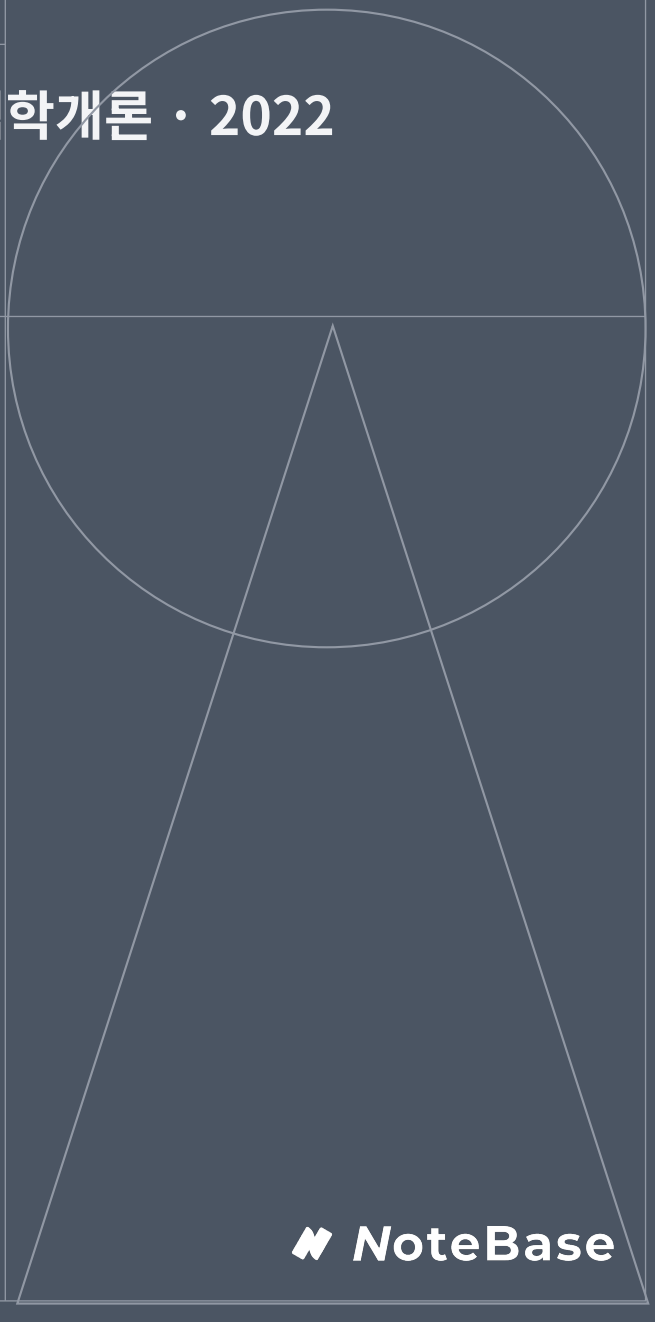
기출OX 해설집

공무원/국가직/9급 · 응용역학개론 · 2022



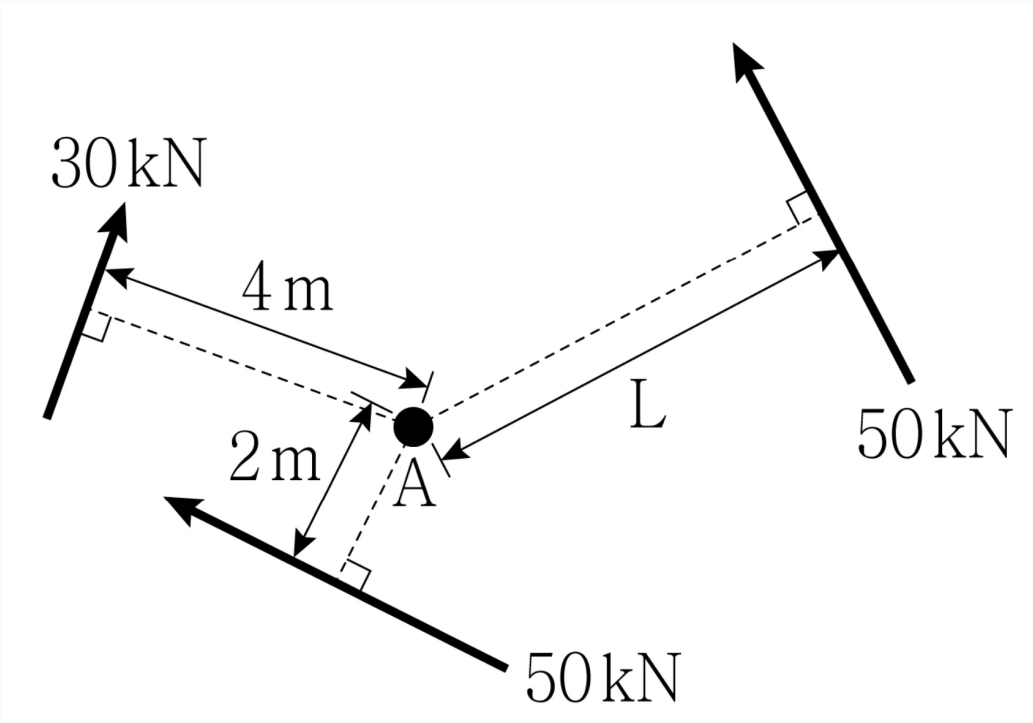
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/9급 · 응용역학개론 · 2022

공무원/국가직/9급 · 응용역학개론 · 2022

문 1. 그림과 같이 A점에서 3개의 힘이 동일 평면에 작용할 때, A점에 대한 힘의 모멘트가 0이 되기 위한 L의 길이[m]는?



① 3.2

② 3.8

③ 4.4

④ 5.0

정답 3번

간단한 해설

왼쪽 30 kN과 아래쪽 50 kN의 힘은 A점에 대해 모두 **시계방향 모멘트**를 만들며, 그 합은 220 kN·m이다. 오른쪽 50 kN의 반시계방향 모멘트가 이를 상쇄해야 하므로 L = 4.4 m이다.

NoteBase

계산 과정

힘의 모멘트는 한 점을 중심으로 물체를 회전시키려는 효과이다. 그 크기는 $M = Fd$이며, F는 힘의 크기, d는 **기준점에서 힘의 작용선까지의 수직거리**이다. 그림의 직각 표시로부터 4 m, 2 m, L이 각각 이 수직거리임을 알 수 있다. 반시계방향을 양(+)으로 정한다.

왼쪽 30 kN: A점 왼쪽에서 위쪽으로 작용하므로 시계방향으로 회전시키며, 수직거리는 4 m이다. 모멘트는 $-30 \times 4 = -120$ kN·m이다.

아래쪽 50 kN: A점 아래쪽에서 왼쪽 위로 작용하므로 역시 **시계방향**으로 회전시킨다. 수직거리가 2 m이므로 모멘트는 $-50 \times 2 = -100$ kN·m이다.

오른쪽 50 kN: A점 오른쪽에서 왼쪽 위로 작용하므로 반시계방향으로 회전시키며, 수직거리는 L이다. 따라서 모멘트는 $+50L$ kN·m이다. 여기서 L은 m 단위의 길이이다.

모멘트의 합이 0이 되는 조건은 $50L - 120 - 100 = 0$이다. 즉, 오른쪽 힘이 만드는 반시계방향 모멘트가 두 힘의 시계방향 모멘트 합 220 kN·m와 같아야 한다. 이를 풀면 $L = \frac{120 + 100}{50} = 4.4$ m이며, ③의 4.4에 해당한다.

NoteBase

문 2. 부재 단면의 주축에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 주축에 대한 관성모멘트는 0이다.

② 주축에 대한 단면2차 모멘트는 최대 및 최소가 된다.

③ 주축의 방향 θ_p는 $\tan 2\theta_p = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$로 구할 수 있다.

④ 대칭축은 항상 주축이 되며, 그 축에 직교하는 축도 주축이 된다.

정답 1번

간단한 해설

주축에서 0이 되는 것은 **곱관성모멘트**이며, 단면2차모멘트 자체가 아니다. 주축에 대한 단면2차모멘트는 같은 점을 지나는 축들 중 최대값과 최소값을 갖는다.

선지별 해설

① X: 주축은 서로 직교하는 두 축에 대한 **곱관성모멘트가 0**이 되는 축이다. 주축을 u축과 v축이라 하면 $I_{uv} = \int_A uv dA = 0$이다. 반면 u축에 대한 단면2차모멘트는 $I_u = \int_A v^2 dA$로, 축에서 떨어진 면적이 존재하는 일반적인 부재 단면에서는 양수이다. 따라서 '관성모멘트는 0이다'를 '곱관성모멘트는 0이다'로 고쳐야 한다.

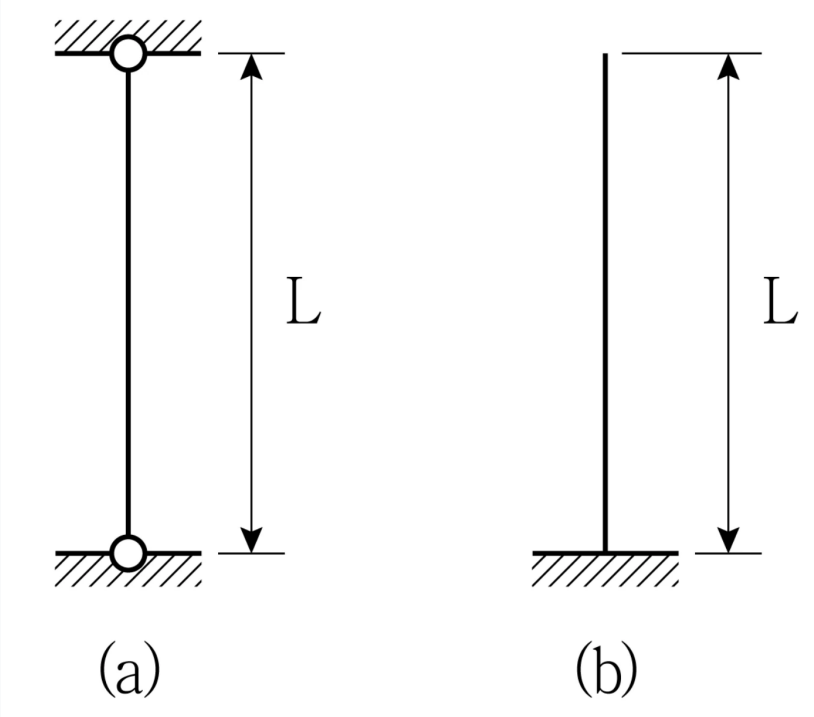
② O: 한 점을 고정하고 그 점을 지나는 축의 방향을 바꾸면 단면2차모멘트도 달라진다. 이때 **최대 및 최소 단면2차모멘트**를 갖는 서로 직교하는 두 축이 주축이며, 그 값을 주관성모멘트라고 한다. 두 주관성모멘트가 같은 특수한 경우에는 최대값과 최소값이 같고, 그 점을 지나는 모든 방향의 축이 주축이 된다.

③ O: I_x, I_y는 기준 x축과 y축에 대한 단면2차모멘트이고, $I_{xy} = \int_A xy dA$는 두 축에 대한 곱관성모멘트이다. 기준축을 회전시켰을 때 **새 축의 곱관성모멘트가 0**이 되는 조건을 정리하면 $\tan 2\theta_p = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$를 얻는다. 이 관계로 구한 두 주축의 방향은 서로 90° 차이가 난다. 단, $I_x = I_y$여서 분모가 0이면 이 나눗셈식을 그대로 적용하지 않는다. 이때 $I_{xy} \neq 0$이면 기준축에서 45°와 135° 방향이 주축이고, $I_{xy} = 0$이면 모든 방향이 주축이다.

④ O: 단면의 대칭축을 x축으로 잡으면, 대칭인 두 미소면적은 x좌표가 같고 y좌표의 부호가 반대이다. 따라서 좌표곱 xy의 기여가 서로 상쇄되어 **곱관성모멘트가 0**이 된다. 그러므로 대칭축과 그 축 위의 같은 원점에서 직교하는 축은 주축을 이룬다.

NoteBase

문 3. 그림 (a) 장주의 좌굴하중이 20 kN일 때, 그림 (b) 장주의 좌굴하중 [kN]은? (단, 두 기둥의 길이, 재료 및 단면 특성은 모두 같다)



① 5

② 20

③ 40

④ 80

정답 1번

간단한 해설

그림 (b)는 한쪽 고정·다른 쪽 자유인 기둥으로, 양단 힌지인 그림 (a)보다 **유효길이가 2배**이다. 좌굴하중은 유효길이의 제곱에 반비례하므로 (a)의 1/4인 5 kN이다.

NoteBase

계산 과정

지지조건과 유효길이: 그림 (a)는 양 끝의 원형 힌지가 회전을 허용하는 양단 힌지 기둥이고, 그림 (b)는 아래쪽이 고정되고 위쪽이 자유로운 기둥이다. 실제 길이를 L, 유효길이계수를 K라 하면 좌굴에 사용하는 유효길이는 KL이다. (a)는 K = 1이므로 유효길이가 L이고, (b)는 K = 2이므로 유효길이가 2L이다. 두 기둥의 **실제 길이는 같지만 유효길이는 다르다**.

좌굴하중 관계: 장주의 탄성좌굴에는 오일러 공식 $P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$을 적용한다. 여기서 E는 재료의 탄성계수, I는 좌굴 방향에 대한 단면2차모멘트이다. 두 기둥은 재료와 단면 특성, 실제 길이가 같으므로 E, I, L이 모두 같다. 따라서 좌굴하중의 차이는 지지조건에 따른 K의 차이로 결정되며, **유효길이가 길수록 좌굴하중은 작아진다**.

하중비와 계산: 두 좌굴하중을 각각 P_a, P_b라 하면 $\frac{P_b}{P_a} = \left(\frac{L}{2L}\right)^2 = \frac{1}{4}$이다. 이는 (b)가 (a)의 1/4 하중에서 좌굴한다는 뜻이다. 따라서 $P_b = 20 \times \frac{1}{4} = 5\text{kN}$이며, 선택지 ①의 5 kN에 해당한다.

NoteBase

문 4. 직사각형 단면의 보에서 전단력에 의한 전단응력에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 전단응력은 부재의 임의 단면에 평행하게 작용한다.

② 전단응력은 순수굽힘이 작용하는 단면에서 곡선으로 변화한다.

③ 전단응력은 단면의 상·하연에서 0이고, 중립축에서 일반적으로 최대이다.

④ 전단응력은 중립축으로부터의 거리에 따라서 포물선으로 변화한다.

정답 2번

간단한 해설

순수굽힘 구간에서는 **전단력이 0**이므로 전단력에 의한 전단응력도 **단면 전체에서 0**이다. 따라서 순수굽힘 단면에서 전단응력이 곡선으로 변화한다는 설명은 성립하지 않는다.

선지별 해설

직사각형 단면 보에서 전단력의 크기를 V, 단면적을 A, 단면 높이를 h, 중립축에서 높이 방향으로 잰 좌표를 y라 하면, 전단응력의 크기는 $\tau(y) = \frac{3V}{2A}\left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)$로 나타낸다.

① O: 전단응력은 단면을 따라 미끄러지게 하려는 응력이므로 **단면에 평행하게** 작용한다. 단면에 수직으로 작용하는 수직응력과 구별된다.

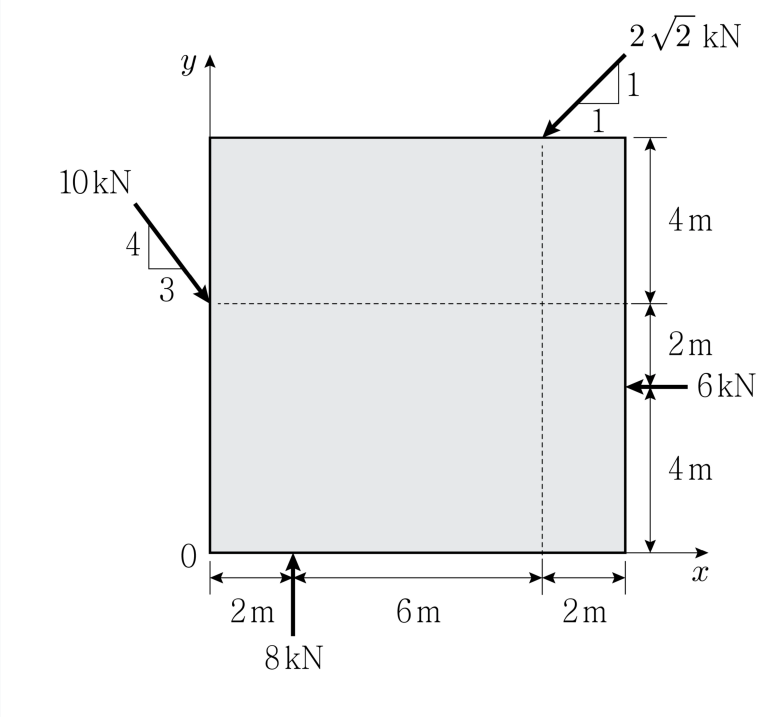
② X: 순수굽힘은 전단력 없이 굽힘모멘트만 작용하는 상태이다. 따라서 **전단력에 의한 전단응력은 단면 전체에서 0**이다. 높이에 따라 변하는 응력은 굽힘모멘트에 의한 수직응력이며, 이 수직응력은 중립축으로부터의 거리에 비례하여 선형으로 변한다.

③ O: 상·하연에서는 $y = \pm h/2$이므로 식의 괄호 안이 0이 된다. 중립축에서는 y = 0이므로 괄호 안이 1이 되어 **전단응력이 최대**이며, 그 크기는 $\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$이다.

④ O: 직사각형 단면에서는 전단응력이 높이 좌표의 제곱인 y^2에 따라 감소하므로 **포물선 분포**를 이룬다. 전단력이 작용할 때 중립축을 기준으로 상하 대칭이고, 중립축에서 가장 크며 상·하연에서 0이 된다.

NoteBase

문 5. 그림과 같이 정사각형에 4개의 하중이 작용하는 평면력계에서 합력이 작용하는 위치 x, y[m]로 옳은 것은?



① x: 0, y: 0

② x: 4, y: 0

③ x: 0, y: 4

④ x: 4, y: 4

정답 3번

간단한 해설

네 힘의 합력은 왼쪽과 아래쪽으로 각각 2 kN이고, 원점에 대한 모멘트 합은 반시계방향 8 kN·m이다. **합력도 같은 모멘트를 만들어야 하므로** 작용선은 $y - x = 4$m이며, y축과 만나는 위치는 (0 m, 4 m)이다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중의 위치와 성분: 오른쪽과 위쪽을 각각 x, y의 양의 방향으로 정한다. 그림의 치수를 합하면 정사각형의 한 변은 10 m이다. 10 kN은 (0 m, 6 m), $2\sqrt{2}$kN은 (8 m, 10 m), 6 kN은 (10 m, 4 m), 8 kN은 (2 m, 0 m)에 작용한다.

10 kN의 방향비는 가로 3, 세로 4인 직각삼각형이므로 빗변의 비는 5이다. 오른쪽 성분은 $10 \cdot \frac{3}{5} = 6\text{kN}$, 아래쪽 성분의 크기는 $10 \cdot \frac{4}{5} = 8\text{kN}$이다. 따라서 성분은 $(F_x, F_y) = (6,\ -8)\text{kN}$이다. 왼쪽 아래로 향하는 $2\sqrt{2}$kN은 가로·세로 방향비가 1:1이므로 성분이 $(-2,\ -2)\text{kN}$이다. 나머지 6 kN과 8 kN의 성분은 각각 $(-6, 0)\text{kN}$, $(0, 8)\text{kN}$이다.

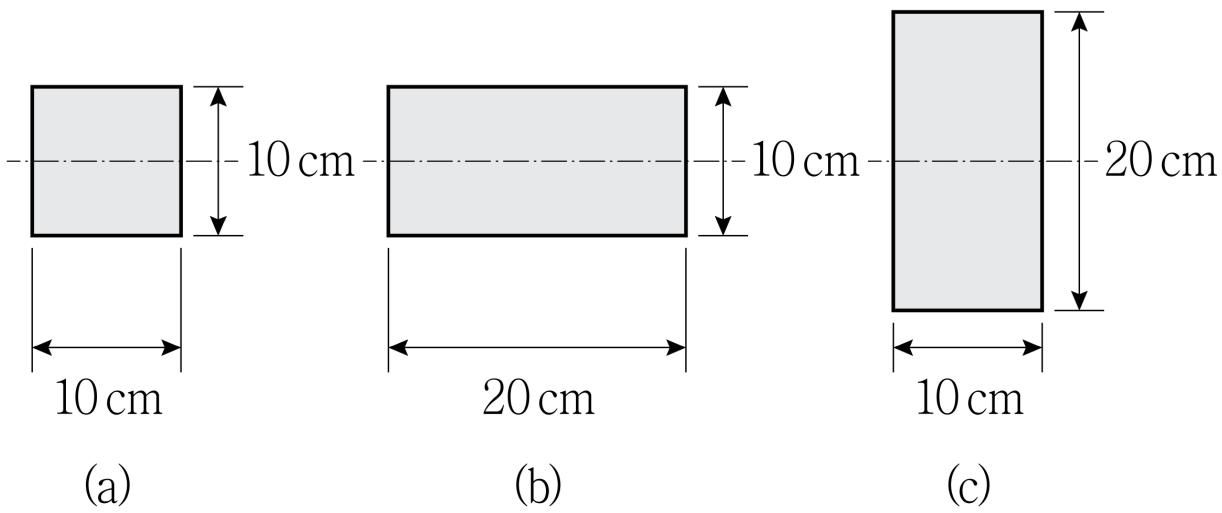
2. 합력의 성분: 같은 방향의 성분끼리 더하면 $R_x = 6 - 2 - 6 = -2\text{kN}$, $R_y = -8 - 2 + 8 = -2\text{kN}$이다. 즉 합력은 왼쪽 아래로 향한다.

3. 원점에 대한 모멘트: 반시계방향을 양으로 정하면, 위치 (x_i, y_i)에 작용하는 힘의 모멘트는 $M_i = x_i F_{yi} - y_i F_{xi}$이다. **각 성분의 작용선까지 수직거리**를 곱하므로 10 kN의 모멘트는 $-6 \times 6 = -36\ \text{kN}\cdot\text{m}$, 대각선 하중의 모멘트는 $8 \times (-2) - 10 \times (-2) = 4\ \text{kN}\cdot\text{m}$이다. 6 kN의 모멘트는 $4 \times 6 = 24\ \text{kN}\cdot\text{m}$, 8 kN의 모멘트는 $2 \times 8 = 16\ \text{kN}\cdot\text{m}$이다. 따라서 모멘트 합은 $-36 + 4 + 24 + 16 = 8\ \text{kN}\cdot\text{m}$이다.

4. 합력의 작용선: 여러 힘을 하나의 합력으로 바꾸려면 **힘의 성분뿐 아니라 모멘트도 같아야 한다**. 합력이 지나는 점을 (x, y)라 하면 $xR_y - yR_x = 8\text{kN}\cdot\text{m}$이다. 합력 성분을 대입하면 $-2x + 2y = 8$이므로, x와 y를 m 단위로 나타낼 때 $y - x = 4$이다. 합력은 이 직선 위의 어느 점에 두어도 같은 효과를 낸다. 보기 중 이 관계를 만족하는 점은 x = 0 m, y = 4 m으로, ③과 일치한다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 세 개의 단면에 동일한 휨모멘트가 작용할 때, 최대 휨응력의 비율 $\sigma_{(a)} : \sigma_{(b)} : \sigma_{(c)}$는?



① 1 : 2 : 4

② 1 : 2 : 8

③ 4 : 2 : 1

④ 8 : 2 : 1

정답 3번

간단한 해설

동일한 휨모멘트에서 최대 휨응력은 **단면계수에 반비례**한다. 직사각형의 단면계수는 $Z = \frac{bh^2}{6}$이므로 (a)·(b)·(c)의 단면계수 비는 1 : 2 : 4이고, 최대 휨응력의 비는 4 : 2 : 1이다.

NoteBase

계산 과정

그림의 수평 중심선을 중립축으로 하고, 단면의 가로 폭을 b, 세로 높이를 h라 한다. 선형 탄성 휨에서 응력의 크기는 중립축으로부터의 거리에 비례하므로, 최대 휨응력은 위·아래 가장자리에서 발생한다. 공통 휨모멘트의 크기를 M, 중립축에 대한 단면2차모멘트를 I, 중립축에서 가장자리까지의 거리를 c라 하면 $\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{Z}$이다.

직사각형은 $I = \frac{bh^3}{12}$, $c = \frac{h}{2}$이므로 단면계수는 $Z = \frac{I}{c} = \frac{bh^2}{6}$이다. 따라서 단면계수는 **폭에 비례하고 높이의 제곱에 비례**한다.

(a): 폭 10 cm, 높이 10 cm이므로 $Z_{(a)} = \frac{10 \cdot 10^2}{6} = \frac{1000}{6}\text{cm}^3$이다. 이를 단면계수 비교의 기준으로 삼는다.

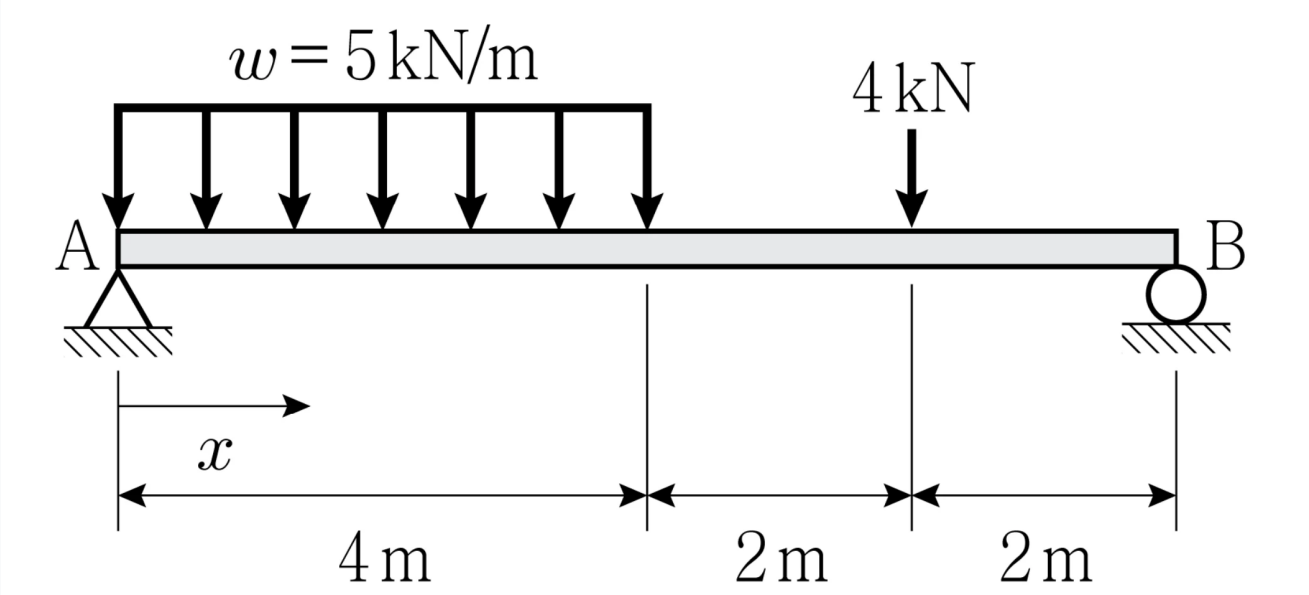
(b): 폭 20 cm, 높이 10 cm이므로 $Z_{(b)} = \frac{20 \cdot 10^2}{6} = \frac{2000}{6}\text{cm}^3$이다. (a)에서 폭만 2배가 되었으므로 단면계수는 2배이고, 같은 휨모멘트에 대한 최대 휨응력은 (a)의 1/2이다.

(c): 폭 10 cm, 높이 20 cm이므로 $Z_{(c)} = \frac{10 \cdot 20^2}{6} = \frac{4000}{6}\text{cm}^3$이다. (a)에서 높이만 2배가 되었으므로 단면계수는 4배이고, 최대 휨응력은 (a)의 1/4이다.

단면계수의 비는 $Z_{(a)} : Z_{(b)} : Z_{(c)} = 1 : 2 : 4$이다. M이 같으므로 그 역수의 비를 취하면 $\sigma_{(a)} : \sigma_{(b)} : \sigma_{(c)} = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 4 : 2 : 1$이 되어 ③의 비율과 일치한다. 응력끼리의 비이므로 결과에는 단위가 붙지 않는다.

NoteBase

문 7. 그림과 같은 단순보에 등분포하중과 집중하중이 작용할 때, 지점 A로부터 최대 휨모멘트가 발생되는 위치 x [m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 2

② 2.2

③ 3

④ 3.2

정답 4번

간단한 해설

휨모멘트는 **전단력이 양에서 음으로 바뀌는 위치**에서 최대가 된다. A의 반력 16 kN과 등분포하중에 의한 하향력이 같아지는 위치는 A로부터 3.2 m이다.

NoteBase

계산 과정

하중과 거리: 보의 전체 길이는 4 + 2 + 2 = 8 m이다. 등분포하중 5 kN/m는 A에서 4 m까지 작용하므로, 합력은 5 × 4 = 20 kN이며 **하중 구간의 중앙인 A에서 2 m 위치**에 작용한다. 집중하중 4 kN은 A에서 6 m 위치에 작용하며, 보의 자중은 무시한다.

지점반력: A와 B의 위쪽 반력을 각각 R_A, R_B라 한다. A에 대한 모멘트 평형에서 $R_B \cdot 8 = 20 \cdot 2 + 4 \cdot 6$이므로 $R_B = \frac{20 \cdot 2 + 4 \cdot 6}{8} = 8\text{kN}$이다. 수직력 평형은 $R_A + R_B = 20 + 4$이므로 $R_A = 16\text{kN}$이다.

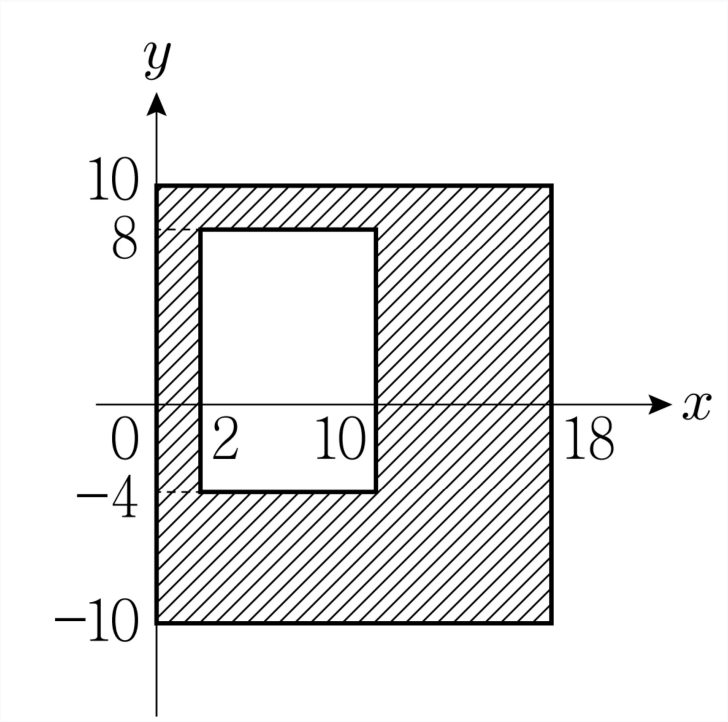
전단력: A에서 오른쪽으로 잰 거리를 x라 하면, 등분포하중 구간 $0 < x < 4$에서 절단면 왼쪽에 작용하는 등분포하중의 합력은 $5x$이다. 따라서 전단력은 $V(x) = 16 - 5x$이다. 여기서 x의 단위는 m, 전단력의 단위는 kN이다.

최대 휨모멘트 위치: 휨모멘트 M과 전단력 V는 $\frac{dM}{dx} = V$의 관계가 있으므로, 전단력이 양이면 휨모멘트가 증가하고 음이면 감소한다. $16 - 5x = 0$을 풀면 $x = \frac{16}{5} = 3.2\text{m}$이다. 이 위치는 등분포하중 구간 안에 있으며, 전단력이 **양에서 음으로 바뀌므로** 휨모멘트가 최대가 된다.

구간 확인: A에서 4 m인 위치의 전단력은 16 − 20 = −4 kN이다. 이후 6 m까지는 −4 kN을 유지하고, 집중하중 4 kN을 지난 뒤에는 −8 kN이므로 휨모멘트는 B까지 계속 감소한다. 따라서 최대 휨모멘트가 발생하는 위치는 A로부터 3.2 m이며, ④의 값과 일치한다.

NoteBase

문 8. 그림과 같이 빗금 친 단면의 x축에 대한 단면2차 모멘트[mm^4]는? (단, x축과 y축의 단위는 mm이다)



① 8,020

② 10,464

③ 12,000

④ 14,222

정답 2번

간단한 해설

빗금 친 단면은 **전체 직사각형에서 구멍을 뺀 단면**이다. 구멍의 도심은 x축보다 2 mm 위에 있으므로 평행축 정리로 구멍의 단면2차 모멘트를 구해 빼면 10,464 mm^4가 된다.

NoteBase

계산 과정

단면2차 모멘트는 $I_x = \int_A y^2 dA$로, 각 미소면적에 x축까지 거리의 제곱을 곱해 합한 값이다. 따라서 **같은 축에 대해** 전체 직사각형의 값에서 구멍 부분의 값을 빼면 빗금 친 단면의 값을 얻는다.

전체 직사각형: 가로는 18 mm, 세로는 $10 - (-10) = 20$ mm이다. x축은 전체 직사각형의 도심을 지나므로, 폭을 b, 높이를 h라 할 때 도심축 공식 $I = \frac{bh^3}{12}$를 적용한다. 전체 직사각형의 값은 $I_{x,1} = \frac{18 \cdot 20^3}{12} = 12{,}000$ mm^4이다.

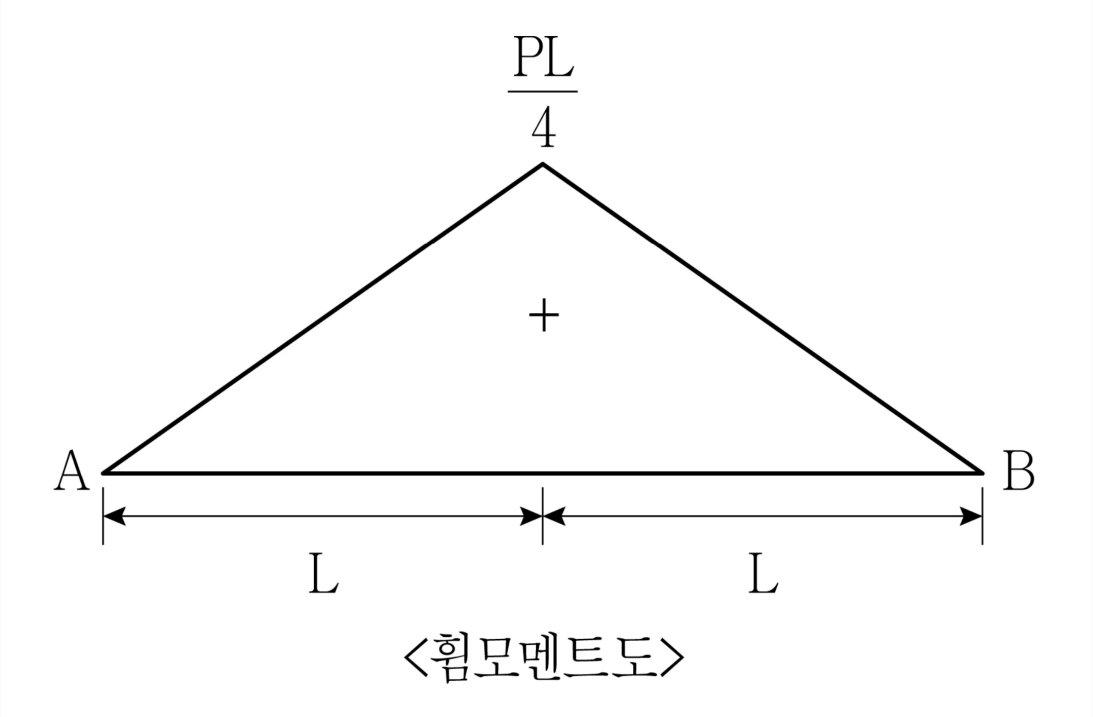
구멍의 치수와 도심: 가로는 $10 - 2 = 8$ mm, 세로는 $8 - (-4) = 12$ mm이므로 면적은 $A_2 = 8 \cdot 12 = 96$ mm^2이다. 도심의 높이는 $\bar{y}_2 = \frac{8 + (-4)}{2} = 2$ mm이므로, 구멍 도심과 x축 사이의 거리 d는 2 mm이다.

구멍의 단면2차 모멘트: 구멍 자체의 수평 도심축에 대한 값은 $I_{G,2} = \frac{8 \cdot 12^3}{12} = 1{,}152$ mm^4이다. 이 도심축과 x축은 평행하므로 **평행축 정리** $I_{x,2} = I_{G,2} + A_2 d^2$를 적용한다. 축이 떨어져 있어 더해지는 항은 $A_2 d^2 = 96 \cdot 2^2 = 384$ mm^4이고, 구멍의 x축에 대한 값은 $1{,}152 + 384 = 1{,}536$ mm^4이다.

빗금 친 단면: 전체에서 구멍의 값을 빼면 $I_x = 12{,}000 - 1{,}536 = 10{,}464$ mm^4이다. 이는 ②의 10,464와 일치한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같은 휨모멘트도를 나타내는 단순보의 휨 변형에 의한 최대처짐각(θ_{max})의 크기는? (단, 휨강성 EI는 일정하다)



<휨모멘트도>

① $\frac{PL^2}{8EI}$
② $\frac{PL^2}{16EI}$
③ $\frac{PL^2}{24EI}$
④ $\frac{5PL^2}{48EI}$

정답 1번

간단한 해설

좌우 대칭인 단순보에서는 중앙의 처짐각이 0이므로, 양단의 최대처짐각은 **중앙에서 한쪽 끝까지의 M/EI 도형 면적**과 같다. 이 삼각형의 밑변은 L, 높이는 $\frac{PL}{4EI}$이므로 최대처짐각의 크기는 $\frac{PL^2}{8EI}$이다.

NoteBase

계산 과정

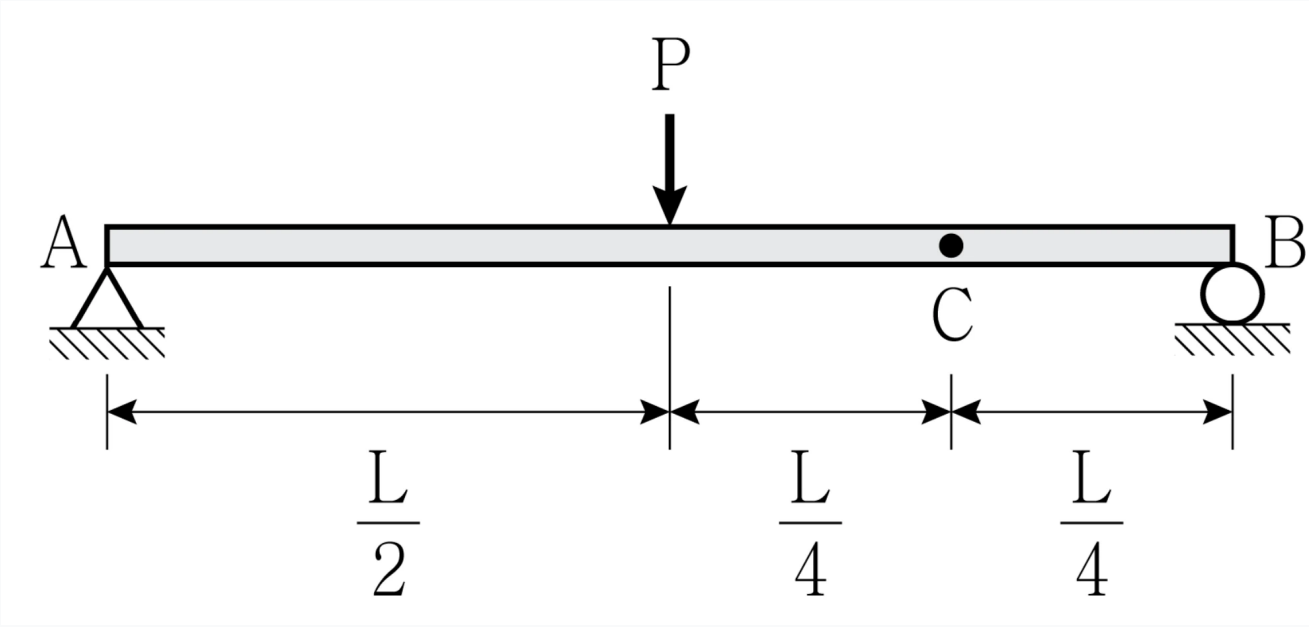
그림의 휨모멘트도는 양단 A, B에서 0이고 중앙에서 $\frac{PL}{4}$인 대칭 삼각형이다. 중앙에서 각 끝까지의 길이가 L이므로 **보의 전체 길이는 2L**이다. E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이며, 휨강성 EI는 일정하다.

모멘트면적법에 따르면 두 단면 사이의 처짐각 차이는 그 구간의 M/EI 도형 면적과 같다. 단순보의 양단 처짐이 0이고 휨모멘트도와 EI가 좌우 대칭이므로 **중앙의 처짐각은 0**이다. 또한 휨모멘트가 전 구간에서 같은 부호이므로 처짐각은 한 방향으로 변하며, 그 절댓값은 중앙에서 멀어질수록 커져 양단에서 최대가 된다.

중앙에서 한쪽 끝까지의 M/EI 도형은 밑변 L, 높이 $\frac{PL}{4EI}$인 삼각형이다. 따라서 $\theta_{\max} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{PL}{4EI} = \frac{PL^2}{8EI}$이다. 이 값은 양단 처짐각의 크기를 나타내며 단위는 rad이다. 도출한 식은 ①의 $\frac{PL^2}{8EI}$과 일치한다.

NoteBase

문 10. 그림과 같이 하중 P가 단순보에 작용할 때, C점에서의 처짐은? (단, 보의 자중은 무시하고, 휨강성 EI는 일정하다)



① $\frac{11PL^3}{768EI}$
② $\frac{19PL^3}{768EI}$
③ $\frac{29PL^3}{768EI}$
④ $\frac{37PL^3}{768EI}$

정답 1번

간단한 해설

중앙 집중하중으로 처짐곡선이 좌우 대칭이므로 **중앙의 기울기는 0**이다. 이 조건과 지점의 처짐이 0인 조건을 적용하면, B에서 L/4 떨어진 C점의 처짐은 아래쪽으로 $\frac{11PL^3}{768EI}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 도해와 반력: 보의 전체 길이는 L이고, 집중하중 P는 중앙에 작용한다. C점은 B에서 L/4 떨어져 있다. 자중을 무시하므로 양 지점의 위쪽 반력은 각각 $R_A = R_B = \frac{P}{2}$이다. E는 탄성계수, I는 단면2차모멘트이며 휨강성 EI는 일정하다.

2. 휨모멘트와 처짐 관계: B에서 중앙을 향해 잰 거리를 x, 아래쪽 처짐을 v(x)로 둔다. 오른쪽 절반인 $0 \le x \le L/2$에서 휨모멘트는 $M(x) = \frac{Px}{2}$이다. 아래쪽 처짐을 양으로 정했으므로 처짐곡선의 관계식은 $EIv''(x) = -M(x)$, 즉 $v''(x) = -\frac{Px}{2EI}$이다.

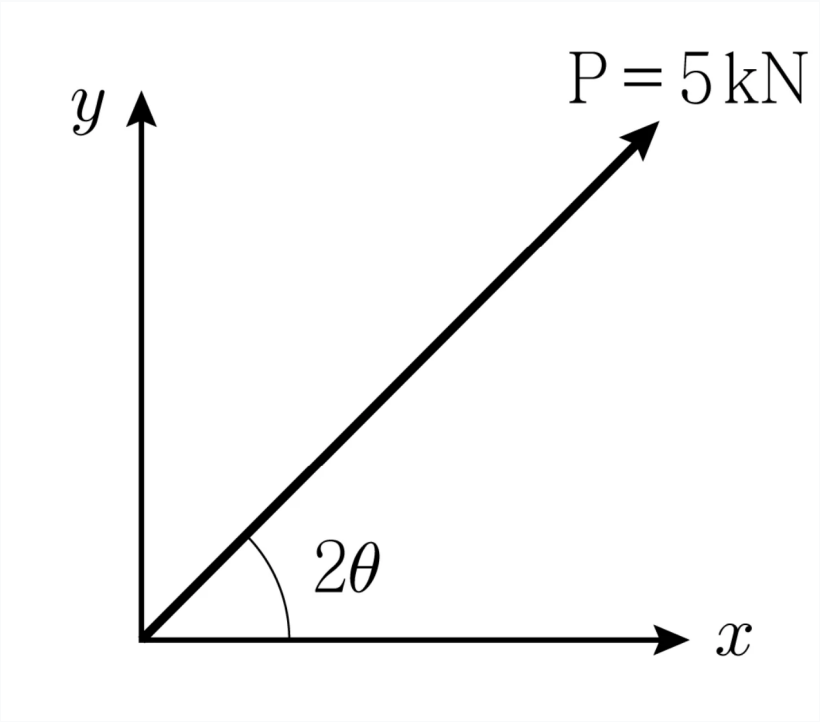
3. 기울기 계산: 하중과 지지조건이 좌우 대칭이므로 **중앙에서 기울기가 0**이며 $v'(L/2) = 0$이다. 처짐곡선 관계식을 한 번 적분하고 이 조건을 적용하면 $v'(x) = \frac{PL^2}{16EI} - \frac{Px^2}{4EI}$이다. 이는 B에서 중앙으로 갈수록 기울기가 줄어 중앙에서 수평이 된다는 뜻이다.

4. 처짐식 계산: 기울기 식을 다시 적분할 때 **B지점의 처짐이 0**인 조건 $v(0) = 0$을 적용한다. 그러면 오른쪽 절반의 처짐식은 $v(x) = \frac{PL^2x}{16EI} - \frac{Px^3}{12EI}$이다.

5. C점에 대입: C점의 좌표는 $x = L/4$이므로 $\delta_C = v(L/4)$이다. 처짐식에 대입하면 $\delta_C = \frac{PL^3}{64EI} - \frac{PL^3}{768EI}$, 따라서 $\delta_C = \frac{11PL^3}{768EI}$이다. 이는 ①의 값과 일치하며, 처짐 방향은 아래쪽이다. P, L, EI에 일관된 단위를 사용하면 처짐은 길이 단위로 나온다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 경사방향으로 힘 P가 작용할 때, y 축 방향의 분력 P_y의 크기[kN]는?



① $10\cos 2\theta$

② $10\sin 2\theta$

③ $5\sin\theta\cos\theta$

④ $10\sin\theta\cos\theta$

정답 4번

간단한 해설

힘이 x축과 이루는 각이 2θ이므로, y축 분력은 **힘의 크기에 그 각의 사인값을 곱한 값**이다. 따라서 $P_y = 5\sin 2\theta = 10\sin\theta\cos\theta$ kN이다.

NoteBase

계산 과정

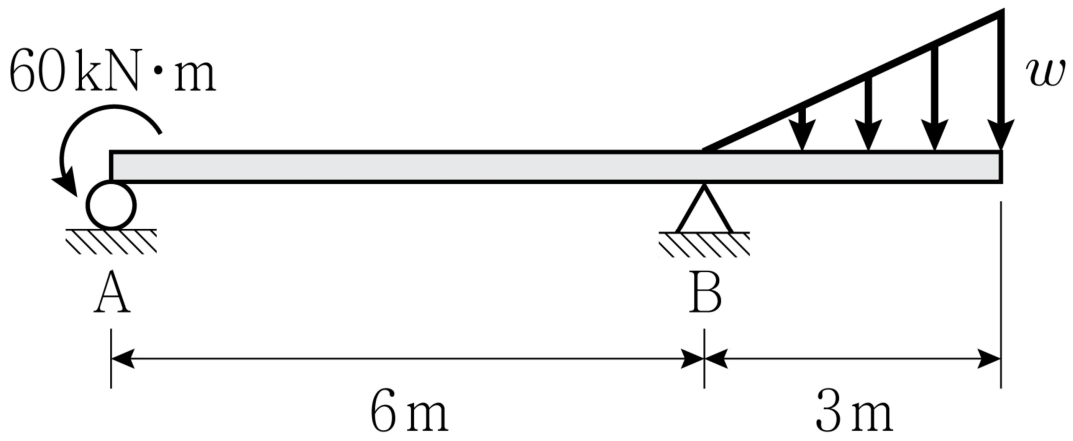
그림에서 힘의 크기는 P = 5 kN이고, 힘과 **x축 사이의 각**은 2θ이다. 힘이 오른쪽 위로 작용하므로 y축 분력은 위쪽을 향한다.

힘을 서로 수직인 x축과 y축 방향으로 분해하면, 힘 P가 빗변이고 y축 분력이 각 2θ의 맞은편 변인 직각삼각형이 된다. 따라서 **y축 분력에는 사인값을 적용**하여 $P_y = P\sin 2\theta = 5\sin 2\theta$ kN을 얻는다.

배각공식 $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$를 대입하면 $P_y = 5 \cdot 2\sin\theta\cos\theta = 10\sin\theta\cos\theta$ kN이다. 이는 ④의 식과 일치한다.

NoteBase

문 12. 그림과 같이 내민보에 집중 모멘트와 선형 분포하중이 작용하여 A 지점의 수직반력(V_A)의 크기가 0일 때, B 지점의 수직반력(V_B)의 크기[kN]는? (단, 보의 자중은 무시하고, w는 선형 분포하중의 최대 크기이다)



① 15

② 30

③ 45

④ 60

정답 2번

간단한 해설

삼각형 분포하중의 합력은 **B에서 오른쪽으로 2 m** 떨어진 곳에 작용한다. A의 수직반력이 0이므로 이 합력이 60 kN·m의 집중 모멘트를 상쇄하며, B의 수직반력은 합력과 같은 **30 kN**이다.

NoteBase

계산 과정

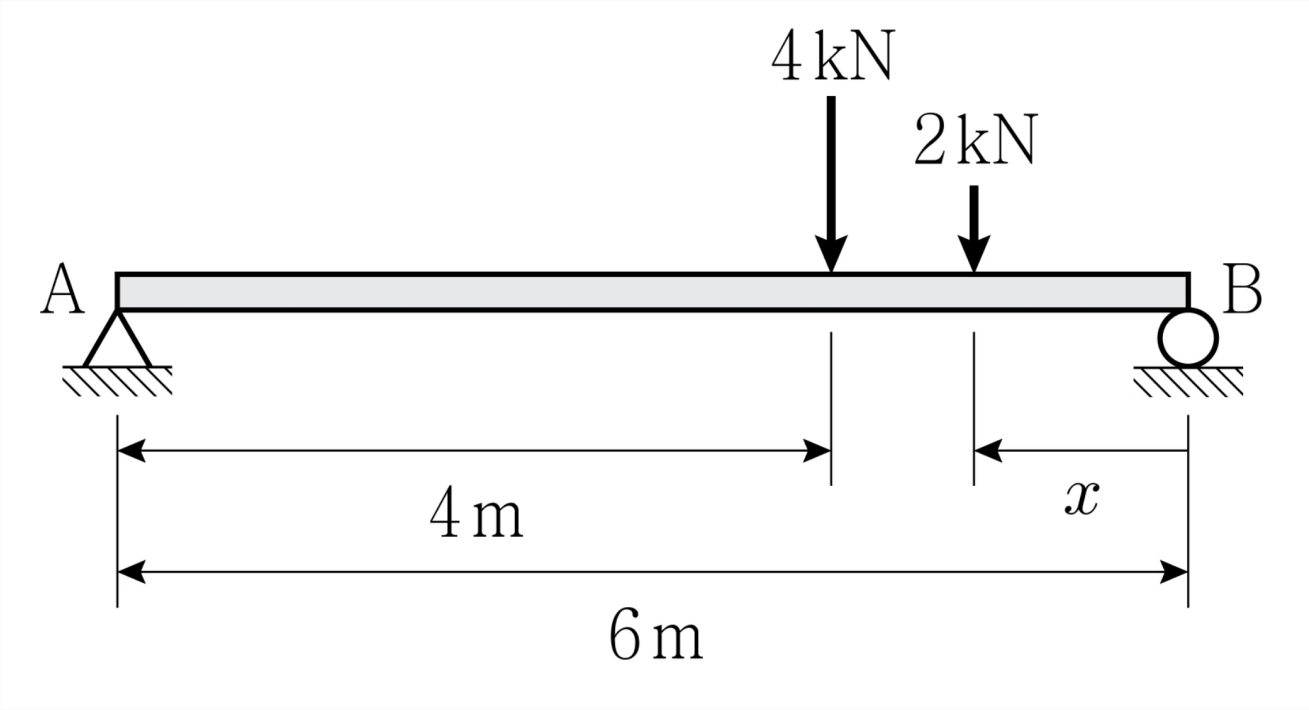
1. 분포하중을 합력으로 바꾼다. 하중은 B에서 0이고 오른쪽 끝에서 최대인 삼각형 분포이다. 합력의 크기 W는 하중도 면적이므로, 분포 길이를 $L = 3\text{m}$라 하면 $W = \frac{1}{2}wL$이다. 합력은 삼각형 하중도의 도심을 지나므로 **하중이 0인 B에서 오른쪽으로 길이의 2/3** 지점에 작용한다. 따라서 B에서 합력까지의 거리는 $\frac{2}{3} \cdot 3 = 2\text{m}$이다.

2. B점에 대한 모멘트 평형을 적용한다. B의 반력은 B를 지나므로 모멘트가 0이고, A의 반력도 주어진 조건 $V_A = 0$에 따라 모멘트를 만들지 않는다. 그림의 집중 모멘트 60 kN·m는 반시계방향이고, B 오른쪽의 하향 합력은 시계방향 모멘트를 만든다. 반시계방향을 양(+)으로 하고 힘을 kN, 거리를 m로 대입하면 $60 - 2W = 0$이다. 이를 풀면 $W = \frac{60}{2} = 30\text{kN}$으로, 분포하중 전체의 크기를 얻는다.

3. 수직방향 힘의 평형으로 B의 반력을 구한다. 집중 모멘트는 **수직방향 힘의 합에는 포함되지 않는다**. 위쪽을 양(+)으로 하면 $V_A + V_B - W = 0$이고, $V_A = 0$이므로 $V_B = W = 30\text{kN}$이다. B의 반력은 위쪽으로 작용하며, 그 크기는 ②의 30 kN에 해당한다.

NoteBase

문 13. 그림과 같이 2개의 집중하중이 작용할 때, A 지점과 B 지점의 수직 반력이 같기 위한 x[m]는? (단, 보의 자중은 무시하고, 지점의 수직반력의 방향은 상향이다)



① 2

② 3

③ 4

④ 5

정답 4번

간단한 해설

두 반력이 같으면 총하중 6 kN을 절반씩 부담하므로 각각 3 kN이다. **B점에 대한 모멘트 평형**을 적용하면 2 kN 하중과 B점 사이의 거리는 x = 5 m이다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 보의 길이는 6 m이고, 4 kN 하중은 A점에서 4 m 떨어져 있으므로 B점에서는 $6-4=2$ m 떨어져 있다. 구하려는 x는 2 kN 하중과 B점 사이의 거리이다. 보의 자중은 무시한다.

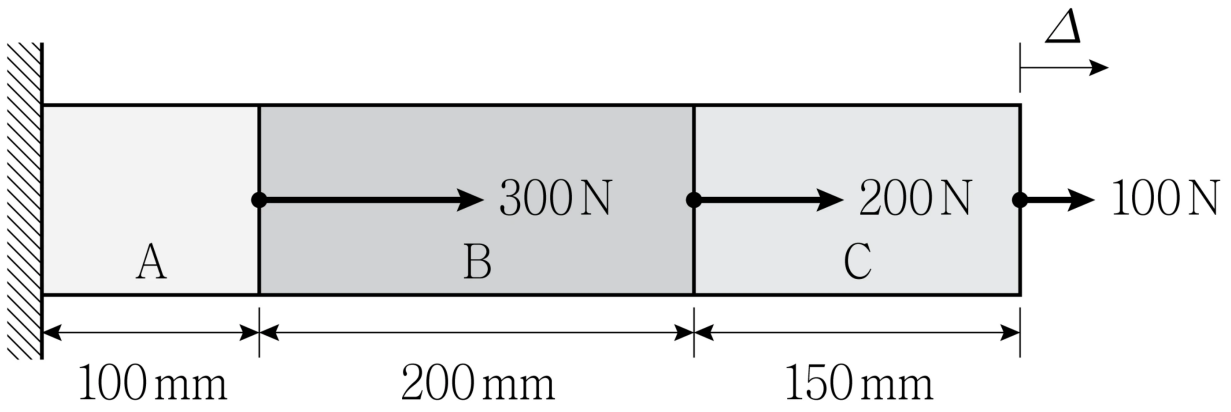
수직력의 평형: A점과 B점의 상향 반력을 각각 R_A, R_B라 하면 $R_A + R_B = 4 + 2 = 6\text{kN}$이다. 두 반력이 같다는 조건으로부터 $R_A = R_B = \frac{6}{2} = 3\text{kN}$이다.

B점에 대한 모멘트 평형: **B점 반력은 B점을 지나므로 모멘트가 0**이다. A점 반력의 시계방향 모멘트와 두 하중의 반시계방향 모멘트가 같아야 한다. 각 힘에 B점까지의 수직거리를 곱하면 $3 \cdot 6 = 4 \cdot 2 + 2x$이다. 각 항의 단위는 $\text{kN}\cdot\text{m}$이다.

거리 계산: $18 = 8 + 2x$이므로 $x = \frac{18-8}{2} = 5\text{m}$이다. 이는 ④의 5 m에 해당한다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 세 가지 재료 A, B, C로 합성된 봉에 축하중이 작용할 때, 합성봉에 대한 총 신장량(Δ)의 크기[mm]는? (단, 각각의 탄성계수 E_A = 100 MPa, E_B = 200 MPa, E_C = 150 MPa, 봉의 단면적은 모두 100 mm^{2}으로 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① 5

② 10

③ 15

④ 20

정답 2번

간단한 해설

각 구간의 축력은 **그 단면 오른쪽에 작용하는 하중의 합**이므로 A, B, C에서 각각 600 N, 300 N, 100 N이다. 각 구간의 신장량을 더하면 6 + 3 + 1 = **10 mm**이다.

NoteBase

계산 과정

축력을 N_i, 길이를 L_i, 탄성계수를 E_i, 공통 단면적을 S = 100 mm^2이라 하자. 선형 탄성 범위에서 축변형률은 $\varepsilon_i = \frac{N_i}{E_i S}$이므로 구간별 신장량은 $\Delta_i = \frac{N_i L_i}{E_i S}$이다. 1 MPa = 1 N/mm^2이므로 주어진 탄성계수와 mm 단위 길이를 그대로 대입하면 신장량은 mm로 나온다.

A 구간: 길이는 100 mm, 탄성계수는 100 MPa이다. A 내부를 절단하여 오른쪽 부분의 평형을 보면 300 N, 200 N, 100 N을 모두 지탱하므로 인장축력은 600 N이다. 따라서 $\Delta_A = \frac{600 \cdot 100}{100 \cdot 100} = 6\text{mm}$이다.

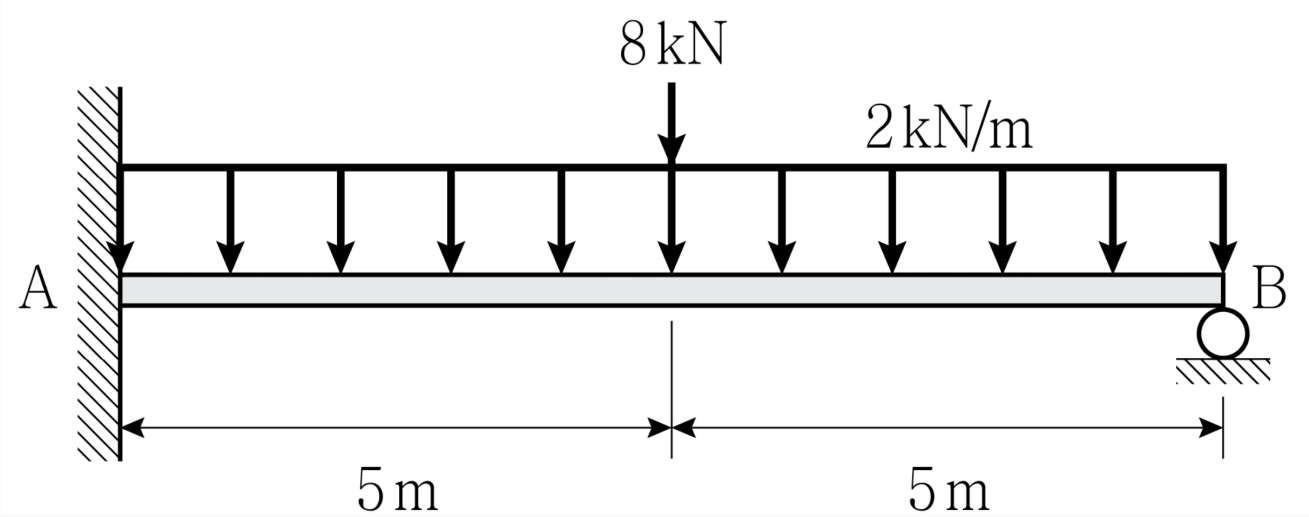
B 구간: 길이는 200 mm, 탄성계수는 200 MPa이다. B 내부 단면의 오른쪽에는 200 N과 100 N이 작용하므로 인장축력은 300 N이다. A와 B의 경계에 작용하는 **300 N은 이 오른쪽 부분에 포함되지 않는다**. 따라서 $\Delta_B = \frac{300 \cdot 200}{200 \cdot 100} = 3\text{mm}$이다.

C 구간: 길이는 150 mm, 탄성계수는 150 MPa이다. C 내부 단면의 오른쪽에는 끝단의 100 N만 작용하므로 인장축력은 100 N이다. 따라서 $\Delta_C = \frac{100 \cdot 150}{150 \cdot 100} = 1\text{mm}$이다.

총 신장량: 세 구간이 일렬로 연결되고 왼쪽 끝이 고정되어 있으므로 오른쪽 끝의 변위는 각 구간 변형량의 합이다. 세 구간 모두 인장 상태이므로 신장량을 양수로 더하여 6 + 3 + 1 = 10 mm를 얻는다. 이는 ②의 10 mm에 해당한다.

NoteBase

문 15. 그림과 같이 부정정보에 집중하중과 등분포하중이 작용할 때, B 지점에서 반력의 크기[kN]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 5

② 6.5

③ 7.5

④ 10

정답 4번

간단한 해설

B 지점은 롤러로 지지되어 있으므로 **연직 처짐이 0**이어야 한다. B 지지를 제거한 외팔보에서 두 하중이 만드는 아래쪽 처짐과 B 반력이 만드는 위쪽 처짐을 같게 두면, B 반력은 위쪽으로 10 kN이다.

NoteBase

계산 과정

1. 해석 조건: A는 고정단, B는 롤러 지점이며, 보의 길이는 $L = 10\text{m}$이다. 등분포하중은 전 구간에 $w = 2\text{kN/m}$, 집중하중은 A에서 $a = 5\text{m}$인 곳에 $P = 8\text{kN}$으로 작용한다. 보의 자중은 무시하고, 휨강성 EI가 일정한 보의 탄성처짐식을 적용한다.

2. 변형 조건: B 지지를 제거하여 A만 고정된 외팔보로 만든 뒤, B에 위쪽 반력 R_B를 작용시킨다. 원래 보의 B 지점은 움직이지 않으므로 **하중에 의한 아래쪽 처짐과 반력에 의한 위쪽 처짐이 같아야 한다**. 이 변형 조건이 부정정보의 평형식에 추가되는 조건이다.

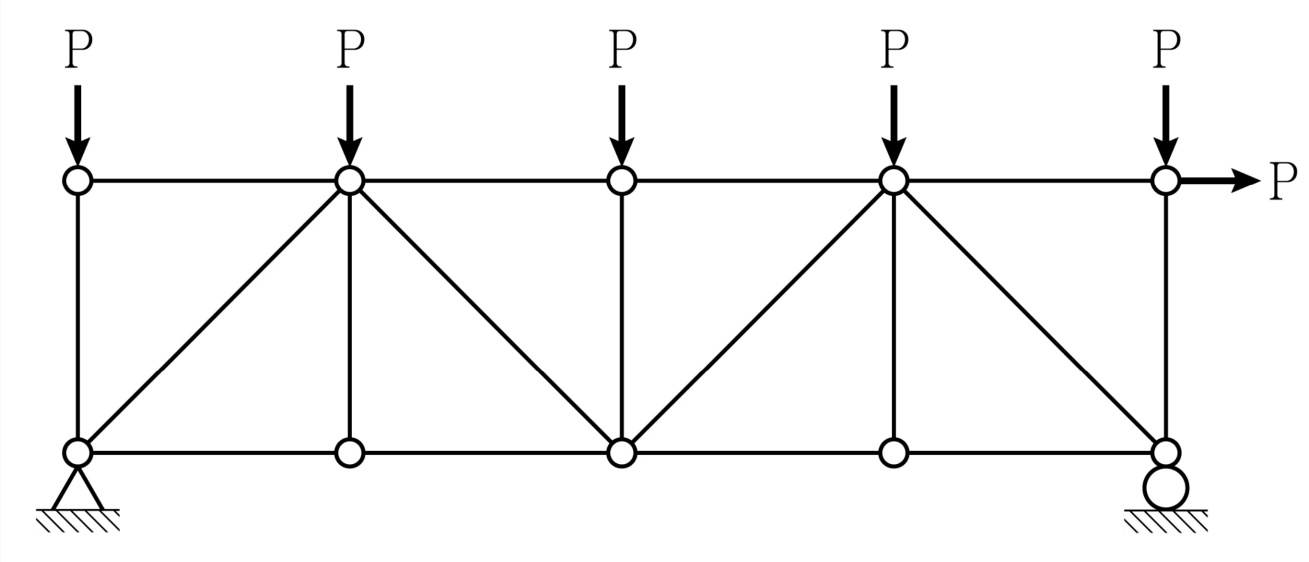
3. 하중에 의한 처짐: 외팔보 전 구간의 등분포하중이 만드는 자유단 처짐은 $\delta_w = \frac{wL^4}{8EI}$이다. 고정단에서 거리 a에 있는 집중하중이 만드는 자유단 처짐은 $\delta_P = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI}$이다. 이 문제에서는 $a = \frac{L}{2}$이므로 $\delta_P = \frac{5PL^3}{48EI}$이며, 두 처짐 모두 아래쪽이다.

4. 반력 계산: 자유단의 위쪽 힘이 만드는 처짐의 크기는 $\delta_R = \frac{R_BL^3}{3EI}$이다. 따라서 $\frac{R_BL^3}{3EI} = \frac{wL^4}{8EI} + \frac{5PL^3}{48EI}$이다. 공통 인자를 약분하면 $R_B = \frac{3wL}{8} + \frac{5P}{16}$을 얻는다. 수치를 대입하면 $R_B = \frac{3\cdot 2\cdot 10}{8} + \frac{5\cdot 8}{16} = 7.5 + 2.5 = 10\text{kN}$이다.

B 지점 반력은 위쪽으로 10 kN이며, 그 크기는 ④의 10 kN에 해당한다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 트러스에서 부재력이 0인 부재의 개수는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

정답 2번

간단한 해설

맨 왼쪽 위 절점에서는 수평방향 힘을 평형시킬 다른 힘이 없으므로 **바로 오른쪽 수평부재**의 부재력이 0이다. 아래쪽의 왼쪽에서 두 번째·네 번째 절점에서는 수평부재들만으로 수직방향 힘을 받을 수 없으므로 **각 절점의 수직부재**도 영부재가 되어, 모두 3개이다.

NoteBase

도식 해설

영부재는 주어진 하중 상태에서 축방향 부재력이 0인 부재이다. 트러스 부재는 자신의 축방향으로 힘을 전달하므로, 각 절점에서 수평·수직방향 힘의 합이 각각 0이어야 한다는 조건으로 판별한다. 구조물의 자중은 무시하므로 그림에 표시되지 않은 자중 하중은 고려하지 않는다.

맨 왼쪽 위 절점: 수평부재 1개와 수직부재 1개가 연결되어 있고, 외력 P는 아래로만 작용한다. 수직부재와 외력은 모두 수직방향이어서 수평부재의 힘을 평형시킬 수 없다. 따라서 **이 절점에서 오른쪽으로 이어지는 수평부재**의 부재력은 0이다. 수직부재는 아래로 작용하는 P를 받아야 하므로 영부재가 아니다.

아래쪽의 왼쪽에서 두 번째 절점: 외력이나 지점반력이 없고, 좌우 수평부재 2개와 위로 향하는 수직부재 1개가 연결되어 있다. 좌우 부재는 일직선상에 있으므로 수직방향 힘을 전달하지 못한다. 수직방향 평형을 만족하려면 **이 절점의 수직부재**의 부재력이 0이어야 한다.

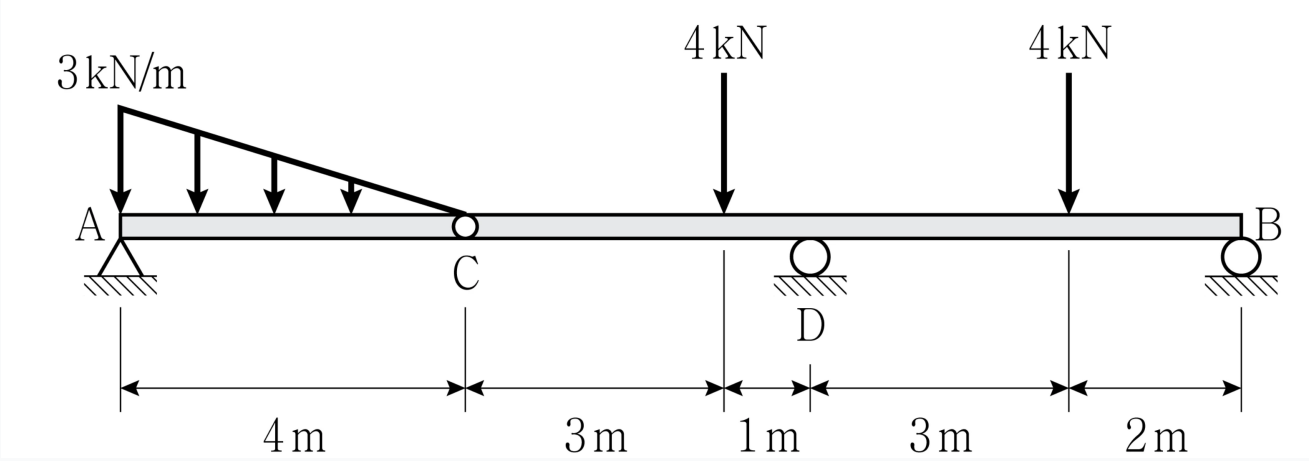
아래쪽의 왼쪽에서 네 번째 절점: 역시 외력이나 지점반력이 없으며, 좌우 수평부재 2개와 수직부재 1개가 연결되어 있다. 같은 이유로 **이 절점의 수직부재**의 부재력도 0이다. 즉, 외력이 없는 절점에 세 부재가 연결되고 그중 두 부재가 일직선상에 있으면 나머지 부재가 영부재이다.

가운데 수직부재와 오른쪽 끝 부재의 구별: 가운데 위 절점에는 아래로 P가 작용하므로, 가운데 수직부재는 그 하중과 평형을 이루어야 한다. 맨 오른쪽 위 절점에는 수직하중 P뿐 아니라 **오른쪽 수평하중 P도 작용**하므로, 연결된 수평부재와 수직부재 모두 힘을 전달한다. 또한 아래쪽 양 끝 절점에는 지점반력이 있으므로 외력이 없는 절점의 영부재 규칙을 그대로 적용할 수 없다.

영부재는 왼쪽 끝 상부 수평부재 1개와 아래쪽 두 번째·네 번째 절점의 수직부재 2개로, 1 + 2 = 3개이다. 이는 ②의 3개에 해당한다.

NoteBase

문 17. 그림과 같이 게르버보에 집중하중과 선형 분포하중이 작용할 때, D점에서 부모멘트(M_D)의 크기[kN·m]는? (단, 구조물의 자중은 무시하고, C점은 내부힌지이다)



① 8

② 10

③ 12

④ 16

정답 3번

간단한 해설

내부힌지 C에서 오른쪽 보에 작용하는 하향력은 2 kN이다. 이 힘과 D 왼쪽의 4 kN 하중이 만드는 모멘트를 합하면 D점의 **부모멘트 크기는 12 kN·m**이다.

NoteBase

계산 과정

C점은 내부힌지이므로 휨모멘트를 전달하지 않는다. 따라서 **AC 구간을 분리하여** 힌지의 수직력을 먼저 구한 뒤, D 왼쪽 부분의 모멘트 평형으로 D점의 휨모멘트를 구한다. 구조물의 자중은 무시하고, 정모멘트를 양으로 둔다.

AC 구간의 등가하중: 길이 4 m에 걸쳐 하중강도가 A의 3 kN/m에서 C의 0까지 선형으로 감소한다. 합력은 삼각형 하중도의 넓이이므로 $W = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\text{kN}$이다. 작용점은 **하중강도가 큰 A 쪽에서 길이의 1/3 지점**이므로 A로부터 $a = \frac{4}{3}\text{m}$ 떨어져 있다.

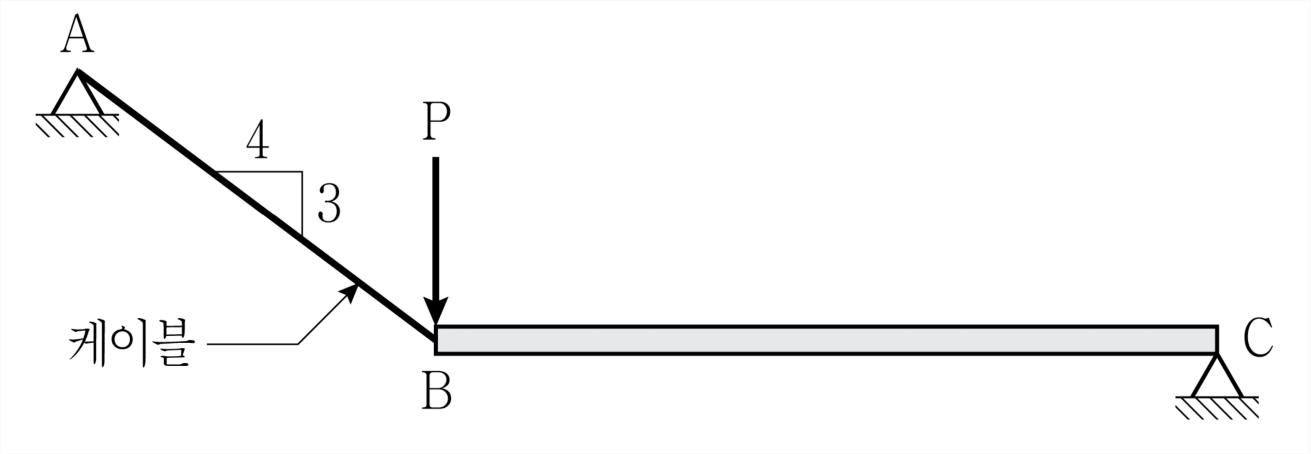
C점의 전달력: AC 구간에서 C의 상향력을 V_C라 하면, A에 대한 모멘트 평형은 $V_C \times 4 = 6 \times \frac{4}{3}$이다. 따라서 $V_C = 2\text{kN}$이다. 이 힘은 AC 구간에서는 상향이지만, **작용·반작용에 의해 오른쪽 CB 구간에서는 하향**으로 작용한다.

D점의 휨모멘트: D 왼쪽 부분에는 C의 하향력 2 kN과 집중하중 4 kN이 작용한다. 그림에서 C부터 D까지는 3 + 1 = 4 m이고, 왼쪽 집중하중부터 D까지는 1 m이다. 두 힘은 모두 D점에 부모멘트를 발생시키므로 $M_D = -(2 \times 4 + 4 \times 1) = -12\text{kN} \cdot \text{m}$이다.

요구한 것은 부모멘트의 크기이므로 12 kN·m이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 케이블 AB에 의해 지지되고 있는 보 구조물의 B점에 수직하중 P가 작용하고 있다. 케이블의 최대 허용축력이 30 kN일 때, C 지점에 발생할 수 있는 최대 수평반력의 크기[kN]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 12

② 18

③ 24

④ 30

정답 3번

간단한 해설

수평방향 평형에 의해 C 지점의 수평반력은 **케이블 장력의 수평성분**과 크기가 같다. 케이블의 수평·수직 비가 4:3이므로 최대 수평반력은 $30 \times \frac{4}{5} = 24\text{kN}$이다.

NoteBase

계산 과정

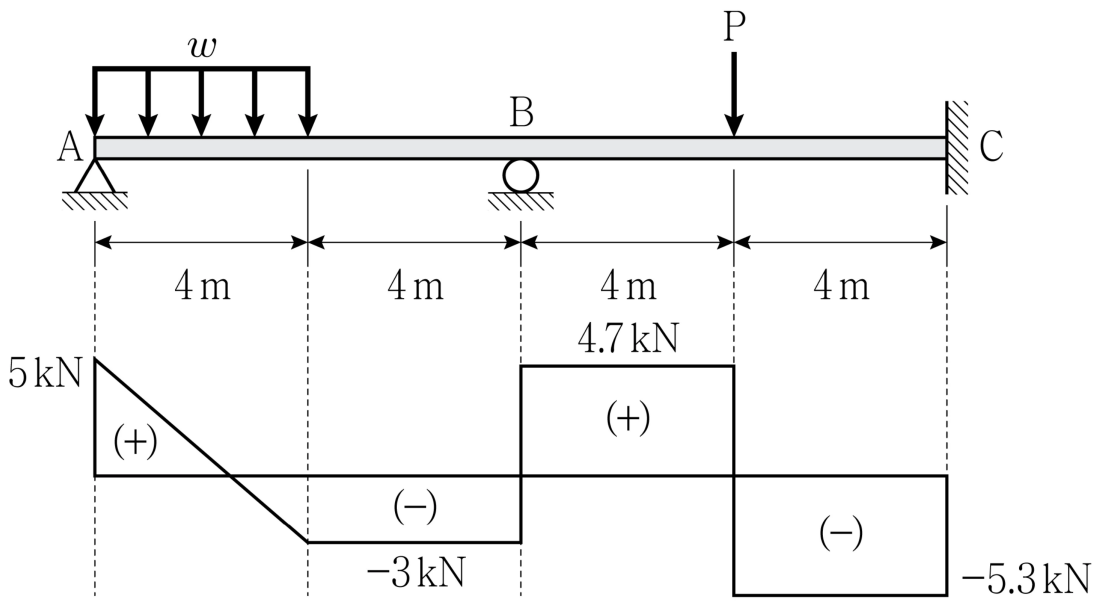
케이블의 방향과 힘의 분해: 케이블 장력을 T라 하면, B점에서 케이블은 보를 A점 쪽인 왼쪽 위로 당긴다. 그림의 방향 삼각형은 수평변 4, 수직변 3이므로 빗변의 비는 $\sqrt{4^2+3^2}=5$이다. 따라서 케이블 장력의 수평성분 크기는 $T_x=\frac{4}{5}T$이다.

수평방향 평형: C 지점의 수평반력 크기를 C_x라 한다. 하중 P는 수직으로 작용하므로 수평성분이 없고, 보의 자중은 무시한다. 보에 작용하는 수평력은 케이블의 수평성분과 C 지점의 수평반력뿐이므로 **서로 반대 방향으로 크기가 같아야 한다**. 오른쪽을 양의 방향으로 잡으면 $C_x-\frac{4}{5}T=0$, 즉 $C_x=\frac{4}{5}T$이다.

최대 수평반력: 케이블 방향이 일정하므로 수평반력은 장력 T에 비례한다. 따라서 장력이 **최대 허용축력 30 kN**에 도달할 때 수평반력도 최대가 된다. $C_{x,\max}=\frac{4}{5}\times 30=24\text{kN}$이므로 최대 수평반력은 오른쪽으로 24 kN이며, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같이 집중하중과 등분포하중을 받는 보의 전단력선도가 주어졌을 때, B점에서 부모멘트(M_B)의 크기[kN·m]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



<전단력선도>

① 8

② 12

③ 18.8

④ 21.2

정답 1번

간단한 해설

B점의 휨모멘트는 A점부터 B점까지 **전단력선도의 부호를 고려한 면적**으로 구한다. 앞 4 m 구간의 면적 4 kN·m와 다음 4 m 구간의 면적 −12 kN·m를 더하면 −8 kN·m이므로, 부모멘트의 크기는 8 kN·m이다.

NoteBase

계산 과정

A점의 기준: A는 핀 지점이므로 $M_A = 0$이다. 휨모멘트의 변화량은 전단력선도의 부호 있는 면적과 같으므로, A에서 8 m 떨어진 B점까지의 면적을 더하면 M_B를 구할 수 있다. B는 연속된 보를 받치는 롤러 지점이므로 **지점이라는 이유만으로 휨모멘트가 0이 되지는 않는다**.

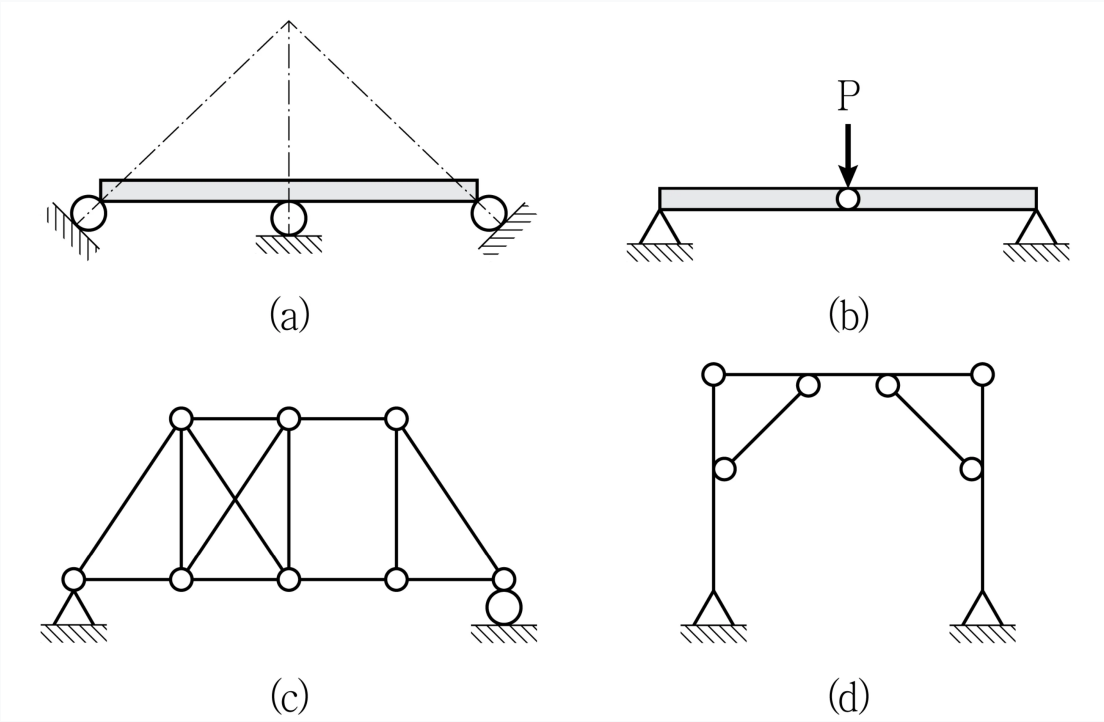
A부터 4 m까지: 등분포하중 구간에서 전단력은 5 kN에서 −3 kN까지 직선으로 감소한다. 직선으로 변하는 전단력의 평균값에 구간 길이를 곱하여 부호 있는 면적을 구하면 (5+(-3))/(2)×4=4 kN 및 m이다. 이 값은 양의 면적에서 음의 면적을 뺀 결과이며, 이 구간에서 휨모멘트가 4 kN·m 증가한다는 뜻이다.

4 m 지점부터 B까지: 길이 4 m의 구간에서 전단력은 −3 kN으로 일정하다. 따라서 이 구간의 면적은 (−3) × 4 = −12 kN·m이며, 휨모멘트가 12 kN·m 감소한다.

B점의 부모멘트: 두 구간의 면적을 합하면 M_B=0+4-12=-8 kN 및 m이다. 음수는 부모멘트를 나타내므로, 문제에서 요구한 **크기는 절댓값인 8 kN·m**이며 ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 20. 그림 (a) ~ (d)와 같은 구조물 중 불안정 구조물의 개수는?



① 0

② 1

③ 2

④ 3

정답 4번

간단한 해설

(c)처럼 **대각재가 없는 사각형 구간**이 남으면 부재 수가 충분해도 불안정할 수 있다. (d)는 모서리의 대각재가 보와 기둥의 상대 회전을 막아 안정성을 확보한다.

NoteBase

보기별 해설

구조물의 안정성은 지점과 부재가 구조물 전체의 이동·회전 및 내부의 기구적 변형을 막는지로 판단한다. 지점반력이나 부재의 수뿐 아니라 그 배치도 확인해야 한다.

(a) 불안정: 이동지점의 반력은 접촉면에 수직으로 작용한다. 양 끝 경사면의 반력 작용선과 중앙 지점의 수직 반력 작용선은 그림의 점선이 만나는 **한 점을 지난다**. 모든 반력이 그 점에 대한 모멘트를 만들지 못하므로, 그 점 주위의 회전을 억제하지 못한다.

(b) 불안정: 양 끝 지점과 중앙 내부힌지의 **세 힌지가 일직선상**에 있다. 중앙 힌지에서 나눈 각 보 부분은 두 끝이 힌지이므로, 평형을 이루려면 양 끝 힘이 두 힌지를 잇는 수평선 방향으로 작용해야 한다. 따라서 중앙 힌지에 가해진 수직하중 P를 지탱할 수 없으며, 중앙이 꺾이는 기구적 변형이 가능하다.

(c) 불안정: 왼쪽 사각형 구간에는 교차 대각재가 있지만, 중앙 수직재와 그 오른쪽 수직재 사이에는 **대각재가 없는 사각형 구간**이 남아 있다. 이 구간은 절점의 회전으로 형상이 바뀔 수 있고, 오른쪽 이동지점도 수평이동을 막지 못한다. 왼쪽에 대각재가 중복 배치되어 있어도 오른쪽 구간의 변형까지 구속하지는 못한다.

(d) 안정: 보와 기둥의 위쪽 모서리는 힌지로 연결되어 있지만, 각 모서리 안쪽의 대각재가 보·기둥과 **삼각형**을 이룬다. 대각재는 연속된 보와 기둥에 연결되어 두 부재의 상대 회전을 억제한다. 양쪽 아래 힌지지점의 이동 구속과 함께 구조물이 옆으로 기울어지는 기구적 변형을 막는다.

불안정 구조물은 (a), (b), (c)의 3개이며, 이는 ④의 값에 해당한다.

NoteBase