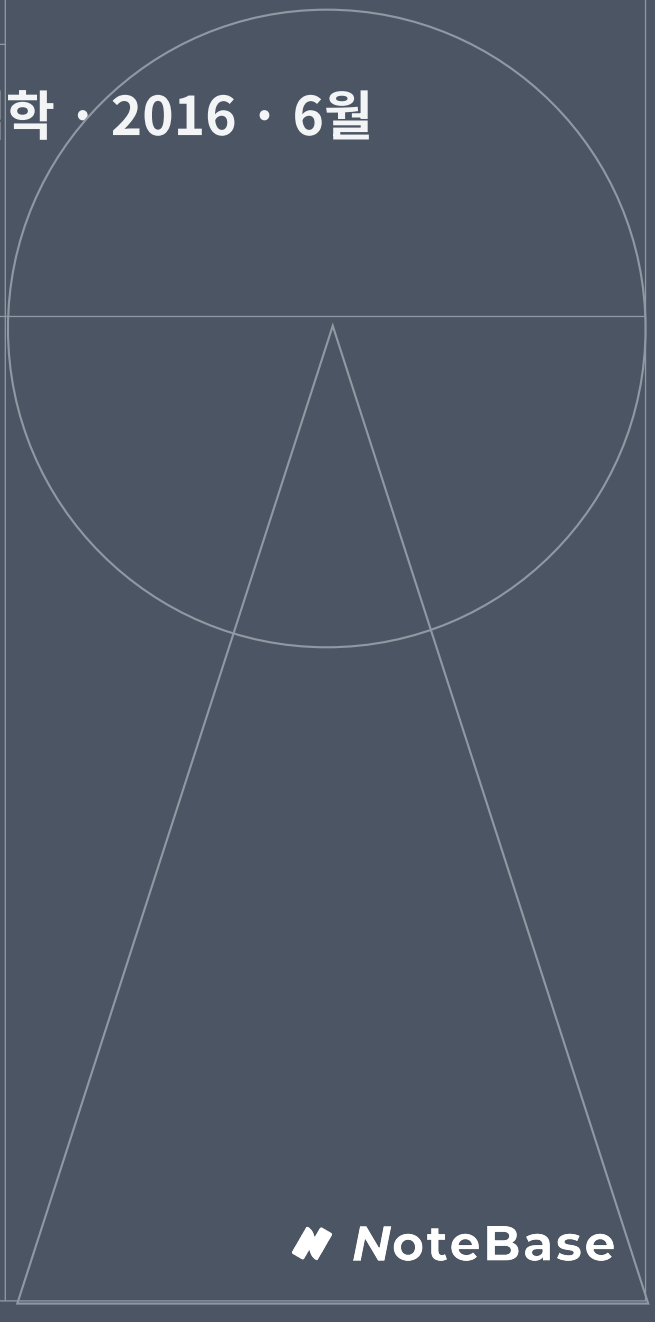
기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월



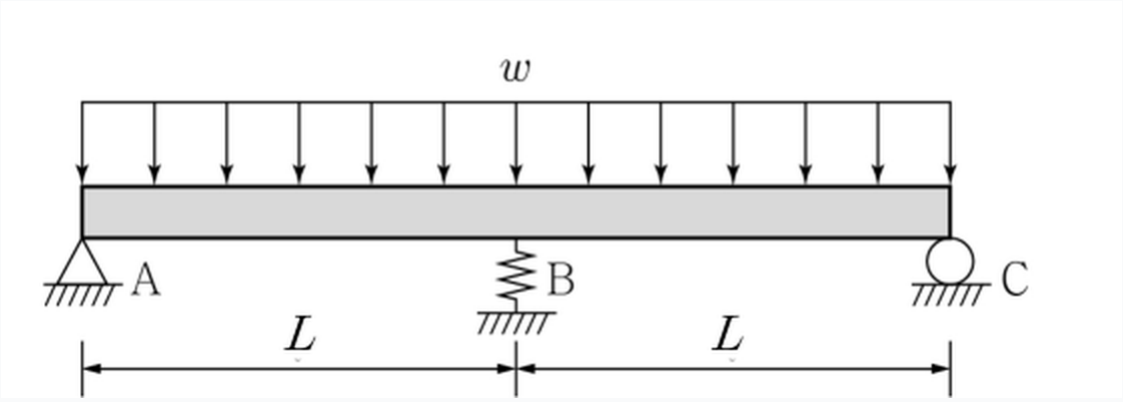
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

문 1. 다음 그림과 같은 연속보에서 등분포 하중이 작용하고 3개의 지점 A, B, C의 반력이 같을 때 중앙지점의 처짐은? (단, EI는 일정하다.)



① $\frac{wL^4}{96EI}$
② $\frac{7wL^4}{96EI}$
③ $\frac{wL^4}{72EI}$
④ $\frac{7wL^4}{72EI}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 3지점 반력이 같다는 조건으로 중앙 반력 R_B를 먼저 구한 뒤, A-C를 길이 $2L$인 단순보로 보고 등분포하중과 중앙 집중반력의 중첩으로 중앙지점 처짐을 계산하는 문제이다.

조건 정리

- 전체 경간은 $2L$이다.
- 등분포하중은 전 구간에 w로 작용한다.
- 전체 하중은 $2wL$이다.
- 반력 조건은 $R_A = R_B = R_C$이다.
- 따라서 $R_A + R_B + R_C = 2wL$에서 각 반력은 $\frac{2wL}{3}$이다.
- 구해야 할 값은 중앙지점 B의 처짐이다.

NoteBase

사용할 공식

길이 $2L$인 단순보의 중앙 처짐 공식을 쓴다.

$\delta_w = \frac{5w(2L)^4}{384EI}$

$\delta_P = \frac{P(2L)^3}{48EI}$

여기서 δ_w는 전 구간 등분포하중에 의한 아래방향 처짐이고, δ_P는 중앙 집중하중에 의한 처짐이다. 이 문제의 B지점 반력은 보를 위로 미는 집중하중처럼 작용하므로, 등분포하중 처짐에서 R_B에 의한 위쪽 처짐을 빼면 된다.

계산 과정

1. 전체 평형에서 $R_A = R_B = R_C = \frac{2wL}{3}$이다.

2. 등분포하중만 있을 때 중앙 처짐은

$\delta_w = \frac{5w(2L)^4}{384EI} = \frac{5wL^4}{24EI}$

이다.

3. 중앙 반력 $R_B = \frac{2wL}{3}$에 의한 위쪽 처짐은

$\delta_{R_B} = \frac{\left(\frac{2wL}{3}\right)(2L)^3}{48EI} = \frac{wL^4}{9EI}$

이다.

4. 실제 중앙 처짐은

$\delta_B = \delta_w - \delta_{R_B} = \frac{5}{24}\frac{wL^4}{EI} - \frac{1}{9}\frac{wL^4}{EI} = \frac{15-8}{72}\frac{wL^4}{EI} = \frac{7wL^4}{72EI}$

이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $\frac{wL^4}{96EI}$는 계산된 중앙 처짐 $\frac{7wL^4}{72EI}$와 다르다.
- 틀린 표현은 처짐의 크기를 지나치게 작게 본 점이다. 올바르게는 중앙지점 처짐이 $\frac{7wL^4}{72EI}$이다.
- 이런 값은 전체 경간 $2L$를 쓰지 않고 일부 경간 L 기준으로 처짐 공식을 잘못 적용할 때 나오기 쉽다.

② X
- $\frac{7wL^4}{96EI}$는 정답값보다 작다.
- 틀린 표현은 최종 계수를 $\frac{7}{96}$으로 본 점이다. 올바르게는 $\frac{7}{72}$이다.
- 이런 값은 등분포하중 처짐 또는 중앙 반력 처짐 중 하나에서 $(2L)^4$, $(2L)^3$ 처리를 잘못해 계수를 줄였을 때 생긴다.

③ X
- $\frac{wL^4}{72EI}$는 중앙 반력의 영향이 충분히 반영되지 않은 값이다.
- 틀린 표현은 최종 계수를 $\frac{1}{72}$로 본 점이다. 올바르게는 $\frac{7}{72}$이다.
- 이 값은 $R_B = \frac{2wL}{3}$를 정확히 넣지 않거나 중첩 계산에서 일부 항을 누락할 때 생긴다.

④ O
- $R_A = R_B = R_C = \frac{2wL}{3}$를 이용해 중앙 반력을 구하고, 길이 $2L$ 단순보의 중앙 처짐 공식을 중첩하면
$\delta_B = \frac{7wL^4}{72EI}$
이 된다.
- 따라서 ④가 옳다.

오답 포인트

이 문제의 핵심 함정은 보의 전체 길이가 $2L$인데도 습관적으로 한 경간 L만 대입하는 점이다. 또 B지점 반력은 아래하중과 같은 방향이 아니라 위로 미는 집중하중이므로, 등분포하중 처짐에서 빼야 한다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

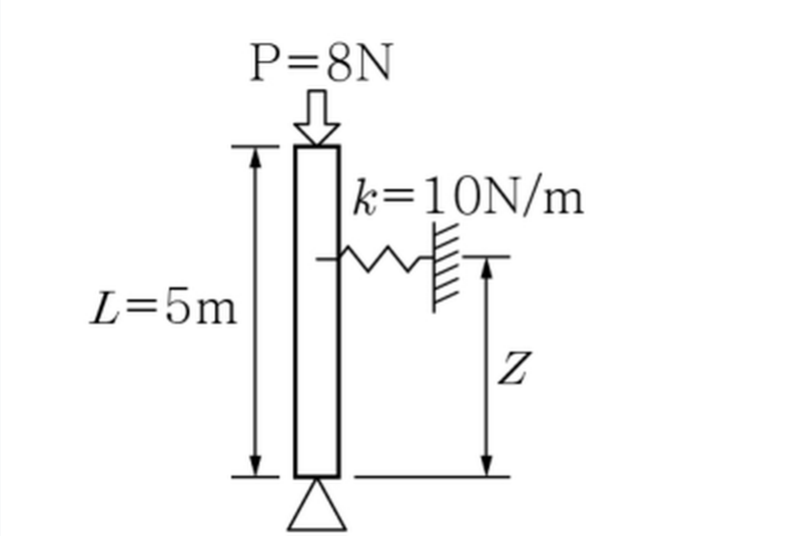
3지점 보에서 특정 지점 반력 조건이 주어지면 먼저 전체 평형으로 반력을 구한다. 그다음 실제 거동을 A-C 단순보의 중첩 문제로 바꾸어 전체 경간을 정확히 넣고, 아래로 처지는 항과 위로 복원되는 항의 부호를 구분해 계산하면 된다.

암기 포인트

반력이 같으면 전체하중을 3등분하고, 중앙 처짐은 등분포하중 처짐에서 중앙 반력 처짐을 뺀다.

NoteBase

문 2. 다음 그림과 같은 봉-스프링 구조물에 압축하중 P가 작용하고 있다. 좌굴을 방지하기 위한 수평방향 스프링의 바닥으로부터 최소거리 Z는? (단, 봉의 하단부는 힌지 지점이고, 스프링 강성 k=10N/m이다.)



① 0.5m

② 1.0m

③ 1.5m

④ 2.0m

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 힌지 지지된 강체봉이 미소각 θ만큼 회전할 때 압축하중이 만드는 전도모멘트와 수평 스프링이 만드는 복원모멘트를 평형시켜 최소 설치 높이 Z를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $P = 8N$, $L = 5m$, $k = 10N/m$이다.
봉의 하단은 힌지이므로 봉이 작은 각도 θ만큼 회전한다고 본다.
스프링은 바닥에서 Z 높이에 설치되어 있고, 좌굴을 막을 수 있는 최소 높이를 구해야 한다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

사용할 공식

미소회전 θ에 대해 상단의 수평변위는 $L\theta$, 스프링 설치점의 수평변위는 $Z\theta$이다.
따라서 스프링 힘은 $F_s = k(Z\theta)$이고, 이 힘의 힌지점 기준 복원모멘트는 $F_s \cdot Z = kZ^2\theta$이다.
압축하중 P가 만드는 전도모멘트는 $P(L\theta)$이므로 좌굴 직전의 한계조건은 $kZ^2\theta = PL\theta$이고, 정리하면 $kZ^2 = PL$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 구조가 휨강성 EI가 주어진 오일러 좌굴문제가 아니라, 힌지봉의 회전에 대한 모멘트 평형으로 안정조건을 판단하는 형태이기 때문이다.

계산 과정

1. 한계 평형식 $kZ^2 = PL$에 값을 대입한다.
2. $10Z^2 = 8 \times 5 = 40$이므로 $Z^2 = 4$이다.
3. 따라서 $Z = 2.0m$이다.

최소거리이므로 한계조건을 만족하는 가장 작은 값은 $2.0m$이다.

선지별 해설

① X
0.5m이면 $kZ^2 = 10 \times (0.5)^2 = 2.5$이므로 필요한 $PL = 40$에 한참 못 미친다. 0.5m가 아니라 $Z = 2.0m$ 이상이어야 한다.

② X
1.0m이면 $kZ^2 = 10 \times (1.0)^2 = 10$이므로 복원모멘트가 부족하다. 1.0m가 아니라 $Z = 2.0m$ 이상이어야 한다.

③ X
1.5m이면 $kZ^2 = 10 \times (1.5)^2 = 22.5$이므로 여전히 $PL = 40$보다 작다. 1.5m가 아니라 최소 $2.0m$가 필요하다.

④ O
2.0m이면 $kZ^2 = 10 \times (2.0)^2 = 40$이 되어 $PL = 40$과 정확히 같아진다. 좌굴을 막기 위한 최소 설치 높이에 해당하므로 옳다.

오답 포인트

스프링 힘을 $kZ\theta$까지는 구하면서도 모멘트팔 Z를 한 번 더 곱하지 않아 $kZ^2\theta$를 놓치는 경우가 많다.
또한 상단 변위 $L\theta$와 스프링 설치점 변위 $Z\theta$를 같은 값으로 두면 식이 잘못된다.
이 문제는 스프링이 높이 설치될수록 복원모멘트가 Z^2에 비례해 커진다는 점이 핵심 함정이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

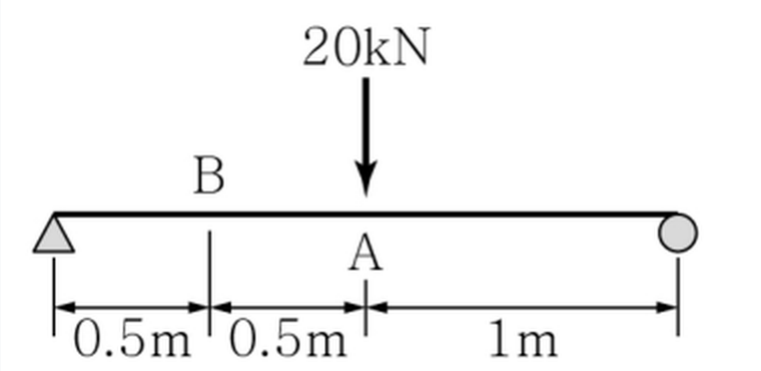
힌지로 지지된 봉에 축하중과 수평 스프링이 함께 나오면 먼저 미소회전 θ를 가정하고, 전도모멘트 $PL\theta$와 복원모멘트 $kZ^2\theta$를 비교해 $kZ^2 \geq PL$ 조건으로 판단한다.

암기 포인트

힌지봉의 수평 스프링 좌굴 억제조건은 $kZ^2 \geq PL$이며, 최소 설치 높이는 $Z = \sqrt{PL/k}$이다.

NoteBase

문 3. 다음 그림과 같이 집중하중을 받는 단순 지지된 보의 중앙점 A와 1/4지점 B에서의 곡률반경 ρ_A, ρ_B는? (단, 탄성계수는 200 GPa, 단면2차모멘트는 $10^{-5}m^4$이다.)



① $\rho_A = 200m,\ \rho_B = 100m$

② $\rho_A = 200m,\ \rho_B = 400m$

③ $\rho_A = 400m,\ \rho_B = 200m$

④ $\rho_A = 400m,\ \rho_B = 400m$

정답 2번

출제 포인트

단순지지보에 중앙 집중하중이 작용할 때 각 단면의 휨모멘트를 구하고, $\rho = EI/M$로 곡률반경을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 집중하중 $P = 20kN$, 경간 $L = 2m$, 탄성계수 $E = 200GPa$, 단면2차모멘트 $I = 10^{-5}m^4$이다.
구해야 할 값: 중앙점 A와 1/4지점 B에서의 곡률반경 ρ_A, ρ_B이다.
주의할 조건: 하중이 중앙에 있으므로 양 지점 반력은 각각 $10kN$이고, 같은 보에서는 곡률반경이 휨모멘트에 반비례한다.

사용할 공식

$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{EI}{M}$
이 공식을 쓰는 이유: 보의 재료와 단면이 같으면 각 지점의 곡률은 그 지점의 휨모멘트로 결정되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중이 중앙에 있으므로 좌우 지점반력은 대칭으로 $R_L = R_R = 10kN$이다.
2. 중앙점 A의 휨모멘트는 $M_A = 10kN \times 1m = 10kN \cdot m = 10^4 N \cdot m$이다.
3. 1/4지점 B의 휨모멘트는 $M_B = 10kN \times 0.5m = 5kN \cdot m = 5 \times 10^3 N \cdot m$이다.
4. $EI = 200 \times 10^9 \times 10^{-5} = 2 \times 10^6 N \cdot m^2$이다.
5. 따라서 $\rho_A = \frac{2 \times 10^6}{10^4} = 200m$, $\rho_B = \frac{2 \times 10^6}{5 \times 10^3} = 400m$이다.

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $\rho_A = 200m$, $\rho_B = 400m$이다. $\rho_B = 100m$라는 부분이 틀렸다.
- 틀린 표현: "$\rho_B = 100m$" → 올바르게는 "$\rho_B = 400m$"이다.

② O
- $M_A = 10kN \cdot m$, $M_B = 5kN \cdot m$이므로 $\rho_A = 200m$, $\rho_B = 400m$이 맞다.

③ X
- A와 B의 값이 서로 바뀌었다. 중앙점 A가 더 큰 휨모멘트를 받으므로 곡률반경은 더 작다.
- 틀린 표현: "$\rho_A = 400m$, $\rho_B = 200m$" → 올바르게는 "$\rho_A = 200m$, $\rho_B = 400m$"이다.

④ X
- A와 B 모두 $400m$일 수 없다. 같은 EI에서 곡률반경은 휨모멘트와 반비례하고, $M_A = 2M_B$이므로 $\rho_A = \rho_B/2$가 된다.
- 틀린 표현: "$\rho_A = 400m$, $\rho_B = 400m$" → 올바르게는 "$\rho_A = 200m$, $\rho_B = 400m$"이다.

오답 포인트

곡률반경을 처짐량과 혼동하거나, 중앙점과 1/4지점의 휨모멘트 크기를 뒤집으면 선택지 ③처럼 값이 바뀐다. 이 문제는 먼저 반력을 구한 뒤 각 지점의 M만 비교하면 정리가 끝난다.

다시 나오면 이렇게 판단

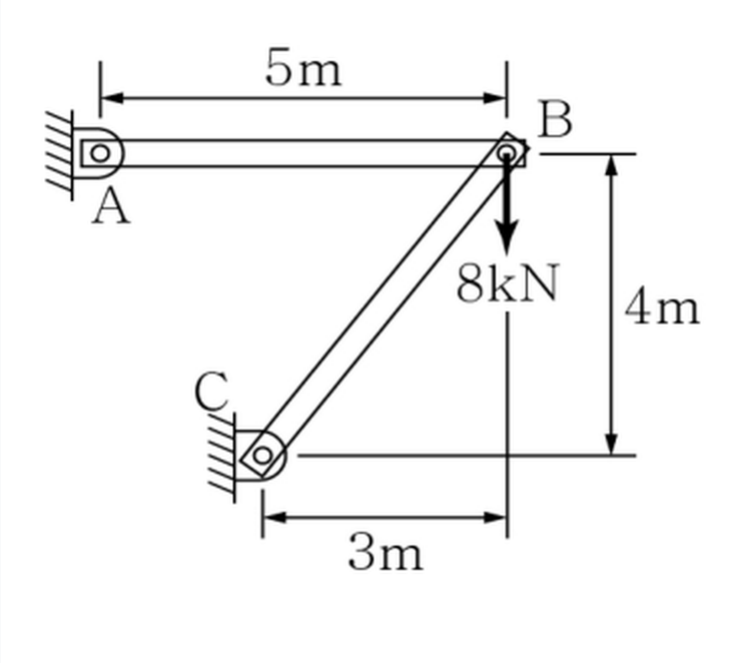
단순지지보의 곡률반경 문제는 반력 계산 → 관심지점 휨모멘트 계산 → $\rho = EI/M$ 대입 순서로 판단한다. 같은 보에서는 EI가 같으므로 곡률반경 비교는 곧 휨모멘트의 역비 비교이다.

암기 포인트

같은 보에서는 $\rho \propto 1/M$이다. 중앙 집중하중을 받는 단순지지보에서 M_중앙=PL/4, $M_{1/4} = PL/8$이므로 곡률반경은 _중앙:_1/4=1:2이다.

NoteBase

문 4. 다음 그림과 같은 구조물에서 절점 B의 수직방향 처짐량은? (단, 모든 부재의 단면적은 $0.0001m^2$, 탄성계수는 10GPa이다.)



① 0.040m

② 0.065m

③ 0.080m

④ 0.085m

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 절점 B의 수직처짐을 가상일법으로 구하기 위해 실제 하중에 의한 부재력과 단위하중에 의한 부재력을 결합하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 AB 길이 5m, BC 길이 5m, BC의 수평·수직 성분 3m와 4m, 절점 B의 하중 8 kN, 모든 부재의 단면적 $0.0001m^2$, 탄성계수 10 GPa이다.
구해야 할 값은 절점 B의 수직방향 처짐량이다.
두 부재는 축변형만 고려하는 2력부재로 본다.

NoteBase

사용할 공식

가상일법에 따라 절점 B의 수직처짐은 $\delta_B = \sum \frac{N_i n_i L_i}{AE}$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 각 부재의 축변형이 절점 B의 수직변위로 연결되는 핀결합 트러스형 구조이기 때문이다.

계산 과정

1. 실제 하중 8 kN에 대한 절점 B의 평형을 잡으면 $\frac{4}{5}N_{BC} = 8$이므로 $N_{BC} = 10kN$이고 방향은 압축이다.
수평평형에서 $N_{AB} = \frac{3}{5} \times 10 = 6kN$이고 방향은 인장이다.
2. 절점 B에 아래방향 단위하중 1을 작용시키면 같은 비례로 $n_{BC} = 1.25$, $n_{AB} = 0.75$가 된다.
3. 탄성계수는 $E = 10GPa = 10^7 kN/m^2$이므로 $AE = 10^7 \times 0.0001 = 10^3 kN$이다.
4. 따라서 $\delta_B = \frac{6 \times 0.75 \times 5 + 10 \times 1.25 \times 5}{10^3} = \frac{85}{10^3} = 0.085m$ 이다.
두 부재의 $N_i n_i$ 값이 모두 양수이므로 두 부재의 축변형이 절점 B의 아래방향 처짐에 함께 기여한다.

선지 판단

1번 X: 0.040m는 PL/AE처럼 하중 8 kN이 한 부재에 그대로 작용한다고 단순화하면 나올 수 있는 값이다. 이 구조는 AB와 BC의 축력 분담을 먼저 구한 뒤 두 부재의 가상일을 합산해야 하므로 올바르게는 0.085m이다.
2번 X: 0.065m는 두 부재 중 한 부재의 기여를 일부 누락하거나 단위하중에 대한 부재력 비례를 잘못 적용해 작게 계산한 값이다. 올바르게는 AB와 BC의 기여를 모두 더한 0.085m이다.
3번 X: 0.080m는 최종 합산값 0.085m를 부정확하게 반올림하거나 중간 계산을 거칠게 처리한 값이다. 올바르게는 0.085m이다.
4번 O: 실제 부재력 $N_{AB} = 6kN$, $N_{BC} = 10kN$과 단위하중 부재력 $n_{AB} = 0.75$, $n_{BC} = 1.25$를 가상일법에 대입하면 $\delta_B = 0.085m$가 된다.

오답 포인트

절점의 평형으로 실제 부재력을 먼저 구하지 않고 외력 8 kN을 바로 PL/AE에 넣으면 오답이 된다. 또 AB와 BC의 변형 기여를 하나만 반영하거나 3-4-5 비례를 틀리면 처짐량이 작게 계산된다.

다시 나오면 이렇게 판단

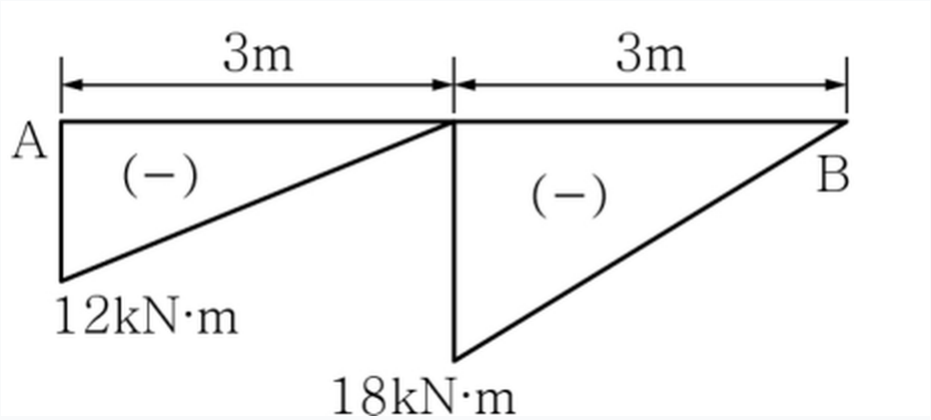
트러스형 처짐 문제는 절점 평형으로 실제 부재력 N을 구하고, 같은 방향의 단위하중으로 가상 부재력 n을 구한 뒤, $\sum NnL/AE$를 적용하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

절점 처짐은 실제 부재력과 단위하중 부재력의 곱을 전 부재에 대해 합한 $\sum NnL/AE$로 구한다.

NoteBase

문 5. 다음 그림은 A가 고정단이고 B가 자유단인 캔틸레버보의 휨모멘트 선도이다. 자유단 B에 상향의 집중하중 P를 가하여, 자유단의 처짐을 0이 되도록 하는 집중하중 P는? (단, 보의 강성은 일정하다.)



① 2 kN

② 3 kN

③ 4 kN

④ 5 kN

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 휨모멘트도의 면적 1차모멘트로 자유단 처짐을 구하고, 자유단 집중하중 P가 만드는 처짐과 같게 두어 상쇄시키는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 좌측 삼각형 휨모멘트도: 밑변 3m, 높이 12 kN·m
- 우측 삼각형 휨모멘트도: 밑변 3m, 높이 18 kN·m
- 보 전체 길이: 6m
- 보의 강성 EI: 일정

구해야 할 값:
- 자유단 B의 처짐을 0으로 만드는 상향 집중하중 P

주의할 조건:
- 자유단 처짐은 M/EI 도형의 B점에 대한 면적 1차모멘트로 계산한다.

NoteBase

사용할 공식

자유단 처짐은 다음으로 계산한다.

$\delta_B = \frac{1}{EI}\sum A_i \bar{x}_i$

여기서 A_i는 각 휨모멘트도 면적, $\bar{x}_i$는 그 면적의 도심에서 자유단 B까지의 거리이다.

자유단 B에 작용하는 집중하중 P가 만드는 캔틸레버 자유단 처짐은 다음과 같다.

$\delta_P = \frac{PL^3}{3EI}$

이 공식을 쓰는 이유:

이 문제는 이미 주어진 휨모멘트도 때문에 생기는 자유단 처짐을, 자유단 집중하중이 만드는 반대 방향 처짐으로 상쇄하는 상황이기 때문이다.

계산 과정

1. 주어진 휨모멘트도로부터 자유단 처짐의 분자를 구한다.

좌측 삼각형 면적은 $A_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18$이고, 도심은 A에서 1m 지점이므로 B까지 거리는 5m이다.

우측 삼각형 면적은 $A_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 18 = 27$이고, 도심은 중앙점에서 오른쪽으로 1m 지점이므로 A에서 4m, B까지 거리는 2m이다.

2. 따라서 기존 하중에 의한 자유단 처짐은

$\delta_B = \frac{18 \times 5 + 27 \times 2}{EI} = \frac{90 + 54}{EI} = \frac{144}{EI}$

이다.

3. 자유단 상향하중 P에 의한 처짐은

$\delta_P = \frac{P \times 6^3}{3EI} = \frac{72P}{EI}$

이다.

4. 자유단 처짐이 0이 되려면 두 처짐의 크기가 같아야 하므로

$\frac{72P}{EI} = \frac{144}{EI}$

에서 $P = 2\text{kN}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- 계산 결과 $P = 2$kN이므로 옳다.
- 주어진 모멘트도의 면적 1차모멘트가 $144/EI$, 자유단 집중하중 처짐이 $72P/EI$이어서 $P = 2$가 된다.

② X
- 3 kN이면 자유단 처짐 보정량이 $72 \times 3 = 216$이 되어 필요한 144보다 크다.
- 틀린 표현은 '3 kN'이고, 올바르게는 '2 kN'이다.

③ X
- 4 kN이면 자유단 처짐 보정량이 $72 \times 4 = 288$이 되어 과대 보정이 된다.
- 이 값은 자유단 집중하중 처짐식을 $PL^3/6EI$로 잘못 쓰면 나오기 쉬운 오답이다.
- 틀린 표현은 '4 kN'이고, 올바르게는 '2 kN'이다.

④ X
- 5 kN이면 자유단 처짐 보정량이 $72 \times 5 = 360$이 되어 필요한 값보다 훨씬 크다.
- 면적만 더하고 도심거리를 잘못 잡거나, 삼각형 도심 위치를 반대로 잡으면 이런 과대값으로 흐르기 쉽다.
- 틀린 표현은 '5 kN'이고, 올바르게는 '2 kN'이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 휨모멘트도의 단순 면적합만 보지 말고 자유단 B에 대한 면적 1차모멘트를 써야 한다는 점이다. 삼각형 도심 위치를 큰 쪽에서 1/3 지점으로 잡지 않거나, 자유단 집중하중의 처짐식을 $PL^3/3EI$ 대신 다른 식으로 쓰면 3 kN, 4 kN, 5 kN 같은 오답으로 흐른다.

다시 나오면 이렇게 판단

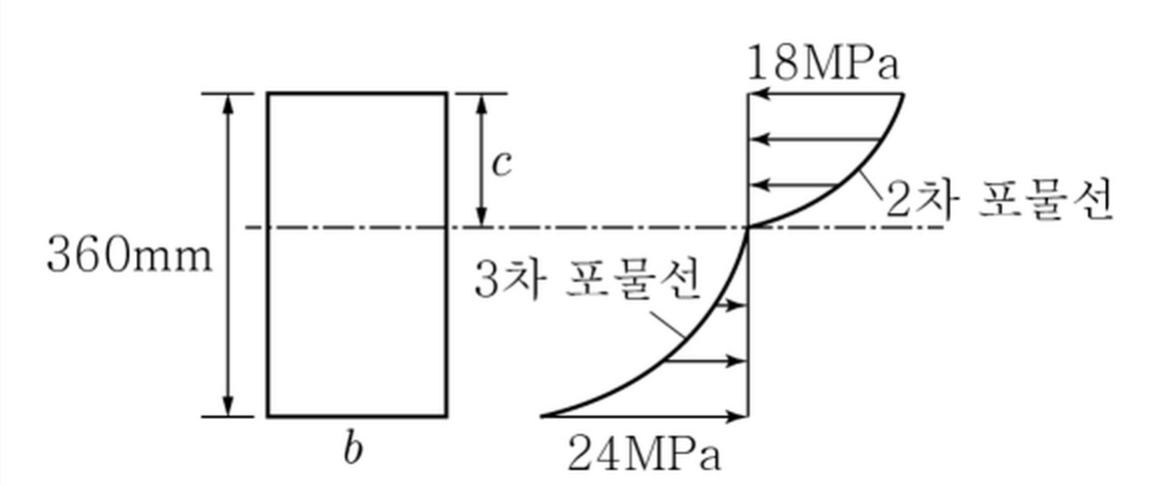
캔틸레버 자유단 처짐 문제는 먼저 주어진 M/EI 도형의 자유단에 대한 면적 1차모멘트를 구하고, 그다음 자유단 하중의 처짐식 $PL^3/3EI$와 같게 두어 상쇄 여부를 판단한다.

암기 포인트

캔틸레버 자유단 처짐은 '주어진 모멘트도는 자유단에 대한 면적 1차모멘트, 자유단 집중하중은 $PL^3/3EI$'로 정리된다.

NoteBase

문 6. 다음 그림과 같이 휨응력이 분포하는 직사각형 단면에 대하여, 단면의 상부면으로부터 중립축까지의 거리 c는? (단, 직사각형 단면의 높이는 360mm, 폭은 b이다.)



① 100mm

② 110mm

③ 120mm

④ 130mm

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 위쪽 2차 포물선 응력도와 아래쪽 3차 포물선 응력도의 합력을 같게 두어 중립축 위치 c를 구하는 문제이다.

조건 정리

직사각형 단면의 전체 높이는 360mm이고 폭은 b이다.
상부 압축응력의 최대값은 18 MPa이고 깊이는 c이다.
하부 인장응력의 최대값은 24 MPa이고 깊이는 $360 - c$이다.
순수 휨 상태이므로 압축합력과 인장합력은 서로 같아야 한다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

사용할 공식

응력도의 합력은 응력도 면적이다.
이 문제의 면적계수는 위 2차 포물선이 $\frac{2}{3}$, 아래 3차 포물선이 $\frac{1}{4}$이므로
$C = \frac{2}{3} \cdot 18 \cdot b \cdot c, \qquad T = \frac{1}{4} \cdot 24 \cdot b \cdot (360 - c)$
로 둔다.
이 공식을 쓰는 이유는 중립축 위치가 단면 내부에서 압축측 합력과 인장측 합력이 평형을 이루는 지점으로 정해지기 때문이다.

계산 과정

$\frac{2}{3} \cdot 18bc = \frac{1}{4} \cdot 24b(360 - c)$
$12bc = 6b(360 - c)$
$12c = 2160 - 6c$
$18c = 2160$
$c = 120\text{mm}$
폭 b는 양변에 공통으로 있으므로 약분된다.

선지 판단

1번 X: $c = 100\text{mm}$를 대입하면 $C/b = 12 \times 100 = 1200$, $T/b = 6 \times 260 = 1560$이 되어 평형이 아니다. 틀린 표현은 "$c = 100\text{mm}$"이고 올바르게는 "$c = 120\text{mm}$"이다.
2번 X: $c = 110\text{mm}$를 대입하면 $C/b = 1320$, $T/b = 1500$이 되어 압축합력과 인장합력이 일치하지 않는다. 틀린 표현은 "$c = 110\text{mm}$"이고 올바르게는 "$c = 120\text{mm}$"이다.
3번 O: $c = 120\text{mm}$를 대입하면 $C/b = 12 \times 120 = 1440$, $T/b = 6 \times 240 = 1440$으로 두 합력이 정확히 같아진다.
4번 X: $c = 130\text{mm}$를 대입하면 $C/b = 1560$, $T/b = 1380$이 되어 오히려 압축측 합력이 더 커진다. 틀린 표현은 "$c = 130\text{mm}$"이고 올바르게는 "$c = 120\text{mm}$"이다.

오답 포인트

최대응력 18과 24만 보고 단순 비례식으로 중립축을 잡으면 틀린다. 이 문제는 응력의 크기뿐 아니라 응력도가 2차 포물선과 3차 포물선으로 분포한다는 점까지 반영해 면적계수를 적용해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

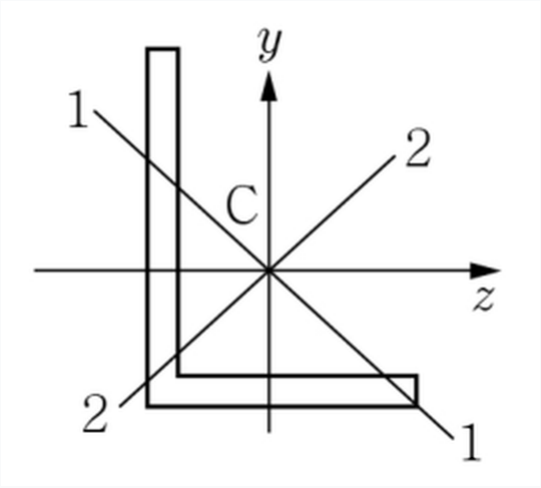
비선형 휨응력 분포 문제는 먼저 위쪽과 아래쪽 응력도의 모양을 보고 합력의 면적계수를 정한다. 그다음 압축합력과 인장합력을 같게 두고, 마지막에 공통항인 폭 b를 약분해 중립축 위치를 정리하면 된다.

암기 포인트

중립축 위치는 응력 최대값의 비가 아니라 응력도 합력의 평형으로 결정된다.

NoteBase

문 7. 다음 그림과 같은 앵글단면을 가지는 길이 10m의 기둥이 있다. 양단 힌지로 고정되었을 때의 좌굴하중은? (단, 앵글단면의 도심 C를 통과하는 y축과 z축에 대한 관성모멘트 $I_{yy} = 260 \times 10^4 \text{mm}^4$, $I_{zz} = 724 \times 10^4 \text{mm}^4$, 주축 1-1에 대한 관성모멘트 $I_{11} = 834 \times 10^4 \text{mm}^4$, 하중 P는 도심 C에 작용하고, 앵글의 탄성계수는 200 GPa이다.)



① $3\pi^2 \text{kN}$

② $4\pi^2 \text{kN}$

③ $5\pi^2 \text{kN}$

④ $6\pi^2 \text{kN}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 앵글단면 기둥의 최소 주관성모멘트를 구한 뒤, 양단 힌지 기둥의 오일러 좌굴하중을 계산할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값은 길이 10m, $E = 200GPa$, $I_{yy} = 260 \times 10^4 mm^4$, $I_{zz} = 724 \times 10^4 mm^4$, $I_{11} = 834 \times 10^4 mm^4$이다.
구해야 할 값은 양단 힌지 기둥의 좌굴하중 P_{cr}이다.
주의할 조건은 하중이 도심 C에 작용하므로 비틀림이 아니라 최소 주축에 대한 굽힘좌굴을 본다는 점과, 길이를 mm로 통일해야 한다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

주축에 대한 관성모멘트 합은 불변이므로 $I_{11} + I_{22} = I_{yy} + I_{zz}$이다.
따라서
$I_{22} = I_{yy} + I_{zz} - I_{11}$
양단 힌지 기둥의 오일러 좌굴하중은
$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{L^2}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 양단 힌지 기둥의 탄성좌굴 문제이고, 비대칭 단면이라도 좌굴은 최소 주관성모멘트를 갖는 주축 방향에서 먼저 발생하기 때문이다.

계산 과정

1. 다른 주관성모멘트를 구하면
$I_{22} = (260 + 724 - 834) \times 10^4 = 150 \times 10^4 mm^4$
이다.
2. 최소 주관성모멘트는 $I_{min} = I_{22} = 150 \times 10^4 = 1.5 \times 10^6 mm^4$이다.
3. 탄성계수와 길이를 단위 통일하면 $E = 200 \times 10^3 N/mm^2$, $L = 10m = 10^4 mm$이다.
4. 오일러 공식에 대입하면
$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 200 \times 10^3 \cdot 1.5 \times 10^6}{(10^4)^2} = 3000\pi^2 N = 3\pi^2 kN$
이다.

선지 판단

1번 O: 계산 결과가 $P_{cr} = 3\pi^2 kN$이므로 옳다.
2번 X: $4\pi^2 kN$는 계산값보다 크다. 이 문제는 최소 주관성모멘트 $I_{22} = 150 \times 10^4 mm^4$를 써야 하므로 틀리다. 올바르게는 $3\pi^2 kN$이다.
3번 X: $5\pi^2 kN$는 $I_{yy} = 260 \times 10^4 mm^4$ 같은 더 큰 관성모멘트를 잘못 쓰면 접근하는 값이다. 좌굴은 더 약한 주축에서 먼저 생기므로 틀리다. 올바르게는 $3\pi^2 kN$이다.
4번 X: $6\pi^2 kN$는 최소 주관성모멘트를 무시하고 큰 관성모멘트를 적용한 값이다. 비대칭 단면 기둥의 좌굴하중은 가장 작은 주관성모멘트로 결정되므로 틀리다. 올바르게는 $3\pi^2 kN$이다.

오답 포인트

직교축 관성모멘트 I_{yy}, I_{zz}만 보고 작은 값 I_{yy}를 바로 쓰거나, 큰 주관성모멘트 I_{11}를 좌굴축으로 착각하면 오답이 된다. 이 문제의 함정은 비대칭 단면에서는 주축 기준으로 다시 판단해야 한다는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

비대칭 단면 기둥 좌굴 문제는 먼저 주관성모멘트를 구하고, 그중 최소값을 찾은 뒤, 경계조건에 맞는 오일러 공식 $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$에 넣는 순서로 판단한다.

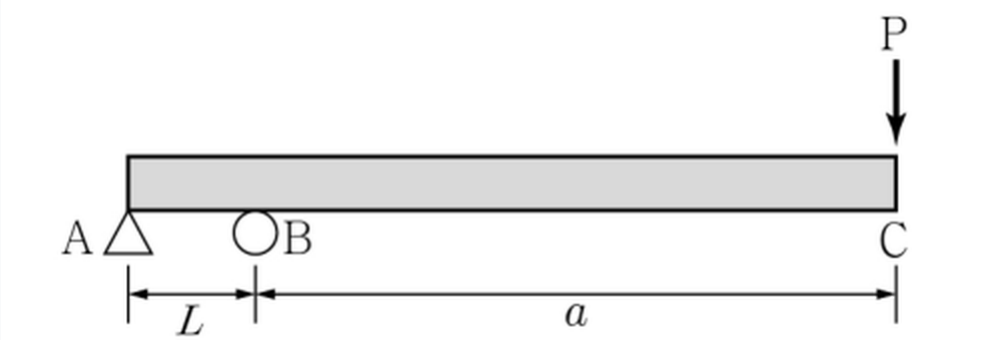
NoteBase

암기 포인트

좌굴은 가장 약한 축에서 먼저 생기므로 비대칭 단면은 항상 최소 주관성모멘트부터 찾는다.

NoteBase

문 8. 다음 그림과 같은 내민보의 C점에 연직하중 P가 작용할 때 보에 저장되는 굽힘변형에너지는? (단, EI는 일정하다.)



① $\frac{P^2a^2(L+a)}{6EI}$
② $\frac{P^2L^2(L+a)}{6EI}$
③ $\frac{P^2a^2(L+a)}{8EI}$
④ $\frac{P^2a^2L}{8EI}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 내민보의 반력을 먼저 구한 뒤 구간별 굽힘모멘트 M를 세우고, 굽힘변형에너지 $U=\int\frac{M^2}{2EI}dx$를 적분하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $AB=L$, $BC=a$, 자유단 C에 연직하중 P, 그리고 EI 일정이다.
구해야 할 값은 보 전체에 저장되는 굽힘변형에너지이다.
평형조건에서 반력은 $R_B=\frac{P(L+a)}{L}$, $R_A=P-R_B=-\frac{Pa}{L}$이다.

사용할 공식

사용할 공식은 $U=\int\frac{M^2}{2EI}dx$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 보에 저장되는 굽힘변형에너지를 직접 묻고 있고, EI가 일정하므로 구간별 모멘트식을 제곱해 적분하면 전체 변형에너지를 바로 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

구간 AB에서 x를 A로부터 재면

$M_{AB}(x) = R_A x = -\frac{Pa}{L}x \qquad (0 \le x \le L)$

이다.

구간 BC에서는

$M_{BC}(x) = R_A x + R_B(x-L) = P(x-L-a) \qquad (L \le x \le L+a)$

이다.

따라서 전체 굽힘변형에너지는

$U = \int_0^L \frac{M_{AB}^2}{2EI}dx + \int_L^{L+a} \frac{M_{BC}^2}{2EI}dx$

$= \frac{P^2}{2EI}\left[\frac{a^2}{L^2}\int_0^L x^2 dx + \int_L^{L+a}(x-L-a)^2 dx\right]$

$= \frac{P^2}{2EI}\left[\frac{a^2}{L^2}\cdot\frac{L^3}{3} + \frac{a^3}{3}\right] = \frac{P^2}{6EI}(a^2L + a^3) = \frac{P^2a^2(L+a)}{6EI}$

이다.

선지별 해설

① O

계산 결과가 $\frac{P^2a^2(L+a)}{6EI}$이므로 옳다.

② X

a가 들어가야 할 자리를 L로 바꾼 식이다. 자유단 돌출길이 a 때문에 생기는 모멘트 효과가 핵심이므로 L^2가 아니라 a^2가 들어가야 한다. 올바르게는 $\frac{P^2a^2(L+a)}{6EI}$이다.

③ X

분모를 8로 둔 것은 변형에너지 적분계수를 잘못 처리한 식이다. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$와 변형에너지식의 $\frac{1}{2EI}$를 합치면 전체 계수는 $\frac{1}{6EI}$가 된다. 올바르게는 $\frac{P^2a^2(L+a)}{6EI}$이다.

④ X

$L+a$가 아니라 L만 남기고 분모도 8로 둔 이중 오류이다. BC 구간의 에너지 $\frac{P^2a^3}{6EI}$가 빠질 수 없으므로 L만 남는 식은 될 수 없다. 올바르게는 $\frac{P^2a^2(L+a)}{6EI}$이다.

오답 포인트

지점반력의 부호를 헷갈리거나, 구간 BC의 에너지를 누락하면 ②나 ④ 같은 식으로 흐르기 쉽다. 또 변형에너지식의 $\frac{1}{2EI}$와 적분 결과의 $\frac{1}{3}$을 합치지 못하면 ③처럼 분모 계수를 틀리기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

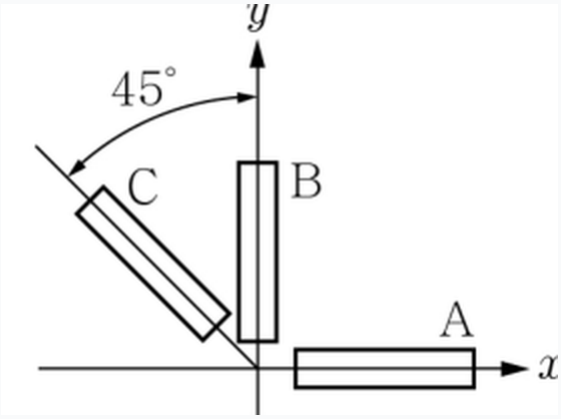
내민보의 변형에너지 문제는 평형조건으로 반력을 먼저 구하고, 지점 사이와 돌출부의 모멘트식을 각각 세운 다음, $U = \int \frac{M^2}{2EI} dx$를 구간별로 더해 판단한다. 돌출길이 a가 포함된 항이 최종식에 반드시 남는지도 함께 검산한다.

암기 포인트

굽힘변형에너지는 M^2 적분이고, 내민보 자유단 하중 문제는 반력 계산 후 구간별 적분으로 정리된다.

NoteBase

문 9. 다음 그림과 같이 배열된 스트레인 로제트의 측정값으로 구한 주변형률 중 절댓값이 가장 큰 값은? (단, 게이지 A, B, C의 변형률이 각각 350×10^{-6}, 110×10^{-6}, 180×10^{-6}으로 측정되었다.)



① 320×10^{-6}

② 360×10^{-6}

③ 400×10^{-6}

④ 440×10^{-6}

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 0°-90°-45° 스트레인 로제트의 측정값으로 ε_x, ε_y, γ_{xy}를 구한 뒤 주변형률 ε_1, ε_2를 계산하는 문제이다.

조건 정리

- 게이지 A는 x축 방향이므로 $\varepsilon_A = \varepsilon_x = 350 \times 10^{-6}$이다.
- 게이지 B는 y축 방향이므로 $\varepsilon_B = \varepsilon_y = 110 \times 10^{-6}$이다.
- 게이지 C는 x축 기준 -45° 방향이므로 $\varepsilon_C = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\gamma_{xy}}{2} = 180 \times 10^{-6}$가 된다.
- 물은 값은 주변형률 중 절댓값이 가장 큰 값이다.

사용할 공식

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

이 공식을 쓰는 이유는 로제트 측정값에서 평면변형률 성분을 복원한 뒤, 그 성분으로 주변형률을 바로 계산할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $\varepsilon_x = 350 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_y = 110 \times 10^{-6}$이다.
2. 게이지 C에 대해 $180 \times 10^{-6} = \frac{350+110}{2} \times 10^{-6} - \frac{\gamma_{xy}}{2}$이므로 $180 = 230 - \frac{\gamma_{xy}}{2}$이고, 따라서 $\gamma_{xy} = 100 \times 10^{-6}$이다.
3. 평균변형률은 $\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} = 230 \times 10^{-6}$이다.
4. Mohr 원 반지름은 $R = \sqrt{\left(\frac{350-110}{2}\right)^2 + \left(\frac{100}{2}\right)^2} \times 10^{-6} = \sqrt{120^2 + 50^2} \times 10^{-6} = 130 \times 10^{-6}$이다.
5. 따라서 주변형률은 $\varepsilon_1 = 230 + 130 = 360 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_2 = 230 - 130 = 100 \times 10^{-6}$이다.
6. 절댓값이 가장 큰 주변형률은 360×10^{-6}이다.

선지 판단

1번 X
- 계산 결과 절댓값이 가장 큰 주변형률은 360×10^{-6}이므로 320×10^{-6}는 틀리다.
- 320×10^{-6} → 올바르게는 360×10^{-6}이다.
- 반지름 R를 작게 계산하거나 γ_{xy} 항을 누락하면 이런 오답이 나오기 쉽다.

2번 O
- $\varepsilon_1 = 360 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_2 = 100 \times 10^{-6}$이므로 절댓값이 가장 큰 주변형률은 360×10^{-6}이다.

3번 X
- 계산 결과와 다르므로 400×10^{-6}는 틀리다.
- 400×10^{-6} → 올바르게는 360×10^{-6}이다.
- ε_x에 전단변형률을 단순 가감하는 식으로 처리하면 이런 과대값이 나온다.

4번 X
- 계산 결과와 다르므로 440×10^{-6}는 틀리다.
- 440×10^{-6} → 올바르게는 360×10^{-6}이다.
- 평균변형률과 편차를 잘못 더하거나 로제트 각도 부호를 잘못 적용하면 과대계산된다.

오답 포인트

"주변형률"을 "최대전단변형률"로 착각하면 다른 값을 고르게 된다. 또 게이지 C가 -45° 방향이라는 점을 놓치고 $\sin 2\theta$의 부호를 잘못 넣으면 γ_{xy}를 잘못 구하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

직교 게이지에서 ε_x, ε_y를 바로 읽고, 경사 게이지로 γ_{xy}를 구한 뒤, 주변형률 공식에 대입해 ε_1, ε_2를 계산하고 마지막에 절댓값이 큰 값을 고르면 된다.

암기 포인트

0°-90°-45° 로제트는 먼저 ε_x, ε_y, γ_{xy}를 복원하고, 주변형률은 평균변형률 ± Mohr 원 반지름으로 구한다.

NoteBase

문 10. 보에서의 굽힘과 비틀림에 대한 서술 중 가장 옳지 않은 것은? (단, 보의 단면에 대한 수평축은 z축이고, 수직축은 y축이다.)

① 하중이 전단중심을 지나며 y축에 평행할 때, 보는 z축에 대한 순수굽힘만을 받는다.

② 하중이 y축에 평행하나 전단중심을 지나지 않을 때, 보는 z축에 대한 굽힘과 비틀림을 동시에 받는다.

③ 하중이 전단중심과 도심을 지나며 z축 방향으로 작용할 때, 보는 y축에 대한 순수굽힘만을 받는다.

④ 하중이 전단중심을 지나며 비대칭 방향으로 작용할 때, 보는 y와 z축에 대한 굽힘과 비틀림을 모두 받는다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전단중심을 지나는 횡하중은 비틀림을 만들지 않고, 전단중심을 벗어난 횡하중만 굽힘과 함께 비틀림을 만든다는 점을 구별하는 문제이다.

핵심 개념

전단중심은 횡하중이 이 점을 지나 작용할 때 단면이 비틀리지 않는 점이다.
굽힘은 하중 성분에 따라 대응하는 축에 대한 휨모멘트가 생기는 현상이고, 비틀림은 하중 작용선이 전단중심에서 벗어나 비틀림모멘트를 만들 때 생긴다.
따라서 하중이 전단중심을 지나면 방향이 한 축과 일치하지 않아도 비틀림은 없고, 하중 성분에 따른 굽힘만 남는다.

선지별 해설

① O: 하중이 전단중심을 지나고 y축에 평행하면 비틀림모멘트가 없고, 하중 방향이 y이므로 휨모멘트는 z축에 대해서만 생긴다. 따라서 z축에 대한 순수굽힘만 받는다는 설명은 옳다.
② O: 하중이 y축에 평행하더라도 전단중심을 지나지 않으면 편심 때문에 비틀림이 추가된다. 동시에 하중 방향이 y이므로 z축에 대한 굽힘도 존재하여 굽힘과 비틀림을 함께 받는다.
③ O: 하중이 전단중심과 도심을 지나며 z축 방향으로 작용하면 비틀림은 없고, 하중 방향이 z이므로 y축에 대한 휨모멘트만 생긴다. 따라서 y축에 대한 순수굽힘만 받는다는 설명은 옳다.
④ X: 틀린 부분은 "전단중심을 지나며 비대칭 방향으로 작용할 때, 굽힘과 비틀림을 모두 받는다"이다.
올바르게는 하중이 전단중심을 지나면 방향이 비대칭이어도 비틀림은 생기지 않고, 하중의 y성분과 z성분에 따른 z축·y축 굽힘만 동시에 생긴다.

오답 포인트

전단중심을 지나면 어떤 방향의 횡하중이든 비틀림이 없다는 원칙을 놓치면 ④를 맞는 말처럼 보기 쉽다. '비대칭 방향'이라는 표현 때문에 비틀림이 자동으로 생긴다고 착각하는 함정을 노린 선택지이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

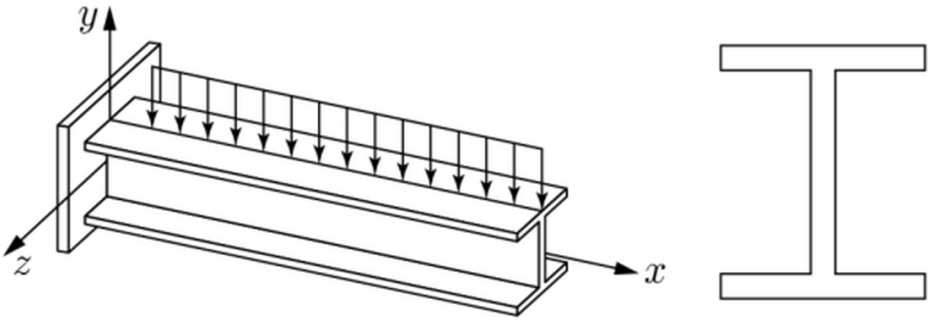
먼저 하중 작용선이 전단중심을 지나는지부터 본다. 전단중심을 지나면 비틀림은 없고 굽힘만 판단하면 된다. 그다음 하중의 y, z 성분이 각각 어느 축에 대한 굽힘을 만드는지만 연결하면 선지를 빠르게 판별할 수 있다.

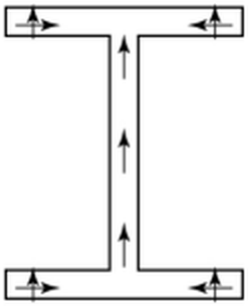
암기 포인트

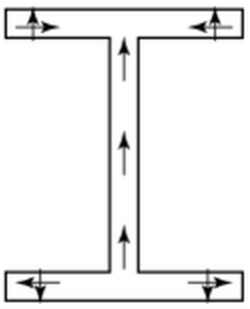
전단중심 통과 = 비틀림 0, 전단중심 편심 = 굽힘 + 비틀림이다.

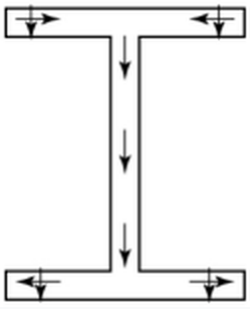
NoteBase

문 11. 다음 그림과 같은 상하부 플랜지를 갖는 보에 등분포하중이 작용할 경우, 단면 내에 수직 및 전단응력이 발생하게 된다. 이때 단면에 작용하는 전단응력의 방향을 맞게 나타낸 것은?

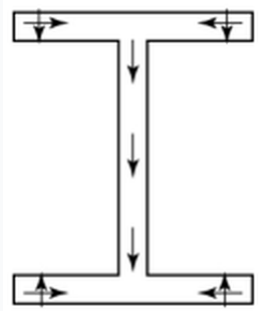


① 

② 

③ 

NoteBase

④ 

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 I형보 단면에서 수직 전단력이 웨브와 플랜지에 어떤 전단흐름으로 나타나는지를 묻는 문제이다.

선지별 해설

① X
- 웨브의 전단응력이 위쪽으로 그려져 있어 전체 수직 전단 방향이 반대이다.
- 하부 플랜지의 수평 전단흐름도 웨브 쪽으로 모이게 그려져 있는데, 올바르게는 웨브에서 바깥쪽으로 퍼져야 한다.

② X
- 하부 플랜지의 수평 전단흐름만 보면 맞는 부분이 있으나, 웨브와 상부 플랜지 경계의 수직 전단방향이 위쪽으로 되어 있어 틀리다.
- 올바르게는 웨브의 전단응력과 상부 플랜지 경계의 수직 전단이 모두 아래쪽으로 이어져야 한다.

③ O
- 웨브의 전단응력이 아래쪽으로 작용하고, 상부 플랜지의 전단흐름은 양쪽 끝에서 웨브 쪽으로 모인다.
- 하부 플랜지의 전단흐름은 웨브에서 양쪽 바깥쪽으로 퍼지므로 I형보의 전형적인 전단응력 방향과 일치한다.

④ X
- 웨브의 아래쪽 방향은 맞지만, 하부 플랜지 경계의 수직 전단과 하부 플랜지의 수평 전단흐름이 반대로 그려져 있다.
- 올바르게는 하부 플랜지에서는 전단흐름이 웨브 쪽으로 모이지 않고 바깥쪽으로 향한다.

오답 포인트

수직하중에 따른 굽힘응력의 인장·압축 방향과 전단응력 방향을 혼동하면 오답이 된다. 이 문제는 웨브가 수직 전단을 주로 부담하고, 플랜지에서는 그 전단이 수평 전단흐름으로 연결된다는 점을 묻는다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

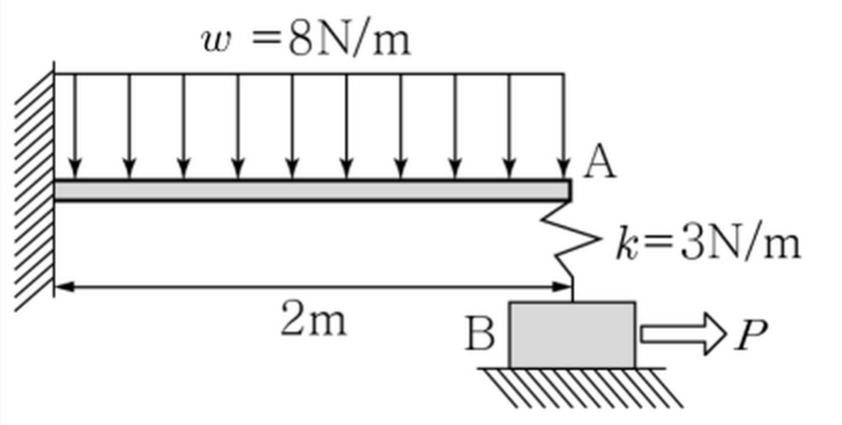
먼저 웨브가 수직 전단력을 대부분 부담하므로 웨브 화살표 방향을 정한다. 그다음 짝전단 관계로 상부 플랜지는 웨브 쪽으로, 하부 플랜지는 웨브에서 바깥쪽으로 전단흐름이 이어지는지 확인하면 된다.

암기 포인트

I형보의 수직 전단은 웨브가 맡고, 상플랜지는 웨브로 모이며 하플랜지는 바깥으로 퍼진다.

NoteBase

문 12. 다음 그림과 같이 길이가 2m인 외팔보 끝단 A에 연결된 연직방향 탄성스프링의 하단부 B가 블록에 지지되어 있다. 스프링 하단부의 블록을 이동시키기 위한 수평방향의 최소 힘 P는? (단, 블록의 무게는 2 N, 블록과 바닥의 마찰계수는 0.2, 보의 휨강성은 8 N · m^2이다.)



① 1.0 N

② 1.2 N

③ 1.4 N

④ 1.6 N

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 외팔보 끝단 처짐과 스프링 반력을 함께 고려하여 블록의 마찰한계력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 보 길이 $L = 2m$, 등분포하중 $w = 8N/m$, 보의 휨강성 $EI = 8N \cdot m^2$, 스프링상수 $k = 3N/m$, 블록의 무게 2 N, 마찰계수 0.2이다.
구해야 할 값: 블록을 움직이기 시작하게 하는 수평 최소 힘 P이다.
주의할 조건: 스프링은 보 끝단 처짐만큼 압축되지만, 그 압축량은 스프링 반력이 다시 보를 위로 밀어 올리는 효과를 함께 고려해야 한다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

사용할 공식

등분포하중을 받는 외팔보의 자유단 처짐은 $\delta_w = \frac{wL^4}{8EI}$ 이다.
자유단에 위쪽 집중하중 F가 작용할 때의 처짐 감소량은 $\delta_F = \frac{FL^3}{3EI}$ 이다.
스프링 반력과 압축량의 관계는 $F = k\delta$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유: 보의 자유단 A는 등분포하중 때문에 아래로 처지지만, 동시에 스프링이 위로 미는 반력도 받으므로 두 효과를 합성해야 실제 스프링력이 결정된다.

계산 과정

1. 등분포하중만 있을 때 자유단 처짐은 $\delta_w = \frac{8 \times 2^4}{8 \times 8} = 2m$ 이다.
2. 스프링 반력을 F라 두면, 그 반력 때문에 줄어드는 처짐은 $\delta_F = \frac{F \times 2^3}{3 \times 8} = \frac{F}{3}$ 이다. 따라서 실제 처짐은 $\delta = 2 - \frac{F}{3}$ 이다.
3. 실제 처짐이 곧 스프링 압축량이므로 $\delta = \frac{F}{k} = \frac{F}{3}$ 이다. 따라서 $\frac{F}{3} = 2 - \frac{F}{3}$ 이고, $F = 3N$ 이다.
4. 블록에는 스프링이 아래로 3 N 누르므로 수직항력은 $N = 2 + 3 = 5N$ 이다.
5. 막 움직이기 직전의 마찰한계력은 $P_{min} = \mu N = 0.2 \times 5 = 1.0N$ 이다.

선지별 해설

① O
- 계산 결과 최소 힘은 $1.0N$이다.
- 스프링 반력을 보-스프링 연성으로 먼저 구한 뒤 마찰한계력을 계산하면 이 값이 나온다.

② X
- $1.2N$이면 수직항력이 6 N이어야 하지만, 실제 수직항력은 5 N이다.
- 틀린 표현은 최소 힘을 $1.2N$으로 본 점이다. 올바르게는 스프링 반력 3 N을 써서 $P = 1.0N$이다.

③ X
- $1.4N$이면 수직항력이 7 N이어야 하는데, 보의 처짐과 스프링 반력을 함께 맞추면 그런 값이 나오지 않는다.
- 틀린 표현은 최소 힘을 $1.4N$으로 본 점이다. 올바르게는 실제 스프링 반력은 3 N이므로 $P = 1.0N$이다.

④ X
- $1.6N$은 외팔보 자유단 처짐 2m를 그대로 스프링 압축량으로 보고 $F = k\delta = 6N$으로 계산했을 때의 값이다.
- 틀린 표현은 보의 처짐을 스프링 반력의 영향 없이 그대로 쓴 점이다. 올바르게는 스프링 반력이 보를 다시 들어 올리므로 $F = 3N$, $P = 1.0N$이다.

오답 포인트

가장 흔한 오답은 등분포하중만으로 구한 자유단 처짐 2m를 그대로 스프링 압축량으로 놓는 실수이다. 이 문제는 보가 처지면서 스프링을 누르고, 스프링은 다시 보를 위로 밀어 올리는 상호작용을 함께 반영해야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

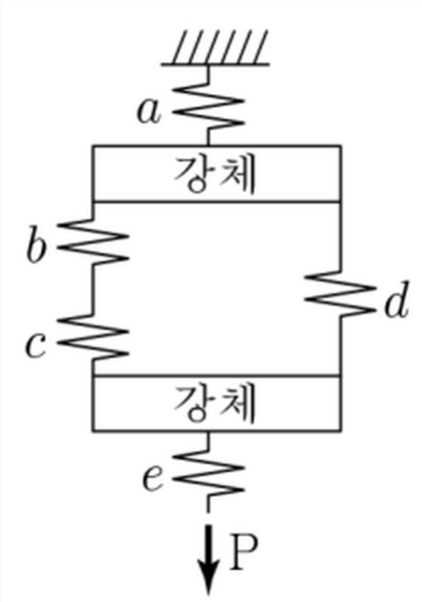
보와 스프링이 연결된 계산형 문제는 먼저 외력만 있을 때의 처짐식을 세우고, 여기에 스프링 반력에 의한 처짐 감소분을 빼서 실제 처짐을 만든 뒤 $F = k\delta$를 연결해 푼다고 판단한다. 마지막에는 그 반력이 마찰, 지점반력, 응력 중 무엇에 연결되는지 확인하면 된다.

암기 포인트

외팔보-스프링 연결 문제는 처짐 하나만 단독으로 쓰지 않고 보 처짐=스프링 압축량 조건으로 연립해야 한다.

NoteBase

문 13. 다음 그림과 같은 스프링 시스템에 하중 P가 작용할 때, 스프링 d에 작용하는 힘은? (단, 모든 스프링의 강성은 k, 강체는 수평을 이루며 이동하고, 시스템의 자중은 무시한다.)



① P/3

② 2P/3

③ P/4

④ 3P/4

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 직렬 스프링과 병렬 스프링의 등가강성을 이용해 스프링 d에 분담되는 힘을 구하는 문제이다.

조건 정리

모든 스프링의 강성은 k이다.

상부 강체와 하부 강체는 수평을 유지하므로 두 강체 사이의 상대변위는 좌측 가지와 우측 스프링 d에서 동일하다.

좌측 가지는 스프링 b, c의 직렬 연결이고, 우측 가지는 스프링 d 하나이다.

하부 강체에는 스프링 e를 통해 하중 P가 그대로 전달된다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

사용할 공식

직렬 스프링의 등가강성은 $\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ 이다.
따라서 좌측 가지의 등가강성은 $\frac{1}{k_L} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} = \frac{2}{k}, \quad k_L = \frac{k}{2}$ 이다.
두 강체 사이에서는 좌측 가지와 우측 스프링 d가 병렬이므로 상대변위를 x라 두면 $F_L = k_L x = \frac{k}{2}x, \quad F_d = kx$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 두 강체가 수평을 유지하여 두 가지의 변형량이 같고, 따라서 힘 분담이 각 가지의 강성비로 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. 좌측 $b-c$ 직렬 가지의 등가강성을 $k/2$로 바꾼다.
2. 두 강체 사이의 상대변위를 x라 두면 좌측 가지 힘은 $\frac{k}{2}x$, 스프링 d의 힘은 kx이다.
3. 하부 강체의 평형에서 $\frac{k}{2}x + kx = P$ 이므로 $\frac{3k}{2}x = P, \quad x = \frac{2P}{3k}$ 이다.
4. 따라서 스프링 d에 작용하는 힘은 $F_d = kx = k \cdot \frac{2P}{3k} = \frac{2P}{3}$ 이다.

선지 판단

1번 X: $P/3$은 스프링 d의 힘이 아니다. 좌측 직렬 가지의 힘이 $\frac{P}{3}$이고, 스프링 d는 그보다 강성이 2배이므로 $\frac{2P}{3}$을 부담한다. 틀린 표현은 $P/3$이고, 올바르게는 $2P/3$이다.
2번 O: 좌측 가지의 등가강성이 $k/2$, 우측 스프링 d의 강성이 k이므로 힘 분담비는 $1:2$이다. 전체 하중 P는 $\frac{P}{3}$과 $\frac{2P}{3}$으로 나뉘고, 스프링 d에는 $\frac{2P}{3}$이 작용한다.
3번 X: $P/4$는 네 개의 동일 스프링이 하중을 균등 분담한다고 잘못 보면 나오는 값이다. 실제로는 b, c가 직렬이라 좌측 가지 강성이 약해지고 균등 분담이 되지 않는다. 틀린 표현은 $P/4$이고, 올바르게는 $2P/3$이다.
4번 X: $3P/4$는 스프링 d가 전체 하중의 대부분을 임의로 가져간다고 본 오답이다. 실제 힘 분담은 강성비 $k : (k/2) = 2 : 1$에 따라 정해지므로 d의 힘은 $\frac{2P}{3}$이다. 틀린 표현은 $3P/4$이고, 올바르게는 $2P/3$이다.

오답 포인트

좌측의 b, c를 각각 독립 병렬 스프링처럼 보면 안 된다. 이 둘은 직렬이므로 등가강성이 $k/2$로 줄어들고, 두 강체 사이의 하중 분담은 개별 스프링 수가 아니라 가지의 강성비로 판단해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체가 끼어 있는 스프링계는 먼저 각 가지를 직렬 또는 병렬로 묶어 등가강성을 만든 뒤, 같은 변위를 가지는 병렬 가지에서는 힘이 강성비대로 나뉜다고 판단한다.

암기 포인트

직렬은 강성이 작아지고, 병렬은 변위가 같으므로 힘은 강성비대로 분담된다.

NoteBase

문 14. 물체의 변형률에 대한 특성 중 옳은 것은?

① 물체에 변형률은 있고 변위는 없을 수 있다.

② 물체에 변위가 있으면 항상 변형률이 있다.

③ 물체에 강체 변위만 있으면 변형률은 없다.

④ 물체에 변형률이 있으면 작용하중이 있다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 변위, 변형률, 강체변위의 차이와 변형률이 생기는 조건을 구분하는 문제이다.

핵심 개념

변위는 물체 각 점의 위치가 처음 위치에서 얼마나 이동했는지를 나타내는 양이다.
변형률은 점들 사이의 상대적 변형 정도로서 길이 변화나 각도 변화가 있을 때 생긴다.
강체변위는 물체가 통째로 평행이동하거나 회전하는 운동으로, 점들의 상대적 위치가 바뀌지 않으므로 변형률이 0이다.

선지별 해설

① X: 틀린 표현은 '변위는 없을 수 있다'이다. 변형률이 있다는 것은 물체 내부 점들 사이의 상대변위가 존재한다는 뜻이므로 물체 전체의 변위장이 전부 0일 수는 없다. 올바르게는 변형률이 있으면 적어도 상대변위를 수반한다.
② X: 틀린 표현은 '항상 변형률이 있다'이다. 변위가 있어도 그것이 강체의 평행이동이나 회전이면 점들 사이의 거리와 각도가 변하지 않으므로 변형률은 없다. 올바르게는 변위가 있어도 강체변위만 있으면 변형률은 0이다.
③ O: 강체 변위만 있으면 물체는 모양과 크기를 유지한 채 움직일 뿐이므로 길이 변화나 각도 변화가 없다. 따라서 변형률은 생기지 않는다.
④ X: 틀린 표현은 '작용하중이 있다'이다. 변형률은 외력 때문에 생길 수 있지만, 온도변화, 건조수축, 지점침하, 제작오차 같은 비하중 원인으로도 생길 수 있다. 올바르게는 변형률이 있다고 해서 반드시 작용하중이 있는 것은 아니다.

오답 포인트

변위와 변형률을 같은 뜻처럼 보면 ②에 끌리기 쉽다. 이 문항은 '움직였는가'와 '형태가 바뀌었는가'를 분리해서 보아야 하며, ④에서는 변형의 원인을 외력으로만 한정하는지 확인하는 함정이 있다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

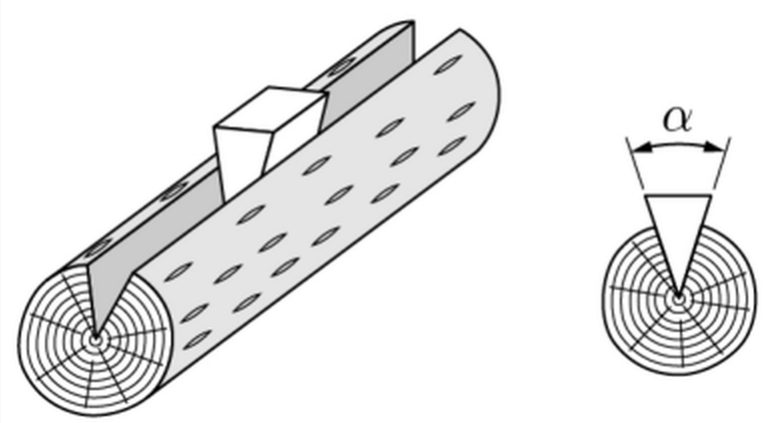
먼저 점들의 상대거리나 각도가 바뀌는지 본다. 상대거리와 각도가 그대로이면 강체변위이므로 변위는 있어도 변형률은 없다. 반대로 상대거리나 각도가 바뀌면 변형률이 있으며, 그 원인이 반드시 외력일 필요는 없다.

암기 포인트

변위는 이동, 변형률은 상대변형, 강체변위는 이동만 있고 변형은 없다.

NoteBase

문 15. 다음 그림과 같이 통나무를 쪼개기 위해 쐐기에 힘을 가했다가 그 힘을 제거하였을 때, 박힌 쐐기가 통나무에 그대로 남아있기 위한 마찰계수 μ_s의 최소값은? (단, $\alpha = 60\,^\circ$라 가정한다.)



① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
④ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 쐐기 반각 $\alpha/2$에서 각 면의 수직항력과 마찰력의 연직성분을 평형시켜, 쐐기가 빠지지 않는 최소 정지마찰계수 μ_s를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 쐐기 꼭지각은 $\alpha = 60\,^\circ$이다.
구해야 할 값: 힘을 제거한 뒤에도 쐐기가 그대로 남아 있기 위한 최소 정지마찰계수 μ_s이다.
주의할 조건: 쐐기는 위로 빠져나오려 하므로 마찰력은 각 면을 따라 아래쪽으로 작용한다. 대칭이므로 양쪽 반력은 같다.

NoteBase

기출OX 해설집 · 공무원/서울시/7급 · 응용역학 · 2016 · 6월

사용할 공식

한쪽 면의 반각을 $\beta = \alpha/2$라 두면, 한 면에서 수직항력의 연직성분은 $N\sin\beta$, 마찰력의 연직성분은 $F\cos\beta$이다.
평형조건은
$2N\sin\beta = 2F\cos\beta$
이고 최소조건에서 $F = \mu_s N$이므로
$\mu_s = \tan\beta = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 힘을 제거하면 쪼개진 통나무가 쐐기를 위로 밀어내고, 그 운동을 막는 것은 양면의 마찰뿐이기 때문이다.

계산 과정

1. 반각은 $\beta = \alpha/2 = 30^\circ$이다.
2. 위로 밀어내는 힘은 양면 수직항력의 연직성분 합이므로 $2N\sin 30^\circ$이다.
3. 아래로 버티는 힘은 양면 마찰력의 연직성분 합이므로 $2\mu_s N\cos 30^\circ$이다.
4. 막 빠지려는 최소조건에서 두 힘이 같아야 하므로
$2N\sin 30^\circ = 2\mu_s N\cos 30^\circ$
_s=30^=(1)/(3)
이 된다.

선지별 해설

① X
값 $\frac{1}{2}$는 $\sin 30^\circ$만 읽고 마찰력의 연직성분 $F\cos 30^\circ$를 빠뜨린 값이다. 틀린 표현은 _s=12이고, 올바르게는 _s=30^=(1)/(3)이다.
② X
값 $\frac{1}{3}$은 30^=(1)/(3)를 다시 제곱하거나 분모를 한 번 더 곱한 식의 오산이다. 틀린 표현은 _s=13이고, 올바르게는 _s=(1)/(3)이다.
③ X
값 (1)/(2)는 각도를 45°처럼 잘못 처리한 경우의 값이다. 이 문제의 핵심 각도는 꼭지각 60°가 아니라 반각 30°이다. 틀린 표현은 _s=(1)/(2)이고, 올바르게는 _s=30^=(1)/(3)이다.
④ O
최소 마찰계수는 _s=(α/2)=30^=(1)/(3)이므로 옳다.

오답 포인트

꼭지각 $\alpha = 60^\circ$를 그대로 쓰는지, 반각 $\alpha/2 = 30^\circ$를 쓰는지에서 가장 많이 틀린다. 또 수직항력의 연직성분과 마찰력의 연직성분을 비교해야 하는데, $\sin 30^\circ$나 $\cos 30^\circ$ 하나만 보고 값을 정하면 오답이 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

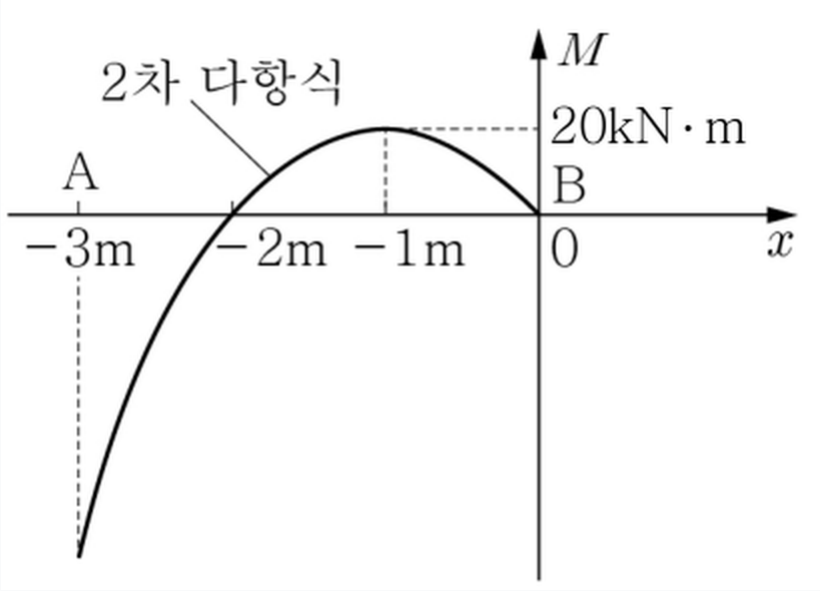
쐐기 문제는 먼저 반각을 잡고, 다음에 빠져나가려는 방향을 정한 뒤, 그 방향 성분끼리 평형을 세운다. 최소 마찰계수는 항상 막 미끄러지려는 상태에서 $F = \mu N$을 넣어 구한다.

암기 포인트

대칭 쐐기의 자립 조건은 $\mu_{\min} = \tan(\alpha/2)$이다. 쐐기각이 아니라 반각을 넣는다는 점이 핵심이다.

NoteBase

문 16. 다음 그림은 A가 고정단이고 B가 자유단인 캔틸레버보의 휨모멘트 선도이다. 자유단에서의 처짐의 절댓값은? (단, EI는 일정하다.)



① $\frac{30}{EI}$

② $\frac{45}{EI}$

③ $\frac{60}{EI}$

④ $\frac{75}{EI}$

정답 2번

출제 포인트

주어진 휨모멘트 선도에서 $EIv'' = M$를 적용해 자유단 처짐의 절댓값을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:

- 보 길이는 3m이다.
- 휨모멘트는 $s = 1$, $s = 3$에서 0이고 $s = 2$에서 20 kN · m이다.

구해야 할 값:

- 자유단 B에서의 처짐 절댓값 $|v_B|$이다.

주의할 조건:

- s는 고정단 A에서 자유단 B로 잰 좌표이다.
- 고정단 조건은 $v(0) = 0$, $v'(0) = 0$이다.

NoteBase

사용할 공식

$EIv'' = M(s)$이다.
이 문제의 휨모멘트 선도는 2차 다항식이므로 먼저 $M(s)$를 식으로 만든 뒤 두 번 적분하면 자유단 처짐을 직접 구할 수 있다.

계산 과정

좌표 s를 A에서 B 방향으로 잡으면 $0 \le s \le 3$이다.
영점이 $s = 1, 3$이고 $s = 2$에서 $M = 20$이므로
$M(s) = a(s-1)(s-3)$
이다.
$M(2) = 20$을 대입하면 $-a = 20$이므로 $a = -20$이다.
따라서
$M(s) = -20(s-1)(s-3) = -20s^2 + 80s - 60$
이다.
이를 $EIv'' = M$에 대입하면
$EIv'' = -20s^2 + 80s - 60$
$EIv' = -\frac{20}{3}s^3 + 40s^2 - 60s$
$EIv = -\frac{5}{3}s^4 + \frac{40}{3}s^3 - 30s^2$
이다.
고정단 조건 $v(0) = 0, v'(0) = 0$을 적용하면 적분상수는 모두 0이다.
자유단 $s = 3$에서
$EIv_B = -\frac{5}{3} \cdot 81 + \frac{40}{3} \cdot 27 - 30 \cdot 9 = -45$
이므로
$|v_B| = \frac{45}{EI}$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $30/EI$가 아니라 $45/EI$이다.
- 틀린 표현 $30/EI$ -> 올바르게는 $45/EI$이다.

② O
- 적분 결과 자유단 처짐은 $v_B = -45/EI$이고, 절댓값은 $45/EI$이다.
- 따라서 정답 조건과 일치한다.

③ X
- 선택지의 수치 $60/EI$는 정확한 적분값과 일치하지 않는다.
- 틀린 표현 $60/EI$ -> 올바르게는 $45/EI$이다.

④ X
- 선택지의 수치 $75/EI$는 정확한 적분값과 일치하지 않는다.
- 틀린 표현 $75/EI$ -> 올바르게는 $45/EI$이다.

오답 포인트

전체 휨모멘트 선도의 면적이 0이라는 점에만 주목하면 자유단 기울기와 자유단 처짐을 혼동하기 쉽다. 이 문항의 핵심은 처짐이 면적 자체가 아니라 M/EI 선도의 1차 모멘트이거나, 같은 뜻으로 $EIv'' = M$를 두 번 적분한 결과라는 점이다.

다시 나오면 이렇게 판단

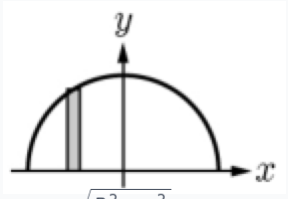
캔틸레버의 모멘트선도가 주어지면 먼저 영점과 극값으로 $M(x)$ 식을 만든다. 그다음 $EIv'' = M$를 적분하고 고정단 경계조건 $v = 0$, $v' = 0$을 적용한 뒤, 마지막에 자유단 값을 대입해 기울기와 처짐을 구분해 판단한다.

암기 포인트

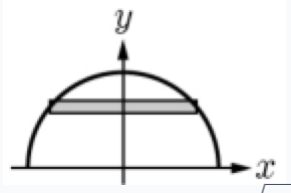
휨모멘트선도 면적은 기울기 변화량이고, 그 1차 모멘트 또는 두 번 적분 결과가 처짐이다.

NoteBase

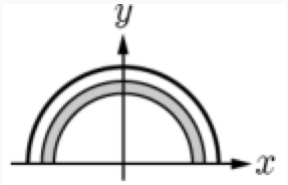
문 17. 반지름이 R인 반원의 x축에 대한 단면1차모멘트를 직접 적분하여 구하기 위해 선정된 미소요소에 대하여, 미소 요소의 도심 $\overline{y}_{el}$ 또는 면적 dA가 잘못된 것은?

① 

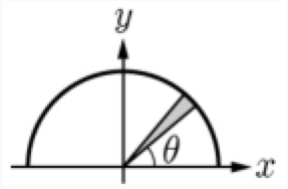
$\overline{y}_{el}=\frac{\sqrt{R^2-x^2}}{2}, \quad dA=\sqrt{R^2-x^2}\,dx$

② 

$\overline{y}_{el}=y, \quad dA=(2\sqrt{R^2-y^2})dy$

③ 

$\overline{y}_{el}=\frac{2x}{\pi}, \quad dA=(\pi x)dx$

④ 

$\overline{y}_{el}=\frac{R}{2}\sin\theta, \quad dA=(\frac{1}{2}R^2)d\theta$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 반원의 x축에 대한 단면1차모멘트 $Q_x=\int ydA$를 직접적분할 때, 선택한 미소요소의 형상에 맞는 dA와 그 요소 도심의 y좌표를 정확히 대응시키는지를 묻는 문제이다.

핵심 정리

세로 미소띠는 높이의 절반이 도심이므로 $\bar{y}_{el}=\sqrt{R^2-x^2}/2$가 된다.
가로 미소띠는 띠 전체의 y좌표가 같으므로 $\bar{y}_{el}=y$가 된다.
얇은 반원환띠는 반원호와 같은 도심을 써서 $\bar{y}_{el}=2x/\pi$가 된다.
미소 부채꼴은 면적도심이 반지름 방향 $2R/3$ 지점에 있으므로 $\bar{y}_{el}=(2R/3)\sin\theta$가 된다.

NoteBase

선지별 해설

① O
세로 미소띠의 높이는 $\sqrt{R^2-x^2}$, 폭은 dx이므로 $dA=\sqrt{R^2-x^2}\,dx$가 된다.
직사각형 띠의 도심은 높이의 중간이므로 $\bar{y}_{el}=\sqrt{R^2-x^2}/2$가 맞다.

② O
가로 미소띠의 길이는 좌우 폭의 합으로 $2\sqrt{R^2-y^2}$이고 두께는 dy이므로 $dA=(2\sqrt{R^2-y^2})dy$가 맞다.
이 띠는 전체가 같은 y 높이에 있으므로 도심의 y좌표는 그대로 y가 된다.

③ O
반지름이 x이고 두께가 dx인 얇은 반원환띠의 면적은 반원둘레 πx에 두께 dx를 곱한 $dA=(\pi x)dx$로 둘 수 있다.
얇은 반원호의 도심은 지름축에서 $2x/\pi$ 떨어지므로 $\bar{y}_{el}=2x/\pi$가 맞다.

④ X
미소 부채꼴의 면적은 $dA=(1/2)R^2d\theta$로 맞다.
하지만 미소 부채꼴의 면적도심은 중심에서 반지름 방향으로 $2R/3$ 지점에 있으므로 $\bar{y}_{el}=(2R/3)\sin\theta$이어야 한다.
틀린 표현은 $\bar{y}_{el}=(R/2)\sin\theta$이고, 올바르게는 $\bar{y}_{el}=(2R/3)\sin\theta$이다.

오답 포인트

④에서 미소 부채꼴을 막연히 반지름의 중간쯤에 도심이 있는 도형으로 착각하면 $R/2$를 넣기 쉽다. 이 문항의 함정은 dA는 맞게 써 놓고 도심만 틀리게 바꿔 둔 데 있다. 부채꼴 면적요소는 무한소로 가면 꼭지점이 중심인 삼각형과 같게 다루어 도심이 $2R/3$ 지점에 놓인다고 판단하면 흔들리지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

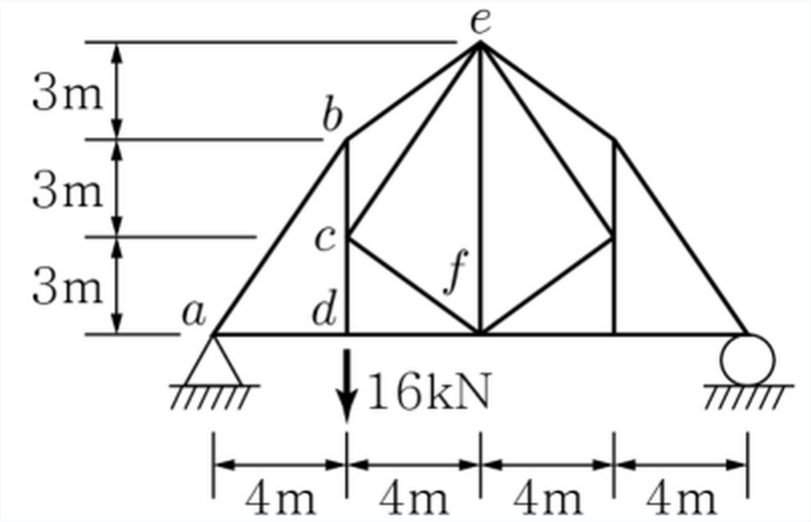
먼저 선택한 미소요소가 세로띠, 가로띠, 반원환띠, 부채꼴 중 무엇인지 확인한다. 그 다음 dA는 그 요소의 면적식으로 쓰고, $\bar{y}_{el}$는 그 요소 자체의 도심 공식을 적용해 $Q_x=\int \bar{y}_{el}dA$가 자연스럽게 이어지는지 점검하면 된다.

암기 포인트

세로띠는 높이의 절반, 가로띠는 y, 반원호형 띠는 $2r/\pi$, 미소부채꼴은 $2R/3$이 핵심이다.

NoteBase

문 18. 다음 그림과 같이 절점 d에 16 kN의 하중을 받고 있는 트러스에서 부재력 F_{be}의 크기는?



① 8 kN

② 10 kN

③ 12 kN

④ 14 kN

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 트러스의 지점반력을 먼저 구한 뒤 절점법을 적용하여 부재력 F_{be}를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 전체 경간은 16m이고, 16 kN 집중하중은 왼쪽 지점에서 4m 떨어진 절점 d에 작용한다.
- 부재 ab는 수평 4m, 수직 6m이므로 방향비가 2 : 3이다.
- 부재 be는 수평 4m, 수직 3m이므로 3 – 4 – 5 부재이다.
- 구해야 할 값은 부재 F_{be}의 크기이다.

사용할 공식

전체 평형조건과 절점 평형조건을 사용한다.

$\sum M = 0, \quad \sum H = 0, \quad \sum V = 0$

이 공식을 쓰는 이유는 외력은 절점 d의 16 kN 하나이고, 트러스 부재력은 각 절점에서 축력만 작용하므로 전체 평형으로 지점반력을 구한 뒤 절점별 수평·수직 평형으로 미지 부재력을 바로 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 전체 트러스의 평형에서 오른쪽 지점반력을 R_B, 왼쪽 지점반력을 R_A라 두면
$R_B \times 16 - 16 \times 4 = 0$
이므로 $R_B = 4kN$, 따라서 $R_A = 12kN$이다.
2. 절점 a에서 부재 ab의 방향코사인은 $\cos\theta = 2/\sqrt{13}$, $\sin\theta = 3/\sqrt{13}$이다. 수직평형에서
$12 + F_{ab}\frac{3}{\sqrt{13}} = 0$
이므로 $F_{ab} = -4\sqrt{13}kN$이다. 음수이므로 부재 ab는 압축이다.
3. 절점 b에서 압축부재 ab가 주는 수평성분은 오른쪽으로 8 kN이다. 부재 be는 $3-4-5$ 부재이므로 수평성분이 $\frac{4}{5}F_{be}$이다. 따라서
$\sum H = 0: \quad 8 + \frac{4}{5}F_{be} = 0$
이므로 $F_{be} = -10kN$이다. 음수이므로 부재 be는 압축이고, 크기는 $10kN$이다.

선지별 해설

① X
- 계산 결과 부재 F_{be}의 크기는 $10kN$이므로 8 kN은 틀리다.
- 8 kN은 절점 b에서 ab가 만드는 수평성분만 읽고 그대로 답으로 착각할 때 나오기 쉽다.
- 틀린 표현은 "$F_{be} = 8kN$"이고, 올바르게는 "$F_{be} = 10kN$"이다.

② O
- 절점 b의 수평평형식 $8 + \frac{4}{5}F_{be} = 0$에서 $F_{be} = -10kN$이므로 크기는 $10kN$이다.
- 문제는 크기를 묻고 있으므로 압축 여부와 별개로 정답 수치는 10 kN이다.

③ X
- 계산 결과와 비교하면 12 kN은 틀리다.
- 12 kN은 왼쪽 지점반력 $R_A = 12kN$을 그대로 부재력으로 오인할 때 나오기 쉽다.
- 틀린 표현은 "$F_{be} = 12kN$"이고, 올바르게는 "$F_{be} = 10kN$"이다.

④ X
- 계산 결과와 비교하면 14 kN도 틀리다.
- 14 kN은 인접 부재 ab의 크기 $4\sqrt{13} \approx 14.4kN$를 be와 혼동하거나 반올림할 때 나오는 값이다.
- 틀린 표현은 "$F_{be} = 14kN$"이고, 올바르게는 "$F_{be} = 10kN$"이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 지점반력, 인접 부재력, 수평성분을 서로 같은 값으로 착각하는 데 있다. 특히 절점 b에서는 be가 $3-4-5$ 부재라는 점을 써서 성분으로 바꿔야 하는데, 이를 생략하면 8 kN이나 12 kN 같은 오답으로 흐르기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

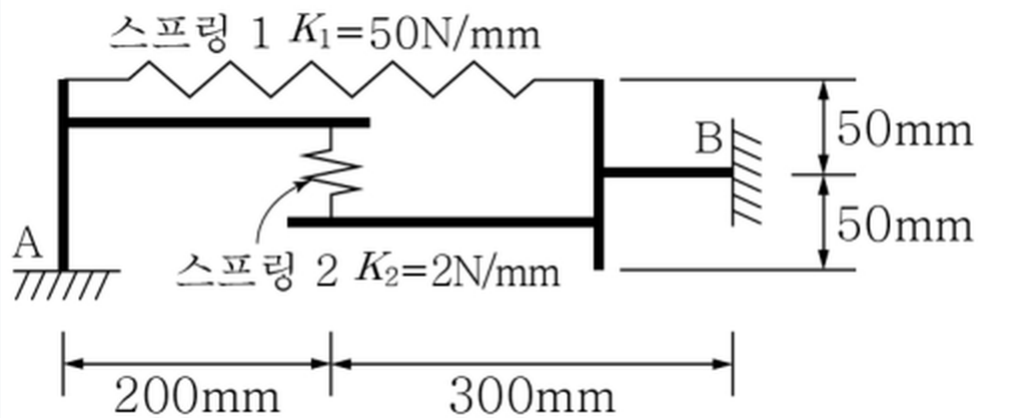
트러스 계산형은 전체 평형으로 지점반력을 먼저 구하고, 미지수가 2개 이하인 절점부터 절점법을 적용해 푼다. 경사부재는 길이비를 먼저 읽어 성분비로 바꾼 뒤 $\sum H = 0, \sum V = 0$에 대입하면 된다.

암기 포인트

트러스 부재력은 전체 평형으로 반력을 구한 뒤, 방향비가 단순한 절점에서 성분평형으로 바로 정리하는 방식이 가장 빠르다.

NoteBase

문 19. 다음 그림과 같이 스프링 1과 스프링 2로 연결된 두 구조물에서 지점 A에 미소회전 θ가 발생할 때, 지점 B에 발생하는 모먼트의 크기는? (단, 구조물의 자중과 변형은 고려하지 않는다.)



① 130θ kN · mm

② 160θ kN · mm

③ 190θ kN · mm

④ 220θ kN · mm

정답 1번

출제 포인트

강체로 보는 두 구조물에서 지점 회전에 따른 스프링 변형량을 구하고, 그 스프링력이 B점에 만드는 모멘트를 합성하는 문제이다.

조건 정리

- 왼쪽 구조물은 A점에서 미소회전 θ를 하고, 오른쪽 구조물은 B점에 고정되어 있다.
- 스프링 1은 수평 스프링이며 강성은 $K_1 = 50N/mm$이다.
- 스프링 1의 작용점은 B점보다 50mm 위에 있고, A점에서 그 점까지의 높이는 100mm이다.
- 스프링 2는 수직 스프링이며 강성은 $K_2 = 2N/mm$이다.
- 스프링 2의 상단 작용점은 A점에서 수평 200mm 위치에 있고, 하단 작용점은 B점에서 수평 300mm 왼쪽에 있다.

사용할 공식

$\delta = l\theta, \quad F = k\delta, \quad M = Fr$

이 문제는 부재 변형을 무시한 강체 회전 문제이므로, 각 스프링 끝점의 이동량은 회전중심에서 그 점까지의 직교거리와 θ의 곱으로 구해진다. 그 이동량으로 스프링력을 구한 뒤, 그 힘이 B점에 만드는 모멘트를 합성하면 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 스프링 1의 왼쪽 끝은 A점에서 높이 100mm에 있으므로, A점이 θ만큼 회전하면 수평변위는 $\delta_1 = 100\theta mm$이다. 따라서 스프링력은 $F_1 = K_1\delta_1 = 50 \times 100\theta = 5000\theta N$이다.
2. 스프링 2의 윗끝은 A점에서 수평 200mm 위치에 있으므로, A점이 θ만큼 회전하면 수직변위는 $\delta_2 = 200\theta mm$이다. 따라서 스프링력은 $F_2 = K_2\delta_2 = 2 \times 200\theta = 400\theta N$이다.
3. 스프링 1이 B점에 만드는 모멘트는 작용점이 B점보다 50mm 위에 있으므로 $M_1 = 5000\theta \times 50 = 250000\theta N \cdot mm = 250\theta kN \cdot mm$이다.
4. 스프링 2가 B점에 만드는 모멘트는 작용점이 B점에서 300mm 왼쪽에 있으므로 $M_2 = 400\theta \times 300 = 120000\theta N \cdot mm = 120\theta kN \cdot mm$이다.
5. 두 모멘트의 방향은 서로 반대이므로 $M_B = M_1 - M_2 = 250\theta - 120\theta = 130\theta kN \cdot mm$이다.

선지별 해설

① O
- 계산 결과가 $130\theta kN \cdot mm$이므로 맞는 선지이다.
- 스프링 1의 모멘트 250θ에서 스프링 2의 반대방향 모멘트 120θ를 빼면 된다.

② X
- $160\theta kN \cdot mm$는 계산 결과와 다르다.
- 잘못된 부분은 최종 모멘트값이며, 올바르게는 $130\theta kN \cdot mm$이다.
- 회전에 따른 스프링 2의 변형량 200θ 또는 B점까지의 모멘트팔 300mm를 잘못 잡으면 이런 오차가 생긴다.

③ X
- $190\theta kN \cdot mm$는 계산 결과와 다르다.
- 잘못된 부분은 최종 모멘트값이며, 올바르게는 $130\theta kN \cdot mm$이다.
- 스프링 1의 변형량을 높이 100mm 기준으로 잡지 않거나, 두 모멘트의 방향을 반대로 판단하면 틀리게 된다.

④ X
- $220\theta kN \cdot mm$는 계산 결과와 다르다.
- 잘못된 부분은 최종 모멘트값이며, 올바르게는 $130\theta kN \cdot mm$이다.
- 스프링력은 강성과 변형량의 곱으로 구해야 하므로, 거리값을 그대로 더해 모멘트를 만들면 안 된다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 변형량을 구하는 거리와 모멘트를 구하는 거리를 섞는 데 있다. 스프링 2의 변형량은 A점으로부터의 수평거리 200mm로 구하고, B점 모멘트는 B점으로부터의 수평거리 300mm로 구해야 한다. 또한 두 스프링이 만드는 모멘트 방향이 서로 반대라는 점을 놓치면 값을 더해 버리게 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

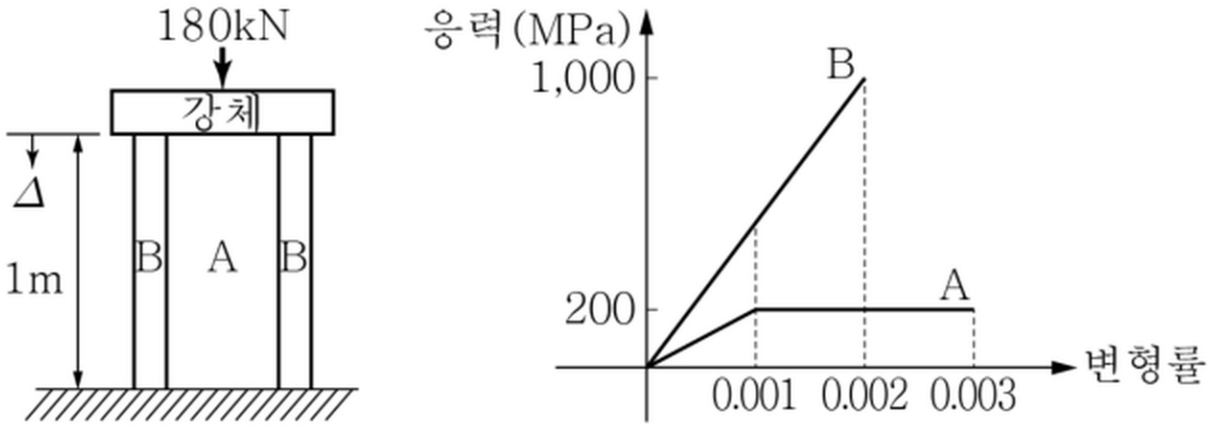
강체-스프링 회전 문제는 먼저 각 스프링 끝점이 회전 때문에 어느 방향으로 $l\theta$만큼 움직이는지 정리하고, 다음에 $F = k\delta$로 스프링력을 구한 뒤, 마지막에 각 힘의 모멘트팔과 방향을 따져 합성모멘트를 계산하면 된다.

암기 포인트

회전 문제는 변형량 $\delta = l\theta$, 스프링력 $F = k\delta$, 지점모멘트 $M = Fr$의 순서로 정리하면 된다.

NoteBase

문 20. 다음 그림과 같이 두 가지 재료 A와 B로 만들어진 단주의 압축변위는? (단, 재료 A의 단면적은 500mm^2, 재료 B의 단면적은 100mm^2, 강체의 자중은 무시하고, 강체는 수평을 유지하며 이동한다.)



① 1.2mm

② 1.4mm

③ 1.6mm

④ 1.8mm

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 강체가 수평을 유지하므로 세 단주가 같은 압축변형률을 가진다는 적합조건과, 재료 A의 항복 후 재료 B가 추가 하중을 부담하는 관계를 이용해 압축변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 하중 180 kN, 단주 길이 1m, 재료 A의 단면적 500mm^2, 재료 B의 총단면적 100mm^2이다.
응력-변형률 관계는 A가 $\varepsilon = 0.001$에서 $\sigma_A = 200\text{MPa}$에 도달한 뒤 완전소성 거동을 하고, B는 $\varepsilon = 0.002$에서 $\sigma_B = 1000\text{MPa}$인 선형탄성체이다.
구해야 할 값은 강체의 압축변위 Δ이다.
주의할 조건은 강체가 수평을 유지하므로 A와 두 B의 변형률이 모두 같고, 문제의 단면적 100mm^2는 B 재료 전체의 단면적으로 본다는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

공용 변형률을 ε라 하면 압축변위는 $\Delta = \varepsilon L$이다.
재료 B의 탄성계수는
$E_B = \frac{1000}{0.002} = 500000\text{MPa}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 강체가 회전하지 않으므로 각 단주가 같은 변형률을 가져야 하고, 전체 하중 180 kN은 각 재료가 부담하는 축력의 합으로 맞춰야 하기 때문이다.

계산 과정

1. A가 항복하는 변형률은 $\varepsilon = 0.001$이고, 이때 A가 부담하는 힘은
$P_A = \sigma_A A_A = 200 \times 500 = 100000\text{N} = 100\text{kN}$
이다.
2. 같은 변형률 $\varepsilon = 0.001$에서 B의 응력은 $\sigma_B = E_B \varepsilon = 500000 \times 0.001 = 500\text{MPa}$이므로 B 전체가 부담하는 힘은
$P_B = 500 \times 100 = 50000\text{N} = 50\text{kN}$
이다.
따라서 이 시점의 총하중은 150kN이다.
3. 작용하중 180 kN까지는 30 kN이 더 필요하다. A는 완전소성 상태이므로 추가 하중은 B가 전부 부담한다.
따라서 B 전체의 최종 부담력은 80kN이고,
$\sigma_B = \frac{80000}{100} = 800\text{MPa}$
이다.
4. B는 선형탄성이므로 최종 변형률은
$\varepsilon = \frac{\sigma_B}{E_B} = \frac{800}{500000} = 0.0016$
이다.
5. 압축변위는
$\Delta = \varepsilon L = 0.0016 \times 1000 = 1.6\text{mm}$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $\Delta = 1.2\text{mm}$이면 $\varepsilon = 0.0012$이다. 이때 A는 200 MPa를 유지하고 B는 600 MPa이므로 총하중은 $200 \times 500 + 600 \times 100 = 160\text{kN}$이다. 180 kN과 맞지 않으므로 틀리다. 틀린 표현은 변위를 1.2mm로 본 점이고, 올바르게는 하중평형을 만족하는 변위는 1.6mm이다.
② X: $\Delta = 1.4\text{mm}$이면 $\varepsilon = 0.0014$이다. 이때 총하중은 $200 \times 500 + 700 \times 100 = 170\text{kN}$이다. 아직 180 kN에 도달하지 못하므로 틀리다. 틀린 표현은 최종 변형률을 0.0014로 본 점이고, 올바르게는 0.0016이다.
③ O: $\Delta = 1.6\text{mm}$이면 $\varepsilon = 0.0016$이고, A는 200 MPa, B는 800 MPa가 된다. 따라서 총하중은 $200 \times 500 + 800 \times 100 = 180\text{kN}$으로 정확히 일치하므로 옳다.
④ X: $\Delta = 1.8\text{mm}$이면 $\varepsilon = 0.0018$이다. 이때 총하중은 $200 \times 500 + 900 \times 100 = 190\text{kN}$이 되어 작용하중보다 크다. 틀린 표현은 변위를 1.8mm로 본 점이고, 올바르게는 1.6mm이다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 B 재료가 두 개 보인다고 해서 100mm^2를 각 B의 단면적으로 다시 두 번 더하는 실수이다. 이 문항은 재료 A와 재료 B로 이루어진 단주로 보고, B 재료 전체 단면적을 100mm^2로 해석해야 정답과 하중평형이 맞는다. 또 A가 항복한 뒤에도 응력 200 MPa를 유지한다는 점을 놓치면 추가 30 kN의 부담 주체를 잘못 판단하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

병렬 배치된 단주에 강체가 수평 이동하면 먼저 공용 변형률 조건을 세운다. 그다음 각 재료의 응력-변형률 선도에서 항복 여부를 확인하고, 전체 하중이 항복 직전 부담력보다 큰지 비교한 뒤 부족한 하중을 어느 재료가 추가 부담하는지 계산하면 된다.

암기 포인트

강체 평행이동 문제는 같은 변형률, 전체 하중은 각 재료 부담력의 합, 완전소성 재료는 항복 후 응력이 일정이라는 세 줄로 정리된다.

NoteBase