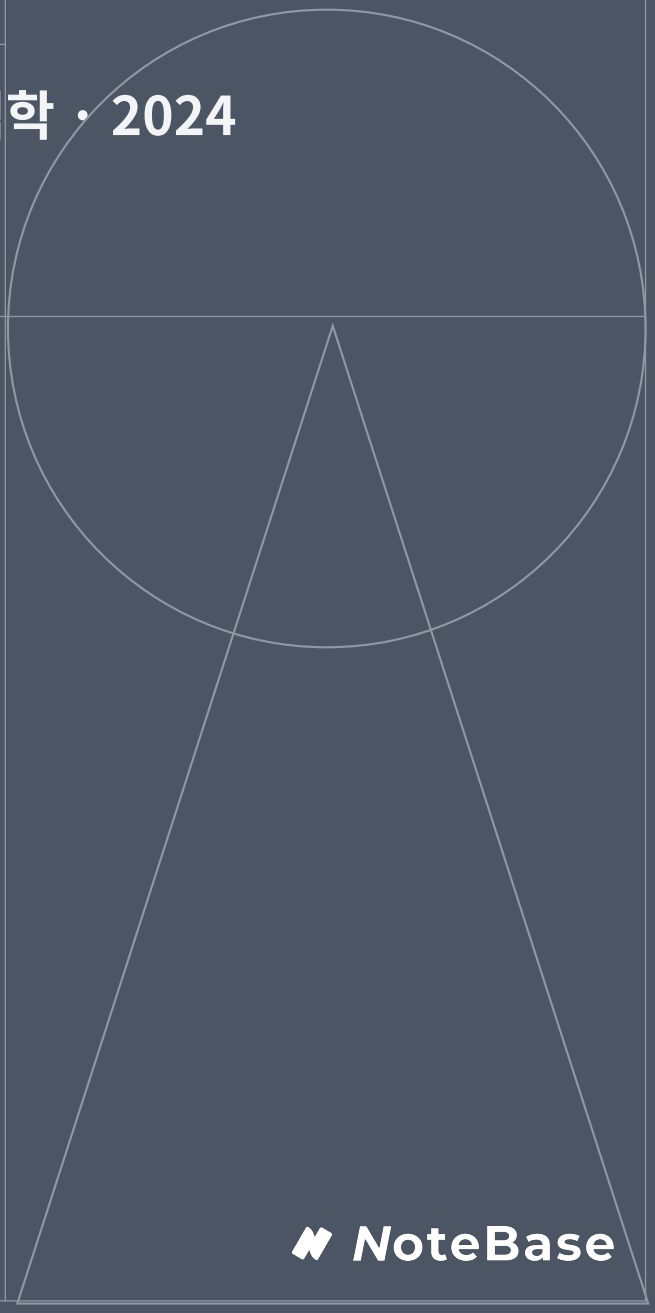
기출OX 해설집

공무원/군무원/9급 · 응용역학 · 2024



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/군무원/9급 · 응용역학 · 2024

공무원/군무원/9급 · 응용역학 · 2024

1. 경간이 L이고 등분포하중 w을 받는 보의 양쪽 단부 구속 조건이 휨에 대하여 동일한 정도로 부분 구속되어 있다. 단부의 모멘트의 크기가 $\frac{1}{16}wL^2$일 때, 중앙부의 모멘트의 크기는?

① $\frac{1}{8}wL^2$

② $\frac{1}{10}wL^2$

③ $\frac{1}{12}wL^2$

④ $\frac{1}{16}wL^2$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 대칭 등분포하중을 받는 보의 반력을 구한 뒤, 절단면 모멘트식으로 중앙부 휨모멘트의 크기를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 경간은 L, 등분포하중은 w, 양단 모멘트의 크기는 각각 $wL^2/16$이다.
구해야 할 값: 중앙부 휨모멘트의 크기이다.
주의할 조건: 양단의 회전 구속 정도가 같고 하중도 대칭이므로 양쪽 수직반력은 같다. 처짐을 다시 계산할 필요 없이 주어진 단부 모멘트를 이용할 수 있다.

NoteBase

사용할 공식

대칭 조건에서 양쪽 수직반력은

$R_A = R_B = \frac{wL}{2}$

이다. 왼쪽 단부에서 x만큼 떨어진 단면의 휨모멘트는 처짐을 오목하게 만드는 모멘트를 양(+)으로 두면

$M(x) = -\frac{wL^2}{16} + R_A x - \frac{wx^2}{2}$

이다. 주어진 단부 모멘트는 중앙부와 반대 방향의 단부 부모멘트이므로 음(-)으로 반영한다. 이 식은 단면 왼쪽에 작용하는 단부 모멘트, 반력, 등분포하중의 모멘트를 합한 것이다.

계산 과정

1. 대칭이므로 왼쪽 반력은 $R_A = wL/2$이다.

2. 중앙부에서는 $x = L/2$이므로

$M\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{wL^2}{16} + \frac{wL}{2} \cdot \frac{L}{2} - \frac{w}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2$

이다.

3. 정리하면

$M\left(\frac{L}{2}\right) = \left(-\frac{1}{16} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)wL^2 = \frac{1}{16}wL^2$

이므로 중앙부 모멘트의 크기는 $wL^2/16$이다.

선지 판단

① X — $wL^2/8$은 계산 결과 $wL^2/16$의 2배이므로 틀리다. 올바르게는 중앙부 모멘트의 크기가 $wL^2/16$이다.

② X — $wL^2/10$은 절단면 모멘트식에 $x = L/2$를 대입한 결과와 다르므로 틀리다. 올바르게는 $wL^2/16$이다.

③ X — $wL^2/12$는 계산 결과와 다르므로 틀리다. 올바르게는 $wL^2/16$이다.

④ O — 중앙부 모멘트를 계산하면 정확히 $wL^2/16$이므로 옳다.

오답 포인트

단순지지보의 중앙 최대모멘트 $wL^2/8$을 그대로 적용하면 ①을 고르게 된다. 이 보는 양단에 크기 $wL^2/16$의 부모멘트가 존재하므로, 단순지지보의 중앙 모멘트에서 그 영향을 반영해야 한다. 또한 문제는 모멘트의 방향이 아니라 크기를 묻지만, 계산 과정에서는 단부 부모멘트의 부호를 음(-)으로 넣어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

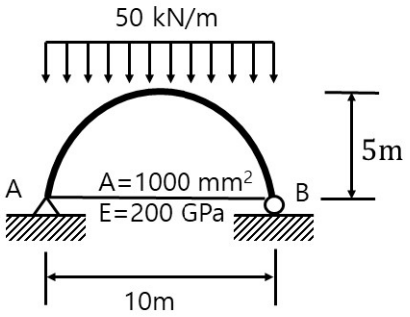
대칭 하중과 대칭 지지 조건에서는 먼저 $R_A = R_B = wL/2$를 구한다. 이어서 한쪽 단부에서 중앙까지 절단하여 단부 모멘트, 반력의 모멘트, 분포하중의 모멘트를 부호에 맞게 합한 뒤 마지막에 크기를 취한다.

암기 포인트

대칭 등분포하중 보의 중앙 모멘트는 '단순지지보 값 $wL^2/8$ + 단부 모멘트의 대수값'으로 빠르게 확인할 수 있다. 이 문제에서는 $-wL^2/16 + wL^2/8 = wL^2/16$이다.

NoteBase

2. 그림과 같이 등분포 하중을 지지하는 아치에서 A점과 B점은 각각 핀과 롤러로 되어 있고 A점과 B점을 케이블로 연결하였다. 케이블에 작용하는 인장 응력[MPa]은?



① 125
② 150
③ 250
④ 500

정답 1번

출제 포인트

등분포하중을 받는 대칭 아치의 수평추력과 이를 지지하는 케이블의 인장응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

등분포하중은 $w = 50kN/m$, 지간은 $L = 10m$, 아치 높이는 $f = 5m$이다. 케이블의 단면적은 $A = 1000mm^2$이다. 대칭 하중이므로 양쪽 수직반력은 같고, 케이블의 인장력은 아치의 수평추력 H와 같다. 탄성계수 $E = 200GPa$는 인장응력을 구하는 데 사용하지 않는다.

사용할 공식

이 문제와 같이 전 지간 등분포하중의 하중선과 아치 축선이 일치하는 포물선 아치로 해석하면 수평추력은

$H = \frac{wL^2}{8f}$

이다. 케이블이 양 지점을 연결하여 이 수평추력을 지지하므로 $T = H$이고, 케이블의 인장응력은

$\sigma = \frac{T}{A}$

이다.

NoteBase

계산 과정

1. 아치의 수평추력을 계산한다.

$H = \frac{50 \times 10^2}{8 \times 5} = 125kN$

2. 케이블 인장력은 수평추력과 같으므로 $T = 125kN$이다.

3. $1MPa = 1N/mm^2$를 이용하여 응력을 계산한다.

$\sigma = \frac{125 \times 10^3 N}{1000mm^2} = 125N/mm^2 = 125MPa$

선지 판단

① O — 계산된 케이블 인장응력 $125MPa$와 일치한다.

② X — $150MPa$는 평형식으로 구한 값과 일치하지 않는다. 올바른 값은 $125MPa$이다.

③ X — $250MPa$는 한쪽 수직반력 $250kN$을 케이블 인장력으로 잘못 사용하면 나오는 값이다. 케이블은 수평추력 $125kN$을 받으므로 올바른 값은 $125MPa$이다.

④ X — $500MPa$는 전체 등분포하중 $wL = 500kN$을 케이블 인장력으로 잘못 사용하면 나오는 값이다. 올바른 값은 $125MPa$이다.

오답 포인트

수직반력이나 전체 등분포하중을 케이블 인장력으로 착각하기 쉽다. 케이블이 지지하는 힘은 아치의 수평추력이다. 또한 kN을 N으로 바꾸지 않고 mm^2로 나누는 단위 실수에 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

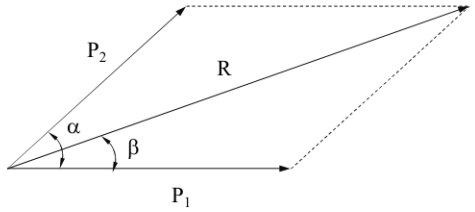
대칭 아치와 수평 타이 케이블이 함께 나오면 먼저 $H = wL^2/(8f)$로 수평추력을 구하고, $T = H$를 적용한 뒤 $\sigma = T/A$로 응력을 계산한다.

암기 포인트

아치의 수평추력은 케이블의 인장력이고, 케이블 응력은 수평추력을 단면적으로 나눈 값이다.

NoteBase

3. 다음 그림에서 두 힘 P_1, P_2에 대한 합력 R의 크기는?



① $\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\alpha}$

② $\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\beta}$

③ $\dfrac{P_2\sin\alpha}{P_1+P_2\cos\alpha}$

④ $\dfrac{P_2\sin\beta}{P_1+P_2\cos\beta}$

정답 1번

출제 포인트

두 힘의 합력 크기를 구할 때 두 힘 사이의 각 α를 코사인 법칙에 적용하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 두 힘의 크기는 P_1, P_2이고, 두 힘 사이의 각은 α이다.

구해야 할 값: 합력의 크기 R이다.

주의할 조건: β는 P_1과 합력 R 사이의 방향각이므로 두 힘의 합성 공식에 넣는 끼인각이 아니다.

사용할 공식

두 벡터 사이의 각이 α일 때 합력의 크기는

$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha}$

이다. 평행사변형법으로 두 힘을 합성하면 대각선이 합력 R이 되므로 코사인 법칙을 적용한다.

NoteBase

계산 과정

P_1 방향을 수평축으로 잡으면 합력의 성분은
$R_x = P_1 + P_2\cos\alpha, \qquad R_y = P_2\sin\alpha$
이다. 따라서
$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(P_1 + P_2\cos\alpha)^2 + (P_2\sin\alpha)^2} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha}$
가 된다.

선지 판단

① O — 두 힘 사이의 각 α를 이용한 합력의 크기 공식과 일치한다.

② X — β는 두 힘 사이의 각이 아니라 합력의 방향각이므로 $\cos\beta$를 쓰면 안 된다. 틀린 표현 $\cos\beta$는 올바르게는 $\cos\alpha$이며, 식은 $\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha}$이다.

③ X — $\frac{P_2\sin\alpha}{P_1 + P_2\cos\alpha}$는 합력의 크기가 아니라 방향각에 관한 값 $\tan\beta$이다. 올바르게는 $\tan\beta = \frac{P_2\sin\alpha}{P_1 + P_2\cos\alpha}$이고, 합력의 크기는 ①의 식이다.

④ X — 분자와 분모에 방향각 β를 넣은 이 식은 합력의 크기 공식이 아니다. 올바른 방향각 관계는 $\tan\beta = \frac{P_2\sin\alpha}{P_1 + P_2\cos\alpha}$이며, 합력의 크기는 $\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha}$이다.

오답 포인트

그림에 α와 β가 함께 표시되어 있어 두 힘 사이의 각과 합력의 방향각을 혼동하기 쉽다. 특히 ③은 성분비로 구하는 $\tan\beta$를 합력의 크기로 착각하게 만든 선지이다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 두 원래 힘 사이의 끼인각을 찾고, 크기는 코사인 법칙으로 계산한다. 합력과 기준축 사이의 방향각은 성분비 $\tan\beta = R_y/R_x$로 구분한다.

암기 포인트

합력의 크기에는 두 힘 사이의 각 α, 합력의 방향에는 성분비로 얻는 각 β가 쓰인다.

NoteBase

4. 인장력을 받는 강봉의 지름을 2배로 하면 응력은 몇 배인가?

① 4배 ② $\frac{1}{2}$배

③ $\frac{1}{4}$배 ④ 2배

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 축응력 $\sigma = P/A$와 원형 단면적 $A = \pi d^2/4$를 이용해 지름 변화에 따른 응력의 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 강봉의 지름이 d에서 $2d$로 증가한다.
구해야 할 값: 지름 변경 전 응력에 대한 변경 후 응력의 비이다.
주의할 조건: 인장력 P는 동일하며, 원형 단면적은 지름의 제곱에 비례한다.

사용할 공식

축응력과 원형 단면적은 각각
$\sigma = \frac{P}{A}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$
이다. 인장력을 받는 강봉의 응력은 인장력을 하중에 수직인 단면적으로 나눈 값이므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

지름을 2배로 하면 단면적의 비는
$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi(2d)^2/4}{\pi d^2/4} = 4$
이다. 인장력은 같으므로 응력의 비는 면적비의 역수이다.
$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{P/A_2}{P/A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{4}$
따라서 응력은 기존의 $\frac{1}{4}$배가 된다.

선지 판단

① X — 4배는 단면적의 증가 배율이다. '응력은 4배'가 아니라 '단면적은 4배, 응력은 $\frac{1}{4}$배'가 된다.
② X — $\frac{1}{2}$배는 응력이 지름에 단순 반비례한다고 잘못 본 값이다. 올바르게는 지름의 제곱에 반비례하므로 $\frac{1}{4}$배이다.
③ O — 지름이 2배이면 단면적이 4배가 되고, 같은 인장력에서 응력은 그 역수인 $\frac{1}{4}$배가 된다.
④ X — 2배는 지름의 증가 배율을 응력에 그대로 적용한 값이다. '응력은 2배'가 아니라 '응력은 $\frac{1}{4}$배'가 된다.
계산 결과 $\frac{1}{4}$배이므로 정답은 3번이다.

NoteBase

오답 포인트

지름이 2배라는 조건을 응력에 그대로 곱하거나, 응력이 지름에 단순 반비례한다고 판단하면 틀린다. 원형 단면적은 d^2에 비례하고 응력은 단면적에 반비례하므로, 지름의 배율을 먼저 제곱한 뒤 역수를 취해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

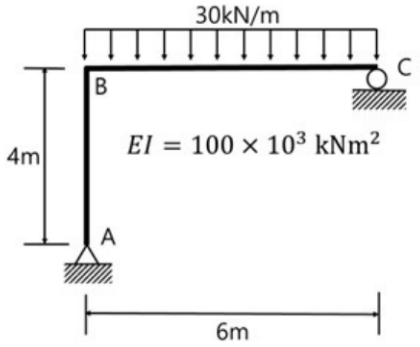
같은 축력이 작용하는 원형 봉의 치수가 변하면 '지름의 배율 → 단면적의 배율을 제곱으로 계산 → 응력은 그 역수'의 순서로 판단한다. 일반적으로 지름이 k배이면 응력은 $1/k^2$배가 된다.

암기 포인트

같은 축력에서 원형 봉의 응력은 지름의 제곱에 반비례한다: $\sigma \propto 1/d^2$.

NoteBase

5. 그림과 같이 등분포하중을 지지하는 강접골조에서 지점 C의 수평변위[mm]는?



① 7.2 ② 10.8
③ 14.4 ④ 21.6

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 가상일의 원리인 단위하중법을 이용하여 등분포하중을 받는 강절골조의 점 C 수평변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 보 길이 $L = 6m$, 기둥 높이 $h = 4m$, 등분포하중 $w = 30kN/m$, 휨강성 $EI = 100 \times 10^3 kN \cdot m^2$ 이다.

구해야 할 값: 점 C의 수평변위 $\delta_{C,x}$이다.

주의할 조건: 실제 하중에 의한 기둥 AB의 휨모멘트는 0이고, 수평 단위하중을 C에 작용시킨 가상계에서 보 BC의 휨모멘트를 실제 휨모멘트와 곱해 적분한다.

사용할 공식

단위하중법에 따른 수평변위는

$\delta_{C,x} = \sum\int \frac{Mm}{EI} ds$

이다. 여기서 M은 실제 하중에 의한 휨모멘트이고, m은 C에 수평 단위하중을 가했을 때의 휨모멘트이다. 변위를 구하려는 위치와 방향에 단위하중을 두어야 하므로 이 공식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 실제 하중의 합력은 $wL = 180kN$이고 대칭이므로 수직반력은 각각 $90kN$이다. 보의 B단에서 거리 x인 단면의 실제 휨모멘트는
M(x)=90x-(30x^2)/(2)=90x-15x^2(0≤ x≤6)
이다.
2. C에 오른쪽 방향의 수평 단위하중을 가하면 모멘트 평형에서 C의 가상 수직반력은 2/3이고, 보의 가상 휨모멘트는
$m(x) = 4 - \frac{2}{3}x$
이다. 실제 하중에 의한 기둥의 휨모멘트가 0이므로 기둥 적분항은 0이다.
3. 따라서
$\delta_{C,x} = \frac{1}{100 \times 10^3}\int_0^6 (90x - 15x^2)\left(4 - \frac{2}{3}x\right)dx$
$= \frac{1080}{100 \times 10^3} m = 0.0108m = 10.8mm$
이다.

선지 판단

① X — $7.2mm$는 단위하중법 적분 결과인 $10.8mm$와 일치하지 않는다. 올바른 값은 $10.8mm$이다.
② O — 계산 결과 점 C의 수평변위는 $10.8mm$이므로 일치한다.
③ X — $14.4mm$는 계산 결과보다 크다. 올바른 값은 $10.8mm$이다.
④ X — $21.6mm$는 계산 결과의 2배로, 올바른 값은 $10.8mm$이다.

오답 포인트

수평변위를 구하면서 실제 수평하중이 없다는 이유로 변위를 0으로 보면 안 된다. C에 수평 단위하중을 가한 가상계의 모멘트 m을 구하고, 실제 모멘트 M이 0인 기둥은 적분에 기여하지 않는다는 점을 구분해야 한다. 또한 최종값 $0.0108m$를 $10.8mm$로 환산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

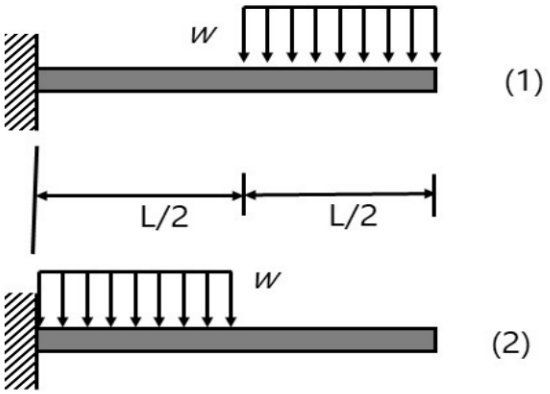
변위를 구할 점과 방향에 단위하중을 작용시키고, 실제계의 M과 가상계의 m을 부재별로 구한 뒤 $\int Mm/(EI)ds$를 합산하고 마지막에 단위를 검산한다.

암기 포인트

점·방향에 단위하중, 부재별로 Mm/EI 적분, m에서 mm로 단위 환산이 핵심이다.

NoteBase

6. 그림에서 (1)번 보에서 최대 전단응력과 최대 휨응력이 각각 10 MPa과 100 MPa이라고 한다. (2)번 보의 최대 전단응력[MPa]과 최대휨응력[MPa]으로 가장 적절한 것은? (단, (1)번과 (2)번 보의 단면은 동일하다.)



	최대 전단응력[MPa]	최대 휨응력[MPa]
①	5	$\frac{100}{3}$
②	10	$\frac{100}{3}$
③	5	100
④	10	100

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 캔틸레버 보의 고정단 전단력과 휨모멘트를 구하고, 동일 단면에서 최대 전단응력은 전단력에, 최대 휨응력은 휨모멘트에 비례한다는 관계를 적용하는 문제이다.

조건 정리

(1)번 보는 오른쪽 절반에, (2)번 보는 왼쪽 절반에 같은 등분포하중 w가 작용한다.
두 하중의 크기는 모두 $wL/2$이므로 고정단 전단력의 크기는 같다.
(1)번 하중의 합력 작용점은 고정단에서 $3L/4$, (2)번 하중의 합력 작용점은 고정단에서 $L/4$ 떨어져 있다.
두 보의 단면이 동일하므로 단면적, 단면2차모멘트 및 가장자리까지의 거리는 같다.

NoteBase

사용할 공식

고정단의 전단력과 휨모멘트는
V=분포하중의 합력, M=합력×고정단부터 합력까지의 거리
이다. 동일 단면에서는
$\tau_{\max} \propto V, \qquad \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} \propto M$
이다. 하중 위치가 달라도 전단력은 총하중으로 정해지고, 휨응력은 고정단에 대한 하중 모멘트로 정해지므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

1. 두 보의 총하중은 같으므로
$V_1 = V_2 = \frac{wL}{2}$
이고, 따라서
$\tau_{2,\max} = \tau_{1,\max} = 10MPa$
이다.
2. (1)번 보의 고정단 최대 휨모멘트는
$M_1 = \frac{wL}{2} \cdot \frac{3L}{4} = \frac{3wL^2}{8}$
이다.
3. (2)번 보의 고정단 최대 휨모멘트는
$M_2 = \frac{wL}{2} \cdot \frac{L}{4} = \frac{wL^2}{8} = \frac{1}{3}M_1$
이다. 동일 단면에서 최대 휨응력은 휨모멘트에 비례하므로
$\sigma_{2,\max} = \frac{M_2}{M_1}\sigma_{1,\max} = \frac{1}{3} \times 100 = \frac{100}{3}MPa$
이다.

선지 판단

① X — 최대 전단응력을 $5MPa$로 제시한 부분이 틀렸다. 두 보의 총하중과 고정단 전단력이 같으므로 올바른 최대 전단응력은 $10MPa$이다. 최대 휨응력 $100/3MPa$은 맞다.
② O — 최대 전단응력은 $10MPa$, 최대 휨응력은 $100/3MPa$이므로 계산 결과와 모두 일치한다.
③ X — 최대 전단응력 $5MPa$와 최대 휨응력 $100MPa$이 모두 틀렸다. 올바르게는 각각 $10MPa$와 $100/3MPa$이다.
④ X — 최대 전단응력 $10MPa$은 맞지만, 최대 휨응력 $100MPa$이 틀렸다. 하중이 고정단에 가까워져 고정단 휨모멘트가 (1)번의 1/3이므로 올바른 최대 휨응력은 $100/3MPa$이다.

오답 포인트

분포하중의 작용 구간이 오른쪽 절반에서 왼쪽 절반으로 옮겨지면 전단응력도 절반이 된다고 오해하기 쉽다. 그러나 전단력은 총하중으로 결정되므로 변하지 않는다. 달라지는 것은 합력의 고정단에 대한 모멘트팔이며, 그 결과 휨모멘트와 휨응력만 (1)번의 1/3로 감소한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

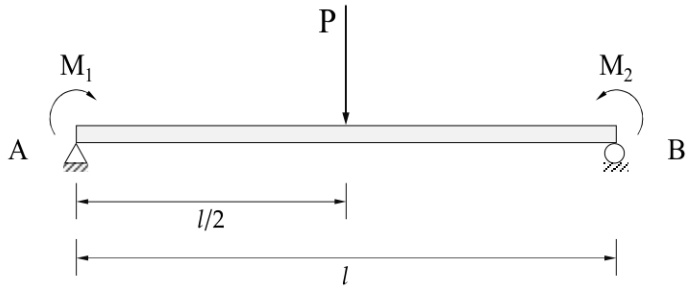
먼저 분포하중을 크기가 같은 하나의 합력으로 바꾸고 그 작용점을 찾는다. 전단응력은 합력의 크기를, 휨응력은 고정단에 대한 합력의 모멘트를 비교한다. 단면이 동일하면 각각 전단력비와 휨모멘트비를 기존 응력에 곱해 판단한다.

암기 포인트

캔틸레버 보에서 τ_{max}는 총하중에, σ_{max}는 고정단 모멘트에 비례한다. 같은 총하중이라도 고정단에 가까이 작용할수록 휨응력은 작아진다.

NoteBase

7. 다음 그림에서 지점 A에서의 반력은?



① $P-\dfrac{M_1-M_2}{l}$

② $\dfrac{P}{2}-\dfrac{M_1-M_2}{2l}$

③ $\dfrac{P}{3}-\dfrac{M_1-M_2}{l}$

④ $\dfrac{P}{2}-\dfrac{M_1-M_2}{l}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 단순보에 작용하는 집중하중과 두 모멘트에 대해 평형조건을 적용하여 A점의 수직반력 R_A를 구하는 문제이다.

조건 정리

보의 경간은 l이고, 집중하중 P는 A점에서 $l/2$ 떨어진 중앙에 아래쪽으로 작용한다. M_1은 시계방향, M_2는 반시계방향으로 작용한다. 위쪽 반력을 양(+)으로, 반시계방향 모멘트를 양(+)으로 둔다. 구해야 할 값은 A점의 수직반력 R_A이다.

사용할 공식

정지한 보는 수직력과 모멘트가 각각 평형을 이루므로 다음 식을 사용한다.

$\sum F_y = 0, \qquad \sum M_A = 0$

A점에 대한 모멘트 평형으로 B점 반력 R_B를 먼저 구한 뒤, 수직력 평형으로 R_A를 구할 수 있다. 집중모멘트는 작용 위치와 관계없이 그 크기 자체가 모멘트 평형식에 들어간다.

NoteBase

계산 과정

1. A점에 대한 모멘트 평형식을 세운다.

$R_B l - P\left(\frac{l}{2}\right) - M_1 + M_2 = 0$

2. B점 반력을 정리한다.

$R_B = \frac{P}{2} + \frac{M_1 - M_2}{l}$

3. 수직력 평형 $R_A + R_B - P = 0$에 대입한다.

$R_A = P - R_B = \frac{P}{2} - \frac{M_1 - M_2}{l}$

선지 판단

① X — P에 의한 A점 반력을 P로 둔 것이 잘못이다. 중앙 집중하중은 두 지점이 각각 $P/2$씩 분담하므로 올바른 식은 $P/2 - (M_1 - M_2)/l$이다.

② X — 모멘트 차에 의한 반력 항을 $(M_1 - M_2)/(2l)$로 둔 것이 잘못이다. 우력의 모멘트 차를 경간 l로 나누므로 올바른 식은 $P/2 - (M_1 - M_2)/l$이다.

③ X — 중앙 집중하중에 의한 A점 반력을 $P/3$으로 둔 것이 잘못이다. 중앙 집중하중의 반력 몫은 $P/2$이므로 올바른 식은 $P/2 - (M_1 - M_2)/l$이다.

④ O — 평형조건으로 구한 $R_A = P/2 - (M_1 - M_2)/l$와 정확히 일치한다. 따라서 정답은 4번이다.

오답 포인트

집중하중과 집중모멘트가 만드는 반력을 따로 구분하지 않으면 계수와 부호를 틀리기 쉽다. 중앙의 P는 A와 B가 각각 절반씩 분담하지만, 두 모멘트의 효과는 모멘트 차를 전체 경간 l로 나눈 값이다. 또한 시계방향 M_1과 반시계방향 M_2의 부호가 서로 반대임에 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

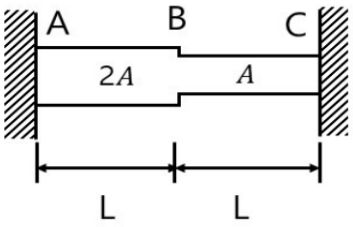
단순보 반력 문제는 모멘트 방향의 부호를 먼저 정하고, 한 지점에 대한 모멘트 평형으로 반대쪽 반력을 구한 다음 수직력 평형으로 나머지 반력을 구한다. 마지막에는 $R_A + R_B = P$가 성립하는지 검산한다.

암기 포인트

중앙 집중하중의 반력은 각각 $P/2$이고, 집중모멘트가 만드는 반력의 크기는 모멘트를 경간 l로 나눈 값이다. 이 문제에서는 $R_A = P/2 - (M_1 - M_2)/l$이다.

NoteBase

8. 그림과 같이 양단 고정되어 있는 ABC 부재에 온도가 150 ℃ 상승하였다. AB 부분의 단면적은 2A이고 BC 부분의 단면적은 A이다. BC 부분에 발생하는 압축응력[MPa]의 크기는?



열팽창계수 $\alpha = 10 \times 10^{-6}/℃$
온도변화 $\Delta T = 150℃$
탄성계수 $E = 200\ \mathrm{GPa}$
부재 길이 $L = 200\ \mathrm{mm}$

① 100
② 200
③ 300
④ 400

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 양단이 고정된 단면 변화 부재에서 전체 자유 열팽창량과 축력에 의한 전체 탄성 수축량이 같다는 변형 적합조건을 이용해 BC 구간의 압축응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

AB 구간: 길이 $L = 200mm$, 단면적 $2A$
BC 구간: 길이 $L = 200mm$, 단면적 A
열팽창계수: $\alpha = 10 \times 10^{-6}/^\circ C$
온도 변화: $\Delta T = 150^\circ C$
탄성계수: $E = 200GPa = 200{,}000MPa$
구해야 할 값: BC 구간에 발생하는 압축응력의 크기 σ_{BC}
주의할 조건: 직렬로 연결된 두 구간의 축력 P는 같지만 단면적이 다르므로 응력은 서로 다르다.

NoteBase

사용할 공식

양단이 고정되어 부재 전체의 길이 변화가 0이므로 다음 적합조건을 사용한다.

$\sum \alpha \Delta T L_i = \sum \frac{P L_i}{E A_i}$

BC의 응력을 $\sigma_{BC} = P/A$라고 하면 AB의 응력은 $P/(2A) = \sigma_{BC}/2$이다. 따라서 두 구간의 탄성 수축량을 응력으로 나타내면

$2\alpha \Delta T L = \frac{\sigma_{BC}}{2E} L + \frac{\sigma_{BC}}{E} L$

이 공식을 쓰는 이유는 양단 지점이 열팽창을 완전히 구속하므로 자유 열팽창량 전부가 압축력에 의한 탄성 수축량으로 상쇄되어야 하기 때문이다.

계산 과정

1. 자유 열팽창률은 $\alpha \Delta T = (10 \times 10^{-6})(150) = 1.5 \times 10^{-3}$이다.
2. 두 구간의 전체 자유 열팽창량은

$2\alpha \Delta T L = 2(1.5 \times 10^{-3})(200mm) = 0.6mm$

이다.

3. 적합조건을 정리하면

$2\alpha \Delta T = \frac{3\sigma_{BC}}{2E}$

$\sigma_{BC} = \frac{4}{3} E \alpha \Delta T$

이다.

4. 수치를 대입하면

$\sigma_{BC} = \frac{4}{3}(200{,}000MPa)(1.5 \times 10^{-3}) = 400MPa$

이므로 BC 구간에는 크기 $400MPa$의 압축응력이 발생한다.

선지 판단

① X — $100MPa$일 때 두 구간의 탄성 수축량은 $0.15mm$에 불과하여 자유 열팽창량 $0.6mm$를 상쇄하지 못한다. 틀린 값이며, 올바르게는 BC의 압축응력은 $400MPa$이다.

② X — $200MPa$일 때 탄성 수축량은 $0.30mm$이므로 적합조건을 만족하지 않는다. 이는 BC보다 단면적이 2배인 AB 구간의 압축응력 크기이며, 올바르게는 BC의 압축응력은 $400MPa$이다.

③ X — $300MPa = E\alpha\Delta T$는 전 구간의 단면적이 같을 때의 완전 구속 열응력에 해당한다. 이 부재는 단면적이 서로 다르므로 올바르게는 BC의 압축응력은 $400MPa$이다.

④ O — 적합조건으로 계산한 BC 구간의 압축응력 크기와 같은 $400MPa$이다.

계산 결과 $400MPa$이므로 정답은 4번이다.

오답 포인트

단면이 다른 고정 부재에 $\sigma = E\alpha\Delta T$를 곧바로 적용하면 ③의 $300MPa$를 고르게 된다. 직렬 부재에서는 축력이 같고 응력은 단면적에 반비례하므로, 각 구간의 탄성 변형량을 따로 구해 합산해야 한다. 또한 문제는 BC의 응력을 묻고 있으므로 AB의 응력 $200MPa$와 혼동하지 않는다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

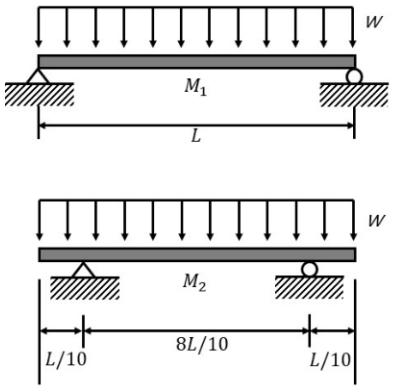
단면이 변하는 양단 고정 열응력 문제는 먼저 각 구간의 축력이 같음을 확인하고, 구간별 응력과 탄성변형량을 단면적에 맞게 표현한 뒤, 전체 자유 열팽창량과 전체 탄성 수축량이 같다는 적합조건을 적용한다. 마지막으로 요구한 구간의 단면적으로 축력을 나누어 응력을 판단한다.

암기 포인트

단면 변화 직렬 부재는 축력은 같고 응력은 단면적에 반비례한다. 양단 고정이면 전체 열팽창량=전체 탄성 수축량이다.

NoteBase

9. 경간이 L이고 등분포하중을 받는 단순보의 중앙에서 발생하는 휨모멘트의 크기를 M_1, 양 지점을 $\frac{L}{10}$ 만큼 이동하였을 때의 중앙에서 발생하는 휨모멘트의 크기를 M_2라고 할 때 $\frac{M_2}{M_1}$의 값은?



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{5}{8}$

정답 3번

출제 포인트

등분포하중을 받는 대칭 보에서 지점 이동 전후의 중앙 휨모멘트를 구하고 그 비를 계산하는 문제이다.

조건 정리

처음 보는 지간이 L인 단순보이고 전 길이에 등분포하중 w가 작용한다. 지점을 양 끝에서 각각 $L/10$만큼 안쪽으로 옮긴 뒤에도 하중은 보의 전 길이 L에 작용하며, 두 지점 사이 거리는 $8L/10$이다. 구해야 할 값은 중앙 휨모멘트의 비 M_2/M_1이다.

NoteBase

사용할 공식

등분포하중을 받는 지간 L의 단순보에서 중앙의 최대 휨모멘트는
$M_1 = \frac{wL^2}{8}$
이다. 지점 이동 후에는 구조와 하중이 좌우 대칭이므로 전체 하중 wL의 절반이 각 지점 반력이 된다. 따라서
$R_A = R_B = \frac{wL}{2}$
이다. 중앙에서 보를 절단하여 왼쪽 부분의 모멘트 평형을 사용하면 돌출부 하중까지 빠짐없이 반영할 수 있다.

계산 과정

1. 이동 전 중앙 휨모멘트는
$M_1 = \frac{wL^2}{8}$
이다.
2. 이동 후 왼쪽 지점에서 보 중앙까지의 거리는
$\frac{L}{2} - \frac{L}{10} = \frac{2L}{5}$
이다. 보의 왼쪽 끝부터 중앙까지 작용하는 등분포하중의 합력은 $wL/2$이고, 그 작용점은 중앙에서 왼쪽으로 $L/4$ 떨어져 있다.
3. 중앙 휨모멘트는
$M_2 = R_A\left(\frac{2L}{5}\right) - \left(\frac{wL}{2}\right)\left(\frac{L}{4}\right) = \frac{wL^2}{5} - \frac{wL^2}{8} = \frac{3wL^2}{40}$
이다.
4. 따라서
$\frac{M_2}{M_1} = \frac{3wL^2/40}{wL^2/8} = \frac{3}{5}$
이다.

선지 판단

① X — 계산값은 1/2가 아니라 3/5이다. 틀린 값 1/2은 3/5로 고쳐야 한다.
② X — 계산값은 2/3이 아니라 3/5이다. 틀린 값 2/3은 3/5로 고쳐야 한다.
③ O — $M_2 = 3wL^2/40$, $M_1 = wL^2/8$이므로 $M_2/M_1 = 3/5$이다.
④ X — 계산값은 5/8이 아니라 3/5이다. 틀린 값 5/8은 3/5로 고쳐야 한다.

오답 포인트

지점 사이 거리만 $8L/10$로 줄었다고 보고 일반 단순보 공식에 그대로 대입하면 안 된다. 양쪽 돌출부에도 등분포하중이 계속 작용하므로 전체 하중으로 지점 반력을 구한 뒤 중앙 절단면에 대한 모멘트를 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

대칭 구조에서는 먼저 전체 하중의 절반으로 각 반력을 구한다. 이어서 구하려는 단면에서 보를 절단하고 한쪽 부분의 모든 하중과 반력에 대해 모멘트 평형을 적용한 뒤, 기준 상태의 휨모멘트와 비를 계산한다.

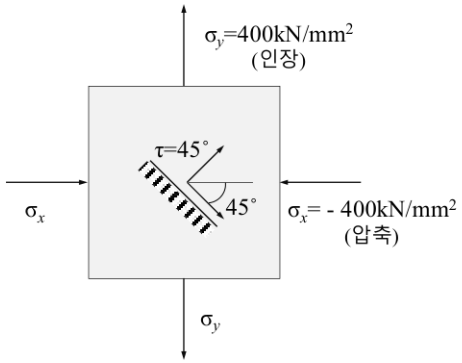
NoteBase

암기 포인트

지점이 안쪽으로 이동한 보에서는 ‘지점 사이 하중’만이 아니라 ‘돌출부 하중’도 반력과 단면모멘트 계산에 포함한다.

NoteBase

10. 다음 그림과 같은 탄성체 내의 요소에서 응력이 $\sigma_x = -400\,\mathrm{kN/mm^2}$, $\sigma_y = 400\,\mathrm{kN/mm^2}$, $\tau_{xy} = 0$ 이다. x축에서 반시계 방향으로 $\theta = 45^\circ$ 만큼 기울어진 단면에서의 수직응력 $\sigma_\theta\,[\mathrm{kN/mm^2}]$와 전단응력 $\tau_\theta\,[\mathrm{kN/mm^2}]$는?



	$\sigma_\theta\,[\mathrm{kN/mm^2}]$	$\tau_\theta\,[\mathrm{kN/mm^2}]$
①	0	400
②	0	−400
③	400	0
④	−400	0

정답 2번

출제 포인트

평면응력 변환식을 이용하여 법선이 x축에서 반시계 방향으로 45 ° 회전한 단면의 수직응력 σ_θ와 전단응력 τ_θ를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 응력: $\sigma_x = -400kN/mm^2$, $\sigma_y = 400kN/mm^2$, $\tau_{xy} = 0$이다.
회전각: $\theta = 45$ °이므로 $2\theta = 90$ °, $\cos 2\theta = 0$, $\sin 2\theta = 1$이다.
구해야 할 값: 회전 단면의 σ_θ와 τ_θ이다.
주의할 조건: 압축응력인 σ_x는 음수이고, 전단응력은 그림에 표시된 회전 단면의 부호 기준을 적용한다.

NoteBase

사용할 공식

평면응력 변환식은 다음과 같다.
$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$
$\tau_\theta = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta - \tau_{xy}\cos 2\theta$
이 식은 서로 수직인 x, y 면의 응력으로부터 회전한 단면의 수직응력과 전단응력을 구하는 식이므로 사용한다.

계산 과정

먼저 평균수직응력과 응력차의 절반을 구한다.
$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-400 + 400}{2} = 0kN/mm^2$
$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{-400 - 400}{2} = -400kN/mm^2$
따라서 수직응력은
$\sigma_\theta = 0 + (-400)(0) + 0(1) = 0kN/mm^2$
이고, 전단응력은
$\tau_\theta = (-400)(1) - 0(0) = -400kN/mm^2$
이다. 그러므로 $(\sigma_\theta, \tau_\theta) = (0,\ -400)kN/mm^2$이다.

선지 판단

① X — $\sigma_\theta = 0$은 맞지만 $\tau_\theta = 400kN/mm^2$라는 부호가 틀렸다. 올바르게는 $(\sigma_\theta, \tau_\theta) = (0,\ -400)kN/mm^2$이다.
② O — 계산 결과가 $\sigma_\theta = 0kN/mm^2$, $\tau_\theta = -400kN/mm^2$이므로 두 값이 모두 일치한다.
③ X — $\sigma_\theta = 400kN/mm^2$, $\tau_\theta = 0$이라는 값이 모두 틀렸다. 올바르게는 $(\sigma_\theta, \tau_\theta) = (0,\ -400)kN/mm^2$이다.
④ X — $\sigma_\theta = -400kN/mm^2$, $\tau_\theta = 0$이라는 값이 모두 틀렸다. 올바르게는 $(\sigma_\theta, \tau_\theta) = (0,\ -400)kN/mm^2$이다.

오답 포인트

①은 전단응력의 크기만 구하고 회전 단면의 부호 기준을 반대로 적용할 때 선택하기 쉽다. 또한 45° 회전에서는 $\cos 2\theta = 0$이므로 수직응력은 평균수직응력인 0이 되고, 원래의 σ_x 또는 σ_y가 그대로 남는 ③과 ④는 성립하지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

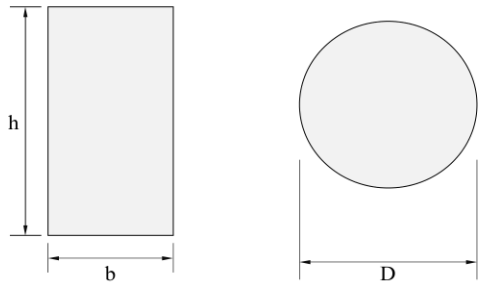
주응력 상태에서 회전 단면의 응력을 묻는 문제는 먼저 평균응력 $(\sigma_x + \sigma_y)/2$과 반경 $(\sigma_x - \sigma_y)/2$을 구한 뒤 2θ를 대입한다. 마지막에는 전단응력의 방향과 문제의 부호 기준을 대조한다.

암기 포인트

서로 크기가 같고 부호가 반대인 수직응력 상태에서 45° 회전하면 수직응력은 0이 되고 그 응력 크기가 전단응력으로 나타난다. 전단응력의 부호는 회전 방향과 단면의 부호 기준으로 결정된다.

NoteBase

11. 다음 그림에서 직사각형 단면(a)의 최대 전단응력은 원형 단면(b)의 최대 전단응력의 몇 배인가? (단, 두 단면적과 작용하는 전단력의 크기는 같다.)



(a) (b)

① $\frac{9}{8}$ 배

② $\frac{7}{6}$ 배

③ $\frac{4}{3}$ 배

④ $\frac{3}{2}$ 배

정답 1번

출제 포인트

직사각형 단면과 원형 단면의 최대 전단응력 공식을 적용하여, 단면적과 전단력이 같을 때 두 최대 전단응력의 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

직사각형 단면의 면적은 $A_a = bh$, 원형 단면의 면적은 $A_b = \pi D^2/4$이다.
두 단면적이 같으므로 $A_a = A_b = A$로 둘 수 있고, 작용하는 전단력도 모두 V로 같다.
구해야 하는 값은 $\tau_{max,a}/\tau_{max,b}$이다.

NoteBase

사용할 공식

실체 직사각형 단면의 최대 전단응력은

$\tau_{\max,\,a} = \frac{3V}{2A}$

이고, 실체 원형 단면의 최대 전단응력은

$\tau_{\max,\,b} = \frac{4V}{3A}$

이다. 두 단면은 형상이 달라 전단응력 분포도 다르므로 각각의 형상계수를 적용한다.

계산 과정

두 최대 전단응력의 비를 취하면 공통인 전단력 V와 단면적 A가 약분된다.

$\frac{\tau_{\max,\,a}}{\tau_{\max,\,b}} = \frac{3V/(2A)}{4V/(3A)} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$

따라서 직사각형 단면의 최대 전단응력은 원형 단면의 최대 전단응력의 9/8배이다.

선지 판단

① O — 계산 결과가 9/8이므로 옳다.

② X — 7/6배라는 값이 틀렸다. 올바르게는 직사각형 단면의 최대 전단응력이 원형 단면의 최대 전단응력의 9/8배이다.

③ X — 4/3배라는 값이 틀렸다. 4/3은 원형 단면의 최대 전단응력 공식에 쓰이는 형상계수이지 두 응력의 비가 아니며, 올바른 비는 9/8이다.

④ X — 3/2배라는 값이 틀렸다. 3/2은 직사각형 단면의 최대 전단응력 공식에 쓰이는 형상계수이지 두 응력의 비가 아니며, 올바른 비는 9/8이다.

오답 포인트

③의 4/3과 ④의 3/2은 각각 원형과 직사각형의 형상계수이다. 한 단면의 형상계수만 고르는 것이 아니라 직사각형 계수를 원형 계수로 나눈 (3/2)/(4/3)를 계산해야 한다. 또한 문제는 직사각형 값을 원형 값으로 나누는 순서를 묻고 있으므로 분자와 분모를 바꾸지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

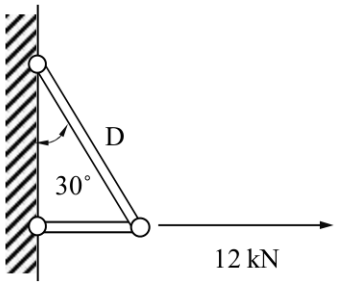
단면적과 전단력이 같은 서로 다른 단면의 최대 전단응력을 비교할 때는 $\tau_{\max} = kV/A$에서 각 단면의 형상계수 k만 비교한다. 직사각형 대 원형의 순서이면 (3/2)/(4/3)로 계산한다.

암기 포인트

최대 전단응력의 형상계수는 직사각형 3/2, 원형 4/3이다. 같은 V와 A에서는 직사각형 대 원형의 비가 9/8이다.

NoteBase

12. 다음 그림에서 D부재가 받는 힘의 크기[kN]는?



① 0 ② 4
③ 8 ④ 12

정답 1번

출제 포인트

절점의 평형조건을 이용하여 외력이 작용하는 절점에서 D 부재가 영부재인지 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 우측 절점에 수평방향 하중 $12kN$이 작용하고, D 부재는 수직선과 $30\,^\circ$를 이룬다.
구해야 할 값: D 부재가 받는 힘 F_D의 크기이다.
주의할 조건: 각 부재는 양 끝이 핀으로 연결된 2력 부재이므로 부재력은 부재의 축방향으로 작용한다.

사용할 공식

우측 절점의 연직방향 평형조건은

$\sum F_y = 0$

이다. 수평 부재의 힘과 $12kN$ 하중은 모두 연직성분이 없고, D 부재력의 연직성분만 $F_D\cos 30\,^\circ$이다. 따라서 이 평형식을 사용한다.

계산 과정

1. 우측 절점을 분리하여 각 부재력을 부재 축방향으로 둔다.
2. 연직방향 힘은 D 부재력의 성분뿐이므로

$\sum F_y = F_D\cos 30\,^\circ = 0$

이다.

3. $\cos 30\,^\circ \neq 0$이므로

$F_D = 0kN$

이다. 즉, D 부재는 이 하중 상태에서 영부재이다.

NoteBase

선지 판단

① O — 계산 결과 D 부재력은 0kN이므로 옳다.
② X — 4kN이면 D 부재에 0이 아닌 연직성분이 생겨 절점의 연직 평형을 만족하지 못한다. 올바른 값은 0kN이다.
③ X — 8kN 역시 D 부재의 연직성분을 상쇄할 다른 힘이 없어 평형이 불가능하다. 올바른 값은 0kN이다.
④ X — 수평하중 12kN을 그대로 D 부재력으로 보는 것은 힘의 방향을 무시한 것이다. 12kN의 수평 평형은 수평 부재가 담당하며, D 부재력은 0kN이다.

오답 포인트

D 부재의 경사각이 제시되어 있어 삼각함수로 수평하중을 분해하려 하기 쉽다. 그러나 우측 절점에서 D 부재력만 연직성분을 가지므로, 연직 평형을 먼저 적용하면 그 힘은 즉시 0이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

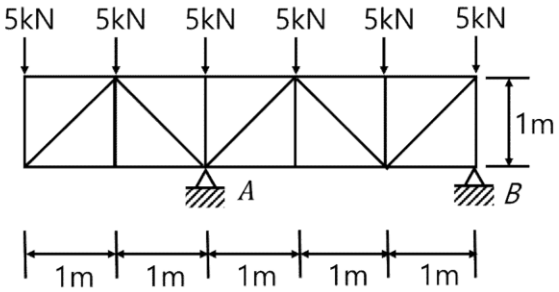
한 절점에 세 힘이 작용하고 그중 두 힘이 같은 직선 위에 있으면, 외력이 그 직선 방향으로만 작용하는 경우 나머지 비공선 부재는 영부재로 판단한다. 절점 평형에서는 미지수가 가장 적은 방향의 평형식부터 확인한다.

암기 포인트

한 절점의 두 공선력과 한 비공선 부재: 공선 방향 외력만 있으면 비공선 부재력은 0이다.

NoteBase

13. 그림과 같은 트러스에서 부재에 작용하는 최대 인장력[kN]은?



① 5
② 10
③ 15
④ 20

정답 3번

출제 포인트

트러스 전체의 평형으로 지점반력을 구하고, 각 절점의 평형조건을 이용하여 인장 부재력 중 최댓값을 찾는 문제이다.

조건 정리

상부의 6개 절점에 각각 $5kN$의 수직하중이 작용한다. 패널의 가로 길이와 트러스 높이는 각각 $1m$이므로 대각부재의 기울기는 45°이다. A는 왼쪽 끝에서 $2m$, B는 왼쪽 끝에서 $5m$ 떨어진 하부 절점에 있다. 구해야 할 값은 인장력을 받는 모든 부재 중 축력의 최댓값이다.

사용할 공식

트러스 전체에는 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$을 적용하고, 각 절점에는 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$을 적용한다. 대각부재력이 N_d이면 수평·수직 성분은 각각 $N_d \cos 45^\circ = N_d/\sqrt{2}$이다. 트러스 부재는 양 끝이 핀으로 연결된 2력 부재이므로 절점 평형으로 각 부재의 축력을 구할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. A의 수직반력을 A_y, B의 수직반력을 B_y라 한다. A점에 대한 모멘트 평형은
$3B_y + 5(2+1) - 5(1+2+3) = 0$
이므로 $B_y = 5kN$이다. 따라서 수직력 평형에서
$A_y + B_y = 6 \times 5 = 30$
이므로 $A_y = 25kN$이다. 수평 외력이 없으므로 A의 수평반력은 0이다.
2. 부재력을 인장일 때 양수로 두고 왼쪽 끝 절점부터 각 절점의 수평·수직 평형을 차례로 적용한다. 인장으로 계산되는 부재는 상현재 중 왼쪽에서 두 번째와 세 번째 패널의 부재가 각각 $15kN$, 왼쪽 첫 번째 대각부재와 왼쪽에서 네 번째 대각부재가 각각 $5\sqrt{2}kN$이다.
3. 그 밖의 부재는 압축 또는 영력 부재이다. 따라서 인장 부재력의 최댓값은
$N_{t,\max} = \max(15, 5\sqrt{2}) = 15kN$
이다.

선지 판단

① X — $5kN$은 B의 수직반력이며 최대 인장 부재력이 아니다. 올바르게는 최대 인장력이 $15kN$이다.
② X — $10kN$은 절점 계산에서 나타나는 45° 대각 압축부재의 한 방향 성분 크기일 수 있으나, 최대 인장 부재력은 아니다. 올바르게는 $15kN$이다.
③ O — 상현재의 왼쪽에서 두 번째와 세 번째 패널 부재에 각각 $15kN$의 인장력이 발생하며, 이는 다른 인장부재의 $5\sqrt{2}kN$보다 크다.
④ X — $20kN$은 두 수직반력의 차 $25 - 5$를 부재력으로 잘못 본 값이다. 올바르게는 최대 인장력이 $15kN$이다.

오답 포인트

지점반력이나 대각부재력의 수평·수직 성분을 그대로 최대 인장력으로 고르면 안 된다. 특히 대각부재의 성분이 $10kN$으로 계산되더라도 실제 부재력은 $10\sqrt{2}kN$이고, 이 부재는 압축이므로 최대 인장력 비교 대상이 아니다.

다시 나오면 이렇게 판단

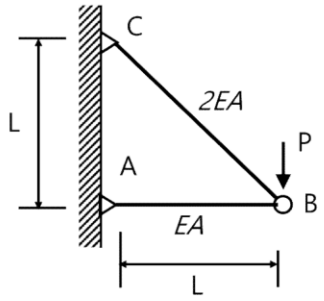
먼저 트러스 전체의 평형으로 지점반력을 구한 뒤, 미지 부재력이 2개 이하인 절점부터 절점법을 적용한다. 부재력의 부호로 인장과 압축을 구분하고, 양수로 나온 인장 부재력끼리만 크기를 비교한다.

암기 포인트

전체 평형으로 반력, 절점 평형으로 부재력, 마지막에는 인장 부재만 비교한다. 이 트러스의 최대 인장력은 상현재의 $15kN$이다.

NoteBase

14. 그림과 같은 트러스 구조에서 AB부재의 단면 성질(축강성)이 EA이고 BC부재는 2EA일 때 B점의 수직 변위는?



① $(1+\sqrt{2})\frac{PL}{EA}$

② $(1+2\sqrt{2})\frac{PL}{EA}$

③ $(2+\sqrt{2})\frac{PL}{EA}$

④ $(2+2\sqrt{2})\frac{PL}{EA}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 트러스 절점의 평형으로 부재력을 구한 뒤 단위하중법을 적용하여 B점의 수직 변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

AB의 길이는 L, 축강성은 EA이다. BC는 수평·수직 투영 길이가 각각 L이므로 길이는 $\sqrt{2}L$, 축강성은 $2EA$이다. B점에는 아래 방향 하중 P가 작용하며, 구해야 할 값은 그 방향의 수직 변위이다. 인장 부재력은 양수, 압축 부재력은 음수로 둔다.

사용할 공식

단위하중법에 따른 하중 방향 변위는 다음과 같다.

$\delta_B = \sum_i \frac{N_i n_i L_i}{(EA)_i}$

여기서 N_i는 실제 하중에 의한 부재력이고, n_i는 B점에 아래 방향 단위하중을 작용시켰을 때의 부재력이다. 트러스 부재의 축변형만으로 절점 변위를 구하므로 이 공식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. B절점의 평형을 적용한다. BC의 기울기는 45도이므로 $N_{BC}\sin 45^\circ = P$에서 $N_{BC} = \sqrt{2}P$이고, 수평 평형에서 $N_{AB} = -P$이다. 따라서 BC는 인장, AB는 압축이다.
2. B점에 아래 방향 단위하중을 작용시키면 같은 비례관계로 $n_{BC} = \sqrt{2}$, $n_{AB} = -1$이다.
3. 각 부재의 변위 기여를 계산한다.

$\delta_{AB} = \frac{(-P)(-1)L}{EA} = \frac{PL}{EA}$

$\delta_{BC} = \frac{(\sqrt{2}P)(\sqrt{2})(\sqrt{2}L)}{2EA} = \sqrt{2}\frac{PL}{EA}$

4. 두 기여를 합하면 다음과 같다.

$\delta_B = \delta_{AB} + \delta_{BC} = (1+\sqrt{2})\frac{PL}{EA}$

계산값은 양수이므로 B점은 하중과 같은 아래 방향으로 이동한다.

선지 판단

① O — 단위하중법으로 구한 B점의 수직 변위 $(1+\sqrt{2})PL/EA$와 일치한다.

② X — $(1+2\sqrt{2})PL/EA$는 AB의 기여 PL/EA는 올바르게 반영했지만, BC의 축강성이 $2EA$라는 조건을 반영하지 않아 BC의 기여를 두 배로 계산한 값이다. 올바르게는 $(1+\sqrt{2})PL/EA$이다.

③ X — AB의 변위 기여를 $2PL/EA$로 잡은 계수 2가 잘못되었다. AB의 실제 기여는 PL/EA이므로 올바르게는 $(1+\sqrt{2})PL/EA$이다.

④ X — AB의 기여와 BC의 기여를 각각 두 배로 잡은 식이다. 올바른 두 기여는 각각 PL/EA, $\sqrt{2}PL/EA$이므로 올바르게는 $(1+\sqrt{2})PL/EA$이다.

오답 포인트

BC의 길이가 $\sqrt{2}L$이라는 점만 반영하고 축강성이 $2EA$라는 점을 빠뜨리면 BC의 변위 기여를 두 배로 계산하여 ②를 고르게 된다. 또한 수직 변위를 구할 때 각 부재의 축변형 자체만 단순히 더하는 것이 아니라, 같은 방향의 단위하중에 의한 부재력 n_i까지 곱해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

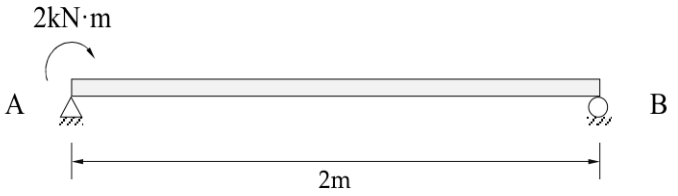
트러스 절점 변위 문제는 실제 하중의 부재력 N_i 산정, 구하는 방향의 단위하중에 의한 부재력 n_i 산정, $N_i n_i L_i/(EA)_i$의 합산 순서로 판단한다. 대각 부재는 실제 길이와 해당 부재의 축강성을 각각 확인한다.

암기 포인트

트러스의 단위하중법은 $\delta = \sum NLn/(EA)$이며, 이 문제에서는 AB의 기여 1과 BC의 기여 $\sqrt{2}$를 더한다.

NoteBase

15. 다음 그림과 같은 단순보에서 발생하는 최대 휨모멘트[kN·m]는?



① 0.5
② 1
③ 2
④ 4

정답 3번

출제 포인트

집중모멘트가 작용하는 단순보의 지점반력을 평형조건으로 구하고, 휨모멘트도의 최댓값을 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 경간 $L = 2m$, A점에 작용하는 집중모멘트의 크기 $M_0 = 2kN \cdot m$이다.
구해야 할 값: 보에서 발생하는 최대 휨모멘트의 크기이다.
주의할 조건: 집중모멘트는 힘이 아니므로 수직력의 합에는 직접 들어가지 않지만, 모멘트 평형에는 그대로 반영된다.

사용할 공식

전체 보의 평형조건은

$\sum F_y = 0, \qquad \sum M_A = 0$

이다. 모멘트의 크기만 비교하면

$R_B L = M_0$

이다. 외력이 집중모멘트뿐이므로 두 지점반력은 크기가 같고 방향이 반대이며, 보 내부의 휨모멘트는 A점 직후의 M_0에서 B점의 0까지 직선으로 변한다.

NoteBase

계산 과정

1. A점에 대한 모멘트 평형으로 B점 반력의 크기를 구한다.

$R_B = \frac{M_0}{L} = \frac{2kN \cdot m}{2m} = 1kN$

2. 수직력 평형에 따라 A점 반력은 B점 반력과 크기가 같고 방향은 반대이다.

3. A에서 오른쪽으로 x만큼 떨어진 단면의 휨모멘트 크기는

$|M(x)| = M_0(1 - \frac{x}{L})$

이므로 A점 직후인 $x = 0$에서 가장 크다.

$|M|_{\max} = M_0 = 2kN \cdot m$

선지 판단

① X — $0.5kN \cdot m$가 아니라 최대 휨모멘트는 $2kN \cdot m$이다.

② X — 계산된 $1kN$은 지점반력의 크기이며 휨모멘트가 아니다. $1kN \cdot m$가 아니라 최대 휨모멘트는 $2kN \cdot m$이다.

③ O — A점 직후의 휨모멘트 크기가 작용 집중모멘트와 같은 $2kN \cdot m$이므로 계산 결과와 일치한다.

④ X — $4kN \cdot m$는 주어진 모멘트에 경간을 다시 곱해 얻는 잘못된 값이다. 올바른 최대 휨모멘트는 $2kN \cdot m$이다.

오답 포인트

②의 1은 M_0/L로 구한 지점반력의 수치이다. 반력의 단위는 kN, 휨모멘트의 단위는 $kN \cdot m$이므로 두 값을 혼동하면 안 된다. 또한 집중모멘트 M_0에 경간을 다시 곱하면 ④의 4가 되지만, 이미 모멘트 단위로 주어진 값에 길이를 중복하여 곱하는 것은 잘못이다.

다시 나오면 이렇게 판단

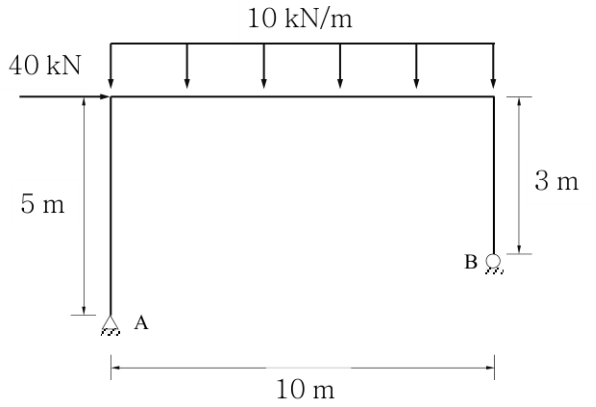
집중모멘트만 작용하는 단순보에서는 먼저 $R = M_0/L$로 지점반력을 구하고, 휨모멘트도가 모멘트 작용점의 M_0에서 반대쪽 단순지점의 0까지 직선으로 변하는지 확인한다. 최대 휨모멘트의 크기는 집중모멘트 작용점 직후에서 판단한다.

암기 포인트

단순보에 단부 집중모멘트만 작용하면 반력의 크기는 M_0/L, 최대 휨모멘트의 크기는 M_0이다.

NoteBase

16. 다음 그림과 같은 라멘에서 B지점의 연직반력 R_B[kN]는? (단, A지점은 힌지지점이고 B지점은 롤러 지점이다.)



① 60 ② 70
③ 80 ④ 90

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 등가 집중하중으로 바꾼 뒤 A점에 대한 모멘트 평형을 이용하여 B지점의 연직반력 R_B를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 상부 보의 길이는 $10m$, 등분포하중은 $10kN/m$, 수평 집중하중은 $40kN$, A점에서 수평하중 작용선까지의 높이는 $5m$이다.
구해야 할 값: B지점의 연직반력 R_B이다.
주의할 조건: B점은 수평면 위의 롤러 지점이므로 연직반력만 작용한다. A점에 대해 모멘트를 취하면 A점의 수평·연직 반력은 모멘트 계산에서 소거된다.

사용할 공식

등분포하중의 등가 집중하중은
$W = wL$
이고, 그 작용점은 등분포 구간의 중앙이다. A점에 대한 모멘트 평형은
$\sum M_A = 0$
이다. 평형 상태의 라멘에서는 임의의 점에 대한 모든 외력 모멘트의 합이 0이므로 이 공식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 등분포하중을 등가 집중하중으로 바꾸면
$W = (10kN/m)(10m) = 100kN$
이다. 이 하중은 A점에서 수평으로 $5m$ 떨어진 상부 보의 중앙에 작용한다.
2. 반시계방향을 양(+)으로 정하여 A점에 대한 모멘트 평형식을 세우면
$R_B(10m) - (100kN)(5m) - (40kN)(5m) = 0$
이다. $40kN$의 수평하중에도 A점에서 작용선까지 $5m$의 수직거리가 있으므로 시계방향 모멘트가 생긴다.
3. 따라서
$10R_B - 500 - 200 = 0$
$R_B = 70kN$
이다.

선지 판단

① X — $60kN$은 계산 결과 $70kN$과 다르다. 틀린 값 $60kN$ → 올바르게는 $70kN$이다.
② O — A점 모멘트 평형에서 $10R_B = 500 + 200 = 700$이므로 $R_B = 70kN$이다.
③ X — $80kN$은 등분포하중과 수평하중이 만드는 모멘트를 모두 반영한 평형값이 아니다. 틀린 값 $80kN$ → 올바르게는 $70kN$이다.
④ X — $90kN$은 계산 결과 $70kN$과 다르다. 틀린 값 $90kN$ → 올바르게는 $70kN$이다.
계산 결과 $R_B = 70kN$이므로 정답은 2번이다.

오답 포인트

등분포하중의 합력 $100kN$만 고려하고, 상부 왼쪽 절점에 작용하는 수평하중 $40kN$의 모멘트를 빠뜨리기 쉽다. 수평력도 A점에서 그 작용선까지 $5m$ 떨어져 있으므로 $200kN \cdot m$의 시계방향 모멘트를 만든다. 그림의 오른쪽 $3m$는 B점에서 상부 보까지의 높이이며, A점에 대한 $40kN$ 하중의 모멘트팔은 왼쪽에 표시된 $5m$이다.

다시 나오면 이렇게 판단

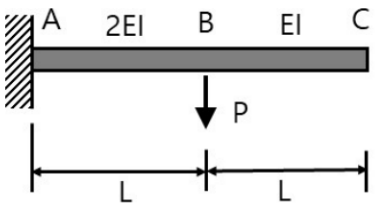
라멘의 지점반력 문제에서는 먼저 분포하중을 합력으로 치환하고, 구하려는 반력을 제외한 미지 반력들이 지나가는 지점에 대해 모멘트 평형식을 세운다. 각 힘의 모멘트팔은 힘의 작용선까지의 수직거리로 판단하고, 마지막에 힘의 단위가 kN인지 검산한다.

암기 포인트

등분포하중의 합력은 wL, 작용점은 구간 중앙이다. 모멘트팔은 부재 길이가 아니라 기준점에서 힘의 작용선까지의 수직거리이다.

NoteBase

17. 그림과 같이 휨강성이 AB 부분은 2EI 이고 BC 부분은 EI인 외팔보에 집중하중 P가 중앙에 작용하고 있다. C점에서의 수직 처짐으로 가장 적절한 것은?



① $\frac{7}{24}\frac{PL^3}{EI}$

② $\frac{5}{6}\frac{PL^3}{EI}$

③ $\frac{7}{48}\frac{PL^3}{EI}$

④ $\frac{5}{12}\frac{PL^3}{EI}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 휨강성이 구간별로 다른 외팔보에서 하중이 없는 구간의 곡률과 회전을 이용하여 자유단 C의 수직 처짐을 구하는 문제이다.

조건 정리

AB 구간의 길이는 L, 휨강성은 $2EI$이고, B점에 집중하중 P가 작용한다. BC 구간의 길이는 L, 휨강성은 EI이다. BC에는 외력이 없으므로 전단력과 휨모멘트가 모두 0이며 곡률도 0이다. 따라서 BC는 B점의 기울기를 유지한 직선으로 변형한다. 구해야 할 값은 C점의 수직 처짐이다.

사용할 공식

길이 L, 휨강성 $2EI$인 외팔보의 자유단 B에 집중하중 P가 작용할 때

$\delta_B = \frac{PL^3}{3(2EI)}, \qquad \theta_B = \frac{PL^2}{2(2EI)}$

이다. BC의 곡률은 0이므로 B의 회전에 따른 추가 처짐은 $\theta_B L$이고, C점 처짐은 $\delta_C = \delta_B + \theta_B L$로 구한다.

NoteBase

계산 과정

1. B점의 처짐은
$\delta_B = \frac{PL^3}{6EI}$
이다.
2. B점의 회전각은
$\theta_B = \frac{PL^2}{4EI}$
이다.
3. BC 구간에서 생기는 추가 수직변위는
$\theta_B L = \frac{PL^3}{4EI}$
이다.
4. 따라서 C점의 수직 처짐은
$\delta_C = \frac{PL^3}{6EI} + \frac{PL^3}{4EI} = \frac{5}{12}\frac{PL^3}{EI}$
이다.

선지 판단

① X — $\frac{7}{24}\frac{PL^3}{EI}$는 B점 처짐과 B점 회전에 따른 추가 처짐을 올바르게 합한 값이 아니다. 올바르게는 $\frac{5}{12}\frac{PL^3}{EI}$이다.
② X — $\frac{5}{6}\frac{PL^3}{EI}$는 AB의 실제 휨강성 $2EI$를 EI로 잘못 적용하면 나오는 값이다. 올바르게는 $\frac{5}{12}\frac{PL^3}{EI}$이다.
③ X — $\frac{7}{48}\frac{PL^3}{EI}$는 B점의 처짐과 회전으로 전달되는 변위를 정확히 반영하지 않은 값이다. 올바르게는 $\frac{5}{12}\frac{PL^3}{EI}$이다.
④ O — 계산 결과가 $\frac{5}{12}\frac{PL^3}{EI}$이므로 옳다. 따라서 정답은 4번이다.

오답 포인트

BC 구간의 휨강성이 EI라고 해서 이 구간에 별도의 휨변형이 생기는 것은 아니다. BC에는 휨모멘트가 없어 곡률이 0이지만, B점 자체의 처짐과 회전은 C점까지 전달된다. 또한 AB의 휨강성은 EI가 아니라 $2EI$이므로 외팔보 공식을 적용할 때 분모의 강성을 반드시 바꾸어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

구간별로 전단력과 휨모멘트를 먼저 확인한다. 휨모멘트가 0인 구간은 곡률이 0이므로 직선으로 변형하며, 그 끝점 변위는 시작점의 처짐에 시작점 회전각과 구간 길이의 곱을 더해 구한다. 각 구간의 실제 휨강성 EI도 공식에 따로 반영한다.

암기 포인트

무모멘트 구간은 추가 휨은 없지만 앞 구간의 처짐과 회전은 그대로 전달된다. 즉, $\delta_C = \delta_B + \theta_B L$이다.

NoteBase

18. 밑면이 b이고 높이가 h인 이등변삼각형 단면을 가진 부재의 항복강도가 f_y일 때 중립축에 대한 항복모멘트는?

① $f_y\frac{bh^2}{6}$

② $f_y\frac{bh^2}{12}$

③ $f_y\frac{bh^2}{24}$

④ $f_y\frac{bh^2}{36}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 이등변삼각형 단면의 도심축에 대한 단면2차모멘트와 가장 먼 연단까지의 거리를 이용하여 최초 항복모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 밑변은 b, 높이는 h, 항복강도는 f_y이다.
구해야 할 값: 중립축에 대한 최초 항복모멘트 M_y이다.
주의할 조건: 삼각형의 도심은 밑변에서 $h/3$ 떨어져 있으므로, 도심축에서 위쪽 꼭짓점까지의 거리 $2h/3$가 아래쪽 밑변까지의 거리 $h/3$보다 크다. 최초 항복은 중립축에서 가장 먼 위쪽 연단에서 발생한다.

사용할 공식

최초 항복모멘트는 $M_y = f_y Z_{min} = f_y I/c_{max}$이다.
이등변삼각형의 밑변과 평행한 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I = bh^3/36$이고, 가장 먼 연단까지의 거리는 $c_{max} = 2h/3$이다. 탄성 휨응력 $\sigma = My/I$가 가장 먼 연단에서 먼저 f_y에 도달하므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

1. 도심축에 대한 단면2차모멘트를 구하면 $I = bh^3/36$이다.
2. 중립축에서 가장 먼 위쪽 연단까지의 거리는 $c_{max} = 2h/3$이다.
3. 최소 단면계수는 $Z_{min} = \frac{I}{c_{max}} = \frac{bh^3/36}{2h/3} = \frac{bh^2}{24}$.
4. 따라서 항복모멘트는 $M_y = f_y Z_{min} = f_y\frac{bh^2}{24}$.

NoteBase

선지 판단

① X
$f_y bh^2/6$은 $I = bh^3/36$을 실제 연단거리가 아닌 $h/6$으로 나눈 값이다. 틀린 표현이며, 가장 먼 연단거리 $2h/3$를 적용한 $f_y bh^2/24$가 옳다.

② X
$f_y bh^2/12$은 중립축에서 가까운 아래쪽 밑변까지의 거리 $h/3$를 사용한 값이다. 최초 항복은 더 먼 위쪽 연단이 지배하므로 $c_{max} = 2h/3$를 적용한 $f_y bh^2/24$로 고쳐야 한다.

③ O
$I = bh^3/36$과 $c_{max} = 2h/3$를 사용하면 $M_y = f_y I/c_{max} = f_y bh^2/24$가 되어 계산 결과와 일치한다.

④ X
$f_y bh^2/36$은 도심축에서 연단까지의 거리를 단면의 전체 높이 h로 잘못 둔 값이다. 틀린 표현이며, 실제 최대 연단거리 $2h/3$를 적용한 $f_y bh^2/24$가 옳다.

오답 포인트

삼각형의 도심축은 높이의 중앙에 있지 않으므로 위·아래 연단거리가 서로 다르다. ②는 가까운 아래쪽 연단거리 $h/3$를 사용하게 만드는 함정이고, ④는 전체 높이 h를 연단거리로 착각하게 만드는 함정이다. 최초 항복에는 두 연단거리 중 큰 값인 $2h/3$를 사용한다.

다시 나오면 이렇게 판단

비대칭 단면의 최초 항복모멘트는 도심축 위치를 구한 뒤 위·아래 연단거리를 비교하고, 큰 거리 c_{max}에 대하여 $M_y = f_y I/c_{max}$를 적용하여 판단한다.

암기 포인트

삼각형은 $I = bh^3/36$, 도심은 밑변에서 $h/3$, 꼭짓점까지는 $2h/3$이므로 최초 항복 단면계수는 $bh^2/24$이다.

NoteBase

19. 양단 핀지지로 되어 있는 기둥의 좌굴 하중을 증가시키려고 한다. 좌굴하중이 가장 많이 증가하는 방안으로 가장 적절한 것은?
① 단면2차모멘트를 2배 증가시킨다.
② 기둥의 길이를 $\frac{1}{2}$배로 줄인다.
③ 탄성계수가 2배인 재료로 변경한다.
④ 기둥의 하부 경계조건을 고정으로 변경한다.

정답 2번

출제 포인트

오일러 좌굴하중 공식에서 탄성계수, 단면2차모멘트, 기둥 길이, 유효길이계수의 변화가 좌굴하중에 미치는 영향을 비교하는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건: 최초 기둥은 양단 핀지지이므로 유효길이계수는 $K = 1$이다.
구해야 할 값: 각 방안에 따른 임계좌굴하중의 증가 배율이다.
주의할 조건: 좌굴하중은 E와 I에 비례하지만 길이 L의 제곱에 반비례한다.

사용할 공식

오일러 임계좌굴하중은 다음과 같다.
$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$
여기서 E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트, L은 실제 길이, K는 유효길이계수이다. 각 선지에서 변하는 요소가 이 식에 직접 들어가므로 변경 전후의 좌굴하중 비를 비교한다.

계산 과정

① I를 2배로 하면 P_{cr}은 2배가 된다.
② L을 1/2로 줄이면 P_{cr}은 $1/(1/2)^2 = 4$배가 된다.
③ E를 2배로 하면 P_{cr}은 2배가 된다.
④ 양단 핀지지에서 한쪽 고정·한쪽 핀지지로 바꾸면 K가 1에서 약 0.7로 감소하므로 P_{cr}은 $1/0.7^2$, 즉 약 2.04배가 된다.
따라서 좌굴하중을 가장 많이 증가시키는 방안은 ②이다.

NoteBase

선지 판단

① X — 단면2차모멘트를 2배로 하면 좌굴하중도 2배가 될 뿐이므로 가장 큰 증가가 아니다. 4배 증가시키려면 단면2차모멘트를 4배로 해야 한다.
② O — 길이를 절반으로 줄이면 길이의 제곱에 반비례하는 좌굴하중이 4배가 되어 네 방안 중 증가량이 가장 크다.
③ X — 탄성계수가 2배이면 좌굴하중도 2배가 될 뿐이다. 4배 증가시키려면 탄성계수가 4배인 재료로 변경해야 한다.
④ X — 하부를 고정하면 한쪽 고정·한쪽 핀지지가 되어 좌굴하중은 약 2.04배로 증가하지만 ②의 4배보다 작다. 가장 크게 증가시키는 방안은 하부 경계조건 변경이 아니라 기둥 길이를 절반으로 줄이는 것이다.

오답 포인트

②의 길이 변화에 제곱이 적용된다는 점이 핵심 함정이다. 길이가 절반이므로 좌굴하중이 2배라고 판단하면 안 되며, L^2에 반비례하므로 4배가 된다. 또한 ④는 고정단 도입으로 좌굴하중이 커지지만 그 증가율은 ②보다 작다.

다시 나오면 이렇게 판단

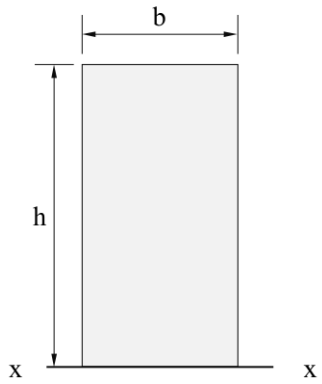
각 조건의 변경 전후에 대해 $P_{cr} \propto EI/(KL)^2$를 적용하고 증가 배율을 비교한다. E와 I는 1차 비례, K와 L은 제곱 반비례로 판단한다.

암기 포인트

오일러 좌굴하중은 EI에는 비례하고 유효길이 KL의 제곱에는 반비례한다. 길이 절반이면 좌굴하중은 4배이다.

NoteBase

20. 다음 그림과 같은 직사각형 단면의 x축에 대한 단면2차모멘트는?



① $\frac{1}{12}bh^3$

② $\frac{1}{3}bh^3$

③ $\frac{1}{4}bh^3$

④ $\frac{3}{4}bh^3$

정답 2번

출제 포인트

직사각형의 도심축이 아니라 밑변에 놓인 x축에 대한 단면2차모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

직사각형의 폭은 b, 높이는 h이다. 구해야 할 축은 단면의 아래쪽 경계와 일치하는 x축이다. 따라서 도심을 지나는 수평축에 대한 공식 $bh^3/12$을 그대로 적용할 수 없다.

사용할 공식

단면2차모멘트의 정의는 $I_x = \int_A y^2 dA$이다. 높이 y에서 두께 dy인 수평 미소면적은 $dA = b dy$이므로 $I_x = b\int_0^h y^2 dy$를 사용한다.

계산 과정

$I_x = b\int_0^h y^2 dy = b\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^h = \frac{1}{3}bh^3$

평행축정리로도 $I_x = I_G + Ad^2 = \frac{1}{12}bh^3 + bh\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}bh^3$이 된다.

NoteBase

선지 판단

① X — $\frac{1}{12}bh^3$은 직사각형의 도심을 지나는 수평축에 대한 값이다. 밑변 x축에 대한 값으로 고치면 $\frac{1}{3}bh^3$이다.
② O — 적분 또는 평행축정리로 구한 $I_x = \frac{1}{3}bh^3$과 일치한다.
③ X — $\frac{1}{4}bh^3$은 밑변축에 대한 적분 결과와 일치하지 않는다. 올바른 계수는 $\frac{1}{4}$이 아니라 $\frac{1}{3}$이다.
④ X — $\frac{3}{4}bh^3$은 밑변축에 대한 적분 결과와 일치하지 않는다. 올바른 식은 $\frac{3}{4}bh^3$이 아니라 $\frac{1}{3}bh^3$이다.

오답 포인트

①의 $\frac{1}{12}bh^3$을 모든 수평축에 공통인 직사각형 공식으로 착각하기 쉽다. $\frac{1}{12}bh^3$은 도심축 공식이며, 그림의 x축처럼 밑변축이면 평행축정리의 이동항 $A(h/2)^2$을 더해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

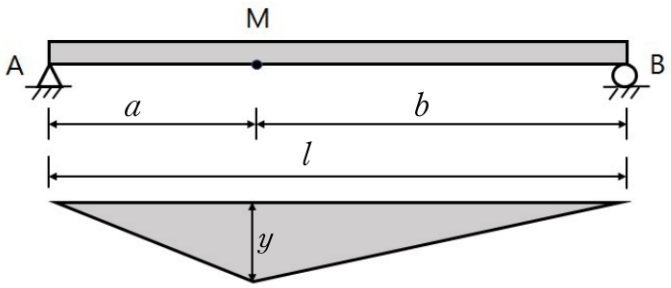
먼저 기준축이 도심축인지 경계축인지 확인한다. 경계축이면 정의 적분을 하거나 도심축 값에 평행축정리 $I = I_G + Ad^2$를 적용한다.

암기 포인트

직사각형은 도심 수평축에서 $I_G = bh^3/12$, 밑변 수평축에서 $I_x = bh^3/3$이다.

NoteBase

21. 다음 그림과 같은 정정보에서 M 점의 휨모멘트 영향선의 최대 종거 y 는?



① $\frac{a}{l}$ ② $\frac{b}{l}$

③ $\frac{ab}{l}$ ④ ab

정답 3번

출제 포인트

단순보의 임의 단면 M에서 휨모멘트 영향선의 최대 종거를 단위하중법으로 구하는 문제이다.

조건 정리

M점은 A점에서 a, B점에서 b만큼 떨어져 있고 전체 경간은 $l = a + b$이다. 휨모멘트 영향선은 양 지점에서 0이고 M점에서 최대가 되는 삼각형이다.

사용할 공식

단위하중이 M점에 있을 때 A점 반력은

$R_A = \frac{b}{l}$

이고, M점 휨모멘트 영향선의 종거는

$y = R_A a = \frac{b}{l} a = \frac{ab}{l}$

이다. 영향선의 종거는 해당 위치에 단위하중을 놓았을 때의 M점 휨모멘트이므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

1. 단위하중을 영향선의 꼭짓점인 M점에 놓는다.
2. B점에 대해 모멘트 평형을 적용하면 $R_A l = 1 \cdot b$이므로 $R_A = b/l$이다.
3. M점 휨모멘트는 $R_A a$이므로 최대 종거는 $y = ab/l$이다.

NoteBase

선지 판단

① X — a/l은 길이의 비로서 무차원이며 휨모멘트 영향선의 종거가 아니다. 틀린 값 a/l → 올바른 최대 종거는 ab/l이다.
② X — b/l은 단위하중이 M점에 있을 때의 A점 반력 영향선 종거이지 M점 휨모멘트 영향선의 종거가 아니다. 틀린 값 b/l → 올바른 최대 종거는 $a(b/l) = ab/l$이다.
③ O — 단위하중을 M점에 놓으면 $R_A = b/l$이고, M점 휨모멘트는 $R_A a = ab/l$이므로 최대 종거와 일치한다.
④ X — ab는 반력비를 반영하지 않아 l로 나누는 과정이 빠졌고 차원도 길이의 제곱이다. 틀린 값 ab → 올바른 최대 종거는 ab/l이다.
계산 결과 $y = ab/l$이므로 정답은 3번이다.

오답 포인트

①과 ②는 지점반력에 쓰이는 거리비만 고른 값이고, ④는 M점까지의 거리와 반력비를 곱하면서 분모 l을 누락한 값이다. 휨모멘트 영향선의 종거는 길이 차원을 가지므로 무차원인 a/l, b/l이나 길이의 제곱 차원인 ab는 배제된다.

다시 나오면 이렇게 판단

휨모멘트 영향선의 특정 점 종거는 그 점에 단위하중을 놓고 지점반력을 구한 뒤, 절단면까지의 거리를 곱해 계산한다. 마지막에는 결과가 길이 차원인지 확인한다.

암기 포인트

단순보에서 A로부터 a, B로부터 b 떨어진 점의 휨모멘트 영향선 최대 종거는 ab/l이다.

NoteBase

22. 재료는 균질하며 등방성의 성질을 지닌 탄성체에서 탄성계수 E, 전단탄성계수 G, 포아송비 ν의 관계식으로 가장 적절한 것은?

① $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$

② $E = \dfrac{G^2}{2(1+\nu)}$

③ $G = \dfrac{E^2}{2(1+\nu)}$

④ $E = \dfrac{G}{2(1+\nu)}$

정답 1번

출제 포인트

균질하고 등방성인 선형 탄성체에서 탄성계수 E, 전단탄성계수 G, 포아송비 ν 사이의 관계식을 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건: 재료는 균질하며 등방성인 탄성체이다.
구해야 할 내용: E, G, ν의 올바른 관계식이다.
주의할 조건: E와 G는 같은 차원의 탄성계수이고, ν는 무차원량이다.

사용할 공식

등방성 선형 탄성체의 탄성상수 관계식은
$E = 2G(1 + \nu)$
이다. 이를 G에 관하여 정리하면
$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$
가 된다. 균질·등방성 탄성체라는 문제의 조건에 해당하므로 이 관계식을 사용한다.

계산 과정

1. 기본 관계식 $E = 2G(1 + \nu)$를 확인한다.
2. 양변을 $2(1 + \nu)$로 나누어 $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$로 정리한다.
3. 이 식과 같은 ①을 고른다.

NoteBase

선지 판단

① O — $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$는 기본 관계식 $E = 2G(1+\nu)$를 G에 관하여 올바르게 정리한 식이다.

② X — $E = \frac{G^2}{2(1+\nu)}$에서 G를 제곱한 부분이 틀렸다. 좌변은 탄성계수 차원인데 우변은 탄성계수의 제곱 차원이 되어 차원도 맞지 않는다. 올바르게는 $E = 2G(1+\nu)$이다.

③ X — $G = \frac{E^2}{2(1+\nu)}$에서 E를 제곱한 부분이 틀렸다. E와 G는 1차 비례하므로 올바르게는 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$이다.

④ X — $E = \frac{G}{2(1+\nu)}$는 식을 이항하는 과정에서 곱해야 할 $2(1+\nu)$를 분모에 둔 식이다. 올바르게는 $E = 2G(1+\nu)$이다.

관계식을 정확히 정리한 선지는 ①이므로 정답은 1번이다.

오답 포인트

②와 ③은 탄성계수에 불필요한 제곱을 붙여 차원을 어긋나게 만든 선지이다. ④는 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$에서 E를 구할 때 $2(1+\nu)$를 곱하지 않고 다시 나누는 이항 오류를 유도한다.

다시 나오면 이렇게 판단

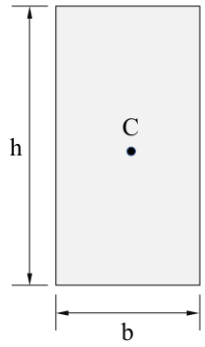
먼저 기본식 $E = 2G(1+\nu)$을 쓴 뒤, 문제에서 요구한 변수를 한쪽에 남기도록 대수적으로 정리한다.
마지막으로 E와 G의 차원이 서로 일치하는지 검산한다.

암기 포인트

등방성 탄성체에서는 $E = 2G(1+\nu)$, 따라서 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$이다.

NoteBase

23. 다음 그림과 같은 단면의 도심에 대한 극관성 모멘트는? (단, h = 2b 이다.)



① $\frac{4}{3}b^4$

② $\frac{5}{6}b^4$

③ $\frac{6}{5}b^4$

④ $\frac{3}{4}b^4$

정답 2번

출제 포인트

직사각형 단면의 도심을 지나 단면에 수직인 축에 대한 극관성모멘트를 도심축 단면2차모멘트의 합으로 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 직사각형의 폭은 b, 높이는 $h = 2b$이다.
구해야 할 값: 도심 C에 대한 극관성모멘트 J_C이다.
주의할 조건: $h = 2b$를 각 도심축 단면2차모멘트에 대입하며, 높이가 세제곱되는 항과 한 번만 곱해지는 항을 구분한다.

NoteBase

사용할 공식

도심을 지나 단면에 수직인 축에 대한 극관성모멘트는 수직축 정리에 따라 다음과 같다.

$J_C = I_x + I_y$

직사각형의 도심축 단면2차모멘트는 다음과 같다.

$I_x = \frac{bh^3}{12}, \qquad I_y = \frac{hb^3}{12}$

극관성모멘트는 서로 직교하는 두 도심축에 대한 단면2차모멘트의 합이므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

1. $h = 2b$를 I_x에 대입한다.

$I_x = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{8b^4}{12} = \frac{2}{3}b^4$

2. $h = 2b$를 I_y에 대입한다.

$I_y = \frac{(2b)b^3}{12} = \frac{2b^4}{12} = \frac{1}{6}b^4$

3. 두 값을 더한다.

$J_C = I_x + I_y = \frac{2}{3}b^4 + \frac{1}{6}b^4 = \frac{5}{6}b^4$

선지 판단

① X

- $\frac{4}{3}b^4$은 계산값 $\frac{5}{6}b^4$과 다르다. 틀린 표현 $\frac{4}{3}b^4$은 올바르게는 $\frac{5}{6}b^4$이다.

② O

- $I_x = \frac{2}{3}b^4$와 $I_y = \frac{1}{6}b^4$를 더한 값이 $\frac{5}{6}b^4$이므로 옳다.

③ X

- $\frac{6}{5}b^4$은 계산값과 다르며 계수 $\frac{5}{6}$의 분자와 분모를 뒤바꾼 값이다. 틀린 표현 $\frac{6}{5}b^4$은 올바르게는 $\frac{5}{6}b^4$이다.

④ X

- $\frac{3}{4}b^4$은 두 도심축 단면2차모멘트의 합과 다르다. 틀린 표현 $\frac{3}{4}b^4$은 올바르게는 $\frac{5}{6}b^4$이다.

계산 결과 $J_C = \frac{5}{6}b^4$이므로 정답은 2번이다.

오답 포인트

극관성모멘트를 한 방향의 단면2차모멘트만으로 계산하면 안 된다. 또한 $h = 2b$는 $bh^3/12$에서 세제곱되지만 $hb^3/12$에서는 한 번만 곱해진다는 점이 핵심 함정이다. ③은 최종 계수의 분자와 분모를 뒤바꾼 오답이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

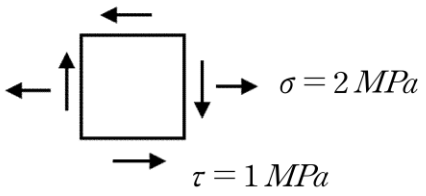
도심에 대한 극관성모멘트를 묻는 직사각형 문제에서는 먼저 $J_C = I_x + I_y$를 세우고, 각 축의 공식을 구분하여 치수를 대입한 뒤 차원이 길이의 네제곱인지 확인한다.

암기 포인트

도심 극관성모멘트는 두 직교 도심축 단면2차모멘트의 합, 즉 $J_C = I_x + I_y$이다.

NoteBase

24. 보에서 어떤 지점의 응력 상태가 그림과 같다. 이 지점에 작용하는 최대 전단응력[MPa]은?



① $1-\sqrt{2}$
② 1
③ $1+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{2}$

정답 4번

출제 포인트

평면응력 상태에서 모어원의 반지름을 이용하여 최대 전단응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 응력은 $\sigma_x = 2MPa$, $\sigma_y = 0MPa$, $\tau_{xy} = 1MPa$이다. 구해야 할 값은 이 점에 작용하는 최대 전단응력 τ_{max}이다.

사용할 공식

평면응력에서 최대 전단응력은 모어원의 반지름과 같으므로 다음 공식을 사용한다.

$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

두 수직응력의 차이와 면내 전단응력이 함께 주어졌으므로 단순히 τ_{xy}만 선택하지 않고 응력변환에 따른 모어원의 반지름을 계산해야 한다.

계산 과정

주어진 값을 공식에 대입한다.

$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{2-0}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}MPa$

따라서 최대 전단응력은 $\sqrt{2}MPa$이다.

NoteBase

선지 판단

① X — $1-\sqrt{2}MPa$는 작은 주응력 σ_2의 값이지 최대 전단응력이 아니다. 올바르게는 최대 전단응력이 $\sqrt{2}MPa$이다.
② X — $1MPa$는 현재 면에 표시된 전단응력 τ_{xy}일 뿐이다. 수직응력 차이까지 반영하면 올바른 최대 전단응력은 $\sqrt{2}MPa$이다.
③ X — $1+\sqrt{2}MPa$는 큰 주응력 σ_1의 값이지 최대 전단응력이 아니다. 올바르게는 최대 전단응력이 $\sqrt{2}MPa$이다.
④ O — 모어원의 반지름을 계산하면 최대 전단응력은 $\sqrt{2}MPa$이므로 계산 결과와 일치한다.

오답 포인트

①과 ③의 $1\mp\sqrt{2}$는 평균수직응력 $1MPa$에 모어원의 반지름을 빼거나 더한 주응력이다. 또한 ②처럼 그림에 주어진 전단응력 $1MPa$를 곧바로 최대값으로 판단하면 수직응력 차이의 영향을 빠뜨리게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

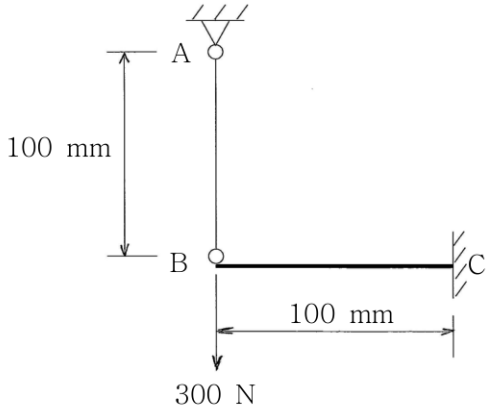
평면응력 요소에서 최대 전단응력을 묻는 경우 σ_x, σ_y, τ_{xy}를 정리한 뒤 모어원의 반지름 $\sqrt{((\sigma_x-\sigma_y)/2)^2+\tau_{xy}^2}$을 계산하고 단위를 확인한다.

암기 포인트

최대 전단응력은 모어원의 반지름이며, 주응력은 평균수직응력 σ_{avg}에 그 반지름을 더하거나 뺀 값이다.

NoteBase

25. C점의 휨모멘트[N·m] 크기는? (단, AB 봉의 EA=400 N, BC 보의 EI=2×10^6 N·mm^2이다.)



① 24
② 21
③ 18
④ 15

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 B점에서 연결된 AB 봉과 BC 캔틸레버보의 변위가 같다는 적합조건을 이용해 C점의 휨모멘트 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

AB 봉의 길이와 BC 보의 길이는 각각 $100mm$이다.
AB 봉의 축강성 계수는 $EA = 400N$, BC 보의 휨강성은 $EI = 2 \times 10^6 N \cdot mm^2$이다.
B점에는 아래쪽으로 $P = 300N$이 작용한다.
B점의 아래쪽 변위를 δ, AB 봉의 인장력을 T, BC 보가 부담하는 끝단하중을 Q라 두면 $P = T + Q$이다.

사용할 공식

AB 봉의 축방향 스프링 강성은
$k_{AB} = \frac{EA}{L_{AB}}$
이고, BC 캔틸레버보의 자유단 수직강성은
$k_{BC} = \frac{3EI}{L_{BC}^3}$
이다. 두 부재는 B점에서 함께 변위하므로 $T = k_{AB}\delta$, $Q = k_{BC}\delta$이고, 평형식은 $P = (k_{AB} + k_{BC})\delta$가 된다.
C점의 휨모멘트 크기는 $M_C = QL_{BC}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. AB 봉의 축강성을 계산한다.

$k_{AB} = \frac{400}{100} = 4N/mm$

2. BC 보의 자유단 수직강성을 계산한다.

$k_{BC} = \frac{3(2 \times 10^6)}{100^3} = 6N/mm$

3. B점의 공통 변위를 구한다.

$\delta = \frac{300}{4+6} = 30mm$

4. AB 봉의 인장력과 BC 보가 부담하는 끝단하중을 구한다.

$T = 4(30) = 120N, \qquad Q = 300 - 120 = 180N$

5. C점의 휨모멘트 크기를 계산한다.

$M_C = 180(100) = 18{,}000N \cdot mm = 18N \cdot m$

선지 판단

① X — $24N \cdot m$라면 $Q = 240N$, $T = 60N$이 된다. 이때 보의 처짐은 $Q/k_{BC} = 40mm$이지만 봉의 신장은 $T/k_{AB} = 15mm$이므로 변위 적합조건을 만족하지 않는다. 틀린 값 $24N \cdot m$는 $18N \cdot m$로 고쳐야 한다.

② X — $21N \cdot m$라면 $Q = 210N$, $T = 90N$이 된다. 보의 처짐 $35mm$와 봉의 신장 $22.5mm$가 같지 않다. 틀린 값 $21N \cdot m$는 $18N \cdot m$로 고쳐야 한다.

③ O — $18N \cdot m$일 때 $Q = 180N$, $T = 120N$이고, 보의 처짐과 봉의 신장이 모두 $30mm$이므로 평형조건과 변위 적합조건을 모두 만족한다.

④ X — $15N \cdot m$라면 $Q = 150N$, $T = 150N$이 된다. 보의 처짐 $25mm$와 봉의 신장 $37.5mm$가 같지 않다. 틀린 값 $15N \cdot m$는 $18N \cdot m$로 고쳐야 한다.

오답 포인트

B점의 $300N$ 전부가 BC 보에 작용한다고 보면 AB 봉이 분담하는 힘을 누락하게 된다. 또한 EI/L^3가 아니라 캔틸레버 자유단의 수직강성 $3EI/L^3$을 사용해야 한다. 마지막에는 $18{,}000N \cdot mm = 18N \cdot m$로 단위를 변환해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

축봉과 보가 한 절점에서 연결된 문제는 각 부재의 절점강성 EA/L과 $3EI/L^3$을 구한 뒤, 공통변위 조건과 절점 평형을 함께 적용한다. 이후 보가 실제로 부담하는 힘만으로 고정단 모멘트를 계산하고 단위를 검산한다.

암기 포인트

축봉은 EA/L, 캔틸레버 자유단은 $3EI/L^3$, 연결점에서는 변위는 같고 힘은 강성비로 분담된다.

NoteBase