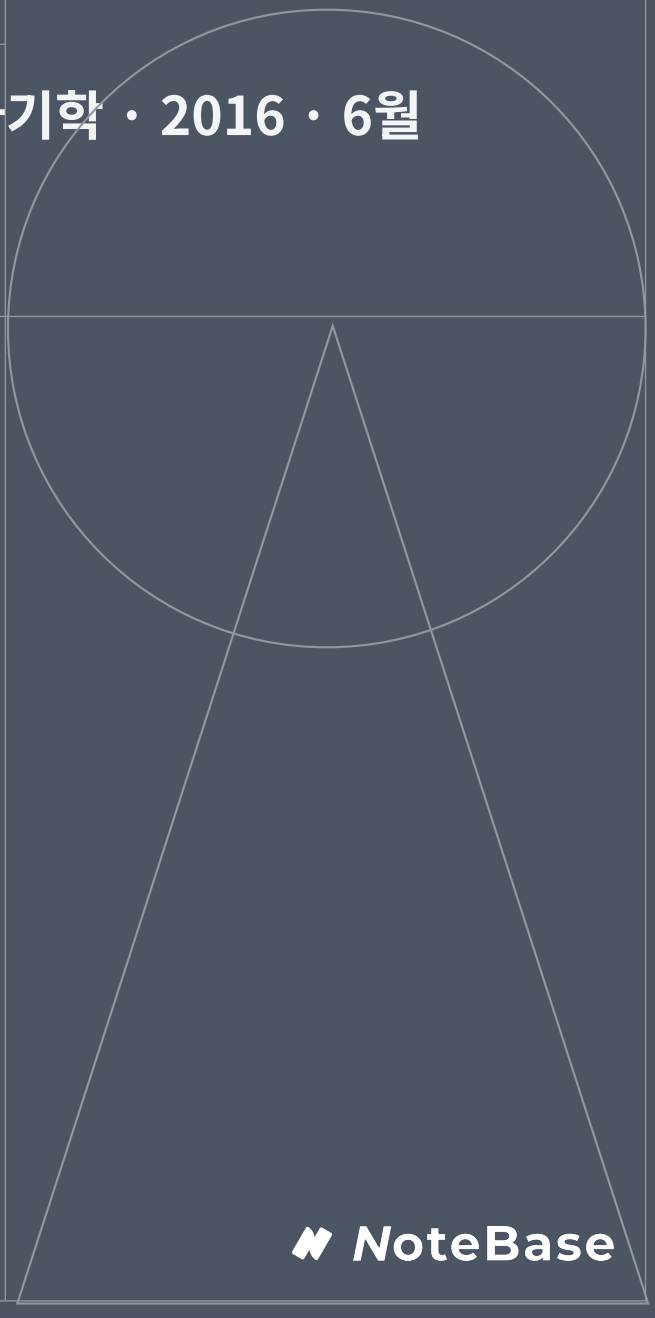
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2016 · 6월



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2016 · 6월

공무원/서울시/7급 · 전기자기학 · 2016 · 6월

문 1. 원통좌표계 (r, ϕ, z)에서 벡터 $A = r\sin\phi\hat{r} + 2r\cos\phi\hat{\phi} + 2z^2\hat{z}$로 주어질 때, 이 벡터의 발산 $(\nabla \cdot A)$을 나타낸 것은?

① 0

② $4z$

③ $2\sin\phi$

④ $2\cos\phi$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 원통좌표계에서 벡터의 발산 공식 $\nabla \cdot \mathbf{A}$를 정확히 적용해 스칼라값을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 벡터는 $\mathbf{A} = r\sin\phi\hat{r} + 2r\cos\phi\hat{\phi} + 2z^2\hat{z}$이다.
따라서 $A_r = r\sin\phi$, $A_\phi = 2r\cos\phi$, $A_z = 2z^2$로 둔다.
구해야 할 값은 원통좌표계에서의 $\nabla \cdot \mathbf{A}$이다.

사용할 공식

원통좌표계 (r, ϕ, z)에서 발산은
$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$
이다.
문제가 원통좌표계 성분 A_r, A_ϕ, A_z를 직접 주었으므로 직교좌표계 공식이 아니라 원통좌표계 발산 공식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

첫째, 반지름 성분은
$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\sin\phi) = 2\sin\phi$
이다.

둘째, 방위각 성분은
$\frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \phi}(2r\cos\phi) = -2\sin\phi$
이다.

셋째, 축방향 성분은
$\frac{\partial A_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(2z^2) = 4z$
이다.

따라서
$\nabla \cdot \mathbf{A} = 2\sin\phi - 2\sin\phi + 4z = 4z$
이다.

선지 판단

① X: 계산 결과는 $4z$이므로 0이 아니다. $2\sin\phi$와 $-2\sin\phi$는 서로 소거되지만 $A_z = 2z^2$에서 나오는 $4z$ 항은 남는다. 틀린 표현 0은 올바르게는 $4z$이다.
② O: 원통좌표계 발산 공식의 세 항을 모두 더하면 $4z$가 된다. 따라서 정답 선지이다.
③ X: $2\sin\phi$는 $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r)$만 계산한 값이다. 방위각 성분의 $-2\sin\phi$와 축방향 성분의 $4z$를 함께 더해야 하므로 올바르게는 $4z$이다.
④ X: $2\cos\phi$는 방위각 성분 $A_\phi = 2r\cos\phi$를 r로 나누는 식으로 잘못 처리할 때 떠올리기 쉬운 값이다. 발산에서는 A_ϕ를 ϕ에 대해 미분해야 하므로 해당 항은 $-2\sin\phi$가 되고, 전체 결과는 $4z$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 원통좌표계 발산 공식의 $\frac{1}{r}$ 계수와 rA_r 형태를 빠뜨리거나, A_ϕ를 ϕ에 대해 미분하지 않는 실수이다. 특히 앞의 두 항이 $2\sin\phi$와 $-2\sin\phi$로 소거된 뒤에도 z 성분의 미분값 $4z$가 남는다는 점이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

원통좌표계 발산 문제는 성분을 A_r, A_ϕ, A_z로 먼저 나눈 뒤 $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r)$, $\frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$, $\frac{\partial A_z}{\partial z}$를 각각 계산해 더하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

원통좌표계 발산은 r 성분에만 rA_r가 붙고, ϕ 성분은 ϕ로 미분하며, z 성분은 그대로 z로 미분한다.

NoteBase

문 2. 자유공간 위에 두 개의 동일한 점전하 $Q = 20[\mathrm{nC}]$가 $x = 2[\mathrm{m}]$와 $x = 4[\mathrm{m}]$에 위치하고 있다. 원점에서의 전위[V]는? (단, $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$로 한다.)

① 135

② 198

③ 261

④ 459

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 여러 점전하가 만드는 전위를 스칼라 합으로 계산하는 문제이다.

조건 정리

두 점전하는 모두 $Q = 20[\mathrm{nC}] = 20 \times 10^{-9}[\mathrm{C}]$이다.
전하의 위치는 $x = 2[\mathrm{m}]$, $x = 4[\mathrm{m}]$이고, 원점에서 각 전하까지의 거리는 $r_1 = 2[\mathrm{m}]$, $r_2 = 4[\mathrm{m}]$이다.
주어진 $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$에서 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$이다.

사용할 공식

점전하에 의한 전위는 $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$이다.
전위는 벡터가 아니라 스칼라이므로 두 전하가 만드는 전위를 방향 부호 없이 더한다.

계산 과정

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r_1} + \frac{Q}{r_2}\right)$
$V = 9 \times 10^9 \cdot 20 \times 10^{-9}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$
$V = 180(0.5 + 0.25) = 180 \times 0.75 = 135[\mathrm{V}]$

선지 판단

1번 135: O. 계산 결과가 135[V]이므로 옳은 값이다.
2번 198: X. 이 값은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0.75$를 적용한 결과가 아니다. 올바르게는 135[V]이다.
3번 261: X. 거리 2[m], 4[m]에 대해 각 전위를 합하면 261[V]가 나오지 않는다. 올바르게는 135[V]이다.
4번 459: X. 전위는 두 전하의 기여를 $1/r$로 더해야 하며, 조건을 대입하면 459[V]가 아니다. 올바르게는 135[V]이다.

NoteBase

오답 포인트

전기장은 벡터 합이지만 전위는 스칼라 합이다. 또한 20[nC]를 20×10^{-9}[C]로 바꾸고, 거리 역수 1/2와 1/4를 각각 더해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

점전하 전위 문제는 전하량 단위 변환, 관측점까지의 거리, $V = kQ/r$의 스칼라 합 순서로 판단한다.

암기 포인트

점전하 전위는 $V = kQ/r$이고, 여러 전하의 전위는 방향을 따지지 않고 대수적으로 더한다.

NoteBase

문 3. 인덕터 코일에 전류를 1초 동안 20[A]에서 10[A]로 감소시켰더니 10[V]의 유도기전력이 발생하였다. 이 코일의 인덕턴스 값은?

① 0.5mH

② 0.5H

③ 1H

④ 2H

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 인덕터의 유도기전력과 전류 변화율의 관계 $|e| = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$를 이용해 인덕턴스 L을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 전류는 1초 동안 20 A에서 10 A로 감소하고, 유도기전력의 크기는 10 V이다.
구해야 할 값: 코일의 인덕턴스 L이다.
주의할 조건: 전류가 감소하므로 ΔI의 부호는 음수이지만, 보기의 인덕턴스는 양의 값이므로 유도기전력의 크기를 사용한다.

사용할 공식

인덕터의 유도기전력은 $e = -L\frac{dI}{dt}$이고, 크기로 계산하면 $|e| = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$이다.
전류 변화량과 시간이 직접 주어졌으므로 전류 변화율을 구해 L을 역산한다.

계산 과정

$\Delta I = 10 - 20 = -10\text{A}$
$\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| = \frac{10\text{A}}{1\text{s}} = 10\text{A/s}$
$L = \frac{|e|}{\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|} = \frac{10\text{V}}{10\text{A/s}} = 1\text{H}$
따라서 코일의 인덕턴스는 1H이다.

선지 판단

① X: 0.5mH = 0.0005H이면 전류 변화율 10A/s에서 유도기전력은 0.005 V가 되어 10 V와 맞지 않는다. 틀린 표현은 0.5 mH이고, 올바르게는 1 H이다.
② X: 0.5H이면 유도기전력은 $0.5 \times 10 = 5\text{V}$가 되어 부족하다. 틀린 표현은 0.5 H이고, 올바르게는 1 H이다.
③ O: 계산 결과 $L = 1\text{H}$이므로 주어진 유도기전력 10 V를 만족한다.
④ X: 2H이면 유도기전력은 $2 \times 10 = 20\text{V}$가 되어 너무 크다. 틀린 표현은 2 H이고, 올바르게는 1 H이다.

NoteBase

오답 포인트

전류가 감소했다는 말 때문에 부호에 매달리거나, 1초 동안 10 A 변했다는 사실을 놓치면 오답이 된다. 특히 ①은 mH를 H처럼 취급하는 단위 착각이고, ②와 ④는 $|e| = L|\Delta I/\Delta t|$에서 전류 변화율 10A/s를 제대로 반영하지 않은 값이다.

다시 나오면 이렇게 판단

인덕터에서 전류 변화와 유도기전력이 함께 주어지면 먼저 $\Delta I/\Delta t$를 구하고, 유도기전력의 크기를 그 변화율로 나누어 L을 판단한다.

암기 포인트

인덕터는 $|e| = L|dI/dt|$이고, 인덕턴스는 유도기전력의 크기를 전류 변화율의 크기로 나눈 값이다.

NoteBase

문 4. 직각 좌표계에서 2개의 동일한 균일 선전하가 x축과 y축을 따라 놓여 있다. 선전하밀도가 $\rho_\ell = 20[\mu C/m]$일 때, P점 $(3, 3, 3)[m]$에서의 전속밀도 $\vec{D}[\mu C/m^2]$는? (단, $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$는 각각 직각좌표계에서 x, y, z 축의 단위 방향 벡터이다.)

① $\frac{20}{2\pi(3\sqrt{2})}\left(\frac{\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{2}}\right)$
② $\frac{20}{2\pi(3\sqrt{2})}\left(\frac{\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{3}}\right)$
③ $\frac{20}{2\pi(3\sqrt{3})}\left(\frac{\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{2}}\right)$
④ $\frac{20}{2\pi(3\sqrt{3})}\left(\frac{\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{3}}\right)$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 무한 직선 균일 선전하의 전속밀도 공식 $D = \rho_l/(2\pi r)\hat{a}_r$를 두 축 전하에 각각 적용한 뒤 벡터 합을 구하는 문제이다.

조건 정리

선전하: 동일한 균일 선전하 2개가 x축과 y축에 놓여 있다.
선전하밀도: $\rho_l = 20\mu$C/m이다.
관측점: $P(3, 3, 3)$이다.
구할 값: P점에서의 전속밀도 $\vec{D}[\mu\text{C/m}^2]$이다.

사용할 공식

무한 직선 선전하에서 거리 r만큼 떨어진 점의 전속밀도는 $\vec{D} = \frac{\rho_l}{2\pi r}\hat{a}_r$ 이다.
이 공식은 문제의 전하가 축 방향으로 놓인 균일 선전하이고, 전속밀도가 선전하로부터의 수직거리와 수직방향 단위벡터로 결정되기 때문에 사용된다.

계산 과정

x축 선전하에서 $P(3, 3, 3)$까지의 수직 성분은 $3\hat{j} + 3\hat{k}$이므로 $r_x = 3\sqrt{2}$, 방향은 $(\hat{j} + \hat{k})/\sqrt{2}$이다.
따라서 x축 선전하의 전속밀도는 $\vec{D}_x = \frac{20}{2\pi(3\sqrt{2})}\frac{\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{2}}$ 이다.
y축 선전하에서 P까지의 수직 성분은 $3\hat{i} + 3\hat{k}$이므로 $r_y = 3\sqrt{2}$, 방향은 $(\hat{i} + \hat{k})/\sqrt{2}$이다.
따라서 y축 선전하의 전속밀도는 $\vec{D}_y = \frac{20}{2\pi(3\sqrt{2})}\frac{\hat{i}+\hat{k}}{\sqrt{2}}$ 이다.
두 전속밀도를 더하면 $\vec{D} = \frac{20}{2\pi(3\sqrt{2})}\frac{\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{2}}$ 이다.

NoteBase

선지 판단

① O: 수직거리가 두 선전하 모두 $3\sqrt{2}$이고, 방향벡터의 합이 $(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})/\sqrt{2}$이므로 계산 결과와 일치한다.
② X: 분모의 수직거리 $3\sqrt{2}$는 맞지만, 방향 합의 분모를 $\sqrt{3}$으로 둔 점이 틀리다. 올바르게는 각 선전하의 방향벡터 $(\hat{j}+\hat{k})/\sqrt{2}$, $(\hat{i}+\hat{k})/\sqrt{2}$를 더한 $(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})/\sqrt{2}$이다.
③ X: 방향 합의 분모 $\sqrt{2}$는 맞지만, 선전하에서 점까지의 수직거리를 $3\sqrt{3}$으로 둔 점이 틀리다. 올바르게는 축 방향 좌표를 제외한 두 좌표만 사용하므로 $r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$이다.
④ X: 수직거리를 $3\sqrt{3}$으로 두고 방향 합의 분모도 $\sqrt{3}$으로 둔 점이 모두 틀리다. 올바른 식은 $20/[2\pi(3\sqrt{2})]$에 $(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})/\sqrt{2}$를 곱한 형태이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 점 (3, 3, 3)과 원점 사이의 거리 $3\sqrt{3}$을 선전하까지의 거리로 착각하는 것이다. 무한 선전하 공식의 r은 원점까지의 거리가 아니라 해당 선전하 축까지의 수직거리이다. 또한 두 선전하의 기여를 더한 뒤 전체 벡터를 임의로 정규화하면 선지 ②, ④처럼 방향 계수가 달라진다.

다시 나오면 이렇게 판단

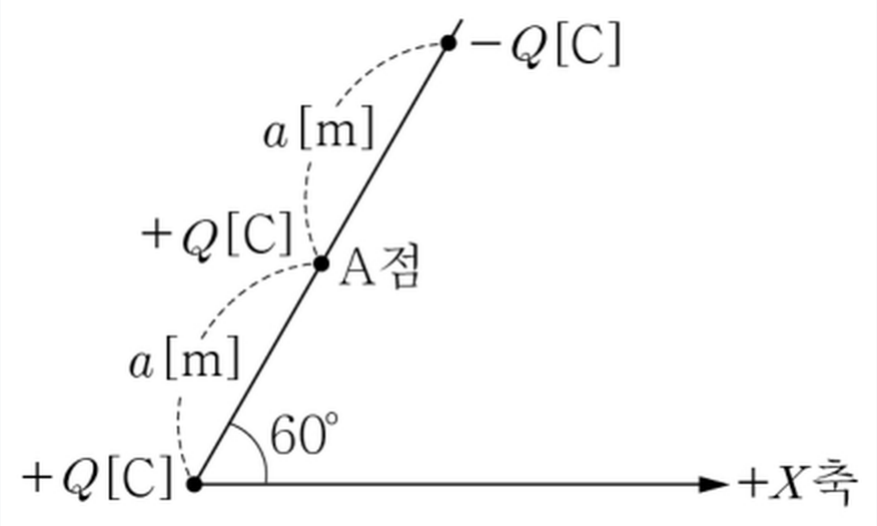
축 위의 무한 선전하 문제는 해당 축 방향 좌표를 버리고 나머지 두 좌표로 수직거리와 방향벡터를 잡는다. 여러 선전하가 있으면 각 전속밀도를 먼저 구한 뒤 $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ 성분별로 더한다.

암기 포인트

무한 선전하의 전속밀도는 $\rho_l/(2\pi r)$이고, 여기서 r은 선전하 축까지의 수직거리이다.

NoteBase

문 5. 자유공간 위에 3개의 점전하가 주어진 그림과 같이 일직선상에 위치해 있을 때, A점에 위치한 점전하에 작용하는 수평방향(+X축)으로의 총전기력의 크기[N]는?



① $\frac{\sqrt{2}Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$
② $\frac{\sqrt{3}Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$
③ $\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$
④ $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 쿨롱의 법칙으로 A점의 전하가 받는 두 전기력을 구한 뒤, 같은 직선 방향 힘의 수평 성분을 합하는 문제이다.

조건 정리

A점의 전하는 $+Q$이고, 아래쪽 전하는 $+Q$, 위쪽 전하는 $-Q$이다.
A점과 두 전하 사이의 거리는 각각 a이다.
세 전하는 $+X$축과 60 °를 이루는 같은 직선 위에 있다.
구해야 할 값은 A점 전하에 작용하는 총전기력의 $+X$축 방향 성분이다.

사용할 공식

두 점전하 사이의 전기력 크기는 $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$이다.
이 문항에서는 두 이웃 전하가 모두 A점에서 거리 a에 있고 전하량의 곱의 크기가 Q^2이므로 각 힘의 크기는 $F = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$이다.

NoteBase

계산 과정

아래쪽 $+Q$는 A점의 $+Q$를 밀어내므로 힘은 직선 위의 위쪽, 즉 $+X$ 성분을 갖는 방향이다.
위쪽 $-Q$는 A점의 $+Q$를 끌어당기므로 힘도 같은 직선 위의 위쪽, 즉 $+X$ 성분을 갖는 방향이다.
따라서 두 힘의 방향은 서로 반대가 아니라 같고, 합력의 크기는 $2F$이다.
$F_X = 2F\cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

선지 판단

① X: $\frac{\sqrt{2}Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$는 두 전기력이 같은 직선 방향으로 작용한다는 점을 반영하지 못한 값이다. 올바르게는 두 힘을 같은 방향으로 더한 뒤 $\cos 60^\circ$를 곱해 $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$가 된다.
② X: $\frac{\sqrt{3}Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$는 $2F\sin 60^\circ$에 해당하는 수직 성분 값이다. 문제는 수평 방향 $+X$ 성분을 묻기 때문에 $2F\cos 60^\circ$를 써야 한다.
③ X: $\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$는 한 전하가 만드는 힘의 수평 성분 $F\cos 60^\circ$만 계산한 값이다. 올바르게는 아래쪽 $+Q$와 위쪽 $-Q$가 만드는 두 수평 성분을 모두 더한다.
④ O: 두 전기력의 수평 성분은 각각 $F\cos 60^\circ$이고 방향이 모두 $+X$이므로 총 수평 성분은 $2F\cos 60^\circ = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 전하의 부호 때문에 두 힘이 상쇄된다고 판단하거나, 60°에서 수평 성분 대신 수직 성분을 고르는 데 있다. A점의 $+Q$는 아래쪽 $+Q$에게는 밀리고 위쪽 $-Q$에게는 끌리므로 두 힘은 모두 같은 직선 위의 위쪽 방향이다.

다시 나오면 이렇게 판단

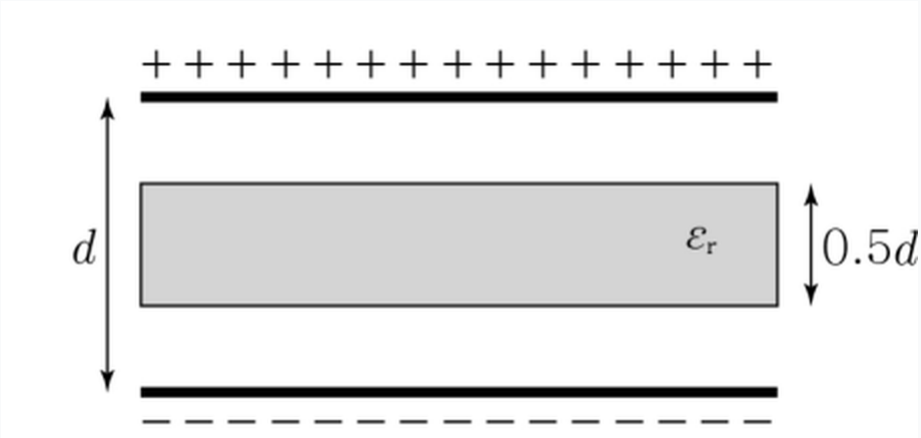
점전하 힘 문제는 먼저 각 힘의 방향을 부호로 정하고, 그 다음 크기 $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$를 구한 뒤, 문제에서 요구한 축 성분만 삼각함수로 분해하여 더한다.

암기 포인트

같은 방향의 두 힘은 먼저 더하고, 수평 성분은 $\cos\theta$를 곱한다.

NoteBase

문 6. 다음 그림과 같이, 내부가 자유공간으로 채워진 두 개의 평판 도체 사이에 비유전율이 ε_r인 평판 유전체가 위치해 있을 때, 정전용량은? (단, 두 도체 및 유전체의 면적은 A로 동일하며, ε_0는 자유공간의 유전율을 나타내고, 프린징 효과는 무시한다.)



① $\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$
② $\frac{2A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$
③ $\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{2d(1+\varepsilon_r)}$
④ $\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{4d(1+\varepsilon_r)}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 유전체가 전기장 방향으로 일부만 채워진 평행판 축전기를 직렬 연결 축전기로 환산하여 정전용량을 구하는 문제이다.

조건 정리

두 도체판 사이 전체 간격은 d이고, 유전체 두께는 $0.5d$이다.
남은 자유공간의 전체 두께도 $0.5d$로 본다.
도체판과 유전체의 면적은 모두 A이고, 유전체의 유전율은 $\varepsilon_0\varepsilon_r$이다.
구해야 할 값은 전체 등가 정전용량 C이다.

사용할 공식

전기장 방향으로 유전율이 다른 층이 나뉘면 각 층은 직렬 축전기처럼 작용한다.
$\frac{1}{C}=\sum_j \frac{t_j}{\varepsilon_j A}$
여기서 t_i는 각 층의 두께이고, ε_i는 각 층의 유전율이다.

NoteBase

계산 과정

자유공간층의 두께 합은 $d/2$, 유전체층의 두께는 $d/2$이다.
$\frac{1}{C} = \frac{d/2}{\varepsilon_0 A} + \frac{d/2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$
$\frac{1}{C} = \frac{d}{2\varepsilon_0 A}\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right) = \frac{d(1+\varepsilon_r)}{2\varepsilon_0 A \varepsilon_r}$
따라서
$C = \frac{2A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$
이다.

선지 판단

① X: $\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$는 정답의 절반이다. 각 층의 실제 두께가 $d/2$인데 이를 각각 d로 처리한 값에 해당한다. 올바르게는 $\frac{2A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$이다.
② O: 직렬 등가식에 자유공간 $d/2$와 유전체 $d/2$를 넣으면 $C = \frac{2A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$가 된다.
③ X: $\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{2d(1+\varepsilon_r)}$는 정답의 1/4이다. 전체 간격 d와 유전체 두께 $0.5d$의 관계를 반대로 키워 잡은 값이다. 올바르게는 분자에 계수 2가 붙은 $\frac{2A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$이다.
④ X: $\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{4d(1+\varepsilon_r)}$는 정답의 1/8이다. 직렬 합산에서 두께를 과대하게 반영한 값이며, 실제 등가 두께는 $\frac{d}{2}\left(1+\frac{1}{\varepsilon_r}\right)$이다. 올바르게는 $\frac{2A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}$이다.

오답 포인트

그림에서 유전체가 판 면적 방향으로 일부만 들어간 것이 아니라 전기장 방향 두께의 절반을 차지한다는 점이 핵심 함정이다. 전기장 방향으로 층이 나뉘면 병렬이 아니라 직렬 등가가 되므로, 정전용량을 직접 더하지 않고 $1/C$를 더한다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행판 사이에서 유전체가 전기장 방향으로 층을 이루면 $\frac{1}{C} = \sum \frac{t_i}{\varepsilon_i A}$로 판단한다. 면적 방향으로 나뉘면 병렬, 두께 방향으로 나뉘면 직렬이라는 기준을 적용한다.

암기 포인트

유전체가 두께 방향으로 나뉘면 직렬이고, 등가식은 $\frac{1}{C} = \sum \frac{t}{\varepsilon A}$이다.

NoteBase

문 7. 다음 중 정전계의 특성에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, 도체는 완전도체로 가정한다.)

① 도체의 표면은 등전위면이다.

② 도체 내부의 전계는 존재한다.

③ 전위가 불연속인 지점에서 전계의 세기는 무한대이다.

④ 전계의 방향과 등전위면의 법선방향은 서로 평행이다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 정전계에서 완전도체가 정전평형 상태일 때 전위, 전계, 등전위면의 관계를 묻는다.

핵심 개념

정전평형의 완전도체에서는 도체 내부 전계가 0이고, 도체 전체와 표면은 같은 전위를 갖는 등전위 영역이 된다. 전계는 전위의 공간 변화율로 주어지며 $\vec{E} = -\nabla V$이므로, 전계 방향은 등전위면의 접선 방향이 아니라 법선 방향이다.

선지별 해설

1번 O: 정전평형 상태의 완전도체에서는 자유전하가 이동해 도체 내부 전계를 0으로 만들고, 그 결과 도체 표면은 등전위면이 된다.
2번 X: 틀린 부분은 "도체 내부의 전계는 존재한다"이다. 완전도체의 정전평형 상태에서는 도체 내부 전계가 존재하지 않고 $\vec{E} = 0$이다.
3번 O: 전위가 불연속적으로 변한다고 이상화하면 전위 변화가 0에 가까운 거리에서 유한한 크기로 일어나므로 전위의 기울기, 즉 전계의 세기는 무한대로 취급된다.
4번 O: 등전위면 위의 접선 방향으로는 전위 변화가 없으므로 전계는 접선 방향 성분을 갖지 않는다. 따라서 전계 방향은 등전위면의 법선 방향과 서로 평행이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 도체에 전하가 있을 수 있다는 사실과 도체 내부에 전계가 있다는 말을 혼동하게 하는 데 있다. 전하는 도체 표면에 분포할 수 있지만, 정전평형의 완전도체 내부 전계는 0이다.

다시 나오면 이렇게 판단

정전계의 완전도체 문제가 나오면 먼저 내부 전계는 0, 도체는 등전위, 표면 전계는 등전위면의 법선 방향이라는 세 기준으로 선지를 판정한다.

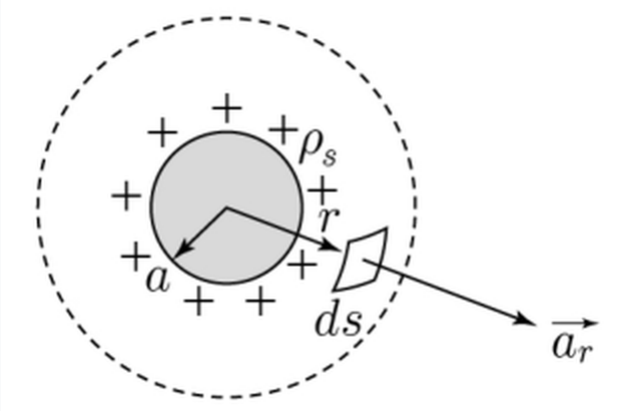
NoteBase

암기 포인트

정전평형 도체는 내부 전계 0, 표면 등전위, 전계는 등전위면에 수직이다.

NoteBase

문 8. 자유공간 위에 그림과 같이 반지름 a [m]인 구 표면에 전하가 균일하게 분포해 있고, 이때 표면전하밀도가 ρ_s [C/m^2]라면, $r > a$인 가우시안 표면에서 전계의 크기 [V/m]는?



① $\frac{a\rho_s}{\varepsilon_0 r^2}$
② $\frac{\rho_s}{a^2\varepsilon_0 r^2}$
③ $\frac{a^2 r^2 \rho_s}{\varepsilon_0}$
④ $\frac{a^2\rho_s}{\varepsilon_0 r^2}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 구 표면에 균일하게 분포한 표면전하로부터 구 밖 $r > a$ 지점의 전계 크기를 가우스 법칙으로 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 구의 반지름은 a, 표면전하밀도는 ρ_s, 관측점은 $r > a$이다.
구해야 할 값: 구 밖 구면에서의 전계 크기 E이다.
주의할 조건: 전하는 부피 전체가 아니라 구 표면에만 균일하게 분포하므로 전체 전하는 표면적 $4\pi a^2$에 ρ_s를 곱해 구한다.

사용할 공식

$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0}$
구대칭 전하분포에서 $r > a$인 가우스 면을 잡으면 전계 크기 E가 그 구면 전체에서 일정하고 법선방향과 같으므로 $E \cdot 4\pi r^2 = Q_{\text{enc}}/\varepsilon_0$가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 구 표면의 전체 전하는 $Q = \rho_s \cdot 4\pi a^2$이다.
2. 반지름 r인 가우스 구면에 대해 $E \cdot 4\pi r^2 = Q/\varepsilon_0$이다.
3. 이를 대입하면 $E \cdot 4\pi r^2 = (4\pi a^2 \rho_s)/\varepsilon_0$이다.
4. 따라서 $E = \frac{a^2 \rho_s}{\varepsilon_0 r^2}$ 이다.

선지 판단

1번 X: $\frac{a\rho_s}{\varepsilon_0 r^2}$는 a가 한 번만 곱해져 있어 전체 전하 $4\pi a^2 \rho_s$의 a^2 의존성을 반영하지 못한다. 틀린 표현은 분자 $a\rho_s$이고, 올바르게는 $a^2\rho_s$이다.
2번 X: $\frac{\rho_s}{a^2 \varepsilon_0 r^2}$는 구 반지름 a가 커질수록 전계가 작아지는 꼴이다. 그러나 표면전하밀도 ρ_s가 같으면 전체 전하는 표면적에 비례하여 a^2만큼 커진다. 틀린 표현은 분모의 a^2이고, 올바르게는 분자에 a^2가 온다.
3번 X: $\frac{a^2 r^2 \rho_s}{\varepsilon_0}$는 거리 r가 커질수록 전계가 커지는 꼴이다. 구 밖 전계는 점전하처럼 $1/r^2$에 비례하여 감소한다. 틀린 표현은 분자의 r^2이고, 올바르게는 분모의 r^2이다.
4번 O: 계산 결과 $E = \frac{a^2 \rho_s}{\varepsilon_0 r^2}$와 일치한다. 따라서 $r > a$인 구 밖에서 전계의 크기는 4번이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 표면전하밀도 ρ_s를 곧바로 전계식에 넣는 것이 아니라 전체 전하 $Q = 4\pi a^2 \rho_s$로 바꾸어야 한다는 점이다. 또한 가우스 면의 면적은 실제 전하가 놓인 구의 면적 $4\pi a^2$이 아니라 관측 반지름 r의 구면적 $4\pi r^2$이다.

다시 나오면 이렇게 판단

균일하게 대전된 구껍질의 외부 전계는 먼저 전체 전하 $Q = \rho_s 4\pi a^2$를 구한 뒤, 이를 중심에 있는 점전하처럼 보아 $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$에 대입하여 판단한다.

암기 포인트

구 표면전하의 외부 전계는 a^2에 비례하고 r^2에 반비례한다.

NoteBase

문 9. 동심 구형 콘덴서의 내외 반지름을 각각 4배로 증가시키면 정전용량은 몇 배가 되는가?

① 4

② 8

③ 10

④ 16

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 동심 구형 콘덴서의 정전용량 공식에서 내반지름과 외반지름을 같은 배율로 키울 때 정전용량이 어떻게 스케일되는지를 묻는다.

조건 정리

처음 내반지름을 a, 외반지름을 b라고 둔다.
변경 후 내반지름은 $4a$, 외반지름은 $4b$이다.
구해야 할 값은 변경 후 정전용량이 처음 정전용량의 몇 배인지이다.

사용할 공식

동심 구형 콘덴서의 정전용량은 $C = 4\pi\varepsilon\frac{ab}{b-a}$이다.
이 공식은 두 도체가 같은 중심을 갖는 구면이고 내반지름과 외반지름이 주어졌을 때 두 구면 사이 전위차와 전하량의 비로 정전용량을 구하는 상황에 해당하므로 사용된다.

계산 과정

처음 정전용량은 $C = 4\pi\varepsilon\frac{ab}{b-a}$이다.
반지름을 각각 4배로 키우면 변경 후 정전용량은
$C' = 4\pi\varepsilon\frac{(4a)(4b)}{4b-4a} = 4\pi\varepsilon\frac{16ab}{4(b-a)} = 4C$
이다. 따라서 정전용량은 4배가 된다.

NoteBase

선지 판단

1번 O: 계산 결과 $C' = 4C$이므로 정전용량은 4배가 된다.
2번 X: 8배가 아니라 4배이다. 분자만 16배에 가깝게 보고 분모 $b - a$도 4배가 되는 점을 부분적으로 놓치면 과대평가할 수 있다.
3번 X: 10배가 아니라 4배이다. 동심 구형 콘덴서 공식에서 내외 반지름의 곱과 차를 함께 반영해야 하므로 단순한 수치 조합으로 10배가 되지 않는다.
4번 X: 16배가 아니라 4배이다. $(4a)(4b)$ 때문에 분자만 16배로 보고 분모 $4b - 4a$가 4배가 되는 것을 누락한 값이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 반지름의 곱 ab만 보고 16배로 판단하는 것이다. 동심 구형 콘덴서에서는 분모 $b - a$도 길이이므로 내외 반지름을 모두 4배로 하면 분모도 4배가 되어 전체는 4배만 남는다.

다시 나오면 이렇게 판단

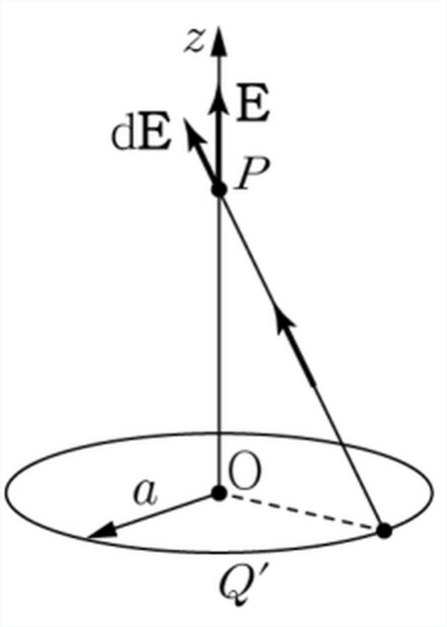
내외 반지름이 같은 배율 k로 커지면 ab는 k^2배, $b - a$는 k배가 되므로 정전용량은 k배가 된다고 판단한다.

암기 포인트

동심 구형 콘덴서에서 모든 길이를 k배 하면 정전용량도 k배가 된다.

NoteBase

문 10. 그림과 같이, 균일한 전하밀도 Q'[C/m]의 선전하가 자유 공간 내 원점 O를 중심으로 반지름 a[m]인 원형 링의 원주 방향을 따라 분포되어 있다. 그림에서 링 평면의 수직 방향인 z축 상의 임의의 점 $P(0, 0, z)$에서의 전위[V]는?



① $\frac{Q'a}{4\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}$
② $\frac{Q'a}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}$
③ $\frac{\varepsilon_0 Q'a}{2}\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}$
④ $\frac{\varepsilon_0 Q'a}{4}\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}$

정답 2번

출제 포인트

균일한 선전하가 분포한 원형 링의 축상 점에서 전위를 구할 때, 링 위 모든 미소 전하가 관측점까지 같은 거리에 있다는 점을 이용하는 문제이다.

조건 정리

선전하 밀도는 $Q'[C/m]$이다.
링의 반지름은 $a[m]$이다.
점 $P(0, 0, z)$는 링 평면에 수직인 z축 위에 있다.
링 위 임의의 미소 전하에서 점 P까지의 거리는 모두 $\sqrt{z^2+a^2}$로 같다.

NoteBase

사용할 공식

전위의 미소량은 $dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R}$이다.
이 문제에서는 링 전체에 대해 거리 $R = \sqrt{z^2 + a^2}$가 일정하므로 R을 적분 밖으로 뺄 수 있다.
전체 전하는 $q = Q' \cdot 2\pi a$이다.

계산 과정

$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}}\int dq$
$\int dq = Q' \cdot 2\pi a$
따라서
$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi a Q'}{\sqrt{z^2 + a^2}} = \frac{Q'a}{2\varepsilon_0\sqrt{z^2 + a^2}}$
이 값은 $\frac{Q'a}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}}$이다.

선지 판단

① X: $\frac{Q'a}{4\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}}$는 계수가 절반으로 작다. 틀린 표현은 분모의 $4\varepsilon_0$이며, 올바르게는 전체 전하 $2\pi a Q'$와 $4\pi\varepsilon_0$가 약분되어 $2\varepsilon_0$가 된다.
② O: $\frac{Q'a}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}}$는 전체 전하 $2\pi a Q'$를 전위 공식에 대입한 결과와 일치한다.
③ X: ε_0가 분자에 있으므로 전위 공식의 유전율 위치가 반대이다. 틀린 표현은 $\frac{\varepsilon_0 Q'a}{2}$이며, 올바르게는 $\frac{Q'a}{2\varepsilon_0}$이다.
④ X: ε_0가 분자에 있고 계수도 $\frac{1}{4}$ 형태로 잘못되어 있다. 틀린 표현은 $\frac{\varepsilon_0 Q'a}{4}$이며, 올바르게는 $\frac{Q'a}{2\varepsilon_0}$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 선전하 밀도 Q'를 전체 전하처럼 바로 대입하거나, 원둘레 $2\pi a$를 곱한 뒤 $4\pi\varepsilon_0$와 약분하는 과정을 놓치는 것이다. 특히 ①은 2π 약분 뒤 계수가 $\frac{1}{2\varepsilon_0}$가 된다는 점을 놓친 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

축상 원형 링 전위는 거리 R이 링 전체에서 일정한지 먼저 확인하고, $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{total}}{R}$에 $Q_{total} = \lambda \cdot 2\pi a$를 대입해 판단한다.

암기 포인트

원형 링의 축상 전위는 $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi a\lambda}{\sqrt{z^2 + a^2}} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_0\sqrt{z^2 + a^2}}$이다.

NoteBase

문 11. 자유공간 중의 전계 $E_1 = 15[kV/m]$가 30°의 입사각으로 비유전율 $\varepsilon_s = 3$인 기름에 닿을 때, 기름 중의 전계 $E_2[kV/m]$는? (단, 여기서 입사각은 두 매질의 경계면의 법선 축과의 각도이다.)

① $\frac{15}{\sqrt{2}}$
② $\frac{5}{\sqrt{2}}$
③ $\frac{15}{\sqrt{3}}$
④ $\frac{5}{\sqrt{3}}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 유전체 경계면에서 전계의 접선 성분과 전속밀도의 법선 성분 경계조건을 이용해 기름 속 전계의 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 자유공간의 전계 $E_1 = 15\text{kV/m}$, 입사각 $\theta_1 = 30^\circ$, 기름의 비유전율 $\varepsilon_{r2} = 3$이다.
구해야 할 값: 기름 속 전계의 크기 E_2이다.
주의할 조건: 입사각은 경계면의 법선과 이루는 각도이므로 법선 성분은 $E\cos\theta$, 접선 성분은 $E\sin\theta$이다.

사용할 공식

경계면에 자유전하가 없을 때 전계의 접선 성분은 연속이고 전속밀도의 법선 성분은 연속이다.
$E_{1t} = E_{2t}, \qquad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$
자유공간은 $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, 기름은 $\varepsilon_2 = 3\varepsilon_0$이므로 법선 전계 성분은 기름 속에서 1/3로 작아진다.

계산 과정

자유공간 쪽 전계를 법선 성분과 접선 성분으로 나누면 다음과 같다.
$E_{1n} = 15\cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$
$E_{1t} = 15\sin 30^\circ = \frac{15}{2}$
접선 성분은 그대로 이어지므로 $E_{2t} = 15/2$이다. 법선 성분은 $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$에서 다음과 같다.
$E_{2n} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{1n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$
따라서 기름 속 전계의 크기는 다음과 같다.
$E_2 = \sqrt{E_{2n}^2 + E_{2t}^2} = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} = \frac{15}{\sqrt{3}}\text{kV/m}$

NoteBase

선지 판단

1번 X: $15/\sqrt{2}\,\mathrm{kV/m}$는 계산 결과 $15/\sqrt{3}\,\mathrm{kV/m}$와 다르다. 틀린 값은 $15/\sqrt{2}$이고, 올바르게는 $15/\sqrt{3}\,\mathrm{kV/m}$이다.
2번 X: $5/\sqrt{2}\,\mathrm{kV/m}$는 기름 속 전계의 접선 성분 15/2보다도 작으므로 경계조건으로 얻은 전체 전계가 될 수 없다. 틀린 값은 $5/\sqrt{2}$이고, 올바르게는 $15/\sqrt{3}\,\mathrm{kV/m}$이다.
3번 O: 계산 결과 $E_2 = 15/\sqrt{3}\,\mathrm{kV/m}$이므로 제시값과 일치한다.
4번 X: $5/\sqrt{3}\,\mathrm{kV/m}$는 전계 전체의 크기가 아니라 계산 결과보다 과도하게 작은 값이다. 틀린 값은 $5/\sqrt{3}$이고, 올바르게는 $15/\sqrt{3}\,\mathrm{kV/m}$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 전계 전체를 단순히 비유전율 3으로 나누는 것이 아니라 법선 성분과 접선 성분을 따로 처리해야 한다는 점이다. 접선 성분 E_t는 연속이고, 법선 성분은 $D_n = \varepsilon E_n$이 연속이므로 E_n만 유전율 비에 따라 바뀐다.

다시 나오면 이렇게 판단

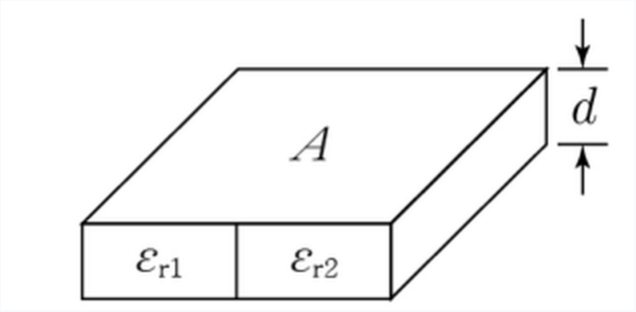
유전체 경계면 전계 문제는 입사각의 기준을 먼저 확인하고, 전계를 법선 성분과 접선 성분으로 분해한 뒤 E_t 연속과 D_n 연속을 각각 적용해 최종 크기를 계산한다.

암기 포인트

유전체 경계면에서는 접선 전계는 그대로이고, 법선 전속밀도는 그대로이다.

NoteBase

문 12. 서로 다른 비유전율 $\varepsilon_{r1}=1, \varepsilon_{r2}=2$를 갖는 동일한 크기의 두 유전체가 그림과 같이 존재할 때 커패시턴스$[F]$는? (단, 두 유전체의 부피는 동일하고, $A=2[m^2]$, $d=10^{-3}[m]$이며, 프린징 효과는 무시한다.)



① $\varepsilon_0 \times 10^3$

② $2\varepsilon_0 \times 10^3$

③ $3\varepsilon_0 \times 10^3$

④ $4\varepsilon_0 \times 10^3$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 유전체가 전극 면적 방향으로 나뉘어 들어간 평행판 커패시터를 병렬 접속된 두 커패시터로 보아 합성 커패시턴스를 구하는 문제이다.

조건 정리

전체 전극 면적은 $A=2m^2$이고 두 유전체의 부피가 동일하므로 각 유전체가 차지하는 면적은 $A/2=1m^2$이다.
판 사이 간격은 $d=10^{-3}m$이고, 상대유전율은 $\varepsilon_{r1}=1, \varepsilon_{r2}=2$이다.
두 유전체는 두께 방향으로 겹친 것이 아니라 면적 방향으로 나뉘어 있으므로 직렬이 아니라 병렬 합성으로 본다.

사용할 공식

평행판 커패시터의 커패시턴스는 $C=\varepsilon_0\varepsilon_r A/d$이다.
면적이 나뉜 두 유전체는 같은 전압을 받는 병렬 구조이므로
$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}(A/2)}{d}+\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}(A/2)}{d}$
를 사용한다.

NoteBase

계산 과정

$C = \frac{\varepsilon_0(1)(1)}{10^{-3}} + \frac{\varepsilon_0(2)(1)}{10^{-3}}$

$C = \varepsilon_0 \times 10^3 + 2\varepsilon_0 \times 10^3$

$C = 3\varepsilon_0 \times 10^3 F$

따라서 계산 결과는 $3\varepsilon_0 \times 10^3 F$이다.

선지 판단

① X: $\varepsilon_0 \times 10^3$은 $\varepsilon_{r1} = 1$인 절반 면적 부분만 계산한 값이다. 올바르게는 두 유전체 부분을 모두 더해 $3\varepsilon_0 \times 10^3$이 된다.

② X: $2\varepsilon_0 \times 10^3$은 전체 면적에 상대유전율 1만 적용하거나, 한쪽 유전체 기여를 빠뜨렸을 때의 값이다. 올바르게는 ε_{r1} 부분과 ε_{r2} 부분의 기여를 합산한다.

③ O: 각 면적이 $A/2 = 1m^2$이므로 $C_1 = \varepsilon_0 \times 10^3$, $C_2 = 2\varepsilon_0 \times 10^3$이고 합은 $3\varepsilon_0 \times 10^3$이다.

④ X: $4\varepsilon_0 \times 10^3$은 면적 절반 조건을 반영하지 않고 $\varepsilon_{r1}A/d$와 $\varepsilon_{r2}A/d$를 모두 전체 면적으로 계산한 값에 가깝다. 올바르게는 각 유전체의 면적을 $A/2$로 두어야 한다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 두 유전체의 배치를 직렬로 볼지 병렬로 볼지의 구분이다. 그림처럼 같은 두께 d를 두고 면적을 나누어 차지하면 병렬 합성이며, 각 유전체가 전체 면적 A를 모두 차지하는 것이 아니라 $A/2$씩 차지한다.

다시 나오면 이렇게 판단

유전체가 판 사이 두께 방향으로 층층이 놓이면 직렬 합성으로 판단하고, 전극 면적을 좌우로 나누어 같은 전압을 받으면 병렬 합성으로 판단한다. 병렬 배치에서는 각 부분 면적을 먼저 나눈 뒤 $C_i = \varepsilon_0\varepsilon_{ri}A_i/d$를 모두 더한다.

암기 포인트

면적 분할 유전체는 병렬 합성, 두께 분할 유전체는 직렬 합성이다.

NoteBase

문 13. 다음 중, 토로이드(toroid)형 철심 내부를 통과하는 자속의 크기를 2배로 증가시키기 위한 방법으로 옳지 않은 것은? (단, 철심의 단면은 원형이며, 누설자속은 0이라 가정한다.)

① 철심의 투자율을 2배로 증가

② 철심에 감겨진 코일의 권선수를 2배로 증가

③ 코일에 흐르는 전류를 2배로 증가

④ 철심 단면의 반지름을 2배로 증가

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 토로이드형 철심에서 자속 Φ가 투자율 μ, 권선수 N, 전류 I, 단면적 A에 어떻게 비례하는지 판단하는 문제이다.

조건 정리

철심 단면은 원형이고 누설자속은 0이므로, 코일이 만드는 기자력에 의한 자속이 철심 내부를 따라 흐른다고 본다. 토로이드의 평균 자로 길이를 l, 단면 반지름을 a라고 하면 단면적은 $A = \pi a^2$이다.

사용할 공식

토로이드에서 $H = NI/l$, $B = \mu H$, $\Phi = BA$이므로 $\Phi = \mu NIA/l$이다. 따라서 다른 조건이 일정하면 자속은 μ, N, I, A에 각각 비례하고, 원형 단면에서는 A가 반지름의 제곱에 비례한다.

선지별 해설

① O: 철심의 투자율 μ를 2배로 증가시키면 $\Phi = \mu NIA/l$에서 자속도 2배가 된다. 자속을 2배로 증가시키는 방법으로 옳다. ② O: 철심에 감겨진 코일의 권선수 N를 2배로 증가시키면 기자력 NI가 2배가 되어 자속도 2배가 된다. 자속을 2배로 증가시키는 방법으로 옳다. ③ O: 코일에 흐르는 전류 I를 2배로 증가시키면 기자력 NI가 2배가 되어 자속도 2배가 된다. 자속을 2배로 증가시키는 방법으로 옳다. ④ X: 철심 단면의 반지름 a를 2배로 증가시키면 단면적은 $A = \pi a^2$에서 4배가 되고, 자속도 4배가 된다. 틀린 표현은 '반지름을 2배로 증가'이며, 올바르게는 '단면적을 2배로 증가' 또는 '단면 반지름을 $\sqrt{2}$배로 증가'라고 해야 자속이 2배가 된다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 단면의 반지름과 단면적을 같은 비율로 착각하게 하는 데 있다. 자속은 단면 반지름 a에 직접 비례하지 않고 원형 단면적 πa^2에 비례하므로, 반지름 2배는 자속 2배가 아니라 자속 4배이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

토로이드 자속 증가 문제는 먼저 $\Phi = \mu NIA/l$를 세우고, 선지가 건드리는 값이 μ, N, I, A, l 중 무엇인지 확인한다. 원형 단면의 반지름이 나오면 반드시 $A = \pi a^2$로 바꾸어 증가율을 판단한다.

암기 포인트

토로이드 자속은 $\mu NIA/l$에 비례하고, 원형 단면적은 반지름의 제곱에 비례한다.

NoteBase

문 14. +y축 방향으로 0.1 [A]의 전류가 흐르는 직선도선이 지면과 평행하게 2 [m] 높이에 있을 때, 중력에 의해 도선이 받는 힘(-z축 방향)을 상쇄시키기 위해 필요한 자속밀도의 방향과 크기[T]는? (단, 도선의 길이는 5 [cm], 도선의 질량은 50 [g], 중력가속도는 10 [m/s^2]라고 가정한다.)

① +z축, 300

② -z축, 200

③ +x축, 150

④ -x축, 100

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전류가 흐르는 직선도선이 균일한 자기장 속에서 받는 자기력의 방향과 크기를 구하는 계산 문제이다.

조건 정리

전류는 $+y$축 방향으로 $0.1A$ 흐른다.
도선의 길이는 $5cm = 0.05m$이다.
도선의 질량은 $50g = 0.05kg$이다.
중력은 $-z$축 방향이고 크기는 $mg = 0.05 \times 10 = 0.5N$이다.
중력을 상쇄하려면 자기력이 $+z$축 방향으로 $0.5N$ 작용해야 한다.

사용할 공식

자기력의 크기는 $F = ILB\sin\theta$이고, 방향은 $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$로 판단한다.
도선 방향과 자기장이 서로 수직인 선지들이므로 $\sin\theta = 1$로 두고 $F = ILB$를 사용한다.

계산 과정

필요한 자기력의 크기는 중력의 크기와 같아야 하므로 $F = mg = 0.5N$이다.
$B = \frac{F}{IL} = \frac{0.5}{0.1 \times 0.05} = 100T$
방향은 $+y \times \vec{B} = +z$가 되어야 한다. $+y \times (-x) = +z$이므로 필요한 자기장의 방향은 $-x$축이다.

NoteBase

선지 판단

① X: $+z$축 자기장은 $+y \times +z = +x$ 방향의 힘을 만들므로 중력의 $-z$ 방향을 상쇄하지 못한다. 또한 300 T이면 자기력 크기도 $0.1 \times 0.05 \times 300 = 1.5N$으로 과하다. 올바르게는 $-x$축, 100 T이다.
② X: $-z$축 자기장은 $+y \times -z = -x$ 방향의 수평 힘을 만들므로 위쪽 힘이 아니다. 또한 200 T이면 자기력 크기는 $1.0N$이다. 올바르게는 $-x$축, 100 T이다.
③ X: $+x$축 자기장은 $+y \times +x = -z$ 방향의 힘을 만들어 중력과 같은 방향으로 작용한다. 또한 150 T이면 자기력 크기는 $0.75N$이다. 올바르게는 $-x$축, 100 T이다.
④ O: $-x$축 자기장은 $+y \times -x = +z$ 방향의 힘을 만들고, 100 T이면 $0.1 \times 0.05 \times 100 = 0.5N$으로 중력 $0.5N$을 정확히 상쇄한다.

오답 포인트

크기만 $B = mg/(IL)$로 계산하고 방향을 외적 없이 고르면 틀린다. 특히 $+x$축은 힘을 $-z$축으로 만들어 중력을 상쇄하는 것이 아니라 더하는 방향이라는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

전류 방향을 $\vec{L}$로 두고, 먼저 필요한 힘의 방향을 정한 뒤 $\vec{L} \times \vec{B}$가 그 방향이 되도록 자기장 방향을 찾는다. 그 다음 질량과 길이를 SI 단위로 바꾸어 $B = F/(IL)$로 크기를 계산한다.

암기 포인트

전류가 $+y$이고 위쪽 힘 $+z$가 필요하면 자기장은 $-x$ 방향이다. 크기는 $B = mg/(IL)$이다.

NoteBase

문 15. 자유공간에서 간격이 1.5 [m]인 무한히 긴 평행한 두 송전선로가 가설되었다. 여기에 6,600 [V], 3 [A]를 송전할 때 단위 길이당 작용하는 힘 [N/m]은? (단, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$으로 한다.)

① 5.2×10^{-6}

② 1.2×10^{-6}

③ 3.2×10^{-6}

④ 7.2×10^{-6}

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 무한히 긴 평행 도선 사이에 작용하는 단위 길이당 자기력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 도선 간격 $d = 1.5m$, 전류 $I = 3A$, 투자율 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$이다.
구해야 할 값: 단위 길이당 힘 F/l이다.
주의할 조건: 보기의 값은 자기력이고, 제시된 6,600 V는 평행 도선 사이의 자기력 계산에 직접 들어가지 않는다.

사용할 공식

무한히 긴 두 평행 도선에 전류 I_1, I_2가 흐를 때 단위 길이당 힘은 $F/l = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 자유공간의 무한히 긴 평행 송전선로와 두 도선 사이의 간격이 주어졌기 때문이다.

계산 과정

두 도선에 흐르는 전류의 크기는 같으므로 $I_1 = I_2 = 3A$이다.
$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \times 3 \times 3}{2\pi \times 1.5}$
분모는 3π, 분자는 $36\pi \times 10^{-7}$이므로 $F/l = 12 \times 10^{-7} = 1.2 \times 10^{-6} N/m$이다.

선지 판단

① X: 5.2×10^{-6}은 계산 결과 $1.2 \times 10^{-6} N/m$와 맞지 않는다. 올바르게는 단위 길이당 힘이 $1.2 \times 10^{-6} N/m$이다.
② O: 공식 $F/l = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)$에 $I_1 = I_2 = 3A$, $d = 1.5m$를 대입하면 $1.2 \times 10^{-6} N/m$가 된다.
③ X: 3.2×10^{-6}은 분모의 $2\pi d$ 또는 전류의 제곱 처리를 잘못한 값으로 볼 수 있고, 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $1.2 \times 10^{-6} N/m$이다.
④ X: 7.2×10^{-6}은 간격 $1.5m$로 나누는 효과를 제대로 반영하지 못한 값이다. 올바르게는 $1.2 \times 10^{-6} N/m$이다.

NoteBase

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 6,600 V를 계산에 넣게 만드는 것이다. 평행 도선 사이의 자기력은 전압이 아니라 두 전류의 곱과 도선 간격으로 결정된다.

다시 나오면 이렇게 판단

무한히 긴 평행 도선의 단위 길이당 힘은 먼저 $F/l = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)$를 세우고, 같은 전류이면 I^2로 처리한 뒤 거리 d로 나누어 판단한다.

암기 포인트

평행 도선의 힘은 $F/l \propto I_1 I_2/d$이고, 전압은 이 공식의 직접 대입값이 아니다.

NoteBase

문 16. 자유공간상의 자속밀도 벡터 $\vec{B}$에 대해 $\vec{B} = x^2z^3\hat{i} + \left(\frac{y^2z}{x}\right)\hat{j} - xy^2\hat{k}$ [Wb/m^2]의 관계가 성립할 때, 표면 전류밀도 벡터 $\vec{J}$ [A/m^2]는?

① $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{y^2}{x} - 2xy\right)\hat{i} + (3x^2z^2 - y^2)\hat{j} - \left(\frac{zy^2}{x^2}\right)\hat{k}\right]$
② $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{y^2}{x} - 2xy\right)\hat{i} - (3x^2z^2 + y^2)\hat{j} + \left(\frac{zy^2}{x^2}\right)\hat{k}\right]$
③ $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)\hat{i} + (3x^2z^2 + y^2)\hat{j} - \left(\frac{zy^2}{x^2}\right)\hat{k}\right]$
④ $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)\hat{i} + (3x^2z^2 + y^2)\hat{j} + \left(\frac{zy^2}{x^2}\right)\hat{k}\right]$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 자유공간에서 자속밀도 $\vec{B}$가 주어졌을 때 $\text{curl}\,\vec{B} = \mu_0\vec{J}$를 이용해 전류밀도 $\vec{J}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $\vec{B} = x^2z^3\hat{i} + \frac{y^2z}{x}\hat{j} - xy^2\hat{k}$ [Wb/m^2]이다.
구해야 할 값은 자유공간의 전류밀도 $\vec{J}$ [A/m^2]이다.
자유공간이므로 $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$이고 $\text{curl}\,\vec{H} = \vec{J}$를 함께 사용한다.

사용할 공식

$\vec{J} = \text{curl}\,\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\text{curl}\,\vec{B}$
직교좌표계에서
$\text{curl}\,\vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\hat{k}$
이다. 이 공식을 쓰는 이유는 전류밀도가 자계의 회전에 의해 정해지고, 자유공간에서는 $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$이기 때문이다.

계산 과정

$B_x = x^2z^3$, $B_y = \frac{y^2z}{x}$, $B_z = -xy^2$로 둔다.
$\hat{i}$ 성분은 $\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = -2xy - \frac{y^2}{x} = -\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)$이다.
$\hat{j}$ 성분은 $\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = 3x^2z^2 - (-y^2) = 3x^2z^2 + y^2$이다.
$\hat{k}$ 성분은 $\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = -\frac{zy^2}{x^2} - 0 = -\frac{zy^2}{x^2}$이다.
따라서 $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)\hat{i} + (3x^2z^2 + y^2)\hat{j} - \frac{zy^2}{x^2}\hat{k}\right]$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: $\hat{i}$ 성분의 $-2xy$는 맞지만, $\hat{j}$ 성분을 $3x^2z^2 - y^2$로 둔 부분이 틀린다. 올바르게는 $\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = 3x^2z^2 + y^2$이다.
2번 X: $\hat{i}$ 성분은 $\frac{y^2}{x} - 2xy$가 아니라 $-\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)$이고, $\hat{j}$와 $\hat{k}$ 성분의 부호도 계산 결과와 맞지 않는다. 올바르게는 $-\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)\hat{i} + (3x^2z^2 + y^2)\hat{j} - \frac{zy^2}{x^2}\hat{k}$이다.
3번 O: 각 성분이 $-\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)$, $3x^2z^2 + y^2$, $-\frac{zy^2}{x^2}$로 계산 결과와 모두 일치한다.
4번 X: $\hat{j}$ 성분은 맞지만 $\hat{i}$ 성분과 $\hat{k}$ 성분의 부호가 반대이다. 올바르게는 $\hat{i}$ 성분이 $-\left(\frac{y^2}{x} + 2xy\right)$, $\hat{k}$ 성분이 $-\frac{zy^2}{x^2}$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 회전 연산자의 성분별 순서와 마이너스 부호이다. 특히 $\hat{j}$ 성분은 $\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}$이므로 $-xy^2$를 x로 미분한 $-y^2$를 다시 빼서 $+y^2$가 된다. 또한 $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{y^2z}{x}\right) = -\frac{y^2z}{x^2}$의 부호를 놓치면 4번처럼 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

자유공간에서 $\vec{B}$가 주어지면 먼저 $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\mathrm{curl}\,\vec{B}$를 세우고, $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ 성분의 편미분 순서를 각각 따로 계산한다. 선택지는 마지막에 각 성분의 부호와 $+y^2$, $-y^2$처럼 부호가 바뀌는 항을 기준으로 대조한다.

암기 포인트

자유공간 전류밀도는 $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\mathrm{curl}\,\vec{B}$이고, 회전의 $\hat{j}$ 성분은 $\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}$라서 부호 실수가 가장 잘 나온다.

NoteBase

문 17. 무손실 전송회로에서, $L = 90[mH/m],\ C = 1[\mu F/m]$인 경우 특성임피던스[Ω]는?

① $\frac{1}{300}$
② $\frac{1}{100\sqrt{3}}$
③ 300
④ $300\sqrt{3}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 무손실 전송선로의 특성임피던스 공식 $Z_0 = \sqrt{L/C}$를 이용해 Z_0를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $L = 90\text{mH/m} = 90 \times 10^{-3}\text{H/m}$, $C = 1\mu\text{F/m} = 1 \times 10^{-6}\text{F/m}$이다.
구해야 할 값은 무손실 전송선로의 특성임피던스 Z_0이다.
주의할 조건은 mH와 μF의 단위 환산이다.

사용할 공식

무손실 전송선로에서는 저항과 누설컨덕턴스를 고려하지 않으므로 특성임피던스는 $Z_0 = \sqrt{L/C}$이다.
이 공식은 선로의 분포 인덕턴스와 분포 정전용량만으로 진행파의 전압 대 전류 비를 정하는 경우에 사용된다.

계산 과정

$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{90 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-6}}}$
$= \sqrt{90 \times 10^3} = \sqrt{90000} = 300\Omega$
따라서 특성임피던스는 300Ω이다.

선지 판단

① X: 1/300은 $\sqrt{C/L}$처럼 분자와 분모를 뒤집었을 때 나오는 역수 성격의 값이다. 틀린 표현 1/300은 올바르게는 300이다.
② X: $1/(100\sqrt{3})$은 계산 결과 300Ω와 전혀 맞지 않는 작은 분수값이다. 틀린 표현 $1/(100\sqrt{3})$은 올바르게는 300이다.
③ O: 단위를 H와 F로 바꾸어 $\sqrt{L/C}$에 대입하면 300Ω가 된다.
④ X: $300\sqrt{3}$은 정답 300에 불필요한 $\sqrt{3}$이 곱해진 값이다. 틀린 표현 $300\sqrt{3}$은 올바르게는 300이다.

NoteBase

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 Z_0에서 L/C의 방향을 C/L로 뒤집거나, mH와 μF의 지수 차이를 놓치는 것이다.
특성임피던스는 어드미턴스가 아니라 임피던스이므로 큰 분수 역수값이 아니라 Ω 단위의 300이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

무손실 전송선로의 특성임피던스 문제는 먼저 L과 C를 각각 H/m, F/m로 환산한 뒤 $Z_0 = \sqrt{L/C}$에 대입하고, 마지막에 결과 단위가 Ω인지 확인한다.

암기 포인트

무손실선로 특성임피던스는 $Z_0 = \sqrt{L/C}$이고, L이 분자, C가 분모이다.

NoteBase

문 18. 도체 표면의 전계의 크기가 $E = 10^3[V/m]$인 평행 평판 전극 사이에 비유전율 $\varepsilon_r = 10^3$인 유전체를 삽입할 때, 표면 전하밀도 $[C/m^2]$는? (단, $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$로 한다.)

① $\rho_s = \left(\frac{1}{36\pi}\right) \times 10^{-3}$
② $\rho_s = \left(\frac{1}{9\pi}\right) \times 10^{-6}$
③ $\rho_s = \left(\frac{1}{4\pi}\right) \times 10^{-9}$
④ $\rho_s = 10^{-12}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 유전체가 삽입된 평행 평판 전극에서 표면 자유전하밀도 ρ_s가 전속밀도 D와 같다는 경계조건을 이용해 값을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전계의 크기는 $E = 10^3$V/m이다.
비유전율은 $\varepsilon_r = 10^3$이다.
진공 유전율은 $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$F/m이다.
구해야 할 값은 도체 표면의 자유 표면전하밀도 ρ_s이다.

사용할 공식

전극 표면에서 법선 방향 전속밀도는 자유 표면전하밀도와 같으므로 $\rho_s = D$이다.
유전체 내부 전속밀도는 $D = \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$이다.
따라서 이 문제에서는 $\rho_s = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$를 사용한다.

계산 과정

$\rho_s = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$
$\rho_s = \frac{10^{-9}}{36\pi} \times 10^3 \times 10^3$
$\rho_s = \frac{10^{-3}}{36\pi} = \left(\frac{1}{36\pi}\right) \times 10^{-3}$C/m^2
계산 결과는 1번과 일치한다.

NoteBase

선지 판단

① O: $\rho_s = \left(\frac{1}{36\pi}\right) \times 10^{-3}\mathrm{C/m^2}$이므로 계산 결과와 일치한다.
② X: $\left(\frac{1}{9\pi}\right) \times 10^{-6}$이 아니라 $\left(\frac{1}{36\pi}\right) \times 10^{-3}$이다. 유전체의 $\varepsilon_r = 10^3$과 전계 10^3을 모두 곱하면 지수는 10^{-6}이 아니라 10^{-3}이 된다.
③ X: $\left(\frac{1}{4\pi}\right) \times 10^{-9}$이 아니라 $\left(\frac{1}{36\pi}\right) \times 10^{-3}$이다. 진공 유전율 ε_0만 보거나 분모를 잘못 정리한 값이다.
④ X: 10^{-12}이 아니라 $\left(\frac{1}{36\pi}\right) \times 10^{-3}$이다. 유전체의 유전율 증가와 전계 값을 곱하지 않으면 전하밀도가 지나치게 작게 계산된다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 ρ_s를 $\varepsilon_0 E$로만 계산하거나, ε_r와 E의 10^3 배수를 빠뜨리는 것이다. 이 문제는 삽입된 매질이 유전체이므로 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$를 사용해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

도체 표면 전하밀도를 묻고 전계 E와 유전율이 주어지면 먼저 $\rho_s = D$를 세우고, 매질이 유전체이면 $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$로 계산한다.

암기 포인트

전극 표면 자유전하밀도는 전속밀도이고, 유전체에서는 $\rho_s = D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$이다.

NoteBase

문 19. 도전율이 $k = 6 \times 10^{17}[\mho/m]$, 투자율 $\mu = \frac{6}{\pi} \times 10^{-7}[H/m]$인 평면도체 표면에 $10[kHz]$의 전류가 흐를 때 침투되는 깊이 $\delta[m]$는?

① $\frac{1}{36} \times 10^{-7}$
② $\frac{\pi}{36} \times 10^{-7}$
③ $\frac{1}{6} \times 10^{-7}$
④ $\frac{\pi}{6} \times 10^{-7}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 교류 전류가 도체 표면에 흐를 때의 침투 깊이 δ를 도전율, 투자율, 주파수로 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 도전율 $k = 6 \times 10^{17}$S/m, 투자율 $\mu = \frac{6}{\pi} \times 10^{-7}$H/m, 주파수 $f = 10$kHz $= 10^4$Hz이다.
구해야 할 값은 침투 깊이 δ이다.
주의할 조건은 10kHz를 10^4Hz로 바꾸고, μ에 포함된 $1/\pi$가 공식의 π와 약분된다는 점이다.

사용할 공식

양도체에서 침투 깊이는 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu k}}$이고, $\omega = 2\pi f$이므로 $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu k}}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 도체 표면에 교류 전류가 흐를 때 전류 밀도가 깊이에 따라 지수적으로 감소하며, 그 감쇠의 기준 길이가 침투 깊이 δ이기 때문이다.

계산 과정

$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu k}}$
$\pi f \mu k = \pi \times 10^4 \times (\frac{6}{\pi} \times 10^{-7}) \times (6 \times 10^{17})$
$= 36 \times 10^{14}$
$\sqrt{36 \times 10^{14}} = 6 \times 10^7$
따라서 $\delta = \frac{1}{6 \times 10^7} = \frac{1}{6} \times 10^{-7}$m이다.

NoteBase

선지 판단

① X: $\frac{1}{36} \times 10^{-7}$은 계산 결과의 계수 $\frac{1}{6}$과 다르다. 36에 제곱근을 취하지 않으면 생기는 값이므로, 올바르게는 $\frac{1}{6} \times 10^{-7}$이다.
② X: $\frac{\pi}{36} \times 10^{-7}$은 $\mu = \frac{6}{\pi} \times 10^{-7}$의 $1/\pi$와 공식의 π가 약분되는 점을 반영하지 못하고, 계수에도 제곱근 처리가 빠진 값이다. 올바르게는 $\frac{1}{6} \times 10^{-7}$이다.
③ O: $\pi f \mu k = 36 \times 10^{14}$이고 그 제곱근이 6×10^{7}이므로 $\delta = \frac{1}{6} \times 10^{-7}$m가 된다.
④ X: $\frac{\pi}{6} \times 10^{-7}$은 계수 6은 맞게 처리했지만 π가 약분된다는 점을 놓친 값이다. 올바르게는 $\frac{1}{6} \times 10^{-7}$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu k}}$에서 루트를 계수까지 정확히 적용하는지, 그리고 μ의 $\frac{6}{\pi}$ 때문에 π가 사라지는지를 확인하는 데 있다. 36을 그대로 두면 ① 쪽으로, 약분을 놓치면 ④ 쪽으로 흔들린다.

다시 나오면 이렇게 판단

침투 깊이 문제는 먼저 f를 Hz로 바꾸고, $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu k}}$에 대입한 뒤, 괄호 안 전체에 제곱근을 적용한다. 투자율에 π가 포함되어 있으면 공식의 π와 약분되는지부터 확인한다.

암기 포인트

침투 깊이는 $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu k}}$이고, 분모 전체를 루트 처리한다.

NoteBase

문 20. 반지름이 a이고 전도율이 σ인 무한히 긴 원통형 도선에 직류전류 I가 흐를 경우, 이때 형성된 전계와 자계에 의한 도선 표면에서의 포인팅 벡터의 크기는?

① $\frac{I^2}{2\pi^2\sigma a^3}$
② $\frac{I^2}{2\pi^2\sigma a^2}$
③ $\frac{\sigma I^2}{2\pi^2 a^2}$
④ $\frac{\sigma I^2}{2\pi^2 a^3}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 무한히 긴 원통형 도선의 표면에서 전계와 자계를 구한 뒤 포인팅 벡터의 크기 $S = EH$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

도선 반지름은 a, 도전율은 σ, 직류전류는 I이다.
전류밀도는 단면적 πa^2에 균일하게 분포하므로 $J = I/(\pi a^2)$이다.
도선 표면에서 구해야 하는 값은 전계와 자계에 의한 포인팅 벡터의 크기이다.

사용할 공식

도체 내부의 전계는 $J = \sigma E$에서 $E = J/\sigma$로 구한다.
$E = \frac{I}{\pi\sigma a^2}$
무한 직선 전류의 표면 자계는 앙페르 법칙으로 구한다.
$H = \frac{I}{2\pi a}$
포인팅 벡터의 크기는 전계와 자계가 서로 수직이므로 $S = EH$이다.

계산 과정

전계는 전류밀도 $J = I/(\pi a^2)$를 도전율 σ로 나누어 $E = I/(\pi\sigma a^2)$가 된다.
표면 자계는 반지름 a인 원형 경로에서 $H \cdot 2\pi a = I$이므로 $H = I/(2\pi a)$가 된다.
따라서 포인팅 벡터의 크기는
$S = EH = \frac{I}{\pi\sigma a^2} \cdot \frac{I}{2\pi a} = \frac{I^2}{2\pi^2\sigma a^3}$
이다.

NoteBase

선지 판단

① O: 계산 결과가 $I^2/(2\pi^2\sigma a^3)$이므로 맞는 식이다.
② X: 분모의 a가 하나 부족하다. 전계에서 a^2, 자계에서 a가 나오므로 올바르게는 $I^2/(2\pi^2\sigma a^3)$이다.
③ X: σ가 분자에 있고 분모의 a도 하나 부족하다. 도전율은 $E=J/\sigma$에서 분모에 들어가므로 올바르게는 $I^2/(2\pi^2\sigma a^3)$이다.
④ X: 반지름의 차수 a^3는 맞지만 σ의 위치가 틀렸다. 도전율이 클수록 같은 전류에서 전계가 작아지므로 올바르게는 $I^2/(2\pi^2\sigma a^3)$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 도전율 관계를 $E=\sigma J$처럼 거꾸로 쓰거나, 전류밀도 계산에서 단면적 πa^2를 빠뜨리는 것이다. 전계에서 a^2, 자계에서 a가 곱해져 최종 분모가 a^3가 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

원통 도선의 표면 포인팅 벡터 문제는 $J=I/(\pi a^2)$, $E=J/\sigma$, $H=I/(2\pi a)$, $S=EH$의 순서로 판단한다.

암기 포인트

도선 표면 포인팅 벡터의 크기는 전계의 a^2와 자계의 a가 합쳐져 $S=I^2/(2\pi^2\sigma a^3)$가 된다.

NoteBase