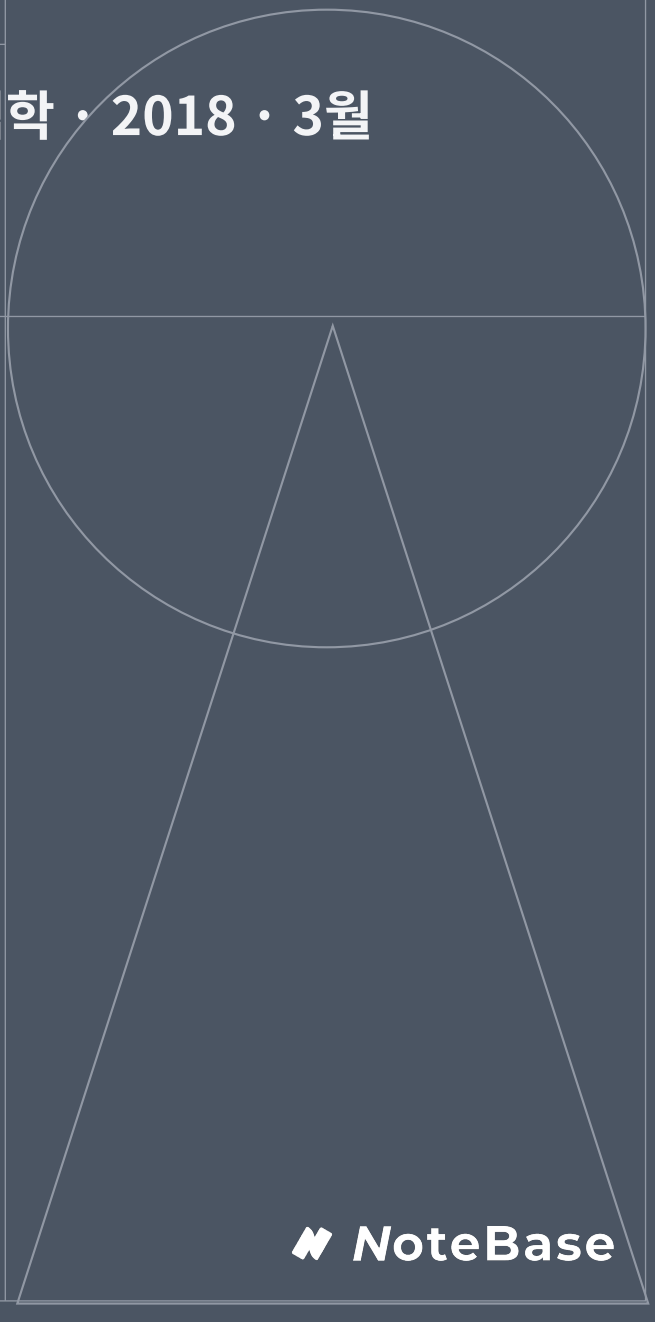
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 3월



NoteBase

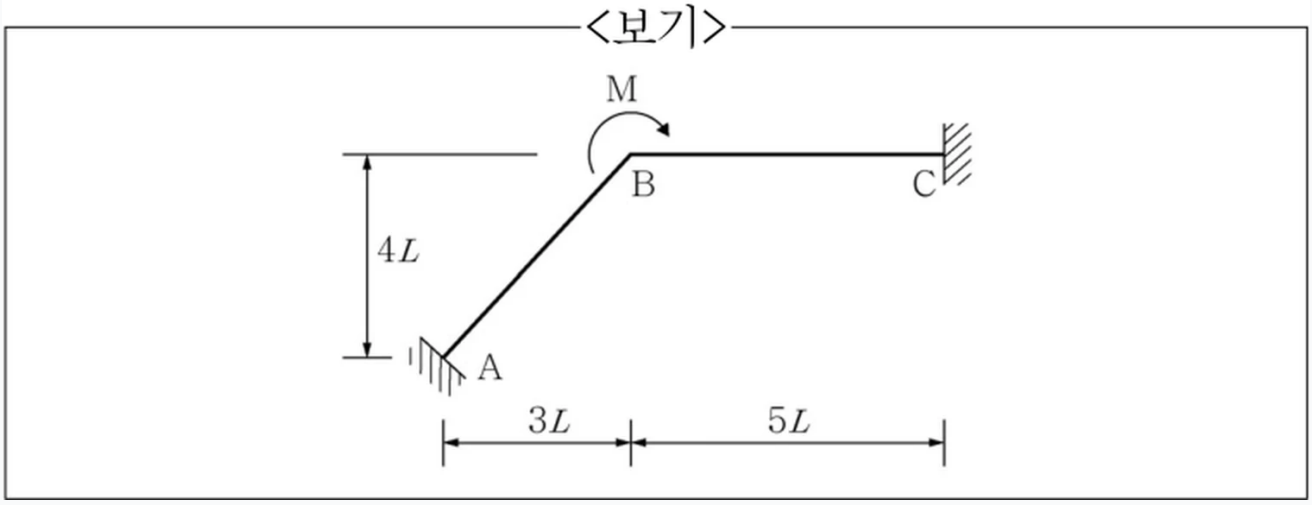
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 3월

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 3월

문 1. <보기>와 같이 B점에 집중모멘트 M을 받고 휨강성 EI가 일정한 뼈대 구조에서 발생하는 B점의 회전변위는?

<보기>



① $\frac{ML}{8EI}$

② $\frac{7ML}{8EI}$

③ $\frac{9ML}{8EI}$

④ $\frac{5ML}{8EI}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 절점 B에 작용하는 집중모멘트에 대해 양쪽 고정단 부재의 회전강성을 합산하여 B점 회전변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

AB는 수평 3 L, 수직 4 L이므로 실제 길이가 $5L$이다.
BC의 길이도 $5L$이다.
A와 C는 고정단이고, 두 부재의 휨강성은 모두 EI로 일정하다.
구해야 할 값은 B점의 회전변위 θ_B이다.

NoteBase

사용할 공식

고정단을 가진 부재에서 절점 회전만 있을 때 그 절점의 회전강성은 $4EI/L$이다.
따라서 B절점의 총 회전강성은 두 부재 강성의 합으로 본다.
이 공식을 쓰는 이유는 외부모멘트 M이 B절점에만 작용하고, 양 끝단 A와 C의 회전은 구속되어 있기 때문이다.

계산 과정

1. 대각부재 AB의 길이를 구한다.
$L_{AB} = \sqrt{(3L)^2 + (4L)^2} = 5L$
2. 각 부재의 B단 회전강성을 구한다.
$k_{BA} = \frac{4EI}{5L}, \quad k_{BC} = \frac{4EI}{5L}$
3. B절점의 총 회전강성은 두 강성의 합이다.
$k_B = k_{BA} + k_{BC} = \frac{8EI}{5L}$
4. 절점평형식 $M = k_B\theta_B$를 적용한다.
$\theta_B = \frac{M}{k_B} = \frac{M}{8EI/(5L)} = \frac{5ML}{8EI}$

선지별 해설

1번 X: 계산 결과는 $\frac{5ML}{8EI}$이므로 $\frac{ML}{8EI}$는 틀리다. 대각부재의 실제 길이 $5L$를 반영하지 않고 절점강성을 과대평가하면 이런 값처럼 작게 나온다. 올바른 값은 $\frac{5ML}{8EI}$이다.
2번 X: $\frac{7ML}{8EI}$는 실제 절점강성 $\frac{8EI}{5L}$와 맞지 않는 값이다. AB의 3-4-5 기하를 길이 환산 없이 다루면 강성합이 왜곡된다. 올바른 값은 $\frac{5ML}{8EI}$이다.
3번 X: $\frac{9ML}{8EI}$는 실제보다 절점강성을 지나치게 작게 본 값이다. 이 구조의 두 부재는 모두 길이 $5L$인 고정단 부재이므로 이런 값이 될 수 없다. 올바른 값은 $\frac{5ML}{8EI}$이다.
4번 O: AB와 BC의 길이가 모두 $5L$이므로 B절점의 총 회전강성은 $\frac{8EI}{5L}$이다. 따라서 $\theta_B = \frac{5ML}{8EI}$가 되어 옳다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 대각부재 AB를 수평길이 $3L$이나 수직높이 $4L$로 착각하는 데 있다. 회전변위 문제에서는 먼저 부재의 실제 길이를 구한 뒤, 고정단 부재의 절점강성 $4EI/L$을 적용해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

절점에 모멘트가 작용하는 뼈대 문제는 부재 실길이 산정 → 각 부재의 절점강성 계산 → 절점강성 합산 → $M = k\theta$ 적용 순서로 판단한다.

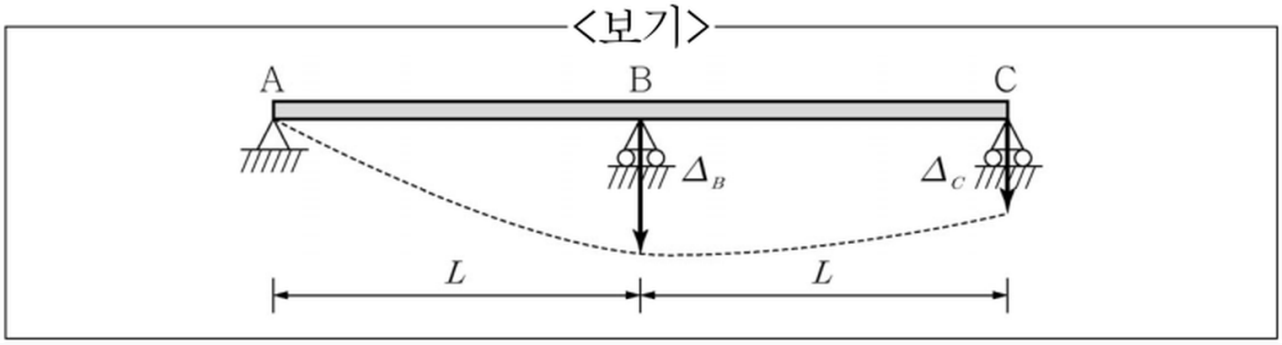
암기 포인트

고정단 부재의 절점강성은 $4EI/L$이고, 절점 회전변위는 외력모멘트를 절점강성의 합으로 나눈 값이다.

NoteBase

문 2. <보기>와 같이 모든 부재의 휨강성 EI가 일정한 3경간 연속보에서 B점과 C점의 지점 침하가 각각 Δ_B, Δ_C 발생하였을 때, B점의 휨모멘트는?

<보기>



① $\frac{EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$
② $\frac{EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{L^2}$
③ $\frac{2EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{L^2}$
④ $\frac{3EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 등강성 2경간 연속보에서 지점 침하가 있을 때 세 모멘트 정리로 내부지점 B의 휨모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 각 경간 길이는 모두 L, 모든 부재의 휨강성은 EI로 같다.
구해야 할 값: 내부지점 B의 휨모멘트 M_B이다.
주의할 조건: 외력은 없고 지점 침하만 있으므로 하중항은 0으로 두고, 침하항만 반영한다. 왼쪽 경간의 상대침하는 Δ_B, 오른쪽 경간의 상대침하는 $\Delta_B - \Delta_C$이다.

사용할 공식

세 모멘트 정리를 적용하면
$M_A L + 2M_B(L + L) + M_C L = 6EI\left(\frac{\Delta_B}{L} + \frac{\Delta_B - \Delta_C}{L}\right)$
이 문제는 3경간이 아니라 2경간을 가진 3지점 연속보이고, 각 경간의 길이와 강성이 같으며 외력이 없고 지점 침하만 있으므로 세 모멘트 정리의 하중항은 사라지고 침하항만 남는다.

NoteBase

계산 과정

단부 A, C는 단순지지이므로 $M_A = 0, M_C = 0$이다.
이를 대입하면
$4LM_B = 6EI\left(\frac{\Delta_B}{L} + \frac{\Delta_B - \Delta_C}{L}\right)$
따라서
$4LM_B = \frac{6EI}{L}(2\Delta_B - \Delta_C)$
정리하면
$M_B = \frac{3EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$
이 된다.

선지별 해설

① X
제시식은 $\frac{EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$이다. 정답식보다 계수 3이 빠져 있다. 올바르게는 $M_B = \frac{3EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$이다.

② X
제시식은 $\frac{EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{L^2}$이다. 정답식의 계수 $\frac{3}{2}$를 1로 잘못 쓴 값이다. 올바르게는 $\frac{3EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$이다.

③ X
제시식은 $\frac{2EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{L^2}$이다. $4LM_B = \frac{6EI}{L}(2\Delta_B - \Delta_C)$에서 $6/4 = 3/2$를 정리하지 않고 계수를 과대평가한 값이다. 올바르게는 $\frac{3EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$이다.

④ O
세 모멘트 정리에 $M_A = M_C = 0$, 상대침하 Δ_B, $\Delta_B - \Delta_C$를 넣으면 $M_B = \frac{3EI(2\Delta_B - \Delta_C)}{2L^2}$가 된다. 따라서 ④가 옳다.

오답 포인트

침하 문제에서는 외력항이 없다는 점은 잘 보지만, 오른쪽 경간의 상대침하를 Δ_C가 아니라 $\Delta_B - \Delta_C$로 잡아야 한다는 점을 놓치기 쉽다. 또 $4LM_B = \frac{6EI}{L}(2\Delta_B - \Delta_C)$에서 $6/4 = 3/2$를 끝까지 정리하지 않으면 ②나 ③ 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

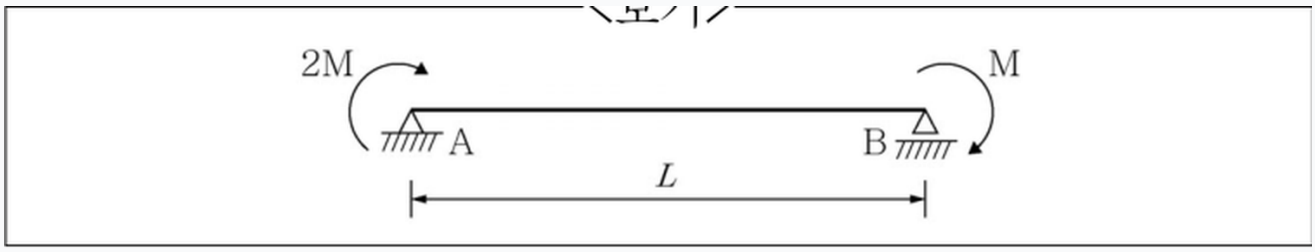
지점 침하만 있는 연속보가 나오면 먼저 단부모멘트가 0인지 확인하고, 각 경간의 상대침하를 정리한 뒤, 세 모멘트 정리에서 하중항을 지우고 침하항만 남겨 계산하면 된다.

암기 포인트

등경간 연속보의 침하 문제는 절대침하가 아니라 각 경간의 상대침하를 넣고, 마지막 계수 $6/4 = 3/2$를 정확히 남기는 것이 핵심이다.

NoteBase

문 3. <보기>와 같이 휨강성 EI가 일정하고 길이가 L인 단순보의 양단에 휨모멘트가 그림과 같이 재하될 때, 지점 A에서의 처짐각은?



① $\frac{ML}{2EI}$
② $\frac{ML}{3EI}$
③ $\frac{ML}{4EI}$
④ $\frac{ML}{5EI}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 양단에 작용하는 끝모멘트로 생기는 선형 휨모멘트도를 세우고, 단순보의 경계조건 $y(0) = 0$, $y(L) = 0$을 이용해 지점 A의 처짐각을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 값: 길이 L, 휨강성 EI, A단의 끝모멘트 $2M$, B단의 끝모멘트 M이다.
- 구해야 할 값: 지점 A의 처짐각 θ_A이다.
- 주의할 조건: 단순보이므로 두 지점의 처짐은 0이고, 횡하중이 없으므로 휨모멘트도는 직선이 된다.

사용할 공식

휨곡선 방정식은 $EI\frac{d^2y}{dx^2} = M(x)$ 이다.
이 문제에서는 횡하중이 없으므로 반력은 일정하고, 따라서 $M(x)$를 1차식으로 놓아 적분하면 처짐각을 직접 구할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 시계방향을 양(+)의 모멘트로 두면 평형조건에서 $R_A + R_B = 0, R_A L = 2M + M$이므로 $R_A = \frac{3M}{L}$이다.
2. A에서 x만큼 떨어진 단면의 휨모멘트는 $M(x) = -2M + R_A x = -2M + \frac{3M}{L}x$ 이다.
3. 따라서 $EIy'' = -2M + \frac{3M}{L}x$ 이고 적분하면
$EIy' = -2Mx + \frac{3M}{2L}x^2 + C_1, \qquad EIy = -Mx^2 + \frac{M}{2L}x^3 + C_1 x + C_2$ 이다.
4. 경계조건 $y(0) = 0$에서 $C_2 = 0, y(L) = 0$에서 $-ML^2 + \frac{1}{2}ML^2 + C_1 L = 0$ 이므로 $C_1 = \frac{ML}{2}$이다.
5. 따라서 A점의 처짐각은 $\theta_A = y'(0) = \frac{C_1}{EI} = \frac{ML}{2EI}$ 이다.

선지별 해설

① O
- 계산 결과가 $\theta_A = \frac{ML}{2EI}$이므로 옳다.

② X
- 처짐각을 $\frac{ML}{3EI}$로 본 부분이 틀리다. 올바르게는 $\theta_A = \frac{ML}{2EI}$이다.
- 반력으로 만든 직선 모멘트도를 적분하지 않고 계수를 임의로 줄이면 이런 값으로 오인할 수 있다.

③ X
- 처짐각을 $\frac{ML}{4EI}$로 본 부분이 틀리다. 올바르게는 $\theta_A = \frac{ML}{2EI}$이다.
- 모멘트도 면적을 절반으로 나누어 A와 B의 회전을 기계적으로 배분하면 이런 과소값이 나온다.

④ X
- 처짐각을 $\frac{ML}{5EI}$로 본 부분이 틀리다. 올바르게는 $\theta_A = \frac{ML}{2EI}$이다.
- 경계조건 $y(0) = 0, y(L) = 0$을 쓰지 않고 수치만 감으로 줄이면 성립하지 않는 값이 된다.

오답 포인트

끝모멘트가 걸린 단순보는 휨모멘트도만 보고 A와 B의 회전을 균등하게 나누면 안 된다. 이 문제는 직선 모멘트도를 적분한 뒤 처짐 경계조건까지 적용해야만 $\theta_A = \frac{ML}{2EI}$가 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

횡하중이 없는 보의 끝모멘트 문제는 평형으로 반력을 구하고, 직선 모멘트도 $M(x)$를 만든 뒤, $EIy'' = M(x)$를 적분하고, 마지막에 단순보 경계조건 $y(0) = 0, y(L) = 0$을 대입하는 순서로 판단한다.

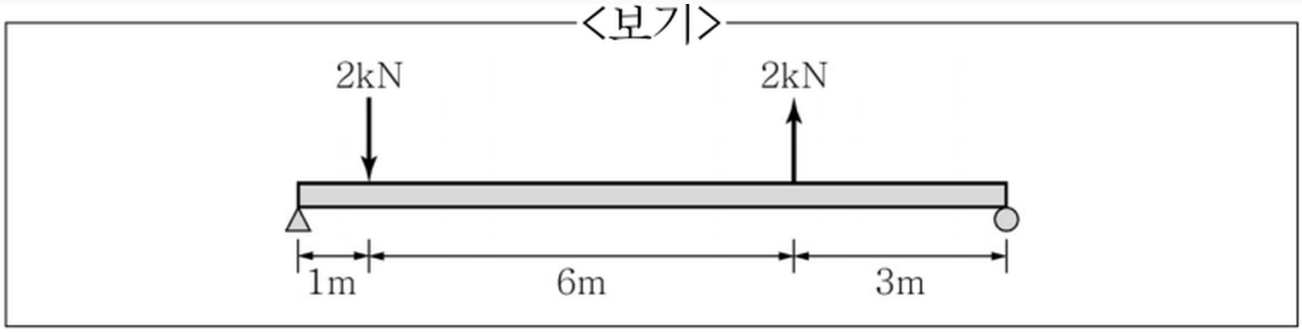
암기 포인트

끝모멘트만 작용하는 단순보는 반력으로 직선 모멘트도를 만든 뒤 $EIy'' = M(x)$를 적분하고 $y = 0$ 경계조건으로 적분상수를 정하는 구조이다.

NoteBase

문 4. <보기>와 같이 단순보의 단면이 직사각형이고 허용인장응력 $\sigma_{allow} = 2\text{MPa}$일 때 필요한 최소 단면계수의 값은?

<보기>



① 1800cm^3

② 2000cm^3

③ 2400cm^3

④ 3600cm^3

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 단순보의 반력을 구하고 절대최대휨모멘트 M_{max}를 찾은 뒤 $Z_{min} = M_{max}/\sigma_{allow}$로 필요한 최소 단면계수를 계산하는 문제이다.

조건 정리

- 좌측은 힌지, 우측은 롤러인 단순보다.
- $x = 1m$ 위치에 아래로 $2kN$, $x = 7m$ 위치에 위로 $2kN$이 작용한다.
- 전체 경간은 $10m$이다.
- 허용인장응력은 $\sigma_{allow} = 2MPa = 2N/mm^2$이다.
- 구해야 할 값은 필요한 최소 단면계수 Z_{min}이다.

사용할 공식

$\sigma = \frac{M}{Z}, \qquad Z_{min} = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}}$

이 공식은 휨응력이 허용응력을 넘지 않도록 필요한 단면계수를 정할 때 사용한다. 따라서 먼저 반력과 휨모멘트도를 구해 절대값이 가장 큰 M_{max}를 찾는다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 3월

계산 과정

1. 연직방향 평형에서 $R_A + R_B - 2 + 2 = 0$이므로 $R_A + R_B = 0$이다.
2. A점에 대한 모멘트 평형에서 $10R_B + 2 \times 7 - 2 \times 1 = 0$이므로 $R_B = -1.2kN$, $R_A = 1.2kN$이다.
3. 전단력은 $0 \sim 1m$ 구간에서 $+1.2kN$, $1 \sim 7m$ 구간에서 $-0.8kN$, $7 \sim 10m$ 구간에서 $+1.2kN$이다.
4. 휨모멘트는 $M(1) = 1.2 \times 1 = 1.2kN \cdot m$, $M(7) = 1.2 - 0.8 \times 6 = -3.6kN \cdot m$이다. 따라서 절대최대휨모멘트는 $|M_{max}| = 3.6kN \cdot m$이다.
5. 필요한 단면계수는
$Z_{min} = \frac{3.6 \times 10^6 N \cdot mm}{2N/mm^2} = 1.8 \times 10^6 mm^3 = 1800cm^3$
이다.

선지별 해설

① O
- 계산 결과 필요한 최소 단면계수는 $1800cm^3$이다. 보기값과 일치하므로 옳다.

② X
- 틀린 표현은 '2000cm^3'이다. 올바르게는 '1800cm^3'이다.
- 최대휨모멘트를 $4.0kN \cdot m$ 정도로 잘못 잡으면 나올 수 있는 값이지만, 정확한 절대최대휨모멘트는 $3.6kN \cdot m$이다.

③ X
- 틀린 표현은 '2400cm^3'이다. 올바르게는 '1800cm^3'이다.
- $1 \sim 7m$ 구간의 모멘트 변화량 $0.8 \times 6 = 4.8$만 보고 초기모멘트 $+1.2kN \cdot m$를 반영하지 않으면 생기기 쉬운 오답이다.

④ X
- 틀린 표현은 '3600cm^3'이다. 올바르게는 '1800cm^3'이다.
- 허용응력 $2MPa$를 반으로 잘못 처리하거나 $1MPa$처럼 나누면 생길 수 있는 값이지만, 문제의 허용응력은 분명히 $2MPa$이다.

오답 포인트

상향하중이 함께 작용하므로 지점반력 하나가 음수가 될 수 있다는 점을 놓치기 쉽다. 또 최대휨모멘트는 부호가 아니라 절대값으로 판단해야 하며, $kN \cdot m \rightarrow N \cdot mm$, $mm^3 \rightarrow cm^3$ 단위변환까지 끝내야 최종 수치가 맞는다.

다시 나오면 이렇게 판단

단순보 단면계수 문제는 반력 계산, 전단력 구간 확인, 휨모멘트 극값 확인, $Z = M/\sigma$ 적용, 단위변환 검산의 순서로 판단한다.

NoteBase

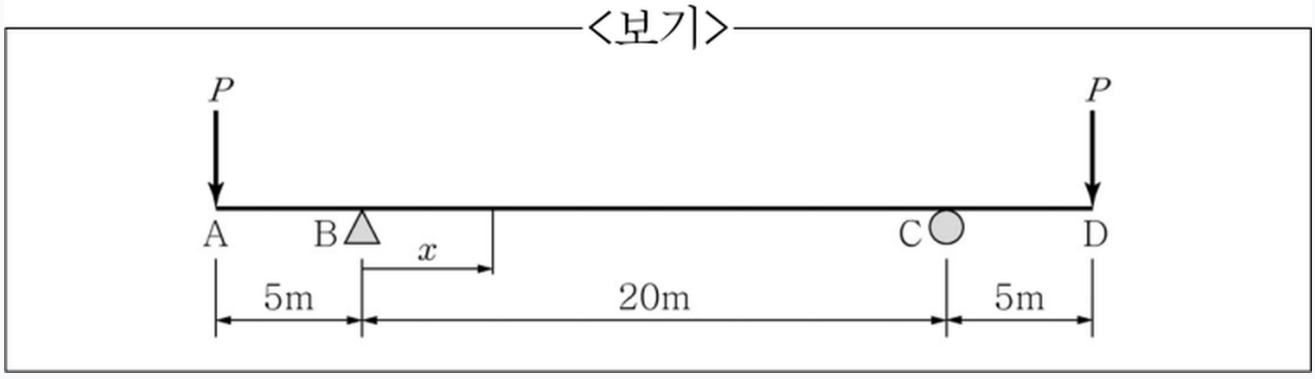
암기 포인트

필요 단면계수는 '절대최대휨모멘트 ÷ 허용응력'이며, $1kN \cdot m = 10^6 N \cdot mm$, $1cm^3 = 10^3 mm^3$이다.

NoteBase

문 5. <보기>와 같이 단순지지된 보의 끝단에 하중 $P = 10\text{kN}$이 작용하고 있을 때 $x = 5\text{m}$ 지점의 수직변위는? (단, $EI = 5000\text{kN} \cdot \text{m}^2$이다.)

<보기>



① $\frac{3}{5}(\uparrow)$
② $\frac{7}{9}(\uparrow)$
③ $\frac{5}{8}(\uparrow)$
④ $\frac{3}{8}(\uparrow)$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 양쪽 돌출부에 같은 집중하중이 작용할 때 지점 사이 구간 BC에 생기는 일정한 음의 휨모멘트로부터 $x = 5m$ 지점의 처짐을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $P = 10kN$, $EI = 5000kN \cdot m^2$, $AB = 5m$, $BC = 20m$, $CD = 5m$
구해야 할 값: 지점 B에서 오른쪽으로 $x = 5m$ 떨어진 점의 수직변위
주의할 조건: 좌우가 대칭이므로 반력은 $R_B = R_C = 10kN$이고, 구간 BC에서는 전단력이 0이어서 휨모멘트가 일정하다.

사용할 공식

구간 BC에서는
$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M$
를 사용한다.
이 공식을 쓰는 이유: 지점 사이 BC에는 분포하중이 없고, 양 끝 돌출부 하중 때문에 $M = -P \cdot 5 = -50kN \cdot m$의 일정한 음의 모멘트가 작용하므로 탄성곡선의 곡률이 상수로 정해진다.

NoteBase

계산 과정

1. 대칭이므로 $R_B = R_C = P = 10kN$이다.
2. 따라서 구간 BC의 휨모멘트는 전 구간에서
$M = -P \cdot 5 = -10 \times 5 = -50kN \cdot m$
이다.
3. x를 B에서 오른쪽으로 잰 좌표로 두면
$EIy'' = -50$
이고, 경계조건 $y(0) = 0, y(20) = 0$을 적용하면
$y = \frac{-50}{2EI}x(x - 20)$
이다.
4. $x = 5m$에서
$y(5) = \frac{-50}{2 \times 5000} \times 5 \times (5 - 20) = 0.375m = \frac{3}{8}m$
이다. 부호상 위쪽 변위이므로 $\frac{3}{8}$ 위쪽이다.

선지별 해설

① X
계산 결과는 $\frac{3}{8}m$ 위쪽이므로 $\frac{3}{5}m$ 위쪽은 맞지 않는다. 틀린 표현은 수치 $\frac{3}{5}$이고, 올바르게는 $\frac{3}{8}m$ 위쪽이다.
② X
계산 결과는 $0.375m$이므로 $\frac{7}{9}m$ 위쪽은 과대계산한 값이다. 틀린 표현은 수치 $\frac{7}{9}$이고, 올바르게는 $\frac{3}{8}m$ 위쪽이다.
③ X
계산 결과는 $\frac{3}{8}m$ 위쪽이므로 $\frac{5}{8}m$ 위쪽은 맞지 않는다. 틀린 표현은 수치 $\frac{5}{8}$이고, 올바르게는 $\frac{3}{8}m$ 위쪽이다.
④ O
BC 구간의 일정모멘트로 만든 탄성곡선에 $x = 5m$를 대입하면 $y = \frac{3}{8}m$이고 방향은 위쪽이다. 따라서 옳은 선지는 ④이다.

오답 포인트

지점 사이에 하중이 없다고 해서 처짐도 0이라고 보면 틀린다. 이 문항의 함정은 BC에서 전단력은 0이지만 음의 휨모멘트는 일정하게 존재한다는 점이다. 또 $x = 5m$를 전체 길이 기준 좌표로 오해하거나, 경계조건을 지점 B, C가 아니라 자유단 A, D에 두면 오답값이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

양쪽 돌출부가 대칭이고 지점 사이에 하중이 없으면 먼저 반력의 대칭성을 확인한 뒤, 지점 사이 모멘트가 일정한지 본다. 일정모멘트 구간이면 $EIy'' = M$을 적분하고 지점 처짐 $y = 0$ 두 개를 경계조건으로 넣어 필요한 위치의 변위를 구하면 된다.

NoteBase

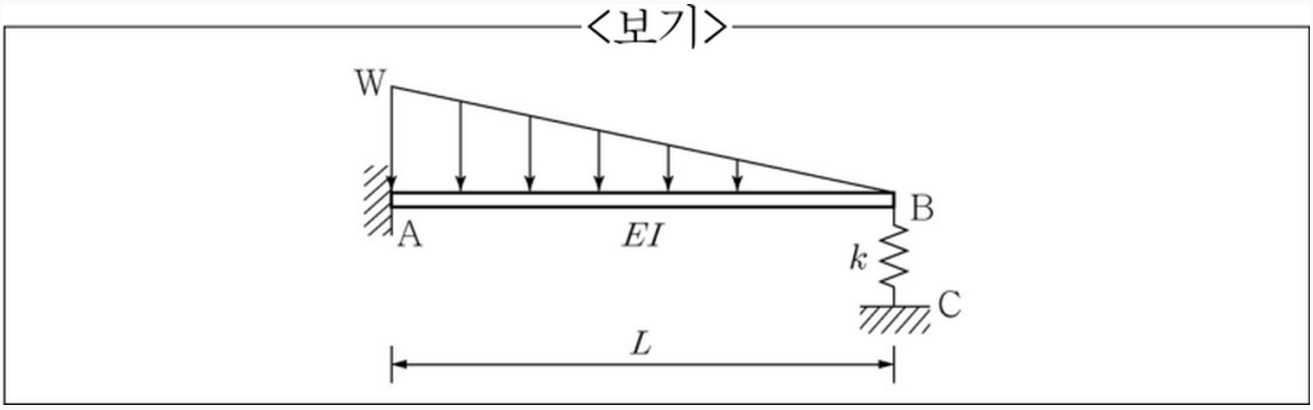
암기 포인트

전단력 0이어도 모멘트가 0은 아니다. 일정모멘트 구간의 처짐곡선은 포물선이며, 지점 두 곳의 처짐 0을 먼저 건다.

NoteBase

문 6. <보기>와 같이 길이가 L이고 휨강성이 EI인 외팔보의 자유단에 스프링상수 k인 스프링이 설치되어 있다. 선형분포하중 w에 의하여 발생하는 B점의 수직 처짐은?

<보기>



① $\frac{wL^4}{30EI + 7kL^3}$
② $\frac{wL^4}{30EI + 8kL^3}$
③ $\frac{wL^4}{30EI + 9kL^3}$
④ $\frac{wL^4}{30EI + 10kL^3}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 삼각분포하중을 받는 외팔보의 자유단 처짐과 자유단 스프링 반력을 변위적합조건으로 결합해 B점의 수직 처짐을 구하는 문제이다.

조건 정리

외팔보 길이는 L, 휨강성은 EI, B점 스프링상수는 k이다.
분포하중은 A점에서 최대 w, B점에서 0인 선형분포하중이다.
구할 값은 B점의 아래방향 수직 처짐 δ이다.

사용할 공식

스프링이 없을 때 A점 최대 삼각분포하중에 의한 자유단 처짐은 $\delta_w = \frac{wL^4}{30EI}$이다.
자유단에 작용하는 집중력 R에 의한 자유단 처짐은 $\frac{RL^3}{3EI}$이다.
스프링 반력은 자유단 처짐에 비례하므로 $R = k\delta$이다.
이 공식들을 쓰는 이유는 B점 스프링이 외력과 별개인 지점조건이 아니라, B점 처짐만큼 반력을 만들어 보의 처짐을 줄이는 탄성지점이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

아래방향 처짐을 양으로 두면 삼각분포하중은 $\delta_w = \frac{wL^4}{30EI}$의 아래방향 처짐을 만든다.
스프링 반력 $R = k\delta$는 위쪽으로 작용하므로 B점 처짐을 $\frac{RL^3}{3EI}$만큼 줄인다.
따라서 변위적합식은 $\delta = \frac{wL^4}{30EI} - \frac{k\delta L^3}{3EI}$이다.
정리하면 $\delta\left(1 + \frac{kL^3}{3EI}\right) = \frac{wL^4}{30EI}$이고,
$\delta = \frac{wL^4}{30EI + 10kL^3}$
가 된다.

선지 판단

① X: 분모가 $30EI + 7kL^3$으로 되어 있으나, 스프링 보정항의 계수는 $30/3 = 10$이므로 틀리다. 올바르게는 $\frac{wL^4}{30EI + 10kL^3}$이다.
② X: 분모가 $30EI + 8kL^3$으로 되어 있으나, 자유단 집중력 유연도 $L^3/(3EI)$를 결합하면 스프링항은 $10kL^3$이 된다. 올바르게는 $\frac{wL^4}{30EI + 10kL^3}$이다.
③ X: 분모가 $30EI + 9kL^3$으로 되어 있으나, 변위적합식 정리에서 생기는 계수는 9가 아니라 10이다.
올바르게는 $\frac{wL^4}{30EI + 10kL^3}$이다.
④ O: $\delta = \frac{wL^4}{30EI + 10kL^3}$와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 스프링을 단순히 분모에 더하는 것이 아니라, 스프링 반력 $k\delta$와 보의 자유단 유연도 $L^3/(3EI)$를 변위적합조건에 넣어야 한다는 점이다. $30EI$와 $3EI$가 결합되어 $10kL^3$이 나오므로 7, 8, 9는 모두 스프링 보정계수를 잘못 잡은 값이다.

다시 나오면 이렇게 판단

탄성스프링이 붙은 외팔보 처짐 문제는 먼저 스프링이 없을 때의 처짐을 구하고, 자유단 반력 $R = k\delta$가 만드는 반대방향 처짐을 더해 변위적합식으로 정리한다. 분포하중 자체의 처짐계수와 자유단 집중력 유연도 계수를 함께 보아야 한다.

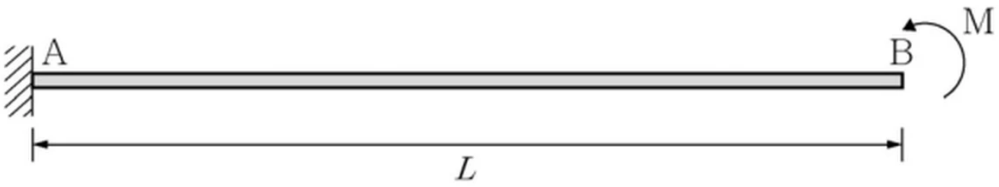
암기 포인트

A점 최대 삼각분포하중의 자유단 처짐은 $wL^4/(30EI)$, 자유단 집중력 유연도는 $L^3/(3EI)$이고, 이 둘이 만나 스프링 보정계수 10을 만든다.

NoteBase

문 7. <보기>와 같이 A지점에서 얇은 벽에 고정된 외팔보의 다른 끝단(자유단) B지점에 집중모멘트 M을 가하여 0부터 증가시켰더니 어느 시점에 B점과 A점이 만나면서 원이 되었다. 이 원의 지름에 가장 가까운 값은? (단, 영탄성계수 E와 단면2차모멘트 I는 일정하며, 선형 보 이론이 유효하다고 가정한다.)

<보기>



① $\frac{4EI}{M}$

② $\frac{\pi EI}{M}$

③ $\frac{2EI}{M}$

④ $\frac{EI}{M}$

정답 3번

출제 포인트

자유단 집중모멘트만 받는 외팔보는 전 구간의 굽힘모멘트가 일정하므로 곡률도 일정하고, $1/R = M/EI$에서 구한 반지름으로 원의 지름을 연결하는 문항이다.

조건 정리

고정단 A와 자유단 B를 가진 외팔보에 자유단 집중모멘트 M만 작용한다. 이때 보 전 구간은 순수굽힘 상태이므로 변형된 축은 반지름 R인 원호가 된다. 문제에서 B점과 A점이 만나 원이 되었다고 했으므로, 최종 형상은 곡률이 일정한 완전한 원이다.

사용할 공식

선형 보 이론에서 곡률은 $\kappa = 1/R = M/EI$이다. 따라서 반지름은 $R = EI/M$이다. 문제는 원의 지름을 묻고 있으므로 최종적으로는 $D = 2R$를 사용한다.

NoteBase

계산 과정

곡률 관계에서
$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$
이므로
$R = \frac{EI}{M}$
이다.
원의 지름은 반지름의 두 배이므로
$D = 2R = 2\frac{EI}{M} = \frac{2EI}{M}$
이다. 따라서 정답은 3번이다.

선지별 해설

① X: $4EI/M$는 $4R$에 해당한다. 원의 지름은 $2R$이므로 두 배 크게 잡은 값이다. 틀린 표현은 지름을 $4R$로 본 점이고, 올바르게는 $D = 2R = 2EI/M$이다.
② X: $\pi EI/M$는 πR에 해당한다. 이는 둘레식 $2\pi R$와 지름식 $2R$를 혼동한 값이다. 틀린 표현은 지름 계산에 π가 들어간다고 본 점이고, 올바르게는 지름은 $D = 2EI/M$이다.
③ O: 순수굽힘에서는 곡률이 일정하므로 변형 형상은 원호가 된다. $1/R = M/EI$에서 $R = EI/M$이므로 지름은 $D = 2R = 2EI/M$이다.
④ X: EI/M는 반지름 R이다. 문제는 지름을 물었으므로 반지름에 2를 곱해야 한다. 틀린 표현은 반지름을 그대로 지름으로 본 점이고, 올바르게는 $D = 2EI/M$이다.

오답 포인트

곡률식에서 바로 $R = EI/M$를 구한 뒤 이를 지름으로 착각하면 ④에 걸린다. 또 원이 되었다는 조건을 보고 $2\pi R$만 떠올리면서 지름에도 π가 들어간다고 착각하면 ②에 걸린다. 이 문항의 함정은 반지름, 지름, 둘레를 서로 섞는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

자유단 모멘트만 작용하는 보가 나오면 먼저 전 구간 모멘트가 일정한 순수굽힘 상태인지 판단한다.
순수굽힘이면 $1/R = M/EI$로 반지름부터 구하고, 마지막에 문제에서 묻는 값이 반지름인지 지름인지 둘레인지 구분하면 된다.

암기 포인트

순수굽힘은 곡률 일정, $R = EI/M$, 지름은 $2R = 2EI/M$이다.

NoteBase

문 8. 직접강성도법(Direct Stiffness Method)에 대한 설명으로 가장 옳지 않은 것은?

① 강성매트릭스의 n번째 세로열(column)의 합은 항상 0이다.

② 매트릭스 구조해석의 대표적인 방법이며, 상대적으로 변위법보다 컴퓨터 프로그래밍에 활용하기 쉽다.

③ 강성매트릭스의 왼쪽 상단과 오른쪽 하단을 잇는 대각선 행렬항은 항상 0보다 큰 양수이다.

④ 강성매트릭스의 (m,n)항과 (n,m)항은 항상 동일한 값을 가진다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 직접강성도법에서 강성행렬의 기본 성질인 대칭성, 주대각 성분의 부호, 프로그램화 적합성을 구별하는 문제이다.

핵심 개념

직접강성도법은 부재 강성행렬을 전체 구조물의 강성행렬로 조립하여 절점변위를 구하는 행렬 변위법이다. 강성행렬의 핵심 성질은 $k_{mn} = k_{nm}$인 대칭성과, 주대각 성분이 각 자유도의 자기강성이라 보통 양수라는 점이다.

반면 각 열의 합이 항상 0이라는 성질은 일반적인 강성행렬의 보편 법칙이 아니다. 한 방향 병진 자유도만 있는 축방향 부재나 그런 자유도로만 이루어진 계에서는 강체 병진(모든 절점이 같은 방향으로 똑같이 이동)에 대해 강성행렬을 곱한 결과가 영벡터가 되어 각 열의 합이 0이 되지만, 회전 자유도나 서로 다른 방향의 병진이 섞인 일반 골조에서는 강체 병진이 여러 열의 조합으로 나타나 개별 열의 합이 0이 되지 않는다. 따라서 이를 직접강성도법 전체의 일반 성질로 외우면 틀린다.

선지별 해설

① X: 틀린 부분은 "n번째 세로열의 합은 항상 0"이다.

강성행렬의 열의 합이 0이 되는 것은 축방향 부재처럼 한 방향 병진 자유도만 있는 특수한 경우에 한하며, 회전 자유도가 포함되는 일반 보·골조에서는 성립하지 않는다. 강성행렬의 열합은 지지 조건과 자유도 구성에 따라 달라지므로 항상 0이라고 일반화할 수 없다. 올바르게는 "강성행렬은 일반적으로 대칭행렬이며, 열의 합이 항상 0이라고 할 수는 없다"이다.

② O: 직접강성도법은 대표적인 매트릭스 구조해석법이며, 부재 강성을 조립하는 절차가 일정하여 고전적 수기 변위법보다 컴퓨터 프로그래밍에 활용하기 쉽다.

③ O: 주대각 성분은 각 자유도에 대한 자기강성을 뜻하므로 일반적인 강성행렬에서는 0보다 큰 값으로 나타난다.

④ O: 강성행렬은 대칭행렬이므로 (m, n)항과 (n, m)항은 항상 같다.

NoteBase

오답 포인트

①은 일부 단순한 경우의 성질을 전체 강성행렬의 일반 성질처럼 바꿔 놓은 선지이다. 강성행렬의 보편 성질은 열합이 아니라 대칭성과 양의 주대각 성분이라는 점을 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

직접강성도법 문제에서는 먼저 강성행렬의 보편 성질만 추린다. 대칭행렬인지, 주대각 성분이 자기강성인지, 조립과 프로그램화가 쉬운지부터 확인하고, 행이나 열의 합처럼 특정 경우에만 성립하는 성질은 일반화하지 않는다.

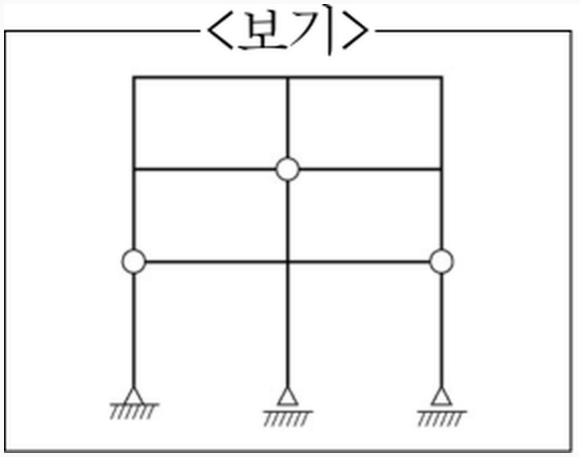
암기 포인트

강성행렬은 "대칭, 양의 주대각, 조립 용이"로 기억하고, "모든 열의 합 0"은 일반 성질이 아니다.

NoteBase

문 9. <보기>와 같이 3개의 내부힌지가 있는 뼈대구조의 정역학적 부정정 차수는?

<보기>



① 6

② 7

③ 8

④ 9

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 평면 뼈대구조를 완전 강절 구조로 본 뒤 내부힌지가 해제하는 구속 수를 차감하여 정역학적 부정정차수를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 구조는 평면 뼈대구조이고 내부힌지는 3개이다.
지점은 좌측 힌지 1개와 중앙·우측 롤러 2개로 읽어 지점반력 수는 $r = 4$이다.
절점 수는 12, 부재 수는 15이다.

사용할 공식

완전 강절 평면 뼈대의 정역학적 부정정차수는 $D_s = r + 3m - 3j$이다.
내부힌지가 있으면 그 힌지가 해제하는 회전구속 수만큼 D_s를 줄인다.
이 문제는 도식에서 부재 수, 절점 수, 힌지의 연결 상태를 직접 세어 적용하는 유형이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 내부힌지가 없다고 보면 $D_s = 4 + 3 \times 15 - 3 \times 12 = 13$이다.
좌측 내부힌지는 3개 부재가 만나는 힌지이므로 2차를 줄이고, 중앙 내부힌지는 4개 부재가 만나는 힌지이므로 3차를 줄이며, 우측 내부힌지도 2차를 줄인다.
따라서 전체 감소량은 $2 + 3 + 2 = 7$이고 최종 부정정차수는 $13 - 7 = 6$이다.

선지 판단

1번 O: 완전 강절 구조의 13차 부정정에서 내부힌지 3개의 구속 해제량 7을 빼면 6이 되어 맞다.
2번 X: 7은 내부힌지 감소량이나 지점반력 수를 하나 잘못 세었을 때 나오는 값이다. 올바르게는 좌측 2차, 중앙 3차, 우측 2차가 줄어 총 7차를 빼야 하므로 최종값은 6이다.
3번 X: 8은 내부힌지 하나를 단순 1차 감소로만 처리해 감소량을 작게 본 값에 가깝다. 올바르게는 중앙 힌지는 상하 기둥과 좌우 보가 만나는 점이므로 3차를 줄인다.
4번 X: 9는 내부힌지 효과를 충분히 반영하지 않은 값이다. 올바르게는 완전 강절 기준값 13에서 내부힌지로 해제되는 7차를 빼야 하므로 9가 아니라 6이다.

오답 포인트

내부힌지의 개수만 세고 끝내면 틀리기 쉽다. 각 힌지에 몇 개의 부재가 연결되는지를 함께 보아야 하며, 특히 가운데 힌지는 상하 기둥과 좌우 보가 모두 만나는 점이라 감소량을 크게 잡는다.

다시 나오면 이렇게 판단

평면 뼈대의 부정정차수 문제는 먼저 내부힌지가 없다고 보고 r, m, j를 세어 기본값을 구한 뒤, 각 내부힌지가 해제하는 구속 수를 연결 부재 수 기준으로 차감하는 순서로 판단한다.

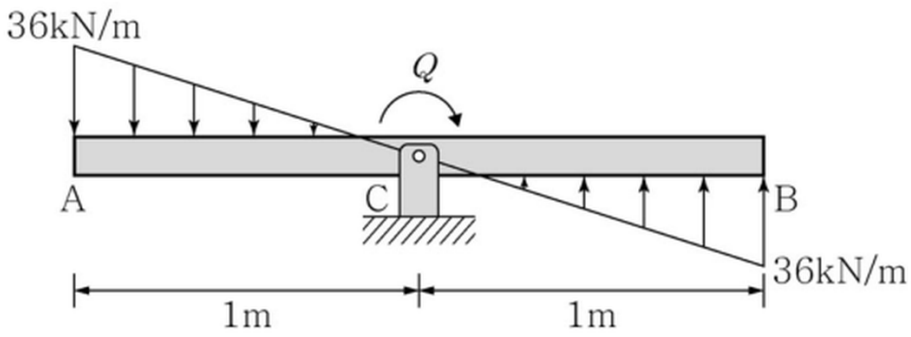
암기 포인트

부정정차수는 완전 강절값을 먼저 구하고 내부힌지는 해제하는 회전구속 수만큼 뺀다는 흐름으로 정리한다.

NoteBase

문 10. <보기>와 같이 삼각형 분포하중과 모멘트 하중 Q가 평형을 이루고 있는 구조물의 단면에서 최대 수직응력은? (단, 단면은 직사각형이며, 폭(b)은 60mm, 높이(h)는 100mm이다.)

<보기>



① 100 MPa

② 120 MPa

③ 160 MPa

④ 180 MPa

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 삼각형 분포하중의 합력과 작용점을 구한 뒤 최대 휨모멘트를 계산하고, 직사각형 단면의 휨응력식으로 최대 수직응력을 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

좌측 1m 구간에는 A에서 최대인 삼각형 분포하중 36kN/m가 아래로 작용한다.
우측 1m 구간에는 B에서 최대인 삼각형 분포하중 36kN/m가 위로 작용한다.
각 삼각형 분포하중의 합력은 $\frac{1}{2} \times 1 \times 36 = 18\text{kN}$이다.
합력의 작용점은 큰 쪽 끝에서 $\frac{1}{3}$ 지점이므로 C에서의 거리는 각각 $\frac{2}{3}$m이다.
단면은 직사각형이며 $b = 60\text{mm}$, $h = 100\text{mm}$이다.

사용할 공식

최대 수직응력은 휨응력식 $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} c}{I} = \frac{M_{\max}}{Z}$로 구한다.
직사각형 단면의 단면계수는 $Z = \frac{bh^2}{6}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 단면의 최대 수직응력, 즉 휨에 의한 최외단 섬유의 응력을 묻고 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. C점에 대한 좌측 삼각형 분포하중의 모멘트는 $18 \times \frac{2}{3} = 12\text{kN·m}$이다.
2. 우측 삼각형 분포하중의 모멘트도 $18 \times \frac{2}{3} = 12\text{kN·m}$이다. 두 모멘트는 같은 방향으로 작용하므로 평형을 이루려면 외력모멘트는 $Q = 24\text{kN·m}$이어야 한다.
3. C점의 지점 수직반력은 좌우 삼각형 합력(각각 18 kN이며 좌측은 아래, 우측은 위)이 수직방향으로 서로 상쇄되어 0이다. 그러므로 C 좌측 단면의 내부모멘트는 좌측 삼각형 합력이 C에 대해 만드는 모멘트만으로 결정되어 $18 \times \frac{2}{3} = 12\text{kN·m}$이고, C 우측 단면도 같은 크기이다. 두 자유단(A, B)에서 0이던 모멘트가 C로 갈수록 커지며, 집중모멘트 Q는 C점에서 모멘트도에 점프를 만들 뿐이므로 좌우 단면의 최대 절댓값은 각각 12kN·m이다.
4. 직사각형 단면의 단면계수는 $Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{60 \times 100^2}{6} = 100000\text{mm}^3$이다.
5. 따라서 $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{12 \times 10^6}{100000} = 120\text{MPa}$이다.

선지 판단

1번 X: 100 MPa는 최대 휨모멘트를 10 kN · m로 잘못 두었을 때의 값이다. 이 문제의 최대 휨모멘트 크기는 12 kN · m이므로 올바른 값은 120 MPa이다.

2번 O: $M_{\max} = 12\text{kN·m}$, $Z = 100000\text{mm}^3$이므로 $\sigma_{\max} = 120\text{MPa}$가 된다.

3번 X: 160 MPa는 삼각형 분포하중의 작용점을 잘못 잡아 더 큰 모멘트를 만든 경우에 해당한다. 삼각형 분포하중의 합력 작용점은 큰 쪽 끝에서 $\frac{1}{3}$ 지점이므로 정답은 160 MPa가 아니라 120 MPa이다.

4번 X: 180 MPa는 18 kN의 합력 크기를 그대로 모멘트처럼 취급하거나 레버암을 1m로 잘못 적용했을 때 나오는 오답이다. 실제 최대 모멘트는 $18 \times \frac{2}{3} = 12\text{kN·m}$이므로 180 MPa가 아니라 120 MPa이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 평형을 위해 필요한 외력모멘트 $Q = 24\text{kN·m}$와 단면에 생기는 최대 내부휨모멘트 12kN·m를 같은 값으로 보는 데 있다. 또 삼각형 분포하중의 합력 작용점을 중간점으로 착각하면 모멘트가 과대계산된다.

다시 나오면 이렇게 판단

삼각형 분포하중 문제는 먼저 합력의 크기 $\frac{1}{2}wl$와 작용점 $\frac{1}{3}$ 지점을 잡고, 그다음 최대 내부모멘트와 외력모멘트를 구분해서 판단하면 된다. 마지막에는 $\sigma = \frac{M}{Z}$에 넣기 전에 단위를 $\text{kN·m} \rightarrow \text{N·mm}$로 맞춘다.

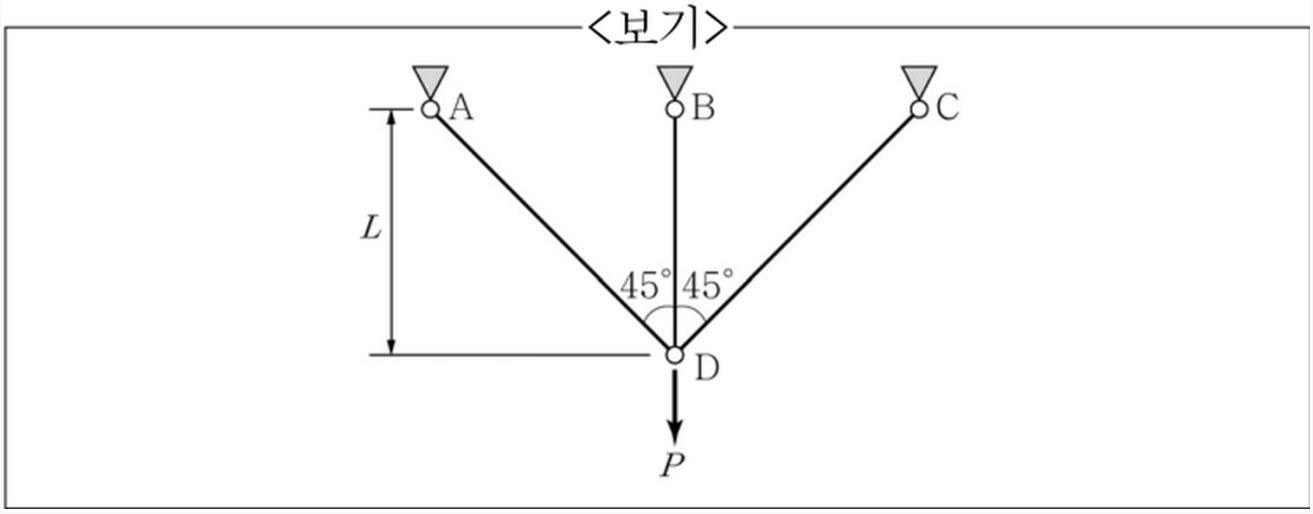
암기 포인트

삼각형 분포하중의 합력은 $\frac{1}{2}wl$, 작용점은 큰 쪽 끝에서 $\frac{1}{3}$, 직사각형 단면의 최대 휨응력은 $\sigma_{\max} = \frac{6M}{bh^2}$이다.

NoteBase

문 11. <보기>와 같은 트러스 구조물에서 모든 부재의 축력을 더한 값은? (단, 모든 부재의 단면적과 탄성계수는 각각 A와 E로 동일하다.)

<보기>



① $\frac{6P}{2+\sqrt{2}}$
② $\frac{4P}{2+\sqrt{2}}$
③ $\frac{2P}{2+\sqrt{2}}$
④ $\frac{P}{2+\sqrt{2}}$

정답 2번

출제 포인트

대칭 트러스에서 하중점의 수직변위와 각 부재의 축변형 관계를 이용해 세 부재의 축력을 구한 뒤 그 합을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 부재 AD, BD, CD의 단면적은 모두 A, 탄성계수는 모두 E이다.
- $BD = L$, $AD = CD = \sqrt{2}L$이다.
- D절점에 아래로 P가 작용한다.

구해야 할 값:
- 세 부재 축력의 합

주의할 조건:
- 구조와 하중이 대칭이므로 $N_{AD} = N_{CD}$이다.
- 부재력은 길이와 축방향 변형을 함께 고려해야 한다.

NoteBase

사용할 공식

축력과 축변형의 관계는 $N = \frac{AE}{L}\Delta$이다.

이 공식을 쓰는 이유:

- 위쪽 절점 A, B, C는 고정이고 D절점만 아래로 변위하므로 각 부재의 축변형을 D절점의 변위로 나타낼 수 있다.
- 같은 AE를 가지더라도 부재 길이가 다르면 같은 변형량에 대한 축력은 달라진다.

계산 과정

1. D절점이 아래로 δ만큼 내려가면 수직부재 BD의 축변형은 $\Delta_{BD} = \delta$이다.
2. 대각부재 AD, CD의 축변형은 부재축 방향 성분이므로 $\Delta_{AD} = \Delta_{CD} = \delta\cos 45^\circ = \frac{\delta}{\sqrt{2}}$이다.
3. 따라서

$N_{BD} = \frac{AE}{L}\delta$

$N_{AD} = N_{CD} = \frac{AE}{\sqrt{2}L} \cdot \frac{\delta}{\sqrt{2}} = \frac{AE}{2L}\delta$

이므로 $N_{BD} = 2N_{AD}$이다.

4. $N_{AD} = N_{CD} = T$라고 두면 D절점의 연직평형에서

$2T\cos 45^\circ + N_{BD} = P$

$2T \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 2T = P$

$T = \frac{P}{2+\sqrt{2}}$

따라서

$N_{AD} = N_{CD} = \frac{P}{2+\sqrt{2}}, \qquad N_{BD} = \frac{2P}{2+\sqrt{2}}$

5. 모든 부재 축력의 합은

$N_{AD} + N_{BD} + N_{CD} = \frac{P}{2+\sqrt{2}} + \frac{2P}{2+\sqrt{2}} + \frac{P}{2+\sqrt{2}} = \frac{4P}{2+\sqrt{2}}$

이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $\frac{6P}{2+\sqrt{2}}$는 세 부재의 축력을 모두 $\frac{2P}{2+\sqrt{2}}$처럼 취급한 오답이다.
- 틀린 표현은 '모든 부재의 축력 합이 $\frac{6P}{2+\sqrt{2}}$이다'이다. 올바르게는 '모든 부재의 축력 합은 $\frac{4P}{2+\sqrt{2}}$이다'이다.

② O
- 대칭성과 변형적합으로 $N_{AD}=N_{CD}=\frac{P}{2+\sqrt{2}}$, $N_{BD}=\frac{2P}{2+\sqrt{2}}$가 된다.
- 이를 합하면 $\frac{4P}{2+\sqrt{2}}$이므로 옳다.

③ X
- $\frac{2P}{2+\sqrt{2}}$는 중앙 수직부재 BD의 축력만 나타낸 값이다.
- 틀린 표현은 '모든 부재의 축력 합이 $\frac{2P}{2+\sqrt{2}}$이다'이다. 올바르게는 '수직부재의 축력은 $\frac{2P}{2+\sqrt{2}}$, 모든 부재의 축력 합은 $\frac{4P}{2+\sqrt{2}}$이다'이다.

④ X
- $\frac{P}{2+\sqrt{2}}$는 대각부재 한 개의 축력에 해당한다.
- 틀린 표현은 '모든 부재의 축력 합이 $\frac{P}{2+\sqrt{2}}$이다'이다. 올바르게는 '대각부재 한 개의 축력은 $\frac{P}{2+\sqrt{2}}$, 모든 부재의 축력 합은 $\frac{4P}{2+\sqrt{2}}$이다'이다.

오답 포인트

같은 AE라는 조건만 보고 세 부재의 축력이 같다고 두면 오답이 된다. 이 문항은 부재 길이와 D절점 변위의 축방향 성분이 서로 다르므로, 먼저 각 부재의 축변형을 구하고 그다음 축력을 비교해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

대칭 트러스에서 부재력이 하나 더 많아 정정만으로 풀리지 않으면, 하중점 변위를 δ로 두고 각 부재의 축변형을 기하적으로 표현한 뒤 $N=\frac{AE}{L}\Delta$와 절점평형을 연결해 판단한다.

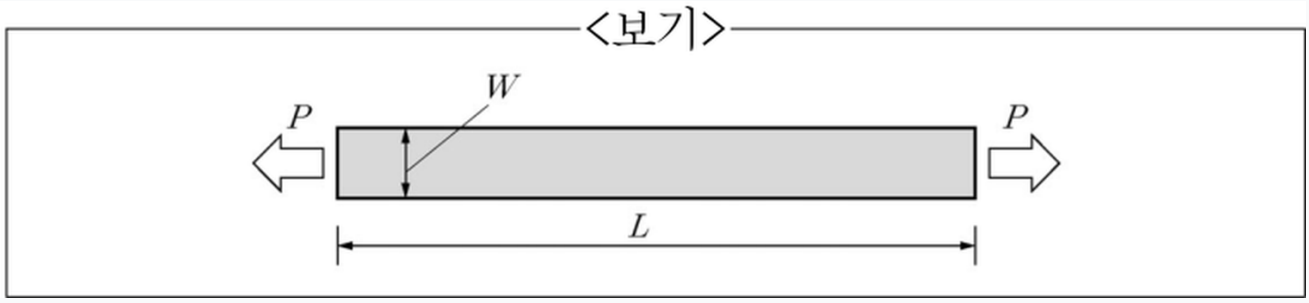
암기 포인트

같은 AE라도 축력은 $\frac{AE}{L}\Delta$이므로 길이 L과 축방향 변형 Δ를 함께 본다.

NoteBase

문 12. <보기>와 같이 폭 $W = 50\text{mm}$, 두께 $t = 2\text{mm}$인 시편을 탄성구간 범위 내에서 인장시험하였다. 인장하중 $P = 4.8\text{kN}$를 작용하였을 때, 게이지 길이 $L = 100\text{mm}$ 이내에서 측정된 길이 방향 인장량은 0.5mm, 폭 방향 수축량은 0.05mm였다. 이 시편의 전단계수는? (단, 탄성계수 E는 일정하다.)

<보기>



① 9.6 GPa

② 5.2 GPa

③ 4.0 GPa

④ 3.6 GPa

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 인장시험 결과로 탄성계수 E와 포아송비 ν를 구한 뒤 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$로 전단계수 G를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 폭 $W = 50mm$, 두께 $t = 2mm$, 게이지 길이 $L = 100mm$, 하중 $P = 4.8kN = 4800N$, 길이 방향 인장량 $0.5mm$, 폭 방향 수축량 $0.05mm$이다.
구할 값: 전단계수 G이다.
주의할 조건: 폭 방향 변형률은 수축량을 원래 폭 $50mm$로 나누어 구한다.

사용할 공식

응력은 $\sigma = \frac{P}{A}$, 길이방향 변형률은 $\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L}$, 포아송비는 $\nu = -\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_L}$, 전단계수는 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 인장하중, 단면치수, 길이방향 변형량, 폭방향 수축량을 모두 주었으므로 먼저 E와 ν를 구한 뒤 등방성 탄성체 관계식으로 G를 산정할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 단면적은 $A = Wt = 50 \times 2 = 100mm^2$이다.
2. 인장응력은 $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{4800}{100} = 48N/mm^2 = 48MPa$이다.
3. 길이방향 변형률은 $\varepsilon_L = \frac{0.5}{100} = 0.005$이다.
4. 탄성계수는 $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_L} = \frac{48}{0.005} = 9600MPa = 9.6GPa$이다.
5. 폭방향 변형률은 $\varepsilon_W = -\frac{0.05}{50} = -0.001$이므로 포아송비는 $\nu = -\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_L} = \frac{0.001}{0.005} = 0.2$이다.
6. 따라서 전단계수는 $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{9.6}{2(1.2)} = 4.0GPa$이다.

선지 판단

1번 X: $9.6GPa$는 전단계수 G가 아니라 탄성계수 E이다. 틀린 표현은 전단계수를 $9.6GPa$로 본 점이며, 올바르게는 탄성계수는 $9.6GPa$, 전단계수는 $4.0GPa$이다.
2번 X: 주어진 값으로 계산한 결과 $E = 9.6GPa$, $\nu = 0.2$, $G = 4.0GPa$가 되므로 $5.2GPa$는 맞지 않는다. 틀린 표현은 전단계수를 $5.2GPa$로 본 점이며, 올바르게는 $4.0GPa$이다.
3번 O: 응력, 변형률, 포아송비를 순서대로 구하면 전단계수는 $4.0GPa$가 되므로 옳다.
4번 X: $3.6GPa$ 역시 주어진 인장시험 결과와 일치하지 않는다. 틀린 표현은 전단계수를 $3.6GPa$로 본 점이며, 올바르게는 $4.0GPa$이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 E를 구해 놓고 그것을 바로 전단계수로 착각하는 점이다. 또 폭 방향 변형률을 구할 때 수축량 $0.05mm$를 게이지 길이 $100mm$가 아니라 원래 폭 $50mm$로 나누어야 한다는 점을 놓치면 포아송비가 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

인장시험으로 G를 묻는 문제는 단면적 산정으로 응력을 구하고, 길이방향 변형률과 가로방향 변형률로 E와 ν를 구한 뒤 마지막에 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$를 적용하는 순서로 판단한다.

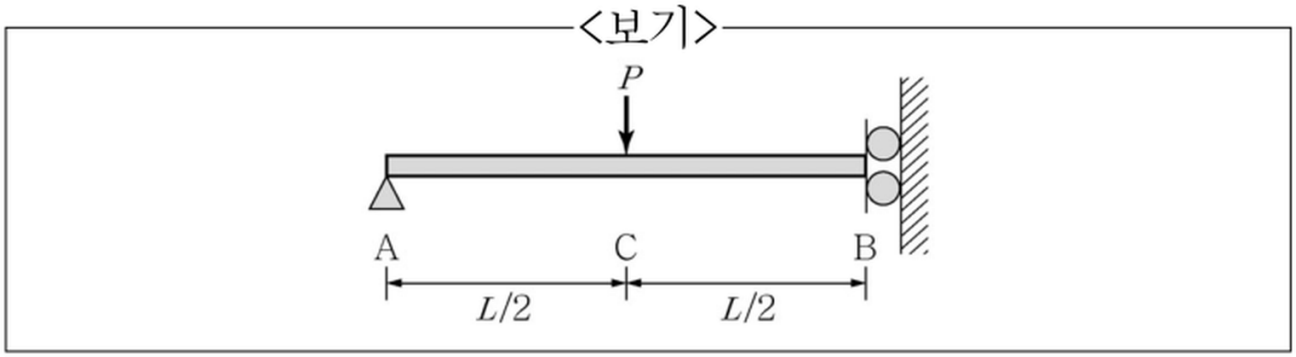
암기 포인트

인장시험 결과로 전단계수를 구할 때는 E와 ν를 먼저 구하고 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$로 연결한다.

NoteBase

문 13. <보기>와 같은 보에서 B점의 곡률반경은? (단, 보의 영탄성계수 E와 단면2차 모멘트 I는 일정하다.)

<보기>



① $\frac{EI}{PL}$

② $\frac{2EI}{PL}$

③ $\frac{3.5EI}{PL}$

④ $\frac{4EI}{PL}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 가이드 지점 B의 굽힘모멘트를 평형조건으로 구한 뒤 곡률반경 공식 $\rho = EI/M$를 적용하는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건:
- 보의 길이는 L이고 하중 P는 중앙 C점에 작용한다.
- A는 힌지, B는 수직 이동은 가능하지만 회전은 구속되는 가이드 지점이다.
- 보의 휨강성 EI는 일정하다.

구해야 할 값:
- B점의 곡률반경 ρ_B

주의할 조건:
- 곡률반경은 그 점의 굽힘모멘트 크기로 결정된다.

사용할 공식

사용 공식은 $\rho = EI/M$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 보의 곡률이 $1/\rho = M/EI$로 주어지므로, B점에서의 굽힘모멘트만 구하면 곡률반경을 바로 계산할 수 있기 때문이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 3월

계산 과정

1. B는 가이드 지점으로 수직 이동은 허용하고 회전은 구속한다. 따라서 수직반력은 생기지 않고 단부모멘트 M_B만 전달된다.
2. 수직 평형에서 B에는 수직반력이 없으므로 A 힌지의 수직반력은 $R_A = P$이다.
3. 하중이 수직뿐이므로 수평반력은 0이고, 남은 수직 평형과 A점 모멘트 평형만으로 반력이 정해진다. A점 모멘트 평형에서 C점 하중이 만드는 $P \cdot L/2$와 단부모멘트 M_B가 균형을 이루어 $M_B - P \cdot L/2 = 0$이다.
4. 따라서 B점의 굽힘모멘트 크기는 $M_B = PL/2$이다.
5. 곡률반경은 $\rho_B = EI/M_B = EI/(PL/2) = 2EI/(PL)$이다.

선지별 해설

① X
- $EI/(PL)$가 되려면 B점 모멘트를 $M_B = PL$로 본 셈인데, 실제 하중의 작용팔 길이는 전체 L이 아니라 중앙까지의 $L/2$이다. 틀린 값이며 올바르게는 $2EI/(PL)$이다.

② O
- 평형조건으로 $M_B = PL/2$가 나오므로 $\rho_B = EI/(PL/2) = 2EI/(PL)$이다. 계산 결과와 일치한다.

③ X
- $3.5EI/(PL)$는 이 문항의 하중과 지점조건에서 도출되지 않는 단부모멘트를 가정해야 나오는 값이다. 평형으로 얻은 $M_B = PL/2$와 맞지 않으므로 틀리며, 올바르게는 $2EI/(PL)$이다.

④ X
- $4EI/(PL)$는 $M_B = PL/4$로 잘못 본 경우의 값이다. 중앙 집중하중의 모멘트팔 $L/2$를 한 번 더 나누면 생기는 오답이다. 틀린 값이며 올바르게는 $2EI/(PL)$이다.

오답 포인트

가이드 지점을 단순지지처럼 보고 B점 모멘트를 0으로 처리하거나, 중앙하중의 작용팔을 $L/2$가 아니라 L 또는 $L/4$로 착각하면 오답이 된다. 이 문항의 핵심 함정은 지점의 구속조건 해석과 모멘트팔 판단이다.

다시 나오면 이렇게 판단

가이드 단부가 나오면 먼저 그 지점이 무엇을 구속하는지 확인한 뒤, 구하려는 점의 굽힘모멘트를 평형으로 계산하고 마지막에 $\rho = EI/M$를 적용하면 된다.

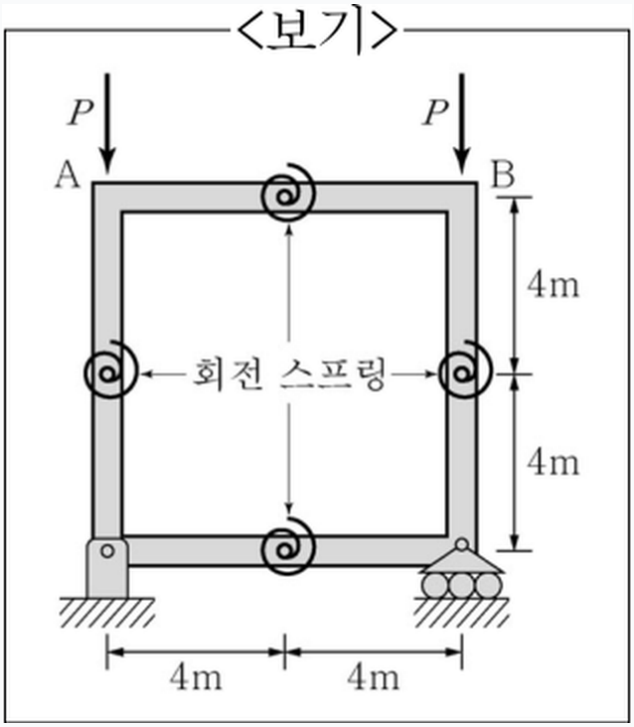
암기 포인트

곡률반경은 $\rho = EI/M$이고, 중앙 집중하중의 단부모멘트 작용팔은 기본적으로 중앙까지의 $L/2$이다.

NoteBase

문 14. <보기>와 같이 4개의 회전 스프링으로 연결된 L형 골조 구조물에서, A점과 B점에 동일한 하중 P가 작용하고 있다. 이때 구조물에 작용할 수 있는 최대 하중 P는? (단, 회전 스프링 상수 k=10kNm/rad이고, 변형은 미소변형 상태로 가정한다.)

<보기>



① 20 kN

② 15 kN

③ 10 kN

④ 5 kN

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 대칭 좌굴모드에서 회전 스프링의 변형에너지와 하중의 위치에너지 감소를 같게 두어 임계하중을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 4개의 회전 스프링은 모두 $k = 10\text{kN} \cdot \text{m/rad}$이다.
- 각 강체 L부재의 팔 길이는 모두 4m이다.
- 좌우 대칭으로 변형하므로 각 코너 L부재는 크기 θ만큼 회전하고, 각 스프링의 상대회전은 2θ가 된다.
- A점과 B점에는 각각 하중 P가 작용한다.

NoteBase

사용할 공식

스프링 변형에너지는
$U = 4 \times \frac{1}{2}k(2\theta)^2 = 8k\theta^2$
이다.

각 하중점의 하강량은 위쪽 4m 부재와 옆쪽 4m 부재의 수직투영 감소를 합하면
$\delta_A = \delta_B = 4(1-\cos\theta) + 4(1-\cos\theta) = 8(1-\cos\theta) \approx 4\theta^2$
이다.
따라서 두 하중이 한 일은
$W = 2P\delta = 2P \cdot 4\theta^2 = 8P\theta^2$
이다.
이 문제는 미소변형 좌굴 문제이므로 $U = W$에서 임계하중을 구한다.

계산 과정

1. 대칭모드에서 4개 스프링의 상대회전은 모두 2θ이므로 전체 스프링 변형에너지는 $U = 8k\theta^2$이고, $k = 10$을 넣으면 $U = 80\theta^2\,\mathrm{kN \cdot m}$이다.
2. 각 하중점의 하강량 $\delta = 8(1-\cos\theta) \approx 4\theta^2$에서 계수 4는 부재 팔 길이에서 온 것으로 단위가 m이다.
따라서 두 하중이 한 일은 $W = 2P\delta = 8P\theta^2\,\mathrm{kN \cdot m}$이며, 계수 8에는 이미 길이(m)가 반영되어 있다.
3. 임계상태에서 $U = W$이므로 $80\theta^2 = 8P\theta^2$이고, 이를 정리하면 $P = 10\,\mathrm{kN}$이다. 하강량에 팔 길이가 들어 있어 좌변의 k[kN · m/rad]와 우변의 P[kN]가 단위가 서로 다름에도 최종 P가 kN 단위로 정확히 10이 된다.

NoteBase

선지별 해설

① X
20 kN은 두 하중 중 하나만 반영하여 하중이 한 일을 $W = 4P\theta^2$로 절반만 두었을 때 $80\theta^2 = 4P\theta^2$에서 나오는 과대값이다. 두 하중을 모두 세면 $P = 10\text{kN}$이므로 20 kN은 틀린 값이다.

② X
15 kN은 4개 스프링의 상대회전 2θ와 두 하중의 동시 작용을 일관되게 적용하면 나오지 않는 값이다. 일부 스프링 또는 하강량을 부분적으로만 반영한 오산이다. 틀린 값 15 kN → 올바르게는 10 kN이다.

③ O
에너지 평형식 $8k\theta^2 = 8P\theta^2$에서 $P = k$가 되고, $k = 10\text{kN}\cdot\text{m/rad}$이므로 $P = 10\text{kN}$이다. 따라서 3번이 옳다.

④ X
5 kN은 각 스프링의 상대회전을 2θ가 아니라 θ로 잘못 두어 스프링 에너지를 과소평가할 때 나오는 값이다. 이 구조에서는 스프링마다 두 강체가 반대방향으로 회전하므로 상대회전은 2θ가 된다. 틀린 값 5 kN → 올바르게는 10 kN이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 스프링의 회전량과 하중점 하강량을 절반만 세는 데 있다. 특히 각 스프링의 변형은 절대회전 θ가 아니라 상대회전 2θ이고, A와 B에는 하중 P가 각각 따로 작용한다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

회전 스프링이 들어간 대칭 좌굴 문제는 먼저 독립 좌굴모드 하나를 θ로 잡고, 그다음 스프링 상대회전과 하중점 하강량을 같은 θ로 표현한다. 마지막에 전체 변형에너지와 전체 위치에너지 감소를 같게 두면 임계하중을 바로 구할 수 있다.

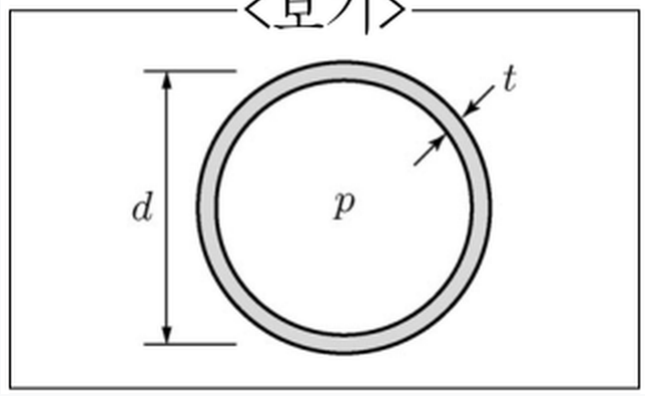
암기 포인트

대칭 좌굴의 핵심은 스프링 상대회전은 두 강체의 회전차이고, 임계하중은 전체 스프링 에너지 = 전체 하중 일의 조건에서 정해진다는 점이다.

NoteBase

문 15. <보기>와 같이 외경 d이 1m이고 두께 t가 10mm인 원형 강관 내부에 $p = 10\text{MPa}$의 압력이 균일하게 작용할 때, 강관의 원주방향으로 발생하는 수직응력의 크기는?

<보기>



① 490 MPa

② 590 MPa

③ 690 MPa

④ 790 MPa

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 얇은 원통형 압력용기에서 내압에 의한 원주응력 σ_θ를 구할 때 내경을 사용해야 한다는 점을 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 외경 $d = 1m = 1000mm$, 두께 $t = 10mm$, 내압 $p = 10MPa = 10N/mm^2$이다.
구해야 할 값: 강관의 원주방향 수직응력 σ_θ이다.
주의할 조건: 내압은 관의 안쪽 면에 작용하므로 식에는 내경 d_i를 쓴다. 따라서
$d_i = d - 2t = 1000 - 20 = 980mm$이다.

사용할 공식

$\sigma_\theta = \frac{pd_i}{2t}$
이 공식을 쓰는 이유는 얇은 원통을 세로로 절단해 평형을 잡으면 내압에 저항하는 원주응력이 $2t$ 폭의 단면에 작용하고, 압력이 미는 기준 지름은 내경이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 내경을 구하면 $d_i = 1000 - 2 \times 10 = 980mm$이다.
2. 원주응력식에 대입하면 $\sigma_\theta = \frac{10 \times 980}{2 \times 10}$이다.
3. 정리하면 $\sigma_\theta = 490N/mm^2 = 490MPa$이다.

선지별 해설

① O

$\sigma_\theta = 490MPa$로 계산되므로 맞다.

② X

$590MPa$는 주어진 $p = 10MPa$, $d_i = 980mm$, $t = 10mm$를 대입한 결과와 일치하지 않는다. 틀린 값은 $590MPa$이고, 올바르게는 $490MPa$이다.

③ X

$690MPa$가 되려면 문제 조건보다 큰 지름을 쓰거나 두께를 더 작게 잡아야 하므로 주어진 조건과 맞지 않는다. 틀린 값은 $690MPa$이고, 올바르게는 $490MPa$이다.

④ X

$790MPa$ 역시 주어진 내압, 내경, 두께로는 나올 수 없는 값이다. 원주응력식에 정확히 대입한 결과는 $490MPa$이므로 $790MPa$가 아니라 $490MPa$로 고쳐야 한다.

오답 포인트

외경 $1m$가 보인다고 해서 그대로 식에 넣기 쉽지만, 이 문제의 핵심은 내압이 작용하는 얇은 원통의 원주응력을 내경 기준으로 계산한다는 점이다. 지름 선택을 잘못하면 값이 즉시 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

압력용기 계산은 먼저 내경, 평균지름, 외경 중 어떤 지름이 식에 들어가는지부터 정한 뒤, 원주응력 $\sigma_\theta = pd/(2t)$와 축응력 $\sigma_z = pd/(4t)$를 구분해 대입하면 된다.

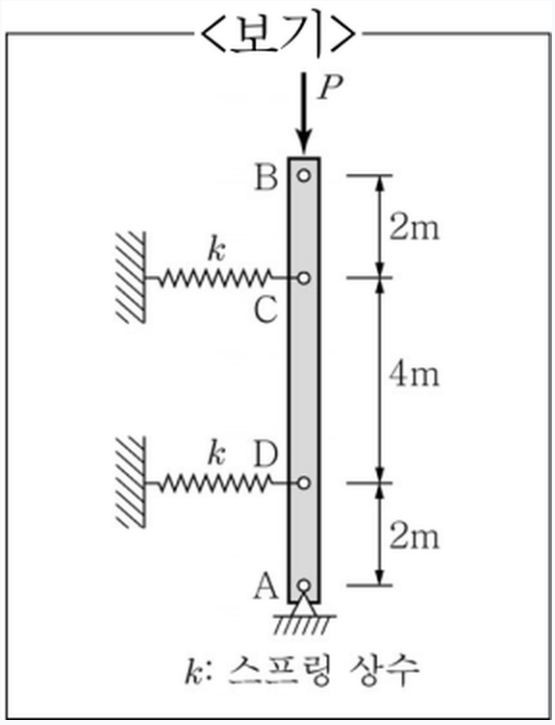
암기 포인트

얇은 원통 내압 문제는 원주응력 $\sigma_\theta = pd/(2t)$, 축응력 $\sigma_z = pd/(4t)$이며 원주응력이 축응력의 2배이다.

NoteBase

문 16. <보기>와 같이 강체인 AB부재에서 스프링 상수 k=2kN/m일 때 부재에 작용할 수 있는 최대 축력 P는? (단, 변형은 미소변형 상태로 가정한다.)

<보기>



① 25 kN

② 20 kN

③ 15 kN

④ 10 kN

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 강체 막대가 A점을 기준으로 미소 회전할 때 각 스프링의 복원모멘트와 축력 P의 전도모멘트를 평형시켜 임계축력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 스프링 상수 $k = 2kN/m$

위치: $A \to D = 2m, D \to C = 4m, C \to B = 2m$이므로 $y_D = 2m, y_C = 6m, y_B = 8m$이다.

가정: AB는 강체이고 A점에서 미소각 θ만큼 회전한다.

따라서 각 점의 수평변위는 $u_D = 2\theta, u_C = 6\theta, u_B = 8\theta$이다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2018 · 3월

사용할 공식

임계상태에서는 축력의 전도모멘트와 스프링의 복원모멘트가 같아진다.

$Pu_B = ku_C \cdot y_C + ku_D \cdot y_D$

즉,

$P(8\theta) = k(6\theta) \cdot 6 + k(2\theta) \cdot 2$

이 공식을 쓰는 이유는 각 스프링 힘이 k ×변위로 정해지고, 그 힘이 A점에 대해 복원모멘트를 만들기 때문이다.

계산 과정

1. C점 스프링 힘은 $k \cdot 6\theta$이고 복원모멘트는 $k \cdot 6\theta \cdot 6 = 36k\theta$이다.
2. D점 스프링 힘은 $k \cdot 2\theta$이고 복원모멘트는 $k \cdot 2\theta \cdot 2 = 4k\theta$이다.
3. 전체 복원모멘트는 $40k\theta$이다.
4. 축력 P의 전도모멘트는 $P \cdot 8\theta$이다.
5. 평형조건 $P \cdot 8\theta = 40k\theta$에서 $P = 5k$이다.
6. $k = 2kN/m$를 대입하면 $P = 10kN$이다.

선지 판단

1번: X

25 kN이면 $P \cdot 8\theta = 200\theta kN$이 되어 스프링의 최대 복원모멘트 $40k\theta = 80\theta kN$보다 훨씬 크다. 최대 축력 값을 25 kN으로 본 것이 틀렸고, 올바른 값은 10 kN이다.

2번: X

20 kN이면 전도모멘트가 $160\theta kN$이 되어 평형이 성립하지 않는다. 보기 2의 수치가 틀렸고, 올바른 값은 10 kN이다.

3번: X

15 kN이면 전도모멘트가 $120\theta kN$이 되어 역시 복원모멘트 $80\theta kN$와 일치하지 않는다. 보기 3의 수치가 틀렸고, 올바른 값은 10 kN이다.

4번: O

두 스프링의 복원모멘트 합이 $40k\theta$, 축력의 전도모멘트가 $8P\theta$이므로 $P = 5k = 10kN$이 된다. 따라서 4번이 옳다.

오답 포인트

스프링 힘 자체만 더하고 모멘트팔을 한 번 더 곱하지 않으면 오답이 된다. 이 문제의 핵심은 각 스프링의 기여가 $ky^2\theta$ 꼴로 들어간다는 점이며, 높이가 큰 C점 스프링의 영향이 훨씬 크다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체 기둥에 축력과 횡방향 스프링이 함께 있으면 먼저 회전중심을 잡고, 각 점의 수평변위를 $u = y\theta$로 둔 뒤, 스프링 복원모멘트의 합 $\sum ky^2\theta$와 축력의 전도모멘트 $Py_B\theta$를 바로 평형시켜 판단한다.

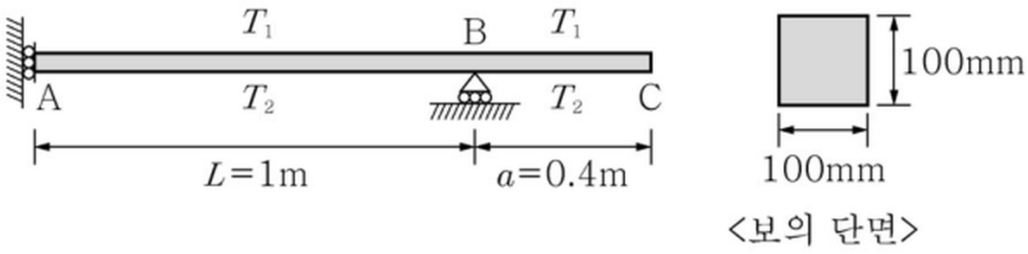
NoteBase

암기 포인트

강체 막대의 스프링 좌굴은 $P_{cr} = \frac{\sum k y_i^2}{y_B}$ 형태로 정리된다.

문 17. <보기>와 같은 내민보 ABC의 높이 h는 100mm이다. 좌측 지점은 전단해제 지점이며 우측은 롤러로 구성되어 있다. 보 상단의 온도 $T_1 = 0^\circ C$이고 보 하단의 온도 $T_2 = 50^\circ C$일 때, B지점의 회전각은? (단, 보를 구성하는 재료의 열팽창계수 $\alpha = 20 \times 10^{-6}/^\circ C$이다.)

<보기>



<보의 단면>

① 0.03rad

② 0.01rad

③ 0.04rad

④ 0.02rad

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상하 온도차가 일정한 보의 열곡률을 이용해 B점 회전각을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:

- 보의 높이 $h = 100mm = 0.1m$
- A에서 B까지 길이 $L = 1m$
- 상단 온도 $T_1 = 0^\circ C$, 하단 온도 $T_2 = 50^\circ C$
- 열팽창계수 $\alpha = 20 \times 10^{-6}/^\circ C$

구해야 할 값:

- B점의 회전각 θ_B

주의할 조건:

- A점은 전단해제 지점으로 수직 전단력을 전달하지 않아 수직이동은 자유이지만 회전은 구속되므로 $\theta_A = 0$ 이다.
- 지점 반력은 A의 모멘트·수평과 B의 수직으로 3개여서 이 보는 정정이고, 외력 없이 온도하중만 받으면 부재는 열곡률만큼 자유롭게 휘어 내부모멘트가 생기지 않는다.
- 따라서 B점 회전각은 A(회전각 0)에서 B까지 곡률을 적분한 값이며, BC 구간은 B점 바깥쪽이라 B점 회전각에는 영향을 주지 않는다.

NoteBase

사용할 공식

열구배에 의한 곡률은
$\frac{1}{\rho} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{h}$
이고, 회전이 구속된 A점에서 B점까지의 기울기 변화는
$\theta_B - \theta_A = \frac{L}{\rho}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유:
상하단 온도차가 일정하면 보는 일정한 곡률로 휘고, A점의 회전각이 0이므로 B점 회전각은 AB 구간의 곡률 적분값과 같기 때문이다.

계산 과정

1. 온도차는 $\Delta T = T_2 - T_1 = 50 - 0 = 50\,^\circ C$이다.
2. 열곡률은
$\frac{1}{\rho} = \frac{20 \times 10^{-6} \times 50}{0.1} = 0.01 m^{-1}$
이다.
3. A점은 회전이 구속되므로 $\theta_A = 0$이고,
$\theta_B = \theta_A + \frac{L}{\rho} = 0 + 1 \times 0.01 = 0.01 rad$
이다.

선지 판단

1번 X: $0.03 rad$는 실제 열곡률 $0.01 m^{-1}$를 과대평가한 값이다. B점 회전각은 AB 1m 구간에서 누적된 $0.01 rad$이다. 올바르게는 0.01 rad이다.
2번 O: 계산결과 $\theta_B = 0.01 rad$이므로 정답과 일치한다.
3번 X: $0.04 rad$는 곡률이나 온도차를 지나치게 크게 본 값이다. 이 문제의 열곡률은 $0.01 m^{-1}$이므로 B점 회전각이 0.04 rad가 될 수 없다. 올바르게는 0.01 rad이다.
4번 X: $0.02 rad$는 상하 온도차를 100도로 두 배 계산할 때 나오는 대표적 오답이다. 이 문제의 온도차는 $50\,^\circ C$이므로 올바르게는 0.01 rad이다.

오답 포인트

상하단의 절대온도가 아니라 온도차 ΔT만 공식에 들어간다는 점, 높이 100mm를 0.1m로 환산해야 한다는 점, B점 회전각은 A에서 B까지의 기울기 변화만 보면 된다는 점에서 실수가 잦다.

다시 나오면 이렇게 판단

열구배 보 문제는 먼저 ΔT를 구하고, 다음에 $1/\rho = \alpha \Delta T / h$로 열곡률을 만든 뒤, 회전이 구속된 기준점에서 관심점까지의 거리만 곱해 회전각을 판단한다.

NoteBase

암기 포인트

상하 온도차가 일정한 보의 회전각은 $\theta = \alpha \Delta TL/h$로 정리된다.

NoteBase

문 18. <보기>와 같이 단순보의 상부에서 10°C의 온도 상승이 있는 후, 온도 상승에 따라 보가 휘어진 상태에서 양단에 집중 모멘트를 가하여 양단의 회전이 0°이 되게 하였을 때 가장 옳은 설명은? (단, 이 보는 선형 탄성이고 선형 열팽창을 하며, 단면의 모양은 직사각형이다.)

<보기>



① 보의 양단은 수평이며, 가운데는 아래로 볼록하게 된다.

② 보의 양단은 수평이며, 가운데는 위로 볼록하게 된다.

③ 보의 전체가 수평이 된다.

④ 보의 양단이 수평이며, 중앙에서 한 번의 변곡점이 생긴다.

정답 3번

출제 포인트

상부 온도상승으로 생기는 열곡률과 양단 모멘트로 생기는 기계적 곡률을 중첩하여, 양단 회전이 0이 되면 보의 최종 형상이 어떻게 되는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건: 단순보의 상부만 $10^\circ C$ 상승하고, 보는 선형 탄성체이며 선형 열팽창을 한다.
핵심 상태: 상부가 더 많이 팽창하므로 자유 열변형만 있으면 보는 위로 휜다.
추가 하중: 양단에 집중모멘트 M를 가해 양단의 회전각을 0으로 만든다.

사용할 공식

총곡률은 열곡률과 모멘트에 의한 곡률의 중첩으로 본다.
$K = K_T + K_M, \quad K_M = \frac{M}{EI}$
이 문제에서는 온도구배도 전 구간에서 일정하고, 양단 모멘트가 만드는 휨모멘트도 전 구간에서 일정하므로 두 곡률 모두 일정하다. 따라서 양단 회전을 0으로 만들 정도로 모멘트를 가했다면 총곡률 자체가 0이 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 상부 섬유가 더 뜨거우면 상부가 더 길어지므로 자유상태의 보는 가운데가 위로 솟는 형태로 휜다.
2. 양단에 같은 크기의 모멘트를 가하면 전 구간에 일정한 반대방향 곡률 κ_M가 생긴다.
3. 양단 회전이 모두 0이라는 것은 끝단 기울기가 완전히 상쇄되었다는 뜻이다. 이 문제처럼 총곡률이 전 구간 일정한 경우에는 $\kappa_T + \kappa_M = 0$이어야 한다.
4. 그러면 $v'' = 0$이므로 처짐곡선은 직선이 된다. 단순보는 양단 처짐이 모두 0이어서 그 직선은 수평선뿐이므로 보 전체가 수평이 된다.

선지별 해설

① X. 양단 회전만 0이고 가운데가 아래로 볼록하려면 최종 곡률이 음이 아닌 일정값으로 남아 있어야 한다. 그러나 이 문제는 열곡률과 모멘트곡률이 정확히 상쇄되어 총곡률이 0이 되는 경우이다. 틀린 표현은 '가운데는 아래로 볼록하게 된다'이며, 올바르게는 '보 전체가 수평이 된다'이다.
② X. 자유 열변형만 있을 때는 가운데가 위로 솟는 형상이 맞지만, 문제는 그 상태에서 다시 양단 모멘트를 가해 양단 회전을 0으로 만든 최종 상태를 묻는다. 회전이 0이 되도록 상쇄하면 위로 볼록한 곡률도 남지 않는다. 틀린 표현은 '가운데는 위로 볼록하게 된다'이며, 올바르게는 '보 전체가 수평이 된다'이다.
③ O. 열곡률과 모멘트에 의한 곡률이 전 구간에서 서로 같고 반대가 되면 총곡률이 0이다. 그러면 보는 직선형이 되고, 단순보의 양단 높이는 같으므로 최종 형상은 전 구간 수평이다.
④ X. 중앙에 한 번의 변곡점이 생기려면 곡률의 부호가 스팬 중간에서 바뀌어야 한다. 그러나 이 문제의 열곡률과 모멘트곡률은 둘 다 전 구간 일정하므로 최종곡률은 '일정한 값' 또는 '0'일 뿐이며, 중앙에서만 부호가 바뀌는 변곡점은 생기지 않는다. 틀린 표현은 '중앙에서 한 번의 변곡점이 생긴다'이며, 올바르게는 '총곡률이 0이 되어 변곡점 없이 전 구간이 수평이 된다'이다.

오답 포인트

상부 가열만 보고 ②처럼 자유 열변형 형상에서 판단하기 쉽고, '양단 회전이 0'을 '끝만 수평이고 가운데는 아직 휘어 있다'로 오해하기도 쉽다. 그러나 이 문항의 핵심은 일정 열구배와 일정 모멘트가 모두 일정곡률을 만든다는 점이다. 일정곡률 상태에서 끝단 회전이 완전히 상쇄되면 가운데만 남는 곡률은 존재할 수 없다.

다시 나오면 이렇게 판단

열구배나 일정모멘트처럼 전 구간에 일정곡률을 만드는 작용이 겹치면 먼저 각 작용이 만드는 곡률의 방향을 본다. 그다음 끝단 회전이 모두 0이 되었다면 총곡률이 0인지 확인한다. 총곡률이 0이면 처짐곡선은 직선이고, 지점 조건까지 넣으면 최종 형상은 전체 수평으로 결정된다.

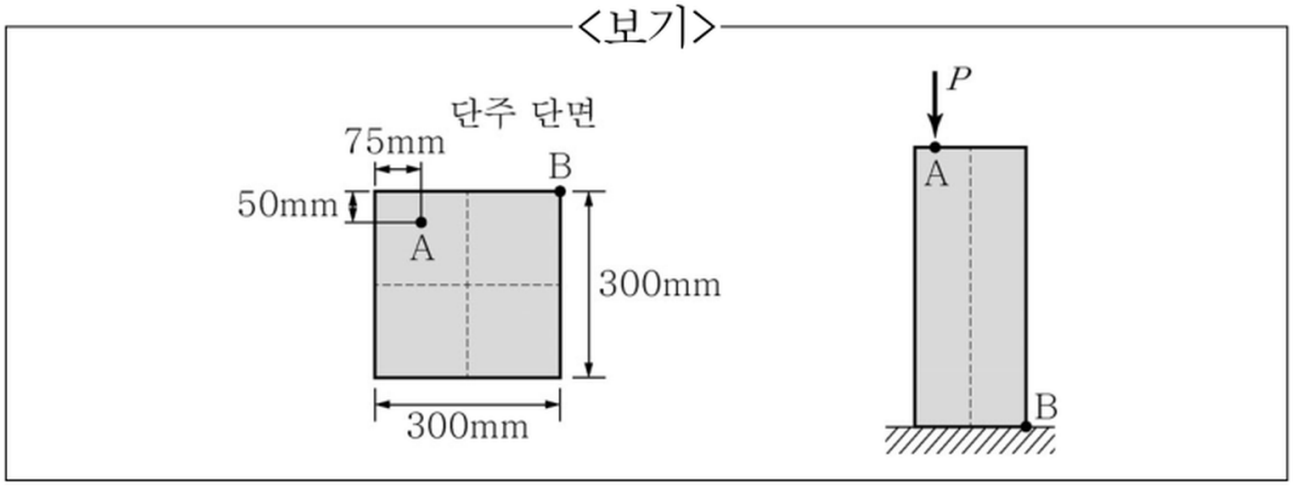
암기 포인트

일정 열구배와 일정 모멘트는 모두 일정곡률을 만든다. 양단 회전이 0이면 총곡률도 0이어서 보 전체가 직선이 된다.

NoteBase

문 19. <보기>와 같은 정사각형 단주의 상단 A점에 압축력 600 kN이 작용할 때, 단주의 하단 B점에 발생하는 압축응력의 값은?

<보기>



① 30 MPa

② 20 MPa

③ 10 MPa

④ 5 MPa

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 정사각형 단면에 작용하는 2축 편심압축에서 한 점의 응력을 $\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x y}{I_x} \pm \frac{M_y x}{I_y}$로 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $P = 600kN = 600{,}000N$, 단면 크기 $300mm \times 300mm$이다.
하중 작용점 A는 좌측에서 75mm, 상단에서 50mm 떨어져 있으므로 도심 기준 편심거리는
$e_x = 150 - 75 = 75mm$, $e_y = 150 - 50 = 100mm$이다.
B점은 단면 우상단 모서리이므로 도심 기준 좌표는 $x = 150mm$, $y = 150mm$이다.

사용할 공식

$\sigma_B = \frac{P}{A} + \frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y}$
$M_x = Pe_y, \quad M_y = Pe_x$
이 공식을 쓰는 이유는 이 문항이 축력에 더해 x축, y축 방향 편심모멘트가 동시에 작용하는 편심압축 문제이기 때문이다.
B점에서는 상하 편심에 의한 휨응력은 압축을 증가시키고, 좌우 편심에 의한 휨응력은 압축을 감소시킨다.

NoteBase

계산 과정

1. 단면적과 단면2차모멘트는 $A = 300 \times 300 = 90{,}000mm^2$, $I_x = I_y = \frac{300 \times 300^3}{12} = 675 \times 10^6 mm^4$ 이다.
2. 편심모멘트는 $M_x = 600{,}000 \times 100 = 60 \times 10^6 N \cdot mm$, $M_y = 600{,}000 \times 75 = 45 \times 10^6 N \cdot mm$ 이다.
3. 평균압축응력은 $\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{600{,}000}{90{,}000} = 6.67MPa$이다.
4. 휨응력은 $\frac{M_x y}{I_x} = \frac{60 \times 10^6 \times 150}{675 \times 10^6} = 13.33MPa$, $\frac{M_y x}{I_y} = \frac{45 \times 10^6 \times 150}{675 \times 10^6} = 10MPa$이다.
5. 따라서 B점 응력은 $\sigma_B = 6.67 + 13.33 - 10 = 10MPa$이다.

선지별 해설

① X

30 MPa는 6.67 + 13.33 + 10으로 두 휨응력을 모두 압축 증가 방향으로 더한 값이다. B점에서는 좌우 편심에 의한 10 MPa는 감소항이므로 틀리다. 올바르게는 B점 응력은 10 MPa이다.

② X

20 MPa는 평균응력 6.67 MPa와 $e_y = 100mm$에 따른 13.33 MPa만 더하고, $e_x = 75mm$에 따른 10 MPa 감소를 빼지 않은 값이다. 올바르게는 수평 편심 효과까지 반영한 10 MPa이다.

③ O

계산 결과가 정확히 10 MPa이다. 평균압축응력 6.67 MPa에 상하 편심으로 증가하는 13.33 MPa를 더하고, 좌우 편심으로 감소하는 10 MPa를 빼면 된다.

④ X

5 MPa는 두 방향 편심 중 하나를 빠뜨리거나 부호를 잘못 처리해 응력을 과소평가한 값이다. 이 문항의 B점은 평균응력과 두 휨응력을 함께 반영해야 하므로 올바른 값은 10 MPa이다.

오답 포인트

편심압축은 값 계산보다 부호 판단에서 더 많이 틀린다. 하중점이 있는 방향의 휨이 해당 점의 압축을 키우는지 줄이는지를 먼저 정하지 않으면 30 MPa처럼 모두 더하거나 20 MPa처럼 한 축 편심을 누락하는 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

정사각형이나 직사각형 편심압축 문제는 도심 위치를 먼저 잡고, 하중점의 편심거리 e_x, e_y를 구한 뒤, 목표점 좌표 x, y에서 각 휨응력이 압축 증가항인지 감소항인지 따져서 $\frac{P}{A}$에 합산하면 된다.

NoteBase

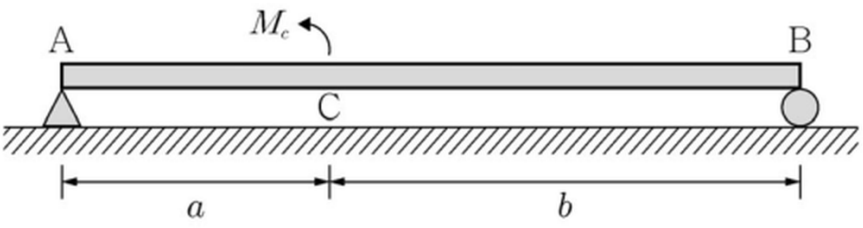
암기 포인트

편심압축은 평균응력 $\frac{P}{A}$에 두 축 휨응력 $\frac{M_x y}{I_x}$, $\frac{M_y x}{I_y}$를 부호까지 판단해 더하는 문제이다.

NoteBase

문 20. <보기>와 같은 단순보의 C 지점에 집중모멘트 M_c가 걸려 있을 때, 전체 보에 저장된 굽힘 에너지의 값은? (단, 보의 물성은 선형 탄성을 가정하고, 영탄성계수 E, 단면2차모멘트 I는 일정하다고 가정한다.)

<보기>



① $\frac{1}{3EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$
② $\frac{1}{6EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$
③ $\frac{1}{12EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$
④ $\frac{1}{24EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단순보에 작용한 집중모멘트로 생기는 구간별 휨모멘트도를 세운 뒤, $U=\int M^2/(2EI)dx$로 전체 굽힘에너지를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값은 C점의 집중모멘트 M_c, 왼쪽 구간 길이 a, 오른쪽 구간 길이 b, 그리고 일정한 E, I이다.
전체 경간은 $L=a+b$이다.
단순보이므로 평형조건에서 반력의 크기는 $|R_A|=|R_B|=M_c/L$가 되고, C점을 기준으로 좌우 휨모멘트도는 서로 반대 부호의 삼각형이 된다.

사용할 공식

$U=\int_0^L \frac{M(x)^2}{2EI}dx$
$M(x)=\frac{M_c}{a+b}x \quad (0\le x\le a)$
$M(x)=-\frac{M_c}{a+b}(a+b-x) \quad (a\le x\le a+b)$
이 공식을 쓰는 이유는 보의 굽힘에너지가 휨모멘트의 제곱 적분으로 주어지고, 이 문제의 모멘트도는 C점 집중모멘트 때문에 좌우가 삼각형 두 개로 나뉘기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 경간을 $L = a + b$로 두면 반력 크기는 M_c/L이다.
2. 왼쪽 구간 에너지는 $U_1 = \int_0^a \frac{1}{2EI}\left(\frac{M_c}{L}x\right)^2 dx = \frac{M_c^2 a^3}{6EIL^2}$이다.
3. 오른쪽 구간 에너지는 $U_2 = \int_a^L \frac{1}{2EI}\left(\frac{M_c}{L}(L-x)\right)^2 dx = \frac{M_c^2 b^3}{6EIL^2}$이다.
4. 따라서 전체 굽힘에너지는
$U = U_1 + U_2 = \frac{M_c^2}{6EI(a+b)^2}(a^3+b^3) = \frac{1}{6EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$
이므로 2번과 일치한다.

선지 판단

1번 X: 식의 형태는 맞지만 계수가 $1/(3EI)$로 되어 있어 정답의 2배이다. 굽힘에너지는 반드시 $\int M^2/(2EI)dx$를 써야 하므로 분모 2가 빠진 값이다. 올바르게는 $\frac{1}{6EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$이다.
2번 O: 좌우 삼각형 모멘트도를 각각 제곱 적분하면 a^3항과 b^3항이 더해지고, 공통계수는 정확히 $1/(6EI)$가 된다.
3번 X: 분모가 12라서 정답의 절반이다. 구간 하나만 계산한 뒤 평균처럼 다시 2로 나누거나, 에너지식의 1/2를 중복 적용하면 이런 값이 나온다. 올바르게는 $\frac{1}{6EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$이다.
4번 X: 분모가 24라서 정답의 4분의 1이다. 모멘트도 적분 결과를 과도하게 반감한 값으로, 좌우 두 구간의 에너지를 합친 전체값이 아니다. 올바르게는 $\frac{1}{6EI}\left(\frac{M_c}{a+b}\right)^2(a^3+b^3)$이다.

오답 포인트

집중모멘트 문제에서 반력의 부호에만 신경 쓰다가 굽힘에너지식의 핵심인 $1/(2EI)$ 계수를 빠뜨리기 쉽다. 또 C점 좌우 모멘트도의 부호는 다르지만 에너지에서는 M^2가 들어가므로 둘 다 양의 기여로 더해진다는 점을 놓치면 계수를 잘못 만들기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

집중모멘트가 있는 보의 에너지 문제는 먼저 전체 경간 $a+b$로 반력을 구하고, 다음으로 좌우 구간의 모멘트도를 식으로 쓴 뒤, 마지막에 $\int M^2/(2EI)dx$를 구간별로 적분하여 합산하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

보의 굽힘에너지는 모멘트도의 면적이 아니라 M^2 적분이며, 집중모멘트 문제의 정답 계수는 $1/(2EI)$를 빠뜨리지 않아야 맞는다.

NoteBase