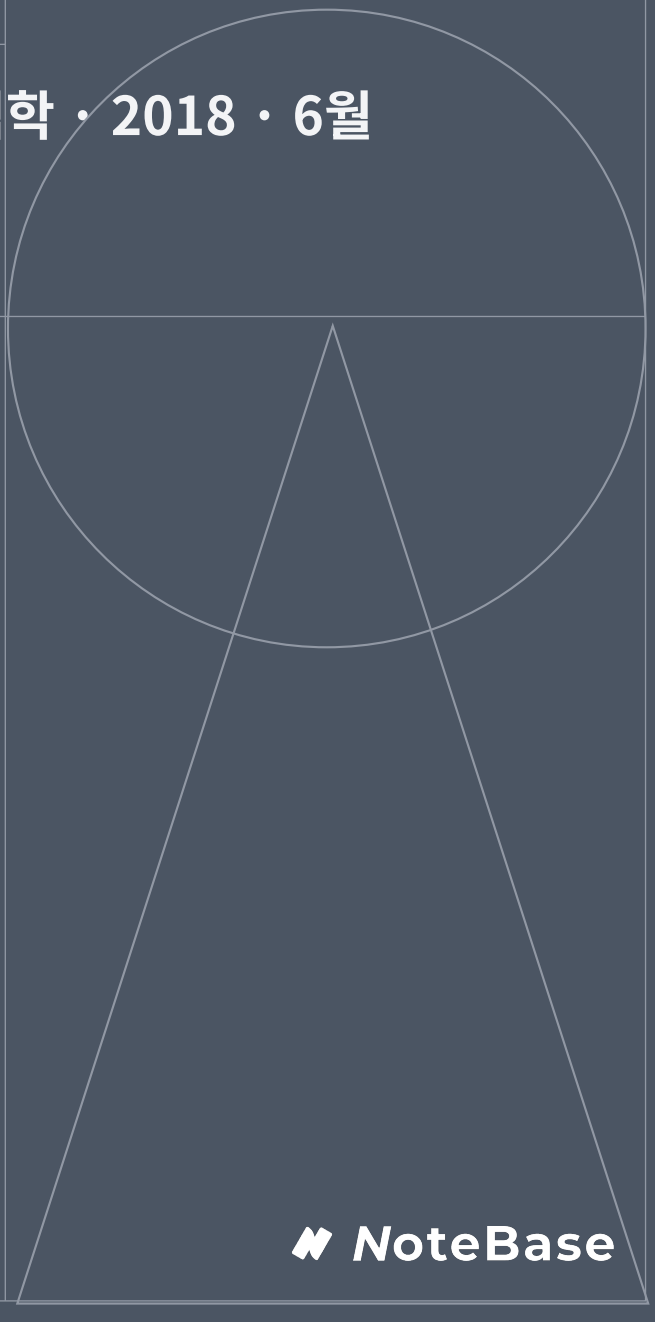
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월



NoteBase

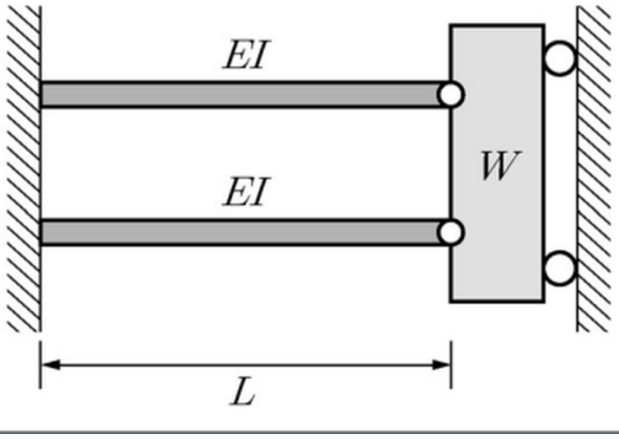
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월

문 1. <보기>와 같이 한쪽은 고정되어 있고 타단은 강체(rigid body)에 핀으로 연결되어 있는 두 개의 보가 있다. 강체는 벽면을 타고 움직일 수 있으며 강체의 무게를 W라 할 때 두 개의 보가 갖는 스프링강성도는? (단, EI=휨강성이다.)

<보기>



① $\frac{6EI}{L^3}$
② $\frac{3EI}{L^3}$
③ $\frac{3EI}{2L^3}$
④ $\frac{2EI}{3L^3}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 고정-자유 보의 끝단 수직강성 $3EI/L^3$을 이용해 두 보의 병렬 스프링강성을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 각 보는 길이 L, 휨강성 EI를 가진다.
- 왼쪽 끝은 고정, 오른쪽 끝은 강체와 핀으로 연결되어 끝모멘트가 0이다.
- 강체는 벽면을 따라 움직이므로 회전하지 않고 수직으로만 같은 변위 δ를 가진다.
- 구해야 할 값은 두 보가 강체에 제공하는 등가 스프링강성 k이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월

사용할 공식

한 개의 외팔보 끝단에 수직하중 P가 작용할 때 끝단 처짐은 $\delta = PL^3/(3EI)$이므로 끝단 강성은 $k_b = P/\delta = 3EI/L^3$이다.
두 보는 같은 변위를 가지며 하중을 분담하므로 병렬 스프링처럼 작용하여 $k_{eq} = k_1 + k_2$가 된다.

계산 과정

1. 각 보는 오른쪽 끝이 핀이라 끝모멘트가 없으므로 끝단 수직강성은 외팔보와 같아 $k_b = 3EI/L^3$이다.
2. 강체는 벽면 가이드 때문에 회전하지 않으므로 위아래 두 보의 끝단 변위가 모두 δ로 같다.
3. 따라서 두 보는 병렬 연결이 되어
$k_{eq} = k_b + k_b = \frac{3EI}{L^3} + \frac{3EI}{L^3} = \frac{6EI}{L^3}$
가 된다.

선지별 해설

① O
- 두 보의 각 강성 $3EI/L^3$가 병렬로 합쳐져 $6EI/L^3$가 되므로 옳다.

② X
- $3EI/L^3$는 보 한 개만의 끝단 강성값이다. 두 개 보 전체 강성으로 고치면 $6EI/L^3$이다.

③ X
- $3EI/(2L^3)$는 두 보를 직렬처럼 처리하거나 병렬 합을 반대로 계산한 값이다. 이 문제의 두 보는 같은 변위를 가지므로 직렬이 아니라 병렬이며 올바른 값은 $6EI/L^3$이다.

④ X
- $2EI/(3L^3)$는 $3EI/L^3$를 역으로 뒤집거나 계수를 잘못 정리한 값이다. 외팔보 한 개의 강성은 $3EI/L^3$이므로 전체 강성은 그 두 배인 $6EI/L^3$으로 고쳐야 한다.

오답 포인트

핀 연결이라는 말만 보고 끝단 강성을 0으로 보거나, 보 두 개를 직렬로 착각하기 쉽다. 이 문항의 핵심은 핀은 모멘트를 전달하지 않을 뿐이고, 강체가 회전하지 않아 두 보의 끝단 변위가 같으므로 병렬 합산을 해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체가 가이드에 의해 한 방향으로만 이동하면 각 부재가 같은 변위를 가지는지부터 본다. 같은 변위를 가지면 병렬, 같은 힘이 연속 전달되면 직렬로 판단하며, 각 부재의 개별 강성을 먼저 구한 뒤 합성하면 된다.

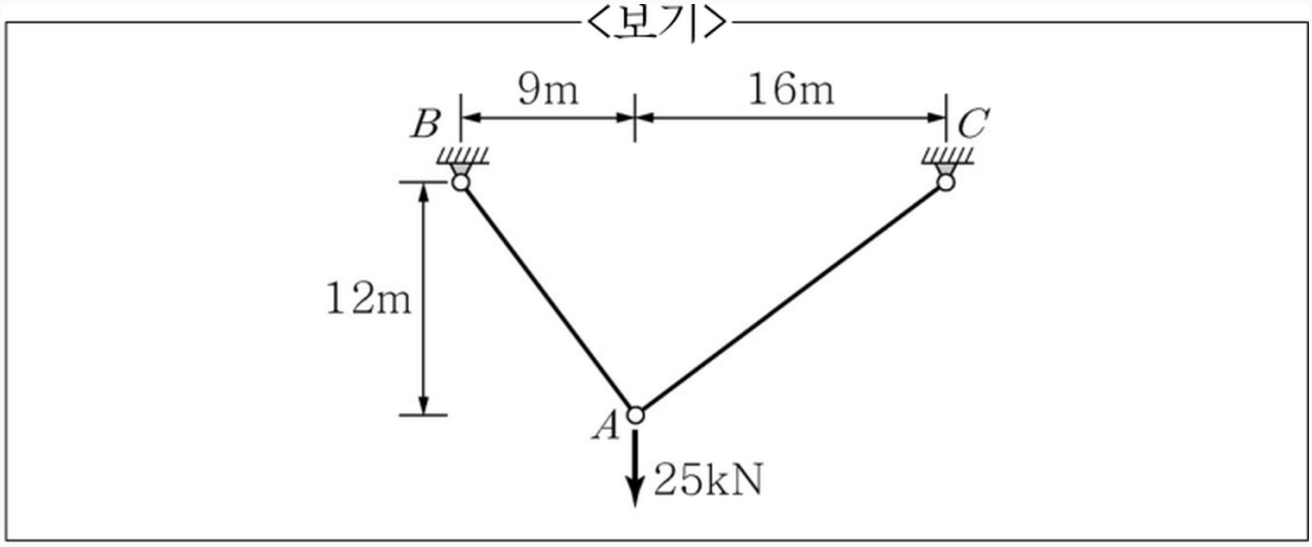
암기 포인트

외팔보 끝단 강성은 $3EI/L^3$, 같은 변위를 받는 부재들은 병렬이므로 강성을 그대로 더한다.

NoteBase

문 2. <보기>의 트러스에서 A점의 수직처짐량은? (단, 모든 부재의 탄성계수, 단면적은 각각 E(kN/m^2), A(m^2)로 동일하다.)

<보기>



① $\frac{320}{EA}$

② $\frac{360}{EA}$

③ $\frac{400}{EA}$

④ $\frac{420}{EA}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 절점 A의 수직처짐량을 단위하중법으로 구하는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 값: A점에 아래로 25 kN이 작용하고, B와 A의 수평거리는 9m, C와 A의 수평거리는 16m, 높이차는 모두 12m이다.

부재 길이: $AB = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15m$, $AC = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20m$이다.

실제 부재력: 절점 A의 평형에서 $N_{AB} = 20kN$, $N_{AC} = 15kN$이다.

구해야 할 값: A점의 수직처짐량이다.

주의할 조건: 모든 부재의 E, A가 같으므로 두 부재의 축변형 기여를 모두 더해야 한다.

NoteBase

사용할 공식

단위하중법을 사용한다.

$\delta_A = \sum \frac{N_i n_i L_i}{EA}$

여기서 N_i는 실제 하중 25 kN일 때의 부재력, n_i는 A점에 아래방향 단위하중 1을 작용시켰을 때의 부재력이다.

이 공식을 쓰는 이유: 트러스의 한 절점 처짐은 각 부재의 축변형이 그 절점 변위에 기여한 양의 합으로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 실제 하중 25 kN에 대한 절점 A의 평형을 잡는다.

$\sum H = 0 : -\frac{3}{5}N_{AB} + \frac{4}{5}N_{AC} = 0$

$\sum V = 0 : \frac{4}{5}N_{AB} + \frac{3}{5}N_{AC} = 25$

따라서 $N_{AB} = 20kN, N_{AC} = 15kN$이다.

2. A점에 아래방향 단위하중 1을 작용시켜 가상 부재력 n_i를 구한다.

$\sum H = 0 : -\frac{3}{5}n_{AB} + \frac{4}{5}n_{AC} = 0$

$\sum V = 0 : \frac{4}{5}n_{AB} + \frac{3}{5}n_{AC} = 1$

따라서 $n_{AB} = \frac{4}{5}, n_{AC} = \frac{3}{5}$이다.

3. 단위하중법을 적용한다.

$\delta_A = \frac{20 \cdot \frac{4}{5} \cdot 15 + 15 \cdot \frac{3}{5} \cdot 20}{EA} = \frac{240 + 180}{EA} = \frac{420}{EA}$

따라서 A점의 수직처짐량은 아래방향으로 $\frac{420}{EA}$이다.

선지별 해설

① X: $\frac{320}{EA}$는 두 부재의 변형 기여를 모두 반영한 값이 아니다. 실제 계산은 $\frac{240}{EA} + \frac{180}{EA} = \frac{420}{EA}$이므로, A점 수직처짐량을 $\frac{320}{EA}$로 본 부분이 틀렸고 올바르게는 $\frac{420}{EA}$이다.

② X: $\frac{360}{EA}$는 AC 부재의 기여를 작게 잡은 오답이다. AC 부재의 기여는 $15 \cdot \frac{3}{5} \cdot 20 = 180$이어야 하므로 총 처짐량은 $\frac{360}{EA}$가 아니라 $\frac{420}{EA}$이다.

③ X: $\frac{400}{EA}$는 부재 길이 또는 단위하중 부재력을 잘못 대입한 값이다. 단위하중법으로 두 부재를 모두 합산하면 반드시 $\frac{420}{EA}$가 되므로, 올바른 수직처짐량은 $\frac{400}{EA}$가 아니라 $\frac{420}{EA}$이다.

④ O: 단위하중법으로 $\delta_A = \frac{20 \cdot \frac{4}{5} \cdot 15 + 15 \cdot \frac{3}{5} \cdot 20}{EA} = \frac{420}{EA}$가 된다. 따라서 ④가 옳다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 실제 부재력 N_i만 구해 놓고 단위하중 부재력 n_i를 따로 구하지 않거나, 한 부재의 처짐 기여를 빠뜨리는 데 있다. 또한 $9 - 12 - 15$, $16 - 12 - 20$ 삼각형의 방향코사인을 바꿔 넣으면 오답값이 쉽게 나온다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

트러스 처짐 문제는 먼저 절점 평형으로 실제 부재력 N_i를 구하고, 같은 위치에 단위하중을 걸어 n_i를 구한 뒤, $\delta = \sum N_i n_i L_i/(EA)$로 각 부재의 기여를 모두 더하면 된다.

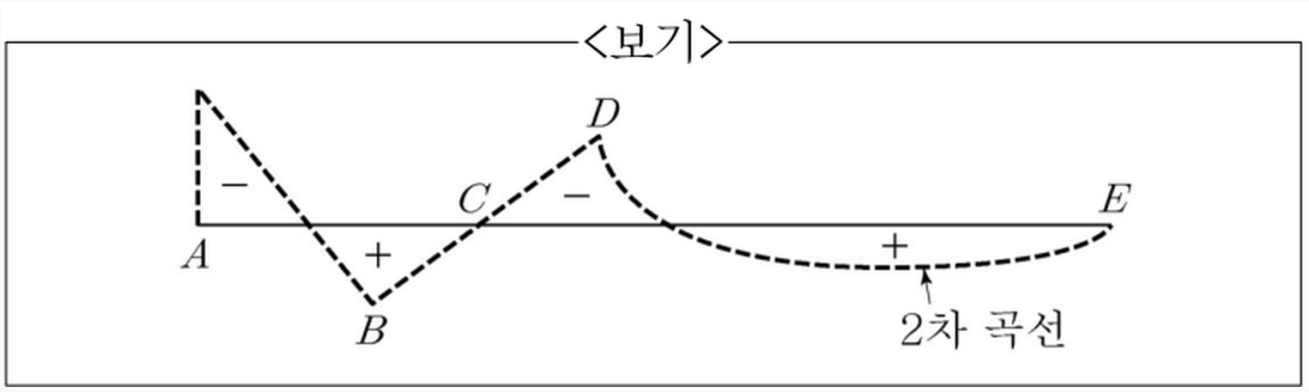
암기 포인트

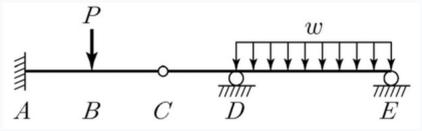
트러스 절점처짐은 '실제부재력 N × 단위하중부재력 n × 부재길이 L'를 전 부재에 대해 합산한 값으로 정리된다.

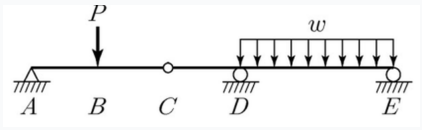
NoteBase

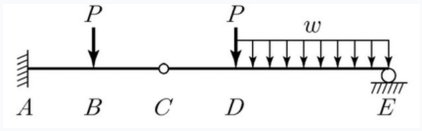
문 3. <보기> 점선의 휨모멘트가 나타나는 구조물로 가장 옳은 것은?

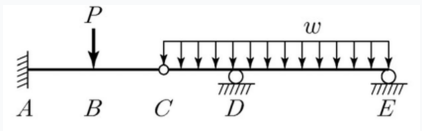
<보기>



① 

② 

③ 

④ 

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 휨모멘트도의 형상만 보고 지점조건과 하중종류를 역으로 판별할 수 있는지를 묻는다.
내부힌지·단순지점에서는 모멘트가 0이 되고, 등분포하중 구간에서는 모멘트도가 2차곡선이 된다.

NoteBase

선지별 해설

1번: O. A가 고정단이므로 A에서 모멘트가 0이 아니어야 하고, C가 내부힌지이므로 C에서 모멘트가 0이 된다. C-D 구간에는 분포하중이 없으므로 직선, D-E 구간에는 등분포하중 w가 작용하므로 2차곡선이 되어 제시 모멘트도와 일치한다.

2번: X. A가 힌지지점이므로 $M_A = 0$이어야 한다. 제시 모멘트도는 A에서 음의 고정단모멘트가 존재하므로 맞지 않는다. 이 선지가 맞으려면 A를 단순지지가 아니라 고정단으로 바꾸어야 한다.

3번: X. C-E는 C와 E가 단순지지인 보에 D점 집중하중과 D-E 등분포하중이 작용하는 형상이다. 이런 경우 D 부근에는 제시도처럼 부모멘트가 생기기 어렵고, 보통 경간 내 정모멘트가 나타난다. 제시 모멘트도처럼 D에서 음의 지점모멘트를 만들려면 D에 중간지지가 있어야 한다.

4번: X. 등분포하중 w가 C부터 E까지 작용하므로 C-D 구간의 모멘트도도 처음부터 2차곡선이어야 한다. 제시 모멘트도는 C-D가 직선이므로 하중 시작점이 C가 아니라 D여야 한다. 따라서 C-D에는 분포하중이 없고 D-E에만 w가 작용하는 1번이 맞다.

오답 포인트

단순지점과 중간지지의 차이를 놓치면 3번을 고르기 쉽다. 단순지지 끝점 E에서는 모멘트가 0이지만, 연속보의 중간지지 D에서는 모멘트가 0일 필요가 없어서 부모멘트가 생길 수 있다. 또 등분포하중 구간이 어디서 시작하는지를 보지 않으면 4번처럼 직선이어야 할 C-D를 포물선 구간으로 잘못 읽게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 모멘트가 0인 점에서 힌지·롤러·핀을 찾고, 0이 아닌 끝점에서는 고정단 여부를 본다. 그다음 직선 구간은 무분포하중, 2차곡선 구간은 등분포하중으로 대응시키면 구조물 형상을 빠르게 거를 수 있다.

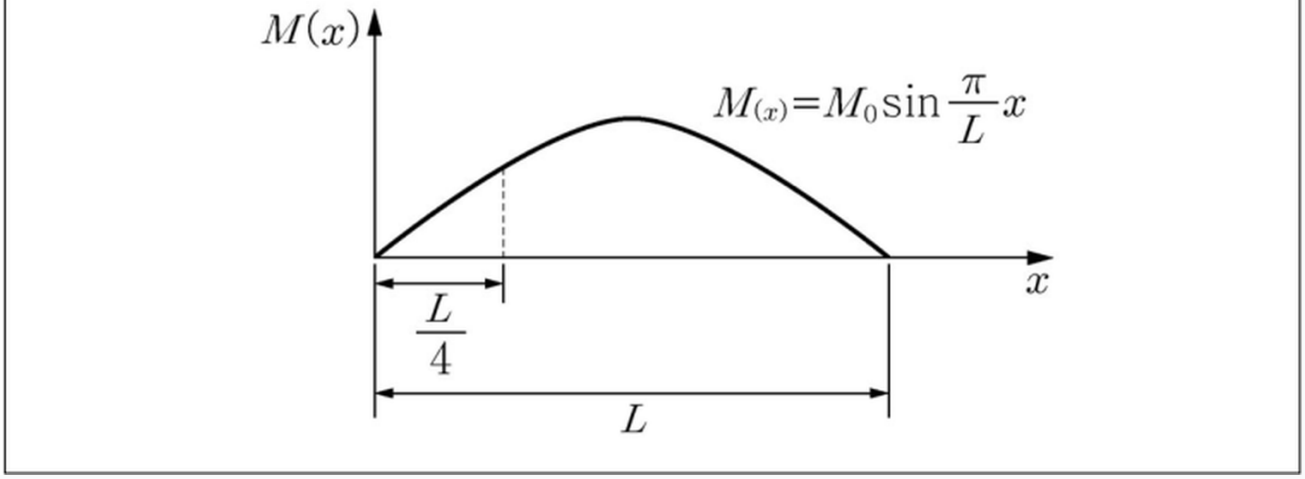
암기 포인트

고정단은 끝모멘트가 남고, 힌지·롤러는 모멘트가 0이며, 등분포하중 구간의 휨모멘트도는 포물선이다.

NoteBase

문 4. 길이가 L인 단순보의 휨모멘트 선도가 <보기>와 같을 때 지점으로부터 $\frac{L}{4}$점의 처짐의 크기는? (단, EI는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{\sqrt{2}M_0L^2}{EI\pi^2}$
② $\frac{\sqrt{2}M_0L^2}{2EI\pi^2}$
③ $\frac{M_0L^2}{EI\pi^2}$
④ $\frac{2M_0L^2}{EI\pi^2}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 주어진 휨모멘트 선도로부터 $EIy'' = M(x)$를 적분하여 단순보의 처짐식을 구하고, $x = L/4$에서의 값을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $M(x) = M_0\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$, 보 길이 L, EI 일정
구해야 할 값: 지점으로부터 $L/4$ 떨어진 점의 처짐 크기
주의할 조건: 단순보이므로 양 지점에서 처짐은 0이다.

사용할 공식

$EIy'' = M(x)$
$y'' = \frac{M_0}{EI}\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$
이 공식을 쓰는 이유: 휨모멘트 선도가 직접 주어졌으므로 곡률-모멘트 관계를 적분하면 처짐식을 바로 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 곡률방정식을 적분하면
$y' = -\frac{M_0 L}{EI\pi}\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_1$
2. 한 번 더 적분하면
$y = -\frac{M_0 L^2}{EI\pi^2}\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_1 x + C_2$
3. 단순보 경계조건 $y(0) = 0, y(L) = 0$을 대입하면 $C_2 = 0, C_1 = 0$이다.
4. 따라서 처짐식은
$y(x) = -\frac{M_0 L^2}{EI\pi^2}\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$
5. $x = L/4$에서
$\left|y\left(\frac{L}{4}\right)\right| = \frac{M_0 L^2}{EI\pi^2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{M_0 L^2}{EI\pi^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}M_0 L^2}{2EI\pi^2}$

선지 판단

1번: X. $\frac{\sqrt{2}M_0 L^2}{EI\pi^2}$는 정답값의 2배이다. $\sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$를 적용해야 하므로 올바르게는 $\frac{\sqrt{2}M_0 L^2}{2EI\pi^2}$이다.
2번: O. 적분으로 얻은 처짐식에 $x = L/4$를 대입하면 $\frac{\sqrt{2}M_0 L^2}{2EI\pi^2}$가 된다.
3번: X. $\frac{M_0 L^2}{EI\pi^2}$는 $\sin(\pi/4)$ 위치계수를 빠뜨린 값이다. 올바르게는 $L/4$점이므로 $\sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$를 곱해야 한다.
4번: X. $\frac{2M_0 L^2}{EI\pi^2}$는 실제 처짐보다 과대평가된 값이다. $L/4$점의 처짐은 최대처짐도 아니며, 올바르게는 $\frac{\sqrt{2}M_0 L^2}{2EI\pi^2}$이다.

오답 포인트

단순보의 경계조건 $y(0) = y(L) = 0$을 반영하지 않거나, 마지막에 $x = L/4$를 대입할 때 $\sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$를 빠뜨리면 1번이나 3번 같은 오답으로 흐르기 쉽다. $L/4$점 값을 최대처짐처럼 취급하면 4번처럼 과대평가된다.

다시 나오면 이렇게 판단

휨모멘트 선도로 처짐을 묻는 계산형 문제는 $EIy'' = M(x)$를 세운 뒤 적분하고, 경계조건으로 적분상수를 정한 다음, 마지막에 요구 위치를 대입하는 순서로 판단한다.

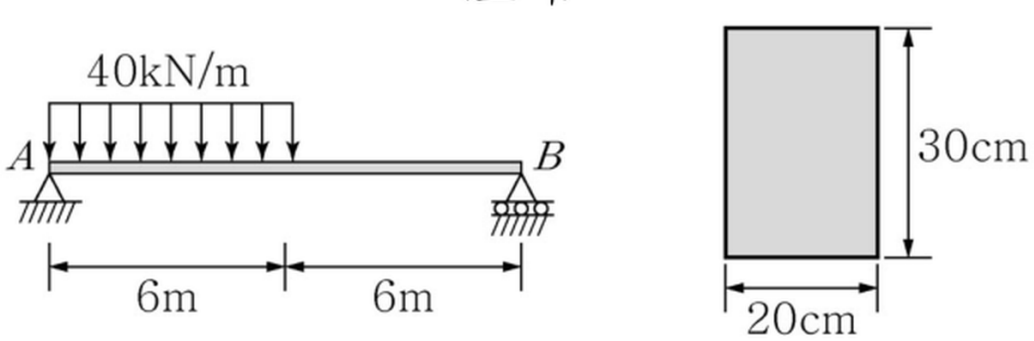
암기 포인트

단순보에서 모멘트함수로 처짐을 구할 때는 $EIy'' = M(x)$ 적분 후 경계조건 두 개로 상수를 없애고, 위치계수 $\sin(\pi x/L)$를 끝까지 반영한다.

NoteBase

문 5. <보기>와 같이 등분포하중을 받는 직사각형 단면의 단순보에 발생하는 최대전단응력의 크기는?

<보기>



① 3.2N/mm^2

② 3.5N/mm^2

③ 4.2N/mm^2

④ 4.5N/mm^2

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 부분 등분포하중을 받는 단순보에서 최대 전단력 V_{max}를 구한 뒤, 직사각형 단면의 최대전단응력 공식을 적용할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전 경간은 12m이고, 왼쪽 6m 구간에만 $40kN/m$의 등분포하중이 작용한다. 단면은 가로 20cm, 세로 30cm인 직사각형이다.
구해야 할 값: 단면에 발생하는 최대전단응력이다.
주의할 조건: 최대전단응력은 최대굽힘모멘트가 아니라 최대전단력에서 결정되며, 직사각형 단면에서는 평균전단응력의 1.5배가 최대전단응력이다.

사용할 공식

사용할 공식은 $\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}$이다.
직사각형 단면의 전단응력 분포는 포물선형이므로 중앙축에서 최대가 되고, 그 값은 평균전단응력 $\frac{V}{A}$의 1.5배가 된다. 따라서 먼저 보의 최대전단력 V_{max}를 구한 뒤 단면적 $A = bh$를 대입하면 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 등분포하중의 합력은 $40 \times 6 = 240kN$이고, 작용점은 A점에서 3m 떨어진 위치이다.
2. A점에 대한 모멘트평형에서 $R_B \times 12 = 240 \times 3$이므로 $R_B = 60kN$이다.
3. 연직방향 힘평형에서 $R_A = 240 - 60 = 180kN$이다.
4. 전단력은 A점 직후에서 가장 크게 $V_{max} = 180kN$이다.
5. 단면적은 $A = 20cm \times 30cm = 200mm \times 300mm = 60000mm^2$이다.
6. 따라서 최대전단응력은 $\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{180000}{60000} = 4.5N/mm^2$ 이다.

선지 판단

1번 X: $3.2N/mm^2$는 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $4.5N/mm^2$이다. 이 값은 최대전단력 대신 더 작은 전단력을 쓰거나 직사각형의 1.5배 계수를 빠뜨렸을 때 나올 수 있는 오답이다.
2번 X: $3.5N/mm^2$는 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $4.5N/mm^2$이다. 반력 계산을 잘못해 최대전단력을 과소평가하면 생기기 쉬운 오답이다.
3번 X: $4.2N/mm^2$는 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $4.5N/mm^2$이다. 단면치수 단위 변환이나 반올림을 부정확하게 처리하면 가까운 오답으로 흐르기 쉽다.
4번 O: 최대전단력은 $180kN$, 단면적은 $60000mm^2$이므로 $\tau_{max} = \frac{3V}{2A} = 4.5N/mm^2$가 되어 옳다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 최대굽힘모멘트와 최대전단력을 혼동하는 데 있다. 또한 직사각형 단면에서 $\tau_{max} = \frac{V}{A}$로 두면 평균전단응력만 구하게 되므로 반드시 1.5배 계수를 반영해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

부분하중 보의 전단 문제는 먼저 합력과 반력을 구해 전단력도의 최대값을 찾고, 그 다음 단면형상에 맞는 최대전단응력 공식을 적용하는 순서로 판단한다.

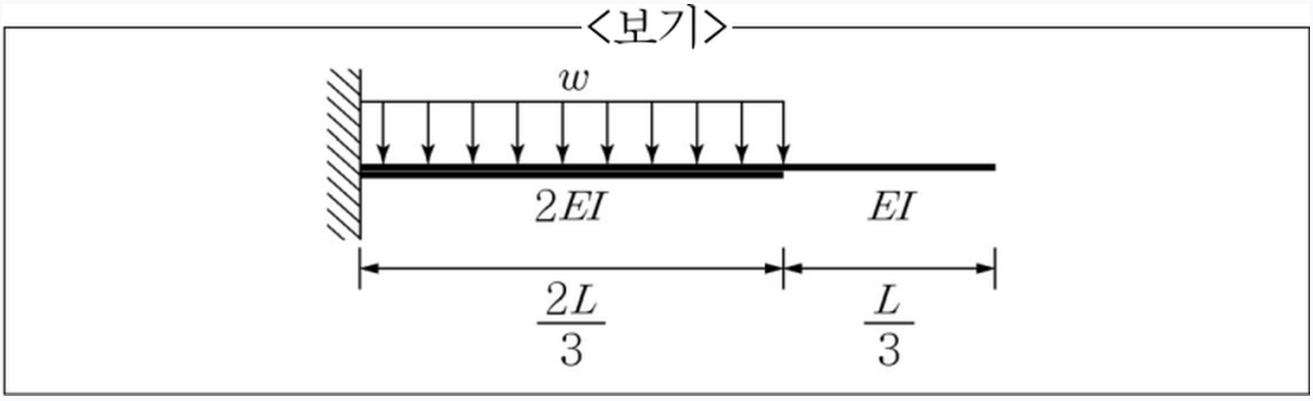
암기 포인트

직사각형 단면의 최대전단응력은 $\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$이고, 단순보에서는 지점 부근의 최대전단력이 먼저 계산 대상이 된다.

NoteBase

문 6. <보기>와 같이 등분포하중이 일부 구간에 작용하는 캔틸레버보에 대하여 자유단에서의 처짐 값은? (단, 자중에 의한 처짐은 무시한다.)

<보기>



① $\frac{5wL^4}{486EI}$
② $\frac{7wL^4}{486EI}$
③ $\frac{5wL^4}{243EI}$
④ $\frac{7wL^4}{243EI}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 부분 등분포하중을 받는 캔틸레버보의 자유단 처짐을 가상일법으로 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 고정단부터 $\frac{2L}{3}$ 구간에 등분포하중 w가 작용하고, 그 구간의 휨강성은 $2EI$이며, 나머지 $\frac{L}{3}$ 구간의 휨강성은 EI라는 점이다.
구해야 할 값은 자유단 처짐이다.
주의할 조건은 실제 하중이 작용하는 구간 밖인 $x > \frac{2L}{3}$에서는 실제 휨모멘트가 0이므로, 적분은 하중 구간만 하면 되지만 자유단 처짐이므로 가상모멘트에는 전체 길이 $L - x$가 들어간다는 점이다.

사용할 공식

자유단 처짐은 가상일법으로
$\delta = \int \frac{Mm}{EI} dx$
로 구한다.
이 공식을 쓰는 이유는 하중이 일부 구간에만 작용하고 구간별 휨강성이 달라서, 단순 암기식보다 구간별 모멘트와 강성을 직접 반영하는 적분식이 가장 안전하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

고정단에서 오른쪽으로 x를 잡으면, 하중 구간 $0 \le x \le \frac{2L}{3}$에서 실제 모멘트는
$M(x) = \frac{w}{2}\left(\frac{2L}{3} - x\right)^2$
이다.
자유단에 단위하중 1을 작용시키면 같은 단면의 가상모멘트는
$m(x) = L - x$
이다.
또한 이 구간의 휨강성은 $2EI$이므로
$\delta = \int_0^{2L/3} \frac{M(x)m(x)}{2EI}dx = \frac{w}{4EI}\int_0^{2L/3}\left(\frac{2L}{3} - x\right)^2(L - x)dx$
이다.
적분하면
$\int_0^{2L/3}\left(\frac{2L}{3} - x\right)^2(L - x)dx = \frac{20L^4}{243}$
이므로
$\delta = \frac{w}{4EI} \cdot \frac{20L^4}{243} = \frac{5wL^4}{243EI}$
가 된다.

선지 판단

1번: X. $\frac{5wL^4}{486EI}$는 정답의 절반 값으로, 자유단 처짐을 구하면서 강성 $2EI$ 조건을 과도하게 반영한 값이다. 올바른 값은 $\frac{5wL^4}{243EI}$이다.
2번: X. $\frac{7wL^4}{486EI}$는 적분계수 계산이 잘못된 값이다. 자유단 처짐의 정확한 적분 결과는 $\frac{5wL^4}{243EI}$이다.
3번: O. 가상일법으로 계산하면 자유단 처짐은 $\frac{5wL^4}{243EI}$가 되므로 정답이다.
4번: X. $\frac{7wL^4}{243EI}$는 자유단 가상모멘트 또는 적분 다항식을 잘못 전개한 값이다. 올바른 값은 $\frac{5wL^4}{243EI}$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 하중이 없는 오른쪽 $\frac{L}{3}$ 구간을 보고 그 구간에서는 아무 영향이 없다고 단순 처리하는 데 있다. 실제 모멘트는 0이지만 자유단 처짐을 구하므로 가상모멘트 $L - x$는 전체 길이를 반영해야 한다. 또한 하중 구간의 강성이 $2EI$라는 점을 분모에 한 번만 정확히 넣어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

부분하중과 구간별 강성이 함께 나오면 먼저 실제 모멘트 M가 존재하는 구간을 나누고, 그다음 구하려는 점에 맞는 가상모멘트 m를 잡아 $\int \frac{Mm}{EI}dx$로 정리하면 된다. 자유단 처짐이면 가상모멘트 팔길이가 끝점까지 이어지는지부터 확인한다.

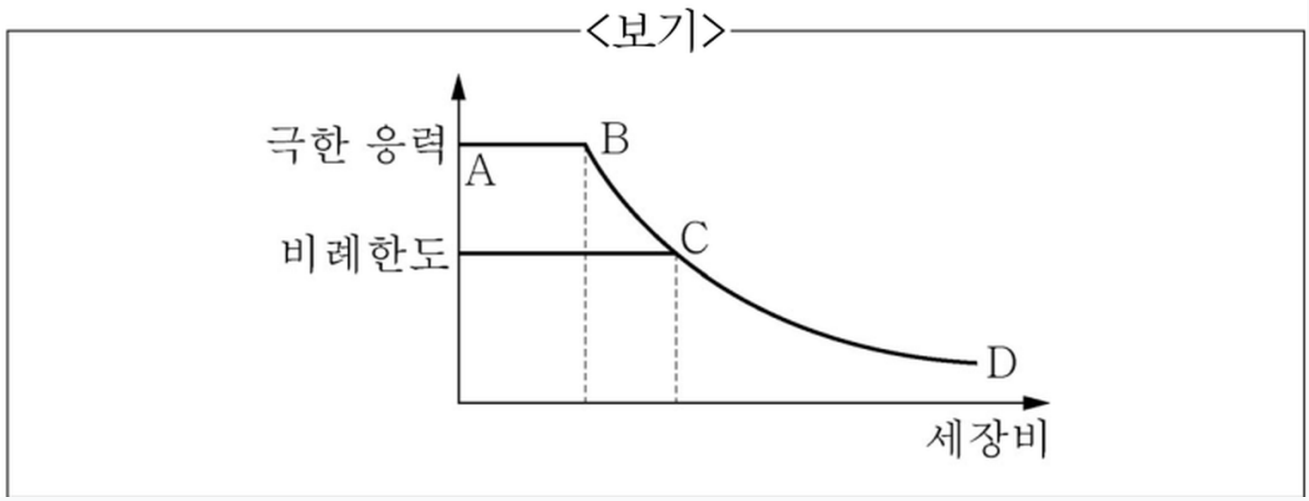
암기 포인트

부분하중 캔틸레버의 자유단 처짐은 실제모멘트가 있는 구간만 적분하되, 가상모멘트는 구하려는 점까지의 팔길이를 반영한다.

NoteBase

문 7. <보기>와 같이 도심에 압축력만 작용하는 기둥의 평균압축응력-세장비 곡선에 대한 설명으로 가장 옳은 것은? (단, 기둥 재료는 구조용 강재이다.)

<보기>



① CD곡선 이상 영역: 단주의 편심 축하중 해석

② AB 이하 영역: 중간주 해석

③ BC 구간: 단주 해석

④ CD곡선 이하 영역: 오일러 장주 해석

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 중심축하중을 받는 강재 기둥의 평균압축응력-세장비 곡선에서 AB는 단주, BC는 중간주, C 이후 CD는 비례한도 이하의 장주 영역이라는 구분을 묻는 문제이다.

선지별 해설

① X: 틀린 표현은 '편심 축하중 해석'이다. 문제 조건이 도심에 압축력만 작용하는 중심축하중 기둥이므로 편심축하중 해석을 끌어오면 안 된다. 올바르게는 세장비가 큰 영역은 중심축하중 기둥의 좌굴 해석으로 본다.
② X: 틀린 표현은 '중간주 해석'이다. AB 이하 영역은 세장비가 매우 작은 단주 영역으로, 좌굴보다 재료의 압축강도 또는 극한응력이 거동을 지배한다. 올바르게는 AB는 단주 해석 영역이다.
③ X: 틀린 표현은 '단주 해석'이다. BC 구간은 단주가 아니라 비탄성 좌굴이 나타나는 중간주 영역이다. 올바르게는 BC는 존슨형 곡선으로 대표되는 중간주 해석 구간이다.
④ O: C점 이후 CD 구간은 평균압축응력이 비례한도 이하가 되어 탄성좌굴 이론을 적용할 수 있는 영역이다. 따라서 CD곡선 이하 영역을 오일러 장주 해석으로 보는 설명이 옳다.

NoteBase

오답 포인트

문제의 전제인 '도심에 압축력만 작용'을 놓치면 ①처럼 편심축하중 해석을 맞는 말처럼 오인하기 쉽다. 또 AB, BC, CD를 각각 단주, 중간주, 장주로 구분하지 못하면 ②와 ③을 뒤바꾸기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 하중이 중심축하중인지 편심축하중인지부터 구분한다. 그다음 세장비가 작으면 단주, 중간이면 비탄성좌굴의 중간주, 크고 응력이 비례한도 이하이면 오일러식을 쓰는 장주로 판단한다.

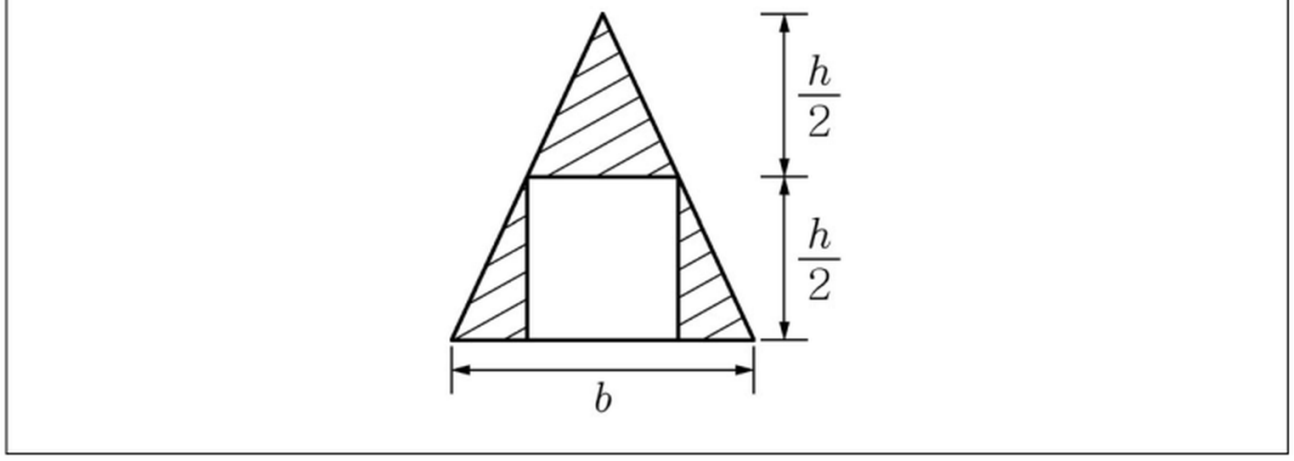
암기 포인트

AB는 단주, BC는 중간주, C 이후 CD는 비례한도 이하의 오일러 장주 영역이다.

NoteBase

문 8. <보기>와 같은 이등변 삼각형 밑변에 대한 빗금 친 부분의 단면 2차 모멘트는?

<보기>



① $\frac{bh^3}{8}$
② $\frac{bh^3}{12}$
③ $\frac{bh^3}{16}$
④ $\frac{bh^3}{32}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 전체 삼각형의 밑변에 대한 단면 2차 모멘트에서 내부 직사각형의 밑변에 대한 단면 2차 모멘트를 빼는 분할 계산을 묻는 문제이다.

조건 정리

전체 도형은 밑변 b, 높이 h인 이등변삼각형이다.
내부 빈 직사각형의 높이는 $h/2$이다.
높이 $h/2$에서 삼각형의 폭은 닮음으로 $b/2$이므로 직사각형의 폭은 $b/2$이다.
구해야 할 값은 밑변을 기준축으로 한 빗금 친 부분의 단면 2차 모멘트이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월

사용할 공식

삼각형의 밑변 기준 단면 2차 모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$이다.
직사각형의 밑변 기준 단면 2차 모멘트는 $I = \frac{bh^3}{3}$이다.
따라서 이 문제는
I_빗금=I_-I_직사각형
로 계산한다.
이 공식을 쓰는 이유는 빗금 친 부분이 같은 기준축을 공유하는 전체 삼각형에서 중앙의 직사각형 공백을 뺀 합성단면이기 때문이다.

계산 과정

1. 전체 삼각형의 단면 2차 모멘트는
$I_{\triangle} = \frac{bh^3}{12}$
이다.
2. 내부 직사각형은 폭 $b/2$, 높이 $h/2$이므로 밑변 기준 단면 2차 모멘트는
I_직사각형=((b/2)(h/2)^3)/(3)=(bh^3)/(48)
이다.
3. 따라서 빗금 친 부분은
I=I_-I_직사각형=(bh^3)/(12)-(bh^3)/(48)=(3bh^3)/(48)=(bh^3)/(16)
이 된다.

선지별 해설

① X
$\frac{bh^3}{8}$은 계산 결과보다 큰 값이다. 전체 삼각형에서 직사각형 공백을 뺀 값이 아니므로 틀리다. 틀린 표현은 $\frac{bh^3}{8}$이고, 올바르게는 $\frac{bh^3}{16}$이다.
② X
$\frac{bh^3}{12}$은 전체 이등변삼각형 자체의 밑변 기준 단면 2차 모멘트이다. 중앙 직사각형 공백을 빼지 않은 값이므로 틀리다. 틀린 표현은 $\frac{bh^3}{12}$이고, 올바르게는 $\frac{bh^3}{16}$이다.
③ O
전체 삼각형의 $\frac{bh^3}{12}$에서 내부 직사각형의 $\frac{bh^3}{48}$을 빼면 $\frac{bh^3}{16}$이 된다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.
④ X
$\frac{bh^3}{32}$은 내부 공백의 크기나 기준축을 잘못 적용했을 때 나오는 오답값이다. 밑변 기준축으로 다시 계산하면 값은 $\frac{bh^3}{16}$이다. 틀린 표현은 $\frac{bh^3}{32}$이고, 올바르게는 $\frac{bh^3}{16}$이다.

NoteBase

오답 포인트

높이 $h/2$에서 삼각형의 폭이 $b/2$로 줄어든다는 닮음 관계를 놓치기 쉽다.
또한 빗금 친 부분을 전체 삼각형 그대로 보아 $\frac{bh^3}{12}$로 끝내거나, 내부 직사각형의 단면 2차 모멘트를 같은 기준축으로 계산하지 않으면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

속이 빈 합성단면의 단면 2차 모멘트는 먼저 전체 외곽 도형의 값을 잡고, 같은 기준축에 대한 내부 공백 도형의 값을 빼는 순서로 판단한다. 내부 치수는 닮음으로 먼저 확정한 뒤 공식을 대입하면 된다.

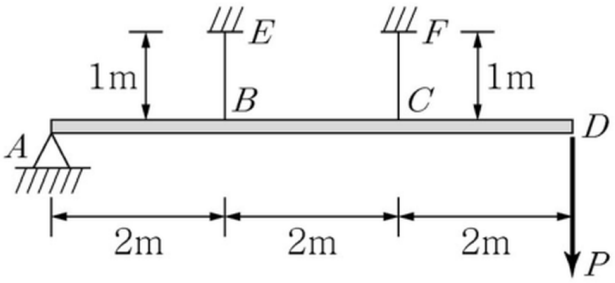
암기 포인트

삼각형 밑변 기준 $\frac{bh^3}{12}$, 직사각형 밑변 기준 $\frac{bh^3}{3}$, 속이 빈 단면은 전체에서 공백을 뺀다.

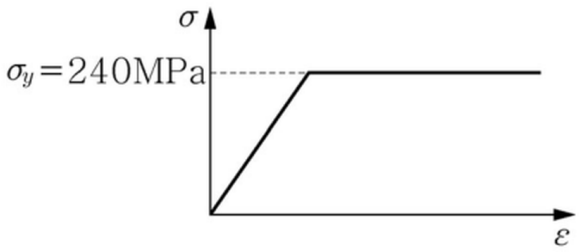
NoteBase

문 9. <보기 1>과 같이 단면적이 100mm^2인 2개의 케이블이 강체봉에 작용하는 하중을 지지하고 있을 때, 최대로 가할 수 있는 하중 P는? (단, 강체봉의 자중은 무시하며, 케이블의 응력-변형률 선도는 <보기 2>와 같고, 케이블은 파괴되지 않는다.)

<보기 1>



<보기 2>



① 12 kN

② 24 kN

③ 36 kN

④ 48 kN

정답 2번

출제 포인트

강체봉의 회전변위 적합조건과 케이블의 완전탄소성 응력-변형률 선도를 함께 적용해 최대하중 P를 구하는 문제이다.

조건 정리

케이블 두 개의 단면적은 각각 100mm^2이고 길이는 1m이다.
강체봉은 A를 중심으로 회전하므로 B, C, D의 처짐비는 $2 : 4 : 6 = 1 : 2 : 3$이다.
따라서 케이블 변형률도 $\varepsilon_C = 2\varepsilon_B$가 된다.
항복응력은 $\sigma_y = 240\text{MPa}$이고, 항복 후에는 응력이 더 증가하지 않는 완전탄소성 거동이다.

NoteBase

사용할 공식

케이블 장력은 $T = \sigma A$이다.
강체봉의 모멘트 평형은 $2T_B + 4T_C = 6P$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 케이블 힘이 거리비를 가진 채 강체봉에 작용하고, 최대하중은 항복 진행에 따른 장력변화와 모멘트 평형으로 결정되기 때문이다.

계산 과정

먼저 $\varepsilon_C = 2\varepsilon_B$이므로 탄성구간에서는 $\sigma_C = 2\sigma_B$이다.
C 케이블이 먼저 항복하면 $\sigma_C = 240\text{MPa}$, $\sigma_B = 120\text{MPa}$이므로 $T_C = 24\text{kN}$, $T_B = 12\text{kN}$이다.
이때 $P = \frac{2\times 12 + 4\times 24}{6} = 20\text{kN}$이다.
그 뒤 C는 24 kN을 유지한 채 더 늘어나고, B가 추가로 항복할 때 $T_B = 24\text{kN}$가 된다.
두 케이블이 모두 항복한 시점의 최대하중은 $P = \frac{2\times 24 + 4\times 24}{6} = 24\text{kN}$이다.

선지별 해설

① X
12 kN는 C가 처음 항복할 때의 B 케이블 장력값일 뿐 최대하중이 아니다. C 항복 후에도 B가 항복할 때까지 P는 더 증가할 수 있다.

② O
두 케이블이 모두 항복하면 $T_B = T_C = 24\text{kN}$이고, 모멘트 평형으로 $P = 24\text{kN}$이 된다.

③ X
36 kN는 C가 먼저 항복한 시점의 장력합 12 + 24를 그대로 하중으로 본 오류에 가깝다. 이 문제는 수직력 합이 아니라 A점에 대한 모멘트 평형으로 P를 구해야 한다.

④ X
48 kN는 두 케이블의 항복장력 24 + 24를 단순 합산한 값이다. 실제 P는 D점에 작용하므로 거리 2m, 4m, 6m를 반영한 모멘트 평형을 써야 하고 최대는 24 kN이다.

오답 포인트

C 케이블이 먼저 항복하는 순간을 곧바로 최대하중으로 착각하거나, 두 케이블 장력을 단순 합산해 P로 보는 실수가 잦다. 이 문제의 핵심은 변위적합조건 $\varepsilon_C = 2\varepsilon_B$와 모멘트 평형을 단계별로 함께 보는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체봉-케이블 문제는 먼저 회전으로 생기는 변위비를 잡고, 그 비로 어느 부재가 먼저 항복하는지 판단한 뒤, 항복 전후를 나누어 모멘트 평형으로 하중을 계산하면 된다.

NoteBase

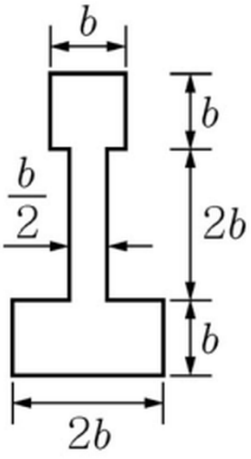
암기 포인트

강체봉에 연결된 인장부재는 변위비를 먼저 본다. 먼저 항복한 부재가 있어도 완전탄소성이면 다른 부재가 항복할 때까지 하중이 더 증가할 수 있다.

NoteBase

문 10. 인장과 압축에 대한 항복응력이 σ_y인 재료로 만들어진 <보기>와 같은 단면의 소성모멘트 M_p는?

<보기>



① $\frac{9}{2}b^3 \cdot \sigma_y$
② $\frac{11}{2}b^3 \cdot \sigma_y$
③ $\frac{13}{2}b^3 \cdot \sigma_y$
④ $\frac{15}{2}b^3 \cdot \sigma_y$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 소성중립축을 찾고 소성단면계수 Z_p를 구한 뒤 $M_p = \sigma_y Z_p$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

- 전체 단면적은 $A = b \cdot b + \frac{b}{2} \cdot 2b + 2b \cdot b = 4b^2$이다.
- 인장과 압축의 항복응력이 같으므로 소성중립축은 단면을 같은 면적 둘로 나누는 위치에 놓인다.
- 전체 면적의 절반은 $2b^2$이고, 하단 플랜지 면적이 바로 $2b^2$이므로 소성중립축은 하단 플랜지의 상단선이다.

사용할 공식

$M_p = \sigma_y Z_p, \qquad Z_p = \sum A_i y_i$

이 공식은 단면 전체가 인장측과 압축측에서 각각 $\pm\sigma_y$로 항복한 상태의 1차모멘트를 구하는 상황에 해당하기 때문에 쓴다.

NoteBase

계산 과정

1. 압축측은 웹과 상부 플랜지이다.
$Q_c = \left(\frac{b}{2} \cdot 2b\right) \cdot b + (b \cdot b) \cdot \frac{5b}{2} = b^3 + \frac{5}{2}b^3 = \frac{7}{2}b^3$
2. 인장측은 하단 플랜지이다.
$Q_t = (2b \cdot b) \cdot \frac{b}{2} = b^3$
3. 따라서
$Z_p = Q_c + Q_t = \frac{7}{2}b^3 + b^3 = \frac{9}{2}b^3$
이므로
$M_p = \sigma_y Z_p = \frac{9}{2}b^3\sigma_y$

선지별 해설

① O
- 계산 결과 $M_p = \frac{9}{2}b^3\sigma_y$이므로 옳다.
- 소성중립축을 하단 플랜지 상단에 두고 위아래 1차모멘트를 더하면 정확히 이 값이 나온다.

② X
- $\frac{11}{2}b^3\sigma_y$는 하단 플랜지 도심거리 $\frac{b}{2}$를 b로 잘못 잡아 인장측 1차모멘트를 크게 계산할 때 생기는 오답이다.
- 틀린 표현 $\frac{11}{2}b^3\sigma_y \rightarrow$ 올바르게는 $\frac{9}{2}b^3\sigma_y$이다.

③ X
- $\frac{13}{2}b^3\sigma_y$는 소성중립축을 도심축이나 단면 중앙 부근으로 오인해 웹과 플랜지의 거리들을 과대평가한 값이다.
- 소성중립축은 중앙이 아니라 하단 플랜지 상단에 있으므로 올바르게는 $\frac{9}{2}b^3\sigma_y$이다.

④ X
- $\frac{15}{2}b^3\sigma_y$는 비대칭 단면인데도 상하가 대칭인 것처럼 거리를 전반적으로 크게 잡은 과대계산이다.
- 이 단면의 소성모멘트는 $\frac{15}{2}b^3\sigma_y$가 아니라 $\frac{9}{2}b^3\sigma_y$이다.

오답 포인트

이 문항의 핵심 함정은 소성중립축과 도심축을 혼동하는 데 있다. 하단 플랜지 면적이 전체의 정확히 절반 $2b^2$라는 사실을 먼저 잡지 못하면 도심거리 계산이 모두 틀어져 ②~④ 같은 과대값으로 흐른다.

다시 나오면 이렇게 판단

인장과 압축의 항복응력이 같은 소성모멘트 문제는 먼저 전체 면적의 절반을 만드는 위치를 찾아 소성중립축을 정한다. 그다음 축 위아래 각 부분에 대해 면적×축까지의 거리를 더해 Z_p를 구하고 마지막에 $M_p = \sigma_y Z_p$를 적용하면 된다.

NoteBase

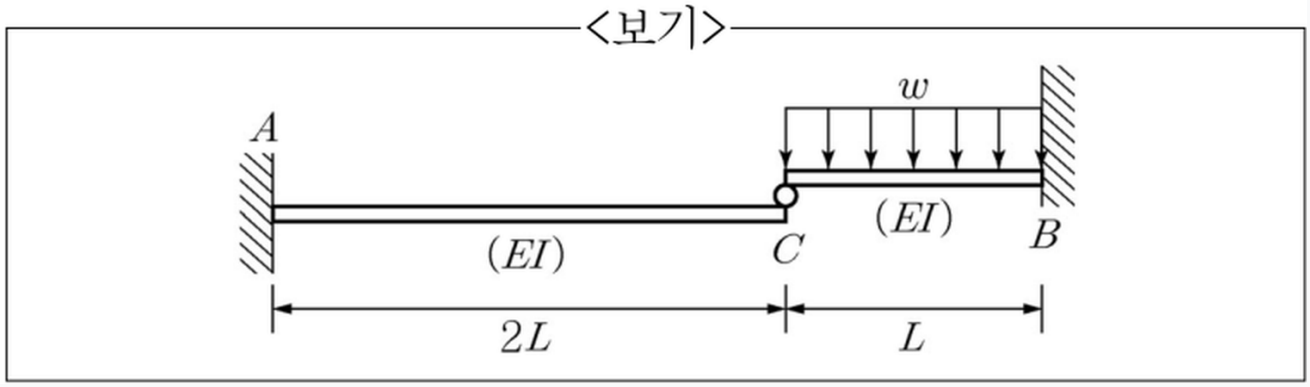
암기 포인트

소성모멘트는 절반 면적 위치가 소성중립축이고, 정답 계산은 $M_p = \sigma_y Z_p$이다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같이 길이가 $2L$, L인 2개의 캔틸레버보로 이루어진 구조물의 B점에서의 휨모멘트의 크기는? (단, 휨강성 EI는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{11}{24}wL^2$

② $\frac{11}{36}wL^2$

③ $\frac{11}{12}wL^2$

④ $\frac{11}{6}wL^2$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 내부힌지 C를 가진 두 캔틸레버보에서 C점 처짐의 적합조건을 이용하여 B점 휨모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 왼쪽 보 AC의 길이는 $2L$이고 A에서 고정이다.
- 오른쪽 보 CB의 길이는 L이고 B에서 고정이다.
- C는 내부힌지이므로 모멘트는 전달하지 않고 전단력만 전달한다.
- 오른쪽 보 CB 전 구간에 등분포하중 w가 작용한다.
- 구해야 할 값은 B점의 휨모멘트 크기이다.

사용할 공식

왼쪽 보 끝점 C의 처짐은 끝단 집중하중 P에 대해 $\delta_{AC} = \frac{P(2L)^3}{3EI} = \frac{8PL^3}{3EI}$ 이다.
오른쪽 보 끝점 C의 처짐은 등분포하중과 끝단 집중하중의 중첩으로 $\delta_{CB} = \frac{wL^4}{8EI} - \frac{PL^3}{3EI}$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 내부힌지 C에서 두 보가 분리되지 않으므로 C점의 수직변위가 서로 같아야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 오른쪽 보가 왼쪽 보를 C점에서 아래로 누르는 힘의 크기를 P라 둔다.

2. 처짐 적합조건 $\delta_{AC} = \delta_{CB}$를 적용하면

$\frac{8PL^3}{3EI} = \frac{wL^4}{8EI} - \frac{PL^3}{3EI}$

이 된다.

3. 정리하면

$\frac{9P}{3} = \frac{wL}{8} \quad \Rightarrow \quad 3P = \frac{wL}{8} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{wL}{24}$

이다.

4. B점 휨모멘트의 크기는 오른쪽 캔틸레버의 고정단모멘트이므로

$M_B = \frac{wL^2}{2} - PL = \frac{wL^2}{2} - \frac{wL}{24}L = \left(\frac{12}{24} - \frac{1}{24}\right)wL^2 = \frac{11}{24}wL^2$

이다.

선지별 해설

① O

계산 결과 $M_B = \frac{11}{24}wL^2$이므로 옳다.

② X

$\frac{11}{36}wL^2$는 정답보다 작다. 내부힌지 반력 $P = \frac{wL}{24}$에 따른 보정량 $PL = \frac{1}{24}wL^2$를 잘못 계산하거나 처짐 적합식을 잘못 정리하면 나올 수 있는 값이다. 올바르게는 $M_B = \frac{11}{24}wL^2$이다.

③ X

$\frac{11}{12}wL^2$는 $\frac{11}{24}wL^2$의 2배이다. 고정단모멘트 $\frac{wL^2}{2}$에서 힌지 반력에 의한 감소분 PL을 반영하지 않거나 분모 24를 12로 잘못 처리한 경우의 오답이다. 올바르게는 $M_B = \frac{11}{24}wL^2$이다.

④ X

$\frac{11}{6}wL^2$는 $\frac{wL^2}{2}$보다도 큰 값이라 등분포하중만 받는 길이 L의 캔틸레버 고정단모멘트 범위를 벗어난다. 반력 보정의 방향을 거꾸로 잡거나 길이 제곱 처리를 과대하게 하면 나올 수 있는 값이다. 올바르게는 $M_B = \frac{11}{24}wL^2$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 내부힌지에서 모멘트가 0이라는 사실만 보고 정정구조처럼 정역학으로 끝내려는 데 있다. 실제로는 C점 전단력 P를 미지수로 두고 두 보의 C점 처짐이 같다는 적합조건까지 써야 한다. 또한 B점 모멘트는 $\frac{wL^2}{2}$에서 끝나는 값이 아니라 힌지 반력 효과 PL만큼 줄어든다는 점을 놓치기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

내부힌지가 있는 보 문제는 먼저 힌지에서 전달되는 힘만 미지수로 두고, 각 부재를 캔틸레버로 나눈 뒤 공통점의 처짐 적합조건을 세운다. 그 다음 목표 단면의 모멘트를 하중 효과와 힌지 반력 효과의 합으로 정리하면 된다.

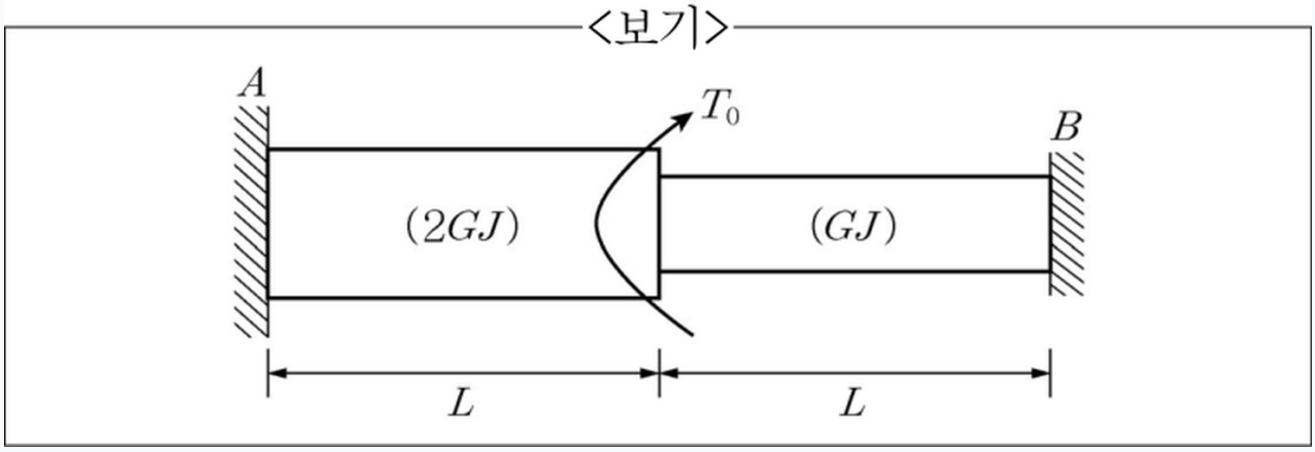
암기 포인트

내부힌지 보의 핵심은 정역학 1회가 아니라 힌지력 P와 처짐 적합조건 1회이다.

NoteBase

문 12. 비틀림강성이 각각 $2GJ$와 GJ인 2개의 원형봉 중앙부에 비틀림모멘트 T_0가 작용할 때, B점의 내적 토크 T_B는? (단, 두 개의 원형봉은 완벽히 결합되어 있다.)

<보기>



① T_0

② $\frac{2}{3}T_0$

③ $\frac{1}{2}T_0$

④ $\frac{1}{3}T_0$

정답 4번

출제 포인트

양단 고정된 두 축에 중앙 토크가 작용할 때 비틀림각 호환식과 평형식을 함께 써서 토크 분배를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 왼쪽 축은 길이 L, 비틀림강성 $2GJ$이고 오른쪽 축은 길이 L, 비틀림강성 GJ이다.
구해야 할 값: B점의 내적 토크 T_B이다.
주의할 조건: 두 축은 중앙에서 완전히 결합되어 같은 회전각을 가지며, 양 끝 A와 B는 모두 고정되어 있다.

사용할 공식

비틀림각은 $\theta = \frac{TL}{GJ}$이다.
중앙 접합부의 회전각이 같으므로
$\frac{T_A L}{2GJ} = \frac{T_B L}{GJ}$
전체 평형은
$T_A + T_B = T_0$
이 공식을 쓰는 이유는 양단이 고정된 상태에서 중앙 접합부가 한 몸처럼 회전하므로 두 축의 비틀림각이 같아야 하고, 동시에 중앙 외력토크 T_0를 양쪽 축이 나누어 부담하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 호환식 $\frac{T_A L}{2GJ} = \frac{T_B L}{GJ}$에서 $T_A = 2T_B$가 된다.
2. 이를 평형식 $T_A + T_B = T_0$에 대입하면 $2T_B + T_B = T_0$이다.
3. 따라서 $3T_B = T_0$이므로 $T_B = \frac{1}{3}T_0$이다.

선지별 해설

① X

T_0는 중앙에 작용한 전체 외력토크이다. B점이 이를 전부 부담하지 않고 왼쪽 축과 오른쪽 축이 강성비대로 분담한다. 올바르게는 $T_B = \frac{1}{3}T_0$이다.

② X

$\frac{2}{3}T_0$는 왼쪽 축의 토크 T_A에 해당한다. 왼쪽 축의 비틀림강성이 오른쪽의 2배이므로 더 큰 토크를 부담한다. B점의 내적 토크는 $T_B = \frac{1}{3}T_0$이다.

③ X

$\frac{1}{2}T_0$는 두 축의 강성이 같다고 잘못 보고 토크를 균등 분배할 때 나오는 값이다. 이 문제의 강성비는 $2GJ : GJ = 2 : 1$이므로 균등 분배가 아니다. 올바르게는 $T_B = \frac{1}{3}T_0$이다.

④ O

호환식 $T_A = 2T_B$와 평형식 $T_A + T_B = T_0$를 함께 쓰면 $T_B = \frac{1}{3}T_0$가 된다. 따라서 B점의 내적 토크는 ④이다.

오답 포인트

강성비 2 : 1을 보고 토크를 반대로 배분하거나, 양 끝 고정 조건을 무시하고 중앙 토크가 한쪽에만 전달된다고 보는 실수가 잦다. $\frac{2}{3}T_0$는 왼쪽 축 토크이고, $\frac{1}{2}T_0$는 강성을 같다고 본 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

양단 고정 비틀림 분배 문제는 먼저 각 축의 비틀림각이 같다는 호환식을 세우고, 그다음 $T_{\text{left}} + T_{\text{right}} = T_0$ 평형식을 결합해 푼다. 길이가 같으면 토크는 비틀림강성 GJ/L에 비례해 분담된다.

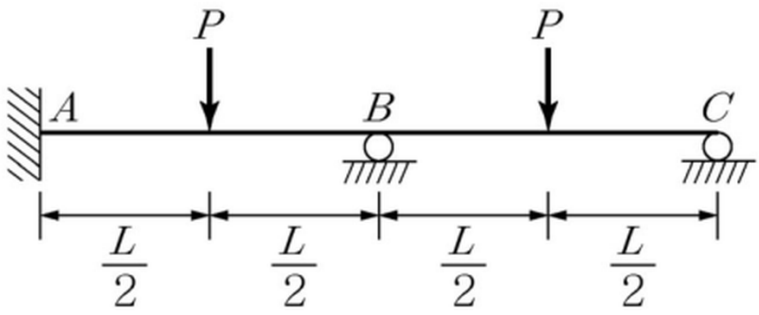
암기 포인트

같은 회전각 조건에서는 토크가 비틀림강성 GJ/L에 비례해 분배된다. 이 문제는 강성비가 2 : 1이므로 $T_A : T_B = 2 : 1$이다.

NoteBase

문 13. 부정정구조물의 내측 지점 B에서 모멘트의 크기는? (단, 단면 2차모멘트와 탄성계수는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{6}{56}PL$
② $\frac{9}{56}PL$
③ $\frac{12}{56}PL$
④ $\frac{15}{56}PL$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 연속보의 내측 지점 B에서 생기는 지점모멘트를 경사변위법으로 구하는 문제이다.

조건 정리

- 부재단 모멘트는 시계방향을 양(+)으로 둔다.
- A는 고정단, B는 중간 롤러지점, C는 종단 롤러지점이다.
- 두 경간 AB, BC의 길이는 모두 L이고, 각 경간 중앙에 집중하중 P가 1개씩 작용한다.
- EI가 일정하므로 두 경간에 같은 경사변위식을 적용할 수 있다.
- 구해야 할 값은 내측 지점 B의 모멘트 크기이다.

사용할 공식

각 경간 중앙 집중하중의 고정단모멘트는 $-PL/8$, $+PL/8$이다.
따라서 경사변위식은 다음과 같다.
$M_{AB} = -\frac{PL}{8} + \frac{2EI}{L}\theta_B, \quad M_{BA} = \frac{PL}{8} + \frac{4EI}{L}\theta_B$
$M_{BC} = -\frac{PL}{8} + \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_C), \quad M_{CB} = \frac{PL}{8} + \frac{2EI}{L}(2\theta_C + \theta_B)$
이 식을 쓰는 이유는 이 구조가 두 경간 연속보이고, 지점 회전에 따라 부재단모멘트가 함께 변하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. C는 롤러지점이므로 종단모멘트가 0이다.
$M_{CB} = 0 \Rightarrow \frac{PL}{8} + \frac{2EI}{L}(2\theta_C + \theta_B) = 0$
2. 절점 B에는 외부모멘트가 없으므로 절점평형식은 다음과 같다.
$M_{BA} + M_{BC} = 0$
$\frac{PL}{8} + \frac{4EI}{L}\theta_B - \frac{PL}{8} + \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_C) = 0 \Rightarrow 4\theta_B + \theta_C = 0$
3. 두 식을 풀면
$\theta_B = \frac{PL^2}{112EI}, \quad \theta_C = -\frac{PL^2}{28EI}$
4. 따라서 지점 B의 모멘트는
$M_B = M_{BA} = \frac{PL}{8} + \frac{4EI}{L}\theta_B = \frac{PL}{8} + \frac{PL}{28} = \frac{9}{56}PL$
반대쪽 부재에서는 $M_{BC} = -\frac{9}{56}PL$가 되며, 문제는 크기를 물으므로 답은 $\frac{9}{56}PL$이다.

선지별 해설

① X
- 계수 $\frac{6}{56}$이 틀렸다. 지점 C의 무모멘트 조건과 절점 B의 평형을 함께 만족시키면 $M_B = \frac{9}{56}PL$이므로 올바르게는 $\frac{9}{56}PL$이다.

② O
- 경사변위식으로 계산한 지점 B의 모멘트 크기가 정확히 $\frac{9}{56}PL$이다.

③ X
- 계수 $\frac{12}{56}$이 틀렸다. 경간 회전의 적합조건을 반영하지 않고 지점모멘트를 크게 잡은 값이며, 올바르게는 $\frac{9}{56}PL$이다.

④ X
- 계수 $\frac{15}{56}$이 틀렸다. 고정단모멘트와 회전 보정항을 과대평가한 값으로, 실제 적합조건을 적용하면 $\frac{9}{56}PL$만 남는다. 올바르게는 $\frac{9}{56}PL$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 고정단모멘트 $PL/8$만 보고 바로 지점모멘트를 정하려는 데 있다. 연속보에서는 고정단모멘트만으로 끝나지 않고, B와 C의 회전 적합조건을 반드시 함께 걸어야 한다. 특히 C가 롤러이므로 $M_{CB} = 0$ 조건을 빠뜨리면 ③, ④ 같은 과대값으로 흐르기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

연속보의 지점모멘트 문제는 경간별 고정단모멘트를 먼저 적고, 다음에 무모멘트 지점 조건과 절점평형식을 세워 회전변수를 푼 뒤 최종 부재단모멘트를 계산하는 순서로 판단한다. 문제에서 크기를 물으면 마지막에 부호를 버리고 절댓값만 읽으면 된다.

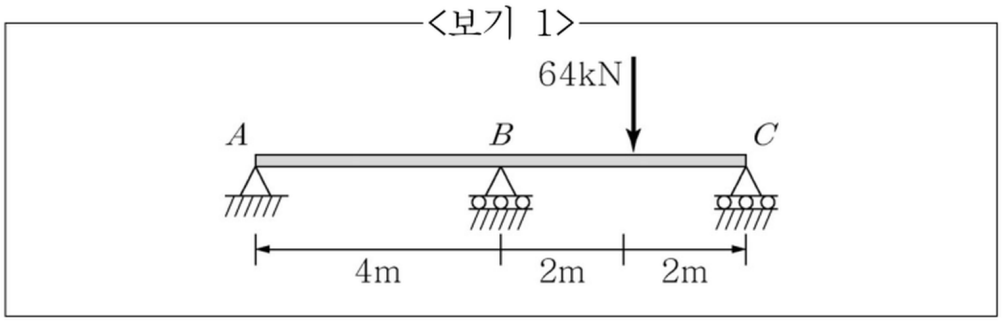
암기 포인트

연속보 지점모멘트는 고정단모멘트만이 아니라 회전 적합조건까지 반영한 값이다.

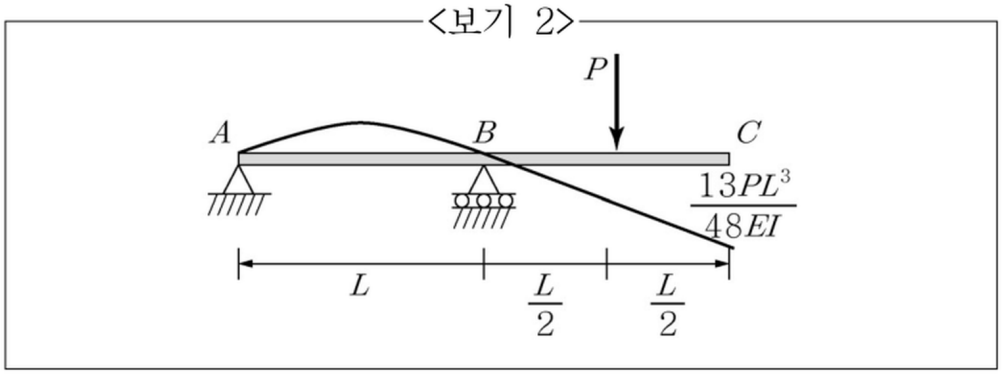
NoteBase

문 14. <보기 1>에 주어진 부정정보에서 C점의 수직반력의 크기는? (단, <보기 2>에서처럼, 내민보에 P 하중이 작용할 때 C점의 수직처짐량은 $\frac{13PL^3}{48EI}$이다.)

<보기 1>



<보기 2>



① 20 kN

② 22 kN

③ 24 kN

④ 26 kN

정답 4번

출제 포인트

부정정보의 여분반력 C를 정정계의 C점 처짐 조건으로 구하는 문제이다.

조건 정리

보기 1의 보를 C지점을 제거한 정정계로 바꾸면 A핀·B롤러의 단순보에 B에서 오른쪽으로 돌출된 내민보가 된다. 보기 2와 대응시키면 $A-B=L$, $B-C=L$이고, 보기 1의 실제 치수 $A-B=4m$, $B-C=2+2=4m$이므로 $L=4m$이다. 하중 64 kN은 B에서 $L/2=2m$ 떨어진 위치에 작용한다. 이때 보기 2에 따라 64 kN 하중만 있을 때 C점 처짐은 아래쪽으로 $\frac{13PL^3}{48EI}$이다.

NoteBase

사용할 공식

호환조건은 C점의 총 처짐이 0이라는 것이다.
하중 64 kN에 의한 C점 처짐을 δ_P, 여분반력 R_C에 의한 C점 처짐을 δ_{R_C}라 두면
$\delta_P - \delta_{R_C} = 0$
이다.
정정계 끝점 C에 하중 R_C가 작용할 때의 처짐은
$\delta_{R_C} = \frac{2R_C L^3}{3EI}$
이다. 이 값은 지간 L인 단순보에 길이 a의 내민부가 붙어 있고 그 끝점에 집중하중이 작용할 때의 끝점 처짐 공식 $\frac{Pa^2(L+a)}{3EI}$에서, 여기서는 내민 길이가 $a = L$이므로 $\frac{P \cdot L^2(L+L)}{3EI} = \frac{2PL^3}{3EI}$로 얻어진다.

계산 과정

주어진 값 $P = 64kN$을 대입하면
$\delta_P = \frac{13PL^3}{48EI} = \frac{13 \times 64 \times L^3}{48EI}$
이다.
호환조건을 적용하면
$\frac{13 \times 64 \times L^3}{48EI} - \frac{2R_C L^3}{3EI} = 0$
이고, $\frac{L^3}{EI}$를 소거하면
$\frac{13 \times 64}{48} = \frac{2R_C}{3}$
$R_C = 64 \times \frac{13}{32} = 26kN$
이 된다.

선지별 해설

① X: $R_C = 20kN$은 여분반력의 처짐 영향계수 $\frac{2L^3}{3EI}$를 제대로 세우지 않아 호환조건 $\delta_P = \delta_{R_C}$를 만족하지 못하는 값이다. 실제로 $\frac{13 \times 64}{48} = \frac{2R_C}{3}$를 풀면 $R_C = 26kN$이므로 20 kN은 옳지 않다.
② X: $R_C = 22kN$도 같은 호환조건을 정확히 만족하지 못한다. 올바른 값은 $R_C = 26kN$이다.
③ X: $R_C = 24kN$은 정답 26 kN에 가장 가까워 혼동하기 쉬우나, 끝점 하중에 대한 처짐 $\frac{2R_C L^3}{3EI}$를 정확히 대입하면 C점 총 처짐이 0이 되지 않는다. 올바른 값은 $R_C = 26kN$이다.
④ O: 정정계에서 64 kN 하중이 만드는 아래쪽 처짐 $\frac{13PL^3}{48EI}$와 여분반력 R_C가 만드는 위쪽 처짐 $\frac{2R_C L^3}{3EI}$를 같게 두면 $R_C = \frac{13}{32} \times 64 = 26kN$이 되어 옳다.

오답 포인트

보기 2의 처짐식을 그대로 쓰고도, 여분반력 R_C가 만드는 C점 처짐식을 따로 세우지 않으면 24 kN처럼 비슷한 값으로 오답을 고르기 쉽다. 이 문항의 함정은 정정계의 외팔부 끝점 하중에 대한 처짐계수 $\frac{2L^3}{3EI}$를 빠뜨리는 데 있다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

3지점 부정정보는 한 지점을 제거해 정정계로 바꾼 뒤, 제거한 지점의 처짐을 0으로 두어 여분반력을 구하면 된다. 이미 주어진 처짐식은 그대로 쓰고, 여분반력 1개에 대한 영향계수만 추가하면 된다.

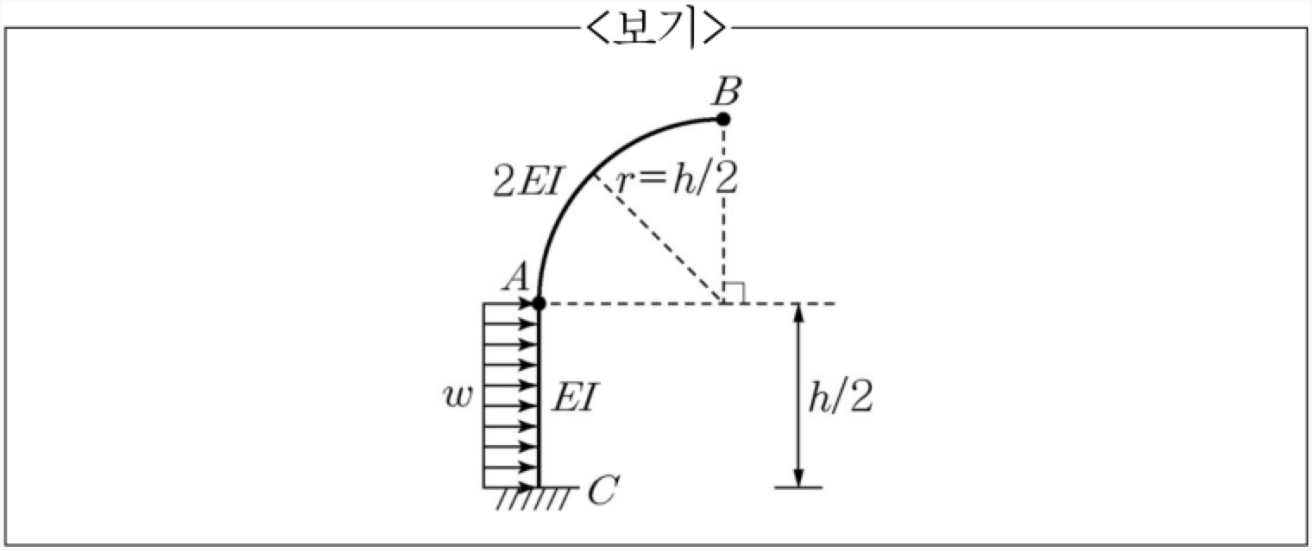
암기 포인트

여분반력은 제거점 처짐 0 조건으로 구하며, 이 문항은 $\frac{13PL^3}{48EI} = \frac{2R_CL^3}{3EI}$에서 $R_C = \frac{13}{32}P$가 된다.

NoteBase

문 15. <보기>와 같은 캔틸레버 구조물에 수평등분포하중 w가 작용할 때 B점의 연직처짐 δ_B는? (단, AC 부재의 휨강성은 EI, AB사분원 부재의 휨강성은 $2EI$이다.)

<보기>



① $\frac{wh^4}{96EI}$
② $\frac{wh^4}{24EI}$
③ $\frac{wh^4}{48EI}$
④ $\frac{wh^4}{12EI}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 수평등분포하중을 받는 캔틸레버 직선부 AC의 자유단 회전을 구한 뒤, 무하중 사분원 부재 AB가 그 회전에 따라 강체처럼 움직인다고 보고 B점의 연직처짐을 계산하는 문제이다.

조건 정리

- AC의 길이는 $h/2$이다.
- AB는 반지름 $r = h/2$인 사분원 부재이다.
- 휨강성은 $AC : EI$, $AB : 2EI$이다.
- 실제 하중은 AC에만 수평등분포하중 w로 작용한다.
- 구해야 할 값은 B점의 연직처짐 δ_B이다.

NoteBase

사용할 공식

직선 캔틸레버 길이를 L이라 하면, 전 구간에 등분포하중 w가 작용할 때 자유단 회전은
$\theta_A = \frac{wL^3}{6EI}$
이다.

이 공식을 쓰는 이유는 다음과 같다. 실제 하중은 AC에만 작용하고, 자유단 B를 포함한 사분원 AB에는 외력이 전혀 없다. 따라서 AB의 임의 단면을 잘라 자유단 B쪽 부분만 보면 걸리는 외력이 없으므로 그 단면의 축력·전단력·휨모멘트가 모두 0이다. 즉 AB에는 내력이 없어 곡률변형이 생기지 않고, A점의 회전만큼 강체처럼 따라 움직인다. 그러므로 AB의 휨강성 $2EI$는 처짐 계산에 관여하지 않는 함정 조건일 뿐이다. 따라서 B점의 연직처짐은
$\delta_B = r\theta_A$
로 계산되며, 여기서 r은 A에서 B까지의 수평거리 $h/2$이다.

계산 과정

1. AC의 길이를 $L = h/2$로 둔다.
2. A점 자유단 회전은
$\theta_A = \frac{wL^3}{6EI} = \frac{w(h/2)^3}{6EI} = \frac{wh^3}{48EI}$
이다.
3. AB는 반지름 $r = h/2$만큼 떨어진 점 B를 강체회전으로 이동시키므로
$\delta_B = r\theta_A = \frac{h}{2} \cdot \frac{wh^3}{48EI} = \frac{wh^4}{96EI}$
이다. 따라서 B점은 아래로 $\frac{wh^4}{96EI}$만큼 처진다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 계산 결과가 $\delta_B = \frac{wh^4}{96EI}$이므로 옳다.

② X
- $\frac{wh^4}{24EI}$는 정답의 4배로, A점 회전이나 회전팔 길이를 필요 이상 크게 잡아 연직처짐을 과대평가한 값이다.
- 틀린 값은 $\frac{wh^4}{24EI}$이고, 올바른 값은 $\frac{wh^4}{96EI}$이다.

③ X
- $\frac{wh^4}{48EI}$는 정답의 2배이다. 등분포하중 캔틸레버의 자유단 회전을 $\theta_A = \frac{wL^3}{6EI}$가 아니라 더 크게 잡으면 나오는 값이다.
- 틀린 값은 $\frac{wh^4}{48EI}$이고, 올바른 값은 $\frac{wh^4}{96EI}$이다.

④ X
- $\frac{wh^4}{12EI}$는 정답의 8배로, AC 길이 $h/2$와 AB 반지름 $h/2$ 조건을 무시하고 전체를 한 번에 크게 잡아 계산한 과대값이다.
- 틀린 값은 $\frac{wh^4}{12EI}$이고, 올바른 값은 $\frac{wh^4}{96EI}$이다.

오답 포인트

사분원 부재 AB의 휨강성 $2EI$가 주어져 있어서 AB에서도 별도의 휨변형을 계산해야 한다고 오해하기 쉽다. 그러나 이 문항의 실제 하중은 AC에만 작용하므로 자유단 쪽인 AB 구간은 무하중 구간이고, 먼저 확인할 것은 AB의 곡률변형이 아니라 A점 회전이 B점에 어떻게 전달되는가이다.

다시 나오면 이렇게 판단

하중이 한 부재에만 작용하는 캔틸레버 프레임에서는 먼저 무하중 자유단 구간의 내력이 0인지 확인한다. 그다음 하중이 걸린 부재의 자유단 회전을 구하고, 목표점의 처짐은 자유단 회전 × 그 점까지의 수직거리 또는 수평거리로 강체이동처럼 계산하면 된다.

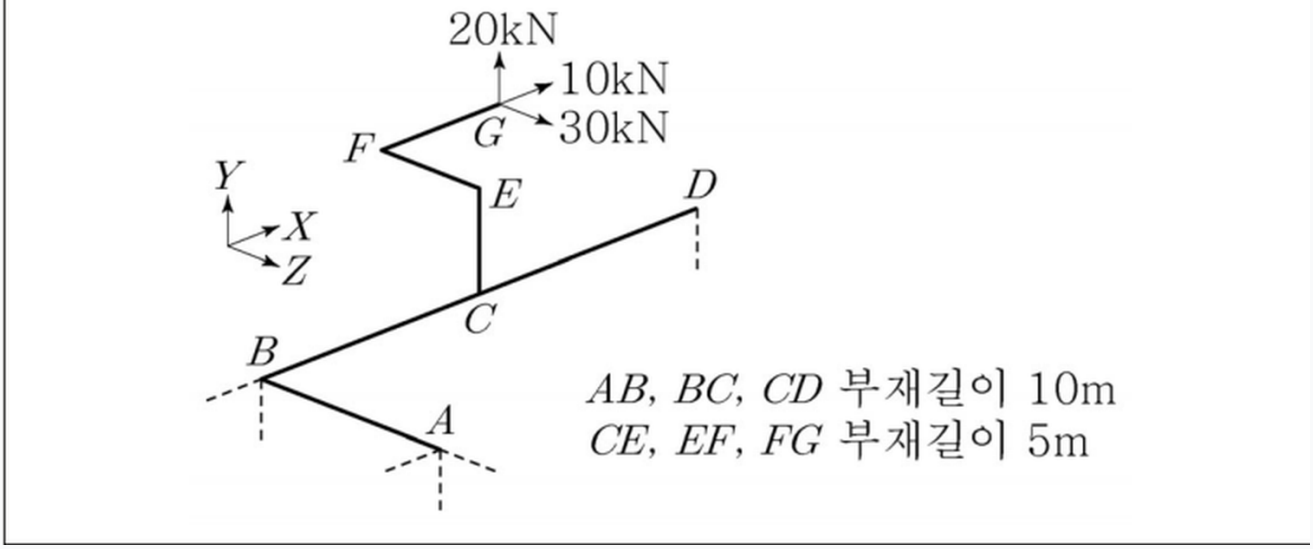
암기 포인트

무하중 자유단 곡선부는 먼저 강체회전으로 본다. 이 문항은 $\delta_B = r\theta_A$, $r = h/2$, $\theta_A = \frac{w(h/2)^3}{6EI}$의 결합으로 정리된다.

NoteBase

문 16. <보기> 구조물은 A, B, D점에서 각각 점선으로 표기된 방향의 반력으로 지지되어 있다. B점에서의 Y방향 반력은? (단, A, B, D점에서 모멘트 반력은 없다.)

<보기>



① -32.5 kN

② -34.5 kN

③ -36.5 kN

④ -38.5 kN

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 3차원 강체의 평형조건 $\sum F_y = 0, \sum M_x = 0, \sum M_z = 0$를 이용해 B점의 Y방향 반력을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 기준점은 $B(0, 0, 0)$로 둔다.
- 부재 방향은 BC, CD가 X축, AB가 Z축, CE가 Y축에 평행하다.
- 따라서 주요 점의 좌표는 $A(0, 0, 10), D(20, 0, 0), G(15, 5, -5)$로 둘 수 있다.
- G점 외력은 $+X$방향 $10kN$, $+Y$방향 $20kN$, $+Z$방향 $30kN$이다.
- 구할 값은 B점의 Y방향 반력 B_y이다.

NoteBase

사용할 공식

$\sum M_x = 0, \quad \sum M_z = 0, \quad \sum F_y = 0$

먼저 모멘트 평형으로 다른 연직반력 A_y, D_y를 구한 뒤, 마지막에 연직력 평형으로 B_y를 구하는 순서가 된다.

계산 과정

1. $B(0,0,0)$를 기준으로 x축에 대한 모멘트 평형을 적용한다. x축 모멘트에는 y방향·z방향 힘만 기여하며, 한 힘의 기여는 $M_x = yF_z - zF_y$이다. $G(15, 5, -5)$에 작용하는 하중 $(F_x, F_y, F_z) = (10, 20, 30)$의 기여는 $5 \times 30 - (-5) \times 20 = 150 + 100 = 250$이고, $A(0,0,10)$의 반력 A_y의 기여는 $-10A_y$이다. B, D는 $z = 0$이므로 이 축 모멘트에 기여하지 않는다. 따라서

$-10A_y + 250 = 0$

이고 $A_y = 25kN$이다.

2. 같은 기준점에서 z축에 대한 모멘트 평형을 적용한다. 한 힘의 기여는 $M_z = xF_y - yF_x$이다. G점 하중의 기여는 $15 \times 20 - 5 \times 10 = 300 - 50 = 250$이고, $D(20,0,0)$의 반력 D_y의 기여는 $20D_y$이다. A, B는 $x = 0$이므로 기여하지 않는다. 따라서

$20D_y + 250 = 0$

이고 $D_y = -12.5kN$이다.

3. 연직방향 힘의 평형을 적용하면

$A_y + B_y + D_y + 20 = 0$

$25 + B_y - 12.5 + 20 = 0$

따라서 $B_y = -32.5kN$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 계산 결과 $B_y = -32.5kN$이므로 옳다.
- 음수이므로 실제 반력 방향은 그림의 $+Y$방향 반대이다.

② X
- $B_y = -34.5kN$이면 $25 - 34.5 - 12.5 + 20 = -2kN$이 되어 연직방향 평형이 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 "B점의 Y방향 반력이 $-34.5kN$이다"이고, 올바르게는 "$-32.5kN$이다"이다.

③ X
- $B_y = -36.5kN$이면 $25 - 36.5 - 12.5 + 20 = -4kN$이 되어 연직방향 평형이 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 "B점의 Y방향 반력이 $-36.5kN$이다"이고, 올바르게는 "$-32.5kN$이다"이다.

④ X
- $B_y = -38.5kN$이면 $25 - 38.5 - 12.5 + 20 = -6kN$이 되어 연직방향 평형이 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 "B점의 Y방향 반력이 $-38.5kN$이다"이고, 올바르게는 "$-32.5kN$이다"이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 Y방향 반력만 묻는다고 해서 $\sum F_y = 0$만 바로 쓰는 데 있다. G점의 $10kN$, $30kN$ 같은 수평방향 힘도 위치 때문에 각각 z축, x축 모멘트를 만들므로, 이 영향을 빼면 A_y, D_y를 잘못 잡게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

공간강체 반력 문제는 먼저 각 점의 좌표와 힘의 방향을 축으로 정리하고, 구하려는 반력이 들어가지 않는 모멘트축을 골라 다른 반력을 먼저 구한 뒤 마지막에 해당 방향의 힘 평형으로 마무리하는 방식으로 판단한다.

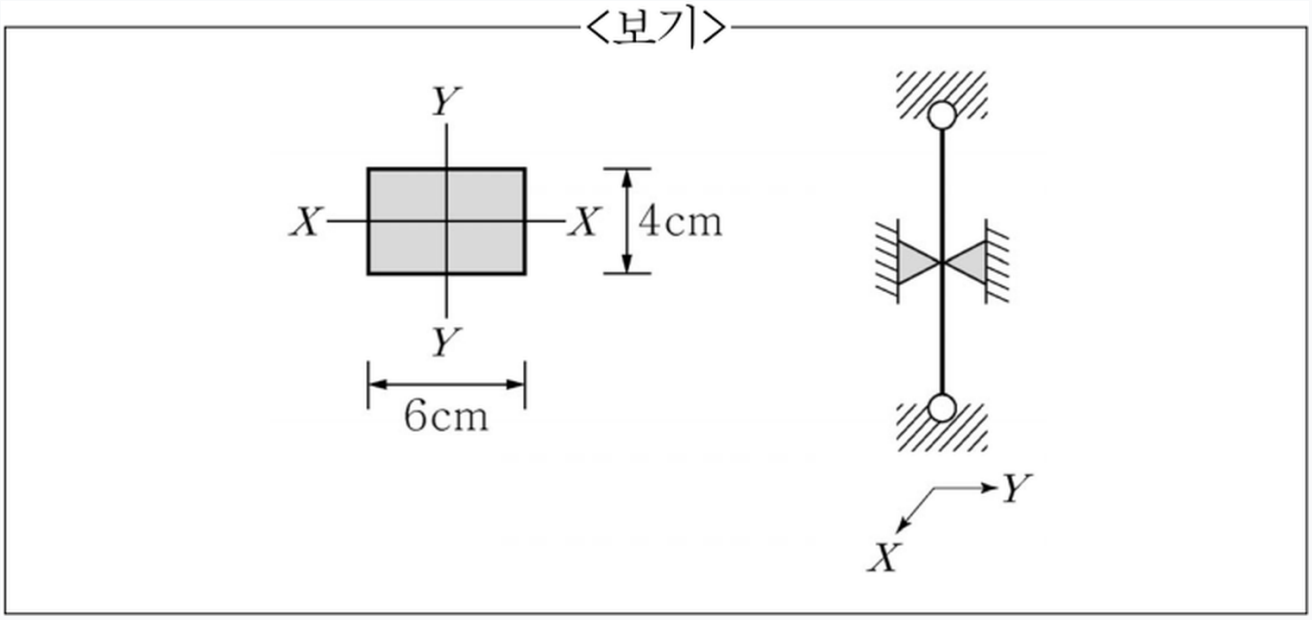
암기 포인트

Y반력은 바로 $\sum F_y$로 가지 않고, 먼저 $\sum M_x$, $\sum M_z$로 다른 연직반력을 정리한 뒤 구하는 값이다.

NoteBase

문 17. 상하단이 핀연결된 압축부재의 중간 부분에 <보기>와 같이 Y축 방향으로 횡지지를 두어 유효좌굴길이가 1/2로 줄게 하였다. 강축 (Y-Y)에 대한 좌굴하중이 900 kN이라 할 때 약축 (X-X)에 대한 좌굴하중의 크기는?

<보기>



① 600 kN

② 900 kN

③ 1,200 kN

④ 1,600 kN

정답 4번

출제 포인트

오일러 좌굴하중 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$에서 단면2차모멘트와 유효좌굴길이 변화가 좌굴하중에 어떻게 반영되는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 직사각형 단면 $6cm \times 4cm$, 상하단 핀연결, 강축 $Y-Y$ 좌굴하중 900 kN이다.
구해야 할 값은 약축 $X-X$ 좌굴하중이다.
주의할 조건은 Y축 방향 횡지지가 Y방향 변위를 막으므로 $X-X$축에 대한 좌굴의 유효좌굴길이가 $L/2$로 줄어든다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$
$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{6 \cdot 4^3}{12} = 32cm^4, \qquad I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{4 \cdot 6^3}{12} = 72cm^4$
이 공식을 쓰는 이유는 핀-핀 압축부재의 탄성좌굴하중이 단면2차모멘트에 비례하고 유효좌굴길이의 제곱에 반비례하기 때문이다.

계산 과정

1. 직사각형 단면이므로 약축 $X-X$에 대한 단면2차모멘트는 $I_x = 32cm^4$, 강축 $Y-Y$에 대한 단면2차모멘트는 $I_y = 72cm^4$이다.
2. 강축 $Y-Y$ 좌굴은 유효좌굴길이가 L인 상태이므로 $P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} = 900kN$이다.
3. 약축 $X-X$ 좌굴은 중간 횡지지 때문에 유효좌굴길이가 $L/2$가 되므로 $P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{(L/2)^2} = \frac{4\pi^2 EI_x}{L^2}$이다.
4. 따라서
$\frac{P_x}{P_y} = \frac{4I_x}{I_y} = \frac{4 \cdot 32}{72} = \frac{16}{9}$
이므로
$P_x = 900 \times \frac{16}{9} = 1600kN$
이다.

선지별 해설

① X: 600 kN은 약축의 단면2차모멘트가 더 작다는 점만 보고 유효좌굴길이 반감 효과를 반영하지 않은 값이다. 틀린 표현은 좌굴길이 감소 효과를 빠뜨린 점이며, 올바르게는 유효좌굴길이가 절반이면 좌굴하중은 4배 효과가 반영되어 1,600 kN이 된다.
② X: 900 kN은 강축 좌굴하중을 그대로 옮겨 놓은 값이다. 틀린 표현은 약축 좌굴이 강축 좌굴과 같다고 본 점이며, 올바르게는 약축은 $I_x < I_y$이지만 횡지지로 $L/2$가 되어 최종 좌굴하중이 900 kN보다 커진다.
③ X: 1,200 kN은 정확한 비례식 $P_x/P_y = 16/9$와 맞지 않는 값이다. 틀린 표현은 유효좌굴길이 반감이 좌굴하중에 제곱으로 작용한다는 점을 불완전하게 반영한 점이며, 올바르게는 $4I_x/I_y$를 적용해 1,600 kN으로 계산해야 한다.
④ O: $P_x = 900 \times 16/9 = 1600kN$이므로 옳다. 약축이라도 중간 횡지지로 유효좌굴길이가 절반이 되면 좌굴하중이 크게 증가한다.

오답 포인트

강축과 약축의 단면2차모멘트 비교만 하고 끝내면 오답이 된다. 이 문제의 함정은 Y축 방향 횡지지가 어느 좌굴축의 유효좌굴길이를 줄이는지와, 좌굴하중이 길이에 반비례가 아니라 길이의 제곱에 반비례한다는 점을 동시에 묻는 데 있다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

좌굴 문제는 먼저 어느 방향 변위가 구속되는지 보고 해당 좌굴축의 유효좌굴길이를 정한다. 그다음 $P_{cr} \propto I/L_e^2$ 비례식으로 축별 단면2차모멘트와 유효좌굴길이를 함께 비교하면 된다.

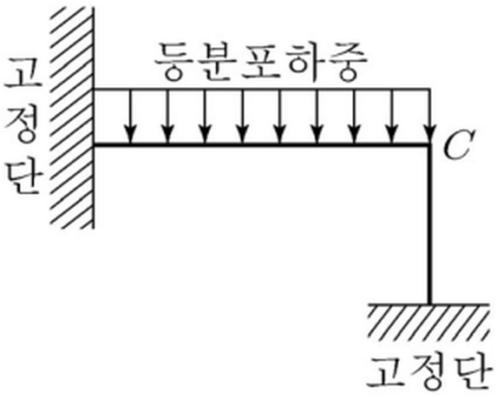
암기 포인트

오일러 좌굴은 $P_{cr} \propto I/L_e^2$이다. 횡지지로 유효좌굴길이가 절반이면 좌굴하중은 4배가 된다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 고정 지지된 부정정 라멘에 등분포하중이 작용할 때 변곡점의 개수와 기둥 하단에서 인장측의 위치로 가장 옳은 것은? (단, C는 강절점이다.)

<보기>



① 변곡점 개수: 2, 기둥 하단의 인장측 발생위치: 좌측

② 변곡점 개수: 2, 기둥 하단의 인장측 발생위치: 우측

③ 변곡점 개수: 3, 기둥 하단의 인장측 발생위치: 좌측

④ 변곡점 개수: 3, 기둥 하단의 인장측 발생위치: 우측

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 고정단과 강절점으로 연결된 라멘에서 휨모멘트의 부호 변화를 따라 전체 변곡점 수와 기둥 하단의 인장측을 판단하는 문제이다.

핵심 정리

등분포하중을 받는 보 AC는 고정단 A와 강절점 C의 양 단부에서 음(부)의 휨모멘트가, 경간 중앙부에서는 양(정)의 휨모멘트가 생긴다. 즉 보를 따라 휨모멘트 부호가 두 번 바뀌므로 보에서 변곡점이 2개 생긴다.
강절점 C에서는 부재가 강하게 연결되어 있어, 보 단부의 인장측 섬유(위쪽, 바깥쪽)가 모서리를 돌아 기둥 CD의 바깥쪽인 우측 섬유의 인장으로 이어진다. 따라서 기둥 상단은 우측이 인장측이다. 한편 기둥은 상단의 강절점 모멘트와 하단 고정단의 저항모멘트를 함께 받아 상단과 하단에서 휨모멘트 부호가 서로 반대가 되므로, 기둥 중간에서 부호가 한 번 바뀌어 변곡점이 1개 더 생긴다.
따라서 전체 변곡점 수는 보 2개와 기둥 1개를 합해 3개이다. 기둥 상단이 우측 인장이고 하단은 그 반대이므로, 기둥 하단 고정단에서는 좌측(안쪽) 섬유가 인장측이 된다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월

선지별 해설

① X
변곡점을 2개로 본 것은 보 AC만 보고 기둥 CD의 부호 전환을 빠뜨린 판단이다. 기둥에도 변곡점이 1개 생기므로 전체는 3개이다.
틀린 표현은 '변곡점 개수 2'이다. 올바르게는 '변곡점 개수 3, 기둥 하단 인장측은 좌측'이다.

② X
변곡점 개수를 2개로 본 점이 틀리고, 기둥 하단 인장측도 우측이 아니라 좌측이다.
틀린 표현은 '변곡점 개수 2, 우측'이다. 올바르게는 '변곡점 개수 3, 좌측'이다.

③ O
보 AC는 양 단부에서 음모멘트, 중앙부에서 양모멘트가 되어 보에서 변곡점이 2개 생긴다. 기둥 CD는 강절점 C와 하단 고정단 D 사이에서 모멘트 부호가 바뀌어 변곡점이 1개 생긴다. 따라서 전체 변곡점 수는 3개이고, 기둥 하단은 좌측 인장이다.

④ X
변곡점 개수 3개는 맞지만 기둥 하단 인장측을 우측으로 본 점이 틀리다. 기둥 하단은 좌측 인장, 우측 압축이 된다.
틀린 표현은 '우측'이다. 올바르게는 '좌측'이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 보의 변곡점 2개만 세고 기둥의 변곡점 1개를 누락하는 것이다. 또 기둥 하단 인장측은 상단 강절점의 모멘트 방향만 보고 정하는 것이 아니라, 하단 고정단에서 생기는 저항모멘트 방향으로 판단해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 보 부재의 단부모멘트와 중앙부모멘트의 부호를 그려 보의 변곡점 수를 센다. 다음으로 강절점에서 전달된 모멘트 때문에 기둥 상단과 하단의 모멘트 부호가 서로 반대가 되는지 확인한다. 보의 변곡점 2개와 기둥의 변곡점 1개를 합치면 전체 변곡점 수가 정리되고, 기둥 하단 인장측은 하단 고정모멘트의 방향으로 판단된다.

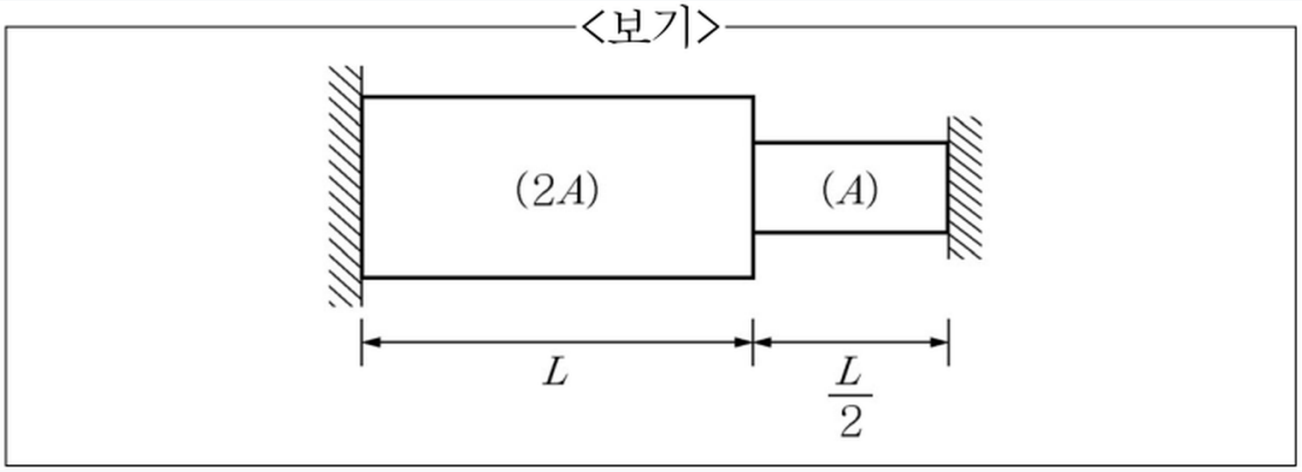
암기 포인트

등분포하중을 받는 고정 라멘은 보에서 2개, 기둥에서 1개의 변곡점이 생겨 총 3개가 되기 쉽고, 이 문항의 기둥 하단 인장측은 좌측이다.

NoteBase

문 19. <보기>와 같이 단면적이 2A와 A이고 양단이 고정된 강봉으로 이루어진 구조계의 온도를 T만큼 감소시킬 때 면적이 A인 봉에 발생하는 응력은? (단, 탄성계수, 선팽창계수는 각각 E, α로 일정하다.)

<보기>



① $\frac{1}{2}E\alpha T$

② $E\alpha T$

③ $\frac{3}{2}E\alpha T$

④ $2E\alpha T$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 양단이 고정된 단차봉에서 자유 열수축량과 축력에 의한 탄성변형량을 같게 두어 면적이 A인 봉의 열응력을 구하는 문제이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 6월

조건 정리

주어진 값:
- 왼쪽 봉: 길이 L, 단면적 $2A$
- 오른쪽 봉: 길이 $\frac{L}{2}$, 단면적 A
- 두 봉의 탄성계수는 모두 E, 선팽창계수는 모두 α
- 온도는 T만큼 감소한다

구해야 할 값:
- 단면적이 A인 오른쪽 봉의 응력

주의할 조건:
- 양단이 고정되어 있으므로 전체 자유 열수축은 실제로 발생하지 못한다
- 두 구간에 작용하는 축력 P는 같지만 응력은 단면적에 따라 달라진다

사용할 공식

$+\delta_T = \sum \alpha T L_i, \quad + \quad + \delta_P = \sum \frac{PL_i}{A_i E} +$
$++\delta_T = \delta_P, \quad + \quad + \sigma_A = \frac{P}{A} +$
+
+이 공식을 쓰는 이유:
양단 고정봉은 냉각 시 자유수축이 구속되므로, 원래 줄어들 열변형량만큼 내부 인장력이 생겨 탄성신장한다.
따라서 전체 자유 열수축량과 각 구간의 탄성변형량의 합을 같게 두면 축력 P를 구할 수 있다.

계산 과정

1. 전체 자유 열수축량은
$+\delta_T = \alpha T\left(L + \frac{L}{2}\right) = \frac{3}{2}\alpha T L +$
+
+2. 축력 P에 의한 전체 탄성변형량은
$+\delta_P = \frac{PL}{2AE} + \frac{P(L/2)}{AE} + = \frac{PL}{2AE} + \frac{PL}{2AE} + = \frac{PL}{AE} +$
+
+3. 구속조건 $\delta_T = \delta_P$를 적용하면
$+\frac{PL}{AE} = \frac{3}{2}\alpha T L + \quad \Rightarrow \quad + P = \frac{3}{2}AE\alpha T +$
+
+4. 면적이 A인 봉의 응력은
$+\sigma_A = \frac{P}{A} = \frac{3}{2}E\alpha T +$
+
+냉각이 구속된 경우이므로 응력의 성질은 인장응력이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $\frac{1}{2}E\alpha T$는 전체 자유 열수축량이나 두 구간의 탄성변형량 합을 지나치게 작게 본 값이다.
- 올바르게는 면적이 A인 봉의 응력은 $\frac{3}{2}E\alpha T$이다.

② X
- $E\alpha T$는 두 구간을 같은 단면적의 균일봉처럼 취급하여 왼쪽 $2A$ 구간의 변형이 더 작다는 점을 놓칠 때 나오는 값이다.
- 올바르게는 왼쪽 구간의 변형량이 $\frac{PL}{2AE}$로 줄어들므로 최종 응력은 $\frac{3}{2}E\alpha T$이다.

③ O
- 적합조건 $\sum\delta_T = \sum\delta_P$를 적용하면 $P = \frac{3}{2}AE\alpha T$가 되고, 이를 면적 A로 나누면 $\sigma_A = \frac{3}{2}E\alpha T$가 된다.
- 따라서 ③이 정답이다.

④ X
- $2E\alpha T$는 두 구간의 직렬 탄성변형량을 잘못 합산하여 실제보다 큰 축력을 구할 때 나오는 과대응력 값이다.
- 올바르게는 두 구간의 변형량 합이 $\frac{PL}{AE}$이므로 응력은 $2E\alpha T$가 아니라 $\frac{3}{2}E\alpha T$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 세 가지이다.
첫째, 냉각이므로 압축이 아니라 인장응력이 생긴다는 점을 놓치기 쉽다.
둘째, 두 구간의 축력은 같아도 응력은 $\sigma = P/A$이므로 단면적이 작은 오른쪽 봉이 더 큰 응력을 받는다.
셋째, 적합조건은 응력의 합이 아니라 변형량의 합으로 세워야 하며, 왼쪽 구간의 변형량이 $\frac{PL}{2AE}$라는 점을 빠뜨리면 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

양단 고정 복합봉의 열응력 문제는 먼저 전체 자유 열변형 $\sum\alpha TL$을 구하고, 다음으로 각 구간의 탄성변형 $\sum\frac{PL}{AE}$을 더해 서로 같게 둔다. 그 뒤 구하라는 구간의 응력만 $\sigma = P/A_i$로 따로 계산하면 된다.

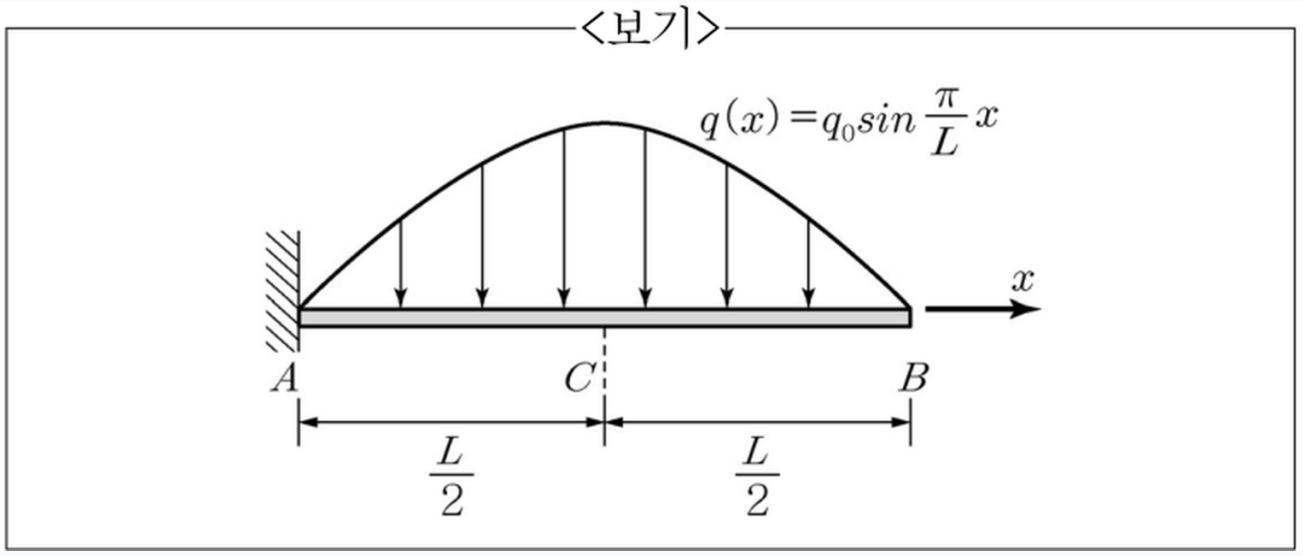
암기 포인트

구속된 복합봉의 냉각은 $\sum\alpha TL = \sum\frac{PL}{AE}$로 축력을 구하고, 응력은 마지막에 해당 구간 단면적으로 나눈다.

NoteBase

문 20. <보기>와 같은 sine 함수 분포의 하중을 받는 캔틸레버보의 중앙점, C에서의 전단력의 크기는?

<보기>



① $\frac{L}{2\pi} q_0$

② $\frac{L}{\pi} q_0$

③ $\frac{3L}{2\pi} q_0$

④ $\frac{2L}{\pi} q_0$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 분포하중의 합력을 적분하여 중앙점 C에서의 전단력 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 하중은 $q(x) = q_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$이다.
보의 길이는 $0 \le x \le L$이고, 중앙점 C는 $x = \frac{L}{2}$이다.
구해야 할 값은 절단면 C에서의 전단력의 크기이다.
전단력의 크기는 절단면 한쪽 구간에 작용하는 분포하중의 합력과 같게 본다.

사용할 공식

전단력의 크기는 절단면 한쪽에 남는 분포하중의 합력이다.
$|V_C| = \int_{L/2}^{L} q(x) dx$
이 식을 쓰는 이유는 C에서 절단하면 자유단 쪽 구간 CB에는 분포하중만 남으므로, 그 합력이 곧 C 단면의 전단력 크기가 되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

$|V_C| = \int_{L/2}^{L} q_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = q_0\left[-\frac{L}{\pi}\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)\right]_{L/2}^{L}$
$= q_0\left(-\frac{L}{\pi}\cos\pi + \frac{L}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}\right) = q_0\left(\frac{L}{\pi} + 0\right) = \frac{L}{\pi}q_0$
따라서 중앙점 C에서의 전단력 크기는 $\frac{L}{\pi}q_0$이다.

선지별 해설

① X: $\frac{L}{2\pi}q_0$는 정적분 결과보다 절반으로 작은 값이다. 반구간 CB의 sine 분포하중 합력은 $\int_{L/2}^{L} q(x)dx = \frac{L}{\pi}q_0$이므로, 올바르게는 $\frac{L}{\pi}q_0$이다.
② O: C 우측 구간의 분포하중을 적분하면 $\frac{L}{\pi}q_0$가 된다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.
③ X: $\frac{3L}{2\pi}q_0$는 C 단면 전단력을 구할 때 필요 없는 하중을 더 포함한 과대평가 값이다. C에서의 전단력은 절단면 한쪽 구간의 합력만 취하므로, 올바르게는 $\frac{L}{\pi}q_0$이다.
④ X: $\frac{2L}{\pi}q_0$는 전 구간 $0 \le x \le L$에 작용하는 전체 분포하중의 합력이다. C에서의 전단력은 전체 하중이 아니라 절단면 한쪽의 합력이므로, 올바르게는 $\frac{L}{\pi}q_0$이다.

오답 포인트

④처럼 전체 하중을 바로 적분하면 C 단면 전단력이 아니라 보 전체에 작용하는 총하중이 나온다. 이 문항의 함정은 '전단력은 절단면 한쪽 구간의 합력'이라는 기준을 놓치게 만드는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

캔틸레버보의 중간 단면 전단력을 묻는 문제는 먼저 그 단면에서 절단하고, 자유단 쪽 또는 고정단 쪽 한 구간만 남겨 분포하중을 적분한다. 적분 구간을 정확히 잡으면 전단력 크기를 바로 판단할 수 있다.

암기 포인트

전단력은 절단면 한쪽 하중의 합력이고, 반사인 분포의 반구간 면적은 $\frac{L}{\pi}q_0$이다.

NoteBase