력으로 막힌 탄성변형량은 $\delta_\sigma = \frac{\sigma}{E} L$ 이다.
따라서 이 문제에서는 $\alpha L \Delta T = g + \delta_\sigma$ 를 쓴다.
이 공식을 쓰는 이유는 실제 부재가 오른쪽 벽에 닿기 전까지는 자유팽창하고, 벽에 닿은 뒤의 추가 팽창분만큼 압축응력이 발생하기 때문이다.

계산 과정

먼저 응력 50 MPa에 대응하는 탄성변형률은
$\varepsilon_\sigma = \frac{\sigma}{E} = \frac{50 \times 10^6}{100 \times 10^9} = 5 \times 10^{-4}$
이다.
따라서 구속으로 막힌 길이변화는
$\delta_\sigma = \varepsilon_\sigma L = 5 \times 10^{-4} \times 10m = 0.005m = 5mm$
이다.
틈새 2mm까지 먼저 팽창해야 하므로 전체 자유 열팽창량은
$\delta_T = g + \delta_\sigma = 2mm + 5mm = 7mm = 0.007m$
이다.
이제 $\delta_T = \alpha L \Delta T$ 를 대입하면
$0.007 = (1 \times 10^{-5}) \times 10 \times \Delta T$
$\Delta T = 70\,^\circ C$
가 된다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 40은 자유 열팽창량이 4mm일 때의 값이다. 이 값으로는 틈새 2mm를 닫고도 압축응력 50 MPa에 필요한 추가 구속변형 5mm를 만들 수 없다.
- 틀린 값은 40이고, 올바른 값은 70이다.

② X
- 50은 자유 열팽창량을 5mm로 본 값에 해당한다. 이는 응력으로 막힌 변형량만 반영하고 초기 틈새 2mm를 누락한 계산이다.
- 틀린 값은 50이고, 올바른 값은 70이다.

③ X
- 60은 자유 열팽창량이 6mm일 때의 값이다. 하지만 필요한 총 열팽창량은 틈새 2mm와 구속변형 5mm를 합한 7mm이다.
- 틀린 값은 60이고, 올바른 값은 70이다.

④ O
- 자유 열팽창량이 총 7mm가 되어야 하므로 $\Delta T = 70\,^{\circ}C$가 맞다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 틈새 2mm와 응력으로 막힌 추가 변형 5mm를 분리해서 보지 않는 데 있다. 압축응력 50 MPa가 생겼다는 말은 벽에 닿은 뒤의 추가 팽창이 5mm만큼 구속되었다는 뜻이지, 전체 팽창량이 5mm라는 뜻은 아니다.

다시 나오면 이렇게 판단

열응력 계산에서 틈새가 있으면 먼저 자유팽창으로 틈새를 닫는 양을 구하고, 그 다음 응력에서 σ/E로 구속변형량을 구해 둘을 합친다. 마지막에 $\alpha L \Delta T$와 연결하면 된다.

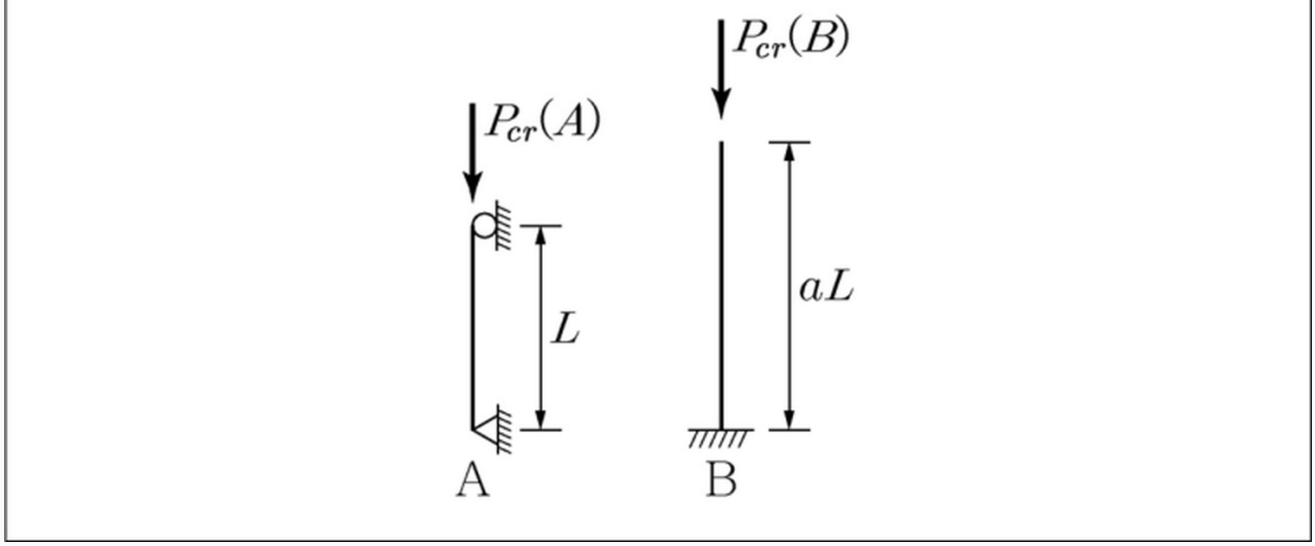
암기 포인트

틈새가 있는 열응력 문제는 전체 자유팽창량 = 틈새 폐합량 + 구속변형량이다.

NoteBase

문 19. <보기>의 두 압축부재의 탄성좌굴하중 비가 $P_{cr}(A) : P_{cr}(B) = 16 : 3$일 때, 부재 B의 길이는? (단, 부재 B의 탄성계수 $E_B = 1.5E_A$이고 단면 2차모멘트 $I_B = 2.0I_A$이다.)

<보기>



① $1.5L$

② $2.0L$

③ $2.5L$

④ $3.0L$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 오일러 탄성좌굴하중식에서 지지조건에 따른 유효좌굴길이와 EI의 비를 이용해 부재 B의 길이를 구하는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

주어진 값:

- $P_{cr}(A) : P_{cr}(B) = 16 : 3$
- $E_B = 1.5E_A$
- $I_B = 2I_A$
- A의 길이 $= L$, B의 길이 $= aL$

구해야 할 값:

- 부재 B의 길이 aL

주의할 조건:

- A는 양단 힌지이므로 $K_A = 1$이다.
- B는 하단 고정, 상단 자유인 캔틸레버이므로 $K_B = 2$이다.

사용할 공식

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$

이 공식을 쓰는 이유:

두 부재 모두 압축부재의 탄성좌굴하중을 비교하는 문제이므로, 재료강성 E, 단면 2차모멘트 I, 지지조건에 따른 유효길이계수 K, 실제 길이 L의 관계를 그대로 적용하면 된다.

계산 과정

1. 부재 A의 좌굴하중은 $K_A = 1$이므로

$P_{cr}(A) = \frac{\pi^2 E_A I_A}{L^2}$

2. 부재 B의 좌굴하중은 $K_B = 2$, 길이 aL이므로

$P_{cr}(B) = \frac{\pi^2 E_B I_B}{(2aL)^2}$

3. 비를 정리하면

$\frac{P_{cr}(A)}{P_{cr}(B)} = \frac{E_A I_A / L^2}{E_B I_B / (2aL)^2} = \frac{4a^2 E_A I_A}{E_B I_B}$

여기에 $E_B = 1.5E_A$, $I_B = 2I_A$를 대입하면

$\frac{P_{cr}(A)}{P_{cr}(B)} = \frac{4a^2}{1.5 \times 2} = \frac{4a^2}{3}$

4. 주어진 비 16 : 3과 같게 두면

$\frac{4a^2}{3} = \frac{16}{3}$

따라서 $a^2 = 4$, $a = 2$이다.

5. 따라서 부재 B의 길이는 $2.0L$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과 $a = 2$이므로 부재 B의 길이를 $1.5L$로 볼 수 없다.
- 이 값은 주어진 좌굴하중비 16 : 3을 만족하지 않는다.
- 틀린 표현은 "부재 B의 길이는 $1.5L$이다"이고, 올바르게는 "부재 B의 길이는 $2.0L$이다"이다.

② O
- 오일러 좌굴하중식에 A의 양단 힌지, B의 고정-자유 조건을 반영하면 $a = 2$가 나온다.
- 따라서 부재 B의 길이는 $2.0L$이고, 정답은 ②이다.

③ X
- $2.5L$이면 $a = 2.5$가 되어 $\frac{4a^2}{3} = \frac{25}{3}$가 되므로 주어진 비 16 : 3과 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 "부재 B의 길이는 $2.5L$이다"이고, 올바르게는 "부재 B의 길이는 $2.0L$이다"이다.

④ X
- $3.0L$이면 $a = 3$이 되어 $\frac{4a^2}{3} = 12$가 되므로 주어진 좌굴하중비보다 커진다.
- 틀린 표현은 "부재 B의 길이는 $3.0L$이다"이고, 올바르게는 "부재 B의 길이는 $2.0L$이다"이다.

오답 포인트

가장 흔한 오류는 지지조건을 잘못 읽는 것이다. A를 양단 힌지가 아니라 고정-힌지로 보거나, B의 유효좌굴길이를 실제 길이와 같게 두면 답이 달라진다. 이 문제는 E와 I의 비보다 먼저 K값을 정확히 잡는지가 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

좌굴하중 비교 문제는 먼저 각 부재의 지지조건에서 유효길이계수 K를 정하고, 다음에 $P_{cr} \propto EI/(KL)^2$ 비례식으로 정리한 뒤, 마지막에 E, I, 길이비를 대입해 판단한다.

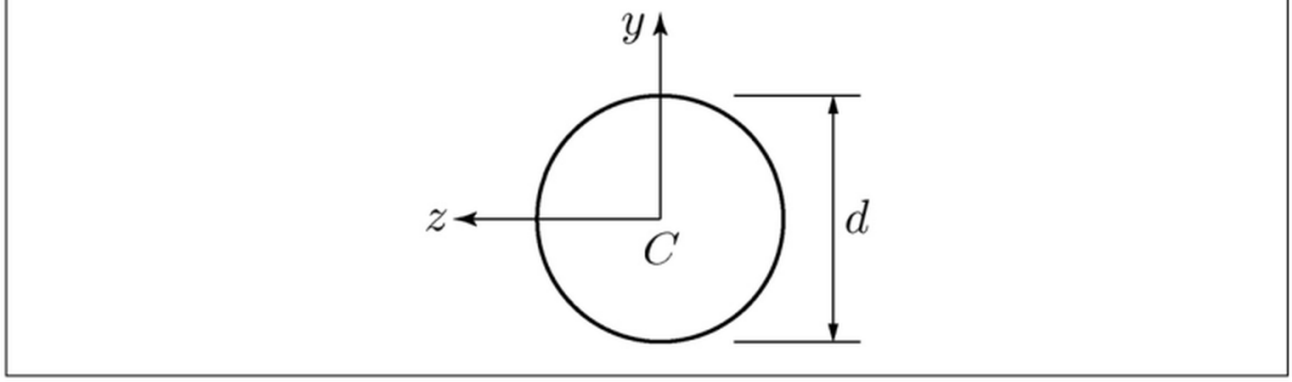
암기 포인트

오일러 좌굴하중은 EI에 비례하고 $(KL)^2$에 반비례한다. 양단 힌지는 $K = 1$, 고정-자유는 $K = 2$이다.

NoteBase

문 20. <보기>와 같이 직경이 d인 원형단면 보의 소성모멘트 값은? (단, 보는 완전탄소성 거동을 하며 재료의 항복강도는 σ_y이다.)

<보기>



① $\frac{\sigma_y d^3}{12}$
② $\frac{\sigma_y d^3}{6}$
③ $\frac{\sigma_y d^3}{3}$
④ $\frac{2\sigma_y d^3}{3}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 완전탄소성 상태의 원형단면에서 소성단면계수 Z_p를 구한 뒤 소성모멘트 $M_p = \sigma_y Z_p$를 적용할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값은 직경 d, 반지름 $R = d/2$, 항복강도 σ_y이다.
구해야 할 값은 원형단면 보의 소성모멘트 M_p이다.
완전탄소성 거동이므로 탄성단면계수 I/c가 아니라 소성단면계수 Z_p를 사용한다.

사용할 공식

$M_p = \sigma_y Z_p$
$Z_p = 2A'\bar{y}$
여기서 반원 하나의 면적은 $A' = \pi R^2/2$, 반원 도심의 거리 는 $\bar{y} = 4R/(3\pi)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 소성중립축이 원의 중심을 지나고, 상하 반원이 각각 전부 항복응력 σ_y를 받는 완전탄소성 상태이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 반원 하나의 면적과 도심거리를 이용해 소성단면계수를 구하면 $Z_p = 2 \times (\pi R^2/2) \times (4R/(3\pi))$이다.
2. 정리하면 $Z_p = 4R^3/3$이고, $R = d/2$를 대입하면 $Z_p = 4(d/2)^3/3 = d^3/6$이다.
3. 따라서 소성모멘트는 $M_p = \sigma_y Z_p = \sigma_y d^3/6$이다.

선지 판단

1번 X: $\sigma_y d^3/12$는 정답의 절반이다. 상하 두 반원이 모두 저항하는데 한쪽 반원만 고려한 값에 해당한다. 틀린 표현은 $\sigma_y d^3/12$이고, 올바르게는 $\sigma_y d^3/6$이다.
2번 O: 계산 결과 소성단면계수는 $Z_p = d^3/6$이므로 소성모멘트는 $\sigma_y d^3/6$이 된다.
3번 X: $\sigma_y d^3/3$는 정답의 2배이다. 상하 반원을 이미 합산한 뒤 계수를 다시 2배로 처리한 값이다. 틀린 표현은 $\sigma_y d^3/3$이고, 올바르게는 $\sigma_y d^3/6$이다.
4번 X: $2\sigma_y d^3/3$는 정답의 4배이다. 반지름을 직경으로 바꿀 때 $R = d/2$의 세제곱 변환을 놓치면 나올 수 있는 과대값이다. 틀린 표현은 $2\sigma_y d^3/3$이고, 올바르게는 $\sigma_y d^3/6$이다.

오답 포인트

원형단면 문제에서 탄성모멘트와 소성모멘트를 혼동하거나, 반원 도심거리 $4R/(3\pi)$를 쓴 뒤 $R = d/2$ 치환에서 $1/2^3$을 빠뜨리면 오답이 된다. 특히 $4R^3/3$를 바로 d식으로 바꾸는 단계에서 계수가 가장 자주 틀린다.

다시 나오면 이렇게 판단

완전탄소성 단면 문제가 나오면 먼저 $M_p = \sigma_y Z_p$를 떠올리고, 대칭단면이면 소성중립축 기준으로 상하 면적의 도심거리 곱 $2A'\bar{y}$로 Z_p를 구한 뒤 마지막에 $R = d/2$ 치환을 검산한다.

암기 포인트

원형단면의 소성단면계수는 $Z_p = 4R^3/3 = d^3/6$이므로 소성모멘트는 $M_p = \sigma_y d^3/6$이다.

NoteBase