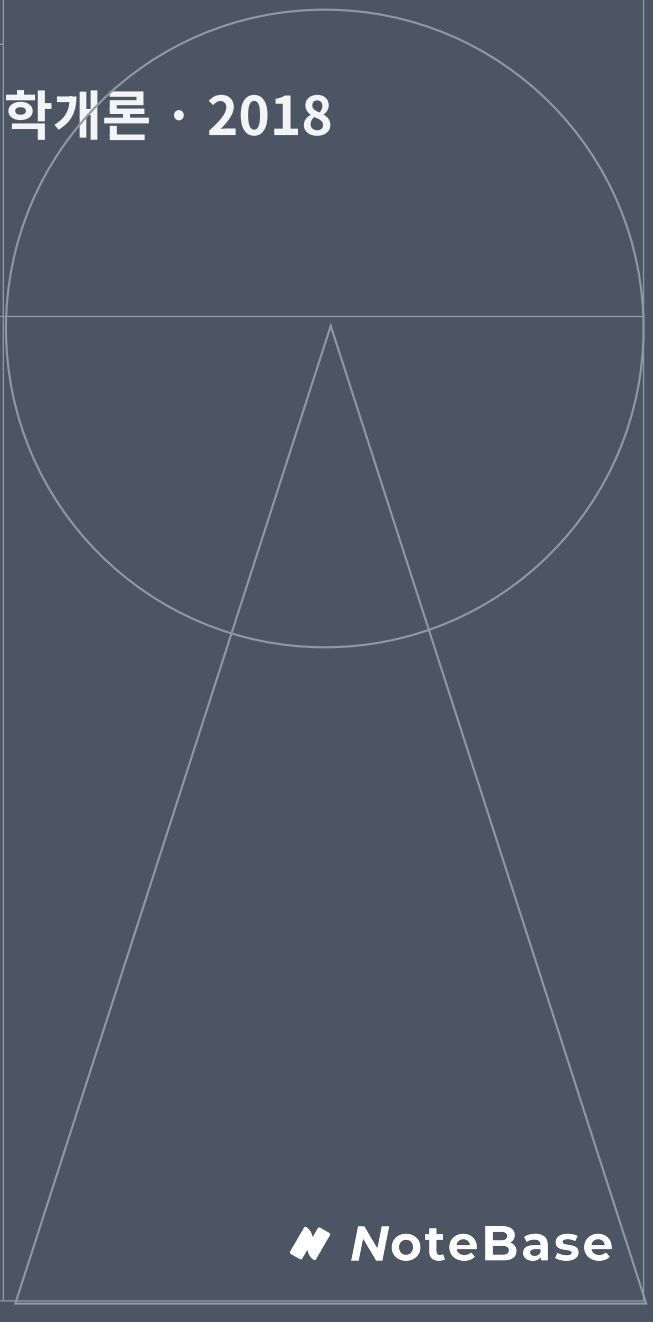
기출OX 해설집

공무원/국가직/9급 · 응용역학개론 · 2018



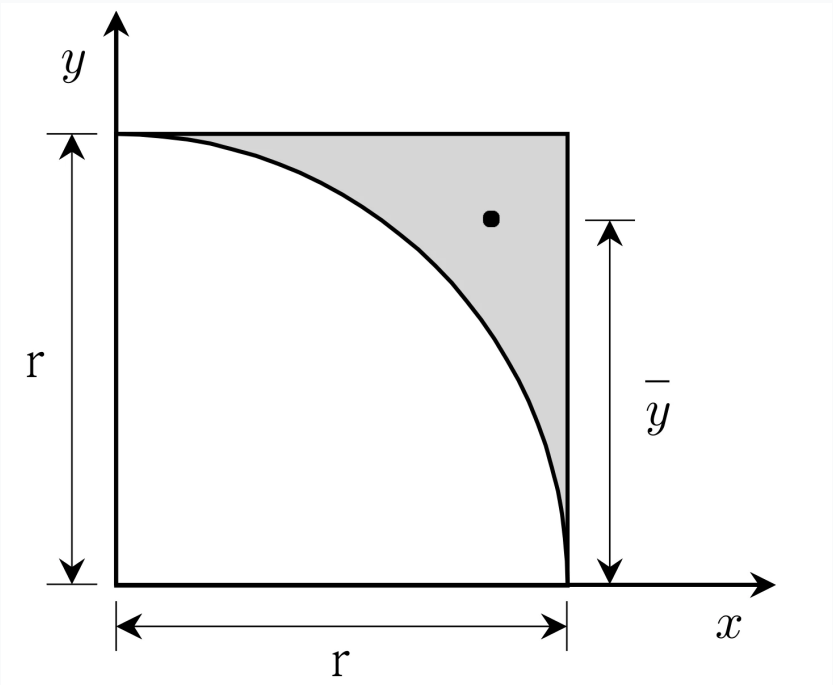
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/9급 · 응용역학개론 · 2018

공무원/국가직/9급 · 응용역학개론 · 2018

문 1. 그림과 같이 변의 길이가 r인 정사각형에서 반지름이 r인 $\frac{1}{4}$원을 뺀 나머지 부분의 x축에서 도심까지의 거리 $\overline{y}$는?



① $\frac{2r}{3(4-\pi)}$
② $\frac{3r}{4(4-\pi)}$
③ $\frac{(3\pi-4)r}{3\pi}$
④ $\frac{(\pi-1)r}{\pi}$

정답 1번

간단한 해설

잘라 낸 1/4원의 **면적과 x축에 대한 단면1차모멘트를 각각 빼서** 남은 부분의 도심을 구한다. 남은 단면1차모멘트를 남은 면적으로 나누면 $\overline{y}=\frac{2r}{3(4-\pi)}$이다.

NoteBase

계산 과정

도심 계산의 기준: 그림의 x축은 정사각형의 아랫변이고, 제거한 1/4원의 중심은 원점이다. 도심의 높이는 $\overline{y} = \frac{Q_x}{A}$로 구한다. 여기서 A는 면적, Q_x는 각 미소면적에 x축으로부터의 높이를 곱해 더한 단면1차모멘트이다. 구멍을 뺀 합성단면이므로 **면적과 단면1차모멘트 모두 제거한 부분을 뺀다**.

정사각형: 면적은 $A_s = r^2$이고, 도심은 높이의 가운데에 있으므로 x축에서의 거리는 $y_s = \frac{r}{2}$이다. 따라서 단면1차모멘트는 $Q_s = A_s y_s = \frac{r^3}{2}$이다.

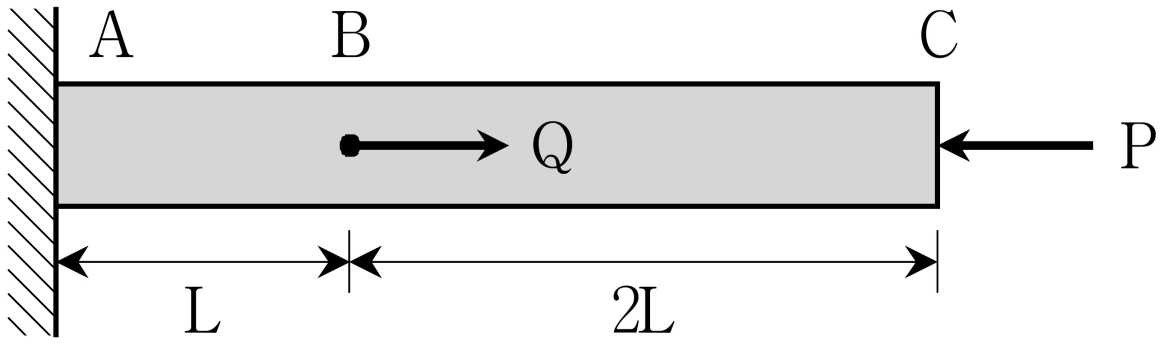
제거한 1/4원: 반지름이 r이므로 면적은 $A_c = \frac{\pi r^2}{4}$이다. 1/4원 면적의 도심은 두 직선 경계에서 각각 $\frac{4r}{3\pi}$만큼 떨어져 있다. 따라서 **x축에서 잰 도심의 높이**는 $y_c = \frac{4r}{3\pi}$이고, 단면1차모멘트는 $Q_c = A_c y_c = \frac{r^3}{3}$이다.

남은 부분: 면적은 $A = A_s - A_c = \frac{(4-\pi)r^2}{4}$이다. x축에 대한 단면1차모멘트는 $Q_x = Q_s - Q_c = \frac{r^3}{6}$이다. 이 값은 남은 면적 전체의 높이 효과를 합한 것이므로, 도심 높이를 얻으려면 **남은 면적으로 나누어야 한다**.

도심의 높이: $\overline{y} = \frac{r^3}{6} \cdot \frac{4}{(4-\pi)r^2} = \frac{2r}{3(4-\pi)}$이다. 이는 ①의 식과 일치하며, 거리의 단위는 r과 같다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 봉의 C점에 축하중 P가 작용할 때, C점의 수평변위가 0이 되게 하는 B점에 작용하는 하중 Q의 크기는? (단, 봉의 축강성 EA는 일정하고, 좌굴 및 자중은 무시한다)



① 1.5 P

② 2.0 P

③ 2.5 P

④ 3.0 P

정답 4번

간단한 해설

C점이 움직이지 않으려면 **AB의 인장변형과 BC의 압축변형이 상쇄**되어야 한다. BC의 길이가 AB의 2배이므로 AB의 인장력은 2P가 되어야 하며, $Q - P = 2P$에서 $Q = 3P$를 얻는다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 A는 고정단이고 AB의 길이는 L, BC의 길이는 2L이다. B의 하중 Q는 오른쪽, C의 하중 P는 왼쪽으로 작용한다. 오른쪽 변위와 인장 축력을 양(+)으로 둔다. 축강성 EA가 일정한 구간의 길이 변화는 $\delta = \frac{N\ell}{EA}$이며, N은 구간의 축력, ℓ은 구간 길이이다. 인장일 때 늘어나고 압축일 때 줄어든다.

AB 구간: AB를 절단하여 오른쪽 부분을 보면 외력 Q와 P가 반대 방향으로 작용하므로 축력은 $N_{AB} = Q - P$이다. 따라서 길이 변화는 $\delta_{AB} = \frac{(Q-P)L}{EA}$이다.

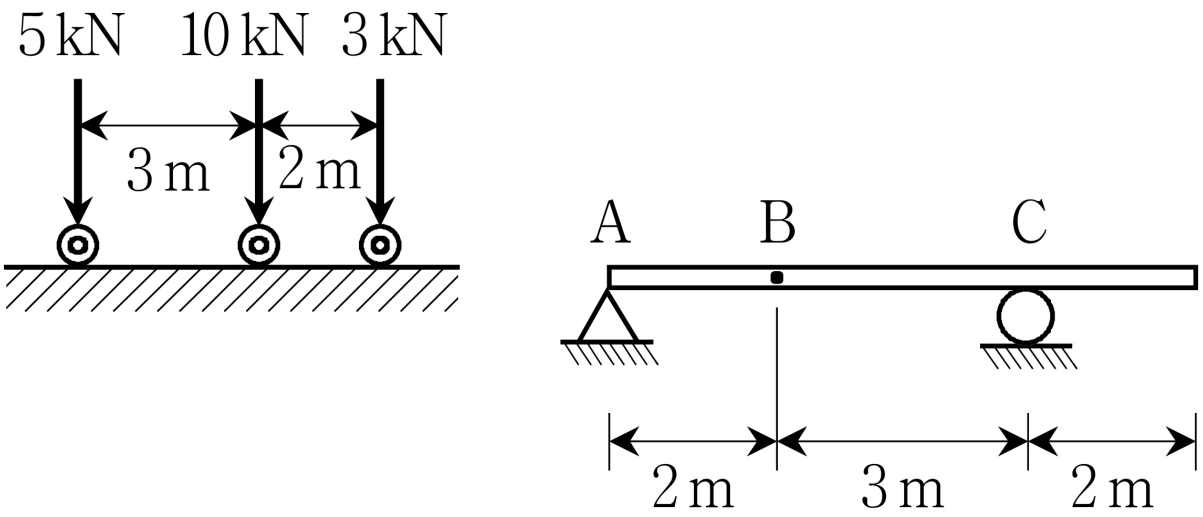
BC 구간: BC를 절단한 오른쪽 부분에는 왼쪽 방향의 P만 작용한다. 따라서 **BC의 축력은 압축력 P**이고, 부호를 포함하면 $N_{BC} = -P$이다. 길이 변화는 $\delta_{BC} = -\frac{2PL}{EA}$이다.

C점의 변위: A가 고정되어 있으므로 **C점의 변위는 두 구간의 길이 변화의 합**이다. 즉, $u_C = \delta_{AB} + \delta_{BC}$이다. C점의 수평변위가 0이라는 조건을 대입하면 $\frac{(Q-P)L}{EA} - \frac{2PL}{EA} = 0$이 된다.

하중 Q의 크기: 공통인 $\frac{L}{EA}$를 소거하면 $Q - P - 2P = 0$이므로 $Q = 3P$이다. 이때 AB의 인장력은 2P이고, 길이가 2L인 BC의 압축변형과 크기가 같아 전체 길이 변화가 0이 된다. 따라서 필요한 하중은 3.0 P로, ④에 해당한다.

NoteBase

문 3. 그림과 같은 보에서 주어진 이동하중으로 인해 B점에서 발생하는 최대 휨모멘트의 크기[kN · m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 9.5

② 10.0

③ 13.2

④ 14.5

정답 3번

간단한 해설

10 kN 하중을 B에 놓을 때 5 kN 하중은 보 밖에 있고, 3 kN 하중은 A에서 4 m인 위치에 놓인다. 이때 B점 휨모멘트는 $10 \times 1.2 + 3 \times 0.4 = 13.2$ kN·m이다. 다른 배치에서의 양의 모멘트와 음의 모멘트 크기를 비교해도 이 값이 가장 크다.

NoteBase

계산 과정

보의 위치와 부호: A를 원점으로 잡으면 B는 2 m, C는 5 m, 오른쪽 자유단은 7 m에 있다. 아래로 처지는 정모멘트를 양수로 정한다. B점 휨모멘트의 영향선 높이는 해당 위치에 하향 단위하중을 놓았을 때의 B점 모멘트를 나타낸다. 실제 하중의 기여분은 하중 크기에 그 위치의 영향선 높이를 곱한 값이다.

영향선 계산: A에서 x m인 위치에 단위하중이 있으면, C에 대한 모멘트 평형으로부터 $R_A = \frac{5-x}{5}$이다. 하중이 AB 구간에 있으면 B 왼쪽의 하중 모멘트도 빼야 하므로 $y(x) = 2R_A - (2-x) = \frac{3x}{5}$이다. B부터 오른쪽 자유단까지는 $y(x) = 2R_A = \frac{2(5-x)}{5}$이다. 따라서 A, B, C, 자유단의 영향선 높이는 각각 0 m, 1.2 m, 0 m, −0.8 m이다. **C 오른쪽의 하중은 B에 음의 휨모멘트**를 만든다.

극값 후보: 10 kN 하중의 위치를 A에서 t m라고 하면 5 kN 하중은 t − 3 m, 3 kN 하중은 t + 2 m에 있다. 보 밖의 하중은 기여하지 않는다. 영향선은 A부터 B까지, B부터 자유단까지 각각 직선이므로 전체 모멘트도 하중 이동에 따라 구간별 직선으로 변한다. 따라서 **각 하중이 A·B·자유단을 지나는 배치**를 비교하면 된다. 그때 t는 −2, 0, 2, 3, 5, 7, 10 m이다. 자유단에서는 영향선 높이가 −0.8 m에서 보 밖의 0으로 바뀌므로 이탈 전후를 모두 확인한다.

10 kN 하중이 B에 놓이는 배치: t = 2 m이면 5 kN 하중은 A 왼쪽 1 m로 보 밖에 있고, 3 kN 하중은 A에서 4 m에 있다. 두 하중 위치의 영향선 높이는 각각 1.2 m와 $\frac{2(5-4)}{5} = 0.4$ m이다. 따라서 B점 모멘트는 $10 \times 1.2 + 3 \times 0.4 = 13.2$ kN·m이다. 이 중 12 kN·m는 10 kN 하중, 1.2 kN·m는 3 kN 하중의 기여분이다.

진입 과정의 나머지 후보: t = −2 m에서는 3 kN 하중이 A에 있어 모멘트가 0이다. t = 0 m에서는 3 kN 하중이 B에 있으므로 $3 \times 1.2 = 3.6$ kN·m이다. t = 3 m에서는 5 kN 하중이 A, 10 kN 하중이 A에서 3 m, 3 kN 하중이 C에 있다. 이때 10 kN 하중 위치의 영향선 높이는 0.8 m이므로 모멘트는 $10 \times 0.8 = 8$ kN·m이다.

3 kN 하중의 이탈: t = 5 m이면 5 kN 하중은 B, 10 kN 하중은 C, 3 kN 하중은 자유단에 있다. 이탈 직전 모멘트는 $5 \times 1.2 - 3 \times 0.8 = 3.6$ kN·m이고, 3 kN 하중이 이탈한 직후에는 6 kN·m이다.

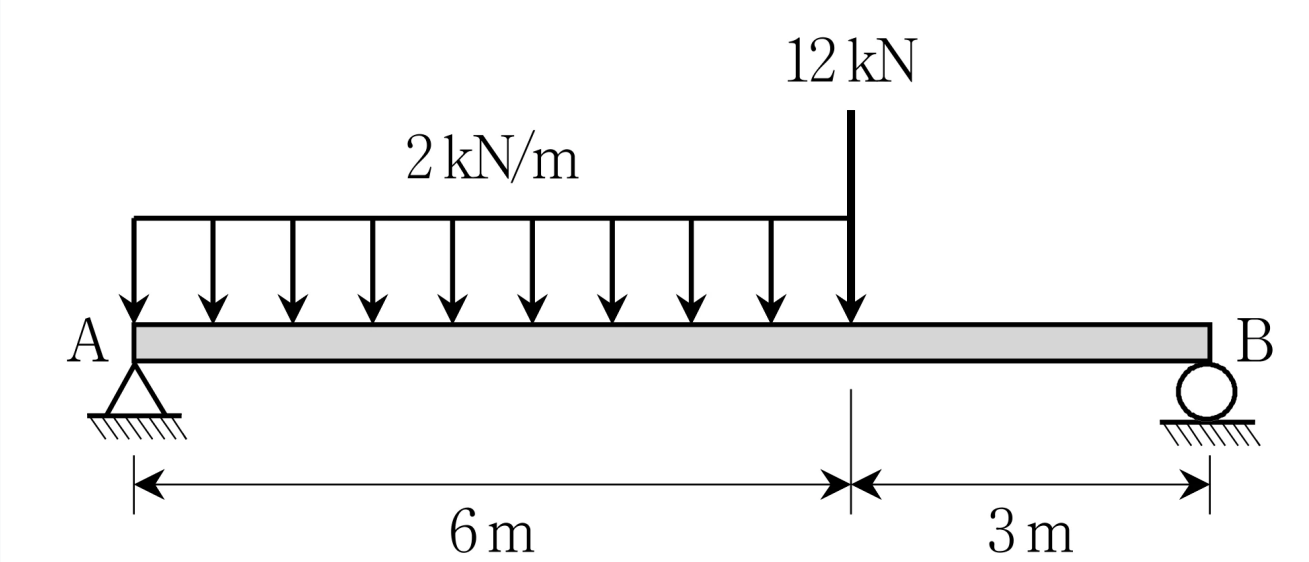
10 kN 하중의 이탈: t = 7 m이면 5 kN 하중은 A에서 4 m, 10 kN 하중은 자유단에 있으며 3 kN 하중은 이미 보 밖에 있다. 이탈 직전 모멘트는 $5 \times 0.4 - 10 \times 0.8 = -6$ kN·m이고, 이탈 직후에는 2 kN·m이다.

5 kN 하중의 이탈: t = 10 m이면 5 kN 하중만 자유단에 남는다. 모멘트는 $-5 \times 0.8 = -4$ kN·m이고, 이 하중까지 이탈하면 0이 된다.

후보들을 비교하면 양의 최대 모멘트는 13.2 kN·m, 음의 최소 모멘트는 −6 kN·m이다. 따라서 **휨모멘트의 최대 크기는 13.2 kN·m**이며, ③에 해당한다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 하중을 받는 단순보에서 최대 휨모멘트가 발생하는 위치가 A점으로부터 떨어진 수평거리[m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 3

② 4

③ 5

④ 6

정답 4번

간단한 해설

휨모멘트는 **전단력이 양수에서 음수로 바뀌는 위치**에서 최대가 된다. A점의 반력은 12 kN이며, 등분포하중에 의해 감소한 전단력이 A점에서 6 m 떨어진 곳에서 0이 되고, 그곳의 집중하중을 지나면 음수가 된다.

NoteBase

계산 과정

하중의 합력: 보의 전체 길이는 6 + 3 = 9 m이다. 자중은 무시하며, 2 kN/m의 등분포하중은 A점부터 6 m 구간에만 작용한다. 이 하중의 합력은 $2 \times 6 = 12$ kN이고, 작용점은 하중 구간의 중앙인 A점에서 3 m 떨어진 곳이다. 별도의 12 kN 집중하중은 A점에서 6 m 떨어진 곳에 작용한다.

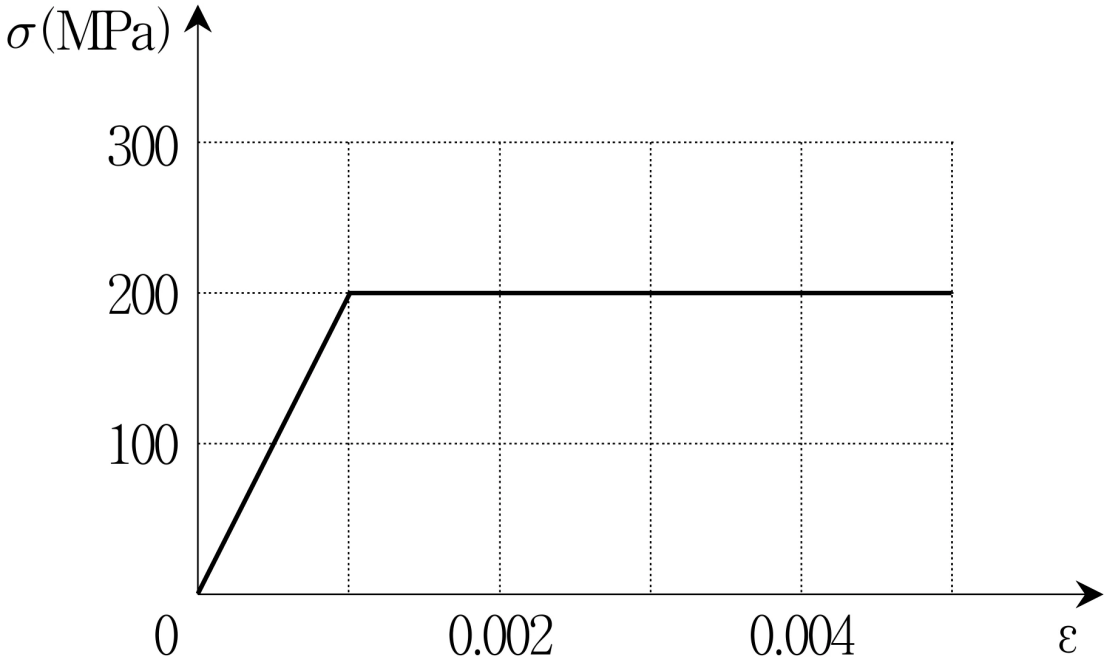
지점반력: A, B의 위쪽 수직반력을 각각 R_A, R_B라 한다. A점에 대한 모멘트 평형으로 $R_B = \frac{12 \cdot 3 + 12 \cdot 6}{9} = 12$ kN이다. 수직력 평형에서 $R_A = 12 + 12 - 12 = 12$ kN이다. 이 반력은 각 지점이 하중을 위쪽으로 지탱하는 힘이다.

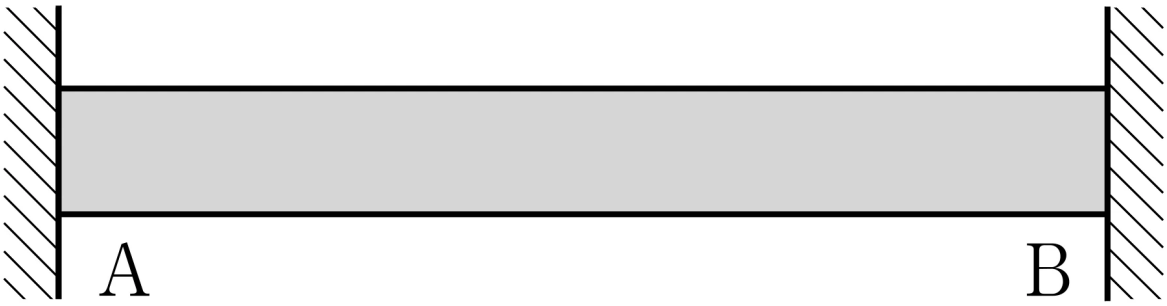
전단력이 0인 위치: A점에서 오른쪽으로 잰 거리를 x, 등분포하중의 크기를 w = 2 kN/m라 한다. 집중하중 왼쪽 구간의 전단력은 왼쪽 반력에서 해당 구간의 하중을 뺀 $V(x) = R_A - wx$이다. x를 m 단위의 수치로 넣어 전단력이 0인 조건을 세우면 $12 - 2x = 0$이므로 x = 6 m이다. 즉, 이 지점의 바로 왼쪽에서는 등분포하중의 누계가 A점의 반력과 같아진다.

최대 휨모멘트의 위치: 휨모멘트 M과 전단력 V의 관계는 $\frac{dM}{dx} = V$이므로, **전단력이 양수이면 휨모멘트가 증가하고 음수이면 감소**한다. A점부터 6 m 지점까지 전단력은 양수에서 0으로 감소한다. 6 m 지점의 12 kN 집중하중을 지나면 전단력은 0에서 −12 kN으로 내려가고, B점까지 음수로 유지된다. 따라서 휨모멘트가 증가하다 감소로 바뀌는 위치는 A점에서 6 m 떨어진 곳이며, 선택지 ④의 6 m에 해당한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같이 양단이 고정되고, 일정한 단면적(200 mm^2)을 가지는 초기 무응력상태인 봉의 온도변화(ΔT)가 −10 °C일 때, A점의 수평반력의 크기[kN]는? (단, 구조물의 재료는 탄성-완전소성거동을 하고, 항복응력은 200 MPa, 초기탄성계수는 200 GPa, 열팽창계수는 5 × 10^{-5}/°C이며 좌굴 및 자중은 무시한다)





① 20

② 30

③ 40

④ 50

정답 1번

NoteBase

간단한 해설

양단 고정으로 **냉각에 따른 수축이 구속**되어 인장응력 100 MPa가 발생한다. 항복응력 200 MPa보다 작으므로 탄성 범위에 있으며, 이 응력에 단면적을 곱한 A점의 수평반력 크기는 20 kN이다.

계산 과정

구속 조건과 변형률: 그림의 A, B 양단이 고정되어 봉의 전체 길이 변화는 0이다. 인장변형률을 양(+)으로 두면 자유 열변형률은 $\varepsilon_T = \alpha \Delta T$이며, $\varepsilon_T = (5 \cdot 10^{-5}) \cdot (-10) = -5 \cdot 10^{-4}$이다. 즉, 봉은 냉각되면서 수축하려 한다. 이를 막으려면 **같은 크기의 인장 기계적 변형률**이 필요하므로 $\varepsilon_m = -\varepsilon_T = 5 \cdot 10^{-4}$이다.

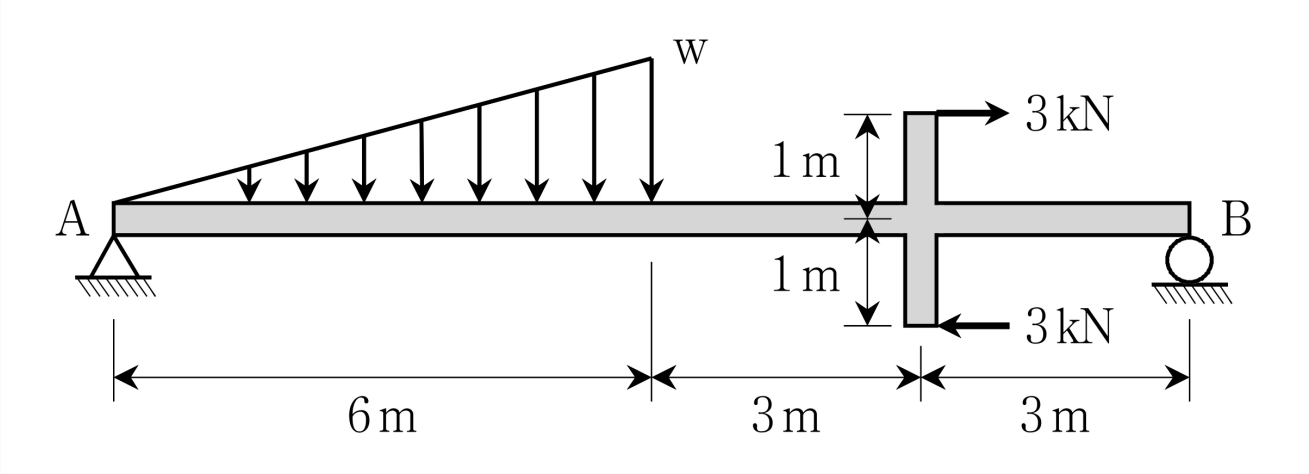
열응력 계산: 먼저 탄성거동을 가정하여 후크의 법칙 $\sigma = E\varepsilon_m$을 적용한다. 초기탄성계수는 200 GPa = 200,000 MPa이므로, 인장응력은 $\sigma = 200{,}000 \cdot (5 \cdot 10^{-4}) = 100$MPa이다.

항복 여부: 응력–변형률 그림은 항복응력 200 MPa에 도달한 뒤 응력이 일정하게 유지되는 탄성-완전소성거동을 나타낸다. 계산한 100 MPa는 항복응력보다 작으므로 **항복하지 않고 탄성 범위에 머문다**. 따라서 탄성식으로 구한 응력 100 MPa를 그대로 사용한다.

A점 반력: 봉에 작용하는 중간 축방향 하중이 없으므로 축력은 일정하고, A점 수평반력의 크기는 이 축력과 같다. 단면적을 S라 두면 $R_A = \sigma S$이다. 1 MPa = 1 N/mm^{2}이므로 $100 \times 200 = 20{,}000$ N = 20 kN이다. 따라서 A점의 수평반력 크기는 20 kN으로, ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 하중을 받는 단순보에서 B점의 수직반력이 A점의 수직반력의 2배가 되도록 하는 삼각형 분포하중 w[kN/m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

정답 1번

간단한 해설

삼각형 분포하중의 합력은 A에서 4 m 지점에 작용하고, 두 수평력은 **시계방향의 우력 6 kN·m**를 만든다. 이 우력을 포함해 모멘트 평형과 반력의 비를 적용하면 합력은 1.5 kN이고, 최대 하중강도는 $w = \frac{1}{2}$kN/m이다.

NoteBase

계산 과정

A와 B의 위쪽 수직반력을 각각 R_A, R_B라 한다. 보의 길이는 6 + 3 + 3 = 12 m이고, 자중은 무시한다. 구할 w는 A에서 시작하는 삼각형 분포하중의 최대 하중강도이다.

분포하중의 합력 W는 하중도형의 면적이므로 $W = \frac{1}{2} \cdot (6\text{m}) \cdot w$이다. 합력은 삼각형의 도심을 지나므로, 하중이 0인 A에서 $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4\text{m}$ 떨어진 곳에 아래로 작용한다.

그림의 위쪽 3 kN은 오른쪽으로, 아래쪽 3 kN은 왼쪽으로 작용한다. 두 힘의 합은 0이지만 작용선 사이의 수직거리가 1 + 1 = 2 m이므로 **시계방향의 우력**을 만든다. 그 크기는 $3 \times 2 = 6\ \text{kN}\cdot\text{m}$이다.

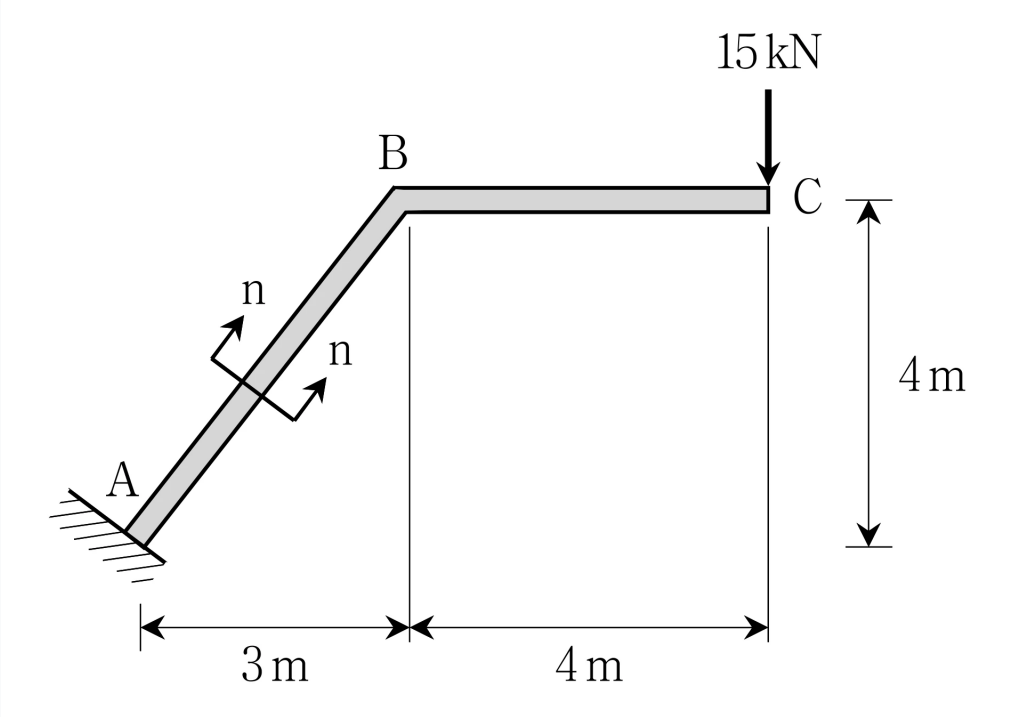
수직방향 평형에서 $R_A + R_B = W$이고, 주어진 조건은 $R_B = 2R_A$이다. 따라서 $R_A = \frac{W}{3}$, $R_B = \frac{2W}{3}$이다. 즉, B의 반력은 전체 수직하중의 2/3을 부담한다.

A점에 대한 모멘트를 비교한다. B의 반력은 반시계방향으로, 분포하중의 합력과 우력은 모두 시계방향으로 회전시키므로 $R_B \cdot (12\text{m})$는 $W \cdot (4\text{m}) + 6\text{kN}\cdot\text{m}$와 같아야 한다. 여기에 $R_B = \frac{2W}{3}$를 대입하면 반력의 모멘트는 $W \cdot (8\text{m})$이다. 따라서 $W \cdot (4\text{m}) = 6\text{kN}\cdot\text{m}$이고, 합력은 W = 1.5 kN이다.

삼각형 하중도형의 면적식에서 $w = \frac{2W}{6\text{m}}$이므로, $w = \frac{2 \cdot 1.5}{6} = \frac{1}{2}\text{kN/m}$이다. 이는 ①의 값과 일치한다.

NoteBase

문 7. 그림과 같은 라멘 구조물에서 AB 부재의 수직단면 n-n에 대한 전단력의 크기[kN]는? (단, 모든 부재의 자중은 무시한다)



① 6

② 9

③ 12

④ 15

정답 2번

간단한 해설

전단력은 15 kN 하중 중 **AB 부재축에 수직인 성분**이다. AB의 수평거리와 높이가 각각 3 m, 4 m인 3–4–5 삼각형이므로, 전단력의 크기는 $15 \cdot \frac{3}{5} = 9\text{kN}$이다.

NoteBase

계산 과정

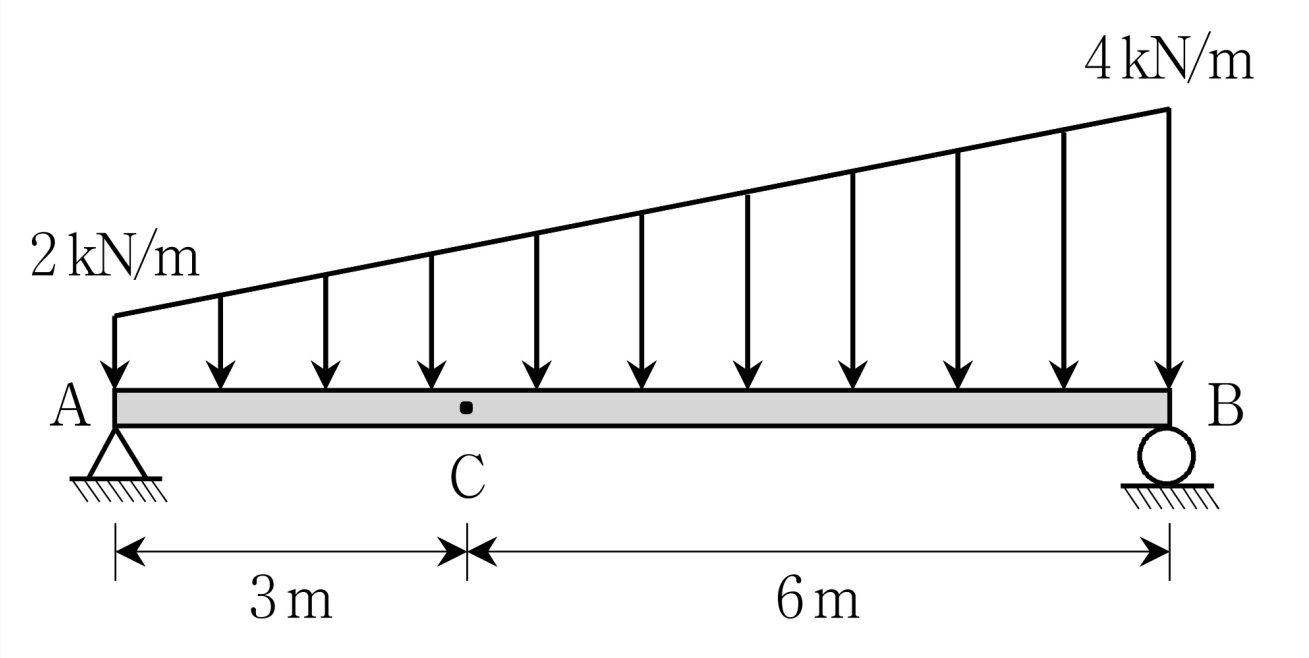
1. AB의 기울기: AB의 수평거리는 3 m, 수직높이는 4 m이므로 길이는 $L = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}$이다. AB가 수평선과 이루는 각을 θ라 하면 $\cos\theta = \frac{3}{5}$이다.

2. 절단한 부분의 힘 평형: n-n에서 절단하여 B와 C를 포함하는 부분을 분리한다. 부재 자중을 무시하므로 이 부분에 작용하는 외부 하중은 C점의 아래 방향 15 kN뿐이다. 힘의 평형을 이루려면 절단면에 작용하는 내력의 합력은 위 방향 15 kN이어야 한다. 절단면에는 모멘트 평형을 위한 휨모멘트도 작용하지만, 이는 힘의 성분 분해와 별도로 다룬다.

3. 전단력 계산: 수직단면 n-n은 AB 부재축에 직각인 단면이다. 이 단면의 전단력 V는 내력의 합력 중 **부재축에 수직이고 단면에 평행한 성분**이다. 위 방향 합력과 이 성분 방향 사이의 각이 θ이므로 $V = 15\cos\theta$이다. 따라서 $V = 15 \cdot \frac{3}{5} = 9\text{kN}$이며, ②의 9 kN에 해당한다.

NoteBase

문 8. 그림과 같은 분포하중을 받는 단순보에서 C점에서 발생하는 휨모멘트의 크기[kN·m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 25

② 26

③ 27

④ 28

정답 2번

간단한 해설

C점 왼쪽 부분의 **모멘트 평형**을 적용하면, A점 반력의 모멘트에서 AC 구간 분포하중의 모멘트를 뺀 값이 휨모멘트가 된다. 그 크기는 36 - 9 - 1 = **26 kN·m**이다.

NoteBase

계산 과정

조건 확인: AC = 3 m, CB = 6 m이므로 보의 전체 길이는 9 m이다. 하중강도는 A에서 2 kN/m, B에서 4 kN/m로 직선적으로 증가한다. 보의 자중은 무시하고, 위쪽 지점반력을 R_A, R_B로 둔다.

전체 하중의 합력: 사다리꼴 분포하중을 **등분포하중과 삼각형 분포하중**으로 나눈다. 2 kN/m의 등분포하중은 합력이 2 × 9 = 18 kN이고, A에서 4.5 m 떨어진 중앙에 작용한다. 추가되는 삼각형 하중은 B에서의 높이가 4 - 2 = 2 kN/m이므로 합력이 $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 2 = 9$ kN이다. 이 합력은 삼각형의 도심인 A에서 $\frac{2}{3} \cdot 9 = 6$ m 떨어진 곳에 작용한다.

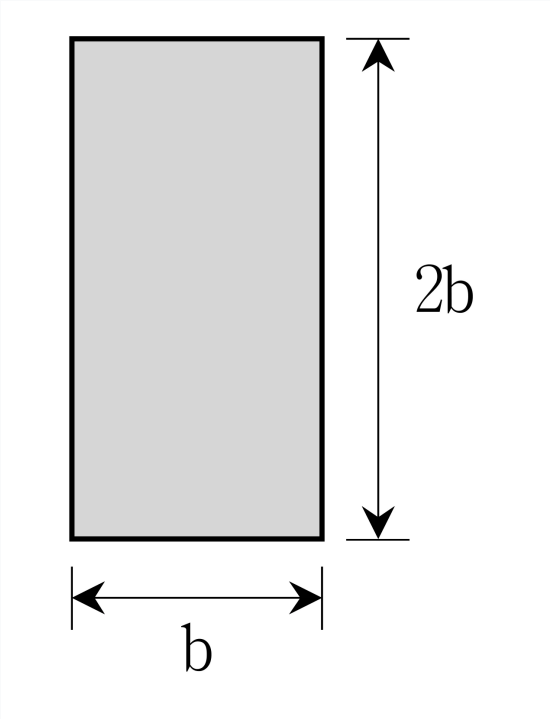
지점반력: A점에 대한 모멘트 평형으로 $9R_B = 18 \cdot 4.5 + 9 \cdot 6$을 얻는다. 따라서 $R_B = 15$ kN이다. 전체 연직력의 합이 0이어야 하므로 $R_A = 18 + 9 - 15 = 12$ kN이다.

AC 구간의 하중: C는 A에서 전체 길이의 1/3 지점이므로, AC 구간에서 하중강도의 증가량은 $(4 - 2) \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$ kN/m이다. 이 구간도 직사각형과 삼각형으로 나눈다. 직사각형 부분의 합력은 2 × 3 = 6 kN이고 C에서 1.5 m 왼쪽에 작용한다. 삼각형 부분의 합력은 $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} = 1$ kN이다. 그 도심은 **하중강도가 큰 C쪽에서 구간 길이의 1/3** 위치이므로 C에서 1 m 왼쪽에 있다.

C점 휨모멘트: C에서 보를 절단하여 왼쪽 부분을 보면, C에 대한 A점 반력과 두 하중의 모멘트가 내부 휨모멘트와 평형을 이룬다. 아래로 볼록하게 휘게 하는 모멘트를 양으로 두면 $M_C = 12 \cdot 3 - 6 \cdot 1.5 - 1 \cdot 1$이다. 따라서 C점 휨모멘트의 크기는 36 - 9 - 1 = 26 kN·m로, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 높이가 폭(b)의 2배인 직사각형 단면을 갖는 압축부재의 세장비(λ)를 48 이하로 제한하기 위한 부재의 최대 길이는 직사각형 단면 폭(b)의 몇 배인가?



① $6\sqrt{3}$
② $8\sqrt{3}$
③ $10\sqrt{3}$
④ $12\sqrt{3}$

정답 2번

간단한 해설

세장비는 **최소 단면2차반경**을 기준으로 구하며, 이 단면에서는 $r_{min} = \frac{b}{2\sqrt{3}}$이다. 세장비를 48 이하로 제한하면 최대 길이는 폭의 $8\sqrt{3}$배이다.

NoteBase

계산 과정

세장비의 기준: 부재 길이를 L, 단면적을 A, 도심축에 대한 단면2차모멘트를 I라 하면 단면2차반경은 $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ 이다. 같은 길이에서는 r이 작을수록 세장비가 커지므로 **최소 단면2차반경을 갖는 축**을 기준으로 $\lambda = \frac{L}{r_{\min}}$을 적용한다.

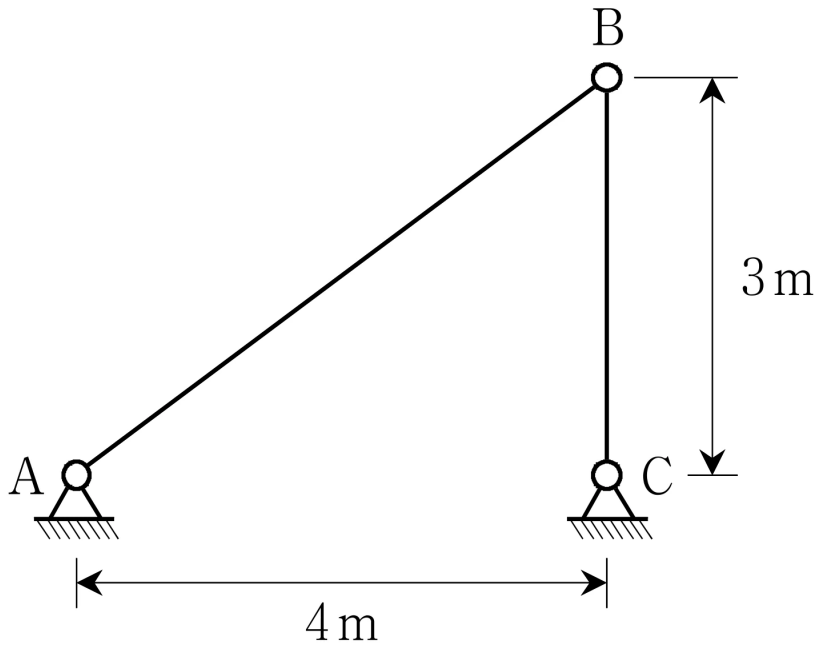
직사각형 단면: 그림에서 가로 폭은 b, 세로 높이는 2b이므로 단면적은 $A = 2b^2$이다. 직사각형의 도심축에 대한 단면2차모멘트는 축에 수직인 치수가 세제곱으로 들어간다. 따라서 **그림의 세로 방향 도심축**에 대한 값이 더 작으며, $I_{\min} = \frac{(2b)b^3}{12} = \frac{b^4}{6}$이다.

최소 단면2차반경: 위 단면적과 단면2차모멘트를 대입하면 $r_{\min} = \sqrt{\frac{b^4/6}{2b^2}}$ 이므로 $r_{\min} = \frac{b}{2\sqrt{3}}$이다. 이는 길이의 단위를 가지며, 부재 길이와의 비로 세장비를 구한다.

최대 부재 길이: $\frac{L}{r_{\min}} \le 48$이므로 길이의 최댓값은 **세장비가 48일 때** 얻어진다. 따라서 $L_{\max} = 48 \cdot \frac{b}{2\sqrt{3}}$이고, 이를 정리하면 $L_{\max} = 8\sqrt{3}b$이다. 폭에 대한 최대 길이의 비는 $\frac{L_{\max}}{b} = 8\sqrt{3}$으로, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 10. 그림과 같은 트러스에서 부재 AB의 온도가 10 °C 상승하였을 때 B점의 수평변위의 크기[mm]는? (단, 트러스 부재의 열팽창계수 $\alpha = 4 \times 10^{-5}/^{\circ}\mathrm{C}$이고, 자중은 무시한다)



① 1.0

② 1.5

③ 2.0

④ 2.5

정답 4번

간단한 해설

AB의 열팽창량 2 mm는 B점 수평변위의 **AB 방향 성분**이다. AB의 수평 방향코사인이 $\frac{4}{5}$이므로, B점의 수평변위는 $2 \div \frac{4}{5} = 2.5$ mm이다.

NoteBase

계산 과정

1. 부재의 길이와 방향: 그림에서 A와 C의 수평거리는 4 m, BC의 길이는 3 m이다. 따라서 $L_{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ m이다. AB가 수평선과 이루는 각을 θ라 하면 $\cos\theta = \frac{4}{5}$이다.

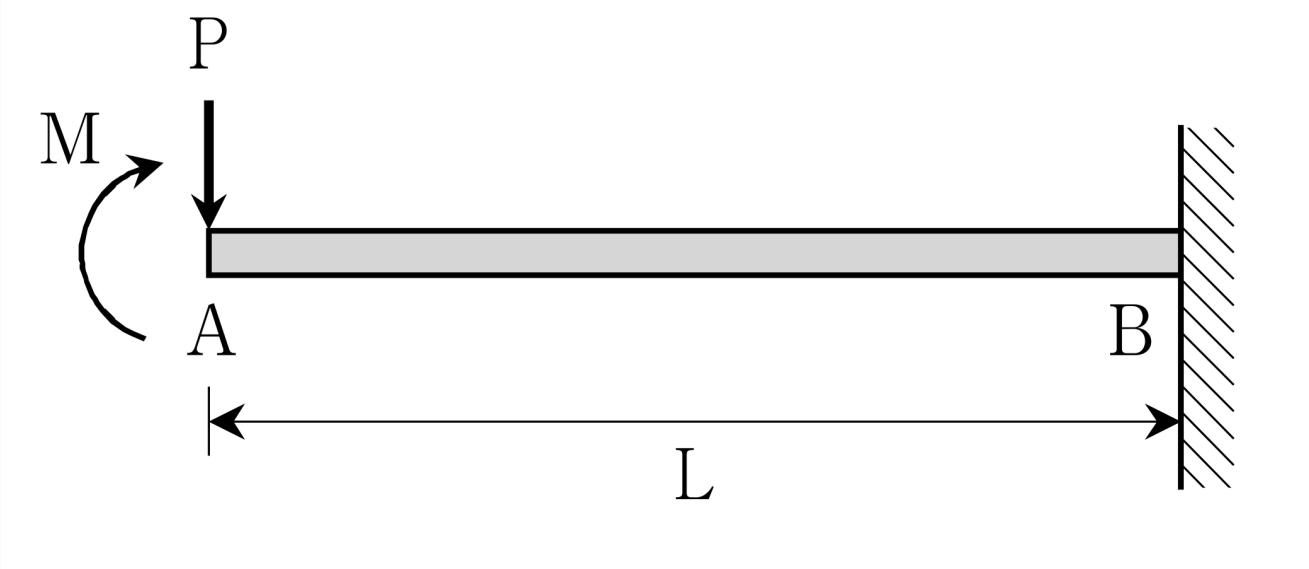
2. AB의 열팽창량: 자중과 외력이 없고 B절점에 서로 평행하지 않은 두 부재만 연결되어 있으므로, 절점의 평형상 두 부재의 축력은 0이다. 따라서 AB는 **축력에 의한 변형 없이 자유 열팽창**하며, 길이 증가량은 $\Delta L_{AB} = \alpha \Delta T L_{AB}$ 이다. 길이를 5000 mm로 환산하여 대입하면 $\Delta L_{AB} = 4 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 5000 = 2$ mm이다.

3. 부재 변형과 절점변위의 관계: A와 C는 힌지지점이므로 위치가 고정된다. BC는 온도 변화도 축력도 없어 길이가 변하지 않는다. 미소변위 해석에서 수직 부재 BC의 길이 변화는 B점의 수직변위와 같으므로, B점의 수직변위는 0이다. 따라서 AB의 길이 증가는 **B점 수평변위의 AB 방향 투영값**과 같다. 오른쪽 수평변위를 u_B라 두면 $\Delta L_{AB} = u_B \cos\theta$이다.

4. 수평변위 계산: $u_B = \frac{\Delta L_{AB}}{\cos\theta} = \frac{2}{4/5} = 2.5$ mm이다. AB가 늘어나므로 B점은 오른쪽으로 이동하며, 수평변위의 크기 2.5 mm는 ④의 값과 일치한다.

NoteBase

문 11. 그림과 같은 캔틸레버보에서 자유단 A의 처짐각이 0이 되기 위한 모멘트 M의 값은? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{PL}{3}$

② $\frac{2PL}{3}$

③ $\frac{PL}{2}$

④ PL

정답 3번

간단한 해설

자유단 하중 P와 그림의 시계방향 모멘트 M은 A에 서로 반대 방향의 처짐각을 만든다. **두 처짐각의 크기가 같아야** 전체 처짐각이 0이 되므로, 필요한 모멘트는 $M = \frac{PL}{2}$이다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 A는 자유단, B는 고정단이고 보의 길이는 L이다. 휨강성 EI가 일정한 선형 탄성 보에서는 하중별 처짐각을 중첩할 수 있다. 고정단 B의 처짐각은 0이므로, A의 처짐각은 **두 단면 사이 휨모멘트도를 EI로 나눈 도형의 부호 있는 면적**으로 구할 수 있다.

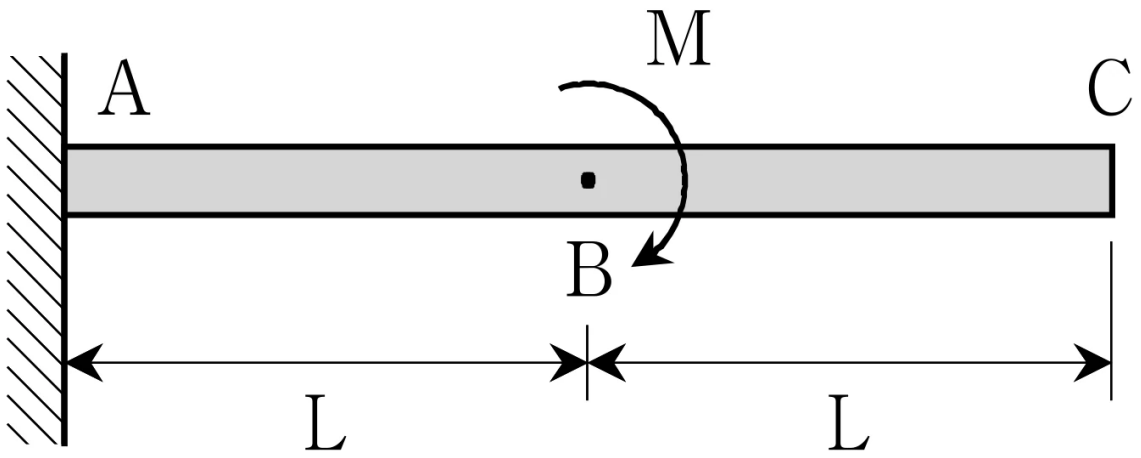
집중하중 P의 영향: 자유단에서 휨모멘트의 크기는 0이고 고정단에서는 PL이므로, 휨모멘트도는 밑변 L, 높이 PL인 삼각형이다. 따라서 P가 만드는 A의 처짐각 크기는 $\theta_P = \frac{PL^2}{2EI}$이며, 회전 방향은 반시계방향이다.

모멘트 M의 영향: 자유단에 작용하는 모멘트는 보 전체에 크기 M의 일정한 휨모멘트를 만든다. 휨모멘트도는 밑변 L, 높이 M인 직사각형이므로, A의 처짐각 크기는 $\theta_M = \frac{ML}{EI}$이다. 그림의 M은 시계방향이므로 **P가 만드는 회전을 상쇄**한다.

처짐각이 0이 되는 조건: 반시계방향을 양으로 정하면 $\theta_A = \frac{PL^2}{2EI} - \frac{ML}{EI} = 0$이다. 즉 $\frac{PL^2}{2EI} = \frac{ML}{EI}$에서 공통인자를 소거하면 $M = \frac{PL}{2}$를 얻는다. 이는 ③의 값이며, P에 길이 L을 곱한 힘×길이의 모멘트 단위를 갖는다.

NoteBase

문 12. 그림과 같이 B점에 모멘트 M을 받는 캔틸레버보에서 C점의 수직처짐은 B점의 수직처짐의 몇 배인가? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① 3.0

② 3.5

③ 4.0

④ 4.5

정답 1번

간단한 해설

BC 구간은 휨모멘트가 0이므로 **B점의 기울기를 유지한 채 직선으로 변위**한다. C점에는 B점의 처짐에 회전으로 인한 추가 처짐이 더해져, 수직처짐의 크기가 B점의 3.0배가 된다.

NoteBase

계산 과정

그림에서 A는 고정단이고 AB와 BC의 길이는 각각 L이다. 휨강성 EI는 일정하며 자중은 무시한다. B점에 작용하는 모멘트의 크기를 M이라 하면, AB 구간의 휨모멘트 크기는 M으로 일정하고 BC 구간의 휨모멘트는 0이다. 처짐과 회전각은 그림의 모멘트에 의해 생기는 방향의 크기로 계산한다.

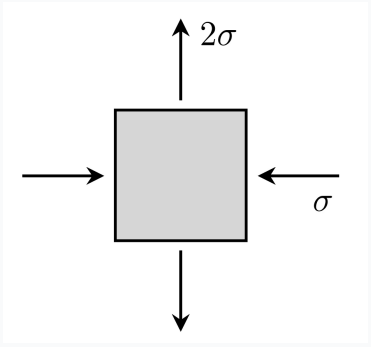
B점의 회전각과 처짐: 미소처짐 보 이론에서 곡률은 휨모멘트를 EI로 나눈 값이다. AB에서는 곡률이 일정하고 A점의 회전각이 0이므로, 회전각은 A에서 B까지 선형으로 증가하여 $\theta_B = \frac{ML}{EI}$가 된다. 처짐은 회전각을 길이에 따라 적분한 값이므로, **평균 회전각에 AB의 길이를 곱해** $\delta_B = \frac{\theta_B L}{2} = \frac{ML^2}{2EI}$를 얻는다.

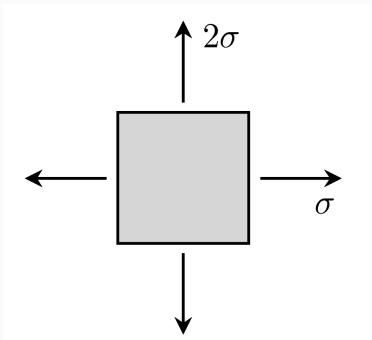
C점의 처짐: BC는 휨모멘트가 0이어서 곡률도 0이다. 따라서 BC는 **B점의 접선 방향을 유지하는 직선**이 된다. B점에서 C점까지의 추가 처짐은 $\theta_B L = \frac{ML^2}{EI}$이며, 이는 B점 처짐의 2배이다. B점 자체의 처짐까지 더하면 $\delta_C = \delta_B + \theta_B L$이고, $\delta_C = \frac{3ML^2}{2EI}$이다.

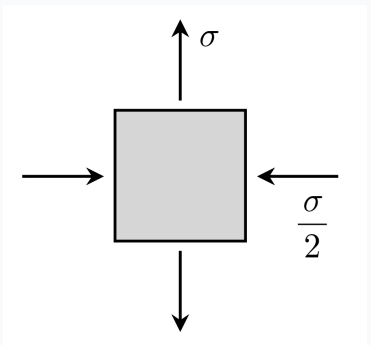
처짐비: $\frac{\delta_C}{\delta_B} = 3$이므로, C점의 수직처짐은 B점의 3.0배로 ①에 해당한다. 두 처짐의 비이므로 단위는 없다.

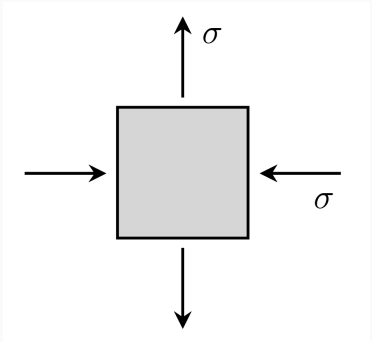
NoteBase

문 13. 다음은 평면응력상태의 응력요소를 표시한 것이다. 최대전단응력의 크기가 가장 큰 응력요소는?

① 

② 

③ 

④ 

정답 1번

간단한 해설

수직 인장응력 2σ와 수평 압축응력 σ는 부호가 반대이므로 **주응력 차이가 3σ**이다. 최대전단응력은 이 차이의 절반인 $\frac{3\sigma}{2}$로, 다른 응력요소보다 크다.

NoteBase

선지별 해설

그림에서 요소 바깥으로 향하는 화살표는 인장, 안쪽으로 향하는 화살표는 압축을 뜻한다. 인장을 양수, 압축을 음수로 두고, σ는 그림에 표시된 응력 크기의 기준값으로서 양수이다. 네 요소 모두 표시된 면에 전단응력이 없으므로 수평·수직 방향의 수직응력이 곧 면내 주응력이다. 면내 최대전단응력은 모어 원의 반지름, 즉 **두 면내 주응력 차이의 절반**이므로 $\tau_{\max,\,\text{in}} = \frac{|\sigma_x - \sigma_y|}{2}$로 비교한다.

① 수평 압축 σ, 수직 인장 2σ이므로 $\sigma_x = -\sigma$, $\sigma_y = 2\sigma$이다. 따라서 $\tau_{\max,\,\text{in}} = \frac{|-\sigma - 2\sigma|}{2} = \frac{3\sigma}{2}$이다. 인장과 압축이 함께 작용하므로 주응력 차이를 구할 때는 **두 응력의 크기가 더해진다**.

② 수평 인장 σ, 수직 인장 2σ이므로 $\sigma_x = \sigma$, $\sigma_y = 2\sigma$이다. 따라서 $\tau_{\max,\,\text{in}} = \frac{|\sigma - 2\sigma|}{2} = \frac{\sigma}{2}$이다. 두 응력이 모두 인장이므로 크기를 더하지 않고 **차이를 구한다**.

③ 수평 압축응력은 $\frac{\sigma}{2}$, 수직 인장응력은 σ이므로 $\sigma_x = -\frac{\sigma}{2}$, $\sigma_y = \sigma$이다. 따라서 $\tau_{\max,\,\text{in}} = \frac{|-\sigma/2 - \sigma|}{2} = \frac{3\sigma}{4}$이다.

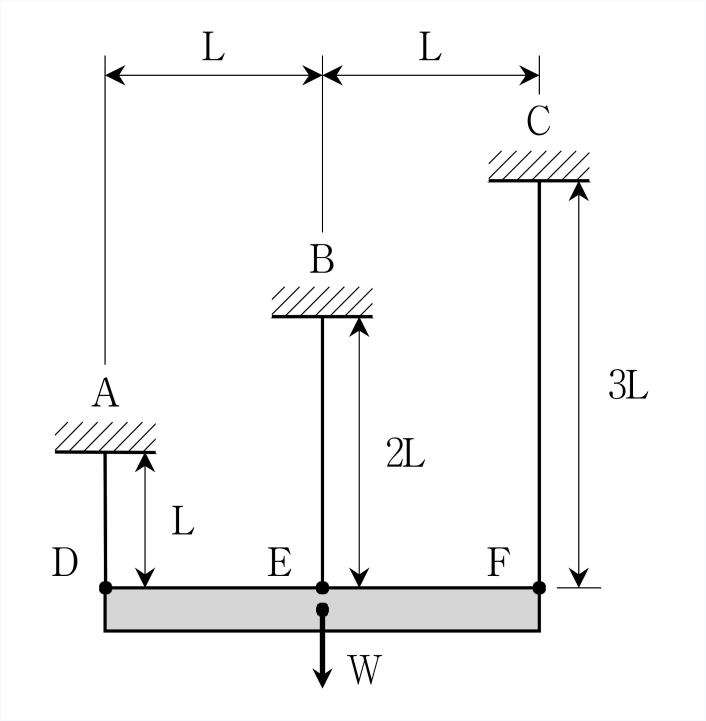
④ 수평 압축 σ, 수직 인장 σ이므로 $\sigma_x = -\sigma$, $\sigma_y = \sigma$이다. 따라서 $\tau_{\max,\,\text{in}} = \frac{|-\sigma - \sigma|}{2} = \sigma$이다.

면내 최대전단응력은 $\frac{3\sigma}{2} > \sigma > \frac{3\sigma}{4} > \frac{\sigma}{2}$이므로 ①의 응력요소에서 가장 크다.

면 밖 방향까지 포함한 절대최대전단응력은 **면 밖 주응력 0도 함께 고려**하여 가장 큰 주응력과 가장 작은 주응력 차이의 절반으로 구한다. ①·③·④는 양의 인장응력과 음의 압축응력 사이에 0이 있으므로 위의 값과 같다. ②는 주응력이 2σ, σ, 0이 되어 절대최대전단응력이 $\frac{2\sigma - 0}{2} = \sigma$이지만, 이 기준에서도 ①의 $\frac{3\sigma}{2}$가 가장 크다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 강체보가 길이가 다른 케이블에 지지되어 있다. 보의 중앙에서 수직하중 W가 작용할 때, 케이블 AD에 걸리는 인장력의 크기는? (단, 모든 케이블의 단면적과 탄성계수는 동일하고, 모든 부재의 자중은 무시한다)



① $\frac{1}{2}$W

② $\frac{1}{3}$W

③ $\frac{1}{4}$W

④ $\frac{2}{3}$W

정답 2번

간단한 해설

양 끝의 인장력은 모멘트 평형으로 같고, **강체보 중앙의 처짐은 양 끝 처짐의 평균**이다. 케이블 길이 L·2L·3L에 이 조건을 적용하면 세 인장력이 모두 같아져 AD의 인장력은 $\frac{W}{3}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 조건과 변수: 그림에서 DE와 EF의 길이는 각각 L이고, 케이블 AD·BE·CF의 길이는 각각 L·2L·3L이다. 각 케이블의 인장력을 T_D, T_E, T_F, 공통 단면적을 A, 탄성계수를 E라 하자. 케이블의 축방향 신장량은 $\delta = \frac{T\ell}{EA}$이므로, 같은 인장력에서는 길이가 길수록 더 많이 늘어난다.

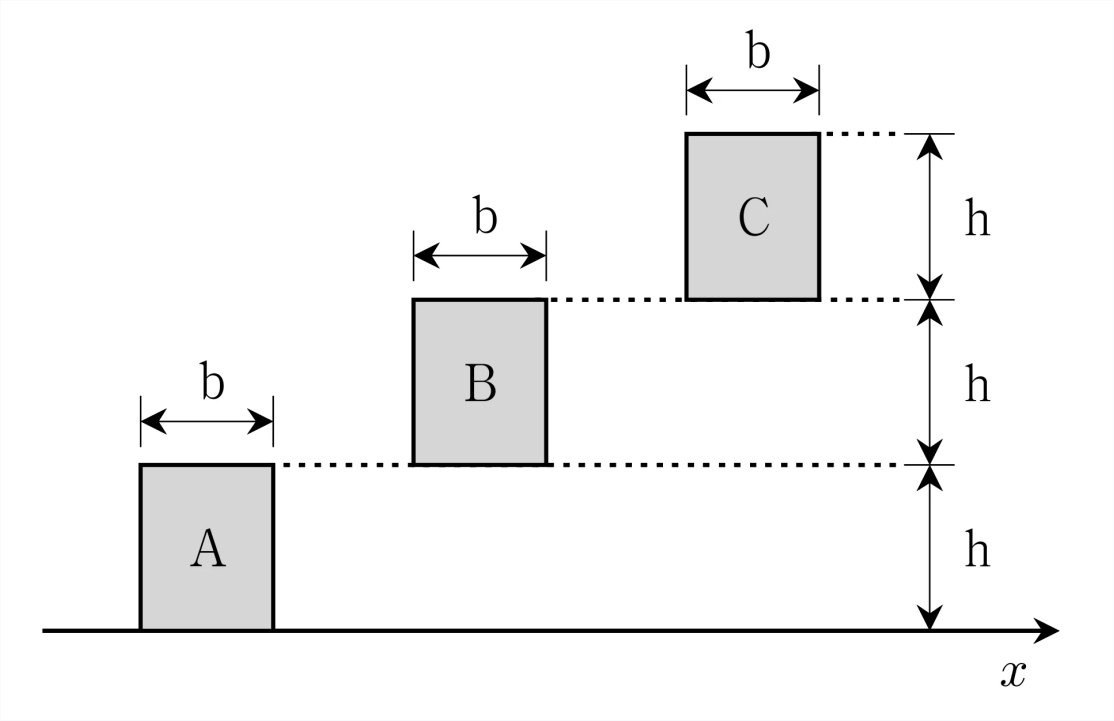
2. 모멘트 평형: 하중 W는 보의 중앙 E점에 작용한다. E점에 대한 모멘트 평형에서 $T_D L = T_F L$이므로 $T_D = T_F = T$이다. 따라서 양 끝 케이블의 신장량은 각각 $\delta_D = \frac{TL}{EA}$, $\delta_F = \frac{3TL}{EA}$이다.

3. 변형 적합조건: 강체보는 휘어지지 않으므로 변형 후에도 D·E·F가 일직선상에 놓인다. E점은 보의 중앙이므로 **E점의 수직변위는 D점과 F점 수직변위의 평균**이다. 각 케이블의 윗부분은 고정되어 있어 이 수직변위가 곧 케이블의 신장량이다. 따라서 $\delta_E = \frac{\delta_D + \delta_F}{2} = \frac{2TL}{EA}$이다. 한편 BE의 길이는 2L이므로 $\delta_E = \frac{2T_E L}{EA}$이다. 두 식을 비교하면 $T_E = T$로, 중앙 케이블의 인장력도 양 끝과 같다.

4. 수직력 평형: 세 케이블이 위쪽으로 지지하는 힘의 합은 W이므로 $T_D + T_E + T_F = W$이다. 세 인장력이 모두 T이므로 $3T = W$, 즉 $T_D = \frac{W}{3}$이다. 이는 ②의 값과 일치하며, W가 힘의 단위로 주어지면 AD의 인장력도 같은 힘의 단위를 갖는다.

NoteBase

문 15. 그림과 같이 동일한 사각형이 각각 다른 위치에 있을 때, 사각형 A, B, C의 x축에 관한 단면 2차모멘트의 비($I_A : I_B : I_C$)는?



① 1 : 4 : 19

② 1 : 4 : 20

③ 1 : 7 : 19

④ 1 : 7 : 20

정답 3번

간단한 해설

각 사각형의 도심에서 x축까지의 거리는 각각 $\frac{h}{2}$, $\frac{3h}{2}$, $\frac{5h}{2}$이다. **평행축 정리**로 도심축에 관한 값에 거리 제곱에 따른 증가분을 더하면, 단면 2차모멘트의 비는 1 : 7 : 19가 된다.

NoteBase

계산 과정

세 사각형은 모두 폭 b, 높이 h이므로 단면적은 $S = bh$이고, 도심을 지나는 수평축에 관한 단면 2차모멘트는 $I_G = \frac{bh^3}{12}$이다. 이 도심축과 그림의 x축은 평행하므로 **평행축 정리** $I_x = I_G + Sd^2$를 적용한다. 여기서 d는 도심에서 x축까지의 수직거리이며, Sd^2는 축이 도심에서 떨어져 생기는 증가분이다.

A: 밑변이 x축 위에 있으므로 도심까지의 거리는 $d_A = \frac{h}{2}$이다. 따라서 $I_A = \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{h}{2}\right)^2$이며, 정리하면 $I_A = \frac{bh^3}{3}$이다.

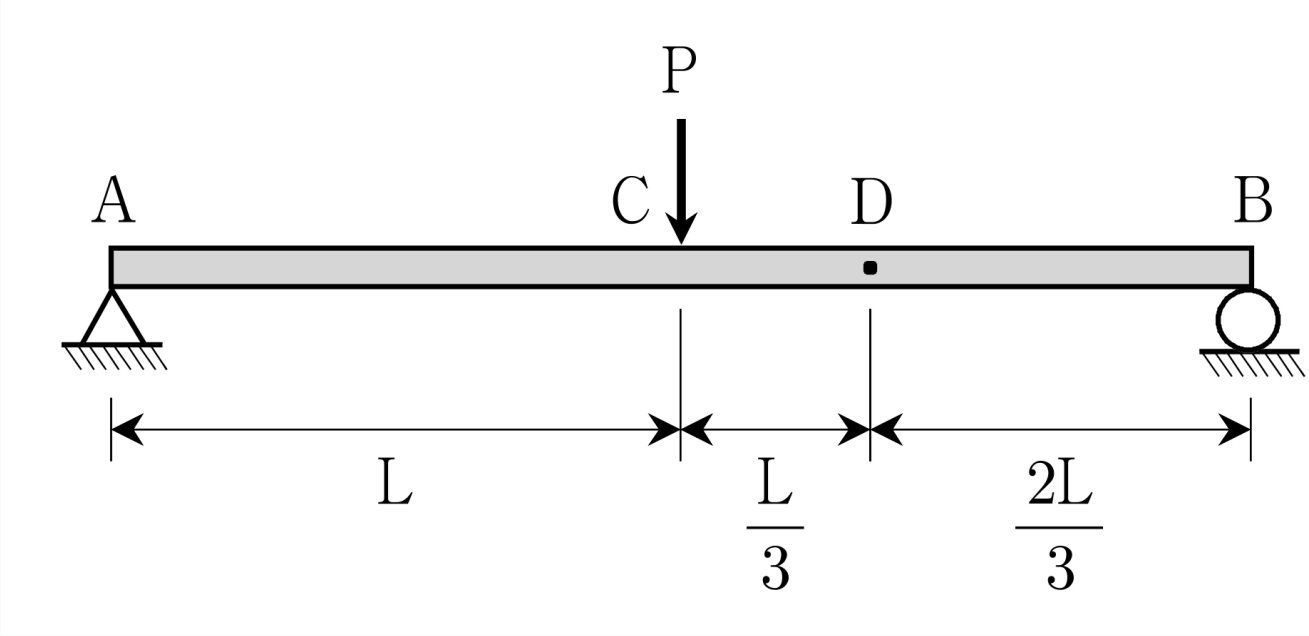
B: 밑변이 x축보다 h만큼 위에 있으므로 **밑변 높이에 높이의 절반을 더해** 도심 위치를 구한다. 도심까지의 거리는 $d_B = h + \frac{h}{2} = \frac{3h}{2}$이다. 따라서 $I_B = \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{3h}{2}\right)^2$이며, 정리하면 $I_B = \frac{7bh^3}{3}$이다.

C: 밑변이 x축보다 2h만큼 위에 있으므로 도심까지의 거리는 $d_C = 2h + \frac{h}{2} = \frac{5h}{2}$이다. 따라서 $I_C = \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{5h}{2}\right)^2$이며, 정리하면 $I_C = \frac{19bh^3}{3}$이다.

세 값에서 공통인 $\frac{bh^3}{3}$을 약분하면 $I_A : I_B : I_C = 1 : 7 : 19$이므로 ③의 비와 일치한다. 단면 2차모멘트는 길이의 네제곱 차원을 갖지만, 같은 차원의 값끼리 나눈 비에는 단위가 없다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 하중을 받는 길이가 $2L$인 단순보에서 D점의 처짐각 크기는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{5PL^2}{6EI}$
② $\frac{5PL^2}{12EI}$
③ $\frac{5PL^2}{24EI}$
④ $\frac{5PL^2}{36EI}$

정답 4번

간단한 해설

중앙 집중하중으로 보가 대칭으로 휘므로 **C점의 처짐각은 0**이다. C에서 D까지의 휨모멘트 도형 면적을 일정한 휨강성 EI로 나누면 D점의 처짐각 크기 $\frac{5PL^2}{36EI}$를 얻는다.

NoteBase

계산 과정

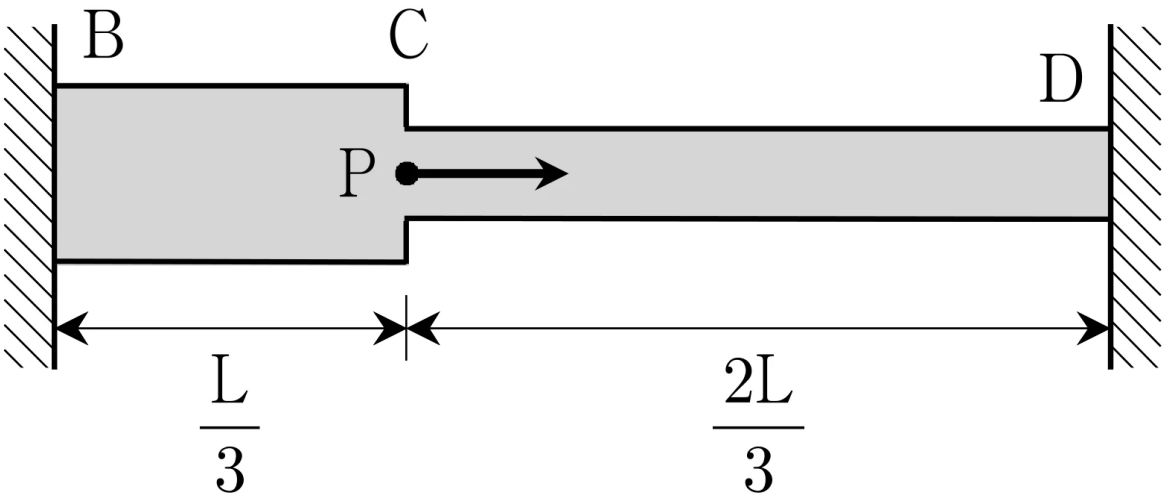
하중과 지점반력: 그림에서 C는 보의 중앙이며, $AC = CB = L$, $CD = \frac{L}{3}$, $DB = \frac{2L}{3}$이다. 중앙에 집중하중 P가 작용하므로 양쪽 수직반력은 각각 $\frac{P}{2}$이다. 하중·지지조건과 휨강성이 좌우 대칭이므로 **중앙 C에서 처짐곡선의 접선은 수평**이고, $\theta_C = 0$이다.

C와 D의 휨모멘트: CB 구간에는 추가 하중이 없으므로 휨모멘트는 B를 향해 직선적으로 감소한다. 각 단면 오른쪽의 B점 반력을 이용하면 $M_C = \frac{P}{2} \cdot L = \frac{PL}{2}$, $M_D = \frac{P}{2} \cdot \frac{2L}{3} = \frac{PL}{3}$이다. 따라서 CD 구간의 모멘트 도형은 사다리꼴이고, 평균 휨모멘트는 $\overline{M} = \frac{M_C + M_D}{2} = \frac{5PL}{12}$이다.

처짐각 변화: 모멘트 면적법에 따라 **두 점 사이의 처짐각 변화는 그 구간의 휨모멘트 도형 면적을 일정한 휨강성으로 나눈 값**이다. 즉, $\theta_D - \theta_C = \int_C^D \frac{M(x)}{EI} dx$이다. C에서의 처짐각이 0이므로 D점 처짐각의 크기는 $|\theta_D| = \frac{\overline{M} \cdot CD}{EI}$이다. 여기에 평균 휨모멘트와 구간 길이를 대입하면 $|\theta_D| = \frac{5PL}{12EI} \cdot \frac{L}{3} = \frac{5PL^2}{36EI}$ rad로, ④의 값과 일치한다.

NoteBase

문 17. 그림과 같이 C점에 축하중 P가 작용하는 봉의 부재 CD에 발생하는 수직응력은? (단, 부재 BC의 단면적은 2A, 부재 CD의 단면적은 A이다. 모든 부재의 탄성계수 E는 일정하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{P}{3A}$
② $\frac{P}{6A}$
③ $\frac{2P}{5A}$
④ $\frac{P}{5A}$

정답 4번

간단한 해설

양 끝이 고정되어 있으므로 BC의 늘어난 길이와 CD의 줄어든 길이는 **크기가 같다**. 길이와 단면적을 반영하면 BC와 CD의 축력 크기 비는 4 : 1이므로, CD에는 $\frac{P}{5A}$의 압축응력이 발생한다.

NoteBase

계산 과정

1. 변형 조건: 그림에서 B와 D는 고정되어 있고, BC의 길이는 $\frac{L}{3}$, CD의 길이는 $\frac{2L}{3}$이다. C가 하중 P의 방향인 오른쪽으로 이동하면 BC는 인장되어 늘어나고 CD는 압축되어 줄어든다. 두 부재의 변형량 크기는 모두 C의 이동량과 같으므로 **늘어난 길이와 줄어든 길이가 같다**.

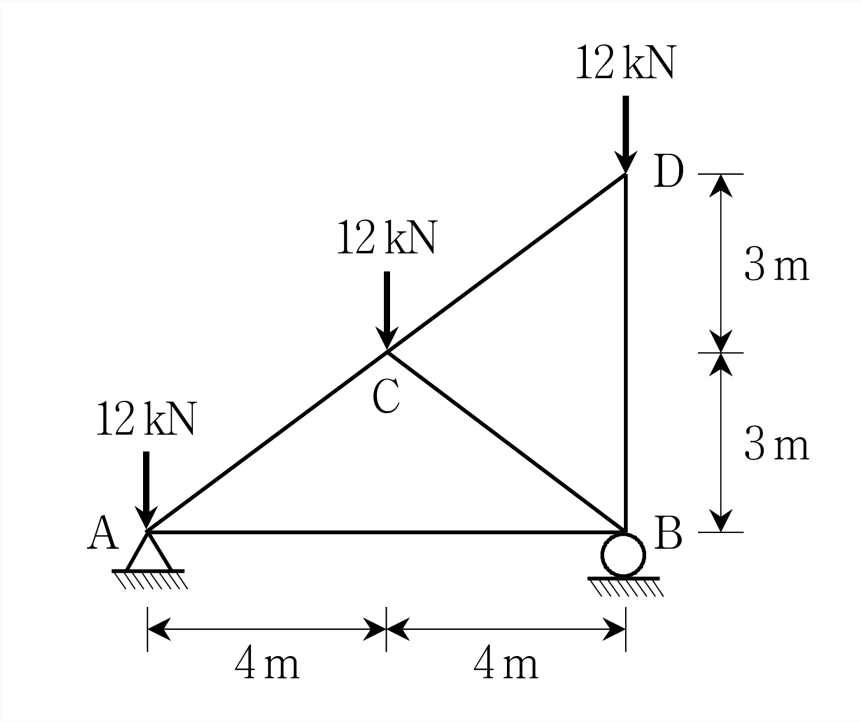
2. 축력 관계: BC의 인장력 크기를 N_{BC}, CD의 압축력 크기를 N_{CD}라 한다. 축하중을 받는 탄성 봉의 변형량 크기는 $\delta = \frac{N\ell}{EA_s}$이다. 여기서 ℓ은 부재 길이, A_s는 단면적이다. 각 부재의 단면적과 길이를 대입하면 $\delta_{BC} = \frac{N_{BC}L}{6EA}$, $|\delta_{CD}| = \frac{2N_{CD}L}{3EA}$이다. 두 크기를 같게 놓으면 $N_{BC} = 4N_{CD}$이므로, BC가 CD보다 4배 큰 축력을 부담한다.

3. C점의 힘 평형: C점에는 외력 P가 오른쪽으로 작용하고, BC의 인장력과 CD의 압축력은 모두 왼쪽으로 작용한다. 따라서 $N_{BC} + N_{CD} = P$이다. 앞서 구한 관계를 대입하면 $5N_{CD} = P$, 즉 $N_{CD} = \frac{P}{5}$이다.

4. CD의 수직응력: 수직응력의 크기는 **해당 부재의 축력을 그 부재의 단면적으로 나눈 값**이다. CD의 단면적은 A이므로 $|\sigma_{CD}| = \frac{N_{CD}}{A} = \frac{P}{5A}$이다. 이는 ④의 값이며, 압축응력이다. 인장을 양으로 표시하면 $\sigma_{CD} = -\frac{P}{5A}$이다. P를 N, A를 mm^2로 나타내면 응력의 단위는 N/mm^2, 즉 MPa이다.

NoteBase

문 18. 그림과 같은 트러스에서 CB부재에 발생하는 부재력의 크기[kN]은? (단, 모든 부재의 자중은 무시한다)



① 5.0

② 7.5

③ 10.0

④ 12.5

정답 3번

간단한 해설

CD는 D절점의 수평평형에 의해 영부재이므로, C절점의 12 kN 하중은 **AC와 CB가 수직성분을 절반씩 부담**한다. CB의 수직성분비가 $\frac{3}{5}$이므로 CB에는 10.0 kN의 압축력이 작용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 부재 방향과 부호 설정: 자중을 무시하는 트러스의 부재력은 각 부재의 축방향으로 작용한다. AC와 CB는 각각 수평거리 4 m, 높이차 3 m를 가지므로 길이는 $\sqrt{4^2+3^2}=5$ m이다. 따라서 축력의 수평성분비는 $\frac{4}{5}$, 수직성분비는 $\frac{3}{5}$이다. 부재력은 인장일 때 양수로 두고, 각 절점에서 부재가 절점을 당기는 방향으로 가정한다.

2. D절점의 평형: D에는 수직인 DB부재와 아래쪽 12 kN 하중, 경사진 CD부재가 연결되어 있다. 이 중 **수평성분을 갖는 힘은 CD부재력뿐**이므로 수평평형을 만족하려면 $N_{CD}=0$이어야 한다. 따라서 CD는 영부재이다.

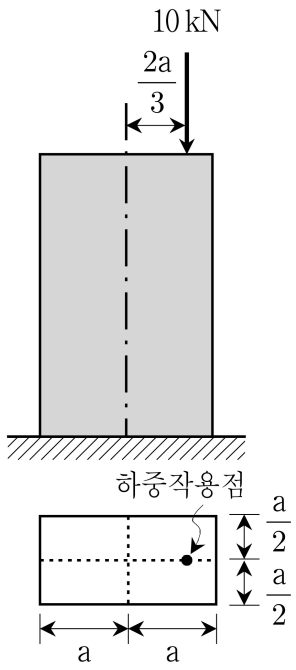
3. C절점의 수평평형: CD부재력이 0이므로 C에는 AC와 CB의 부재력 및 아래쪽 12 kN 하중만 작용한다. 인장으로 가정한 AC의 수평성분은 왼쪽, CB의 수평성분은 오른쪽이다. 따라서 $-\frac{4}{5}N_{AC}+\frac{4}{5}N_{CB}=0$이고, $N_{AC}=N_{CB}$이다.

4. C절점의 수직평형: 인장으로 가정하면 AC와 CB의 수직성분은 모두 아래쪽이다. 위쪽을 양의 방향으로 두면 $-\frac{3}{5}N_{AC}-\frac{3}{5}N_{CB}-12=0$이다. 두 부재력이 같으므로 $-2\cdot\frac{3}{5}N_{CB}-12=0$에서 $N_{CB}=-10\text{kN}$을 얻는다. 음수는 가정한 인장과 반대인 **압축력**임을 뜻한다. 실제로 두 부재가 각각 위쪽 수직성분 6 kN을 제공하여 하중 12 kN과 평형을 이룬다.

CB부재력의 크기는 10.0 kN으로, ③의 값과 일치한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같은 편심하중을 받는 짧은 기둥이 있다. 허용인장응력 및 허용압축응력이 모두 150 MPa일 때, 바닥면에서 허용응력을 넘지 않기 위해 필요한 *a*의 최솟값[mm]은? (단, 기둥의 좌굴 및 자중은 무시한다)



① 5

② 10

③ 15

④ 20

정답 2번

간단한 해설

편심하중에 의한 **축압축응력과 휨압축응력이 하중 쪽 가장자리에서 더해진다**. 이곳의 최대압축응력을 150 MPa 이하로 제한하면 a는 10 mm 이상이어야 하며, 이때 반대쪽 인장응력도 허용값을 넘지 않는다.

NoteBase

계산 과정

1. 하중과 단면치수: 그림에서 축하중은 P = 10 kN = 10,000 N, 도심에서 하중 작용선까지의 편심거리는 $e = \frac{2a}{3}$이다. 직사각형 단면은 편심 방향의 폭이 2a, 그에 수직인 두께가 a이므로 단면적은 $A = 2a^2$이다. 이하 a를 mm로 넣으면 응력 단위는 N/mm^{2}이며, 이는 MPa와 같다. 좌굴과 자중은 문제의 조건에 따라 무시한다.

2. 휨모멘트와 단면 성질: 편심하중은 도심에 작용하는 축하중 P와 휨모멘트 M = Pe로 나누어 생각할 수 있다. 따라서 바닥면의 휨모멘트는 $M = \frac{20{,}000a}{3}$ N·mm이다. 편심 방향에 수직인 도심축에 대한 단면2차모멘트는 $I = \frac{a(2a)^3}{12} = \frac{2a^4}{3}$이고, 도심축에서 가장자리까지의 거리는 c = a이다. 여기서 **세제곱하는 치수는 편심 방향의 폭 2a**이다.

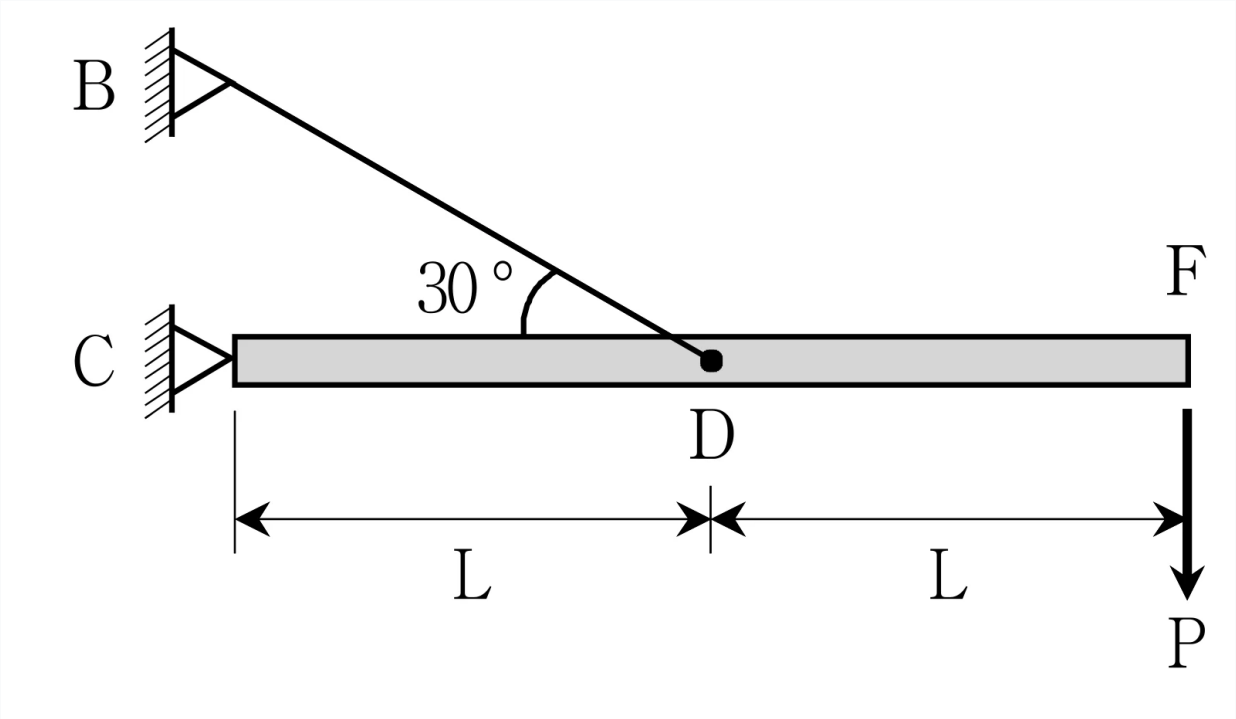
3. 가장자리 응력: 축하중은 단면 전체에 균일한 압축응력을, 휨모멘트는 양쪽 가장자리에 서로 반대 부호의 응력을 만든다. 축압축응력의 크기는 $\frac{P}{A} = \frac{5{,}000}{a^2}$이고, 가장자리 휨응력의 크기는 $\frac{Mc}{I} = \frac{10{,}000}{a^2}$이다. **하중 쪽에서는 두 압축응력이 더해지므로** 최대압축응력은 $\sigma_c = \frac{15{,}000}{a^2}$이다. 반대쪽에서는 휨인장응력에서 축압축응력을 빼므로 최대인장응력은 $\sigma_t = \frac{5{,}000}{a^2}$이다.

4. 허용응력 조건: 인장과 압축의 허용값이 모두 150 MPa이고 최대압축응력이 더 크므로 압축 조건이 a의 크기를 결정한다. $\frac{15{,}000}{a^2} \le 150$에서 $a^2 \ge 100$이며, a는 양의 길이이므로 a ≥ 10 mm이다. a = 10 mm일 때 압축응력은 150 MPa, 인장응력은 $\frac{5{,}000}{10^2} = 50$ MPa이므로 두 조건을 모두 만족한다.

필요한 a의 최솟값은 10 mm이며, ②의 값과 일치한다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 강체로 된 보가 케이블로 지지되고 있다. F점에 수직하중 P가 작용할 때, F점의 수직변위의 크기는? (단, 케이블의 단면적은 A, 탄성계수는 E라 하고, 모든 부재의 자중은 무시하며 변위는 미소하다고 가정한다)



① $\frac{4\sqrt{3}PL}{3EA}$
② $\frac{8\sqrt{3}PL}{3EA}$
③ $\frac{16\sqrt{3}PL}{3EA}$
④ $\frac{32\sqrt{3}PL}{3EA}$

정답 4번

간단한 해설

케이블의 신장량은 D점 수직변위를 **케이블 방향으로 투영한 값**이다. 또 강체 보의 회전으로 F점은 D점보다 두 배 내려가므로, F점의 수직변위 크기는 $\frac{32\sqrt{3}PL}{3EA}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 기하 조건: 그림에서 CD = DF = L이고, 케이블 BD와 수평 보 사이의 각도는 30°이다. 따라서 케이블의 원래 길이를 ℓ이라 하면 $\ell = \frac{L}{\cos 30^\circ} = \frac{2L}{\sqrt{3}}$이다. 보 CF는 강체이고 C는 이동하지 않는 힌지이므로, 보의 변위는 C를 중심으로 한 회전으로 생긴다.

2. 케이블 장력: 장력을 T라 하면 D점에 작용하는 수직 성분은 $T\sin 30^\circ$이다. C점에 대한 모멘트 평형에서 $(T\sin 30^\circ)L = P \cdot 2L$이므로 T = 4P이다. 장력의 수평 성분은 C점에 대한 모멘트를 만들지 않는다.

3. 케이블 신장량: 케이블은 축방향 인장력을 받으므로 신장량은 $\Delta = \frac{T\ell}{EA}$이다. T = 4P와 앞서 구한 길이를 대입하면 $\Delta = \frac{4P}{EA} \cdot \frac{2L}{\sqrt{3}} = \frac{8PL}{\sqrt{3}EA}$이다. 이는 케이블 자체가 **축방향으로 늘어난 길이**이다.

4. D점 수직변위: 미소 회전에서는 D점의 수평변위가 무시되므로, 아래쪽 수직변위의 크기를 δ_D라 하면 케이블 신장량은 $\Delta = \delta_D \sin 30^\circ$이다. 신장량은 D점 이동량의 **케이블 방향 성분**이기 때문이다. 따라서 $\delta_D = \frac{\Delta}{\sin 30^\circ} = 2\Delta$이다.

5. F점 수직변위: 강체 보가 미소 회전하면 수직변위는 **C점으로부터의 거리에 비례**한다. 따라서 $\delta_F = \frac{CF}{CD}\delta_D = 2\delta_D = 4\Delta$이다. 이를 대입하면 $\delta_F = \frac{32PL}{\sqrt{3}EA} = \frac{32\sqrt{3}PL}{3EA}$이다. F점은 아래로 이동하며, 이 변위의 크기는 ④의 식과 일치한다. P를 힘 단위, E를 같은 힘 단위의 면적당 값, A와 L을 일관된 면적·길이 단위로 넣으면 결과는 길이 단위가 된다.

NoteBase