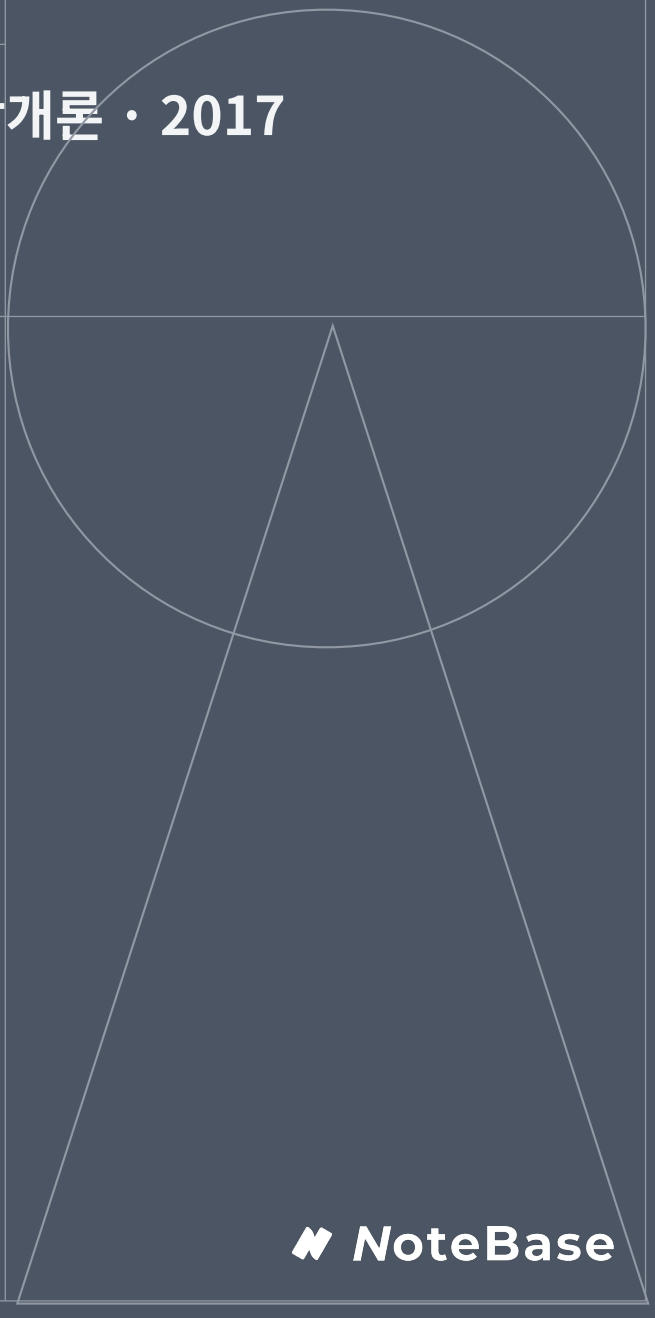
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 물리학개론 · 2017



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 물리학개론 · 2017

공무원/서울시/7급 · 물리학개론 · 2017

문 1. 지구에서의 탈출 속력이 v_0라고 할 때, 행성 A에서의 탈출 속력은 $4v_0$라고 하자. 행성 A의 반지름이 지구 반지름의 2배였다면, 행성 A의 질량은 지구 질량의 몇 배인가? (단, 공기 저항이나 기타 손실은 무시한다.)

① 8배

② 16배

③ 32배

④ 64배

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 탈출 속도 $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$의 비례관계를 이용해 반지름과 탈출 속도의 변화로부터 질량비를 구하는 문제이다.

조건 정리

지구의 탈출 속도는 v_0이다.
행성 A의 탈출 속도는 $4v_0$이다.
행성 A의 반지름은 지구 반지름의 2배이므로 $R_A = 2R_E$이다.
구해야 할 값은 M_A/M_E이다.

사용할 공식

$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$
탈출 속도는 질량 M에 정비례하지 않고 M/R의 제곱근에 비례하므로, 속도비를 먼저 제곱해 질량비 관계로 바꾸어야 한다.

NoteBase

계산 과정

지구와 행성 A에 대해

$v_0^2 = \frac{2GM_E}{R_E}, \quad (4v_0)^2 = \frac{2GM_A}{R_A}$

이므로

$16 = \frac{(4v_0)^2}{v_0^2} = \frac{M_A/R_A}{M_E/R_E}$

또한 $R_A = 2R_E$이므로

$16 = \frac{M_A/(2R_E)}{M_E/R_E} = \frac{M_A}{2M_E}$

따라서

$M_A = 32M_E$

이다.

선지별 해설

① X: 8배는 탈출 속도 4배를 질량 4배 정도로 단순 비례시켜 오해한 값이다. 탈출 속도는 제곱근 관계이므로 속도비 4는 M/R 비 16을 뜻하며, 반지름 2배까지 반영하면 질량은 32배가 된다. 틀린 표현은 "8배"이고, 올바르게는 "32배"이다.

② X: 16배는 속도비 4를 제곱해 16까지는 반영했지만 반지름 2배 조건을 빠뜨린 값이다. $v^2 \propto M/R$에서 R이 2배이면 같은 속도 증가를 만들기 위해 질량이 그만큼 더 커져야 한다. 틀린 표현은 "16배"이고, 올바르게는 "32배"이다.

③ O: $v^2 \propto M/R$를 쓰면 $16 = (M_A/R_A)/(M_E/R_E)$이고, $R_A = 2R_E$를 대입하면 $16 = M_A/(2M_E)$이므로 $M_A = 32M_E$가 된다. 따라서 32배가 맞다.

④ X: 64배는 반지름 2배 조건을 과하게 반영해 한 번 더 곱한 값이다. 속도비 4에서 이미 M/R 비 16이 정해지므로, 여기서 반지름비 2를 한 번만 곱하면 된다. 틀린 표현은 "64배"이고, 올바르게는 "32배"이다.

오답 포인트

탈출 속도 공식을 볼 때 $v \propto M$로 착각하거나, 속도비를 제곱한 뒤 반지름비를 한 번 더 반영해야 한다는 점을 놓치기 쉽다. 이 문항은 제곱근 관계와 반지름 조건을 동시에 처리하는지를 묻는 함정이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

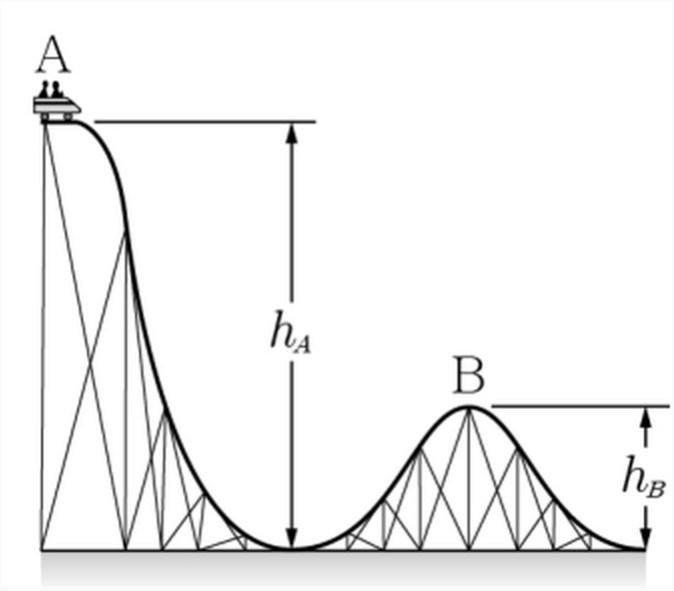
탈출 속도 문제는 먼저 $v^2 \propto M/R$로 바꾸고, 속도비를 제곱해 M/R 비를 구한 다음, 마지막에 반지름비를 대입해 질량비를 정리하면 된다.

암기 포인트

탈출 속도는 $v \propto \sqrt{M/R}$이고, 질량비는 속도비의 제곱에 반지름비를 함께 반영해 구한다.

NoteBase

문 2. 아래 그림과 같은 롤러코스터 트랙을 설치하려 한다. 롤러코스터는 정지상태에서 지면으로부터 h_A만큼의 높이에서 출발한다. 이 롤러코스터가 출발한 후 B지점을 지날 때 트랙에서 이탈하지 않을 최소한의 곡률반경은? (단, 트랙과 롤러코스터 간의 마찰은 무시한다.)



① $\frac{1}{2}(h_A - h_B)$

② $h_A - h_B$

③ $\frac{3}{2}(h_A - h_B)$

④ $2(h_A - h_B)$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 역학적 에너지 보존과 원운동의 이탈 조건을 이용해 B지점에서의 최소 곡률반경을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 출발 높이: h_A
- B지점 높이: h_B
- 출발 속도: 0

구해야 할 값:
- B지점에서 트랙을 이탈하지 않을 최소 곡률반경 R

주의할 조건:
- 마찰이 없으므로 역학적 에너지가 보존된다.
- B는 봉우리의 꼭대기이므로 최소 조건에서는 수직항력이 0이 된다.

NoteBase

사용할 공식

역학적 에너지 보존:
$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$
원운동 이탈 직전 조건:
$mg = \frac{mv_B^2}{R}$
이 공식을 쓰는 이유:
A에서 B까지는 마찰이 없어 위치에너지 감소가 운동에너지로 바뀌고, B의 꼭대기에서 막 이탈하지 않는 최소 조건은 수직항력이 0인 경우이기 때문이다.

계산 과정

1. 에너지 보존에서
$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$
이므로
$v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$
이다.
2. B 꼭대기에서 최소 반경 조건은
$mg = \frac{mv_B^2}{R}$
이다.
3. $v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$를 대입하면
$R = \frac{v_B^2}{g} = \frac{2g(h_A - h_B)}{g} = 2(h_A - h_B)$
이다.

선지 판단

1번 X: $\frac{1}{2}(h_A - h_B)$는 필요한 최소 반경보다 작다. 이 값이면 B에서 필요한 구심가속도가 너무 커져 트랙을 이탈한다. 틀린 표현은 반지름의 계수이다. 올바르게는 $R = 2(h_A - h_B)$이다.
2번 X: $h_A - h_B$는 에너지 보존으로 구한 $v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$에서 계수 2를 빠뜨린 값에 해당한다. 틀린 표현은 최소 반경을 절반으로 줄인 점이다. 올바르게는 $R = 2(h_A - h_B)$이다.
3번 X: $\frac{3}{2}(h_A - h_B)$도 최소 반경보다 작다. 틀린 표현은 필요한 최소값을 과소평가한 점이다. 올바르게는 $R = 2(h_A - h_B)$이다.
4번 O: 에너지 보존으로 구한 $v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$를 이탈 직전 조건 $mg = mv_B^2/R$에 대입하면 $R = 2(h_A - h_B)$가 된다.

오답 포인트

B지점이 봉우리의 꼭대기라는 점을 놓치면 최소 접촉 조건 $N = 0$을 세우지 못한다. 또 에너지 보존식에서 v_B^2의 계수 2를 빠뜨리면 2번 같은 오답이 나온다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

트랙 이탈 여부를 묻는 롤러코스터 문제는 먼저 에너지 보존으로 해당 지점의 속도를 구하고, 꼭대기에서는 최소 조건 $N = 0$을 적용해 $mg = mv^2/R$로 연결하면 된다.

암기 포인트

봉우리 꼭대기 최소 접촉 조건은 $N = 0$, 따라서 $mg = mv^2/R$이다.

NoteBase

문 3. 질량이 100 kg인 물체가 일정한 속력 20m/s로 직선 운동을 하다가, t=0인 순간부터 운동마찰계수가 0.5인 도로에 진입하면서 마찰력에 의해 속력이 일정하게 감소하다가 결국 멈추었다. 이때, 이 물체가 t=0인 순간부터 정지할 때까지 이동한 거리는? (단, 중력 가속도의 크기는 $10\mathrm{m/s^2}$이다.)

① 20m

② 30m

③ 40m

④ 50m

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 운동마찰력으로 생기는 일정한 감속도를 구한 뒤 등가속도 직선운동 공식을 이용해 정지할 때까지의 이동거리를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 질량 100 kg, 초기속력 20m/s, 운동마찰계수 0.5, 중력가속도 10m/s^2이다.
구해야 할 값: $t=0$부터 정지할 때까지의 이동거리이다.
주의할 조건: 마찰력은 일정하므로 감속도도 일정한 등가속도 운동이 된다.

사용할 공식

운동마찰력은 $F=\mu mg$이다.
뉴턴의 제2법칙으로 감속도의 크기는 $a=F/m=\mu g$이다.
이동거리는 등가속도 직선운동식 $v^2=v_0^2+2ax$ 또는 평균속도 공식을 사용해 구할 수 있다.
이 공식을 쓰는 이유: 도로에 들어간 뒤에는 수평방향 힘이 운동마찰력 하나뿐이어서 감속도가 일정하기 때문이다.

계산 과정

1. 운동마찰력은 $F=\mu mg=0.5\times100\times10=500N$이다.
2. 감속도의 크기는 $a=F/m=500/100=5m/s^2$이므로 속도방향 기준 가속도는 $-5m/s^2$이다.
3. $v^2=v_0^2+2ax$에 $v=0$, $v_0=20$, $a=-5$를 대입하면 $0=20^2+2\times(-5)\times x$이다.
4. 따라서 $0=400-10x$, $x=40m$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

20m는 계산 결과와 맞지 않는다. 정지 전까지의 이동거리는 $40m$이므로 20m가 아니라 40m로 고쳐야 한다.

② X

30m는 일정한 감속도를 반영한 계산값이 아니다. 이 문제의 등가속도 운동에서 정지거리 계산 결과는 $40m$이므로 30m가 아니라 40m로 고쳐야 한다.

③ O

운동마찰력으로 인한 감속도는 일정하고, 정지조건 $v = 0$을 대입하면 이동거리가 $40m$로 나온다. 따라서 ③이 옳다.

④ X

50m는 계산 결과보다 크다. 정지시간만 구한 뒤 처음 속력을 그대로 곱하는 식으로 접근하면 오답이 되며, 등가속도 운동에서는 평균속도 또는 운동방정식을 써야 하므로 50m가 아니라 40m로 고쳐야 한다.

오답 포인트

질량 100 kg이 주어졌지만 감속도 계산에서는 $a = \mu g$로 정리되어 질량이 약분된다는 점을 놓치기 쉽다. 또 정지할 때까지 속도가 계속 줄어드므로 처음 속력 20m/s를 전체 시간에 그대로 곱하면 안 되고, 등가속도 운동식이나 평균속도 $(20 + 0)/2$를 써야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

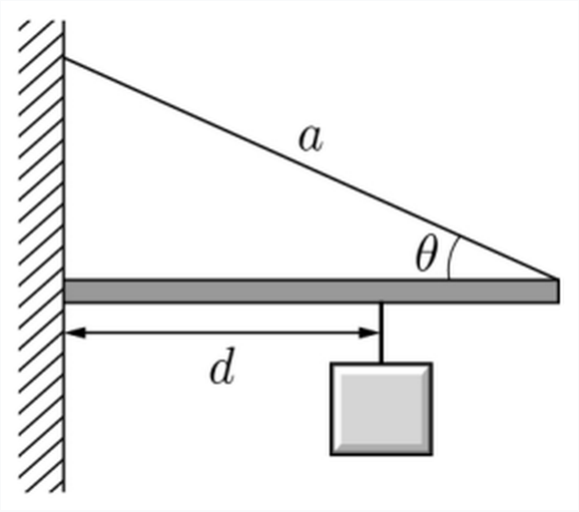
마찰로 멈추는 계산형 문제는 먼저 $a = \mu g$로 감속도를 구하고, 그다음 정지조건 $v = 0$을 넣어 등가속도 직선운동식으로 거리나 시간을 구하면 된다.

암기 포인트

수평면에서 운동마찰만 작용하면 감속도의 크기는 μg이고, 정지거리는 등가속도 운동으로 계산한다.

NoteBase

문 4. 그림과 같이 물체가 벽에 고정된 막대에 매달려 있다. 막대와 벽에 연결된 줄 a에 걸리는 장력을 줄이기 위한 방법으로 가장 옳은 것은?



① θ를 줄인다.

② θ를 줄이고 d를 크게 한다.

③ θ를 크게 하고 d를 줄인다.

④ d를 크게 한다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 막대의 회전평형을 이용하여 줄 a의 장력이 θ와 d에 따라 어떻게 변하는지를 판단하는 문제이다.

조건 정리

막대는 왼쪽 벽에 고정된 점을 축으로 평형을 이룬다.
물체의 무게 mg는 축에서 거리 d만큼 떨어진 곳에서 시계방향 돌림힘을 만든다.
줄 a의 장력 T는 막대 끝에서 작용하고, 그 수직성분 $T\sin\theta$만 반시계방향 돌림힘을 만든다.

사용할 공식

회전평형 조건은 $T\sin\theta \cdot L = mgd$이다.
따라서 $T = \frac{mgd}{L\sin\theta}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 막대가 정지해 있으므로 축에 대한 시계방향 돌림힘과 반시계방향 돌림힘이 같아야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 축을 벽과 막대의 연결점으로 잡으면 물체는 mgd의 시계방향 돌림힘을 만든다.
2. 줄은 $T\sin\theta \cdot L$의 반시계방향 돌림힘을 만든다.
3. 평형식 $T\sin\theta \cdot L = mgd$에서 $T = \frac{mgd}{L\sin\theta}$를 얻는다.
4. 장력을 줄이려면 분자 d는 작아져야 하고, 분모의 $\sin\theta$는 커져야 하므로 θ는 커져야 한다.

선지별 해설

① X: θ를 줄이면 $\sin\theta$가 작아져 $T = \frac{mgd}{L\sin\theta}$의 값이 커진다. 틀린 표현은 'θ를 줄인다'이다. 올바르게는 'θ를 크게 한다'이다.
② X: θ를 줄이면 장력은 커지고, d를 크게 하면 시계방향 돌림힘 mgd가 커져 필요한 장력도 더 커진다. 틀린 표현은 'θ를 줄이고 d를 크게 한다'이다. 올바르게는 'θ를 크게 하고 d를 줄인다'이다.
③ O: θ를 크게 하면 $\sin\theta$가 커져 장력이 줄고, d를 줄이면 필요한 돌림힘이 작아져 장력이 더 줄어든다. 두 조건이 모두 장력을 감소시키므로 옳다.
④ X: d를 크게 하면 무게가 만드는 돌림힘이 커져 이를 버티기 위한 장력도 커진다. 틀린 표현은 'd를 크게 한다'이다. 올바르게는 'd를 줄인다'이다.

오답 포인트

장력 T 전체가 아니라 막대에 수직한 성분 $T\sin\theta$가 돌림힘을 만든다는 점을 놓치기 쉽다. 또 d를 크게 하면 더 잘 버틸 것처럼 보이지만, 실제로는 무게의 작용점이 멀어져 더 큰 장력이 필요해진다.

다시 나오면 이렇게 판단

막대와 줄이 함께 나온 평형 문제는 먼저 축을 정하고, 각 힘이 만드는 돌림힘의 방향과 크기를 식으로 쓴다. 그다음 구하려는 양이 분자에 있는지 분모에 있는지 확인하면 증가·감소를 빠르게 판단할 수 있다.

암기 포인트

회전평형에서는 돌림힘 = 힘 × 팔길이이며, 장력을 줄이려면 무게의 팔길이 d는 줄이고 장력의 수직성분을 키우는 θ는 크게 하면 된다.

NoteBase

문 5. 바닥으로부터 높이 h에 놓인 속이 찬 구, 속이 빈 구, 속이 찬 원통, 속이 빈 원통이 동시에 경사면을 따라서 구른다고 하자. 물체의 질량은 각각 M이고 회전 반지름은 R로 서로 같다. 이때 바닥에 먼저 도달하는 물체를 순서대로 나열한 것은? (단, 모든 물체는 미끄러지지 않고 구르며 회전 마찰력은 무시한다. 속이 찬 구의 관성 모멘트는 $\frac{2}{5}MR^2$, 속이 빈 구의 관성 모멘트는 $\frac{2}{3}MR^2$, 속이 찬 원통의 관성 모멘트는 $\frac{1}{2}MR^2$, 속이 빈 원통의 관성 모멘트는 MR^2이다.)

① 속이 찬 구, 속이 찬 원통, 속이 빈 구, 속이 빈 원통

② 속이 찬 구, 속이 빈 구, 속이 찬 원통, 속이 빈 원통

③ 속이 빈 원통, 속이 찬 원통, 속이 빈 구, 속이 찬 구

④ 속이 빈 원통, 속이 빈 구, 속이 찬 원통, 속이 찬 구

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 미끄럼 없이 구를 때의 가속도 또는 도착 속도가 관성모멘트의 크기에 따라 어떻게 달라지는지를 비교하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 네 물체의 질량은 모두 M, 반지름은 모두 R, 출발 높이는 모두 h이다.
구해야 할 값: 바닥에 먼저 도달하는 순서이다.
주의할 조건: 모두 미끄러지지 않고 구르므로 병진운동과 회전운동을 함께 고려해야 한다. 회전 마찰력은 에너지 손실을 만들지 않는다고 본다.

사용할 공식

$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$
$\omega = \frac{v}{R}$
따라서
$v^2 = \frac{2gh}{1 + I/(MR^2)}$
이 공식을 쓰는 이유: 네 물체는 같은 높이에서 출발해 구르므로 중력 위치에너지가 병진운동 에너지와 회전운동 에너지로 나뉜다. $I/(MR^2)$가 작을수록 같은 높이에서 더 큰 v를 얻고, 가속도도 더 커져 먼저 도착한다.

NoteBase

계산 과정

1. 각 물체의 무차원 관성모멘트 비 $k = I/(MR^2)$를 정리한다.
속이 찬 구: $k = 2/5$, 속이 찬 원통: $k = 1/2$, 속이 빈 구: $k = 2/3$, 속이 빈 원통: $k = 1$이다.
2. $v^2 = 2gh/(1 + k)$이므로 k가 작을수록 도착 속도가 크다.
3. 따라서 빠른 순서는 $2/5 < 1/2 < 2/3 < 1$의 순서, 즉 속이 찬 구 → 속이 찬 원통 → 속이 빈 구 → 속이 빈 원통이다.

선지별 해설

① O
속이 찬 구, 속이 찬 원통, 속이 빈 구, 속이 빈 원통의 순서는 $I/(MR^2)$가 작은 것부터 큰 것까지의 순서와 일치한다. 계산 결과 가장 먼저 도착하는 물체부터 나열한 올바른 순서이다.

② X
이 선지는 속이 빈 구를 속이 찬 원통보다 빠르다고 보았는데, 실제로는 $2/3 > 1/2$이므로 속이 빈 구의 회전 관성이 더 커서 더 늦다. 틀린 표현은 '속이 빈 구가 속이 찬 원통보다 먼저 도착한다'이고, 올바르게는 '속이 찬 원통이 속이 빈 구보다 먼저 도착한다'이다.

③ X
이 선지는 속이 빈 원통을 가장 빠르다고 두었지만, 속이 빈 원통은 $I = MR^2$로 네 물체 중 회전 관성이 가장 커서 가장 늦다. 틀린 표현은 '속이 빈 원통이 가장 먼저 도착한다'이고, 올바르게는 '속이 빈 원통이 가장 나중에 도착한다'이다.

④ X
이 선지는 속이 빈 원통과 속이 빈 구를 앞쪽에 두었는데, 두 물체 모두 속이 찬 구와 속이 찬 원통보다 $I/(MR^2)$가 크다. 틀린 표현은 '속이 빈 원통, 속이 빈 구가 먼저 도착한다'이고, 올바르게는 '속이 찬 구, 속이 찬 원통이 먼저 도착한다'이다.

오답 포인트

질량과 반지름이 같으면 무거운 쪽이나 큰 쪽이 빠르다고 막연히 판단하기 쉽지만, 이 문제의 핵심은 질량 분포이다. 특히 속이 빈 구와 속이 찬 원통을 헷갈리기 쉬운데, 숫자 2/3과 1/2를 비교하면 속이 찬 원통이 더 빠르다는 점이 바로 드러난다.

다시 나오면 이렇게 판단

구름 운동 순서 비교 문제는 먼저 $I/(MR^2)$만 뽑아 작은 것부터 큰 것까지 정렬하면 된다. 같은 높이에서 출발하면 $I/(MR^2)$가 작을수록 회전에 덜 에너지를 쓰므로 더 빨리 내려온다.

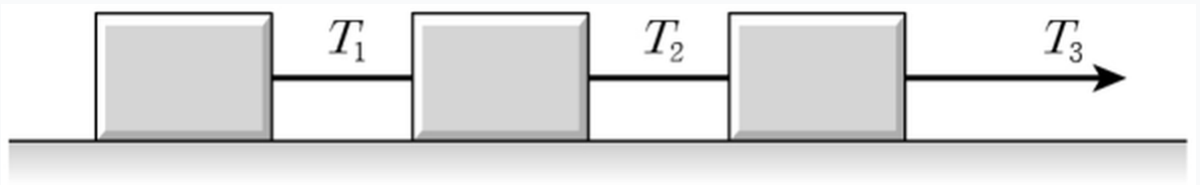
NoteBase

암기 포인트

같은 M, R, h에서 구름 속도는 관성모멘트가 작을수록 크다. 순서는 속이 찬 구 → 속이 찬 원통 → 속이 빈 구 → 속이 빈 원통이다.

NoteBase

문 6. 그림과 같이 줄로 연결된 세 개의 상자가 마찰이 없는 수평면 위에서 일정한 간격을 유지하면서 끌려가고 있다. 상자의 질량은 왼쪽부터 각각 3 kg, 2 kg, 1 kg이고 $T_3 = 18N$일 때 장력 T_1의 크기는?



① 1 N

② 3 N

③ 6 N

④ 9 N

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 마찰이 없는 연결계에서 전체 가속도를 먼저 구한 뒤, 부분계에 작용하는 장력을 계산할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: 왼쪽부터 질량은 3 kg, 2 kg, 1 kg이고 오른쪽에서 $T_3 = 18N$으로 끌고 있다.
구해야 할 값: 첫 번째 줄의 장력 T_1이다.
주의할 조건: 세 상자는 일정한 간격을 유지하므로 가속도가 모두 같고, 마찰은 없다.

사용할 공식

전체 계에 대해 $F = ma$를 적용해 공통 가속도를 구하고, 왼쪽 3 kg 상자만 따로 보면 $T_1 = ma$가 된다.
이 공식을 쓰는 이유: 줄로 연결된 상자들은 같은 가속도로 움직이므로 전체 계의 외력으로 가속도를 구한 뒤, 구하려는 줄이 실제로 끄는 부분계에 다시 $F = ma$를 적용하면 되기 때문이다.

계산 과정

1. 세 상자의 전체 질량은 $3 + 2 + 1 = 6kg$이다.
2. 전체 계에 작용하는 수평방향 외력은 $18N$이므로 공통 가속도는 $a = 18/6 = 3m/s^2$이다.
3. 왼쪽 3 kg 상자에는 수평방향으로 T_1만 작용하므로 $T_1 = 3 \times 3 = 9N$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: $T_1 = 1N$이면 왼쪽 3 kg 상자의 가속도는 $a = T_1/m = 1/3 m/s^2$가 되어 전체 가속도 $3 m/s^2$와 맞지 않는다. 틀린 표현은 '장력 T_1이 1 N'이고, 올바르게는 $T_1 = 9N$이다.
2번 X: $3N$은 공통 가속도 $3 m/s^2$에 1 kg을 곱한 값으로, 오른쪽 1 kg 상자의 알짜힘에 해당할 수는 있어도 T_1은 아니다. 틀린 표현은 '장력 T_1이 3 N'이고, 올바르게는 $T_1 = 9N$이다.
3번 X: $6N$은 가운데 2 kg 상자의 알짜힘 ma에 해당하는 값으로, 실제 관계는 $T_2 - T_1 = 6N$이다. 틀린 표현은 '장력 T_1이 6 N'이고, 올바르게는 $T_1 = 9N$이다.
4번 O: 전체 질량으로 구한 공통 가속도는 $3 m/s^2$이고, 왼쪽 3 kg 상자를 끄는 힘은 T_1뿐이므로 $T_1 = 3 \times 3 = 9N$이다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

전체를 끄는 힘 T_3와 각 줄의 장력을 같은 것으로 보면 안 된다. 이 문제는 먼저 전체 가속도를 구하고, 그다음 각 줄이 어떤 질량을 끌고 가는지 분리해야 하므로 3 N이나 6 N 같은 알짜힘 값을 장력으로 착각하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

연결된 물체의 장력을 묻는 문제는 전체 질량으로 공통 가속도를 먼저 구한 뒤, 구하려는 줄이 실제로 당기는 부분계만 떼어 $F = ma$를 다시 적용하면 된다.

암기 포인트

연결계의 장력은 전체 힘이 아니라 그 줄이 끌고 가는 질량에 공통 가속도를 곱한 값이다.

NoteBase

문 7. 반지름이 R인 길고 속이 찬 원통형 도체에 전류가 흐른다. 전류밀도 J는 원통의 단면에서 균일하지 않고 중심축으로부터의 거리 r의 함수, $J = ar^3$로 주어진다. 거리 r이 반지름 R보다 작은 곳에서의 자기장의 크기는? (단, a는 양의 상수이다.)

① $\frac{\mu_0 a}{2} r^4$
② $\frac{\mu_0 a}{5} r^4$
③ $\frac{\mu_0 a}{2\pi} r$
④ $\frac{\mu_0 a}{5\pi} r$

정답 2번

출제 포인트

원통형 도체 내부에서 반지름 r까지 포함되는 전류를 적분으로 구한 뒤, 암페어 법칙으로 자기장 B를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전류밀도 $J = ar^3$, 도체 반지름 R, 구하려는 값: $r < R$인 위치에서의 자기장 크기 B이다.
주의할 조건: 전류밀도는 균일하지 않으므로 I=J× 면적를 바로 쓰지 않고, 반지름에 따라 적분해야 한다.

사용할 공식

암페어 법칙은 $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{\text{enc}}$이다.
또한 반지름 r까지 포함되는 전류는 $I_{\text{enc}} = \int_0^r J dA = \int_0^r ar'^3 \cdot 2\pi r' dr'$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 원통 대칭이므로 자기장은 중심축에서 같은 거리에서 일정하고, 반지름 r의 원형 암페어 경로를 잡을 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 면적 요소는 $dA = 2\pi r' dr'$이다.
2. 포함 전류는 $I_{\text{enc}} = \int_0^r ar'^3 \cdot 2\pi r' dr' = 2\pi a \int_0^r r'^4 dr' = 2\pi a \cdot \frac{r^5}{5} = \frac{2\pi a r^5}{5}$ 이다.
3. 암페어 법칙에 대입하면 $B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{2\pi a r^5}{5}$ 이므로 $B = \frac{\mu_0 a}{5} r^4$ 이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 계산 결과는 $B = \frac{\mu_0 a}{5} r^4$이므로 분모가 2인 식은 틀리다. 틀린 표현은 분모 2이며, 올바르게는 분모 5이다.
② O: 적분으로 포함 전류를 구해 암페어 법칙에 넣으면 정확히 $B = \frac{\mu_0 a}{5} r^4$가 나온다.
③ X: 전류밀도가 균일한 경우에는 내부 자기장이 r에 비례하지만, 이 문제는 $J = ar^3$이므로 $B \propto r^4$가 된다. 틀린 표현은 r에 비례한다는 점이며, 올바르게는 r^4에 비례한다.
④ X: 분모에 5π가 남아 있고 r에만 비례하는 식은 암페어 법칙의 $2\pi r$ 처리와 전류 적분을 동시에 잘못한 결과이다. 틀린 표현은 $\frac{\mu_0 a}{5\pi} r$이며, 올바르게는 $\frac{\mu_0 a}{5} r^4$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 전류밀도가 위치에 따라 달라진다는 점을 놓치고 균일 전류밀도 공식을 그대로 대입하는 데 있다. 특히 $dA = 2\pi r' dr'$를 빠뜨리거나, 적분 뒤 암페어 법칙의 $2\pi r$를 정리하지 않으면 ①, ③, ④ 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

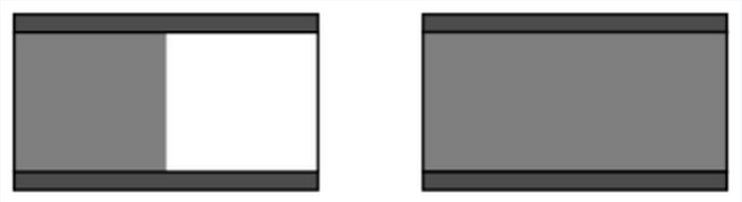
원통 도체 내부 자기장 문제에서 J가 r의 함수로 주어지면 먼저 $I_{\text{enc}} = \int J dA$를 구하고, 그다음 $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{\text{enc}}$ 순서로 판단한다. 전류밀도가 균일하지 않으면 자기장의 r 의존성도 달라진다.

암기 포인트

원통 내부 자기장은 먼저 포함 전류를 적분하고 마지막에 암페어 법칙을 적용한다. $J \propto r^3$이면 $I_{\text{enc}} \propto r^5$, 따라서 $B \propto r^4$이다.

NoteBase

문 8. 진공상태에서 평행판 축전기의 축전 용량을 C_0라 한다. 왼쪽 그림과 같이 틈을 유전율 $K_1\varepsilon_0$인 물질로 반만 채운 경우와 오른쪽 그림과 같이 유전율 $K_2\varepsilon_0$인 물질로 완전히 채웠을 때 두 경우의 축전용량이 같아지기 위한 조건은? (단, ε_0는 진공에서의 유전율이다.)



① $2K_2 - K_1 = 1$

② $2K_2 = K_1$

③ $K_1 - K_2 = 1$

④ $K_1 - 2K_2 = 2$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 부분적으로 유전체를 채운 평행판 축전기를 병렬 등가회로로 해석하고 $C = \varepsilon A/d$를 적용할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

진공에서의 축전용량은 $C_0 = \varepsilon_0 A/d$이다.
왼쪽 그림은 판 사이 간격 d는 같고 면적만 절반씩 나뉘어 있으므로, 유전체 부분과 진공 부분이 병렬로 놓인 경우이다.
오른쪽 그림은 전체 면적 A를 유전율 $K_2\varepsilon_0$인 물질이 모두 채운 경우이다.

사용할 공식

$C = \varepsilon A/d$
$C_L = K_1\varepsilon_0\frac{A/2}{d} + \varepsilon_0\frac{A/2}{d} = \frac{K_1+1}{2}C_0$
$C_R = K_2\varepsilon_0\frac{A}{d} = K_2C_0$
왼쪽(C_L)은 두 부분에 같은 전압이 걸리고 면적이 나뉘므로 병렬 합으로 계산하고, 오른쪽(C_R)은 전체 면적을 하나의 유전체가 채운다.

NoteBase

계산 과정

1. 왼쪽 그림의 유전체 부분 축전용량은 $K_1\varepsilon_0(A/2)/d$이다.
2. 왼쪽 그림의 빈 부분 축전용량은 $\varepsilon_0(A/2)/d$이다.
3. 따라서 왼쪽 전체 축전용량은 $C_L = \frac{K_1+1}{2}C_0$이다.
4. 오른쪽 전체 축전용량은 $C_R = K_2C_0$이다.
5. 두 경우의 축전용량이 같으려면 $\frac{K_1+1}{2}C_0 = K_2C_0$이므로 $2K_2 - K_1 = 1$이다.

선지 판단

1번: O. 계산 결과가 바로 $2K_2 - K_1 = 1$이므로 맞는 식이다.
2번: X. $2K_2 = K_1$은 왼쪽 절반의 진공 부분이 만드는 $+1$ 항을 빠뜨린 식이다. 틀린 표현은 $2K_2 = K_1$이고, 올바르게는 $2K_2 = K_1 + 1$이다.
3번: X. $K_1 - K_2 = 1$은 정리 과정이 잘못된 식이다. 틀린 표현은 $K_1 - K_2 = 1$이고, 올바르게는 $K_2 = (K_1 + 1)/2$ 또는 $2K_2 - K_1 = 1$이다.
4번: X. $K_1 - 2K_2 = 2$는 부호와 상수항이 모두 맞지 않는다. 틀린 표현은 $K_1 - 2K_2 = 2$이고, 올바르게는 $K_1 - 2K_2 = -1$ 또는 $2K_2 - K_1 = 1$이다.

오답 포인트

면적의 절반을 유전체가 채운 그림을 두께 방향으로 반씩 쌓인 경우로 오해하면 직렬 공식을 쓰게 되어 틀린다. 이 문항은 절반씩 좌우로 나뉘어 있으므로 병렬이라는 판단이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

부분 유전체 문제는 먼저 유전체가 면적을 나누는지, 두께를 나누는지를 본다. 면적을 나누면 병렬, 두께를 나누면 직렬로 해석한 뒤 $C = \varepsilon A/d$를 각 부분에 적용한다.

암기 포인트

평행판 축전기에서 면적 분할은 병렬, 두께 분할은 직렬이라는 기준이 반복 출제된다.

NoteBase

문 9. 길이가 10cm, 지름이 2mm, 비저항이 $1.7 \times 10^{-8}\Omega \cdot \mathrm{m}$인 균질한 원통 모양 도선의 길이 방향으로의 저항 값은? (단, 온도에 따른 저항 변화는 무시하고 π는 3.14로 계산한다.)

① $3.4 \times 10^{-12}\Omega$

② $0.85 \times 10^{-6}\Omega$

③ $0.14 \times 10^{-3}\Omega$

④ $0.54 \times 10^{-3}\Omega$

정답 4번

출제 포인트

비저항 공식 $R = \rho\frac{L}{A}$와 원형 단면적 공식 $A = \pi r^2$를 이용해 길이 방향 저항을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 길이 $L = 10cm = 0.1m$, 지름 $d = 2mm$, 비저항 $\rho = 1.7 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$이다.
구해야 할 값은 도선의 길이 방향 저항 R이다.
주의할 조건은 지름이 아니라 반지름 $r = 1mm = 1.0 \times 10^{-3}m$을 써서 단면적을 구해야 한다는 점이다.

사용할 공식

공식은 $R = \rho\frac{L}{A}$, $A = \pi r^2$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 균질한 원통 도선의 저항이 비저항에 비례하고 길이에 비례하며 단면적에 반비례하기 때문이다.

계산 과정

먼저 반지름을 구하면 $r = \frac{d}{2} = 1.0 \times 10^{-3}m$이다.
단면적은
$A = \pi r^2 = 3.14 \times (1.0 \times 10^{-3})^2 = 3.14 \times 10^{-6}m^2$
저항은
$R = \rho\frac{L}{A} = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{0.1}{3.14 \times 10^{-6}} \approx 5.41 \times 10^{-4}\Omega$
따라서 $R \approx 0.54 \times 10^{-3}\Omega$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

값 $3.4 \times 10^{-12}\Omega$는 계산 결과 $5.41 \times 10^{-4}\Omega$와 전혀 맞지 않는다. 단면적을 분모에 두지 않고 지수 처리를 잘못하여 저항을 지나치게 작게 만든 값에 가깝다. 올바르게는 저항값이 $0.54 \times 10^{-3}\Omega$이어야 한다.

② X

값 $0.85 \times 10^{-6}\Omega$도 계산 결과보다 훨씬 작다. mm를 m로 바꾸는 과정이나 r^2의 지수 처리에서 오류가 나면 이런 값이 나온다. 올바르게는 저항값이 $0.54 \times 10^{-3}\Omega$이어야 한다.

③ X

값 $0.14 \times 10^{-3}\Omega$는 정답의 약 4분의 1이다. 이는 지름 $2mm$를 반지름처럼 써서 단면적을 실제보다 4배 크게 잡을 때 나오는 대표적 오답이다. 올바르게는 저항값이 $0.54 \times 10^{-3}\Omega$이어야 한다.

④ O

계산 결과가 $R \approx 5.41 \times 10^{-4}\Omega = 0.54 \times 10^{-3}\Omega$이므로 옳다.

오답 포인트

지름 $2mm$를 그대로 제곱해 단면적을 구하면 반지름을 써야 한다는 조건을 놓치게 된다. 이 경우 단면적이 4배 커져 저항은 4분의 1로 작아지므로 ③ 같은 값에 쉽게 끌린다.

다시 나오면 이렇게 판단

원통 도선 저항 문제는 길이와 비저항을 분자에 두고 단면적을 분모에 둔 뒤, 지름이 주어지면 먼저 반지름으로 바꾸고 $A = \pi r^2$를 계산하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

원형 도선 저항은 $R = \rho L/\pi r^2$이며, 지름이 주어지면 먼저 2로 나눠 반지름을 만든다.

NoteBase

문 10. 같은 크기의 전류가 흐르는 매우 길고 평행한 두 도선이 단위 길이당 F의 힘으로 서로 밀어내고 있다. 각 도선에 흐르는 전류의 크기가 4배가 되고 도선 사이에 작용하는 단위 길이당 힘이 $8F$가 된다면, 도선 사이의 거리는 처음의 몇 배가 되는가?

① 2배

② 4배

③ 6배

④ 8배

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 매우 길고 평행한 두 도선 사이의 단위 길이당 힘이 $F/L \propto I_1 I_2/d$에 비례한다는 관계를 이용해 도선 사이 거리의 변화를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 처음 단위 길이당 힘은 F이다.
변화 조건: 각 도선의 전류가 각각 4배가 되고, 단위 길이당 힘은 $8F$가 된다.
구해야 할 값: 새로운 도선 사이 거리와 처음 거리의 비이다.
주의할 조건: 두 도선에 모두 전류가 4배가 되므로 $I_1 I_2$는 16배가 된다.

사용할 공식

매우 길고 평행한 두 도선 사이의 단위 길이당 힘의 크기는 $\frac{F}{L} \propto \frac{I_1 I_2}{d}$이다.

이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 매우 길고 평행한 두 도선 사이의 힘과 전류, 거리의 관계를 직접 묻고 있으므로 이 비례식을 그대로 적용하면 된다. 밀어내는지 끌어당기는지는 방향만 정하고, 힘의 크기 비는 같은 식으로 계산된다.

NoteBase

계산 과정

처음을 $F \propto \frac{I^2}{d}$라고 둔다.
전류가 각각 4배가 되면 새로운 힘은 $F' \propto \frac{(4I)(4I)}{d'} = \frac{16I^2}{d'}$이다.
따라서
$\frac{F'}{F} = \frac{16I^2/d'}{I^2/d} = 16\frac{d}{d'}$
문제에서 $F' = 8F$이므로
$8 = 16\frac{d}{d'}$
$\frac{d'}{d} = 2$
따라서 도선 사이 거리는 처음의 2배가 된다.

선지별 해설

① O
도선 사이 거리는 처음의 2배가 된다. 계산 결과 $d'/d = 2$이므로 정답이다.

② X
틀린 표현은 "4배"이다. 올바르게는 도선 사이 거리는 처음의 2배이다. 4배라는 값은 전류가 4배가 된 사실만 보고 힘과 거리의 비례관계를 끝까지 정리하지 못했을 때 나오는 오답이다.

③ X
틀린 표현은 "6배"이다. 올바르게는 도선 사이 거리는 처음의 2배이다. 6배는 $8F$와 전류 4배를 임의로 섞어 비례식을 잘못 처리한 값일 뿐, $F \propto I^2/d$를 만족하지 않는다.

④ X
틀린 표현은 "8배"이다. 올바르게는 도선 사이 거리는 처음의 2배이다. 8배는 힘이 8배가 되었으니 거리도 8배라고 같은 방향 비례로 착각한 경우인데, 힘은 거리와 반비례하므로 맞지 않는다.

오답 포인트

전류가 각 도선에서 4배가 되면 곱 I_1I_2가 16배가 된다는 점을 놓치기 쉽다. 또 힘이 거리와 반비례한다는 점을 잊고 $8F$를 거리 8배로 직접 연결하면 ④ 같은 오답으로 흐르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행도선 힘 문제는 먼저 $F/L \propto I_1I_2/d$를 적고, 전류가 한 도선만 바뀌는지 두 도선 모두 바뀌는지 확인한 뒤, 마지막에 거리와 힘이 반비례라는 점까지 비례식으로 정리하면 된다.

NoteBase

암기 포인트

평행도선 사이 힘의 크기는 전류 곱에 비례하고 거리에 반비례한다. 두 전류가 각각 4배이면 힘 쪽 요인은 16배가 된다.

NoteBase

문 11. 전하량 q로 균일하게 대전된 속이 빈 구 껍질이 진공 속에 놓여 있다. 구 껍질의 안과 밖에서의 전기장의 크기는? (단, 진공에서의 유전율은 ε_0, 구의 반지름은 R, 구 중심에서 측정 지점까지의 거리는 r이다.)

① 안: 0, 밖: 0
② 안: 0, 밖: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$
③ 안: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^3}$, 밖: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$
④ 안: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^2}$, 밖: $\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 가우스 법칙을 이용해 균일하게 대전된 속이 빈 구 껍질의 내부와 외부 전기장을 구분하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 총전하 q, 구 반지름 R, 중심에서의 거리 r, 진공 유전율 ε_0이다.
구해야 할 값: 구 껍질 안과 밖에서의 전기장 크기이다.
주의할 조건: 속이 빈 얇은 구 껍질이므로 전하는 표면에만 분포하고, 내부 가우스면이 감싸는 전하는 0이다.

사용할 공식

가우스 법칙은 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 구대칭 전하분포이므로 반지름이 같은 가우스면에서 전기장 크기가 일정하고, 내부와 외부에서 감싸는 전하량 Q_{enc}만 달라지기 때문이다.

계산 과정

1. 구 껍질 내부 $r < R$에서 반지름 r인 가우스면을 잡으면 감싸는 전하가 0이므로 $E\cdot 4\pi r^2 = 0$이고, 따라서 $E = 0$이다.
2. 구 껍질 외부 $r > R$에서 반지름 r인 가우스면을 잡으면 감싸는 전하는 전체 전하 q이므로 $E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$이다.
3. 따라서 외부 전기장은 $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 안은 0이므로 맞지만, 밖을 0으로 본 부분이 틀리다. 구 껍질 바깥에서는 전체 전하 q가 중심에 모인 점전하처럼 작용하므로 전기장은 0이 아니라 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$이다. 틀린 표현은 '밖: 0'이고, 올바르게는 '밖: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$'이다.
② O: 안은 감싸는 전하가 0이어서 0이고, 밖은 전체 전하 q를 감싸므로 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$가 된다. 구 껍질의 안팎 전기장을 모두 정확히 쓴 선지이다.
③ X: 밖의 식은 맞지만, 안의 식 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^3}$이 틀리다. 이 식은 전하가 부피 전체에 균일하게 퍼진 속이 찬 구에서 내부 전기장을 구할 때 나오는 형태이다. 틀린 표현은 '안: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^3}$'이고, 올바르게는 '안: 0'이다.
④ X: 안의 식도 틀리고 밖의 식도 틀리다. 속이 빈 구 껍질 내부 전기장은 0이어야 하고, 외부 전기장은 r에 반비례가 아니라 r^2에 반비례한다. 틀린 표현은 '안: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^2}$', '밖: $\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$'이고, 올바르게는 '안: 0, 밖: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$'이다.

오답 포인트

속이 빈 구 껍질과 속이 찬 균일 대전 구를 혼동하면 ③처럼 내부 전기장을 r에 비례하는 식으로 잘못 고르기 쉽다. 또 바깥 전기장을 껍질이므로 0이라고 착각하거나, $1/r^2$ 법칙을 $1/r$로 잘못 기억하면 ①과 ④에 끌리게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

구대칭 전하분포 문제는 먼저 전하가 표면에만 있는 얇은 껍질인지, 부피 전체에 퍼진 속이 찬 구인지부터 구분한다. 그다음 가우스면이 감싸는 전하량을 보고 내부는 $Q_{\text{enc}}=0$인지, 외부는 전체 전하 q인지 판단하면 된다.

암기 포인트

속빈 구껍질은 안 0, 밖은 점전하와 동일이라는 점이 핵심이다.

NoteBase

문 12. 사람이 262 Hz로 진동하는 소리굽쇠를 가지고 2.0m/s의 속력으로 벽 정면을 향해서 똑바로 걷고 있다. 소리굽쇠로부터의 소리는 벽면으로부터 반사된다. 이때 걷고 있는 사람이 소리굽쇠와 반사파 사이에서 듣게 되는 맥놀이 진동수는? (단, 공기에서 소리의 속도는 340m/s이다.)

① 1.0 Hz

② 1.5 Hz

③ 1.6 Hz

④ 3.1 Hz

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 벽에서 반사된 소리에 대해 도플러 효과가 두 번 적용될 때 맥놀이 진동수를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 소리굽쇠의 진동수는 262 Hz, 사람의 속력은 2.0m/s, 공기 중 소리의 속력은 340m/s이다.
구해야 할 값: 사람이 직접 듣는 소리와 벽에서 반사되어 돌아온 소리 사이의 맥놀이 진동수이다.
주의할 조건: 직접 듣는 원래 소리는 사람과 소리굽쇠가 함께 움직이므로 262 Hz 그대로이고, 반사음에는 도플러 효과가 두 번 들어간다.

사용할 공식

벽이 먼저 받는 주파수는 $f_1 = f\frac{v}{v - v_s}$이다.
사람이 다시 듣는 반사음의 주파수는 $f_2 = f_1\frac{v + v_o}{v}$이다.
맥놀이 진동수는 $f_b = |f_2 - f|$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 소리굽쇠가 움직이는 음원으로서 벽에 접근하고, 반사 후에는 사람이 움직이는 관측자로서 그 반사파를 다시 듣기 때문이다.

계산 과정

1. 벽이 받는 주파수는 $f_1 = 262 \times \frac{340}{340 - 2} = 262 \times \frac{340}{338}$이다.
2. 사람이 듣는 반사음의 주파수는 $f_2 = f_1 \times \frac{340 + 2}{340} = 262 \times \frac{342}{338} \approx 265.1\text{Hz}$이다.
3. 직접 듣는 원래 소리는 262 Hz이므로 맥놀이 진동수는 $f_b = |265.1 - 262| \approx 3.1\text{Hz}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

- 1.0Hz는 반사 전후의 도플러 효과를 모두 반영하지 못한 값이다. 틀린 표현은 맥놀이 진동수를 1.0Hz로 본 점이며, 올바르게는 3.1Hz이다.

② X

- 1.5Hz는 소리굽쇠가 벽으로 접근할 때의 1차 도플러 이동량만 본 값에 가깝다. 사람도 반사파를 향해 움직이므로 주파수가 한 번 더 커진다. 틀린 표현은 맥놀이 진동수를 1.5Hz로 본 점이며, 올바르게는 3.1Hz이다.

③ X

- 1.6Hz도 한 번의 도플러 효과만 계산했을 때 얻기 쉬운 값이다. 반사 후 이동 관측자 효과까지 포함해야 하므로 부족하다. 틀린 표현은 맥놀이 진동수를 1.6Hz로 본 점이며, 올바르게는 3.1Hz이다.

④ O

- 반사음의 주파수는 약 265.1Hz, 직접 듣는 원래 소리는 262 Hz이므로 차이는 약 3.1Hz이다. 따라서 ④가 옳다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 도플러 효과를 한 번만 적용하고 끝내는 데 있다. 사람은 움직이는 음원인 동시에 반사파를 듣는 움직이는 관측자이므로, 벽에서의 변화와 사람에게 돌아올 때의 변화를 모두 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

반사음이 나오면 음원이 벽에 접근하는 과정과 관측자가 반사음을 듣는 과정을 분리해서 본다. 직접 듣는 원래 소리의 주파수와 반사음의 주파수를 각각 구한 뒤 마지막에 차이를 취하면 맥놀이 진동수를 안정적으로 판단할 수 있다.

암기 포인트

움직이는 음원의 반사음 맥놀이는 도플러 효과를 두 번 적용한 뒤 원래 주파수와의 차이로 정리된다.

문 13. 실리콘(Si)의 표면을 얇은 산화 실리콘(SiO_2)으로 코팅해서 특정 파장의 빛에 대한 표면에서의 반사를 줄이고자 한다. 500nm 파장의 빛이 최소로 반사되기 위한 SiO_2 박막의 두께로 적절한 것은? (단, Si 굴절률은 3.5, SiO_2 굴절률은 1.45 이다.)

① 35.7nm

② 71.4nm

③ 172.4nm

④ 258.6nm

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 박막 간섭에서 반사광이 최소가 되는 홀수 사분파장 두께 조건을 적용할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: 파장 500 nm, $n_{SiO_2} = 1.45$, $n_{Si} = 3.5$
구해야 할 값: 500 nm 빛에 대해 반사광이 최소가 되는 SiO2 막 두께
주의할 조건: 공기→SiO2, SiO2→Si 반사 모두 낮은 굴절률에서 높은 굴절률로 가므로 두 반사광은 각각 π의 위상 변화를 겪는다.

사용할 공식

반사 최소 조건은
$2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \ \dots)$
이다.
두 반사광이 모두 π만큼 위상 반전을 하므로 반사에 의한 추가 위상차는 서로 상쇄되고, 막 내부 왕복 경로차 $2nt$만으로 상쇄 간섭 조건을 잡는다.

계산 과정

$t = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}$
이므로
$t = \frac{(2m+1) \times 500}{4 \times 1.45}\text{nm} = (2m+1) \times 86.2\text{nm}$
이다.
가장 작은 값은 86.2nm이지만 선택지에는 없다.
따라서 같은 최소 반사 조건을 만족하는 다음 홀수 사분파장 두께인 $3 \times 86.2 = 258.6$nm를 고르면 된다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 35.7nm는 500/(4 × 3.5)처럼 Si의 굴절률을 잘못 넣어 얻은 값이다. 박막 두께 조건에는 기판이 아니라 코팅층 SiO_2의 굴절률이 들어가야 하므로, 올바른 두께식은 $t = (2m + 1)500/(4 \times 1.45)$nm이다.
2번 X: 71.4nm는 500/(2 × 3.5)처럼 기판 굴절률을 사용한 계산에 해당한다. 반사 최소 조건은 Si 굴절률이 아니라 SiO_2 굴절률을 넣은 홀수 사분파장 두께로 고쳐야 한다.
3번 X: 172.4nm는 500/(2 × 1.45)로 반파장 두께이다. 이 경우 $2nt = \lambda$가 되어 두 반사광이 다시 같은 위상이 되므로 반사가 커지는 쪽이며, 최소 반사 조건은 $2nt = \lambda/2, 3\lambda/2, \ldots$로 잡아야 한다.
4번 O: 258.6nm는 $3 \times 500/(4 \times 1.45)$로 홀수 사분파장 두께이다. 선택지 중 반사 최소 조건 $t = (2m + 1)\lambda/(4n)$을 만족하는 값이므로 맞다.

오답 포인트

박막 간섭 문제에서 두께식에 기판 굴절률을 넣거나, 반사 최소와 반사 최대를 반파장 조건과 섞어 쓰면 오답이 된다. 이 문항에서는 3번처럼 반파장 두께를 최소 조건으로 착각하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

박막 반사 문제는 먼저 각 경계면 반사에서 위상 반전이 몇 번 일어나는지를 확인한다. 위상 반전이 두 번 또는 0번이면 최소 반사 조건을 홀수 사분파장으로 두고, 두께식에 들어가는 굴절률은 항상 코팅막의 굴절률로 잡는다.

암기 포인트

반사 최소 박막은 코팅막 기준 홀수 사분파장 두께이며, 두께식의 n은 막의 굴절률이다.

NoteBase

문 14. 점 음원이 음파를 발생시켰다. 점 음원에서 r_1만큼 떨어진 곳에서 측정한 소리의 세기는 20dB이었고, 점 음원에서 r_2만큼 떨어진 곳에서 측정한 소리의 세기는 10dB이었다면 $\frac{r_2}{r_1}$는?

① $\sqrt{2}$
② $\sqrt{6}$
③ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{14}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 소리의 세기 레벨과 점음원의 역제곱 법칙을 연결하여 거리비 r_2/r_1를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 r_1 지점의 소리 세기 레벨 20dB, r_2 지점의 소리 세기 레벨 10dB이다.
구해야 할 값은 r_2/r_1이다.
점음원이므로 소리의 세기 I는 거리의 제곱에 반비례하여 $I \propto 1/r^2$를 만족한다.

사용할 공식

소리의 세기 레벨은 $\beta = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$ 이고, 점음원의 세기는 $I \propto \frac{1}{r^2}$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 dB 차이로 두 지점의 세기비를 구한 뒤, 점음원의 거리와 세기 관계로 바로 거리비를 연결할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 두 지점의 세기 레벨 차는 $20 - 10 = 10$dB이다.
2. 따라서 $10 = 10\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$ 이므로 $\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 1, \quad \frac{I_1}{I_2} = 10$ 이다.
3. 점음원에서 $I \propto 1/r^2$ 이므로 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1/r_1^2}{1/r_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ 이다.
4. 따라서 $\frac{r_2^2}{r_1^2} = 10 \quad \Rightarrow \quad \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{10}$ 이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $\sqrt{2}$는 계산 결과와 일치하지 않는다. dB 차이 10은 세기비 2가 아니라 세기비 10을 뜻하므로, 올바른 값은 $\sqrt{10}$이다.
② X: $\sqrt{6}$는 세기 레벨 공식과 역제곱 법칙을 적용한 결과가 아니다. 올바르게는 세기비 10에서 거리비가 $\sqrt{10}$이 된다.
③ O: 세기 레벨 차 10dB에서 $I_1/I_2 = 10$, 점음원에서 $I \propto 1/r^2$ 이므로 $r_2/r_1 = \sqrt{10}$이 되어 맞다.
④ X: $\sqrt{14}$는 계산 결과보다 큰 값으로, dB 차이와 거리의 역제곱 관계를 함께 적용한 값이 아니다. 올바른 값은 $\sqrt{10}$이다.

오답 포인트

10dB 차이를 세기비 10이 아니라 2배 정도로 오해하면 ① 같은 오답으로 흐르기 쉽다. 또 세기가 거리의 제곱에 반비례한다는 점을 놓치고 거리비를 그대로 10으로 보거나 임의의 근삿값을 고르면 ②, ④ 같은 오답을 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

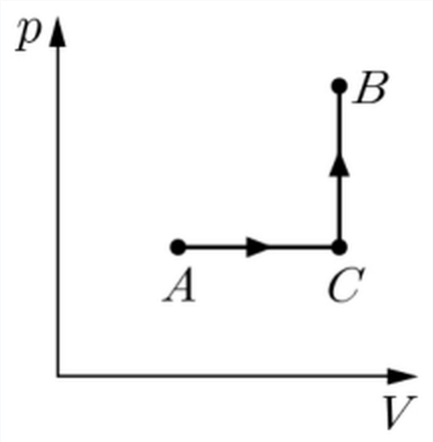
소리 세기 문제는 먼저 dB 차이를 세기비로 바꾸고, 그다음 점음원 관계 $I \propto 1/r^2$로 거리비를 연결해 판단한다. dB와 거리 사이를 바로 연결하지 않고 반드시 세기비를 한 번 거친다.

암기 포인트

10dB 차이이면 세기비는 10배이고, 점음원 거리비는 세기비의 제곱근으로 바뀐다.

NoteBase

문 15. 몰당 정압 열용량이 C_p, 정적 열용량이 C_V인 1몰의 이상기체가 그림과 같은 과정을 거쳐 A에서 B상태로 변화했을 때, 엔트로피 변화 $S_B - S_A$는? (단, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$라 한다.)



① $C_V \ln \frac{p_B V_B^\gamma}{p_A V_A^\gamma}$
② $C_p \ln \frac{p_B V_B^\gamma}{p_A V_A^\gamma}$
③ $C_V \ln \frac{p_A V_A^\gamma}{p_B V_B^\gamma}$
④ $C_p \ln \frac{p_A V_A^\gamma}{p_B V_B^\gamma}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 1몰 이상기체가 정압 과정과 정적 과정을 거칠 때의 엔트로피 변화식을 결합하여 $S_B - S_A$를 구하는 계산형 문제이다.

조건 정리

과정 $A \to C$는 정압이므로 $p_A = p_C$이다.
과정 $C \to B$는 정적이므로 $V_C = V_B$이다.
1몰 이상기체이므로 $T = \frac{pV}{R}$를 이용해 정압에서는 $T \propto V$, 정적에서는 $T \propto p$로 정리할 수 있다.

사용할 공식

$\Delta S_{A\to C} = C_p \ln \frac{T_C}{T_A}, \qquad \Delta S_{C\to B} = C_V \ln \frac{T_B}{T_C}$
이 공식을 쓰는 이유는 엔트로피가 상태량이므로 각 구간의 가역적인 정압·정적 변화에 대한 엔트로피 변화를 더하면 전체 $S_B - S_A$를 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

정압 과정 $A \to C$에서는 $\frac{T_C}{T_A} = \frac{V_C}{V_A} = \frac{V_B}{V_A}$이므로
$\Delta S_{A \to C} = C_p \ln \frac{V_B}{V_A}$
정적 과정 $C \to B$에서는 $\frac{T_B}{T_C} = \frac{p_B}{p_C} = \frac{p_B}{p_A}$이므로
$\Delta S_{C \to B} = C_V \ln \frac{p_B}{p_A}$
따라서
$S_B - S_A = C_p \ln \frac{V_B}{V_A} + C_V \ln \frac{p_B}{p_A}$
또한 $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$이므로 $C_p = \gamma C_V$이다. 이를 대입하면
$S_B - S_A = C_V \ln \frac{p_B V_B^{\gamma}}{p_A V_A^{\gamma}}$
이 된다.

선지별 해설

① O: 계산 결과 $S_B - S_A = C_V \ln \frac{p_B V_B^{\gamma}}{p_A V_A^{\gamma}}$와 정확히 일치한다.
② X: 틀린 표현은 로그 앞의 계수를 C_p로 둔 부분이다. 전체 식을 정리하면 앞에 남는 계수는 C_V이며, 올바르게는 $C_V \ln \frac{p_B V_B^{\gamma}}{p_A V_A^{\gamma}}$이다.
③ X: 틀린 표현은 분자와 분모의 위치를 바꾼 부분이다. 이 식은 $C_V \ln \frac{p_A V_A^{\gamma}}{p_B V_B^{\gamma}} = -(S_B - S_A)$이므로 $S_A - S_B$를 나타낸다. 올바르게는 $C_V \ln \frac{p_B V_B^{\gamma}}{p_A V_A^{\gamma}}$이다.
④ X: 틀린 표현은 전체 계수를 C_p로 둔 점과 분자·분모를 뒤집은 점이다. 이 식은 계수와 부호가 모두 맞지 않으며, 올바르게는 $C_V \ln \frac{p_B V_B^{\gamma}}{p_A V_A^{\gamma}}$이다.

오답 포인트

정압 구간에서는 C_p, 정적 구간에서는 C_V가 나오므로 마지막 정리식의 바깥 계수까지 C_p로 착각하기 쉽다. 또한 $S_B - S_A$를 묻는데 ③, ④처럼 분자와 분모를 바꾸어 $S_A - S_B$ 형태를 고르는 부호 실수가 자주 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

과정이 둘 이상으로 나뉘면 각 구간의 엔트로피 변화를 따로 구해 합친다. 정압에서는 $T \propto V$, 정적에서는 $T \propto p$를 먼저 연결하면 어떤 열용량이 붙는지와 로그의 부호를 안정적으로 판단할 수 있다.

암기 포인트

1몰 이상기체의 엔트로피 변화는 $\Delta S = C_V \ln \frac{p_2}{p_1} + C_p \ln \frac{V_2}{V_1} = C_V \ln \frac{p_2 V_2^{\gamma}}{p_1 V_1^{\gamma}}$로 정리된다.

NoteBase

문 16. 나무토막이 물 위에 떠 있다. 나무토막의 전체 부피의 40%가 수면 위에 나와 있다면 나무토막의 밀도는? (단, 물의 밀도는 $1000kg/m^3$이다.)

① $200kg/m^3$
② $400kg/m^3$
③ $600kg/m^3$
④ $800kg/m^3$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 물에 뜬 물체의 잠긴 부피 비율이 곧 밀도 비가 된다는 부력 평형을 이용해 나무토막의 밀도를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 물의 밀도는 $1000kg/m^3$이다.
구해야 할 값: 나무토막의 밀도이다.
주의할 조건: 전체 부피의 40%가 수면 위에 있으므로 물속에 잠긴 부피는 60%이다.

사용할 공식

떠 있는 물체는 무게와 부력이 같으므로
_물체Vg = _물V_잠김g
이다.
따라서
_물체 = _물 × V_잠김V
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 나무토막이 물 위에 정지해 떠 있으므로 부력과 중력이 평형을 이루기 때문이다.

계산 과정

1. 수면 위로 나온 부피가 40%이므로 잠긴 부피 비율은 60%이다.
2. V_잠김V=0.6을 공식에 대입한다.
3. _물체 = 1000 × 0.6 = 600 kg/m^3
따라서 나무토막의 밀도는 $600kg/m^3$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 200kg/m^{3}는 잠긴 부피가 전체의 20%일 때의 값이다. 이 값이면 수면 위로 80%가 나와야 하므로 조건과 맞지 않는다.
- 틀린 값 200kg/m^3 → 올바르게는 600kg/m^{3}이다.

② X
- 400kg/m^{3}는 잠긴 부피를 40%로 잘못 본 값이다. 문제의 40%는 수면 위로 나온 비율이지 잠긴 비율이 아니다.
- 틀린 값 400kg/m^3 → 올바르게는 600kg/m^{3}이다.

③ O
- 수면 위 40%이면 잠긴 부피는 60%이므로 물체의 밀도는 물의 밀도의 60%이다.
- $1000 \times 0.6 = 600$이므로 600kg/m^{3}가 맞다.

④ X
- 800kg/m^{3}는 잠긴 부피가 80%일 때의 값이다. 이 값이면 수면 위로 나온 부분은 20%뿐이므로 제시된 조건과 다르다.
- 틀린 값 800kg/m^3 → 올바르게는 600kg/m^{3}이다.

오답 포인트

가장 흔한 함정은 수면 위 40%를 잠긴 비율 40%로 바꾸어 계산하는 실수이다. 떠 있는 물체에서는 잠긴 비율만 밀도비에 직접 들어가므로 먼저 100%에서 40%를 빼서 60%를 만든 뒤 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

떠 있는 물체 문제는 먼저 잠긴 부피 비율을 구한 뒤 _물체/_유체 = V_잠김/V를 적용하면 된다. 수면 위 비율이 주어지면 바로 쓰지 않고 반드시 잠긴 비율로 바꾼다.

암기 포인트

떠 있으면 밀도비 = 잠긴 부피비이다.

NoteBase

문 17. 밀폐되고 마찰이 없는 피스톤-실린더 기구에 담긴 부피 1리터의 단원자 분자 이상기체가 3기압을 유지하면서 부피 3리터로 팽창하였다. 이 과정에서 이상기체에 가해진 열량은? (단, 1기압은 1×10^5Pa 이다.)

① 300 J

② 600 J

③ 900 J

④ 1500 J

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 정압 팽창하는 단원자 이상기체에 대해 $Q = \Delta U + W$를 적용하여 열량을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 압력은 3기압, 처음 부피는 1리터, 나중 부피는 3리터이다.
구해야 할 값: 과정에서 기체에 가해진 열량 Q이다.
주의할 조건: 압력이 일정하므로 정압 과정이고, 부피 변화는 3리터가 아니라 $\Delta V = 2$리터이다. 또한 1기압은 $1 \times 10^5 Pa$, 1리터는 $10^{-3} m^3$이다.

사용할 공식

$Q = \Delta U + W$
$W = P\Delta V$
단원자 이상기체의 내부에너지 변화는 $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$이고, 정압 과정에서는 $nR\Delta T = P\Delta V$이므로
$\Delta U = \frac{3}{2} P\Delta V$
따라서
$Q = \frac{5}{2} P\Delta V$
이 공식을 쓰는 이유는 압력이 일정한 정압 팽창이며, 단원자 이상기체의 내부에너지가 온도에만 비례하기 때문이다.

계산 과정

1. 압력을 SI 단위로 바꾸면 $P = 3 \times 10^5 Pa$이다.
2. 부피 변화는 $\Delta V = (3 - 1)$리터 $= 2 \times 10^{-3} m^3$이다.
3. 일은 $W = P\Delta V = (3 \times 10^5)(2 \times 10^{-3}) = 600J$이다.
4. 내부에너지 변화는 $\Delta U = \frac{3}{2} P\Delta V = \frac{3}{2} \times 600 = 900J$이다.
5. 따라서 가해진 열량은 $Q = \Delta U + W = 900 + 600 = 1500J$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 300 J라는 판단은 틀리다. 틀린 표현은 "열량이 300 J이다"이다. 올바르게는 열량은 1500 J이다. 300 J는 처음 상태의 PV 값이거나, 부피 변화를 1리터로 잘못 잡았을 때 나오는 값이다.
② X: 600 J라는 판단은 틀리다. 틀린 표현은 "열량이 600 J이다"이다. 올바르게는 600 J는 정압 팽창에서 기체가 한 일 W이고, 열량은 여기에 내부에너지 증가분까지 더한 1500 J이다.
③ X: 900 J라는 판단은 틀리다. 틀린 표현은 "열량이 900 J이다"이다. 올바르게는 900 J는 단원자 이상기체의 내부에너지 변화 ΔU이고, 실제 열량은 $Q = \Delta U + W$이므로 1500 J이다.
④ O: 1500 J가 맞다. 정압 과정에서 $P\Delta V = 600J$, 단원자 이상기체이므로 $\Delta U = \frac{3}{2}P\Delta V = 900J$가 되어 $Q = 1500J$가 된다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 부피가 3리터가 되었다는 문장을 그대로 넣어 ΔV = 3리터로 착각하거나, 열량 Q, 일 W, 내부에너지 변화 ΔU를 서로 같은 값으로 보는 데 있다. ②와 ③은 각각 일만 구한 경우와 내부에너지 변화만 구한 경우를 노린 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

정압 기체 문제는 먼저 ΔV를 정확히 잡고, 다음에 $W = P\Delta V$를 구한 뒤, 단원자이면 $\Delta U = \frac{3}{2}P\Delta V$를 더해 Q를 판단한다. 열량, 일, 내부에너지 변화를 같은 양으로 두지 않는 것이 판단 기준이다.

암기 포인트

단원자 이상기체의 정압 과정에서는 $W = P\Delta V$, $\Delta U = \frac{3}{2}P\Delta V$, $Q = \frac{5}{2}P\Delta V$이다.

NoteBase

문 18. 물체의 속력이 $0.6c$일 때 상대론적 운동 에너지를 K_1, 속력이 $0.8c$일 때 상대론적 운동 에너지를 K_2라 할 때, $\frac{K_2}{K_1}$는? (단, c는 진공에서의 광속이다.)

① $\frac{16}{9}$
② $\frac{8}{3}$
③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{14}{3}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상대론적 운동 에너지 $K=(\gamma-1)mc^2$를 이용해 두 속도에서의 운동 에너지 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $v_1=0.6c$, $v_2=0.8c$
구해야 할 값: K_2/K_1
주의할 조건: 상대론적 운동 에너지는 γmc^2가 아니라 $(\gamma-1)mc^2$를 써야 한다.

사용할 공식

상대론적 운동 에너지는 $K=(\gamma-1)mc^2$, 로런츠 인자는 $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 속력이 빛의 속도의 0.6배, 0.8배로 주어져 고전역학의 12 mv^2가 아니라 상대론 공식을 적용해야 하기 때문이다.

계산 과정

먼저 $v_1=0.6c$일 때
$\gamma_1=\frac{1}{\sqrt{1-0.6^2}}=\frac{1}{\sqrt{0.64}}=\frac{5}{4}$
따라서
$K_1=(\gamma_1-1)mc^2=\left(\frac{5}{4}-1\right)mc^2=\frac{1}{4}mc^2$
다음으로 $v_2=0.8c$일 때
$\gamma_2=\frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}}=\frac{1}{\sqrt{0.36}}=\frac{5}{3}$
따라서
$K_2=(\gamma_2-1)mc^2=\left(\frac{5}{3}-1\right)mc^2=\frac{2}{3}mc^2$
그러므로
$\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{2}{3}mc^2}{\frac{1}{4}mc^2}=\frac{8}{3}$

NoteBase

선지 판단

1번 X: K_2/K_1를 16/9로 둔 부분이 틀렸다. 16/9는 고전역학적으로 v^2의 비만 비교할 때 나오는 값이고, 상대론적 운동 에너지 비의 올바른 값은 8/3이다.
2번 O: 계산 결과 $K_2/K_1 = 8/3$이므로 옳다.
3번 X: K_2/K_1를 10/3으로 둔 부분이 틀렸다. 올바르게는 로런츠 인자에서 1을 뺀 뒤 운동 에너지를 구해야 하므로 값은 8/3이다.
4번 X: K_2/K_1를 14/3으로 둔 부분이 틀렸다. 상대론적 운동 에너지 계산 결과와 맞지 않으며, 올바른 값은 8/3이다.

오답 포인트

상대론 문제에서 γ 자체의 비나 v^2의 비를 바로 비교하면 틀린다. 운동 에너지는 반드시 $\gamma - 1$ 부분만 남겨서 비교해야 한다는 점이 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

속력이 c의 상당한 비율로 주어지면 먼저 고전식이 아니라 상대론식인지 판단한다. 그다음 γ를 구하고, $K = (\gamma - 1)mc^2$로 바꾼 뒤 공통인 mc^2를 약분해 비를 계산한다.

암기 포인트

상대론적 운동 에너지는 γmc^2가 아니라 $(\gamma - 1)mc^2$이다.

NoteBase

문 19. 수소원자에서 방출되는 선스펙트럼 종류로 라이만, 파센, 브레킷 계열 등이 있으며 실험식은 $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$로 주어진다. n, n'은 모두 자연수이고, $n>n'$일 때 빛을 방출할 수 있다고 한다. 수소 원자의 에너지 준위 $E_{n'}, E_n$을 바르게 표시한 것은?

① $E_n=-\frac{hcR}{n^2},\ E_{n'}=-\frac{hcR}{n'^2}$
② $E_n=-\frac{n^2}{hcR},\ E_{n'}=-\frac{n'^2}{hcR}$
③ $E_n=-\frac{n}{hcR},\ E_{n'}=-\frac{n'}{hcR}$
④ $E_n=-\frac{hcR}{n^4},\ E_{n'}=-\frac{hcR}{n'^4}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 수소 원자의 에너지 준위 E_n와 리드베리 식 $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$를 연결해 에너지 준위의 형태를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 주어진 식: $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$
- 조건: $n>n'$일 때 높은 준위 n에서 낮은 준위 n'로 내려오며 빛을 방출한다.
- 구해야 할 값: 수소 원자의 에너지 준위 $E_n, E_{n'}$
- 주의할 조건: 스펙트럼 식은 에너지값 자체가 아니라 두 준위의 에너지 차와 연결된다.

사용할 공식

방출된 광자의 에너지는 $E_n-E_{n'}$이고, 동시에 $E_{ph}=\frac{hc}{\lambda}$이다.
$E_n-E_{n'}=\frac{hc}{\lambda}=hcR\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$
이 공식을 쓰는 이유:
리드베리 식이 방출 광자의 에너지, 즉 두 준위의 차이를 직접 나타내기 때문이다.

계산 과정

1. $n>n'$이므로 초기 상태는 n, 최종 상태는 n'이다.
2. 방출 에너지는 $E_n-E_{n'}$이므로 $\frac{hc}{\lambda}=E_n-E_{n'}$이다.
3. 리드베리 식에 hc를 곱하면 $\frac{hc}{\lambda}=hcR\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$가 된다.
4. 두 식을 비교하면 $E_n=-\frac{hcR}{n^2}, E_{n'}=-\frac{hcR}{n'^2}$일 때 정확히 일치한다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- $E_n = -\frac{hcR}{n^2}, E_{n'} = -\frac{hcR}{n'^2}$이면 $E_n - E_{n'} = hcR\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$가 되어 주어진 식과 완전히 일치한다.

② X
- 틀린 표현은 에너지가 n^2에 비례한다고 둔 부분이다. 이렇게 두면 에너지 차가 $n^2 - n'^2$ 꼴이 되어 리드베리 식의 제곱 역수 차 형태와 맞지 않는다.
- 올바르게는 $E_n = -\frac{hcR}{n^2}, E_{n'} = -\frac{hcR}{n'^2}$처럼 n^2에 반비례해야 한다.

③ X
- 틀린 표현은 에너지가 n에 반비례한다고 둔 부분이다. 이렇게 두면 에너지 차가 $\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}$ 꼴이 되어 주어진 식을 만들 수 없다.
- 올바르게는 분모가 n이 아니라 n^2여야 한다.

④ X
- 틀린 표현은 분모가 n^4인 부분이다. 이렇게 두면 에너지 차가 $\frac{1}{n'^4} - \frac{1}{n^4}$ 꼴이 되어 리드베리 식과 맞지 않는다.
- 올바르게는 분모가 n^4가 아니라 n^2이다.

오답 포인트

리드베리 식의 $\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}$를 보고도 이것이 에너지 준위 자체가 아니라 에너지 차이라는 점을 놓치기 쉽다. 그래서 n^2, n, n^4 같은 형태를 그대로 대입하는 오답에 걸리기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

수소 스펙트럼 문제는 먼저 $\frac{hc}{\lambda}$를 두 준위의 에너지 차와 연결한 뒤, 식의 핵심 꼴이 $\frac{1}{n^2}$인지 확인하면 된다. 에너지 준위는 $-\frac{1}{n^2}$ 꼴이라는 점을 기준으로 선지를 판단할 수 있다.

암기 포인트

수소 원자 준위는 $E_n = -\frac{hcR}{n^2}$이고, 방출 스펙트럼은 두 준위 차 $\Delta E = hcR\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$로 연결된다.

NoteBase

문 20. 광전 효과는 빛을 금속판에 쪼여줄 때 금속판으로부터 전자가 방출되는 현상이다. 광전 효과에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 전자가 금속판으로부터 방출될 때, 빛의 세기가 증가하더라도 방출되는 전자의 수는 일정하다.

② 금속판으로부터 전자가 방출되느냐 그렇지 않느냐는 빛의 진동수와 관계가 있다.

③ 전자의 운동 에너지는 빛의 진동수와는 상관없이 빛의 세기가 증가할수록 커진다.

④ 금속의 종류와 상관없이 빛의 세기가 충분히 강하면 전자는 금속판으로부터 일정 시간 후에 방출된다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 광전 효과에서 방출 여부를 결정하는 기준과 빛의 세기·진동수가 각각 전자 수와 운동 에너지에 어떻게 작용하는지를 구별할 수 있는지를 묻는다.

핵심 개념

광전 효과는 금속 표면에 빛을 비출 때 임계진동수 이상이면 전자가 즉시 방출되는 현상이다. 방출 여부와 전자의 최대 운동 에너지는 빛의 진동수가 결정하고, 방출되는 전자의 수는 빛의 세기가 결정한다. 임계진동수는 금속의 종류마다 다르다.

선지별 해설

1번 X: 틀린 부분은 "빛의 세기가 증가하더라도 방출되는 전자의 수는 일정하다"이다. 실제로는 임계진동수 이상인 빛이라면 세기가 커질수록 단위시간에 입사하는 광자 수가 많아져 방출 전자 수도 증가한다.
2번 O: 금속판에서 전자가 방출되려면 빛의 진동수가 그 금속의 임계진동수 이상이어야 한다. 따라서 전자가 방출되느냐의 여부는 빛의 진동수와 직접 관계가 있다.
3번 X: 틀린 부분은 "전자의 운동 에너지는 빛의 진동수와는 상관없이 빛의 세기가 증가할수록 커진다"이다. 실제로는 전자의 최대 운동 에너지는 빛의 진동수에 따라 결정되고, 빛의 세기는 방출 전자의 수를 바꿀 뿐 각 전자의 운동 에너지를 키우지 않는다.
4번 X: 틀린 부분은 "금속의 종류와 상관없이", "빛의 세기가 충분히 강하면", "일정 시간 후에"이다. 실제로는 금속마다 임계진동수가 달라 금속의 종류가 중요하고, 세기가 아니라 진동수가 임계값을 넘어야 하며, 조건이 맞으면 전자는 지연 없이 즉시 방출된다.

오답 포인트

빛의 세기와 진동수의 역할을 서로 바꾸어 기억하면 틀리기 쉽다. 3번처럼 세기가 운동 에너지를 정한다고 착각하거나 4번처럼 세기만 충분하면 방출된다고 생각하는 것이 대표적인 함정이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

광전 효과 문항은 먼저 방출 여부를 묻는지, 전자 수를 묻는지, 운동 에너지를 묻는지를 구분하면 된다. 방출 여부와 운동 에너지는 진동수, 방출 전자 수는 세기, 임계진동수는 금속 종류와 연결해서 판단한다.

암기 포인트

광전 효과는 진동수가 문을 열고, 세기는 사람 수를 늘리며, 방출은 즉시 일어난다.

NoteBase