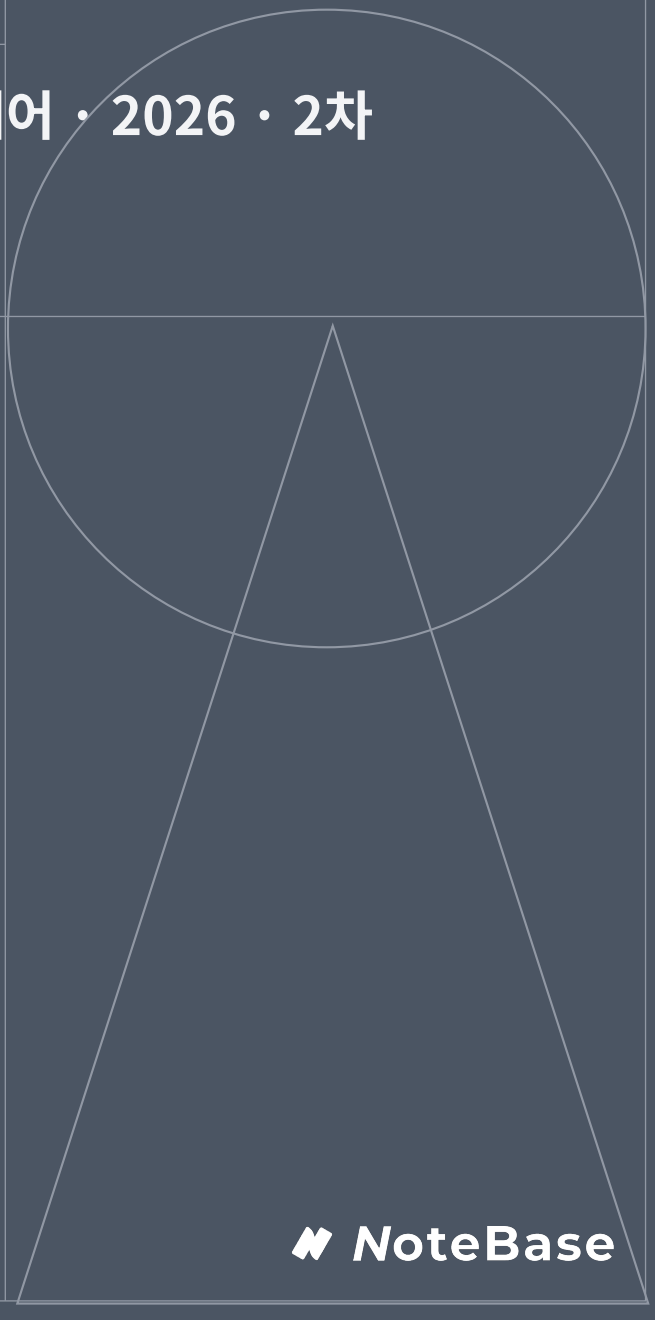
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2026 · 2차



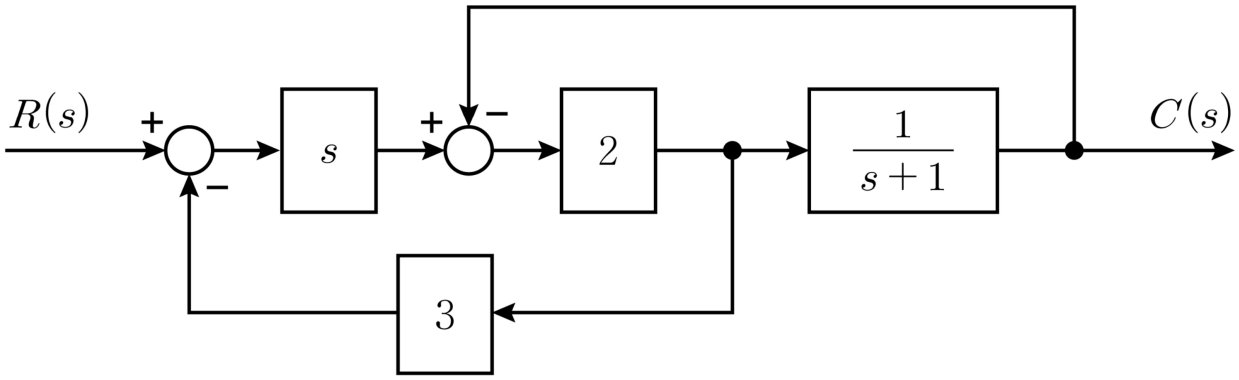
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2026 · 2차

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2026 · 2차

문 1. 다음 블록선도의 전달함수 $\frac{C(s)}{R(s)}$는?



① $\frac{2s}{6s^2+5s-1}$

② $\frac{2s}{6s^2-5s-1}$

③ $\frac{2s}{6s^2+7s+3}$

④ $\frac{2s}{6s^2-7s-3}$

정답 3번

간단한 해설

이득 3을 거치는 피드백은 최종 출력이 아니라 **이득 2 직후의 신호**에서 분기된다. 이 신호와 최종 출력의 관계를 이용해 두 음의 피드백을 반영하면 전달함수는 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2s}{6s^2+7s+3}$이다.

NoteBase

계산 과정

1. 분기점의 신호: 전달함수는 초기조건을 0으로 두고 구한다. 이득 2 직후의 신호를 $U(s)$라 하면, 그 뒤의 블록이 $\frac{1}{s+1}$이므로 $C(s) = \frac{U(s)}{s+1}$이다. 따라서 $U(s) = (s+1)C(s)$이며, 아래쪽 피드백 신호는 **이 분기점 신호의 3배**인 $3U(s)$이다.

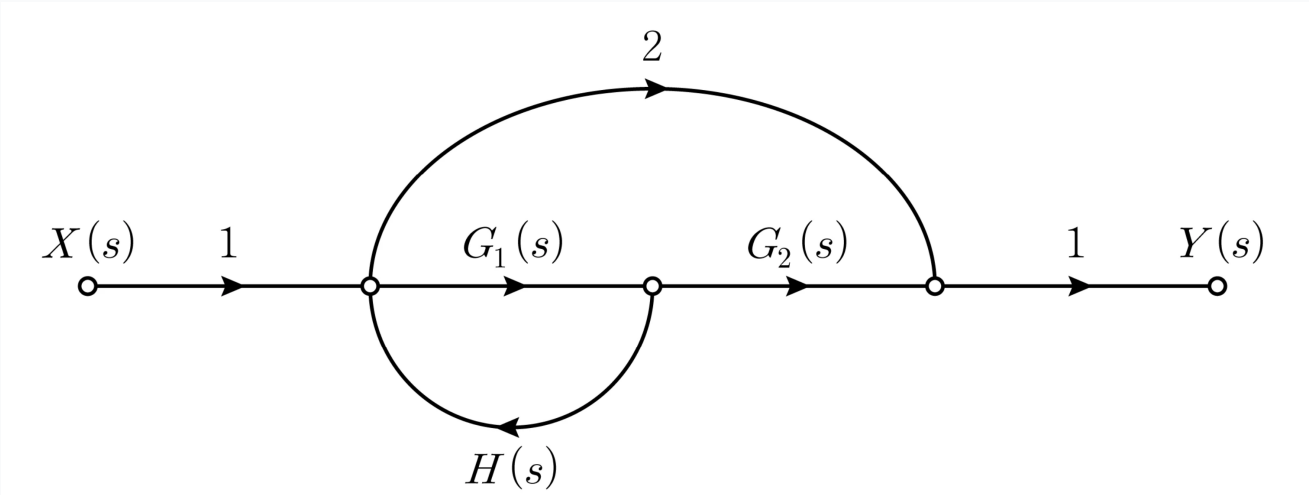
2. 첫 번째 합산점: 입력 $R(s)$는 더하고 아래쪽 피드백은 빼므로, 합산점 출력을 $E(s)$라 하면 $E(s) = R(s) - 3U(s)$이다. 이 신호가 블록 s를 통과하므로 두 번째 합산점의 왼쪽 입력은 $sE(s)$가 된다.

3. 두 번째 합산점: 위쪽 경로는 최종 출력 $C(s)$를 **음의 부호로 되먹임**한다. 두 번째 합산점 뒤의 이득이 2이므로 $U(s) = 2[sE(s) - C(s)]$이다. 앞에서 구한 $E(s)$를 대입하면 $U(s) = 2sR(s) - 6sU(s) - 2C(s)$이고, 같은 신호끼리 모으면 $(1 + 6s)U(s) + 2C(s) = 2sR(s)$이다.

4. 전달함수 정리: $U(s) = (s+1)C(s)$를 대입하면 $C(s)$의 계수는 $(1 + 6s)(s + 1) + 2$가 된다. 이를 전개하면 $6s^2 + 7s + 3$이므로 $(6s^2 + 7s + 3)C(s) = 2sR(s)$이다. 따라서 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2s}{6s^2 + 7s + 3}$이며, ③의 식과 일치한다.

NoteBase

문 2. 다음 신호흐름선도에서 $X(s)$를 입력, $Y(s)$를 출력으로 하는 전달 함수는?



① $\frac{G_1(s)+G_2(s)}{1-G_1(s)H(s)}$
② $\frac{2G_1(s)G_2(s)}{1-G_1(s)H(s)}$
③ $\frac{2+G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)H(s)}$
④ $\frac{2+G_1(s)G_2(s)}{1-G_1(s)H(s)}$

정답 4번

간단한 해설

두 순방향 경로의 이득을 더하면 분자는 $2+G_1(s)G_2(s)$가 된다. 아래쪽 가지는 **양의 되먹임**을 이루므로 분모는 $1-G_1(s)H(s)$이다.

NoteBase

계산 과정

절점 관계: 입력 바로 다음 절점의 신호를 $A(s)$, $G_1(s)$을 지난 절점의 신호를 $B(s)$라 둔다. 각 절점의 신호는 **들어오는 가지 신호의 합**이므로 $A(s) = X(s) + H(s)B(s)$이고, $B(s) = G_1(s)A(s)$이다. 아래쪽 화살표가 두 번째 절점에서 첫 번째 절점으로 향하므로 되먹임 신호는 $H(s)B(s)$이다.

되먹임 정리: 두 식을 결합하면 $A(s) = X(s) + G_1(s)H(s)A(s)$이다. 되먹임 항을 왼쪽으로 이항하여 $[1 - G_1(s)H(s)]A(s) = X(s)$를 얻는다. 따라서 $\frac{A(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 - G_1(s)H(s)}$이다. 이는 입력이 첫 번째 절점의 신호로 바뀌는 비율이며, **되돌아온 신호를 더하는 구조**이므로 분모에서 루프 이득을 뺀다.

출력 합성: 출력 쪽 절점에는 위쪽 가지의 $2A(s)$와 가운데 가지의 $G_2(s)B(s)$가 들어온다. 두 신호를 더하면 $Y(s) = 2A(s) + G_2(s)B(s)$이고, $B(s)$를 대입하면 $Y(s) = [2 + G_1(s)G_2(s)]A(s)$이다. 따라서 **병렬인 두 경로의 이득은 곱하지 않고 더한다**. 입력과 출력에 붙은 이득 1인 가지는 신호를 바꾸지 않는다.

전달 함수: 앞에서 구한 절점 신호의 비율을 적용하면 $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2 + G_1(s)G_2(s)}{1 - G_1(s)H(s)}$이다. 이 식은 ④의 전달 함수와 일치한다.

NoteBase

문 3. 라플라스 함수 $F(s) = \frac{3s+6}{s^2+9}$을 역변환한 시간함수 $f(t)$는?

① $2\cos 3t + 3\sin 3t$

② $2\cos 9t + 3\sin 9t$

③ $3\cos t + 2\sin t$

④ $3\cos 3t + 2\sin 3t$

정답 4번

간단한 해설

분모가 $s^2 + 3^2$이므로 시간함수의 각주파수는 **3**이다. 분자의 $3s$는 코사인항의 계수 3에, 상수항 6은 **사인항의 계수 2**에 대응하므로 $f(t) = 3\cos 3t + 2\sin 3t$이다.

계산 과정

1. 기본 변환쌍 확인: $\mathcal{L}\{\cos at\} = \frac{s}{s^2+a^2}$, $\mathcal{L}\{\sin at\} = \frac{a}{s^2+a^2}$이다. 주어진 분모는 $s^2 + 9 = s^2 + 3^2$이므로 $a = 3$이며, 코사인항과 사인항 모두 각주파수가 3이다.

2. 분자 분리와 계수 계산: 라플라스 변환의 선형성에 따라 분자의 두 항을 나누어 역변환할 수 있다.
$F(s) = 3\frac{s}{s^2+9} + 2\frac{3}{s^2+9}$로 쓰면 첫 항은 코사인 변환쌍의 3배, 둘째 항은 사인 변환쌍의 2배이다. 사인 변환쌍은 **분자에 각주파수 3이 있어야 하므로** 상수항 6을 그대로 사인항의 계수로 쓰지 않고 $6 = 2 \cdot 3$으로 나눈다.

3. 시간함수 도출: 각 항을 역변환하면 $f(t) = 3\cos 3t + 2\sin 3t$이다. 코사인항의 계수는 3, 사인항의 계수는 2이며 두 항의 각주파수는 모두 3이므로 ④와 일치한다.

NoteBase

문 4. 보상기(compensator)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, 제어대상은 표준형 2차 시스템이다)

① 진상보상기(lead compensator)는 시스템의 상승시간을 줄이고, 과도응답 개선에 유리하다.

② 지상보상기(lag compensator)는 고주파에서 이득을 증가시켜 정상상태 오차를 개선한다.

③ 지상-진상보상기(lag-lead compensator)는 지상보상기와 진상보상기를 직렬로 연결한 형태로 구성된다.

④ 지상-진상보상기는 시스템의 정상상태오차와 과도응답을 동시에 개선할 수 있다.

정답 2번

간단한 해설

지상보상기는 **고주파가 아니라 저주파 이득을 상대적으로 높여** 정상상태 오차를 줄인다. 고주파 이득을 증가시켜 오차를 개선한다는 설명은 지상보상기의 작용을 잘못 설명한 것이다.

선지별 해설

① O: 진상보상기는 이득 교차주파수 부근에 양의 위상을 더한다. 이를 이용해 위상여유를 확보하면서 **대역폭을 넓히도록 설계**하면 응답속도를 높여 상승시간을 줄이고 과도응답을 개선할 수 있다.

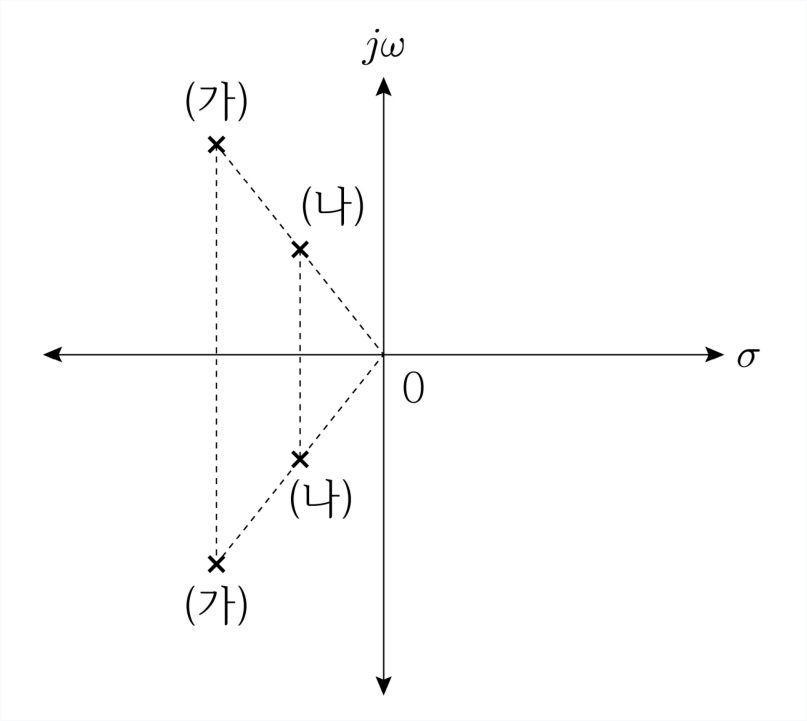
② X: 지상보상기는 **저주파 이득을 고주파 이득에 비해 상대적으로 크게** 하는 보상기이다. 안정한 폐루프에서 저주파 개루프 이득을 높이면 정상상태에서 남는 추종 오차를 줄일 수 있다. 따라서 '고주파에서 이득을 증가시켜'는 '저주파 이득을 상대적으로 높여'로 고쳐야 한다.

③ O: 지상-진상보상기는 지상보상기와 진상보상기를 **직렬로 연결**하여 구성한다. 한 보상기를 거친 신호가 다른 보상기로 전달되므로 두 보상기의 작용을 함께 이용할 수 있다.

④ O: 지상 부분은 주로 저주파 이득을 조정해 정상상태 오차를 줄이고, 진상 부분은 위상여유와 응답속도를 조정해 과도응답을 개선한다. 두 부분의 영향을 함께 고려하여 설계하면 **정상상태 정확도와 과도응답을 함께 개선**할 수 있다.

NoteBase

문 5. 서로 다른 표준형 2차 시스템 (가)와 (나)의 극점이 다음과 같이 공액복소수일 때, 시스템의 단위계단응답에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 두 시스템은 모두 안정하다.

② (가)의 응답속도가 (나)보다 빠르다.

③ (가)의 고유주파수는 (나)보다 크다.

④ (가)의 최대 오버슈트는 (나)보다 작다.

정답 4번

간단한 해설

그림에서 두 시스템의 극점은 원점에서 뻗은 같은 반직선 위에 있으므로 **감쇠비가 같다**. 표준형 2차 시스템의 최대 오버슈트는 감쇠비로 결정되므로, (가)와 (나)의 최대 오버슈트는 **서로 같다**.

NoteBase

선지별 해설

극점을 $s = -a \pm jb$로 두면, a는 진동이 감쇠하는 속도를, b는 감쇠진동의 각주파수를 나타낸다. 여기서 a와 b는 양수이다. 고유각주파수는 $\omega_n = \sqrt{a^2 + b^2}$, 감쇠비는 $\zeta = \frac{a}{\omega_n}$이다.

① O: 두 시스템의 극점이 모두 **복소평면의 좌반평면**에 있다. 극점의 실수부가 음수이므로 과도응답의 진폭은 e^{-at}에 따라 감소하고, 단위계단응답은 정상값으로 수렴한다. 따라서 두 시스템은 모두 안정하다.

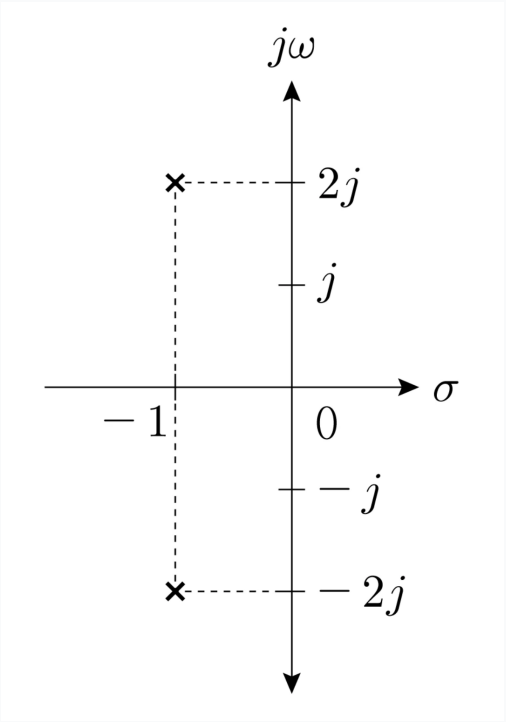
② O: (가)의 극점은 (나)보다 왼쪽에 있으므로 a가 더 크다. 응답의 감쇠를 나타내는 시정수는 $\tau = \frac{1}{a}$이므로 (가)가 더 작다. 두 시스템은 감쇠비도 같으므로 (가)는 같은 응답 형태를 더 짧은 시간에 나타내며, **정착시간이 더 짧다**.

③ O: 고유각주파수는 **원점에서 극점까지의 거리**인 $\omega_n = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이다. 그림에서 (가)의 극점이 같은 반직선 위에서 원점으로부터 더 멀리 있으므로, (가)의 고유주파수가 더 크다.

④ X: 두 시스템의 극점은 원점에서 뻗은 같은 반직선 위에 있으므로 a와 b의 비가 같고, 감쇠비도 같다. 공액복소수 극점을 갖는 표준형 2차 시스템에서 정상값에 대한 최대 오버슈트 비율은 $M_p = e^{-\pi a/b}$이다. 따라서 두 시스템의 최대 오버슈트는 **서로 같으며**, '(가)가 (나)보다 작다'로 볼 수 없다.

NoteBase

문 6. 폐루프 시스템의 특성방정식 극점이 다음과 같을 때, 감쇠비 ζ는?



① $\sqrt{5}$
② $\frac{1}{\sqrt{5}}$
③ $2\sqrt{5}$
④ $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

정답 2번

간단한 해설

극점이 $s = -1 \pm 2j$이므로 원점에서 극점까지의 거리는 $\sqrt{5}$이다. 감쇠비는 이 거리에 대한 **실수부 크기의 비**이므로 $\zeta = \frac{1}{\sqrt{5}}$이다.

NoteBase

계산 과정

극점 읽기: 그림에서 두 극점의 실수부는 −1, 허수부는 각각 +2와 −2이므로 $s = -1 \pm 2j$이다. 두 극점은 실수축을 기준으로 대칭인 켤레복소수이다.

특성방정식 구성: 두 극점을 근으로 갖는 특성방정식은 $(s + 1 - 2j)(s + 1 + 2j) = 0$이다. 켤레복소수의 곱을 전개하면 $(s + 1)^2 + 4 = 0$, 즉 $s^2 + 2s + 5 = 0$이 된다.

표준형과 계수 비교: 2차 시스템의 특성방정식 표준형은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$이다. 여기서 ζ는 감쇠비, ω_n은 비감쇠 고유각주파수이다. 상수항을 비교하면 $\omega_n^2 = 5$이므로 $\omega_n = \sqrt{5}\,\text{rad/s}$이다. 이는 **원점에서 극점까지의 거리**에 해당한다.

감쇠비 계산: 일차항의 계수를 비교하면 $2\zeta\omega_n = 2$이다. 따라서 $\zeta = \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{\sqrt{5}}$이며, ②의 값과 일치한다. 감쇠비는 **단위가 없는 비율**이다.

NoteBase

문 7. 다음은 표준형 2차 시스템 단위계단응답 특성에서 지연시간 T_d와 상승시간 T_r에 대한 설명이다. (가)와 (나)에 들어갈 내용을 바르게 연결한 것은? (단, 감쇠비 ζ는 $0 < \zeta < 1$이고, ω_n은 고유주파수이다)

T_d는 ω_n에 (가)하고, T_r은 ζ에 (나)한다.

① (가): 비례, (나): 비례

② (가): 비례, (나): 반비례

③ (가): 반비례, (나): 비례

④ (가): 반비례, (나): 반비례

정답 3번

간단한 해설

감쇠비가 일정하면 고유주파수가 커질수록 응답에 걸리는 시간이 짧아져 지연시간은 **고유주파수에 반비례**한다. 고유주파수가 일정하면 감쇠비가 커질수록 응답이 최종값에 처음 도달하는 데 오래 걸려 **상승시간이 증가**한다.

빈칸별 해설

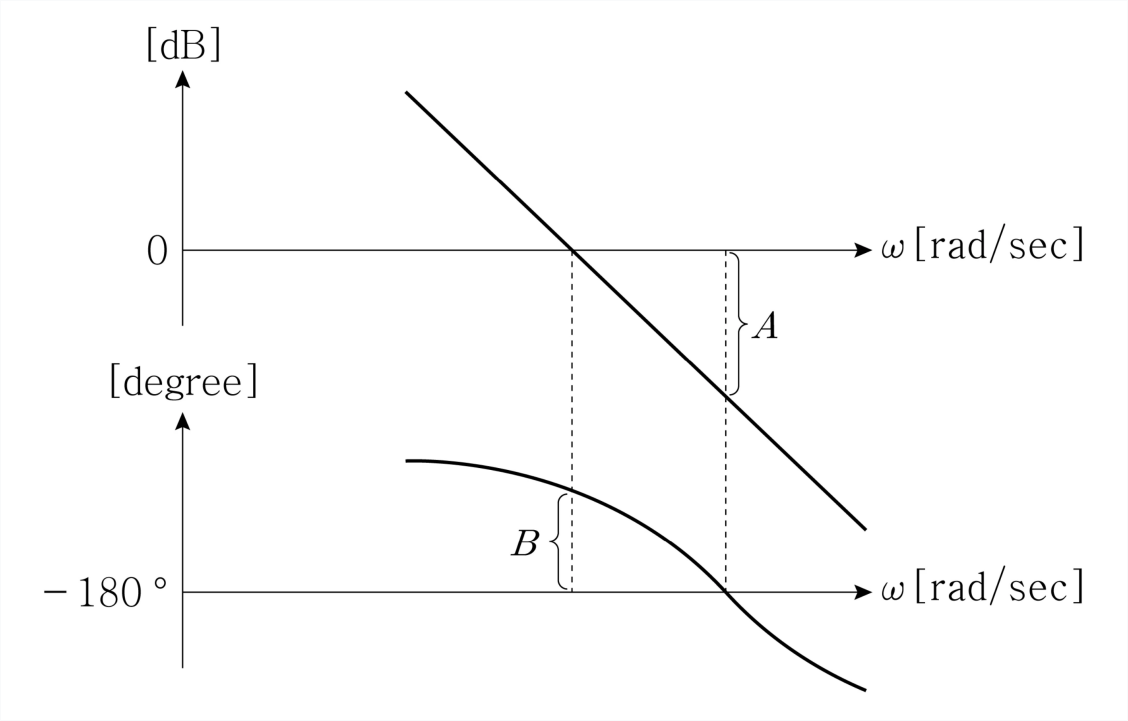
(가) 반비례: 지연시간 T_d는 단위계단응답이 최종값의 50%에 처음 도달할 때까지 걸리는 시간이다. 표준형 2차 시스템에서 **감쇠비를 일정하게 두면** 응답의 시간 척도는 고유주파수의 역수로 정해진다. 정규화한 시간 $\tau = \omega_n t$를 쓰면 50% 도달 시점 τ_d가 일정하므로 $T_d = \frac{\tau_d}{\omega_n}$이다. 따라서 고유주파수가 2배가 되면 지연시간은 절반이 된다.

(나) 비례: $0 < \zeta < 1$인 부족감쇠 시스템에서 상승시간 T_r은 통상 응답이 0에서 최종값의 100%에 처음 도달할 때까지의 시간이다. $\theta = \arccos\zeta$라 두면 $T_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$이다. **고유주파수를 일정하게 두고 감쇠비를 키우면** θ가 작아져 분자는 커지고 분모는 작아지므로 상승시간이 증가한다. 여기서 빈칸의 '비례'는 감쇠비가 커질수록 상승시간도 커진다는 뜻이며, 두 양 사이의 엄밀한 선형 비례를 뜻하지 않는다.

(가)는 반비례, (나)는 비례이므로 ③의 연결과 일치한다.

NoteBase

문 9. 루프 전달함수가 최소위상(minimum phase) 선형시스템이고 보드 선도가 다음과 같을 때, 이득여유[dB]와 위상여유[°]를 바르게 연결한 것은? (단, A > 0, B > 0이다)



① 이득여유: A, 위상여유: B

② 이득여유: A, 위상여유: −B

③ 이득여유: −A, 위상여유: B

④ 이득여유: −A, 위상여유: −B

정답 1번

간단한 해설

위상이 −180°가 되는 주파수에서 크기는 −A dB이므로, 0 dB까지 더 높일 수 있는 **이득여유는 A dB**이다. 크기가 0 dB가 되는 주파수에서는 위상이 −180°보다 B° 위에 있으므로 **위상여유는 B°**이다.

NoteBase

계산 과정

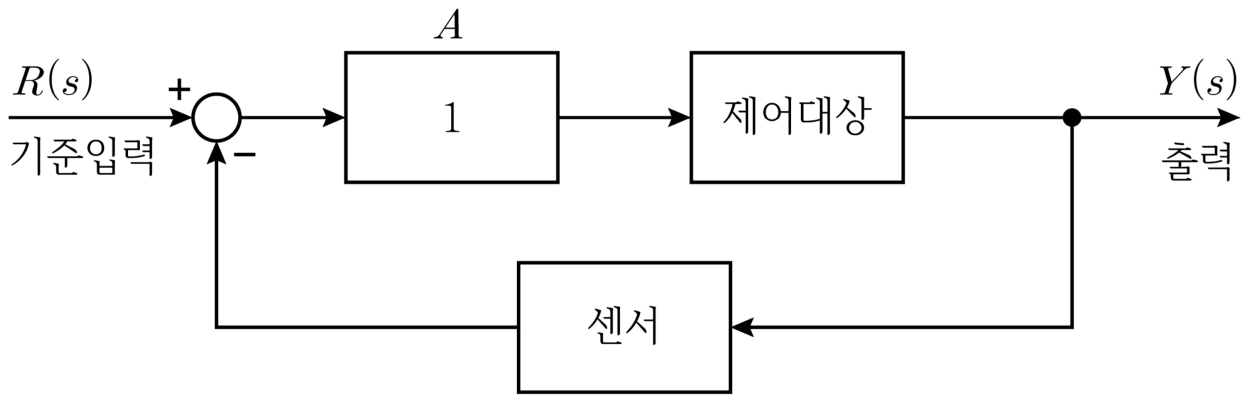
이득여유: 위상이 −180°가 되는 주파수를 위상교차주파수라고 한다. 그림의 오른쪽 점선이 이에 해당하며, 같은 주파수에서 위쪽 크기 선도의 값은 −A dB이다. 이득여유는 이때의 크기 자체가 아니라 **0 dB까지 증가시킬 수 있는 이득**이므로, $G_m = 0 - (-A) = A$ dB이다.

위상여유: 크기가 0 dB, 즉 루프 전달함수의 크기가 1이 되는 주파수를 이득교차주파수라고 한다. 그림의 왼쪽 점선이 이에 해당하며, 같은 주파수에서 아래쪽 위상 선도는 −180°보다 B° 위에 있다. 따라서 이때의 위상은 $\phi = -180^\circ + B^\circ$이고, **−180°까지 추가로 지연시킬 수 있는 각도**는 $P_m = (-180^\circ + B^\circ) - (-180^\circ) = B^\circ$이다.

이득여유 A dB와 위상여유 B°의 연결은 ①과 일치한다. A와 B는 모두 양수이며, 이득 선도의 값 −A dB를 이득여유 −A dB로 읽거나 위상여유를 −B°로 읽으면 부호를 잘못 해석한 것이다.

NoteBase

문 10. 다음 블록선도에서 A에 비례미분(PD) 제어기를 적용할 때, 기대효과로 옳지 않은 것은? (단, 제어대상은 표준형 2차 시스템이다)



① 대역폭을 증가시킨다.

② 고주파 잡음을 제거한다.

③ 상승시간과 정착시간을 단축한다.

④ 이득여유, 위상여유, 첨두공진값을 개선한다.

정답 2번

간단한 해설

PD 제어기의 미분 작용은 신호의 변화가 빠를수록 크게 반응하므로, **고주파 잡음을 제거하는 것이 아니라 증폭할 수 있다**. 잡음의 영향을 줄이려면 미분 필터 등 별도의 대책이 필요하다.

NoteBase

선지별 해설

블록선도에서 A는 기준입력과 센서의 피드백 신호를 비교한 오차를 받아 제어대상에 전달하는 위치이다. 이곳에 적용하는 이상적 PD 제어기는 $C(s) = K_p + K_d s$로 나타낸다. 비례항은 오차의 크기에, 미분항은 오차의 변화율에 반응한다. 잡음 증폭을 제외한 아래 성능 개선은 비례이득과 미분이득을 적절히 조정했을 때의 기대효과이다.

① O: 대역폭은 출력이 입력의 변화를 따라갈 수 있는 주파수 범위를 나타낸다. PD 제어의 위상진행 작용을 이용하면 안정성을 확보하면서 이득교차주파수를 높이도록 설계할 수 있어, **대역폭을 넓혀 더 빠른 입력 변화에 대응**할 수 있다.

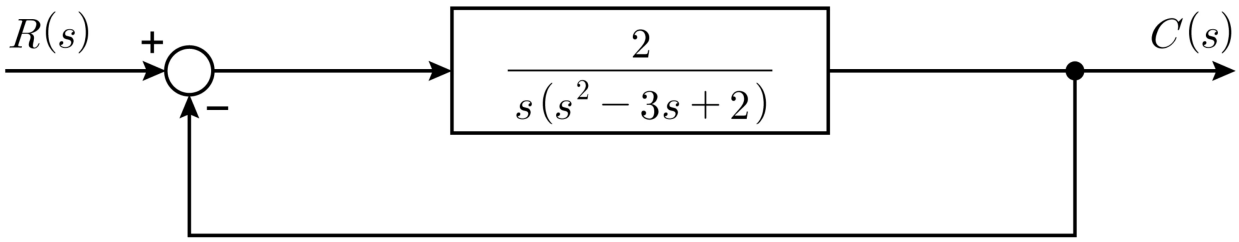
② X: 미분항의 주파수 응답 크기는 $|K_d j\omega| = K_d \omega$이므로 주파수가 높을수록 커진다. 센서 잡음이 오차 신호에 포함되면 빠르게 변하는 잡음에도 큰 제어신호가 발생할 수 있다. 따라서 '고주파 잡음을 제거한다'는 표현은 **'고주파 잡음을 증폭할 수 있다'**로 고쳐야 한다. 실제 구현에서는 미분항에 저역통과 필터를 붙여 고주파 증폭을 제한한다.

③ O: 비례작용으로 응답을 빠르게 하고, 미분작용으로 오차의 변화에 미리 대응하여 진동을 억제할 수 있다. 두 작용을 함께 조정하면 목표값에 도달하는 상승시간과 최종값 부근에 머물기까지의 정착시간을 단축할 수 있다. 특히 미분작용은 **감쇠를 보강하여 잔류 진동을 줄이는 역할**을 한다. 미분이득만 크게 한다고 두 시간이 항상 짧아지는 것은 아니다.

④ O: 이득여유와 위상여유는 각각 이득과 위상이 얼마나 더 변해도 폐루프 안정성을 유지할 수 있는지를 나타낸다. PD 제어의 위상진행 작용은 이러한 **상대안정도를 개선하도록 설계**하는 데 쓰인다. 또한 감쇠가 보강되면 특정 주파수에서 응답이 크게 솟는 공진 현상이 완화되어 첨두공진값을 낮출 수 있다. 여기서 첨두공진값의 개선은 값이 커지는 것이 아니라 공진에 의한 과도한 증폭이 줄어드는 뜻이다.

NoteBase

문 11. 다음 폐루프 시스템에서 단위계단입력을 $R(s)$에 인가할 때, 최종값 $c(t)$는?



① −1

② 1

③ 5

④ ∞

정답 4번

간단한 해설

폐루프 시스템에 **우반평면 극점이 두 개** 있으므로 단위계단응답은 유한한 값에 수렴하지 않고 발산한다. 따라서 최종값 정리를 적용해 1로 판단할 수 없다.

계산 과정

폐루프 전달함수: 그림은 출력이 그대로 되먹임되는 단위 음의 피드백 구조이다. 순방향 전달함수를 $G(s) = \frac{2}{s(s^2 - 3s + 2)}$라 하면, 폐루프 전달함수는 $T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$이다. 이를 정리하면 $T(s) = \frac{2}{s^3 - 3s^2 + 2s + 2}$가 된다.

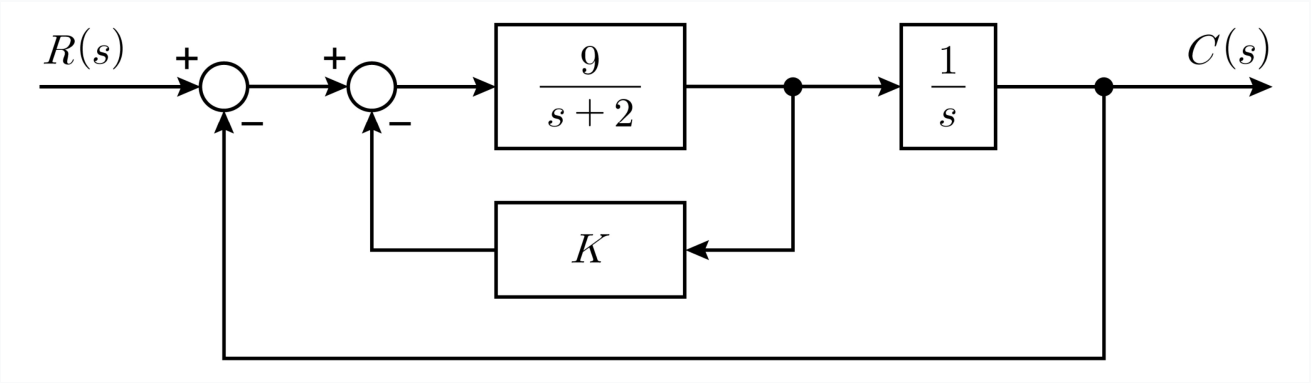
안정성 판별: 특성방정식은 $s^3 - 3s^2 + 2s + 2 = 0$이다. Routh 배열의 첫 두 행은 각각 $(1, 2)$, $(-3, 2)$이고, 다음 행의 첫 원소는 $\frac{(-3)\cdot 2 - 1\cdot 2}{-3} = \frac{8}{3}$이다. 따라서 첫 열은 $1,\ -3, \frac{8}{3}, 2$로, 부호가 양 → 음 → 양 → 양으로 바뀐다. **부호 변화가 두 번**이므로 우반평면 극점이 두 개이며 시스템은 불안정하다.

단위계단응답과 최종값 정리: 초기조건을 0으로 두면 단위계단입력은 $R(s) = \frac{1}{s}$이므로 $C(s) = \frac{2}{s(s^3 - 3s^2 + 2s + 2)}$이다. 최종값 정리로 유한한 최종값을 구하려면 $sC(s)$**의 모든 극점이 좌반평면에 있어야 한다**. 이 문제에서는 우반평면 극점이 소거되지 않고 남으므로 그 조건을 만족하지 않는다. 단순히 $s = 0$을 대입하여 얻는 1은 실제 최종값이 아니다.

응답의 결론: 우반평면 극점에 해당하는 응답 성분이 시간에 따라 커지므로 출력은 유한한 값에 정착하지 않고 발산한다. 선택지 ④의 ∞는 이러한 발산, 즉 유한한 최종값이 없음을 나타낸다.

NoteBase

문 12. 다음 제어시스템에서 감쇠비 ζ가 0.5일 때, 이득 K는? (단, K>0이다)



① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{5}$
③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{1}{10}$

정답 3번

간단한 해설

폐루프 특성방정식을 **2차계 표준형과 비교**하면 $\omega_n = 3$, $2 + 9K = 2\zeta\omega_n$이다. 감쇠비 0.5를 대입하면 $K = \frac{1}{9}$을 얻는다.

계산 과정

안쪽 피드백 정리: 첫 번째 가산점의 출력을 $E(s) = R(s) - C(s)$, 적분기 앞의 신호를 $X(s)$라 하자. 안쪽 피드백은 **적분기 앞에서 분기하여 K를 거쳐 음의 입력으로 돌아오므로** $X(s) = \frac{9}{s+2}[E(s) - KX(s)]$이다. 이를 정리하면 $\frac{X(s)}{E(s)} = \frac{9}{s+2+9K}$이다.

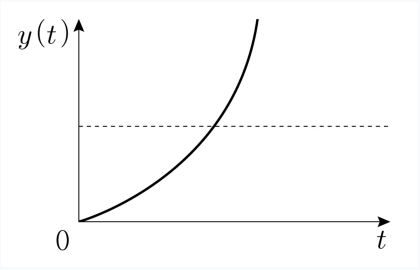
전체 특성방정식: 안쪽 루프의 등가 전달함수에 적분기 $\frac{1}{s}$가 직렬로 연결되고, 출력은 첫 번째 가산점으로 단위 음의 피드백된다. 따라서 전체 폐루프 전달함수는 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{9}{s^2 + (2+9K)s + 9}$이고, 그 분모를 0으로 놓은 특성방정식은 $s^2 + (2 + 9K)s + 9 = 0$이다.

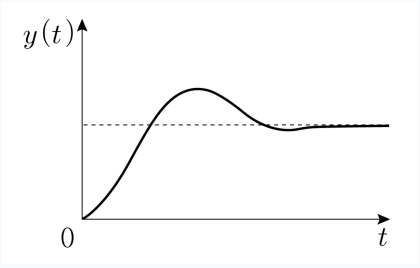
표준형과 계수 비교: 2차계의 특성방정식은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$이며, ω_n은 고유각주파수, ζ는 감쇠비이다. 상수항을 비교하면 $\omega_n^2 = 9$이므로 $\omega_n = 3$이다. 이어서 **s의 계수**를 비교하면 $2 + 9K = 2\zeta\omega_n$이다.

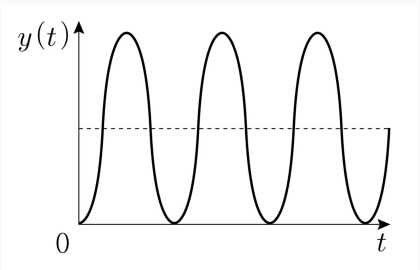
이득 계산: $\zeta = 0.5$와 $\omega_n = 3$을 대입하면 $2 + 9K = 2 \cdot 0.5 \cdot 3 = 3$이다. 따라서 $9K = 1$, $K = \frac{1}{9}$이며, K > 0 조건을 만족한다. 이 값은 ③의 $\frac{1}{9}$과 일치한다.

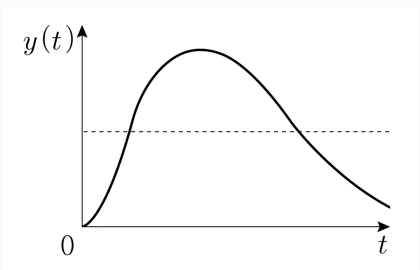
NoteBase

문 13. 전달함수 $G(s) = \frac{2}{s^3 + 2s^2 + 2s}$인 시스템에 대한 단위임펄스응답 $y(t)$의 형태는?

① 

② 

③ 

④ 

정답 2번

간단한 해설

단위임펄스응답은 $y(t) = 1 - e^{-t}(\cos t + \sin t)$이다. 0에서 출발해 1을 넘은 뒤, 진동항에 곱해진 e^{-t}가 줄어들면서 **1을 중심으로 감쇠 진동**한다.

NoteBase

계산 과정

입력과 출력의 관계: 초기조건이 0일 때 전달함수는 입력과 출력의 라플라스 변환의 비이다. 단위임펄스 입력은 $R(s)=1$이므로 **출력의 라플라스 변환은 전달함수 자체**가 된다. 따라서 $Y(s)=G(s)$이고, 분모를 인수분해하면 $Y(s)=\frac{2}{s(s^2+2s+2)}$이다.

부분분수 전개: 역라플라스 변환을 위해 $Y(s)=\frac{1}{s}-\frac{s+2}{s^2+2s+2}$로 나눈다. 이차식은 $s^2+2s+2=(s+1)^2+1$이고 분자는 $s+2=(s+1)+1$이므로, 두 번째 분수는 감쇠 코사인항과 감쇠 사인항으로 나누어 변환할 수 있다.

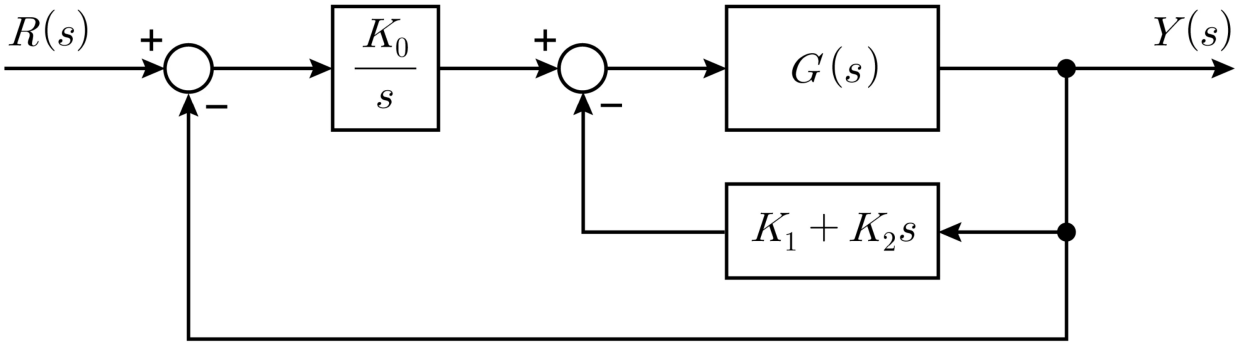
시간응답 계산: $\frac{1}{s}$의 역변환은 상수 1이다. $\frac{s+1}{(s+1)^2+1}$과 $\frac{1}{(s+1)^2+1}$의 역변환은 각각 $e^{-t}\cos t$, $e^{-t}\sin t$이다. 따라서 $t\geq 0$에서 $y(t)=1-e^{-t}(\cos t+\sin t)$를 얻는다. 여기서 상수항은 응답이 수렴할 값을, 지수함수가 곱해진 삼각함수항은 줄어드는 진동을 나타낸다.

곡선의 형태: 계산한 식에서 $y(0^+)=0$이고, $t\to\infty$이면 $e^{-t}\to 0$이므로 $y(t)\to 1$이다. 또한 $y'(t)=2e^{-t}\sin t$이므로 처음에는 증가하다가 $t=\pi$에서 첫 극댓값 $y(\pi)=1+e^{-\pi}$를 갖는다. 즉 **최종값 1을 넘는 오버슈트**가 생기며, 이후에는 기울기의 부호가 바뀌면서 진동 폭이 줄어든다.

그래프 대응: 가로축은 시간 t, 세로축은 출력 $y(t)$이다. ②는 원점에서 출발해 수평 점선을 넘은 뒤 위아래로 흔들리며 점선에 수렴하므로 계산한 응답과 일치한다. 이때 점선은 최종값 1에 해당한다. ①의 발산, ③의 진폭이 줄지 않는 지속 진동, ④의 증가 후 0으로 감소하는 형태는 **감쇠 진동하며 1에 수렴**하는 결과와 다르다.

NoteBase

문 14. 다음 블록선도에서 $G(s)=\frac{2}{s(s+5)}$이고 전달함수 $\frac{Y(s)}{R(s)}$의 극점이 $-5\pm j\sqrt{5}$와 -10에 위치하도록 할 때, $K_0\sim K_2$를 바르게 연결한 것은?



① K_0: 100, K_1: 50, K_2: 6

② K_0: 150, K_1: 50, K_2: 6

③ K_0: 150, K_1: 65, K_2: 7.5

④ K_0: 200, K_1: 65, K_2: 7.5

정답 3번

간단한 해설

두 음의 피드백을 반영한 폐루프 특성다항식의 계수를 **주어진 극점으로 만든 다항식의 계수**와 일치시킨다. 이에 따라 $K_0=150, K_1=65, K_2=7.5$가 된다.

NoteBase

계산 과정

블록선도의 신호 관계: 첫 합산점의 출력은 $E(s) = R(s) - Y(s)$이다. 제어대상 입력을 $U(s)$라 하면 두 번째 합산점에서도 출력 피드백을 빼므로 $U(s) = \frac{K_0}{s}E(s) - (K_1 + K_2 s)Y(s)$이다. 두 피드백 모두 **음의 피드백**이라는 점을 반영해야 한다.

폐루프 특성다항식: $Y(s) = G(s)U(s)$에 $G(s) = \frac{2}{s(s+5)}$를 대입하면 $s(s+5)Y(s) = 2U(s)$이다. 앞의 신호 관계를 넣고 양변에 s를 곱해 출력 항을 모으면 $D(s)Y(s) = 2K_0 R(s)$가 된다. 여기서 $D(s) = s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$이며, 각 계수는 $a_2 = 5 + 2K_2$, $a_1 = 2K_1$, $a_0 = 2K_0$이다. 따라서 전달함수는 $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2K_0}{D(s)}$이고, 그 극점은 **분모를 0으로 만드는 값**이다.

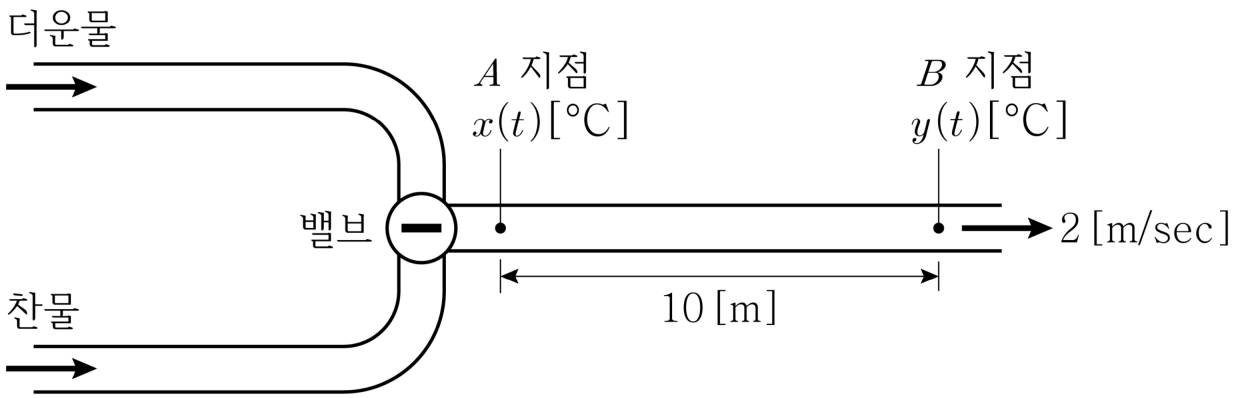
목표 특성다항식: 극점이 $-5 \pm j\sqrt{5}$인 켤레복소수 쌍은 $(s+5)^2 + 5 = s^2 + 10s + 30$이라는 인수를 만든다. 여기에 극점 −10에 해당하는 인수를 곱하면 $P(s) = (s+10)(s^2 + 10s + 30)$이다. 전개하면 $P(s) = s^3 + 20s^2 + 130s + 300$을 얻는다.

계수 비교: 두 다항식의 최고차항 계수가 모두 1이므로 **같은 차수의 계수**를 일치시킨다. 이차항에서 $5 + 2K_2 = 20$이므로 $K_2 = \frac{20-5}{2} = 7.5$이다. 일차항에서 $2K_1 = 130$이므로 $K_1 = 65$이고, 상수항에서 $2K_0 = 300$이므로 $K_0 = 150$이다.

구한 값은 $K_0 = 150, K_1 = 65, K_2 = 7.5$이므로 ③의 연결과 일치한다.

NoteBase

문 15. 다음과 같은 난방시스템에서 입력과 출력이 각각 A 지점 온도 $x(t)$[°C], B 지점 온도 $y(t)$[°C]일 때, 전달함수 $G(s)$는? (단, 열손실은 무시하고, 물은 밸브에서 완전혼합되며, 유속은 2 [m/sec]로 일정하다)



① $e^{0.2s}$

② $e^{-0.2s}$

③ e^{5s}

④ e^{-5s}

정답 4번

간단한 해설

물은 A에서 B까지 이동하는 데 5초가 걸리므로, B의 온도는 A의 온도가 **5초 지연**되어 나타난다. 열손실이 없는 순수 시간지연의 전달함수는 $G(s) = e^{-5s}$이다.

계산 과정

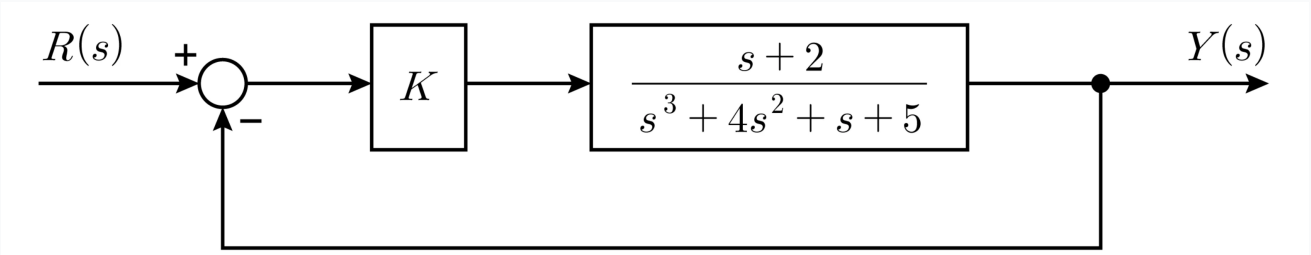
이동시간: 그림에서 A와 B 사이의 거리는 10 m이고 유속은 2 m/sec이다. 이동시간을 τ, 거리를 L, 유속을 v라 하면 $\tau = \frac{L}{v} = \frac{10}{2} = 5$sec이다. 이는 A에서의 온도 변화가 B에 도달하기까지 걸리는 시간이다.

입출력 관계: 물은 밸브에서 완전히 혼합된 뒤 A를 지나 B로 흐른다. 입력은 혼합 전 온도가 아니라 **혼합 후 A 지점의 온도**이므로, 밸브의 혼합비를 별도로 계산할 필요가 없다. 열손실을 무시하면 이동 중 온도의 크기는 변하지 않고 도달 시각만 늦어져 $y(t) = x(t-5)$로 표현된다.

전달함수: 초기 온도 변화가 없는 상태에서 시간지연의 라플라스 변환을 적용하면 $Y(s) = e^{-5s}X(s)$이다. 따라서 $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = e^{-5s}$로, ④의 식과 일치한다. **출력이 입력보다 늦게 나타나는 지연**이므로 지수의 부호는 음수이다.

NoteBase

문 16. 다음 제어시스템에서 시스템이 점근적으로 안정하기 위한 이득 K의 범위에 해당하는 것은?



① 1
② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{8}$

정답 1번

간단한 해설

단위 음의 피드백을 반영한 특성방정식에 루스 안정 판별법을 적용하면, 점근적 안정 조건은 $K > \frac{1}{2}$이다.
경계값인 $K = \frac{1}{2}$는 허수축 위의 극점을 가지므로 포함하지 않는다.

계산 과정

1. 폐루프 특성방정식: 그림은 출력이 그대로 합산점의 음의 단자로 돌아오는 **단위 음의 피드백** 구조이다. 전향 전달함수를 $G(s) = \frac{K(s+2)}{s^3 + 4s^2 + s + 5}$라 하면, 폐루프 특성방정식은 $1 + G(s) = 0$이다. 따라서 특성다항식은 $p(s) = s^3 + 4s^2 + (1 + K)s + 5 + 2K$이다.

2. 루스 배열의 첫 열: 연속시간 시스템이 점근적으로 안정하려면 특성방정식의 모든 근이 복소평면의 좌반평면에 있어야 한다. 루스 안정 판별법에 따라, 최고차항 계수가 양수인 이 다항식은 **루스 배열 첫 열의 모든 원소가 양수**여야 한다. 첫 두 행은 각각 $(1, 1 + K)$, $(4, 5 + 2K)$이며, 다음 행의 첫 원소는 $\frac{4(1+K) - (5+2K)}{4} = \frac{2K-1}{4}$이다. 따라서 첫 열은 차례로 1, 4, $\frac{2K-1}{4}$, $5 + 2K$가 된다.

3. 안정 범위: 첫 열의 양수 조건은 $\frac{2K-1}{4} > 0$과 $5 + 2K > 0$이다. 각각 $K > \frac{1}{2}$, $K > -\frac{5}{2}$이므로, 두 조건을 함께 만족하는 범위는 $K > \frac{1}{2}$이다. 경계값 $K = \frac{1}{2}$에서는 $p(s) = (s + 4)(s^2 + \frac{3}{2})$이 되어 허수축 위에 두 극점이 생긴다. 이때의 진동 성분은 시간에 따라 사라지지 않으므로 **점근적 안정 범위에서 제외**한다.

4. 선택지와의 대응: $K > \frac{1}{2}$에 속하는 값은 ①의 1이다. ②의 $\frac{1}{2}$은 경계값이며, ③의 $\frac{1}{4}$과 ④의 $\frac{1}{8}$은 안정 범위보다 작다.

NoteBase

문 17. 다음 상태방정식으로 표현된 시스템의 단위계단응답 $y(t)$는? (단, $x(t)$는 상태변수행렬, $u(t)$는 입력변수행렬이고, $t \geq 0$이다)

x(t)=bmatrix0&1\\-2&-3bmatrixx(t)+bmatrix0\\1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix1&0bmatrixx(t)

① $\frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t}$
② $\frac{1}{2} - e^{-t} + e^{-2t}$
③ $\frac{1}{2} + e^{-t} + 2e^{-2t}$
④ $1 - e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t}$

정답 1번

간단한 해설

출력은 첫 번째 상태변수이므로 $y'' + 3y' + 2y = u$가 성립한다. **초기상태가 0인 단위계단입력**에 대한 응답은 $y(t) = \frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t}$이다.

계산 과정

1. 입력과 초기조건: 별도의 초기조건이 제시되지 않은 단위계단응답은 **초기상태가 0인 영 상태 응답**으로 구한다. 따라서 $x_1(0) = x_2(0) = 0$이며, 입력은 $t \geq 0$에서 $u(t) = 1$이다. 이 입력의 라플라스 변환은 $U(s) = \frac{1}{s}$이다.

2. 출력의 미분방정식: 상태방정식을 성분별로 쓰면 $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + u$이다. 출력식에서 $y = x_1$이므로 $y' = x_2$이고, 이를 두 번째 상태방정식에 대입하면 $y'' + 3y' + 2y = u$를 얻는다. 초기조건은 $y(0) = y'(0) = 0$이다.

3. 출력의 라플라스 변환: 초기조건이 0이므로 미분방정식을 변환하면 $(s^2 + 3s + 2)Y(s) = U(s)$이다. $s^2 + 3s + 2 = (s+1)(s+2)$이고 단위계단입력의 변환을 대입하면 $Y(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$이다. 여기서 **입력의 변환까지 곱한 식**이 출력의 변환이며, 전달함수만 역변환해서는 계단응답을 얻을 수 없다.

4. 부분분수 전개: 역라플라스 변환을 위해 $Y(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+1} + \frac{c}{s+2}$로 놓는다. 양변에 공통분모를 곱하면 $1 = a(s+1)(s+2) + bs(s+2) + cs(s+1)$이다. 여기에 $s = 0,\ -1,\ -2$를 각각 대입하면 $a = \frac{1}{2}$, $b = -1$, $c = \frac{1}{2}$를 얻는다. 따라서 $Y(s) = \frac{1}{2s} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{2(s+2)}$이다.

5. 시간응답: $\frac{1}{s}$, $\frac{1}{s+1}$, $\frac{1}{s+2}$를 역라플라스 변환하면 각각 1, e^{-t}, e^{-2t}이다. 따라서 $t \geq 0$에서 $y(t) = \frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t}$이며, 이는 ①의 식과 일치한다.

NoteBase

문 18. 다음 미분방정식을 상태방정식으로 변환한 것으로 옳은 것은? (단, $x(t)$는 상태변수, $u(t)$는 입력변수이며, $x_1(t) = x(t)$, $x_2(t) = \dot{x}(t)$, $x_3(t) = \ddot{x}(t)$이다)

$\dddot{x}(t) + 2\ddot{x}(t) - 3\dot{x}(t) + 4x(t) = 5u(t)$

① bmatrixx_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)bmatrix=bmatrix0&1&0\\0&0&1\\4&-3&2bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)_3(t)bmatrix+bmatrix0\\0\\5bmatrixu(t)

② bmatrixx_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)bmatrix=bmatrix0&1&0\\0&0&1\\-4&3&-2bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)_3(t)bmatrix+bmatrix0\\0\\5bmatrixu(t)

③ bmatrixx_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)bmatrix=bmatrix0&1&0\\0&0&1\\-4&3&-2bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)_3(t)bmatrix+bmatrix5\\0\\0bmatrixu(t)

④ bmatrixx_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)bmatrix=bmatrix4&-3&2\\0&1&0\\0&0&1bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)_3(t)bmatrix+bmatrix5\\0\\0bmatrixu(t)

정답 2번

간단한 해설

상태변수를 차례로 미분하면 앞의 두 식은 다음 상태변수로 이어지고, 마지막 식은 $\dot{x}_3 = -4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5u$가 된다. 따라서 입력항은 **세 번째 상태방정식에만** 들어간다.

계산 과정

1. 상태변수의 정의를 미분한다. 이하 모든 변수는 같은 시각 t의 값이며, 식에서는 (t)를 생략한다. $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = \ddot{x}$이므로 $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = x_3$이다. 따라서 상태행렬의 첫째 행은 $(0, 1, 0)$, 둘째 행은 $(0, 0, 1)$이다.

2. 마지막 상태변수의 미분을 구한다. $\dot{x}_3 = \dddot{x}$이므로 주어진 미분방정식을 최고차 미분항에 대해 정리한다. $\dddot{x} = -2\ddot{x} + 3\dot{x} - 4x + 5u$이며, 상태변수로 바꾸면 $\dot{x}_3 = -4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5u$이다. **다른 항을 우변으로 옮기면서 부호가 바뀌므로** 상태행렬의 마지막 행은 $(-4,\ 3,\ -2)$이다.

3. 각 식의 계수를 행렬로 모은다. 상태벡터를 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^{\mathrm{T}}$라 하면 상태방정식은 $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + Bu$이다. 여기서 A=bmatrix0&1&0 0&0&1 -4&3&-2bmatrix, B=bmatrix0 0 5bmatrix이다. **입력이 첫째·둘째 식에는 없고 셋째 식에만 계수 5로 들어가므로** 입력행렬의 세 번째 성분만 5이다.

이 상태행렬과 입력행렬을 함께 제시한 것은 ②이다.

NoteBase

문 19. 저주파대역통과필터와 기능적으로 동일한 주파수응답 특성을 갖는 전달함수는? (단, $K>0$, $T>0$, $\alpha>1$, $0<\beta<1$이고, s는 라플라스 변수이다)

① K

② $K+Ts$

③ $\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$

④ $\beta\left(\frac{1+Ts}{1+\beta Ts}\right)$

정답 3번

간단한 해설

저주파 이득은 1이고 고주파 이득은 $\frac{1}{\alpha}$로 작아진다. $\alpha>1$이므로 **저주파에 비해 고주파를 감쇠**시키는 저역통과 특성을 갖는다.

선지별 해설

저주파대역통과필터는 저주파 성분을 고주파 성분보다 상대적으로 크게 통과시킨다. 전달함수에 $s=j\omega$를 대입하면 주파수응답을 얻으며, ω는 각주파수이다. 비교를 위해 $x=\omega T$, $M=|G(j\omega)|$로 놓는다. $T>0$이므로 주파수가 커질수록 x도 커진다.

① $G(s)=K$: 크기는 $M=K$로 일정하다. 모든 주파수 성분에 같은 이득이 적용되므로 **저주파와 고주파를 구별하여 통과시키지 않는다**.

② $G(s)=K+Ts$: 크기는 $M=\sqrt{K^2+x^2}$이다. 저주파에서는 K에 가깝고 주파수가 커질수록 증가하므로 **고주파 성분을 더 크게 증폭**한다. 저역통과 특성과 반대이다.

③ $G(s)=\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$: 크기는 $M=\sqrt{\frac{1+x^2}{1+\alpha^2x^2}}$이다. $\alpha>1$이므로 주파수가 커질수록 크기가 감소한다. $\omega=0$에서 이득은 1이고, 고주파 극한에서는 $\frac{1}{\alpha}<1$이다. 따라서 **저주파에 비해 고주파를 감쇠**한다. 고주파 이득이 0까지 내려가지는 않지만, 주파수에 따른 상대적 통과 특성은 저역통과필터와 같다.

④ $G(s)=\beta\frac{1+Ts}{1+\beta Ts}$: 크기는 $M=\beta\sqrt{\frac{1+x^2}{1+\beta^2x^2}}$이다. $0<\beta<1$이므로 저주파 이득은 β, 고주파 극한의 이득은 1이다. 주파수가 커질수록 이득이 증가하므로 **고주파를 상대적으로 더 크게 통과**시킨다.

네 전달함수 중 저주파 이득보다 고주파 이득이 작은 것은 ③이다.

NoteBase

문 20. 다음 시스템의 상태천이행렬(state transition matrix)은? (단, x(t)는 상태변수행렬, u(t)는 입력변수행렬, y(t)는 출력변수행렬이다)

x(t)=bmatrix0&2\\2&0bmatrixx(t)+bmatrix0\\2bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix2&1bmatrixx(t)

① 0.5bmatrixe^-2t+e^2t & e^2t-e^-2t\ e^2t-e^-2t & e^-2t+e^2tbmatrix

② 0.5bmatrixe^2t+e^-2t & e^-2t-e^2t\ e^-2t-e^2t & e^2t+e^-2tbmatrix

③ 0.5bmatrixe^-2t-e^2t & e^2t+e^-2t\ e^2t+e^-2t & e^-2t-e^2tbmatrix

④ 0.5bmatrixe^2t-e^-2t & e^-2t+e^2t\ e^-2t+e^2t & e^2t-e^-2tbmatrix

정답 1번

간단한 해설

상태천이행렬은 **상태행렬의 행렬지수** $\Phi(t) = e^{At}$이다. 주어진 행렬에서는 대각성분이 $\frac{e^{2t}+e^{-2t}}{2}$, 비대각성분이 $\frac{e^{2t}-e^{-2t}}{2}$가 된다.

계산 과정

상태행렬 확인: 상태방정식에서 A=bmatrix0&2 2&0bmatrix이다. 계수가 일정한 선형 시스템의 상태천이행렬은 입력이 없을 때 초기 상태를 현재 상태로 옮기는 행렬로, $x(t) = \Phi(t)x(0)$, $\Phi(t) = e^{At}$를 만족한다. 따라서 **입력행렬과 출력행렬은 상태천이행렬 계산에 사용하지 않는다**.

라플라스 영역에서 계산: 행렬지수의 라플라스 변환은 $\mathcal{L}\{e^{At}\} = (sI - A)^{-1}$이다. 여기서 I는 단위행렬이다. 주어진 행렬을 대입하면 sI-A=bmatrixs&-2 -2&sbmatrix이고, 그 행렬식은 $s^2 - 4$이다. 따라서 역행렬은 (sI-A)^-1=(1)/(s^2-4)bmatrixs&2 2&sbmatrix가 된다.

성분별 역변환: 두 대각성분은 모두 $\frac{s}{s^2-4}$이고, 두 비대각성분은 모두 $\frac{2}{s^2-4}$이다. 각각 부분분수로 분해하면 다음과 같다.
$\frac{s}{s^2-4} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-2} + \frac{1}{s+2}\right)$
$\frac{2}{s^2-4} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-2} - \frac{1}{s+2}\right)$
$\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s-a}\} = e^{at}$를 적용하면, 대각성분은 $a(t) = \frac{e^{2t}+e^{-2t}}{2}$, 비대각성분은 $b(t) = \frac{e^{2t}-e^{-2t}}{2}$가 된다. 즉, **대각성분에는 두 지수함수의 합, 비대각성분에는 차**가 들어간다.

결과 확인: 상태천이행렬은 (t)=bmatrixa(t)&b(t) b(t)&a(t)bmatrix이므로 ①의 행렬과 일치한다. 또한 $a(0) = 1$, $b(0) = 0$이므로 상태천이행렬의 초기조건 $\Phi(0) = I$도 만족한다.

NoteBase

문 21. 주파수응답에서 단위 피드백 시스템 전달함수 $G(s)$의 이득여유가 P_1[dB]이고 위상여유가 Q_1[°]일 때, s를 $10s$로 변경한 $G(10s)$의 이득여유 P_2[dB]와 위상여유 Q_2[°]를 바르게 연결한 것은? (단, s는 라플라스 변수이고, $G(s)$는 안정하고 최소위상이다)

① P_2: P_1, Q_2: Q_1

② P_2: P_1, Q_2: $10Q_1$

③ P_2: $10P_1$, Q_2: $10Q_1$

④ P_2: $\frac{1}{10}P_1$, Q_2: $\frac{1}{10}Q_1$

정답 1번

간단한 해설

$G(10s)$는 주파수응답의 모양을 유지한 채 **주파수 축만 1/10로 이동**시킨다. 이득·위상 교차주파수에서의 크기와 위상은 그대로이므로 **이득여유와 위상여유는 모두 변하지 않는다**.

계산 과정

주파수 축의 변환: 변경한 전달함수를 $G_2(s) = G(10s)$라 하면 $G_2(j\omega) = G(j10\omega)$이다. 따라서 원래 주파수 ω_0에서의 응답이 변경 후에는 $\omega_0/10$에서 나타난다. 보드선도에서는 크기와 위상 곡선이 모두 **주파수 축을 따라 왼쪽으로 한 decade 이동**하며, 대응하는 점의 크기와 위상은 변하지 않는다.

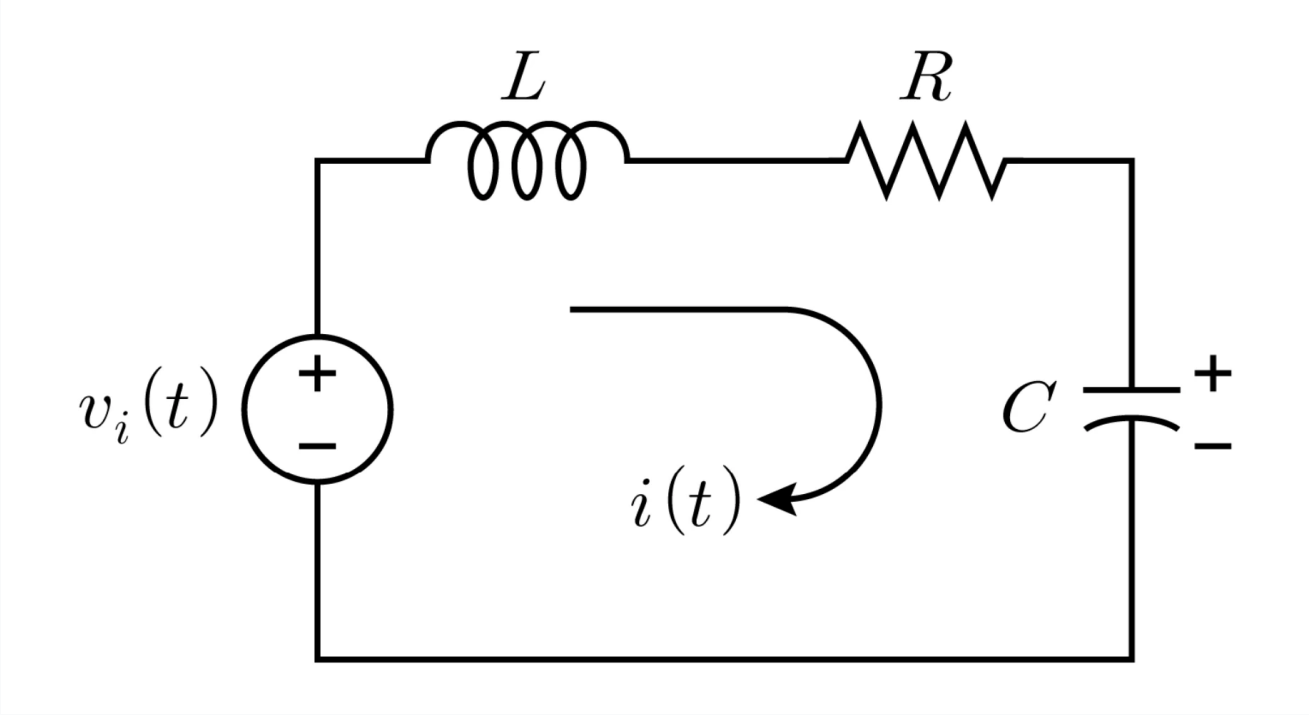
이득여유 P_2: 이득여유는 위상이 −180°인 위상 교차주파수에서 크기가 0 dB에 이르기까지의 여유이다. 원래 위상 교차주파수를 ω_p라 하면 $P_1 = -20\log_{10}|G(j\omega_p)|$이다. 변경 후 위상 교차주파수는 $\omega_p/10$이고, 그때의 응답은 $G_2(j\omega_p/10) = G(j\omega_p)$이다. **위상이 −180°인 점의 크기가 같으므로** 이득여유는 $P_2 = P_1$이며, 단위는 dB이다.

위상여유 Q_2: 위상여유는 크기가 1, 즉 0 dB인 이득 교차주파수에서 위상이 −180°에 이르기까지의 여유이다. 원래 이득 교차주파수를 ω_g라 하면 $Q_1 = 180° + \arg G(j\omega_g)$이다. 변경 후 이득 교차주파수는 $\omega_g/10$이고, 그때의 응답은 $G_2(j\omega_g/10) = G(j\omega_g)$이다. **크기가 0 dB인 점의 위상이 같으므로** 위상여유는 $Q_2 = Q_1$이며, 단위는 °이다.

따라서 $P_2 = P_1$, $Q_2 = Q_1$로 연결되는 ①에 해당한다. 1/10로 바뀌는 것은 교차주파수이며, 여유 자체에 10 또는 1/10을 곱하지 않는다.

NoteBase

문 22. 저항 R, 인덕터 L, 커패시터 C로 구성된 다음 RLC 회로에서 입력전압 $v_i(t)$에 대한 출력전류 $i(t)$의 전달함수는? (단, s는 라플라스 변수이며, 모든 소자는 이상적이고, 초기조건은 0이다)



① $\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$
② $\frac{C}{LCs^2+RCs+1}$
③ $\frac{Cs}{LCs^2+RCs+1}$
④ $\frac{LCs}{LCs^2+RCs+1}$

정답 3번

간단한 해설

세 소자가 **직렬**로 연결되어 있으므로, 전압에 대한 전류의 전달함수는 **전체 임피던스의 역수**이다. 초기조건이 0일 때 이를 정리하면 $\frac{I(s)}{V_i(s)} = \frac{Cs}{LCs^2+RCs+1}$이다.

NoteBase

계산 과정

회로와 입출력: 그림에서 인덕터, 저항, 커패시터는 분기 없이 직렬로 연결되어 같은 전류가 흐른다. 표시된 전류 방향은 전원의 양극에서 인덕터와 저항을 지나 커패시터로 흐르는 방향이다. 입력전압과 출력전류의 라플라스 변환을 각각 $V_i(s)$, $I(s)$라 하면, 구할 전달함수는 $G(s) = \frac{I(s)}{V_i(s)}$이다.

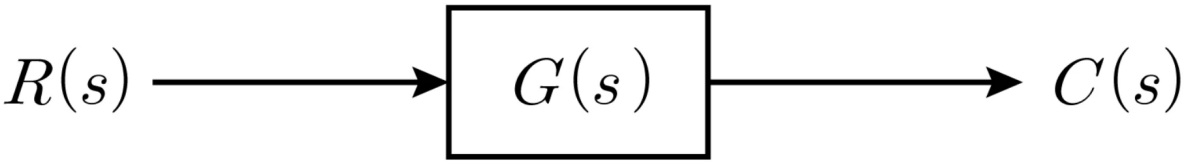
전체 임피던스: **초기조건이 0**이므로 저항, 인덕터, 커패시터의 임피던스는 각각 R, Ls, $\frac{1}{Cs}$이다. 직렬 회로에서는 각 소자의 전압강하가 더해지므로 전체 임피던스는 $Z(s) = R + Ls + \frac{1}{Cs}$이다.

전류와 전압의 관계: 키르히호프 전압법칙에 따라 $V_i(s) = Z(s)I(s)$이다. 따라서 **출력전류를 입력전압으로 나눈 비**는 $G(s) = \frac{1}{R + Ls + \frac{1}{Cs}}$가 된다. 이 전달함수는 전압당 전류를 나타내므로 단위는 A/V, 즉 지멘스(S)이다.

식 정리: 분자와 분모에 Cs를 곱하면 분모의 세 항은 각각 RCs, LCs^2, 1이 된다. 따라서 $G(s) = \frac{Cs}{LCs^2 + RCs + 1}$이며, 이는 ③의 식과 일치한다.

NoteBase

문 23. 다음 블록선도에서 입력 $R(s)$에 대한 시스템의 단위계단응답 $c(t) = (1 - e^{-t} + e^{-2t})$일 때, 전달함수 $G(s)$는?



① $\frac{s^2 + 2s + 2}{s^2 + 3s + 2}$
② $\frac{s^2 - 2s - 2}{s^2 + 3s + 2}$
③ $\frac{s^2 + 2s + 2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$
④ $\frac{s^2 - 2s - 2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$

정답 1번

간단한 해설

단위계단입력은 $R(s) = \frac{1}{s}$이므로 전달함수는 출력의 라플라스 변환에 **s를 곱한 값**이다. 주어진 응답을 변환하면 $G(s) = \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2 + 3s + 2}$를 얻는다.

계산 과정

1. 입력과 전달함수의 관계: 그림은 입력 $R(s)$가 $G(s)$ 블록을 거쳐 출력 $C(s)$로 이어지는 구조이다. 전달함수는 **초기조건이 0일 때 출력과 입력의 비**이므로 $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$이다. 단위계단입력의 라플라스 변환은 $R(s) = \frac{1}{s}$이므로 $G(s) = sC(s)$가 된다.

2. 출력의 라플라스 변환: $c(t) = 1 - e^{-t} + e^{-2t}$의 각 항을 변환하면 $C(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2}$이다. 여기서 $C(s)$는 단위계단입력에 대한 출력이며, 아직 전달함수 자체는 아니다.

3. 전달함수 계산: 출력에 s를 곱하면 $G(s) = 1 - \frac{s}{s+1} + \frac{s}{s+2}$이다. 공통분모는 $(s+1)(s+2) = s^2 + 3s + 2$이고, 통분한 분자는 $(s+1)(s+2) - s(s+2) + s(s+1)$을 정리한 $s^2 + 2s + 2$이다. 따라서 $G(s) = \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2 + 3s + 2}$로, ①과 일치한다.

NoteBase

문 24. 상태방정식 $\dot{x}(t) = Ax(t)$를 만족하는 상태천이행렬 $\Phi_A(t)$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $A \in R^{n \times n}$인 상수행렬이다)

① $\Phi_A^{-1}(t)$은 $\Phi_A(-t)$이다.

② $\Phi_A(t_0 - t_1) \cdot \Phi_A(t_1 - t_2)$은 $\Phi_A(t_2 - t_0)$이다.

③ 양의 정수 m에 대해 $[\Phi_A(t)]^m$은 $\Phi_A(mt)$이다.

④ bmatrix1 & e^-t \ 0 & 1-e^-tbmatrix은 행렬 $A \in R^{2 \times 2}$의 상태천이행렬 $\Phi_A(t)$가 될 수 없다.

정답 2번

간단한 해설

②는 **시간 차의 부호를 반대로** 썼다. 상태천이행렬을 곱할 때는 시간 차를 더하므로, 그 결과는 $\Phi_A(t_2 - t_0)$가 아니라 $\Phi_A(t_0 - t_2)$이다.

선지별 해설

상수행렬 A에 대한 상태천이행렬은 $\Phi_A(t) = e^{At}$이다. 이는 초기 상태를 시간 t 뒤의 상태로 옮기는 행렬이며, $\Phi_A(0) = I$를 만족한다. 여기서 I는 단위행렬이다.

① O: 같은 행렬 A의 지수행렬끼리는 $e^{At}e^{-At} = I$가 성립한다. 따라서 **역행렬은 시간을 반대로 한 상태천이행렬**이며, $\Phi_A^{-1}(t) = \Phi_A(-t)$이다.

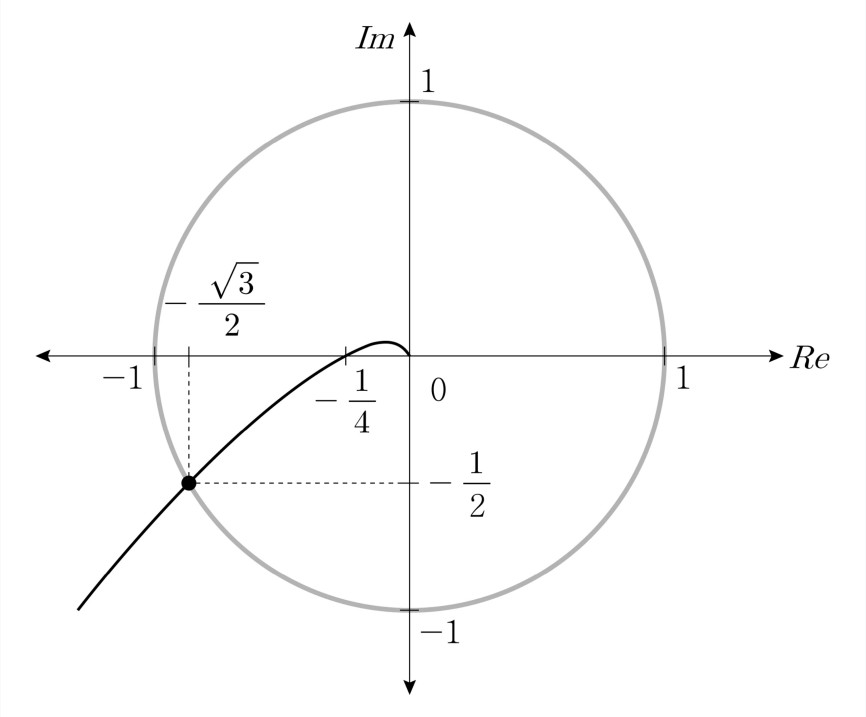
② X: 같은 상수행렬에서 얻은 상태천이행렬은 $\Phi_A(a)\Phi_A(b) = \Phi_A(a + b)$를 만족한다. 두 시간 차의 합은 $(t_0 - t_1) + (t_1 - t_2) = t_0 - t_2$이므로, 곱의 결과는 $\Phi_A(t_0 - t_2)$이다. 선지의 $\Phi_A(t_2 - t_0)$는 **시간 차의 부호를 뒤집은 표현**이므로 이를 고쳐야 한다.

③ O: $\Phi_A(t)$를 양의 정수 m번 곱하면, 시간 t만큼의 상태 변화를 m번 연속 적용한 것이다. 행렬지수로는 $[e^{At}]^m = e^{Amt}$이므로, **전체 시간은** mt가 되어 $[\Phi_A(t)]^m = \Phi_A(mt)$이다.

④ O: 시간 차가 0이면 상태가 그대로 유지되어야 하므로 상태천이행렬은 반드시 **0에서 단위행렬**이어야 한다. 그런데 제시된 행렬에 $t = 0$을 대입하면 1행 2열은 1, 2행 2열은 0이다. 단위행렬에서는 이 성분들이 각각 0과 1이어야 하므로 $\Phi_A(0) = I$를 만족하지 못한다. 따라서 어떤 상수행렬 A의 상태천이행렬도 될 수 없다.

NoteBase

문 25. 다음 최소위상(minimum phase) 시스템의 나이퀴스트(Nyquist) 선도에서 이득여유[dB]와 위상여유[°]를 바르게 연결한 것은?



① 이득여유: $20\log\frac{1}{4}$, 위상여유: $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
② 이득여유: $20\log\frac{1}{4}$, 위상여유: $\tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$
③ 이득여유: $20\log 4$, 위상여유: $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
④ 이득여유: $20\log 4$, 위상여유: $\tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

정답 3번

간단한 해설

이득여유는 음의 실수축 교점 크기의 **역수**를 dB로 나타낸 값이므로 $20\log_{10}4$ dB이다. 위상여유는 단위원 위의 검은 점과 **음의 실수축 사이의 각**이므로 $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=30^\circ$이다.

NoteBase

계산 과정

이득여유: 위상이 −180°인 음의 실수축 교점에서 구한다. 그림에서 교점은 $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$이므로 개루프 주파수응답의 크기는 $\frac{1}{4}$이다. 이 점을 임계점 $(-1, 0)$까지 옮기려면 이득을 4배로 늘려야 하므로, 이득여유는 **교점 크기의 역수**이다. 따라서 $G_m = 4$이고, dB로 나타내면 $20\log_{10} G_m = 20\log_{10} 4$ dB이다.

위상여유: 개루프 주파수응답의 크기가 1인 **단위원과의 교점**에서 구한다. 검은 점의 좌표는 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$이다. 원점에서 이 점으로 향하는 반직선과 음의 실수축 사이의 작은 각을 ϕ_m이라 하면, 허수부와 실수부의 절댓값 비로부터 $\tan\phi_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$이다. 따라서 $\phi_m = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 30^\circ$이다. 이 점의 위상은 −150°이므로, −180°에 이르기까지 추가로 허용되는 위상지연이 30°라는 뜻이다.

이득여유 $20\log_{10} 4$ dB와 위상여유 $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$의 조합은 ③과 일치한다.

NoteBase