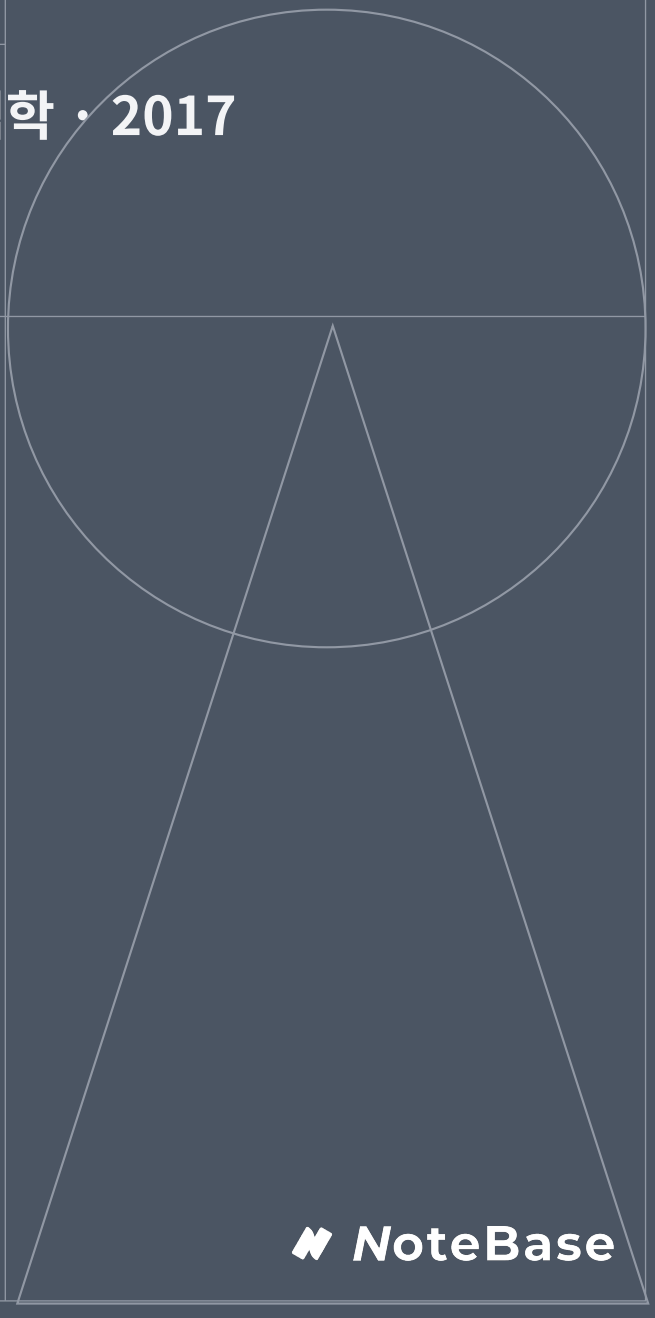
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2017



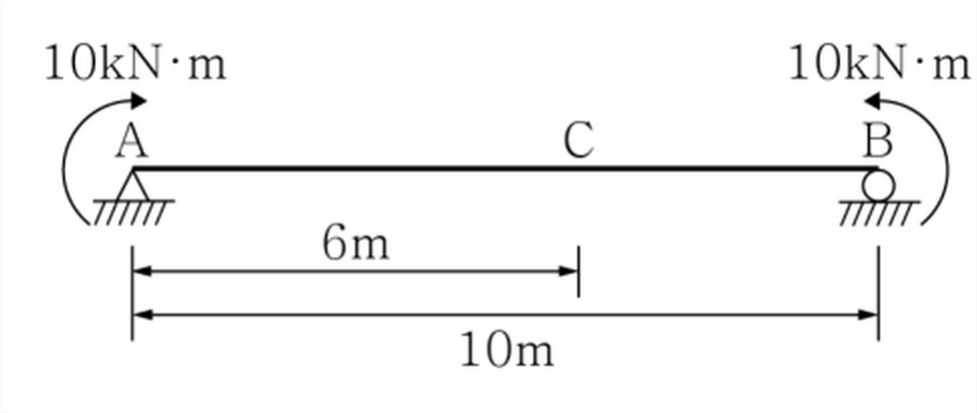
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2017

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2017

문 1. 그림과 같이 모멘트 하중이 단순보에 작용할 때, C점의 수직 처짐은? (단, EI는 일정하다.)



① $\frac{60}{EI}(\downarrow)$
② $\frac{90}{EI}(\downarrow)$
③ $\frac{120}{EI}(\downarrow)$
④ $\frac{150}{EI}(\downarrow)$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 양 끝에 같은 크기의 반대방향 모멘트가 작용하는 단순보의 일정 곡률 상태에서 임의점 처짐을 구하는 문제이다.

조건 정리

- 경간은 10m이다.
- C점은 A점에서 6m 떨어진 위치이다.
- 양 끝에 10 kN·m의 반대방향 모멘트가 작용한다.
- EI는 일정하다.
- 외력은 모멘트만 있으므로 반력은 $R_A = R_B = 0$이고, 보 전체의 휨모멘트는 크기 10으로 일정하다.

NoteBase

사용할 공식

$v(x) = \frac{M}{2EI}x(L-x)$

이 식은 단순보 전 구간에 일정한 휨모멘트 M가 작용할 때의 처짐식이다. 이 문제는 양 끝 모멘트의 크기가 같고 방향이 반대이므로 보 내부가 순수휨 상태가 되어 이 공식을 그대로 적용할 수 있다.

계산 과정

1. 일정 휨모멘트의 크기는 $M = 10$이다.
2. 경간 $L = 10$, C점 위치 $x = 6$을 대입한다.
3. $v_C = \frac{10}{2EI} \cdot 6 \cdot (10-6) = \frac{10}{2EI} \cdot 6 \cdot 4 = \frac{120}{EI}$
4. 문제의 보기 표기대로 C점 처짐은 아래방향 $\frac{120}{EI}$이다.

선지별 해설

① X
- 계산값은 아래방향 $\frac{120}{EI}$이므로 $\frac{60}{EI}$는 맞지 않는다.
- 틀린 부분은 처짐값을 $\frac{60}{EI}$로 본 점이며, 올바르게는 아래방향 $\frac{120}{EI}$이다.

② X
- $x = 6, L - x = 4$를 정확히 대입하면 $\frac{90}{EI}$가 아니라 $\frac{120}{EI}$가 된다.
- 틀린 부분은 처짐값을 $\frac{90}{EI}$로 본 점이며, 올바르게는 아래방향 $\frac{120}{EI}$이다.

③ O
- 일정 모멘트 상태의 처짐식 $v(x) = \frac{M}{2EI}x(L-x)$에 값을 대입하면 $v_C = \frac{120}{EI}$가 나온다.
- 따라서 ③의 아래방향 $\frac{120}{EI}$가 옳다.

④ X
- 계산값은 $\frac{150}{EI}$가 아니라 $\frac{120}{EI}$이다.
- 틀린 부분은 처짐값을 $\frac{150}{EI}$로 본 점이며, 올바르게는 아래방향 $\frac{120}{EI}$이다.

오답 포인트

C점이 중앙점이 아니라 A에서 6m 지점이라는 점을 놓치기 쉽다. 이 문제는 반력을 먼저 구하려고 오래 붙잡기보다, 양 끝 반대모멘트가 만드는 일정 휨모멘트 상태를 바로 읽어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

단순보에 같은 크기의 반대방향 끝모멘트가 걸리면 먼저 순수휨 여부를 확인한다. 순수휨이면 M이 일정하므로 $v(x) = \frac{M}{2EI}x(L-x)$에 해당 지점 좌표만 대입해 처짐을 계산하면 된다.

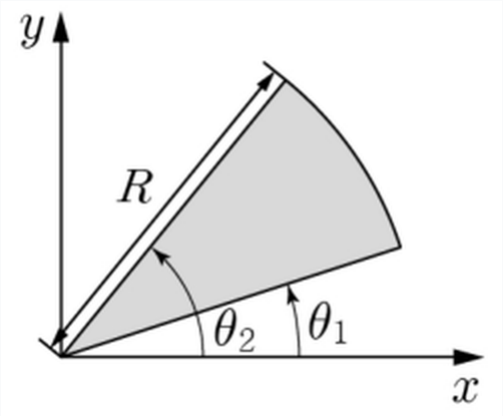
NoteBase

암기 포인트

단순보의 일정모멘트 처짐은 $v(x) = \frac{M}{2EI}x(L-x)$이며, 끝점에서는 0이고 중간에서 포물선으로 변한다.

NoteBase

문 2. 그림과 같이 반지름이 R이고, x축으로부터 θ_1, θ_2의 원호로 구성된 원의 일부분에서 y축에 대한 단면 1차 모멘트 Q_y는 얼마인가?



① $Q_y = \frac{1}{6}R^3(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

② $Q_y = \frac{1}{6}R^3(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$

③ $Q_y = \frac{1}{3}R^3(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

④ $Q_y = \frac{1}{3}R^3(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 극좌표 적분으로 부채꼴 부분의 y축에 대한 단면 1차 모멘트 Q_y를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반지름은 R이고 각도 범위는 θ_1부터 θ_2까지이다.
구해야 할 값: y축에 대한 단면 1차 모멘트 Q_y이다.
주의할 조건: y축에 대한 단면 1차 모멘트이므로 거리항은 x좌표이며, 극좌표에서는 $x = r\cos\theta$, $dA = rdrd\theta$이다.

사용할 공식

$Q_y = \int_A xdA = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\int_0^R (r\cos\theta)(rdrd\theta)$
이 공식을 쓰는 이유: y축에 대한 단면 1차 모멘트는 각 미소면적의 x거리와 면적요소의 곱을 전체 영역에 대해 적분한 값이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 면적요소에 대한 적분식을 세우면 $Q_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\int_0^R r^2\cos\theta dr d\theta$이다.
2. 반지름 방향 적분을 먼저 하면 $\int_0^R r^2 dr = \frac{R^3}{3}$이다.
3. 따라서 $Q_y = \frac{R^3}{3}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta d\theta = \frac{R^3}{3}[\sin\theta]_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{1}{3}R^3(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$이다.

선지별 해설

① X

$\frac{1}{6}R^3(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$는 계수와 삼각함수가 모두 맞지 않는다. Q_y는 $x = r\cos\theta$를 적분하므로 각도 적분 결과는 $\sin\theta$가 되어야 하고, 반지름 적분 결과 계수도 $\frac{1}{3}$이다. 틀린 표현은 $\frac{1}{6}$과 $\cos\theta_2 - \cos\theta_1$이며, 올바르게는 $\frac{1}{3}R^3(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$이다.

② X

$\sin\theta_2 - \sin\theta_1$ 형태는 맞지만 계수가 $\frac{1}{6}$으로 잘못되었다. 이는 $\int_0^R r^2 dr$를 $\frac{R^3}{6}$처럼 잘못 적분한 경우에 나오는 오답이다. 틀린 표현은 $\frac{1}{6}$이며, 올바르게는 $\frac{1}{3}R^3(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$이다.

③ X

$\frac{1}{3}R^3(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$는 계수는 맞지만 삼각함수가 틀렸다. y축에 대한 단면 1차 모멘트라도 적분하는 거리항은 $x = r\cos\theta$이므로 각도 적분의 결과는 $-\sin\theta$가 아니라 최종적으로 $\sin\theta_2 - \sin\theta_1$ 형태가 된다. 틀린 표현은 $\cos\theta_2 - \cos\theta_1$이며, 올바르게는 $\sin\theta_2 - \sin\theta_1$이다.

④ O

$Q_y = \int_A x dA$, $x = r\cos\theta$, $dA = r dr d\theta$를 대입하면 $Q_y = \frac{1}{3}R^3(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$가 된다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

y축에 대한 단면 1차 모멘트라는 말 때문에 $y = r\sin\theta$를 넣어 $\cos\theta$형 답을 고르기 쉽다. 축 이름과 거리항을 혼동하지 말아야 하며, Q_y에서는 항상 x거리를 적분한다. 또 $\int_0^R r^2 dr$의 계수 $\frac{1}{3}$을 놓치면 ② 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

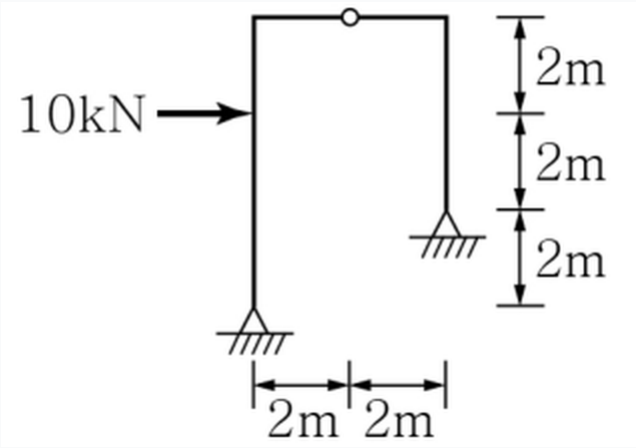
단면 1차 모멘트 문제는 먼저 어느 축에 대한 모멘트인지 보고 거리항을 정한다. 그다음 극좌표에서는 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $dA = r dr d\theta$를 넣어 적분식을 세우고, 마지막에 계수와 삼각함수 형태를 검산하면 된다.

암기 포인트

$Q_y = \int x dA$, $Q_x = \int y dA$라는 대응만 정확히 기억하면 축 혼동을 줄일 수 있다.

NoteBase

문 3. 그림과 같은 3활절 라멘 구조물에서 발생하는 최대휨모멘트의 크기는?



① 16 kN·m

② 20 kN·m

③ 24 kN·m

④ 28 kN·m

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 3활절 라멘을 중앙 힌지에서 분리해 지점반력을 구하고, 좌측 기둥의 전단력 변화로 최대 휨모멘트의 위치와 크기를 계산하는 문제이다.

조건 정리

- 좌측 지점, 우측 지점, 상부 중앙이 힌지인 3활절 라멘이다.
- 수평하중은 10 kN이고, 좌측 기둥의 상단에서 2m 아래 지점에 작용한다.
- 상부 보는 중앙 힌지를 기준으로 좌우 2m씩이다.
- 좌측 기둥 높이는 6m이고, 우측 지점은 좌측 지점보다 2m 높다.
- 구해야 할 값은 구조물 전체에서의 최대 휨모멘트이다.

사용할 공식

$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M = 0$

$M = Vx$

3활절 라멘은 내부 힌지에서 휨모멘트가 0이므로, 전체 평형과 한쪽 부분의 모멘트 평형으로 반력을 구한 뒤 전단력이 일정한 구간마다 휨모멘트를 선형적으로 계산할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 우측 부분만 떼어 중앙 힌지에 대한 모멘트를 취하면

$2B_y + 4B_x = 0$

이므로 $B_y = -2B_x$이다.

2. 구조물 전체에 대해 좌측 지점 기준 모멘트를 취하면

$4B_y - 2B_x - 10 \times 4 = 0$

이다. 여기에 $B_y = -2B_x$를 대입하면 $B_x = -4\text{kN}$, $B_y = 8\text{kN}$이다.

3. 전체 수평, 수직 평형에서

$A_x + B_x + 10 = 0, \quad A_y + B_y = 0$

이므로 $A_x = -6\text{kN}$, $A_y = -8\text{kN}$이다.

4. 좌측 기둥의 하중 작용점 바로 아래 구간에서는 수평전단력이 6 kN이므로, 하중 작용점의 휨모멘트는

$M = 6 \times 4 = 24\text{kN} \cdot \text{m}$

이다.

5. 하중 작용점 위 구간에서는 전단력이 4 kN으로 바뀌므로 상단 절점 모멘트는

$24 - 4 \times 2 = 16\text{kN} \cdot \text{m}$

이다. 중앙 힌지와 양 지점에서는 모멘트가 0이므로, 전체 최대값은 하중 작용점의 $24\text{kN} \cdot \text{m}$이다.

선지별 해설

① X

$16\text{kN} \cdot \text{m}$은 상단 절점에서의 휨모멘트 크기이다. 최대값은 좌측 기둥의 하중 작용점에서 생기는 $24\text{kN} \cdot \text{m}$이다. 틀린 표현은 '최대휨모멘트가 $16\text{kN} \cdot \text{m}$이다'이고, 올바르게는 '상단 절점 모멘트가 $16\text{kN} \cdot \text{m}$이고 최대휨모멘트는 $24\text{kN} \cdot \text{m}$이다'이다.

② X

$20\text{kN} \cdot \text{m}$이 되는 단면은 없다. 모멘트도는 좌측 기둥에서 0에서 24까지 증가한 뒤 상단에서 16으로 감소하고, 중앙 힌지와 지점에서 다시 0이 된다. 틀린 표현은 '최대휨모멘트가 $20\text{kN} \cdot \text{m}$이다'이고, 올바르게는 '어느 단면도 $20\text{kN} \cdot \text{m}$이 아니며 최대값은 $24\text{kN} \cdot \text{m}$이다'이다.

③ O

지점반력은 $A_x = -6\text{kN}$, $B_x = -4\text{kN}$이므로 좌측 기둥 하중 작용점의 휨모멘트는 $6 \times 4 = 24\text{kN} \cdot \text{m}$이다. 상단 절점 모멘트 $16\text{kN} \cdot \text{m}$보다 크므로 이 값이 최대휨모멘트이다.

④ X

$28\text{kN} \cdot \text{m}$은 하중 작용점 위에서도 전단력이 계속 6 kN이라고 잘못 보면 나오는 값이다. 실제로는 하중 작용점 위에서 전단력이 4 kN으로 줄어 상단 절점 모멘트가 $16\text{kN} \cdot \text{m}$이 된다. 틀린 표현은 '최대휨모멘트가 $28\text{kN} \cdot \text{m}$이다'이고, 올바르게는 '하중 작용점 위에서는 전단력이 바뀌며 최대휨모멘트는 $24\text{kN} \cdot \text{m}$이다'이다.

NoteBase

오답 포인트

하중 작용점 위아래에서 전단력이 달라진다는 점을 놓치면 16, 20, 28 같은 오답이 나온다. 3활절 라멘은 중앙 힌지 모멘트가 0이라는 조건으로 반력을 먼저 정리한 뒤, 각 구간의 전단력 변화에 따라 모멘트도를 따져야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

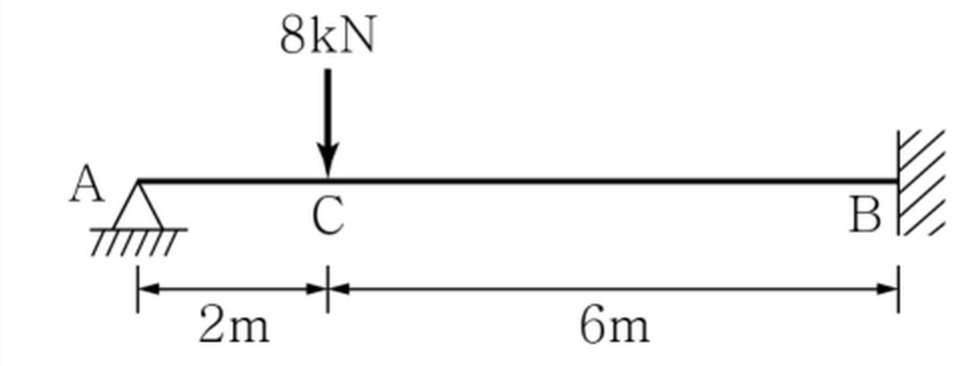
3활절 라멘 계산형은 먼저 내부 힌지를 기준으로 반력을 구하고, 다음으로 하중이 바뀌는 지점마다 전단력을 다시 계산해 모멘트도의 최대값이 어디서 생기는지 확인하면 된다.

암기 포인트

3활절 라멘은 '힌지에서 $M = 0$, 반력 계산 후 전단력 변화점에서 최대모멘트 확인'의 순서로 정리된다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 부정정보에 대한 지점 B에서의 휨모멘트는? (단, 보의 자중은 무시하며, 휨강성 EI는 일정하다.)



① 7.5 kN·m(☒)

② 7.5 kN·m(☒)

③ 9.5 kN·m(☒)

④ 9.5 kN·m(☒)

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 프로프드 캔틸레버 보에서 적합조건으로 지점 A의 반력을 구한 뒤, 전체 평형으로 지점 B의 휨모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 집중하중 $P = 8kN$
- 보 전체 길이 $L = 8m$
- 하중점 C는 A에서 2m, B에서 6m 떨어져 있다.
- EI는 일정하다.

구해야 할 값:
- 지점 B에서의 휨모멘트

주의할 조건:
- 지점 A는 단순지지이므로 모멘트를 지지하지 못한다.
- 지점 B는 고정단이므로 반력모멘트가 생긴다.
- 부정정보이므로 평형식만으로는 부족하고 변위 적합조건이 필요하다.

NoteBase

사용할 공식

지점 A의 처짐이 0이라는 적합조건을 사용한다.

$\delta_P = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI}, \qquad \delta_{R_A} = \frac{R_A L^3}{3EI}$

여기서 a는 고정단 B에서 하중까지의 거리이므로 $a = 6m$이다.

이 공식을 쓰는 이유는 A 지점을 제거하면 B 고정, A 자유단의 캔틸레버가 되고, 실제 구조에서는 A점 변위가 0이어야 하기 때문이다.

계산 과정

1. A 지점을 중복반력 R_A로 두고 제거하면, B에서 고정된 캔틸레버에 하중 $P = 8kN$이 고정단에서 6m 떨어진 곳에 작용하는 형태가 된다.

2. 하중 P만 있을 때 자유단 A의 처짐은

$\delta_P = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI} = \frac{8 \times 6^2 \times (3 \times 8 - 6)}{6EI} = \frac{864}{EI}$

이다.

3. 자유단 A에 위쪽 반력 R_A만 작용할 때 A의 처짐은

$\delta_{R_A} = \frac{R_A L^3}{3EI} = \frac{R_A \times 8^3}{3EI} = \frac{512R_A}{3EI}$

이다.

4. 실제 A점 처짐은 0이므로 $\delta_P = \delta_{R_A}$이다.

$\frac{864}{EI} = \frac{512R_A}{3EI}$

따라서

$R_A = \frac{864 \times 3}{512} = 5.0625kN$

이다.

5. 전체 보의 B점 모멘트를 구하면

$M_B = 8 \times 6 - 5.0625 \times 8 = 48 - 40.5 = 7.5kN \cdot m$

이다. 하중이 B점에 대해 반시계방향 모멘트를 만들므로, 이를 막는 지점 B의 반력모멘트는 시계방향이다.

NoteBase

선지 판단

① O

- 계산 결과 지점 B의 휨모멘트는 $7.5kN \cdot m$ 시계방향이다. 크기와 방향이 모두 맞다.

② X

- $7.5kN \cdot m$라는 크기는 맞지만 방향이 틀렸다. 선택지의 반시계방향 표시가 틀린 표현이고, 올바르게는 $7.5kN \cdot m$ 시계방향이다.

③ X

- $9.5kN \cdot m$도 틀리고 방향도 틀렸다. 틀린 표현은 "9.5 kN· m"와 반시계방향 표시이며, 올바르게는 $7.5kN \cdot m$ 시계방향이다.

④ X

- 방향은 시계방향으로 맞지만 크기 $9.5kN \cdot m$가 틀렸다. 틀린 표현은 "9.5 kN· m"이고, 올바르게는 $7.5kN \cdot m$ 시계방향이다. 이런 오답은 적합조건에서 $a = 6m$를 잘못 두거나 A점 반력을 잘못 계산할 때 나온다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 두 가지이다. 첫째, 하중 위치를 A 기준 2m로만 보고 바로 식을 세우면 캔틸레버 처짐 공식을 잘못 적용하게 된다. 적합조건에 넣는 a는 제거한 구조에서의 고정단 B 기준 거리 6m이다. 둘째, 모멘트의 방향을 놓치기 쉽다. 외력의 합모멘트가 B점에 대해 반시계방향이면, 지점 반력모멘트는 이를 상쇄하는 시계방향이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

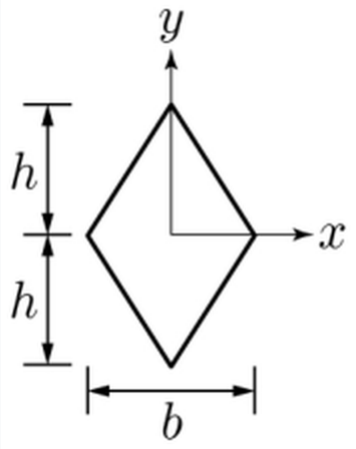
부정정보 보가 나오면 먼저 중복반력 하나를 정해 제거하고, 실제 구조의 변위조건을 0으로 두어 반력을 구한 뒤, 마지막에 전체 평형식으로 지점모멘트의 크기와 방향을 정한다. 그림이 있어도 해법의 핵심이 계산이면 이미지형이 아니라 계산형으로 판단된다.

암기 포인트

프로프드 캔틸레버는 _하중=_중복반력으로 반력을 구하고, 지점모멘트는 전체 모멘트 평형으로 마무리한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같은 마름모형상의 단면을 갖고 있는 보의 소성모멘트 M_p로 옳은 것은? (단, 인장과 압축에 대하여 항복강도는 동일하게 σ_y이다.)



① $\frac{bh^2}{6} \cdot \sigma_y$
② $\frac{bh^2}{3} \cdot \sigma_y$
③ $\frac{2bh^2}{3} \cdot \sigma_y$
④ $\frac{4bh^2}{3} \cdot \sigma_y$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 세로 대각선이 $2h$, 가로 대각선이 b인 마름모 단면에 대해, 중심 x축을 소성중립축으로 두고 반단면의 1차 모멘트를 이용하여 소성모멘트 M_p를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 단면은 상하 대칭인 마름모이다.
- 위쪽 반단면은 밑변 b, 높이 h인 삼각형이다.
- 인장과 압축의 항복강도가 모두 σ_y이므로 소성중립축은 단면 중심의 x축이다.

사용할 공식

$M_p = \sigma_y Z_p = 2\sigma_y Q_{\text{top}} = 2\sigma_y A_{\text{top}} \bar{y}$

이 공식을 쓰는 이유는 소성상태에서 x축 위와 아래에 각각 σ_y가 균등하게 작용하므로, 위쪽 반단면의 1차 모멘트를 구한 뒤 대칭 때문에 2배하면 전체 소성모멘트가 되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 위쪽 반단면의 면적은 $A_{\text{top}} = \frac{1}{2}bh$이다.
2. 위쪽 삼각형 도심의 x축까지 거리는 $\bar{y} = \frac{h}{3}$이다.
3. 따라서 위쪽 반단면의 1차 모멘트는 $Q_{\text{top}} = A_{\text{top}}\bar{y} = \frac{1}{2}bh \cdot \frac{h}{3} = \frac{bh^2}{6}$이다.
4. 소성모멘트는 $M_p = 2\sigma_y Q_{\text{top}} = 2\sigma_y \cdot \frac{bh^2}{6} = \frac{bh^2}{3}\sigma_y$이다.

선지별 해설

① X

- $\frac{bh^2}{6}\sigma_y$는 위쪽 삼각형 한쪽만의 1차 모멘트에 σ_y를 곱한 값이다. 틀린 표현은 위와 아래 소성응력 블록 중 한쪽만 계산했다는 점이다. 올바르게는 상하 대칭을 반영해 2배한 $\frac{bh^2}{3}\sigma_y$이다.

② O

- 계산 결과가 정확히 $M_p = \frac{bh^2}{3}\sigma_y$이므로 옳다.

③ X

- $\frac{2bh^2}{3}\sigma_y$는 정답보다 2배 큰 값이다. 틀린 표현은 위쪽 삼각형 도심거리 $\bar{y}$를 $\frac{2h}{3}$처럼 잘못 잡거나 대칭배수를 한 번 더 곱한 점이다. 올바르게는 $\bar{y} = \frac{h}{3}$이고, 최종값은 $\frac{bh^2}{3}\sigma_y$이다.

④ X

- $\frac{4bh^2}{3}\sigma_y$는 전체 단면적을 이미 사용한 뒤 위아래 대칭을 다시 2배하는 식으로 중복 계산했을 때 나오는 과대값이다. 틀린 표현은 반단면 기준과 전체 단면 기준을 섞었다는 점이다. 올바르게는 반단면의 1차 모멘트를 한 번만 2배하여 $\frac{bh^2}{3}\sigma_y$를 얻는다.

오답 포인트

①은 반단면 1차 모멘트까지만 구하고 대칭 2배를 빠뜨린 함정이다. ③은 도심거리 $\frac{h}{3}$를 $\frac{2h}{3}$로 오해하는 함정이다. ④는 전체 단면적과 대칭 2배를 동시에 써서 중복 계산하는 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

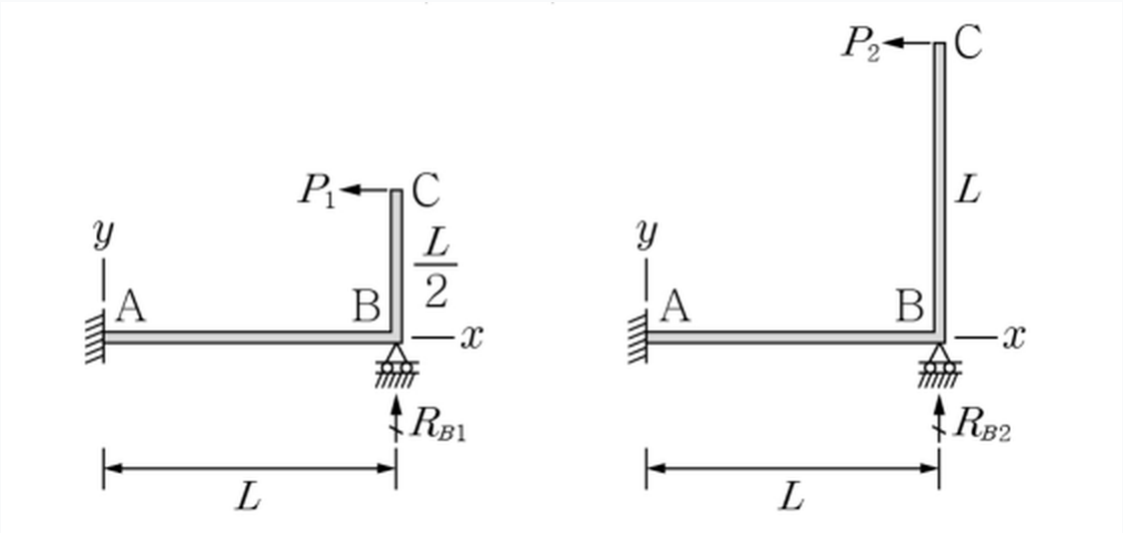
상하 대칭 단면의 소성모멘트는 먼저 소성중립축이 중심축인지 확인한 뒤, 반단면 도형 하나에 대해 A와 $\bar{y}$를 구하고 $M_p = 2A\bar{y}\sigma_y$ 순서로 판단한다.

암기 포인트

대칭 단면의 소성모멘트는 반단면 1차 모멘트에 $2\sigma_y$를 곱한 값이다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 두 구조물에 작용하는 하중 비가 $\frac{P_1}{P_2}=\frac{5}{2}$일 때, 지점 B의 반력 비 $\frac{R_{B1}}{R_{B2}}$는 얼마인가?



① 0.75

② 1.00

③ 1.25

④ 1.50

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 지점 B의 수직반력을 부정정 보의 처짐 적합조건으로 구한 뒤, 반력이 P와 하중 작용높이 h에 비례함을 이용하여 두 구조물의 반력비를 비교하는 문제이다.

조건 정리

첫 번째 구조물은 기둥 높이가 $h_1=\frac{L}{2}$, 두 번째 구조물은 $h_2=L$이다.
수평하중 비는 $\frac{P_1}{P_2}=\frac{5}{2}$이다.
구해야 할 값은 $\frac{R_{B1}}{R_{B2}}$이다.
지점 B는 롤러이므로 수직변위가 0이어야 한다.

NoteBase

사용할 공식

수평하중 P가 높이 h에서 작용하면 보 AB 끝단에는 모멘트 Ph가 전달된다.
이때 B점의 처짐 적합조건은 다음과 같다.
$\delta_P = \frac{PhL^2}{2EI}, \qquad \delta_R = \frac{R_B L^3}{3EI}, \qquad \delta_P = \delta_R$
따라서
$R_B = \frac{3Ph}{2L}$
이 공식을 쓰는 이유는 이 프레임의 미지수인 B점 수직반력이 1개인 1차 부정정 구조물이며, 롤러 지점의 수직변위 0 조건으로 반력을 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 일반식은 $R_B = \frac{3Ph}{2L}$이다.
2. 첫 번째 구조물은 $h_1 = \frac{L}{2}$이므로
$R_{B1} = \frac{3P_1(L/2)}{2L} = \frac{3P_1}{4}$
3. 두 번째 구조물은 $h_2 = L$이므로
$R_{B2} = \frac{3P_2 L}{2L} = \frac{3P_2}{2}$
4. 따라서
$\frac{R_{B1}}{R_{B2}} = \frac{\frac{3P_1}{4}}{\frac{3P_2}{2}} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1.25$
계산 결과 $\frac{R_{B1}}{R_{B2}} = 1.25$이다.

선지별 해설

① X
$\frac{R_{B1}}{R_{B2}}$를 계산하면 0.75가 아니라 1.25이다. "반력비가 0.75이다"가 아니라 "반력비가 1.25이다"로 고쳐야 한다.

② X
반력은 단순히 두 구조물에서 같아지지 않는다. R_B는 P와 h에 함께 비례하므로 계산값은 1.00이 아니라 1.25이다. "반력비가 1.00이다"가 아니라 "반력비가 1.25이다"로 고쳐야 한다.

③ O
$R_B = \frac{3Ph}{2L}$를 두 구조물에 각각 적용하면 $R_{B1} = \frac{3P_1}{4}$, $R_{B2} = \frac{3P_2}{2}$가 된다. 따라서 $\frac{R_{B1}}{R_{B2}} = \frac{5}{4} = 1.25$이므로 옳다.

④ X
1.50이 되려면 하중비 또는 높이비를 잘못 반영한 것이다. 실제로는 $\frac{P_1}{P_2} = \frac{5}{2}$와 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$를 함께 곱해야 하므로 값은 1.50이 아니라 1.25이다. "반력비가 1.50이다"가 아니라 "반력비가 1.25이다"로 고쳐야 한다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 함정은 수평하중 문제라고 해서 B점 반력을 단순 평형식만으로 처리하는 데 있다. 실제로는 B점이 롤러 지지이므로 수직변위 0의 적합조건을 써야 하며, 반력은 하중 크기 P뿐 아니라 하중 작용높이 h에도 비례한다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

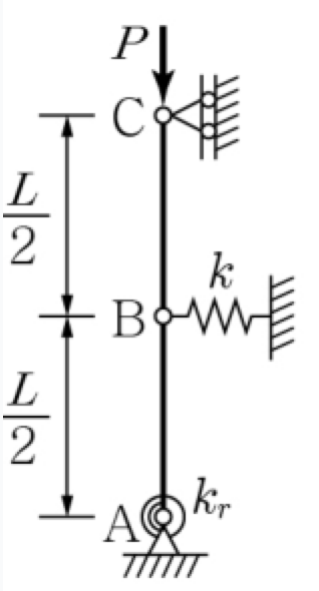
고정단-롤러가 함께 있는 프레임에서 옆으로 미는 하중이 기둥 상단에 작용하면 먼저 보 끝모멘트 Ph로 바꿔 본다. 그다음 B점의 수직변위 0 조건으로 R_B를 구하고, 여러 구조물을 비교할 때는 $R_B \propto Ph$ 관계를 이용해 비를 정리하면 된다.

암기 포인트

이 형식의 프레임에서는 $R_B = \frac{3Ph}{2L}$이므로 반력비는 $\frac{R_{B1}}{R_{B2}} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{h_1}{h_2}$로 바로 정리된다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 지지된 강체 기둥의 좌굴하중은? (단, 강성 k의 스프링이 힌지 B점에 연결돼 있고, A점의 회전스프링 강성 $k_r = \frac{1}{4}kL^2$이다.)



① $\frac{1}{4}kL$

② $\frac{1}{2}kL$

③ $\frac{3}{4}kL$

④ kL

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 강체 기둥이 미소각 θ만큼 회전할 때 생기는 스프링의 복원모멘트를 합산하여 좌굴하중 P_{cr}을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 B점의 수평 스프링 강성 k, A점의 회전스프링 강성 $k_r = \frac{1}{4}kL^2$, 그리고 $AB = BC = \frac{L}{2}$이다.
구해야 할 값은 강체 기둥의 좌굴하중 P_{cr}이다.
주의할 조건은 B점 변위가 $L\theta$가 아니라 $\frac{L}{2}\theta$라는 점과, 하중 P의 전도모멘트 팔길이가 전체 높이 L이라는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

미소 회전 θ에 대해 좌굴 직전의 모멘트 평형은 $PL\theta = M_{\text{spring}}$이다.
여기서 $M_{\text{spring}} = k_r\theta + k\left(\frac{L}{2}\theta\right)\left(\frac{L}{2}\right)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 기둥이 강체이므로 휨변형을 따로 적분하지 않고, 각 스프링이 만들어내는 복원모멘트와 축하중이 만드는 전도모멘트를 직접 비교하면 되기 때문이다.

계산 과정

1. 기둥이 A점을 기준으로 θ만큼 회전하면 B점의 수평변위는 $u_B \approx \frac{L}{2}\theta$이다.
2. 따라서 B점 스프링력은 $F_B = ku_B = k\frac{L}{2}\theta$이고, 이것이 A점에 만드는 복원모멘트는 $M_B = F_B\frac{L}{2} = \frac{1}{4}kL^2\theta$이다.
3. A점 회전스프링의 복원모멘트는 $M_A = k_r\theta = \frac{1}{4}kL^2\theta$이다.
4. 전체 복원모멘트는 $M_{\text{spring}} = M_A + M_B = \frac{1}{2}kL^2\theta$이다.
5. 좌굴 직전에는 $PL\theta = \frac{1}{2}kL^2\theta$이므로 $P_{cr} = \frac{1}{2}kL$이다.

선지별 해설

① X
선지값 $\frac{1}{4}kL$은 두 복원요소 중 하나만 반영한 값이다. B점 수평 스프링과 A점 회전스프링이 각각 $\frac{1}{4}kL^2\theta$씩 복원모멘트를 내므로 하나만 쓰면 부족하다. $\frac{1}{4}kL$이 아니라 올바르게는 $\frac{1}{2}kL$이다.

② O
전체 복원모멘트가 $\frac{1}{2}kL^2\theta$이고 전도모멘트가 $PL\theta$이므로 $P_{cr} = \frac{1}{2}kL$이 된다. 계산 결과와 정확히 일치하므로 옳다.

③ X
선지값 $\frac{3}{4}kL$은 B점 변위를 $\frac{L}{2}\theta$가 아니라 $L\theta$로 잘못 보는 경우에 자주 나온다. 그러면 B점 스프링 복원모멘트를 과대평가하게 된다. $\frac{3}{4}kL$이 아니라 올바르게는 $\frac{1}{2}kL$이다.

④ X
선지값 kL은 전체 복원모멘트를 구한 뒤 축하중의 모멘트 팔길이를 L이 아니라 $\frac{L}{2}$로 잘못 나누는 경우에 나오는 과대값이다. 압축하중 P는 상단점 C에서 작용하므로 전도모멘트 팔길이는 전체 높이 L이다. kL이 아니라 올바르게는 $\frac{1}{2}kL$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 스프링 강성 자체를 더하는 것이 아니라 각 스프링이 만드는 복원모멘트를 더해야 한다는 점이다. 특히 B점은 중간점이므로 변위와 모멘트 팔길이가 모두 $\frac{L}{2}$로 들어가서 $\frac{1}{4}kL^2\theta$가 된다는 점을 놓치기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

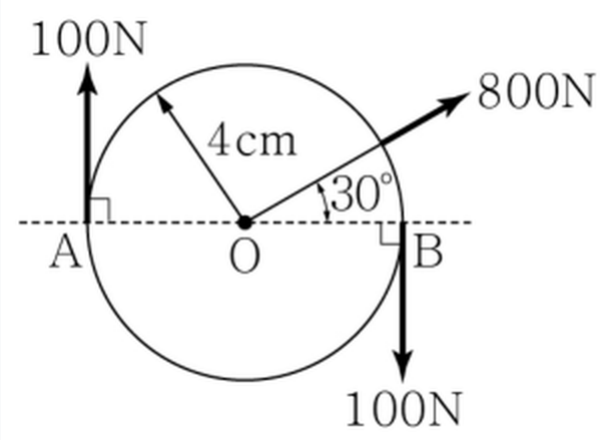
강체 좌굴 문제는 먼저 미소 회전 θ를 두고 각 점의 변위를 구한 다음, 각 스프링의 힘과 복원모멘트를 합산하여 마지막에 $PL\theta$와 평형시키는 순서로 판단하면 된다.

암기 포인트

강체 기둥 좌굴은 좌굴하중 = 총 복원모멘트 강성하중 작용점 높이의 형태로 정리된다.

NoteBase

문 8. 그림은 반지름이 4cm인 원형 단면에 작용하는 세 힘을 나타낸 것이다. 세 힘에 대한 합력의 작용선이 선분 AB와 교차하는 점의 위치는?



① O점을 기준으로 왼쪽으로 1cm

② O점을 기준으로 오른쪽으로 1cm

③ O점을 기준으로 왼쪽으로 2cm

④ O점을 기준으로 오른쪽으로 2cm

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 세 힘을 합력과 모멘트로 치환하여 합력의 작용선이 AB와 만나는 위치를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 반지름은 $4cm$이고, A점에는 위쪽으로 $100N$, B점에는 아래쪽으로 $100N$이 작용한다. 중심 O에서는 AB와 30°를 이루는 방향으로 $800N$이 작용한다.
구해야 할 값: 세 힘의 합력 작용선이 선분 AB와 교차하는 점의 위치이다.
주의할 조건: $800N$ 힘은 중심 O를 지나므로 O점에 대한 모멘트가 0이다. 따라서 위치를 결정하는 것은 양쪽 $100N$이 만드는 모멘트이다.

사용할 공식

합력의 크기와 방향은 힘의 벡터합으로 구하고, 합력의 작용선 위치는 모멘트 등가조건 $M_O = R \times d_\perp$로 구한다.
이 공식을 쓰는 이유: 여러 힘을 하나의 힘으로 바꿀 때는 합력의 크기와 방향이 같아야 하고, 임의의 기준점에 대한 모멘트도 같아야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 수직방향 힘은 왼쪽의 $100N$ 위쪽 힘과 오른쪽의 $100N$ 아래쪽 힘이 서로 상쇄되어 0이 된다. 따라서 합력은 중심 O를 지나는 $800N$ 힘과 같은 방향이다.
2. O점에 대한 모멘트를 구하면, A점 힘은 $100 \times 4 = 400N \cdot cm$의 시계방향 모멘트를 만들고, B점 힘도 $100 \times 4 = 400N \cdot cm$의 시계방향 모멘트를 만든다. 전체 모멘트는 $800N \cdot cm$ 시계방향이다.
3. 합력 $R = 800N$의 작용선이 AB와 만나는 점을 O에서 xcm 떨어진 점이라 두면, 그 점의 모멘트는 $800\sin 30^\circ \times x = 400xN \cdot cm$이다.
4. 이 모멘트가 시계방향 $800N \cdot cm$와 같아야 하므로 $400x = -800$이다. 따라서 $x = -2cm$이고, 작용선은 O점 기준 왼쪽으로 $2cm$에서 AB와 만난다.

선지별 해설

① X: O점 기준 왼쪽으로 $1cm$이면 모멘트는 $400 \times 1 = 400N \cdot cm$ 시계방향으로 부족하다. 틀린 표현은 "왼쪽으로 1cm"이고, 올바르게는 "왼쪽으로 2cm"이다.
② X: O점 기준 오른쪽으로 $1cm$이면 모멘트 크기도 $400N \cdot cm$로 부족하고 방향도 반시계방향이 되어 조건과 맞지 않는다. 틀린 표현은 "오른쪽으로 1cm"이고, 올바르게는 "왼쪽으로 2cm"이다.
③ O: O점 기준 왼쪽으로 $2cm$이면 합력의 수직성분 $800\sin 30^\circ = 400N$이 만들어 내는 모멘트가 $400 \times 2 = 800N \cdot cm$ 시계방향이 되어 주어진 세 힘의 모멘트와 정확히 일치한다.
④ X: O점 기준 오른쪽으로 $2cm$이면 모멘트 크기는 $800N \cdot cm$가 되지만 방향이 반시계방향이므로 부호가 반대이다. 틀린 표현은 "오른쪽으로 2cm"이고, 올바르게는 "왼쪽으로 2cm"이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 합력의 크기 $800N$만 보고 중심 O를 지난다고 끝내는 실수와, 모멘트의 방향 부호를 놓치는 실수이다. 특히 ④는 크기만 맞고 방향이 반대이므로 시계방향·반시계방향을 함께 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

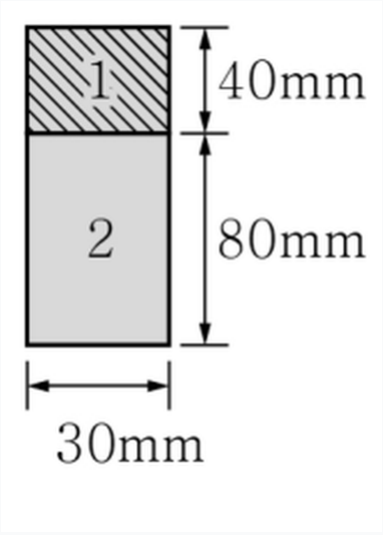
이런 합력 작용선 문제는 먼저 힘의 합으로 합력의 방향을 정하고, 다음으로 기준점에 대한 전체 모멘트를 구한 뒤, 마지막에 R의 수직성분이 만드는 모멘트와 등가시켜 위치를 결정하면 된다.

암기 포인트

합력의 위치는 힘의 합만으로 정해지지 않고 모멘트까지 같아야 하며, 방향 부호까지 일치해야 한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 두 개의 서로 다른 재료로 구성된 단면을 갖는 합성보가 모멘트 하중을 받고 있다. 만약 1번 재료의 최대응력이 34 MPa이라면 2번 재료의 최대응력은 얼마인가? (단, 1번 재료의 탄성계수는 100 GPa, 2번 재료의 탄성계수는 200 GPa이다.)



① 34 MPa

② 52 MPa

③ 68 MPa

④ 76 MPa

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 서로 다른 탄성계수를 가진 합성보에서 중립축 위치와 응력비를 이용해 2번 재료의 최대응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

단면 폭은 공통으로 30mm이다.
재료 1은 상부 40mm, 탄성계수 $E_1 = 100GPa$, 최대응력 34 MPa이다.
재료 2는 하부 80mm, 탄성계수 $E_2 = 200GPa$이다.
구해야 할 값은 재료 2의 최대응력이다.

NoteBase

사용할 공식

합성보의 휨응력은 $\sigma = E\kappa y$로 본다.

기준재료 2로 환산하면 탄성계수비는 $n = E_1/E_2 = 100/200 = 0.5$이다.

중립축은 환산단면의 도심에서 구한다.

이 공식을 쓰는 이유는 두 재료가 완전 부착되어 있으므로 곡률 κ는 같고, 응력은 각 재료의 탄성계수와 중립축에서의 거리의 곱에 비례하기 때문이다.

계산 과정

1. 재료 2 기준 환산단면적을 구한다.

$A_1' = 0.5 \times 30 \times 40 = 600mm^2, \quad A_2 = 30 \times 80 = 2400mm^2$

2. 바닥면에서 중립축 위치를 구한다.

$\bar{y} = \frac{A_2 \cdot 40 + A_1' \cdot 100}{A_2 + A_1'} = \frac{2400 \cdot 40 + 600 \cdot 100}{3000} = 52mm$

따라서 중립축에서 상단 끝까지 거리는 $68mm$, 하단 끝까지 거리는 $52mm$이다.

3. 같은 곡률에서 응력비를 이용한다.

$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{E_2 y_2}{E_1 y_1} = \frac{200 \times 52}{100 \times 68}$

$\sigma_2 = 34 \times \frac{200 \times 52}{100 \times 68} = 52MPa$

따라서 재료 2의 최대응력은 52 MPa이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
34 MPa는 재료 1의 최대응력을 그대로 옮겨 적은 값일 뿐이다. 재료 2는 탄성계수가 더 크고 중립축에서의 거리도 달라서 응력이 같지 않다. 틀린 표현은 "재료 2의 최대응력도 34 MPa이다"이고, 올바르게는 "재료 2의 최대응력은 52 MPa이다"이다.

② O
환산단면으로 중립축을 구한 뒤 $\sigma = E\kappa y$를 적용하면 재료 2의 최대응력은 52 MPa가 된다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.

③ X
68 MPa는 탄성계수비 $E_2/E_1 = 2$만 반영해 34×2로 계산할 때 나오는 값이다. 중립축에서의 거리비 52/68를 빠뜨린 값이다. 틀린 표현은 "재료 2의 최대응력은 68 MPa이다"이고, 올바르게는 "거리비까지 반영하면 52 MPa이다"이다.

④ X
76 MPa는 중립축 위치를 잘못 잡거나 전체 높이 120mm를 그대로 응력비에 넣을 때 나올 수 있는 오답이다. 합성보는 환산단면으로 중립축을 먼저 구해야 한다. 틀린 표현은 "재료 2의 최대응력은 76 MPa이다"이고, 올바르게는 "중립축이 바닥에서 52mm이므로 최대응력은 52 MPa이다"이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 탄성계수비만 보고 $34 \times 2 = 68MPa$로 끝내기 쉽다는 점이다. 합성보는 반드시 환산단면으로 중립축을 먼저 구한 뒤, 탄성계수비와 중립축 거리비를 함께 반영해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

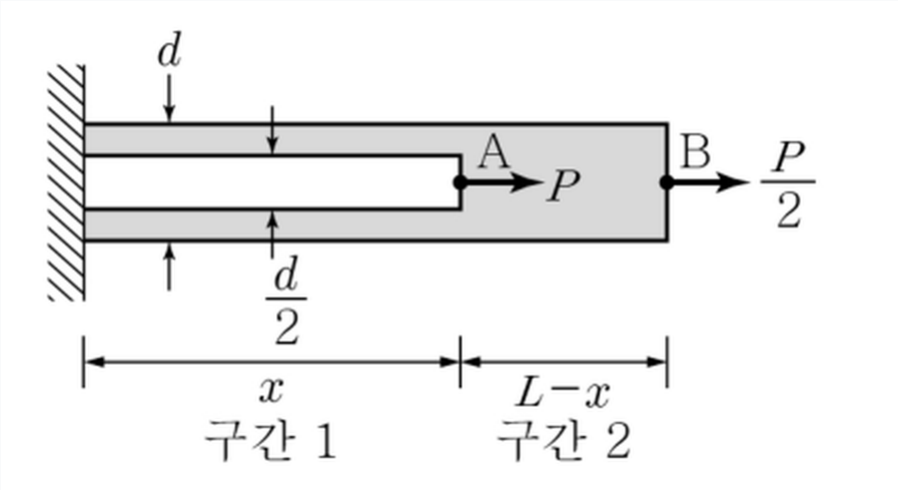
서로 다른 재료의 합성보가 나오면 먼저 기준재료를 정해 환산단면으로 중립축을 구한다. 그다음 같은 곡률 조건에서 $\sigma \propto Ey$를 적용해 각 재료의 응력비를 판단한다.

암기 포인트

합성보 휨응력은 "환산단면으로 중립축 계산 후 $\sigma \propto Ey$"로 정리된다.

NoteBase

문 10. 그림과 같이 길이 L인 변단면 원형 봉의 내부에 0에서 x까지 직경 $\frac{d}{2}$의 원통형 구멍이 존재하여 구간 1과 2의 단면적이 각각 $\frac{3}{4}A$와 A이다. 하중 P가 A점에 작용하고 하중 $\frac{P}{2}$가 B점에 작용할 때, 봉의 끝단에서 축 방향 변위가 $\frac{PL}{EA}$이 되기 위한 x값은? (단, 보의 탄성계수는 일정하다.)



① $\frac{1}{4}L$

② $\frac{1}{3}L$

③ $\frac{3}{5}L$

④ $\frac{2}{3}L$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단면적과 축력이 서로 다른 두 구간의 축변형량을 합산하여 끝단 변위를 맞추는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 구간 1의 길이는 x, 단면적은 $\frac{3}{4}A$이다. 구간 2의 길이는 $L-x$, 단면적은 A이다.
축력: A점에서 P, B점에서 $\frac{P}{2}$가 오른쪽으로 작용한다.
구해야 할 값: 끝단 B의 축방향 변위가 $\frac{PL}{EA}$가 되도록 하는 x이다.
주의할 조건: 두 구간의 단면적이 다르고, A점 하중 때문에 구간 1과 구간 2의 내부 축력이 서로 다르다.

사용할 공식

축변형량은 구간별로 $\delta_i = \frac{N_i L_i}{EA_i}$이고, 전체 변위는 각 구간 변형량의 합인 $\delta = \sum \frac{N_i L_i}{EA_i}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 봉이 구간 1과 구간 2에서 길이, 단면적, 내부 축력이 각각 일정한 계단형 축부재이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 구간 2에서 절단하면 오른쪽에 B점 하중 $\frac{P}{2}$만 있으므로 $N_2 = \frac{P}{2}$이다.
2. 구간 1에서 절단하면 오른쪽에 A점 하중 P와 B점 하중 $\frac{P}{2}$가 함께 있으므로 $N_1 = P + \frac{P}{2} = \frac{3P}{2}$이다.
3. 전체 변위를 합하면

$$\delta = \frac{N_1 x}{EA_1} + \frac{N_2(L-x)}{EA_2} = \frac{(\frac{3P}{2})x}{E(\frac{3}{4}A)} + \frac{(\frac{P}{2})(L-x)}{EA}$$

$$\delta = \frac{2Px}{EA} + \frac{P(L-x)}{2EA} = \frac{P}{EA}\left(2x + \frac{L-x}{2}\right) = \frac{P}{EA} \cdot \frac{3x+L}{2}$$

4. 이 값이 $\frac{PL}{EA}$와 같아야 하므로

$$\frac{P}{EA} \cdot \frac{3x+L}{2} = \frac{PL}{EA}$$

$$\frac{3x+L}{2} = L \Rightarrow 3x = L \Rightarrow x = \frac{L}{3}$$

따라서 정답은 2번이 된다.

선지별 해설

① X: 틀린 표현은 $x = \frac{1}{4}L$이다. 이를 전체 변위식 $\delta = \frac{P}{EA} \cdot \frac{3x+L}{2}$에 대입하면 $\delta = \frac{7}{8}\frac{PL}{EA}$가 되어 조건보다 작다. 올바르게는 $x = \frac{L}{3}$이다.

② O: $x = \frac{1}{3}L$을 대입하면 $\delta = \frac{P}{EA} \cdot \frac{3(\frac{L}{3})+L}{2} = \frac{P}{EA} \cdot \frac{2L}{2} = \frac{PL}{EA}$가 된다. 주어진 끝단 변위 조건을 정확히 만족한다.

③ X: 틀린 표현은 $x = \frac{3}{5}L$이다. 이를 대입하면 $\delta = \frac{P}{EA} \cdot \frac{3(\frac{3L}{5})+L}{2} = \frac{7}{5}\frac{PL}{EA}$가 되어 조건보다 크다. 올바르게는 $x = \frac{L}{3}$이다.

④ X: 틀린 표현은 $x = \frac{2}{3}L$이다. 이를 대입하면 $\delta = \frac{P}{EA} \cdot \frac{3(\frac{2L}{3})+L}{2} = \frac{3}{2}\frac{PL}{EA}$가 되어 조건보다 크다. 올바르게는 $x = \frac{L}{3}$이다.

오답 포인트

구간 1의 단면적을 A로 잘못 두거나, 두 구간의 내부 축력을 모두 같다고 보는 실수가 가장 흔하다. 이 문제는 A점 하중 때문에 구간 1에는 $\frac{3P}{2}$, 구간 2에는 $\frac{P}{2}$가 작용한다는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

축변형 계산 문제는 먼저 하중 작용점 기준으로 구간을 나누고, 각 구간의 내부 축력 N, 길이 L, 단면적 A를 따로 정리한 뒤 $\delta = \sum \frac{NL}{EA}$를 적용하면 된다.

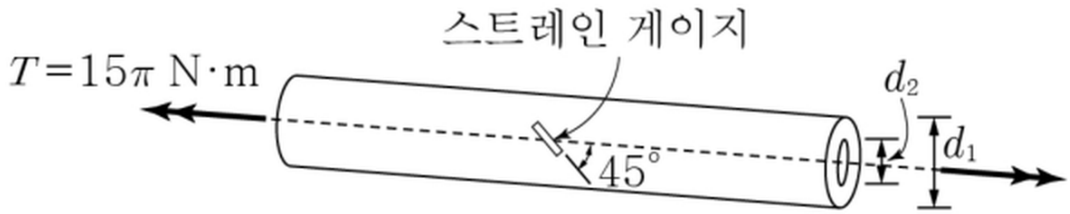
암기 포인트

계단형 축부재의 끝단 변위는 구간별 $\frac{NL}{EA}$를 더해서 구하고, 하중 작용점이 바뀌면 내부 축력도 함께 바뀐다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 중공 원형 단면을 가진 균질의 봉에 비틀림 모멘트 $T = 15\pi \mathrm{N \cdot m}$가 작용하고 있을 때, 중앙에 주축에서 45° 방향으로 설치된 스트레인 게이지의 값이 2×10^{-4}으로 측정되었다. 이 봉을 구성하고 있는 재료의 전단탄성계수는 얼마인가? (단, 봉의 외경은 $d_1 = 20\mathrm{mm}$, 내경은 $d_2 = 10\mathrm{mm}$이다.)

-



① 20 GPa

② 40 GPa

③ 60 GPa

④ 80 GPa

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 중공원형축의 비틀림에서 전단응력 $\tau = Tr/J$를 구하고, 45도 방향 스트레인 게이지값으로부터 $\gamma = 2\varepsilon_{45}$를 이용해 전단탄성계수 G를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 비틀림모멘트 $T = 15\pi N \cdot m = 15000\pi N \cdot mm$, 외경 $d_1 = 20mm$, 내경 $d_2 = 10mm$, 45도 방향 스트레인 게이지값 $\varepsilon_{45} = 2 \times 10^{-4}$이다.
구해야 할 값은 재료의 전단탄성계수 G이다.
주의할 조건은 45도 방향 게이지값이 순수전단 상태의 주인장변형률이므로 $\varepsilon_{45} = \gamma/2$라는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

중공원형축의 극관성모멘트는
$J = \frac{\pi}{32}(d_1^4 - d_2^4)$
이고, 바깥면 전단응력은
$\tau = \frac{Tr}{J}$
이다.
또한 순수전단 상태에서 주축과 45도 방향의 정상변형률은
$\varepsilon_{45} = \frac{\gamma}{2}$
이므로
$\gamma = 2\varepsilon_{45}$
이다.
전단탄성계수는
$G = \frac{\tau}{\gamma}$
로 구한다.
이 공식을 쓰는 이유는 원형축 비틀림 문제이고, 게이지가 주축에서 45도 방향으로 부착되어 있어 전단변형률을 직접 절반 형태로 읽기 때문이다.

계산 과정

1. 극관성모멘트를 구하면
$J = \frac{\pi}{32}(20^4 - 10^4) = \frac{150000\pi}{32} = 4687.5\pi mm^4$
이다.
2. 바깥반지름은 $r = d_1/2 = 10mm$이므로 전단응력은
$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{15000\pi \times 10}{4687.5\pi} = 32N/mm^2$
이다.
3. 45도 게이지값이 2×10^{-4}이므로
$\gamma = 2\varepsilon_{45} = 2 \times 2 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-4}$
이다.
4. 따라서 전단탄성계수는
$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{32}{4 \times 10^{-4}} = 80000N/mm^2 = 80GPa$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $G = 20GPa$가 되려면 $\gamma = 16 \times 10^{-4}$처럼 실제보다 훨씬 큰 전단변형률을 써야 한다. 틀린 표현은 전단탄성계수를 20 GPa로 본 부분이고, 올바르게는 $G = 80GPa$이다.
② X: $G = 40GPa$는 45도 게이지값 2×10^{-4}를 그대로 γ로 착각하여 $\gamma/2$ 관계를 한 번만 반영한 경우에 나오는 값이다. 틀린 표현은 게이지값을 전단변형률과 동일시한 부분이고, 올바르게는 $\gamma = 4 \times 10^{-4}$이므로 $G = 80GPa$이다.
③ X: $G = 60GPa$는 이 문제의 조건과 공식으로는 나오지 않는 값이다. 극관성모멘트 계산이나 단위변환, 또는 45도 변형률 해석을 중간에 혼동한 오답이다. 틀린 표현은 전단탄성계수를 60 GPa로 본 부분이고, 올바르게는 $G = 80GPa$이다.
④ O: 중공원형축의 바깥면 전단응력 $32MPa$, 전단변형률 4×10^{-4}를 쓰면 $G = 80GPa$가 된다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

가장 흔한 함정은 45도 방향 스트레인 게이지값을 전단변형률 γ 자체로 보는 실수이다. 이 문제에서 게이지값은 주변형률이므로 $\gamma/2$에 해당한다. 또 $T = 15\pi N \cdot m$를 $N \cdot mm$로 바꾸지 않거나, 중공축인데 $J = \pi d^4/32$를 그대로 쓰면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

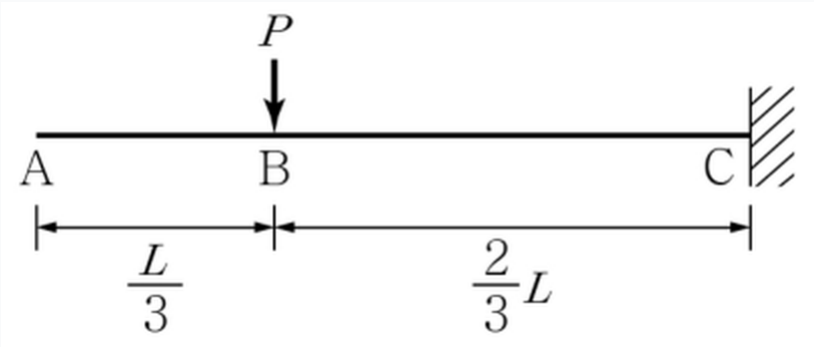
비틀림-스트레인게이지 문제는 먼저 중공축의 J를 구하고, 다음으로 게이지 방향이 45도인지 확인해 $\varepsilon_{45} = \gamma/2$를 적용한 뒤, 마지막에 $G = \tau/\gamma$로 정리하면 된다.

암기 포인트

순수전단에서 45도 게이지값은 $\gamma/2$, 원형축 비틀림은 $\tau = Tr/J$, 최종은 $G = \tau/\gamma$이다.

NoteBase

문 12. 그림과 같은 캔틸레버보의 B점에서 처짐은? (단, 보의 자중은 무시하며, 휨강성 EI는 일정하다.)



① $\frac{4PL^3}{81EI}$ (하향)
② $\frac{8PL^3}{81EI}$ (하향)
③ $\frac{4PL^3}{27EI}$ (하향)
④ $\frac{8PL^3}{27EI}$ (하향)

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 점하중이 작용하는 캔틸레버보에서 하중 작용점의 처짐을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전체 길이는 L이고, B점은 자유단 A로부터 $L/3$, 고정단 C로부터 $2L/3$ 떨어져 있다.
구해야 할 값: B점의 하향 처짐이다.
주의할 조건: 하중 P는 B점에 작용하므로 실제로 휨이 생기는 구간은 B와 고정단 C 사이 $2L/3$ 구간이다. A-B 구간은 외력이 없어 강체처럼 따라 움직인다.

사용할 공식

하중 작용점 처짐은 고정단에서 하중점까지의 길이를 a라 두면
$\delta_B = \frac{Pa^3}{3EI}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유: B점에 집중하중이 걸리면 B-C 구간은 길이 $a = 2L/3$인 캔틸레버 끝단하중 문제와 같아지기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 고정단 C에서 하중점 B까지의 길이를 $a = 2L/3$로 둔다.
2. 끝단집중하중 캔틸레버의 처짐 공식을 적용한다.

$\delta_B = \frac{Pa^3}{3EI} = \frac{P(2L/3)^3}{3EI}$

3. 정리하면

$\delta_B = \frac{P \cdot 8L^3/27}{3EI} = \frac{8PL^3}{81EI}$

이므로 B점 처짐은 아래 방향이다.

선지별 해설

① X

$\frac{4PL^3}{81EI}$는 정답값의 절반이다. B-C 유효길이 $2L/3$를 넣어 계산하면 $\frac{8PL^3}{81EI}$가 되어야 한다. 틀린 표현은 처짐량을 절반으로 본 값이며, 올바르게는 $\frac{8PL^3}{81EI}$ 하향이다.

② O

계산 결과가 $\frac{8PL^3}{81EI}$이고 하중이 아래로 작용하므로 B점 처짐은 하향이다.

③ X

$\frac{4PL^3}{27EI}$는 분모의 3을 한 번만 반영하거나 a^3 전개 뒤의 3EI 처리를 잘못한 값이다. 틀린 표현은 분모가 27인 값이며, 올바르게는 $\frac{8PL^3}{81EI}$ 하향이다.

④ X

$\frac{8PL^3}{27EI}$는 $\delta = Pa^3/3EI$에서 마지막 /3을 누락한 값이다. 틀린 표현은 분모가 27인 값이며, 올바르게는 $\frac{8PL^3}{81EI}$ 하향이다.

오답 포인트

전체 길이 L을 그대로 넣거나 자유단 A에서 B까지의 $L/3$을 유효길이로 착각하면 오답이 나온다. 이 문제의 핵심은 처짐을 구하는 기준 길이가 고정단에서 하중점까지의 $2L/3$라는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

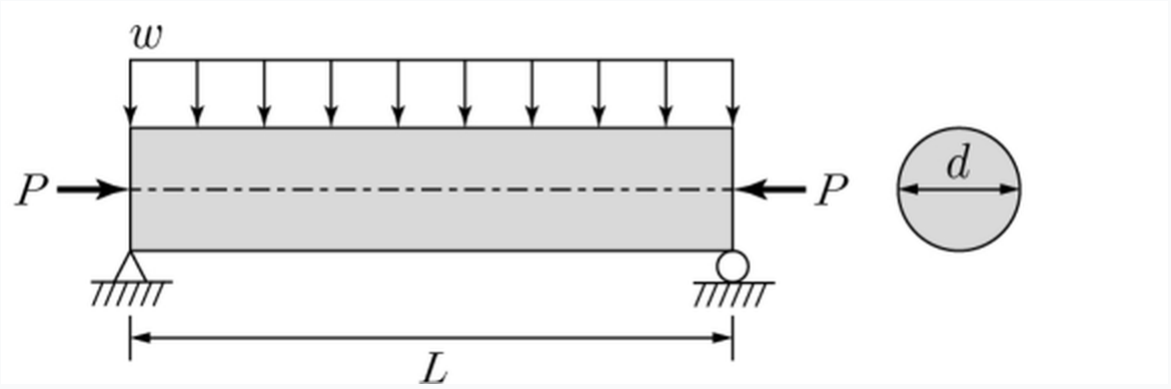
캔틸레버 처짐 문제는 먼저 고정단에서 하중점까지의 유효길이를 잡고, 그다음 해당 구간을 끝단집중하중 캔틸레버로 바꾸어 $\delta = Pa^3/3EI$를 적용하면 된다.

암기 포인트

캔틸레버의 점하중 작용점 처짐은 전체 길이보다 고정단에서 하중점까지의 길이 a를 먼저 잡으면 $\delta = Pa^3/3EI$로 정리된다.

NoteBase

문 13. 직경 d인 원형 단면의 단순보에 그림과 같이 등분포 하중(w)과 축방향 압축력(P)이 작용할 때 보에서 발생하는 최대 압축응력($f_{c,\max}$)과 최대 인장응력($f_{t,\max}$)은? (단, 인장응력은 '+'이다.)



① $f_{c,\max} = -\frac{2P}{\pi d^2} + \frac{2wL^2}{\pi d^3},\ f_{t,\max} = -\frac{2P}{\pi d^2} - \frac{2wL^2}{\pi d^3}$

② $f_{c,\max} = -\frac{4P}{\pi d^2} + \frac{4wL^2}{\pi d^3},\ f_{t,\max} = -\frac{4P}{\pi d^2} - \frac{4wL^2}{\pi d^3}$

③ $f_{c,\max} = -\frac{2P}{\pi d^2} - \frac{2wL^2}{\pi d^3},\ f_{t,\max} = -\frac{2P}{\pi d^2} + \frac{2wL^2}{\pi d^3}$

④ $f_{c,\max} = -\frac{4P}{\pi d^2} - \frac{4wL^2}{\pi d^3},\ f_{t,\max} = -\frac{4P}{\pi d^2} + \frac{4wL^2}{\pi d^3}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 원형 단면 단순보에 작용하는 축압축응력과 최대 휨응력을 중첩하여 상연의 최대 압축응력과 하연의 최대 인장응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 직경 d의 원형 단면, 경간 L의 단순보, 등분포하중 w, 축방향 압축력 P이다.
구해야 할 값은 최대 압축응력 $f_{c,\max}$과 최대 인장응력 $f_{t,\max}$이다.
인장응력은 +, 압축응력은 −로 두며, 등분포하중을 받는 단순보의 최대 휨모멘트는 경간 중앙에서 발생한다.

사용할 공식

$A = \frac{\pi d^2}{4},\quad I = \frac{\pi d^4}{64},\quad Z = \frac{I}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32}$
$\sigma_N = -\frac{P}{A} = -\frac{4P}{\pi d^2},\quad M_{\max} = \frac{wL^2}{8},\quad \sigma_b = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{4wL^2}{\pi d^3}$
축력은 전 단면에 균일한 압축응력을 만들고, 단순보의 등분포하중은 중앙에서 최대 휨모멘트를 만든다. 원형 단면의 극섬유 응력은 단면계수 Z를 써서 계산한다.

NoteBase

계산 과정

1. 축압축응력은 $\sigma_N = -P/A = -4P/(\pi d^2)$이다.
2. 최대 휨모멘트는 $M_{\max} = wL^2/8$이고, 이에 따른 극섬유 휨응력은 $\sigma_b = M_{\max}/Z = 4wL^2/(\pi d^3)$이다.
3. 상연은 휨에 의해서도 압축이 생기므로 $f_{c,\max} = \sigma_N - \sigma_b = -4P/(\pi d^2) - 4wL^2/(\pi d^3)$이다.
4. 하연은 휨에 의해 인장이 생기므로 $f_{t,\max} = \sigma_N + \sigma_b = -4P/(\pi d^2) + 4wL^2/(\pi d^3)$이다.

선지별 해설

① X

축응력을 $-2P/(\pi d^2)$로 써서 단면적 $A = \pi d^2/4$를 잘못 적용한 식이다. 올바르게는 $\sigma_N = -4P/(\pi d^2)$이다.
또한 최대 압축응력은 상연에서 축압축과 휨압축이 함께 작용하므로 부호가 모두 −가 되어야 한다.

② X

축응력 계수와 휨응력 계수는 맞지만, 최대 압축응력에서 휨응력을 +로 두어 상연의 휨압축 부호를 반대로 처리한 식이다. 올바르게는 $f_{c,\max} = -4P/(\pi d^2) - 4wL^2/(\pi d^3)$이다.
하연 최대 인장응력도 $f_{t,\max} = -4P/(\pi d^2) + 4wL^2/(\pi d^3)$이어야 한다.

③ X

휨응력의 부호 배치는 맞지만, 축응력을 다시 $-2P/(\pi d^2)$로 두어 원형 단면적을 잘못 쓴 식이다. 올바르게는 $-4P/(\pi d^2)$이다.
따라서 전체 식은 ④처럼 계수 4가 들어가야 한다.

④ O

$A = \pi d^2/4$에서 축압축응력은 $-4P/(\pi d^2)$이고, $M_{\max} = wL^2/8$, $Z = \pi d^3/32$에서 극섬유 휨응력은 $4wL^2/(\pi d^3)$이다.
상연은 압축과 압축의 합이므로 $f_{c,\max} = -4P/(\pi d^2) - 4wL^2/(\pi d^3)$이고, 하연은 압축과 인장의 합이므로 $f_{t,\max} = -4P/(\pi d^2) + 4wL^2/(\pi d^3)$이다.

오답 포인트

①과 ③은 원형 단면적 $A = \pi d^2/4$를 빼먹어 축응력 계수를 2로 잘못 둔 경우이다. ②는 계수는 맞지만 상연과 하연의 휨응력 부호를 뒤집은 경우이다. 이 문제는 단면적과 단면계수의 계수 4, 32를 놓치거나 상연 압축과 하연 인장의 부호를 혼동하면 틀리기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

축력과 휨이 함께 작용하는 문제는 먼저 A와 Z를 구하고, 다음에 σ_N와 σ_b를 계산한 뒤, 마지막에 상연과 하연에서 부호를 합성하는 순서로 판단한다. 원형 단면에서 축응력 계수가 2가 아니라 4인지 먼저 검산하면 ①과 ③을 바로 걸러낼 수 있다.

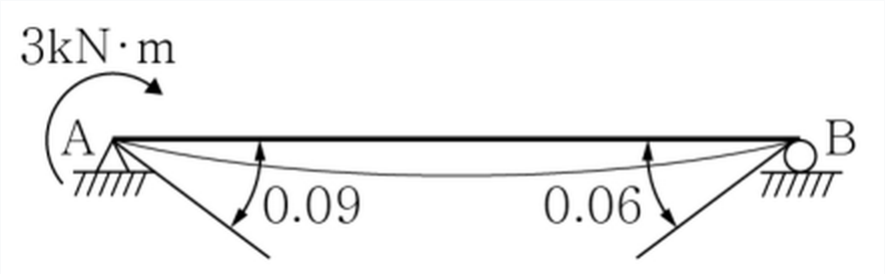
NoteBase

암기 포인트

원형 단면은 $A = \pi d^2/4$, $Z = \pi d^3/32$이고, 단순보 등분포하중의 최대모멘트는 $wL^2/8$이다. 합성응력은 축응력과 휨응력을 위치별 부호에 따라 대수적으로 더한 값이다.

NoteBase

문 14. 그림과 같은 단순보의 지점 A에서 3 kN·m의 모멘트를 작용시켰더니 지점 A 및 B에서의 처짐각이 각각 0.09rad과 0.06rad으로 발생하였다. 만일 동일한 단순보의 지점 B에 4 kN·m의 모멘트를 작용시킨다면 이 하중에 의해 지점 A에서 발생하는 처짐각은? (단, 보의 자중은 무시하며, 보의 휨강성 EI는 일정하다.)



① 0.08rad

② 0.09rad

③ 0.12rad

④ 0.15rad

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 단순보의 회전 영향계수와 맥스웰-베티의 상반정리를 이용해 반대쪽 끝에 모멘트를 작용시켰을 때의 처짐각을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- A점에 $3kN \cdot m$ 작용 시 $\theta_A = 0.09rad, \theta_B = 0.06rad$
- 같은 보의 B점에 $4kN \cdot m$ 작용

구해야 할 값:
- 이때 A점의 처짐각

주의할 조건:
- 보의 자중은 무시한다.
- 휨강성 EI는 일정하다.
- 같은 선형탄성 보이므로 회전은 모멘트에 비례하고, 상반정리를 적용할 수 있다.

NoteBase

사용할 공식

선형탄성 보의 회전-모멘트 관계와 상반정리는 다음과 같다.

$\theta_A = f_{AA}M_A + f_{AB}M_B, \quad \theta_B = f_{BA}M_A + f_{BB}M_B, \quad f_{AB} = f_{BA}$

이 공식을 쓰는 이유:

같은 단순보에서 한 점의 모멘트가 다른 점에 만드는 회전 영향계수는 서로 같으므로, A에 모멘트를 줄 때 B에서 생긴 회전으로부터 B에 모멘트를 줄 때 A에서의 회전을 바로 구할 수 있다.

계산 과정

1. A점에만 $3kN \cdot m$를 작용시켰으므로

$f_{AA} = \frac{\theta_A}{M_A} = \frac{0.09}{3} = 0.03rad/(kN \cdot m)$

$f_{BA} = \frac{\theta_B}{M_A} = \frac{0.06}{3} = 0.02rad/(kN \cdot m)$

2. 상반정리에 따라 $f_{AB} = f_{BA} = 0.02rad/(kN \cdot m)$이다.

3. 이제 B점에 $4kN \cdot m$를 작용시키면 A점의 처짐각은

$\theta_A = f_{AB}M_B = 0.02 \times 4 = 0.08rad$

4. 따라서 계산 결과는 $0.08rad$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 계산 결과 A점 처짐각은 $0.08rad$이다.
- A에 $3kN \cdot m$를 줄 때 B에서 $0.06rad$가 생겼으므로, B에 모멘트를 줄 때 A에서의 영향계수도 $0.06/3 = 0.02$로 같고, 여기에 $4kN \cdot m$를 곱하면 $0.08rad$가 된다.

② X
- 0.09 rad는 A점에 $3kN \cdot m$를 직접 작용시켰을 때 A점에서 생긴 회전값이다.
- 이 문항은 B점에 $4kN \cdot m$를 작용시킨 경우이므로 0.09 rad를 그대로 쓸 수 없다.
- 0.09 rad가 아니라 올바르게는 $0.08rad$이다.

③ X
- 0.12 rad는 $0.09/3 \times 4$처럼 A점 자기 회전계수 f_{AA}를 잘못 사용하면 나오는 값이다.
- 여기서는 반대쪽 끝 B의 모멘트가 A에 만드는 회전을 구해야 하므로 f_{AA}가 아니라 상반정리로 얻는 $f_{AB} = 0.06/3$를 써야 한다.
- 0.12 rad가 아니라 올바르게는 $0.08rad$이다.

④ X
- 0.15 rad는 주어진 $0.09rad$와 $0.06rad$를 단순 합산한 값인데, 서로 다른 위치의 회전을 더해서 구하는 문제는 아니다.
- 필요한 것은 영향계수에 새로운 작용모멘트 $4kN \cdot m$를 곱한 단일 회전값이다.
- 0.15 rad가 아니라 올바르게는 $0.08rad$이다.

오답 포인트

A점 자기 회전계수 f_{AA}와 반대점 영향계수 f_{AB}를 혼동하기 쉽다. 주어진 0.09 rad와 0.06 rad는 같은 하중에 대한 서로 다른 위치의 회전이므로, 문제 조건이 바뀌면 그대로 가져오지 말고 어떤 영향계수를 써야 하는지부터 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

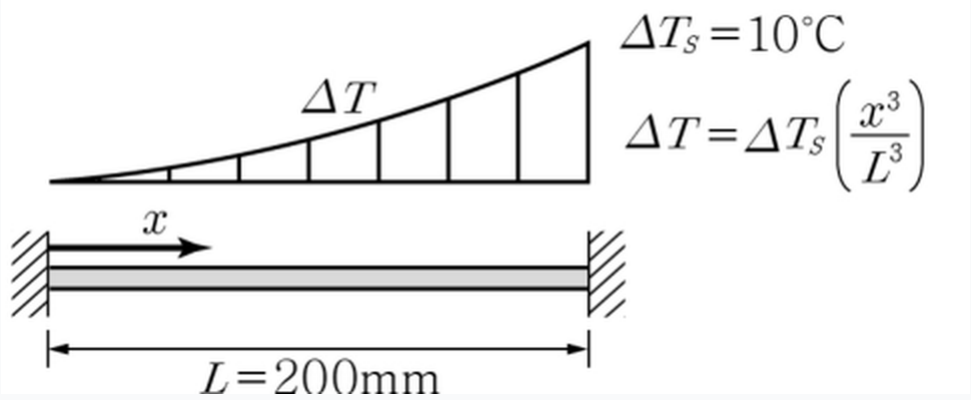
단순보의 한 점 모멘트로 다른 점의 처짐각을 묻는 문제는 먼저 주어진 회전값을 작용모멘트로 나누어 영향계수를 만든다. 그다음 반대 위치의 회전이면 상반정리 $f_{AB} = f_{BA}$를 적용하고, 마지막에 새로운 모멘트를 곱해 처짐각을 계산한다.

암기 포인트

보의 회전 영향계수는 $f_{AB} = f_{BA}$이고, 처짐각은 영향계수 × 작용모멘트로 계산한다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 양단고정보에 포물선 형태의 온도분포로 온도변화가 발생하였다. 이때 보에 발생하는 압축응력은 얼마인가? (단, 열팽창계수 $\alpha_c = 2 \times 10^{-5}/^\circ\mathrm{C}$이고, 탄성계수는 200 GPa이다.)



① 10 MPa

② 20 MPa

③ 30 MPa

④ 40 MPa

정답 1번

출제 포인트

양단 고정된 부재에서 길이방향으로 변하는 온도분포가 주어질 때 자유 열변형의 평균값을 구속하는 압축응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $L = 200mm, \Delta T_s = 10^\circ C, \alpha_c = 2 \times 10^{-5}/^\circ C, E = 200GPa$이다.
온도분포: $\Delta T(x) = \Delta T_s\left(\frac{x^3}{L^3}\right)$이다.
구해야 할 값: 부재에 생기는 압축응력의 크기이다.
주의할 조건: 양단고정이므로 전체 축변형은 0이고, 최대온도상승이 아니라 길이방향 평균 온도상승을 써야 한다.

사용할 공식

변형 적합조건은 $\int_0^L (-\frac{\sigma}{E} + \alpha_c \Delta T(x))dx = 0$이다.
따라서 압축응력의 크기는 $\sigma = E\alpha_c \frac{1}{L}\int_0^L \Delta T(x)dx$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 고정단 때문에 자유 열팽창이 허용되지 않아, 길이 전체의 평균 열변형률만큼 일정한 압축 기계변형률이 생기기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 평균 온도상승은
$\Delta\bar{T} = \frac{1}{L}\int_0^L \Delta T_s\left(\frac{x^3}{L^3}\right)dx = \frac{\Delta T_s}{L^4}\int_0^L x^3 dx = \frac{\Delta T_s}{4} = 2.5^\circ C$
이다.
2. 압축응력의 크기는
$\sigma = E\alpha_c\Delta\bar{T} = 200\times10^9\times2\times10^{-5}\times2.5 = 1.0\times10^7 Pa$
이다.
3. 따라서 $\sigma = 10MPa$이므로 압축응력은 10 MPa이다.

선지 판단

1번 O: 계산 결과 압축응력의 크기가 $10MPa$이므로 맞다.
2번 X: $20MPa$는 평균 온도상승을 $5^\circ C$처럼 과대평가한 값이다. 이 문제의 평균 온도상승은 $\Delta T_s/4 = 2.5^\circ C$이므로 올바른 값은 $10MPa$이다.
3번 X: $30MPa$는 포물선 분포를 적분하지 않고 평균 온도상승을 더 크게 잡았을 때 나오는 오답이다. 올바르게는 적분 평균을 써서 $10MPa$가 된다.
4번 X: $40MPa$는 끝단의 최대 온도상승 $10^\circ C$를 그대로 사용한 값이다. 고정단 열응력은 최대값이 아니라 길이방향 평균 온도상승으로 계산하므로 올바른 값은 $10MPa$이다.

오답 포인트

포물선 온도분포에서 끝단 최대온도 ΔT_s를 바로 대입하거나, 선형분포처럼 평균을 $\Delta T_s/2$로 잡으면 틀린다. 이 문제는 x^3 분포의 면적을 적분해 평균 온도상승이 $\Delta T_s/4$라는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

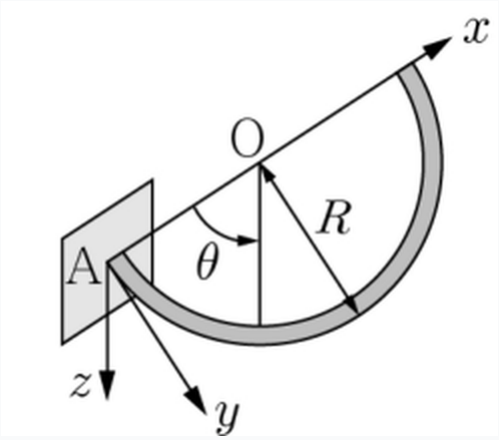
양단 고정 축부재의 비균일 온도문제는 먼저 전체 변형이 0이라는 적합조건을 세우고, 다음으로 $\Delta\bar{T} = \frac{1}{L}\int_0^L \Delta T(x)dx$를 구한 뒤 $\sigma = E\alpha\Delta\bar{T}$로 정리하면 된다.

암기 포인트

양단고정 열응력은 최대온도가 아니라 평균 온도상승으로 계산하며, 이 문제의 포물선 분포 x^3의 평균은 1/4이다.

NoteBase

문 16. 그림과 같이 반원 형상을 하고 있는 캔틸레버박스거더에서 A점이 고정단이고 원의 중심은 O점일 때, 자중에 의해서 A점에서 발생하는 y축 모멘트 반력 M_y의 크기는 얼마인가? (단, 단위 길이당 보의 무게는 w이고, 원의 반지름은 R이다.)



① $wR^2\pi$

② $2wR^2\pi$

③ $3wR^2\pi$

④ $4wR^2\pi$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 반원형 선분의 자중을 등가집중하중으로 바꾸고, 그 작용선의 y축 모멘트를 $M_y = W\bar{x}$로 계산할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: 단위 길이당 무게는 w, 반지름은 R이다.
구해야 할 값: 자중에 의해 A점에서 생기는 y축 모멘트 M_y의 크기이다.
주의할 조건: 자중은 모두 아래쪽으로 작용하므로 y축 모멘트의 크기는 각 미소하중의 x방향 거리만으로 결정된다.

사용할 공식

$M_y = \int x dW = W\bar{x}$
$W = wL = w\pi R$
이 공식을 쓰는 이유는 자중이 모두 서로 평행한 아래방향 하중이므로, A점의 y축 모멘트는 전체 자중 W와 도심의 x좌표 $\bar{x}$를 곱해 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 반원 호의 길이는 $L = \pi R$이므로 전체 자중은 $W = wL = w\pi R$이다.
2. 반원 호는 O점을 지나는 연직선에 대해 좌우대칭이므로 도심은 그 대칭축 위에 있다. 따라서 A점에서 본 도심의 x좌표는 지름의 중점까지 거리와 같아 $\bar{x} = AO = R$이다.
3. 따라서 $M_y = W\bar{x} = (w\pi R)(R) = wR^2\pi$이다.

선지 판단

1번 O: 계산 결과가 바로 $wR^2\pi$이므로 옳다.
2번 X: $2wR^2\pi$는 모멘트 팔을 R이 아니라 $2R$로 잘못 잡은 값이다. y축 모멘트의 올바른 레버암은 도심의 x좌표 R이므로 올바르게는 $wR^2\pi$이다.
3번 X: $3wR^2\pi$는 자중의 작용선과 무관한 다른 길이를 더해 계수를 키운 값이다. 이 문제는 $W = w\pi R$, $\bar{x} = R$만 쓰므로 올바르게는 $wR^2\pi$이다.
4번 X: $4wR^2\pi$는 전체 길이나 모멘트 팔을 모두 과대평가한 값이다. 반원 호의 길이는 $2\pi R$가 아니라 πR이고, 레버암도 $2R$가 아니라 R이므로 올바르게는 $wR^2\pi$이다.

오답 포인트

반원 호의 도심 위치 $\bar{x} = R$를 놓치고 반지름의 두 배 $2R$를 모멘트 팔로 넣으면 2배, 여기에 호의 길이까지 잘못 잡으면 4배 오답이 나온다. 이 문항의 함정은 반원 호의 도심의 세로 위치와 y축 모멘트에 필요한 가로 레버암을 혼동하는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

곡선 부재의 자중 모멘트는 먼저 전체 길이로 자중 W를 구하고, 다음에 자중 작용선의 도심 좌표 중 해당 축 모멘트에 필요한 거리만 뽑아 M=W×레버암으로 정리하면 된다.

암기 포인트

평행하중의 모멘트는 전체 하중과 도심 레버암의 곱이며, 이 반원 호에서는 $W = w\pi R$, $\bar{x} = R$이어서 $M_y = wR^2\pi$이다.

NoteBase

문 17. 길이 2m의 봉이 항복강도가 250 MPa이고 탄성계수가 200 GPa인 완전탄소성 강재로 만들어져 있다. 이 봉이 축방향으로 6mm만큼 늘어났다가 하중이 제거된다면 잔류변형 길이는 얼마인가?

① 0.5mm

② 1.5mm

③ 2.5mm

④ 3.5mm

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 완전탄소성 재료의 응력-변형률 관계에서 전체변형과 탄성회복량을 구분하여 잔류변형을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 길이 $L = 2m = 2000mm$, 항복강도 $\sigma_y = 250MPa$, 탄성계수 $E = 200GPa = 200000MPa$, 전체 늘어남 $\Delta L = 6mm$이다.
구해야 할 값은 하중 제거 후 남는 잔류변형 길이이다.
완전탄소성 재료이므로 항복 이후에는 응력이 σ_y로 유지되고, 제거 시에는 탄성변형만 회복된다.

사용할 공식

항복변형률은 $\varepsilon_y = \sigma_y/E$이다.
전체변형률은 $\varepsilon_t = \Delta L/L$이다.
잔류변형률은 $\varepsilon_p = \varepsilon_t - \varepsilon_y$이고, 잔류변형 길이는 $\Delta L_p = \varepsilon_p L$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 완전탄소성 재료가 하중 제거 시 항복응력에 해당하는 탄성분만큼만 되돌아가고, 소성분은 그대로 남기 때문이다.

계산 과정

전체변형률은 $\varepsilon_t = 6/2000 = 0.003$이다.
항복변형률은 $\varepsilon_y = 250/200000 = 0.00125$이다.
따라서 잔류변형률은 $\varepsilon_p = 0.003 - 0.00125 = 0.00175$이다.
잔류변형 길이는 $\Delta L_p = 0.00175 \times 2000 = 3.5mm$이다.
같은 내용을 탄성회복량으로 보면 회복되는 길이는 $0.00125 \times 2000 = 2.5mm$이고, $6 - 2.5 = 3.5mm$가 남는다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 0.5mm는 계산 결과와 맞지 않는다. 잔류변형은 항복 전 탄성변형만 제외한 값이므로 올바르게는 3.5mm이다.
② X: 1.5mm는 항복변형률이나 단위 환산을 잘못 적용한 값이다. 올바르게는 전체 늘어남 6mm에서 탄성회복량 2.5mm를 뺀 3.5mm가 잔류변형이다.
③ X: 2.5mm는 잔류변형이 아니라 하중 제거 시 되돌아가는 탄성회복량이다. 올바르게는 잔류변형은 2.5mm가 아니라 3.5mm이다.
④ O: 전체 늘어남 6mm 중 탄성회복량 2.5mm를 제외한 3.5mm가 소성변형으로 남으므로 옳다.

오답 포인트

전체 늘어남, 탄성회복량, 잔류변형을 같은 값으로 혼동하기 쉽다. 특히 ③의 2.5mm는 계산이 한 번 맞아 보이지만 그것은 회복되는 탄성변형량이지 남는 잔류변형량이 아니다.

다시 나오면 이렇게 판단

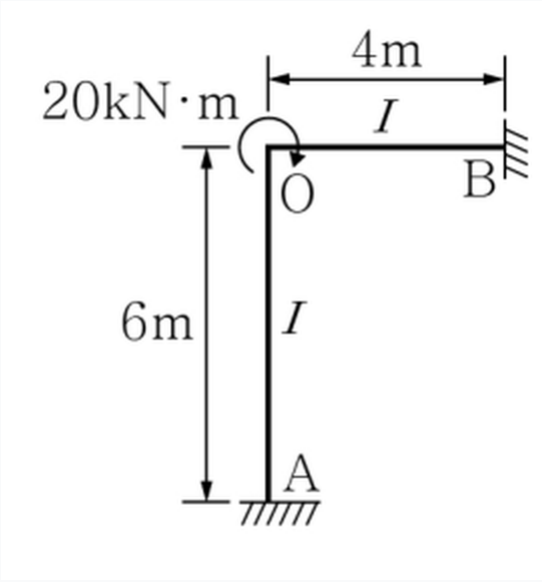
완전탄소성 봉 문제는 먼저 전체변형률을 구하고, 다음으로 σ_y/E로 탄성회복분을 계산한 뒤, 전체변형에서 탄성분을 빼서 소성분이 얼마 남는지 판단한다.

암기 포인트

완전탄소성 재료의 잔류변형은 전체변형에서 항복응력에 해당하는 탄성회복분을 뺀 값이다.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 O점에 모멘트 하중이 작용할 때 OA부재의 분배모멘트 M_{OA}와 전달모멘트 M_{AO}의 크기는? (단, 부재의 EI는 일정하다.)



① M_{OA}=4 kN·m, M_{AO}=8 kN·m

② M_{OA}=6 kN·m, M_{AO}=12 kN·m

③ M_{OA}=8 kN·m, M_{AO}=4 kN·m

④ M_{OA}=12 kN·m, M_{AO}=6 kN·m

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 모멘트분배법에서 부재 강성비로 분배모멘트 M_{OA}를 구하고, 전달모멘트가 그 절반이라는 점으로 M_{AO}를 판단하는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

주어진 값:
- 절점 O에 작용하는 모멘트는 20 kN·m이다.
- OA의 길이는 6m, OB의 길이는 4m이다.
- 두 부재의 EI는 같다.
- A와 B는 고정단이다.

구해야 할 값:
- OA부재의 분배모멘트 M_{OA}
- OA부재의 전달모멘트 M_{AO}

주의할 조건:
- 고정단을 가진 부재의 절점 강성은 $4EI/L$이다.
- 전달모멘트의 크기는 분배된 단부모멘트의 절반이다.

사용할 공식

부재 강성은 $K = 4EI/L$이다.
분배율은 $DF = K/\sum K$이다.
전달모멘트는 $M_{carryover} = M_{distributed}/2$이다.
이 공식을 쓰는 이유:
절점 O에서 외부모멘트 20 kN·m를 OA와 OB가 각자의 상대강성만큼 나누어 부담하고, 고정단 부재이므로 그 분배된 단부모멘트의 절반이 반대쪽 단부로 전달되기 때문이다.

계산 과정

1. OA와 OB의 절점 강성을 구한다.
$K_{OA} = \frac{4EI}{6} = \frac{2EI}{3}, \quad K_{OB} = \frac{4EI}{4} = EI$
2. 절점 O에서의 분배율을 구한다.
$DF_{OA} = \frac{K_{OA}}{K_{OA} + K_{OB}} = \frac{\frac{2EI}{3}}{\frac{2EI}{3} + EI} = \frac{2}{5}$
3. OA부재의 분배모멘트를 구한다.
$M_{OA} = 20 \times \frac{2}{5} = 8 \text{ kN·m}$
4. OA부재의 전달모멘트를 구한다.
$M_{AO} = \frac{M_{OA}}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ kN·m}$
따라서 $M_{OA} = 8$ kN·m, $M_{AO} = 4$ kN·m이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

- 4 kN·m는 OA의 분배모멘트가 아니라 전달모멘트이다. 틀린 표현은 "$M_{OA} = 4$ kN·m"이다. 올바르게는 $M_{OA} = 8$ kN·m, $M_{AO} = 4$ kN·m이다.

② X

- OA의 분배율은 1/2가 아니라 2/5이다. $M_{OA} = 6$ kN·m, $M_{AO} = 12$ kN·m는 강성비와 전달규칙을 모두 맞추지 못한 값이다. 올바르게는 $M_{OA} = 8$ kN·m, $M_{AO} = 4$ kN·m이다.

③ O

- $K_{OA} = 4EI/6$, $K_{OB} = 4EI/4$이므로 $DF_{OA} = 2/5$이다. 따라서 $M_{OA} = 20 \times 2/5 = 8$ kN·m이고, 전달모멘트는 그 절반이어서 $M_{AO} = 4$ kN·m이다.

④ X

- 12 kN·m는 OA가 전체 모멘트의 3/5를 분담한다고 잘못 본 값이다. 실제 3/5는 OB의 분배율이다. 또한 $M_{AO} = 6$ kN·m도 12/2에서 나온 오답일 뿐 OA의 실제 전달모멘트는 4 kN·m이다.

오답 포인트

수험생은 짧은 부재가 더 큰 강성을 가진다는 점은 알고도, 그 큰 강성이 OA인지 OB인지를 반대로 잡는 경우가 많다. 또 분배모멘트와 전달모멘트를 같은 값으로 보는 실수도 잦다. 이 문항의 함정은 OA의 분배율이 2/5, OB의 분배율이 3/5라는 점과 전달모멘트가 항상 절반이라는 점을 동시에 묻는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

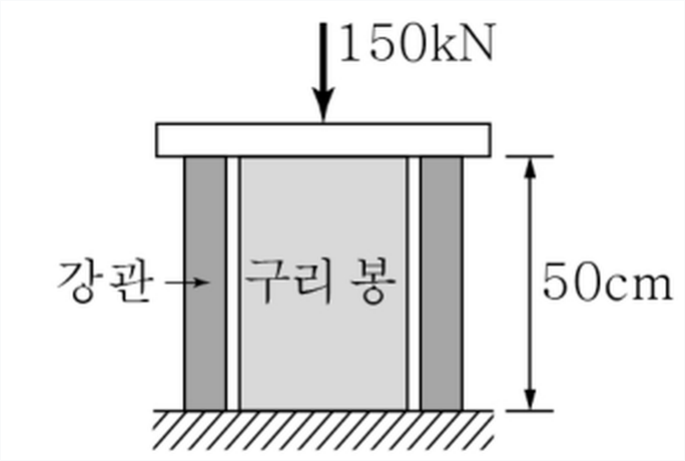
절점에 모멘트가 작용하는 모멘트분배법 문항은 먼저 각 부재의 강성 $4EI/L$를 계산하고, 그다음 분배율을 구해 단부모멘트를 나눈 뒤, 반대쪽 고정단 전달모멘트는 절반으로 줄여 판단한다.

암기 포인트

고정단 강성은 $4EI/L$, 분배모멘트는 강성비대로, 전달모멘트는 절반이다.

NoteBase

문 19. 그림과 같이 중공 원형 강관 내에 구리 봉이 있고, 이들이 총 150kN의 압축력을 받고 있다. 강관의 단면적이 20cm^2이고 구리 봉의 단면적이 50cm^2일 때, 구리 봉에만 압축력이 작용하기 위한 온도 변화 ΔT는? (단, 압축되기 전 두 부재의 길이는 같고 강관의 탄성계수는 200GPa, 열팽창계수는 $12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$이며, 구리의 탄성계수는 100GPa, 열팽창계수는 $17 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$이다.)



① 40°C

② 60°C

③ 80°C

④ 100°C

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 가열에 따른 자유팽창 차이와 축력 재분배를 이용하여 강관의 압축력이 0이 되는 온도변화 ΔT를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 강관 단면적 $A_s = 20cm^2$, 구리봉 단면적 $A_c = 50cm^2$, 전체 압축하중 $P = 150kN$, 강관 탄성계수 $E_s = 200GPa$, 구리 탄성계수 $E_c = 100GPa$, 강관 열팽창계수 $\alpha_s = 12 \times 10^{-6}/^{\circ}C$, 구리 열팽창계수 $\alpha_c = 17 \times 10^{-6}/^{\circ}C$이다.
구해야 할 값은 구리봉에만 압축력이 작용할 때의 온도변화 ΔT이다.
주의할 조건은 최종 상태에서 강관 축력은 0이고, 두 부재의 전체 변형은 서로 같아야 한다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

호환조건은 $\alpha_s \Delta T = \alpha_c \Delta T - \sigma_c / E_c$이다.
정리하면 $(\alpha_c - \alpha_s)\Delta T = \sigma_c / E_c$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 최종 상태에서 강관은 무응력이라 열팽창만 하고, 구리봉은 열팽창에서 압축에 의한 탄성수축이 차감된 길이변화를 하기 때문이다.

계산 과정

1. 구리봉에만 압축력이 작용하므로 최종 구리 응력은 $\sigma_c = P/A_c = 150kN/50cm^2 = 30MPa$이다.
2. 호환조건에 대입하면 $(17 - 12) \times 10^{-6} \Delta T = 30 \times 10^6 / 100 \times 10^9$이다.
3. 따라서 $5 \times 10^{-6} \Delta T = 3 \times 10^{-4}$이므로 $\Delta T = 60^\circ C$이다.

선지별 해설

① X
- 계산 결과 $\Delta T = 60^\circ C$이므로 40°C는 부족하다.
- 올바르게는 60°C여야 한다.

② O
- 호환조건 $(\alpha_c - \alpha_s)\Delta T = \sigma_c / E_c$에 따라 계산하면 $\Delta T = 60^\circ C$가 나온다.
- 따라서 2번이 옳다.

③ X
- 계산 결과보다 20°C 크게 본 값이다.
- 올바르게는 80°C가 아니라 60°C이다.

④ X
- 계산 결과보다 40°C 크게 본 값이다.
- 올바르게는 100°C가 아니라 60°C이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 전체 하중 150 kN이 최종적으로 모두 구리봉에 걸린다는 점을 놓치는 데 있다. 강관 축력이 0이 되는 순간을 묻는데도 초기 분담하중이나 두 부재의 탄성계수를 동시에 다시 나눠 넣으면 오답이 나온다. 또한 열팽창계수 차이를 $17 - 12 = 5 \times 10^{-6}/^\circ C$로 써야 하는데 한 재료의 열팽창계수만 단독으로 넣으면 값이 어긋난다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

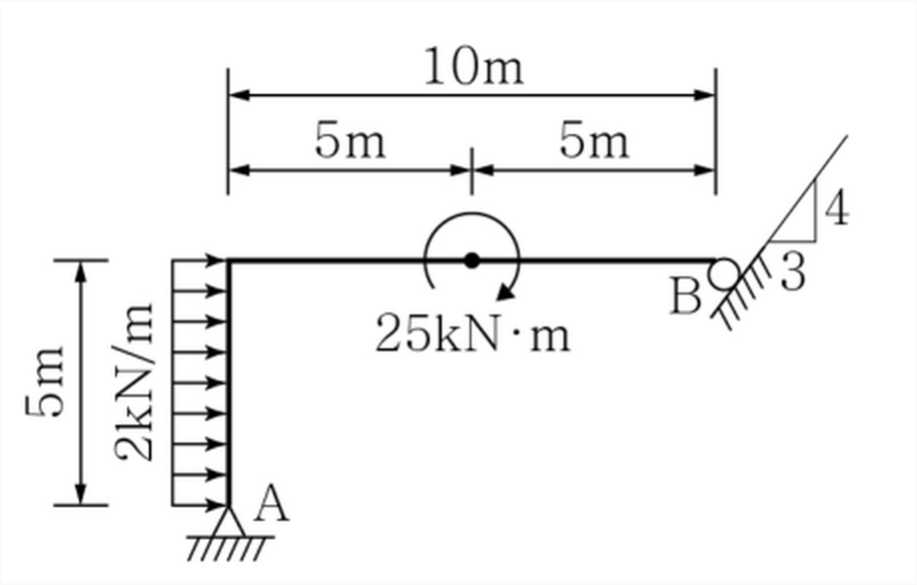
복합부재 가열 문제는 먼저 최종 상태에서 어느 부재의 응력이 0인지 확인하고, 그다음 남는 부재의 최종 응력을 전체 하중으로 계산한다. 이후 두 부재의 전체 변형이 같다는 호환식을 세워 $(\alpha \Delta T)$와 (σ/E)를 연결하면 된다.

암기 포인트

한 부재의 응력이 0이 되는 가열 문제는 열팽창 차이 $(\alpha_c - \alpha_s)\Delta T$를 남은 부재의 기계적 변형률 σ/E와 같게 둔다.

NoteBase

문 20. 그림과 같은 라멘 구조물에 대한 지점 A에서의 수평반력의 크기는? (단, 구조물의 자중은 무시한다.)



① 3 kN

② 4 kN

③ 5 kN

④ 6 kN

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 라멘 전체의 평형조건을 이용해 지점 반력을 구하고, 그중 A점의 수평반력 크기를 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 수직부 높이 5m, 수평부 길이 10m, 수직부에 작용하는 등분포수평하중 2kN/m, 보 중앙의 시계방향 모멘트 25 kN·m이다.
구해야 할 값: 지점 A의 수평반력 크기이다.
주의할 조건: B는 경사면 롤러이므로 반력은 경사면에 수직으로 작용한다. 경사면의 3-4-5 삼각형에서 B반력의 성분비는 수평:수직 = 4:3이다.

NoteBase

사용할 공식

전체 구조물에 대해 $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma M_A = 0$를 적용한다.
등분포하중 $2kN/m$가 5m에 작용하므로 합력은 $10kN$이고 작용점은 A에서 위로 $2.5m$ 지점이다.
이 공식을 쓰는 이유: 부재력 분해가 아니라 라멘 전체의 외력과 지점반력만으로 정정 평형을 바로 세울 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 수직부의 등분포수평하중을 합력으로 바꾸면 $10kN$이 오른쪽으로 작용하고, 작용점은 A에서 $2.5m$ 위이다.
2. B점 반력을 R_B라 두면 경사면에 수직이므로 $B_x = -\frac{4}{5}R_B$, $B_y = \frac{3}{5}R_B$이다.
3. A점에 대한 모멘트 평형을 잡으면
$\Sigma M_A = 0 : 10\left(\frac{3}{5}R_B\right) - 5\left(-\frac{4}{5}R_B\right) - 10 \times 2.5 - 25 = 0$
즉 $6R_B + 4R_B - 25 - 25 = 0$이므로 $10R_B = 50$, $R_B = 5kN$이다.
4. 따라서 $B_x = -4kN$, $B_y = 3kN$이다.
5. 수평방향 평형에서
$\Sigma F_x = 0 : A_x + B_x + 10 = 0$
$A_x - 4 + 10 = 0 \Rightarrow A_x = -6kN$
따라서 A점 수평반력의 크기는 $6kN$이다.

선지별 해설

① X
- 3 kN은 B점 반력의 수직성분 $B_y = 3kN$만 읽은 값이다.
- 틀린 표현은 A점 수평반력을 3 kN으로 본 점이다. 올바르게는 A점 수평반력의 크기는 6 kN이다.

② X
- 4 kN은 B점 반력의 수평성분의 크기 $|B_x| = 4kN$에 해당한다.
- 틀린 표현은 B점 수평성분을 그대로 A점 수평반력으로 본 점이다. 올바르게는 등분포수평하중 10 kN까지 함께 평형에 넣어 A점 수평반력을 구해야 하며 값은 6 kN이다.

③ X
- 5 kN은 경사면 롤러의 전체 반력 R_B의 크기이다.
- 틀린 표현은 반력의 합성크기와 A점의 수평성분을 혼동한 점이다. 올바르게는 $R_B = 5kN$, A점 수평반력의 크기는 6 kN이다.

④ O
- 모멘트 평형으로 $R_B = 5kN$, 성분분해로 $B_x = -4kN$를 구한 뒤, $\Sigma F_x = 0$에서 $A_x = -6kN$가 된다.
- 따라서 A점 수평반력의 크기 6 kN이 맞다.

NoteBase

오답 포인트

경사면 롤러반력의 전체 크기, 수평성분, 수직성분을 서로 바꿔 읽기 쉽다. 또 등분포수평하중 $10kN$을 수평평형식에 넣지 않으면 A점 반력을 작게 구하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

라멘 반력 문제는 먼저 분포하중을 합력으로 치환하고, 롤러반력은 경사면에 수직인 성분비로 분해한 뒤, 한 점 모멘트 평형으로 미지 반력을 줄이고 마지막에 수평·수직 평형으로 필요한 성분을 구하면 된다.

암기 포인트

경사면 롤러는 반력이 면에 수직이며, A점 수평반력은 B점 성분 하나가 아니라 전체 수평평형으로 결정된다.

NoteBase