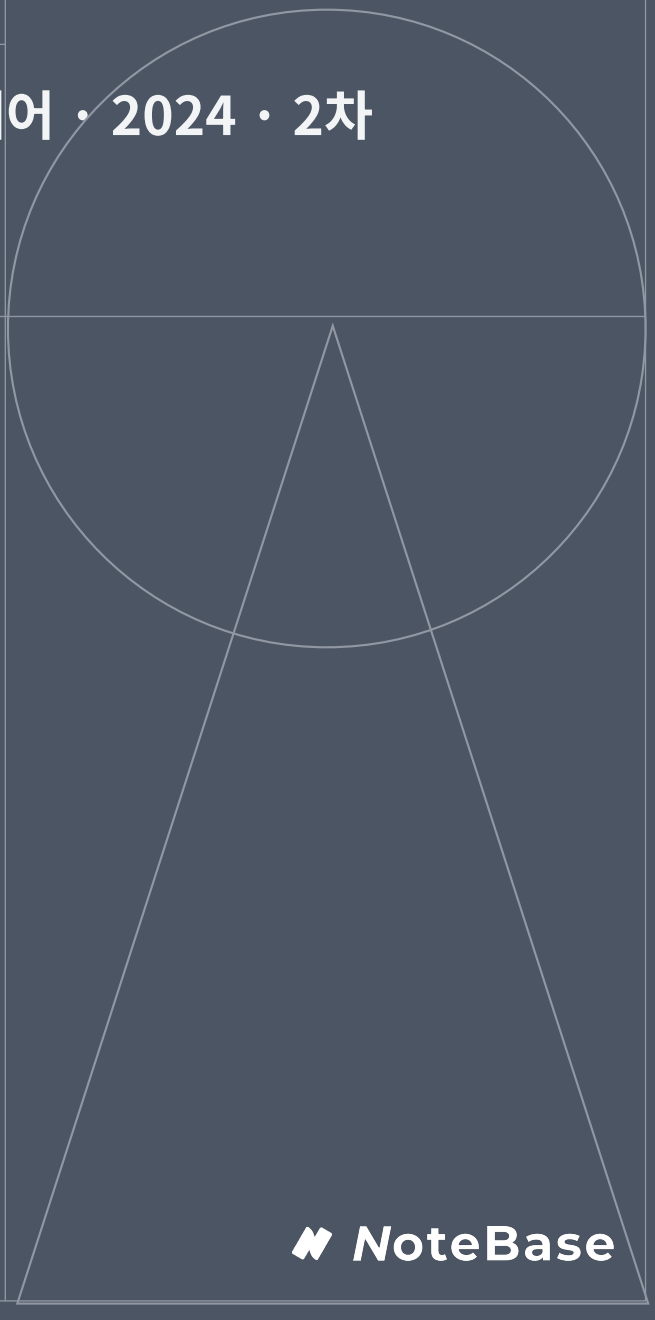
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2024 · 2차



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2024 · 2차

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2024 · 2차

문 1. 전달함수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 전달함수는 임펄스 응답의 라플라스 변환이다.

② 전달함수를 구할 때 모든 초기 조건은 0으로 가정한다.

③ 일반적으로 물리적 시스템에 대한 전달함수 분모다항식의 차수는 분자다항식의 차수보다 크거나 같다.

④ 전달함수 분모다항식의 모든 계수가 동일 부호를 갖지 않아도 시스템은 안정할 수 있다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전달함수의 정의, 물리적 전달함수의 차수 관계, 안정한 특성방정식의 계수 부호 조건을 구분할 수 있는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

전달함수: 모든 초기조건을 0으로 두었을 때 출력의 라플라스 변환을 입력의 라플라스 변환으로 나눈 값이며, 동시에 임펄스 응답의 라플라스 변환이다.
물리적 전달함수: 일반적인 물리 시스템은 분모 차수가 분자 차수보다 크거나 같은 proper 시스템 형태를 가진다.
안정 조건: 연속시간 시스템의 분모다항식이 Hurwitz 다항식이려면 계수들이 같은 부호를 가져야 하며, 보통 최고차항 계수를 양수로 정규화하면 모든 계수가 양수이어야 한다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 임펄스 입력 $\delta(t)$에 대한 출력이 임펄스 응답이고, 그 라플라스 변환이 전달함수 $G(s)$가 된다. 따라서 전달함수는 임펄스 응답의 라플라스 변환이라는 설명이 맞다.
② O: 전달함수는 정의상 초기조건을 모두 0으로 둔 뒤 구한다. 초기조건이 남아 있으면 입력-출력 고유 관계가 아니라 초기 에너지 영향까지 함께 섞인다.
③ O: 일반적인 물리 시스템은 proper 또는 strictly proper 형태이므로 분모다항식의 차수가 분자다항식의 차수보다 크거나 같다. 분자가 더 고차이면 이상적인 미분기처럼 물리적으로 바로 실현되기 어렵다.
④ X: 틀린 부분은 "모든 계수가 동일 부호를 갖지 않아도"이다. 안정한 연속시간 시스템의 특성다항식은 계수들이 같은 부호를 가져야 한다. 올바르게는 "전달함수 분모다항식의 계수는 같은 부호를 가져야 안정 가능성이 있으며, 같은 부호라는 사실만으로 안정이 충분히 보장되지는 않는다"이다.

오답 포인트

④는 '같은 부호'가 안정의 충분조건이라고 착각할 때 흔들리기 쉽다. 실제로는 같은 부호는 필요조건이고, 이것이 깨지면 바로 불안정 가능성을 의심해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

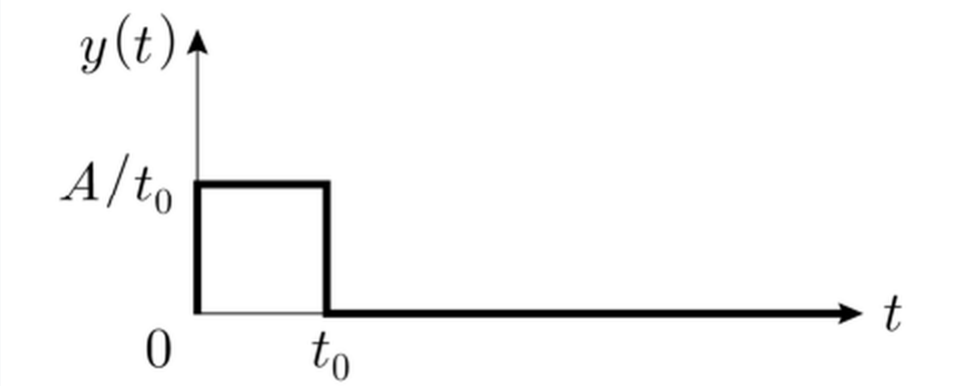
전달함수 문제는 먼저 '초기조건 0'이라는 정의를 확인하고, 다음으로 분자·분모 차수 관계를 본다. 안정성 선지가 나오면 분모다항식 계수의 부호가 모두 같은지부터 필요조건으로 먼저 점검한다.

암기 포인트

전달함수는 '초기조건 0의 입력-출력 비', 물리 시스템은 '분모 차수 ≥ 분자 차수', 안정 필요조건은 '분모 계수 동일 부호'이다.

NoteBase

문 2. 다음 함수 $y(t)$의 라플라스 변환은? (단, $t_0 > 0$이다)



① $\frac{A}{st_0}e^{st_0}$
② $\frac{A}{st_0}e^{-st_0}$
③ $\frac{A}{st_0}(1-e^{-st_0})$
④ $\frac{A}{st_0}(1+e^{st_0})$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 폭이 t_0, 높이가 A/t_0인 직사각 파형의 라플라스 변환을 적분으로 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: $0 < t < t_0$에서 $y(t) = A/t_0$, 그 밖의 구간에서는 $y(t) = 0$이다.
구해야 할 값: $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$이다.
주의할 조건: 파형이 $t = 0$에서 시작해 $t = t_0$에서 끝나므로 적분 구간은 0부터 t_0까지이다.

사용할 공식

라플라스 변환의 정의는 $Y(s) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st}dt$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 주어진 함수가 시간구간별로 직접 제시된 직사각 파형이므로 정의에 따라 0이 아닌 구간만 적분하면 바로 구할 수 있다.

NoteBase

계산 과정

1. 파형이 0이 아닌 구간만 남기면 $Y(s) = \int_0^{t_0} \frac{A}{t_0} e^{-st} dt$이다.
2. 상수를 꺼내면 $Y(s) = \frac{A}{t_0} \int_0^{t_0} e^{-st} dt$이다.
3. 적분하면 $\int e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st}$이므로
$Y(s) = \frac{A}{t_0} \left[-\frac{1}{s} e^{-st} \right]_0^{t_0} = \frac{A}{st_0} (1 - e^{-st_0})$
이 된다.

선지 판단

1번 X: $\frac{A}{st_0} e^{st_0}$는 지수 부호가 반대라서 라플라스 커널 e^{-st}와 맞지 않는다. 틀린 표현은 e^{st_0}이고, 올바르게는 $1 - e^{-st_0}$가 되어야 한다.
2번 X: $\frac{A}{st_0} e^{-st_0}$는 상한 t_0에서의 항만 남기고 하한 0에서의 항 1을 빠뜨린 식이다. 틀린 표현은 전체가 e^{-st_0}만 남은 점이고, 올바르게는 $\frac{A}{st_0}(1 - e^{-st_0})$이다.
3번 O: 적분 결과가 정확히 $\frac{A}{st_0}(1 - e^{-st_0})$이므로 옳다.
4번 X: $\frac{A}{st_0}(1 + e^{st_0})$는 지수 부호도 틀리고 감산이 아니라 가산으로 처리한 식이다. 틀린 표현은 $+e^{st_0}$이고, 올바르게는 $-e^{-st_0}$이다.

오답 포인트

직사각 파형의 면적만 보고 A/s처럼 단순화하거나, 정적분에서 하한값을 빼지 않아 e^{-st_0}만 남기는 실수가 자주 나온다. 또한 라플라스 변환의 지수항 부호를 e^{st}로 거꾸로 쓰면 1번이나 4번 같은 오답으로 흐른다.

다시 나오면 이렇게 판단

시간파형의 라플라스 변환 문제는 0이 아닌 구간을 먼저 표시한 뒤, 라플라스 정의식에 그대로 넣어 적분구간과 지수부호를 확인하면서 계산하면 된다.

암기 포인트

높이 × 폭이 A인 직사각 파형이라도 라플라스 변환은 $\frac{A}{st_0}(1 - e^{-st_0})$처럼 종료시점 정보 e^{-st_0}를 함께 가진다.

NoteBase

문 3. 단위 램프 입력(unit ramp input)에 대한 선형시불변 시스템의 출력이 $t \geq 0$에서 $y(t) = t(1 - e^{-5t})$ 일 때, 이 시스템의 전달함수는? (단, 시스템의 초기 조건은 0이다)

① $\frac{s+5}{s^2+2s+5}$
② $\frac{2s+5}{s^2+2s+5}$
③ $\frac{s+5}{s^2+10s+25}$
④ $\frac{10s+25}{s^2+10s+25}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 단위 램프 입력의 라플라스 변환을 적용해 출력 $Y(s)$로부터 전달함수 $G(s)$를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: 입력은 단위 램프이므로 $r(t) = t$, 출력은 $y(t) = t(1 - e^{-5t})$이다.
구해야 할 값: 전달함수 $G(s) = Y(s)/R(s)$이다.
주의할 조건: 초기조건이 0이므로 라플라스 변환을 그대로 적용할 수 있고, 단위 램프의 변환은 $R(s) = 1/s^2$이다.

사용할 공식

전달함수는 $G(s) = Y(s)/R(s)$이다.
또한 $\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$, $\mathcal{L}\{te^{-5t}\} = 1/(s+5)^2$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 출력식이 시간영역에서 직접 주어졌고, 입력이 단위 램프이므로 각각을 라플라스 변환한 뒤 비를 취하면 전달함수를 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 출력의 라플라스 변환은 $Y(s) = \mathcal{L}\{t(1 - e^{-5t})\} = \mathcal{L}\{t\} - \mathcal{L}\{te^{-5t}\} = 1/s^2 - 1/(s+5)^2$이다.
2. 입력이 단위 램프이므로 $R(s) = 1/s^2$이다.
3. 따라서 $G(s) = Y(s)/R(s) = (1/s^2 - 1/(s+5)^2)/(1/s^2) = 1 - s^2/(s+5)^2$이다.
4. 정리하면 $G(s) = \frac{(s+5)^2 - s^2}{(s+5)^2} = \frac{10s+25}{s^2+10s+25}$이다.

NoteBase

선지 판단

1번: X. 분모 $s^2 + 2s + 5$는 $(s + 5)^2$의 전개 결과가 아니다. $(s + 5)^2 = s^2 + 10s + 25$이어야 하므로 분모부터 틀렸다. 분자도 $s + 5$가 아니라 $10s + 25$로 고쳐야 한다.
2번: X. 분모 $s^2 + 2s + 5$가 잘못 전개되었고, 분자도 $2s + 5$가 아니라 $(s + 5)^2 - s^2 = 10s + 25$가 되어야 한다. 올바른 식은 $(10s + 25)/(s^2 + 10s + 25)$이다.
3번: X. 분모는 $s^2 + 10s + 25$로 맞지만 분자가 $s + 5$이면 $1/(s + 5)$와 같은 형태가 되어 주어진 출력식에서 나온 전달함수와 맞지 않는다. 분자는 $10s + 25$로 고쳐야 한다.
4번: O. $Y(s) = 1/s^2 - 1/(s + 5)^2$, $R(s) = 1/s^2$를 이용하면
$G(s) = Y(s)/R(s) = (10s + 25)/(s^2 + 10s + 25)$가 된다. 계산 결과와 일치하므로 옳다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 단위 램프 입력을 반영하지 않고 $Y(s)$ 자체를 전달함수로 보는 것이다. 또 $(s + 5)^2$를 $s^2 + 2s + 5$로 잘못 전개하면 1번이나 2번 같은 오답으로 바로 이어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

시간영역의 입력과 출력이 함께 주어지면 먼저 각각을 라플라스 변환하고, $G(s) = Y(s)/R(s)$를 만든 뒤 마지막에 전개와 약분이 맞는지 검산하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

단위 램프는 $1/s^2$, 지수항이 붙은 te^{-at}는 $1/(s + a)^2$, 전달함수는 항상 $Y(s)/R(s)$이다.

NoteBase

문 4. PID 제어기에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 비례(P) 제어기는 시스템의 형(type)을 증가시킨다.

② 비례미분(PD) 제어기는 시스템의 오버슈트(overshoot)를 줄일 수 있다.

③ 비례적분(PI) 제어기는 시스템의 정상상태 오차를 줄일 수 있다.

④ 비례적분미분(PID) 제어기는 시스템의 과도응답과 정상상태 응답을 동시에 개선할 수 있다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 P, PI, PD, PID 제어기가 시스템 형(type), 과도응답, 정상상태 오차에 각각 어떤 영향을 주는지를 구별하는 문제이다.

핵심 개념

P 제어는 오차에 비례한 제어입력을 주는 방식으로, 이득을 조정해 응답 특성을 바꾸지만 적분 요소를 추가하지 않으므로 시스템 형은 늘리지 않는다.
PI 제어는 적분 동작을 포함하므로 정상상태 오차를 줄이거나 없앨 수 있다.
PD 제어는 미분 동작으로 감쇠를 키워 오버슈트를 줄이고 과도응답을 개선할 수 있다.
PID 제어는 P, I, D를 함께 사용하므로 과도응답과 정상상태 성능을 함께 보완할 수 있다.

선지별 해설

① X. 틀린 부분은 '시스템의 형(type)을 증가시킨다'이다. 시스템 형은 개루프 전달함수에 포함된 적분기, 즉 원점 극의 개수로 결정되는데, P 제어는 적분기를 추가하지 않으므로 형을 증가시키지 않는다. 올바르게는 '비례(P) 제어기는 이득을 조정해 응답 특성을 바꾸지만 시스템의 형(type)은 증가시키지 않는다'이다.
② O. PD 제어는 미분 동작이 변화율에 반응하여 감쇠 효과를 키우므로 오버슈트를 줄이는 데 도움이 된다. 따라서 과도응답 개선 설명으로 옳다.
③ O. PI 제어는 적분 동작으로 오차를 누적해 보상하므로 정상상태 오차를 줄이거나 제거할 수 있다. 따라서 정상상태 오차 감소 설명으로 옳다.
④ O. PID 제어는 P, I, D를 결합한 제어기로서 D 동작은 과도응답을, I 동작은 정상상태 응답을 개선하는 방향으로 작용한다. 따라서 두 성능을 동시에 개선할 수 있다는 설명은 옳다.

오답 포인트

수험생은 P 제어가 응답을 빠르게 하거나 오차를 어느 정도 줄일 수 있다는 점만 기억하고 시스템 형까지 바뀐다고 일반화하기 쉽다. 이 문항의 함정은 성능 변화와 시스템 형 변화를 같은 것으로 섞어 놓은 데 있다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

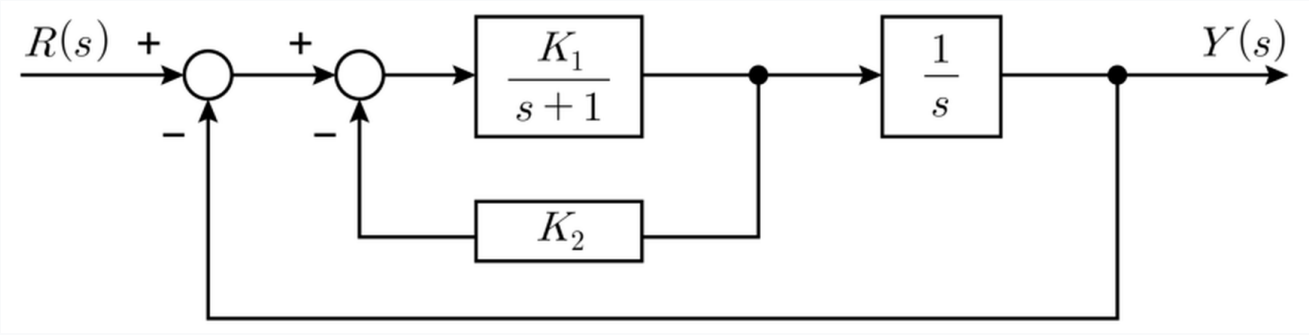
제어기 설명 문제는 먼저 적분기 추가 여부를 확인해 시스템 형 변화를 판단한다. 그다음 정상상태 오차 개선은 I 동작, 오버슈트 억제와 감쇠 증가는 D 동작으로 분리하면 빠르게 정리된다.

암기 포인트

형 증가는 I, 오버슈트 억제는 D, 기본 이득 조정은 P, 종합 보완은 PID이다.

NoteBase

문 5. 다음 폐루프 제어 시스템에서 감쇠비(damping ratio)가 0.5, 고유주파수(natural frequency)가 $2[rad/sec]$가 되기 위한 K_1과 K_2는?



① $K_1 = \frac{1}{4},\ K_2 = 4$
② $K_1 = \frac{1}{2},\ K_2 = 2$
③ $K_1 = 2,\ K_2 = \frac{1}{2}$
④ $K_1 = 4,\ K_2 = \frac{1}{4}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 블록선도의 내부 피드백과 외부 단위 피드백을 반영해 폐루프 특성방정식을 표준 2차계와 비교하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 감쇠비는 0.5, 고유주파수는 $2rad/sec$이다.
구해야 할 값: K_1과 K_2이다.
주의할 조건: K_2는 $\frac{K_1}{s+1}$ 블록의 내부 피드백이고, 출력 $Y(s)$는 외부 단위 음의 피드백이다.

사용할 공식

표준 2차계의 특성방정식은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$이다.
이 문제에서는 블록선도를 정리한 뒤 얻는 폐루프 분모를 이 식과 항별로 비교한다.

NoteBase

계산 과정

내부 피드백부터 정리하면 $u = \frac{K_1}{s+1}(e - K_2 u)$이므로 $u = \frac{K_1}{s+1+K_1K_2}e$이다.
여기에 적분기 $\frac{1}{s}$가 직렬이므로 외부 루프의 전달함수는 $G(s) = \frac{K_1}{s(s+1+K_1K_2)}$이다.
외부 단위 음의 피드백을 닫으면 폐루프 전달함수의 분모는 $s(s+1+K_1K_2) + K_1 = s^2 + (1+K_1K_2)s + K_1$이 된다.
이를 $\zeta = 0.5, \omega_n = 2$인 표준형 $s^2 + 2s + 4$와 비교하면 $K_1 = 4, 1 + K_1K_2 = 2$이다.
따라서 $4K_2 = 1$이므로 $K_2 = \frac{1}{4}$이다.

선지 판단

1번 X: $K_1 = \frac{1}{4}$이면 상수항이 $\omega_n^2 = 4$가 될 수 없다. 틀린 표현은 $K_1 = \frac{1}{4}$이고, 올바르게는 $K_1 = 4, K_2 = \frac{1}{4}$이다.
2번 X: $K_1 = \frac{1}{2}$이면 폐루프 분모의 상수항이 4가 아니라 $\frac{1}{2}$가 된다. 틀린 표현은 $K_1 = \frac{1}{2}, K_2 = 2$이고, 올바르게는 $K_1 = 4, K_2 = \frac{1}{4}$이다.
3번 X: $K_1 = 2$이면 상수항이 2가 되어 고유주파수 조건 $\omega_n^2 = 4$를 만족하지 못한다. 틀린 표현은 $K_1 = 2, K_2 = \frac{1}{2}$이고, 올바르게는 $K_1 = 4, K_2 = \frac{1}{4}$이다.
4번 O: $K_1 = 4$이면 상수항이 4가 되고, $1 + K_1K_2 = 2$에서 $K_2 = \frac{1}{4}$가 되어 감쇠비와 고유주파수 조건을 함께 만족한다.

오답 포인트

내부 피드백 K_2를 무시하고 곧바로 2차 표준형에 대입하면 s항 계수를 잘못 읽게 된다. 또 표준형에서 ω_n^2가 상수항이라는 점을 놓치면 K_1 값을 절반이나 4분의 1로 잘못 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 계산형 문제는 가장 안쪽 피드백부터 정리한 뒤 폐루프 분모를 구하고, 마지막에 s^2, s, 상수항을 표준 2차계와 항별 비교하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

표준 2차계에서 상수항은 ω_n^2, s항 계수는 $2\zeta\omega_n$이다.

NoteBase

문 6. 전달함수 $G(s)=\frac{6}{s^2+3\sqrt{3}s+10}$인 시스템에서 정현파 입력 $\sin\omega t$에 대한 정상상태 출력이 $0.5\sin(\omega t+\phi)$일 때, 주파수 $\omega[rad/sec]$와 위상 $\phi[rad]$는? (단, $\omega>0$이다)

① $\omega=2,\ \phi=-\frac{\pi}{3}$

② $\omega=2,\ \phi=-\frac{\pi}{4}$

③ $\omega=3,\ \phi=-\frac{2\pi}{3}$

④ $\omega=3,\ \phi=-\frac{\pi}{2}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 전달함수의 주파수응답 $G(j\omega)$에서 크기와 위상을 계산해 정상상태 출력의 진폭과 위상을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $G(s)=\frac{6}{s^2+3\sqrt{3}s+10}$, 입력은 $\sin\omega t$이다.
구해야 할 값: 정상상태 출력이 $0.5\sin(\omega t+\phi)$가 되게 하는 ω와 ϕ이다.
주의할 조건: 입력 진폭이 1이므로 출력 진폭 0.5는 $|G(j\omega)|=0.5$를 뜻하고, 위상은 $\angle G(j\omega)$로 구한다.

사용할 공식

$G(j\omega)=\frac{6}{(j\omega)^2+3\sqrt{3}j\omega+10}=\frac{6}{10-\omega^2+j3\sqrt{3}\omega}$
$|G(j\omega)|=\frac{6}{\sqrt{(10-\omega^2)^2+(3\sqrt{3}\omega)^2}},\qquad \phi=\angle G(j\omega)=-\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}\omega}{10-\omega^2}\right)$
이 공식을 쓰는 이유는 정현파 입력의 정상상태 출력이 주파수응답의 크기만큼 진폭이 바뀌고, 주파수응답의 위상만큼 위상이 이동하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 진폭 조건 $|G(j\omega)| = 0.5$를 대입하면
$\frac{6}{\sqrt{(10-\omega^2)^2+27\omega^2}} = 0.5$
이므로
$\sqrt{(10-\omega^2)^2+27\omega^2} = 12$
이다.

2. 양변을 제곱하면
$(10-\omega^2)^2+27\omega^2 = 144$
$\omega^4+7\omega^2-44=0$
이다. $x=\omega^2$로 두면
$x^2+7x-44=0=(x-4)(x+11)$
이므로 $\omega^2=4$이고, $\omega>0$이어서 $\omega=2$이다.

3. $\omega=2$를 위상식에 넣으면 분모는 $10-4+j6\sqrt{3}=6+j6\sqrt{3}$이다. 따라서 분모의 위상은
$\tan^{-1}\left(\frac{6\sqrt{3}}{6}\right)=\tan^{-1}(\sqrt{3})=\frac{\pi}{3}$
이고, 전달함수의 위상은 그 음수이므로
$\phi=-\frac{\pi}{3}$
이다.

선지별 해설

① O: 진폭 조건에서 $\omega=2$가 나오고, 그때 위상은 $\phi=-\pi/3$이므로 맞는 선지이다.
② X: $\omega=2$까지는 맞지만 위상이 틀리다. 분모 위상은 $\pi/3$이므로 출력 위상은 $-\pi/3$이어야 한다. 틀린 표현은 $\phi=-\pi/4$이고, 올바르게는 $\omega=2,\ \phi=-\pi/3$이다.
③ X: $\omega=3$이면 $|G(j3)|=6/\sqrt{(10-9)^2+27\cdot 9}=6/\sqrt{244}$로 0.5가 아니다. 따라서 진폭 조건부터 맞지 않는다. 틀린 표현은 $\omega=3$이고, 올바르게는 $\omega=2,\ \phi=-\pi/3$이다.
④ X: $\omega=3$이면 진폭이 0.5가 되지 않으므로 선지 전체가 틀리다. 또한 $\omega=3$일 때 위상은 정확히 $-\pi/2$도 아니다. 틀린 표현은 $\omega=3,\ \phi=-\pi/2$이고, 올바르게는 $\omega=2,\ \phi=-\pi/3$이다.

오답 포인트

진폭 조건과 위상 조건을 한 번에 감으로 고르면 오답이 된다. 특히 $\omega=2$를 찾은 뒤 분모의 위상을 그대로 쓰고 부호를 바꾸지 않으면 ②로 틀리기 쉽고, $10-\omega^2$가 작아지는 모습을 보고 $\omega=3$을 대입해 ④처럼 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

전달함수의 정현파 정상상태 문제는 먼저 $s=j\omega$를 대입해 $|G(j\omega)|$로 진폭 조건을 맞추고, 그다음 $\angle G(j\omega)$로 위상을 구하는 순서로 판단한다. 분모 위상을 구한 뒤 전달함수 위상은 부호가 반대로 붙는다는 점까지 확인하면 된다.

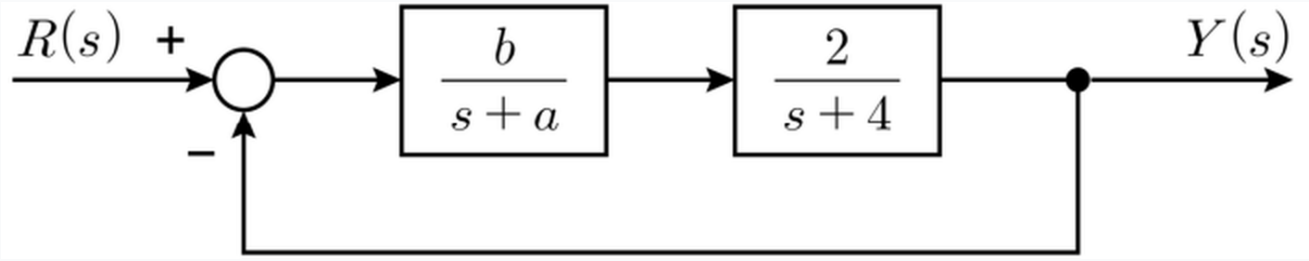
NoteBase

암기 포인트

정현파 정상상태는 출력 진폭=|G(jω)|, 출력 위상= G(jω)이다.

NoteBase

문 7. 다음 피드백 제어 시스템에서 속도오차상수(velocity error constant)가 $K_v = 1$일 때, $a + b$는?



① 0

② $\frac{1}{2}$

③ 2

④ 4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단위 피드백 제어계의 속도오차상수 K_v 조건으로 원점극 존재 여부와 이득 b를 구한 뒤 $a + b$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 개루프 전달함수는 $G(s) = \frac{b}{s+a} \cdot \frac{2}{s+4} = \frac{2b}{(s+a)(s+4)}$이다.
구해야 할 값은 $a + b$이다.
속도오차상수 K_v가 1이려면 시스템이 1형이어야 하므로 원점에 극이 1개 있어야 한다.

사용할 공식

단위 피드백계의 속도오차상수는 $K_v = \lim_{s \to 0} sG(s)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 속도오차상수가 램프 입력에 대한 정상상태 오차를 결정하는 상수이기 때문이다.

계산 과정

1. K_v가 유한한 1이 되려면 $G(s)$가 원점극 1개를 가져야 하므로 $s + a = s$, 즉 $a = 0$이다.
2. 따라서 $G(s) = \frac{2b}{s(s+4)}$이다.
3. $K_v = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{2b}{s(s+4)} = \frac{2b}{4} = \frac{b}{2}$이다.
4. $K_v = 1$이므로 $\frac{b}{2} = 1$, 따라서 $b = 2$이다.
5. 그러므로 $a + b = 0 + 2 = 2$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 제시값 0은 $a+b=0$이라는 뜻인데, $K_v=1$을 만족하면 $a=0, b=2$이므로 올바르게는 $a+b=2$이다.
2번 X: 제시값 $\frac{1}{2}$는 $\frac{b}{2}=1$에서 관계를 거꾸로 읽은 오답이다. 올바르게는 $b=2$이므로 $a+b=2$이다.
3번 O: $a=0, b=2$이므로 $a+b=2$가 되어 정답이다.
4번 X: 제시값 4는 블록 이득 2를 빠뜨리고 $K_v=\frac{b}{4}$처럼 계산할 때 나오는 오답이다. 올바르게는 $K_v=\frac{2b}{4}=\frac{b}{2}$이므로 $a+b=2$이다.

오답 포인트

속도오차상수 문제에서 먼저 시스템 형을 보지 않고 곧바로 수치만 대입하면 틀리기 쉽다. 이 문제의 핵심 함정은 원점극 조건을 놓치거나 전달함수의 이득 2를 계산에서 빠뜨리는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

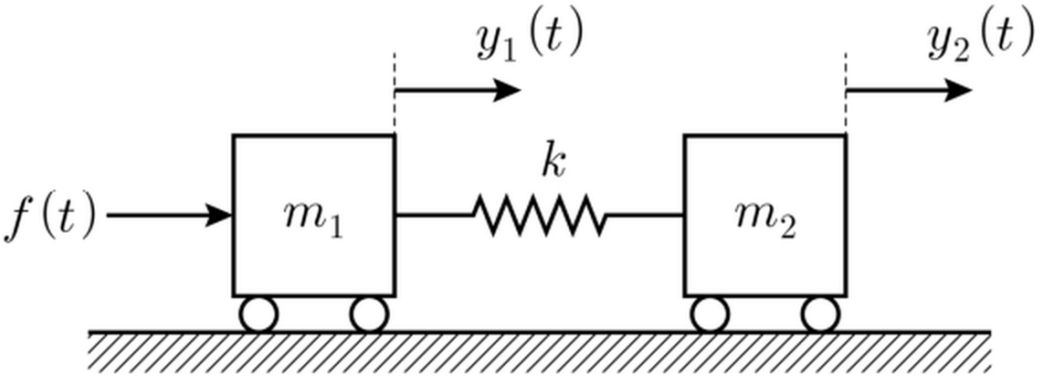
오차상수 문제는 먼저 K_p, K_v, K_a 중 무엇인지 보고 필요한 시스템 형을 판단한 뒤, 원점극 개수를 맞추고 마지막에 $\lim_{s\to 0}$ 공식을 적용해 미지수를 구하면 된다.

암기 포인트

K_v가 유한한 상수이면 1형 시스템인지 먼저 확인하고, 그다음 $K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)$로 이득을 계산한다.

NoteBase

문 8. 그림과 같이 질량 m_1과 m_2, 스프링 상수 k로 구성된 질량-스프링 시스템에서 힘 $f(t)$에서 변위 $y_2(t)$까지의 전달함수는? (단, 질량과 바퀴, 바퀴와 지면 사이의 마찰은 무시하며 시스템은 수평으로 움직인다)



① $\frac{k}{(m_1+m_2)s^2+km_1m_2}$
② $\frac{k}{m_1m_2s^2+k(m_1+m_2)}$
③ $\frac{k}{(m_1+m_2)s^4+km_1m_2s^2}$
④ $\frac{k}{m_1m_2s^4+k(m_1+m_2)s^2}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 두 질량-스프링 계의 운동방정식을 세우고 라플라스 변환으로 $F(s)$에서 $Y_2(s)$까지의 전달함수를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값은 질량 m_1, m_2, 스프링 상수 k, 입력힘 $f(t)$이다.
구해야 할 값은 $G(s) = Y_2(s)/F(s)$이다.
질량과 바퀴, 바퀴와 지면 사이의 마찰이 없으므로 감쇠항은 없고 스프링 힘만 두 질량 사이에 작용한다.

사용할 공식

각 질량에 뉴턴의 운동법칙을 적용하면 $m_1y_1'' = f - k(y_1 - y_2), m_2y_2'' = k(y_1 - y_2)$가 된다.
이 식을 쓰는 이유는 도식이 감쇠기 없는 2자유도 질량-스프링 계이므로 각 질량에 작용하는 힘의 합을 바로 운동방정식으로 세울 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 라플라스 변환을 하면 $m_1 s^2 Y_1 = F - k(Y_1 - Y_2)$, $m_2 s^2 Y_2 = k(Y_1 - Y_2)$가 된다.
2. 두 번째 식에서 $k(Y_1 - Y_2) = m_2 s^2 Y_2$이므로 $Y_1 = Y_2 + (m_2 s^2/k) Y_2$가 된다.
3. 이를 첫 번째 식에 대입하면 $F = m_1 s^2 Y_1 + m_2 s^2 Y_2 = [(m_1 + m_2)s^2 + (m_1 m_2/k)s^4] Y_2$가 된다.
4. 따라서 $Y_2/F = 1/[(m_1 + m_2)s^2 + (m_1 m_2/k)s^4] = k/[m_1 m_2 s^4 + k(m_1 + m_2)s^2]$가 된다.

선지 판단

1번: X. 분모가 $(m_1 + m_2)s^2 + k m_1 m_2$이면 s^4 항이 없어 두 질량의 관성항이 빠진다. 틀린 표현은 분모에서 $m_1 m_2 s^4$를 누락한 부분이며, 올바르게는 $m_1 m_2 s^4 + k(m_1 + m_2)s^2$가 되어야 한다.
2번: X. 분모의 첫 항을 $m_1 m_2 s^2$로 쓰면 두 질량의 이차 미분 효과가 한 번만 반영되어 차수가 부족하다. 틀린 표현은 $m_1 m_2 s^2$이며, 올바르게는 $m_1 m_2 s^4$이다.
3번: X. $(m_1 + m_2)s^4 + k m_1 m_2 s^2$는 질량합과 질량곱이 붙는 위치가 서로 뒤바뀌었다. 틀린 표현은 $(m_1 + m_2)s^4$와 $k m_1 m_2 s^2$의 조합이며, 올바르게는 $m_1 m_2 s^4 + k(m_1 + m_2)s^2$이다.
4번: O. 연립 운동방정식을 제거하면 $Y_2/F = k/[m_1 m_2 s^4 + k(m_1 + m_2)s^2]$가 되어 선택지와 일치한다.

오답 포인트

두 질량이 있으면 관성항이 곱 형태로 결합되어 $m_1 m_2 s^4$가 생긴다는 점을 놓치기 쉽다. 또한 스프링항은 $k(m_1 + m_2)s^2$로 묶이는데, 이를 질량곱과 뒤바꾸면 3번 같은 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

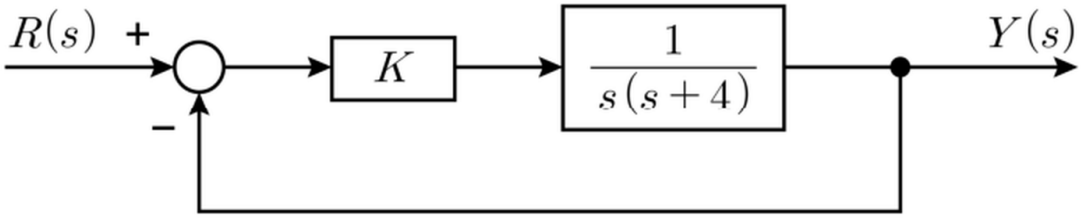
질량-스프링 전달함수 문제는 각 질량의 운동방정식을 먼저 세우고, 출력 변수 하나만 남기도록 연립 제거한 뒤, 분모 차수가 자유도 수의 두 배인지 확인하면 안정적으로 판단할 수 있다.

암기 포인트

감쇠가 없는 2질량-1스프링 계에서 전달함수 분모는 관성항 $m_1 m_2 s^4$와 스프링항 $k(m_1 + m_2)s^2$의 합으로 정리된다.

NoteBase

문 9. 다음 피드백 제어 시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $K > 0$이다)



① 폐루프 제어 시스템의 특성방정식(characteristic equation)은 $s^2 + 4s + K = 0$이다.

② K가 증가할수록 폐루프 제어 시스템은 진동이 심해지고 불안정하게 된다.

③ $0 < K < 4$에서 폐루프 제어 시스템은 과감쇠(overdamped)이다.

④ $K > 4$에서 K가 증가할수록 극점(pole)은 원점에서 멀어진다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단위 음의 되먹임 제어계의 폐루프 특성방정식 $s^2 + 4s + K = 0$을 구하고, K 값에 따른 감쇠 특성과 극점 위치를 해석하는 문제이다.

조건 정리

주어진 개루프 전달함수는 $G(s) = \frac{K}{s(s+4)}$이고 피드백은 단위 음의 되먹임이다.
폐루프 특성방정식은 $1 + G(s) = 0$에서 구한다.
표준 2차식 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$와 비교하면 $\omega_n^2 = K$, $2\zeta\omega_n = 4$이다.

사용할 공식

$1 + \frac{K}{s(s+4)} = 0 \Rightarrow s^2 + 4s + K = 0$
$s = -2 \pm \sqrt{4 - K} \quad (0 < K < 4), \qquad s = -2 \pm j\sqrt{K - 4} \quad (K > 4)$
이 식으로 특성방정식, 감쇠 형태, 극점의 이동 방향을 함께 판단할 수 있다.

계산 과정

1. 단위 음의 되먹임이므로 폐루프 특성방정식은 $1 + \frac{K}{s(s+4)} = 0$이다.
2. 이를 정리하면 $s(s+4) + K = 0$, 즉 $s^2 + 4s + K = 0$이다.
3. $0 < K < 4$이면 $s = -2 \pm \sqrt{4 - K}$로 서로 다른 두 실극점을 가지므로 과감쇠이다.
4. $K = 4$이면 중근 $s = -2$이고, $K > 4$이면 $s = -2 \pm j\sqrt{K - 4}$로 실수부는 항상 -2여서 안정이며 허수부만 커져 진동성만 증가한다.
5. $K > 4$에서 극점의 크기는 $|s| = \sqrt{(-2)^2 + (\sqrt{K-4})^2} = \sqrt{K}$이므로 K가 커질수록 원점에서 멀어진다.

NoteBase

선지별 해설

① O
폐루프 특성방정식은 $s(s+4)+K=0$이므로 $s^2+4s+K=0$가 맞다.

② X
K가 증가하면 감쇠비 $\zeta=\frac{2}{\sqrt{K}}$가 작아져 진동성은 커진다. 그러나 $K>0$에서 특성방정식 $s^2+4s+K=0$의 계수는 모두 양수이고, 극점의 실수부도 항상 음수이므로 폐루프 시스템은 불안정해지지 않는다.
틀린 표현은 "불안정하게 된다"이다. 올바르게는 "K가 증가할수록 진동성은 커지지만 $K>0$에서는 안정이다"이다.

③ O
$0<K<4$이면 판별식 $16-4K=4(4-K)>0$이므로 서로 다른 두 실극점을 가진다. 2차계에서 이는 과감쇠에 해당하므로 옳다.

④ O
$K>4$이면 극점은 $-2\pm j\sqrt{K-4}$이다. 실수부는 고정이고 허수부 절댓값이 커지므로 극점의 원점으로부터 거리는 $\sqrt{K}$로 증가한다. 따라서 K가 커질수록 극점은 원점에서 멀어진다.

오답 포인트

②는 "진동이 심해진다"와 "불안정해진다"를 같은 뜻처럼 묶어 놓은 함정이다. 이 문항의 핵심은 진동성 증가와 안정성 판단을 분리하는 데 있다. 실수부가 계속 음수이면 진동이 커져도 불안정이라고 볼 수 없다.

다시 나오면 이렇게 판단

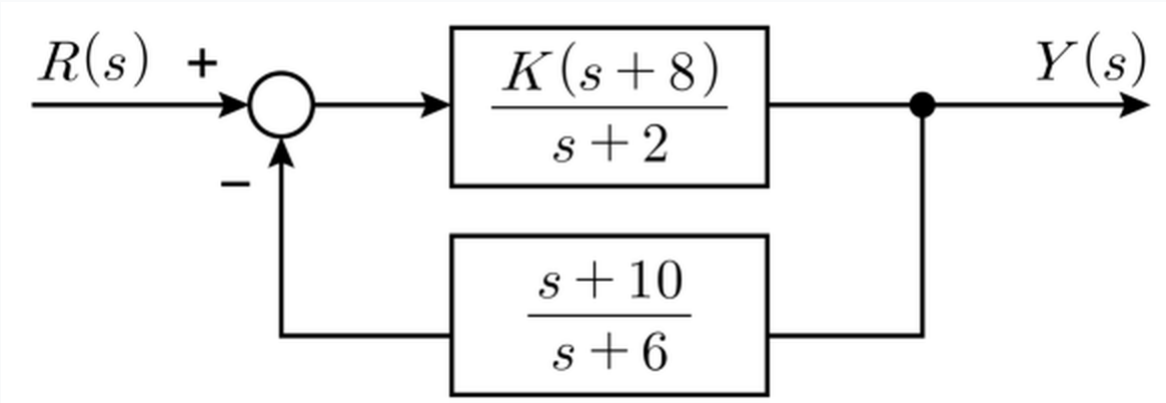
되먹임 제어 문항은 먼저 $1+G(s)H(s)=0$으로 특성방정식을 만든다. 그다음 2차 표준형이나 판별식으로 감쇠 형태를 보고, 마지막으로 극점의 실수부와 허수부 변화를 나누어 안정성과 진동성을 각각 판단한다.

암기 포인트

2차 제어계는 "특성방정식, 판별식, 극점 실수부" 순서로 본다. 진동성 증가와 불안정은 동일하지 않다.

NoteBase

문 10. 다음 폐루프 제어 시스템에서 근궤적에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $K > 0$이다)



① 근궤적의 가지(branch)는 2개이다.

② 근궤적은 $s = -2, -6$에서 출발한다.

③ 근궤적의 점근선은 없다.

④ $s = -1$은 근궤적상에 존재한다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 폐루프 특성방정식을 만들고, 열린루프 극과 영점을 기준으로 근궤적의 가지 수, 출발점, 점근선, 실축 존재 구간을 판단하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① O

- 근궤적의 가지 수는 열린루프 극의 개수와 같다. 특성방정식은 $1+K\frac{(s+8)(s+10)}{(s+2)(s+6)}=0$이고 열린루프 극은 $s=-2,\ -6$ 두 개이므로 가지도 2개이다.

② O

- $K=0$에서 근궤적은 열린루프 극에서 출발한다. 따라서 출발점은 $s=-2, s=-6$이다.

③ O

- 열린루프 극의 수와 영점의 수가 모두 2개이므로 $n-m=0$이다. 무한대로 가는 가지가 없어서 점근선도 존재하지 않는다.

④ X

- $s=-1$을 대입하면 $K=-\frac{(-1+2)(-1+6)}{(-1+8)(-1+10)}=-\frac{5}{63}<0$가 되어 조건 $K>0$를 만족하지 않는다. 또한 실축 근궤적은 오른쪽에 있는 열린루프 극과 영점의 개수가 홀수인 구간인 $(-10,\ -8), (-6,\ -2)$에서만 존재하므로 $s=-1$은 근궤적 위에 있지 않다.
- 틀린 표현은 "$s=-1$은 근궤적상에 존재한다"이고, 올바르게는 "$s=-1$은 근궤적상에 존재하지 않는다"이다.

오답 포인트

실축 근궤적은 눈대중으로 찍는 것이 아니라 실축 구간 판정 규칙으로 확인해야 한다. ④처럼 $s=-1$은 극 -2의 오른쪽에 있어 실축 근궤적 구간이 아닌데, 단순히 실수축 위의 점이라는 이유로 포함된다고 착각하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

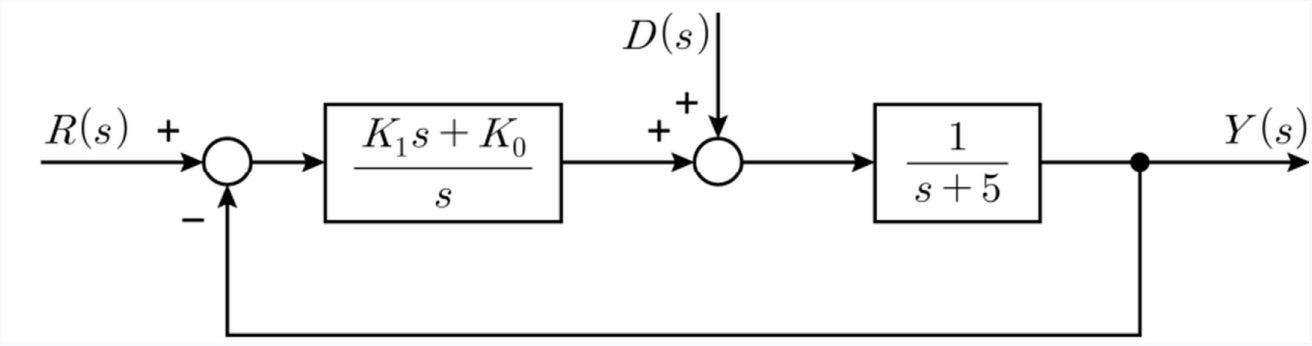
먼저 폐루프 특성방정식을 $1+KG(s)H(s)=0$ 꼴로 정리하고 열린루프 극과 영점을 적는다. 그다음 가지 수는 극의 개수, 출발점은 극, 점근선 수는 $n-m$, 실축 포함 여부는 해당 점의 오른쪽에 있는 극과 영점의 개수 홀짝으로 판단한다.

암기 포인트

근궤적은 극에서 출발해 영점으로 끝나며, 실축에서는 오른쪽 극·영점 개수가 홀수인 구간만 지난다.

NoteBase

문 11. 다음 폐루프 제어 시스템에서 기준입력 $r(t)$는 0, 외란 $d(t)$는 단위계단 함수일 때, 시스템의 출력이 $t \geq 0$에서 $y(t) = 0.2e^{-5t}\sin 5t$이다. 제어 이득 K_0와 K_1은? (단, $R(s)$, $D(s)$, $Y(s)$는 각각 $r(t)$, $d(t)$, $y(t)$의 라플라스 변환이고, 시스템의 초기 조건은 0이다)



① K_0: 25, K_1: 5

② K_0: 25, K_1: 10

③ K_0: 50, K_1: 5

④ K_0: 50, K_1: 10

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 외란 입력에 대한 폐루프 전달함수의 분모를 주어진 시간응답의 라플라스 분모와 일치시키는 계산형 문제이다.

조건 정리

주어진 조건: $R(s) = 0, D(s) = 1/s$, 제어기 $G_c(s) = \frac{K_1 s + K_0}{s}$, 플랜트 $G_p(s) = \frac{1}{s+5}$이다.
구해야 할 값: K_0, K_1이다.
주의할 조건: 외란은 제어기 뒤 합점에 더해지므로 기준입력 응답이 아니라 외란응답 $Y(s)/D(s)$를 구해야 한다.

사용할 공식

외란 입력에 대한 출력은 $Y(s) = G_p(s)\{D(s) - G_c(s)Y(s)\}$로 놓고 정리한다.
따라서 $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} = \frac{s}{s^2 + (5 + K_1)s + K_0}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 기준입력 $r(t)$가 0이어서 출력이 외란 경로만으로 결정되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $D(s) = 1/s$이므로 $Y(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} D(s) = \frac{1}{s^2 + (5 + K_1)s + K_0}$이다.
2. 주어진 $y(t) = 0.2e^{-5t}\sin 5t$의 라플라스 변환은 $Y(s) = 0.2 \cdot \frac{5}{(s+5)^2 + 25} = \frac{1}{s^2 + 10s + 50}$이다.
3. 두 분모를 비교하면 $5 + K_1 = 10$, $K_0 = 50$이므로 $K_1 = 5$, $K_0 = 50$이다.

선지 판단

1번 X: ①은 $K_0 = 25$, $K_1 = 5$이므로 분모가 $s^2 + 10s + 25$가 된다. 주어진 응답의 분모 $s^2 + 10s + 50$와 상수항이 다르다. 틀린 표현은 $K_0 = 25$이고, 올바르게는 $K_0 = 50$이다.
2번 X: ②는 $K_0 = 25$, $K_1 = 10$이므로 분모가 $s^2 + 15s + 25$가 된다. s의 계수와 상수항이 모두 맞지 않는다. 틀린 표현은 $K_1 = 10$, $K_0 = 25$이고, 올바르게는 $K_1 = 5$, $K_0 = 50$이다.
3번 O: ③은 $K_0 = 50$, $K_1 = 5$이므로 분모가 $s^2 + 10s + 50$가 되어 주어진 $Y(s)$와 정확히 일치한다.
4번 X: ④는 $K_0 = 50$, $K_1 = 10$이므로 분모가 $s^2 + 15s + 50$가 된다. 상수항은 맞지만 s의 계수가 커서 감쇠항이 달라진다. 틀린 표현은 $K_1 = 10$이고, 올바르게는 $K_1 = 5$이다.

오답 포인트

외란이 제어기 앞에 들어가는 것으로 착각하면 전달함수를 잘못 세우게 된다. 또한 $0.2e^{-5t}\sin 5t$에서 $0.2 \times 5 = 1$이 되어 분자가 1로 정리된다는 점을 놓치면 분모 계수 비교가 흐려진다.

다시 나오면 이렇게 판단

외란응답 문제는 외란이 더해지는 합점 기준으로 $Y(s)/D(s)$를 먼저 구한 뒤, 주어진 시간응답을 라플라스로 바꾸고 분모 계수를 직접 비교하면 된다.

암기 포인트

제어기 뒤 외란의 폐루프 응답은 $Y/D = G_p/(1 + G_pG_c)$ 형태가 되고, $e^{-at}\sin bt$ 응답은 분모가 $(s + a)^2 + b^2$로 정리된다.

NoteBase

문 12. 특성방정식 $s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 8s + 16 = 0$을 갖는 시스템에 Routh-Hurwitz 판별법을 적용할 때, 시스템의 안정도와 시스템이 갖는 우반평면 극점의 개수는?

① 안정도: 안정, 우반평면 극점 수: 0

② 안정도: 임계 안정, 우반평면 극점 수: 0

③ 안정도: 불안정, 우반평면 극점 수: 1

④ 안정도: 불안정, 우반평면 극점 수: 2

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 Routh-Hurwitz 판별법에서 Routh 배열의 첫 열 부호 변화 수로 우반평면 극점 수를 구하고 시스템 안정도를 판단할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 특성방정식은 $s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 8s + 16 = 0$이다.
구해야 할 값은 시스템의 안정도와 우반평면 극점 수이다.
이 식은 Routh 배열을 만들면 s^3행이 전부 0이 되는 특이형이므로 보조다항식을 사용해야 한다.

사용할 공식

Routh 배열의 첫 열에서 부호가 바뀌는 횟수는 우반평면 극점 수와 같다.
이 문제는 s^3행이 0이므로 s^4행으로 만든 보조다항식 $A(s) = 2s^4 + 10s^2 + 16$의 도함수 $A'(s) = 8s^3 + 20s$를 s^3행에 넣어 계산한다.

계산 과정

Routh 배열의 앞부분은 $[s^5 : 1, 5, 8; s^4 : 2, 10, 16; s^3 : 0, 0, 0]$이다.
s^3행이 전부 0이므로 보조다항식 $A(s) = 2s^4 + 10s^2 + 16$를 만들고, 도함수 $A'(s) = 8s^3 + 20s$로 s^3행을 대체한다.
그러면 이어지는 배열은 $[s^5 : 1, 5, 8; s^4 : 2, 10, 16; s^3 : 8, 20, 0; s^2 : 5, 16, 0; s^1 : -\frac{28}{5}, 0, 0; s^0 : 16]$이다.
첫 열은 $1, 2, 8, 5, -\frac{28}{5}, 16$이므로 부호 변화는 2번이다.
따라서 우반평면 극점은 2개이고, 우반평면 극점이 존재하므로 시스템은 불안정이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 안정이라고 한 부분과 우반평면 극점 수를 0으로 둔 부분이 모두 틀리다. 첫 열에서 부호 변화가 2번 나오므로 올바르게는 불안정, 우반평면 극점 2개이다.
2번 X: 임계 안정은 보통 우반평면 극점이 없고 허수축 극점이 경계에 놓이는 경우를 뜻하는데, 이 문항은 우반평면 극점이 2개라서 해당하지 않는다. 올바르게는 임계 안정이 아니라 불안정이다.
3번 X: 불안정이라는 판단은 맞지만 우반평면 극점 수를 1개로 본 부분이 틀리다. 올바르게는 불안정, 우반평면 극점 2개이다.
4번 O: Routh 배열 첫 열의 부호 변화가 2번이므로 우반평면 극점은 2개이다. 우반평면 극점이 존재하므로 시스템은 불안정이며 이 선지가 맞다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 s^3행이 전부 0이 되는 순간을 임계 안정으로 바로 오해하는 데 있다. 전행 0은 보조다항식 처리 단계가 추가된다는 뜻일 뿐이며, 그다음 첫 열의 부호 변화를 끝까지 세어야 우반평면 극점 수를 정확히 구할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

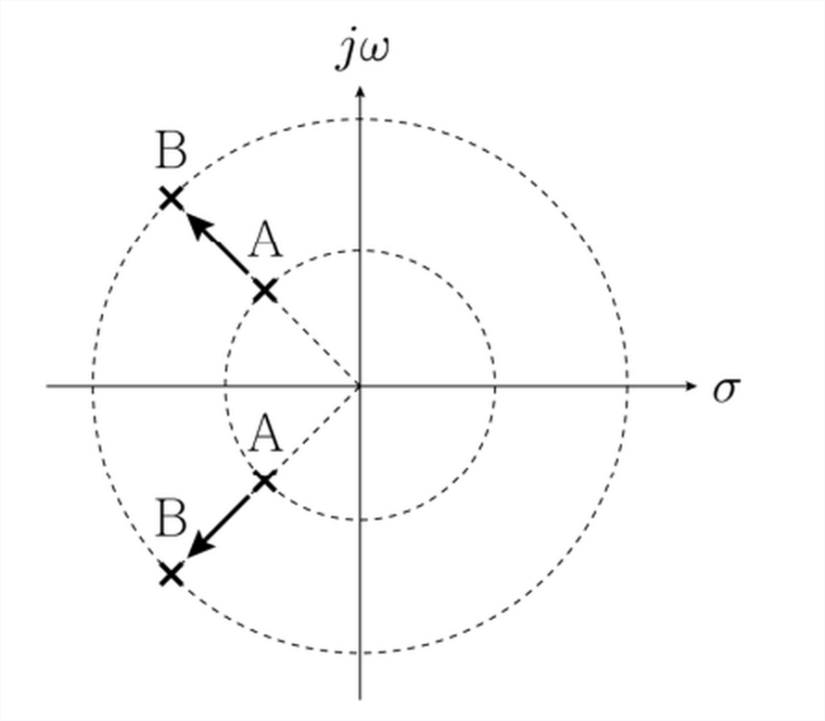
Routh 문제는 계수를 배열한 뒤 첫 열만 대충 보지 않고 끝행까지 계산한다. 중간에 한 행이 전부 0이면 바로 앞행으로 보조다항식을 만들고 도함수 행으로 복원한 다음, 마지막에 첫 열의 부호 변화 수를 세어 안정도와 우반평면 극점 수를 함께 판단한다.

암기 포인트

Routh 첫 열 부호 변화 수는 우반평면 극점 수와 같고, 전행 0이 나오면 보조다항식의 도함수로 다음 행을 복원한다.

NoteBase

문 13. 공액 복소수(complex conjugate) 형태의 극점을 갖는 2차 표준형 시스템에서 극점을 A에서 B로 이동할 때, 시스템의 단위 계단 응답에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 상승시간(rise time)은 단축된다.

② 정착시간(settling time)은 단축된다.

③ 최고시간(peak time)은 단축된다.

④ 최대 오버슈트(maximum overshoot)는 감소한다.

정답 4번

출제 포인트

복소 공액 극점이 같은 각도를 유지한 채 원점에서 멀어지면 감쇠비 ζ는 일정하고 고유진동수 ω_n는 커진다는 점, 그리고 그에 따라 시간응답 항목 중 무엇이 변하고 무엇이 변하지 않는지를 묻는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
같은 각도에서 바깥쪽으로 이동하면 ω_n가 증가하므로 상승시간은 짧아진다. 틀린 표현이 없다.

② O
정착시간은 보통 $t_s \approx 4/(\zeta\omega_n)$로 본다. 이 문제에서는 ζ가 같고 ω_n만 커지므로 정착시간은 단축된다. 틀린 표현이 없다.

③ O
최고시간은 $t_p = \pi/\omega_d$, $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ 이다. ζ가 일정하면 ω_d가 커지므로 최고시간은 단축된다. 틀린 표현이 없다.

④ X
최대 오버슈트는 $M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$로 감쇠비 ζ에만 의해 결정된다. 이 도식에서는 극점의 각도가 같아 ζ가 변하지 않으므로 최대 오버슈트는 감소하지 않는다. 틀린 표현은 '감소한다'이고, 올바르게는 '최대 오버슈트는 변하지 않는다'이다.

오답 포인트

극점이 왼쪽으로 더 멀어지면 모든 응답 특성이 무조건 좋아진다고 묶어서 판단하기 쉽다. 그러나 같은 반직선 위 이동은 감쇠비를 바꾸지 않으므로 오버슈트처럼 ζ만 보는 항목은 그대로이고, 속도 관련 시간지표만 짧아진다.

다시 나오면 이렇게 판단

복소극점 이동 그림이 나오면 먼저 이동 방향을 본다. 같은 각도에서 반지름만 커지면 ζ 일정, ω_n 증가로 판단하고, 시간항목 t_r, t_s, t_p는 감소하며 최대 오버슈트는 변하지 않는다고 정리하면 된다.

암기 포인트

같은 각도에서 바깥쪽 이동은 감쇠비 고정, 속도 증가, 오버슈트 불변이다.

NoteBase

문 14. 다음과 같은 상태공간 방정식에서 $t = 1$일 때의 상태벡터 $x(1)$은?

x(t)=bmatrix0 & 1 \ -1 & -2bmatrixx(t), x(0)=bmatrix1 \ 0bmatrix

① bmatrixe^-1 \ -e^-1bmatrix

② bmatrix2e^-1 \ -e^-1bmatrix

③ bmatrixe^-1 \ e^-1bmatrix

④ bmatrix2e^-1 \ e^-1bmatrix

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 중복고유값을 갖는 상태방정식에서 e^{At}를 구해 $x(1)$을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $A = [0, 1; -1, -2], x(0) = [1; 0]$이다.
구해야 할 값: $x(1)$이다.
주의할 조건: A의 고유값은 -1의 중근이므로 $e^{-t}I$처럼 단순 처리하면 안 되고, 중근에서 생기는 t항을 함께 반영해야 한다.

사용할 공식

공식은 $x(t) = e^{At}x(0)$이다.
$B = A + I = [1, 1; -1, -1]$로 두면 $B^2 = 0$이므로
$e^{At} = e^{(-I+B)t} = e^{-t}e^{Bt} = e^{-t}(I + tB)$
가 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 행렬이 -1의 중근을 가지는 Jordan 형태라서 지수행렬이 e^{-t}만으로 끝나지 않고 nilpotent 항의 t배가 추가되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $A+I=[1,1;\ -1,\ -1]$이고 $(A+I)^2=0$이다.
2. 따라서
$e^{At}=e^{-t}(I+t(A+I))=e^{-t}[1+t,t;\ -t,1-t]$
이다.
3. 여기에 $x(0)=[1;0]$를 곱하면
$x(t)=e^{-t}[1+t;\ -t]$
이다.
4. $t=1$을 대입하면
$x(1)=e^{-1}[2;\ -1]=[2e^{-1};\ -e^{-1}]$
이다.

선지별 해설

① X. 첫째 성분이 e^{-1}로 되어 있는데 실제 계산값은 $2e^{-1}$이다. $[e^{-1};\ -e^{-1}]$가 아니라 $[2e^{-1};\ -e^{-1}]$이어야 한다. 이는 중근에서 생기는 t항을 빠뜨릴 때 나오는 오답이다.
② O. 계산 결과 $x(1)=[2e^{-1};\ -e^{-1}]$와 정확히 일치하므로 옳다.
③ X. 첫째 성분의 계수와 둘째 성분의 부호가 모두 틀렸다. $[e^{-1};e^{-1}]$가 아니라 $[2e^{-1};\ -e^{-1}]$이어야 한다.
④ X. 첫째 성분은 맞지만 둘째 성분의 부호가 틀렸다. $[2e^{-1};e^{-1}]$가 아니라 $[2e^{-1};\ -e^{-1}]$이어야 한다.

오답 포인트

고유값이 -1의 중근이라는 이유만으로 $e^{At}=e^{-t}I$처럼 처리하면 첫째 성분의 t항을 놓치게 된다. 또 둘째 성분은 $-te^{-t}$이므로 부호를 반대로 적는 실수가 자주 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태방정식 계산형은 먼저 고유값의 중복 여부와 Jordan 형태를 확인한 뒤 $x(t)=e^{At}x(0)$를 세운다. 중근이면 $e^{\lambda t}$만 보지 말고 nilpotent 항에서 나오는 t배를 함께 계산해 선지와 대조한다.

암기 포인트

중근 Jordan 블록은 $e^{At}=e^{\lambda t}(I+tN)$ 꼴이 된다.

NoteBase

문 15. 전달함수 $G(s)=\frac{as^2+bs+c}{s^3+ds^2+es+f}$를 가제어표준형(controllable canonical form)의 상태공간 방정식으로 바꾸면 다음과 같다. $a+d$는?

x(t) = bmatrix 0 & 1 & 0 \ 0 & 0 & 1 \ -4 & -3 & -2 bmatrix x(t) + bmatrix 0 \ 0 \ 1 bmatrix u(t)
y(t) = bmatrix 2 & 1.5 & 1 bmatrix x(t)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 가제어표준형의 상태공간식에서 분모 계수와 분자 계수가 어떻게 대응되는지를 이용해 $a+d$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 상태방정식의 상태행렬은 마지막 행이 $-4,\ -3,\ -2$이다.
출력행렬은 [21.51]이다.
구해야 할 값은 전달함수 분자 계수 a와 분모 계수 d의 합이다.

사용할 공식

가제어표준형에서
$A=[0,1,0;0,0,1;\ -f,\ -e,\ -d],\quad B=[0;0;1]$
이므로 분모는 s^3+ds^2+es+f가 된다.
또한 $C=[cba]$이면 분자는 as^2+bs+c가 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 전달함수를 바로 주지 않고 가제어표준형 상태공간식으로 바꾸어 제시했기 때문이다.

계산 과정

마지막 행 $[-4,\ -3,\ -2]$를 분모 계수와 대응시키면 $f=4, e=3, d=2$이다.
출력행렬 [21.51]를 분자 as^2+bs+c와 대응시키면 $c=2, b=1.5, a=1$이다.
따라서
$a+d=1+2=3$
이다.

NoteBase

선지 판단

1번 O: $a + d = 3$이므로 옳다.
2번 X: ②의 "4"가 틀렸고, 올바르게는 "3"이다. 이 값은 $d = 2$에 $a = 1$을 더해야 하는데 a를 잘못 읽으면 나온다.
3번 X: ③의 "5"가 틀렸고, 올바르게는 "3"이다. 마지막 행의 절댓값을 기계적으로 더하면 $2 + 3 = 5$처럼 잘못 판단할 수 있지만 a는 출력행렬에서 읽어야 한다.
4번 X: ④의 "6"이 틀렸고, 올바르게는 "3"이다. 분모 계수와 분자 계수의 대응 순서를 혼동해 여러 수를 한꺼번에 더한 오답이다.

오답 포인트

가제어표준형에서는 분모 계수는 상태행렬의 마지막 행에서, 분자 계수는 출력행렬 C에서 읽는다. 두 정보를 같은 곳에서 읽는다고 생각하면 ②, ③, ④ 같은 오답으로 흐른다.

다시 나오면 이렇게 판단

가제어표준형 문제는 먼저 상태행렬 마지막 행으로 d, e, f를 읽고, 그다음 출력행렬 C로 a, b, c를 읽는 순서로 판단한다. 분모와 분자의 계수 출처를 분리하면 실수가 줄어든다.

암기 포인트

가제어표준형은 마지막 행이 분모 계수, $C = [cba]$가 분자 계수 순서이다.

NoteBase

문 16. 다음과 같이 $x(t) = Pz(t)$를 이용하여 상태공간 방정식 (가)를 (나)로 상사변환(similarity transformation)할 때, 행렬 P로 적합한 것은?

(가) x(t) = bmatrix 0 & 1 \ -2 & -3 bmatrix x(t) + bmatrix 0 \ 1 bmatrix u(t)
y(t) = bmatrix 3 & 1 bmatrix x(t)
(나) z(t) = bmatrix -1 & 0 \ 0 & -2 bmatrix z(t) + bmatrix 1 \ -1 bmatrix u(t)
y(t) = bmatrix 2 & 1 bmatrix z(t)

① bmatrix -1 & 0 \ 0 & -2 bmatrix
② bmatrix 1 & 1 \ -2 & -1 bmatrix
③ bmatrix 1 & 1 \ -1 & -2 bmatrix
④ bmatrix -2 & 0 \ 0 & -1 bmatrix

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 $x(t) = Pz(t)$인 상사변환에서 $P^{-1}AP$, $P^{-1}B$, CP를 동시에 맞추는 행렬 P를 찾는 문제이다.

조건 정리

주어진 상태방정식은 $A = [0, 1; -2, -3]$, $B = [0; 1]$, $C = [3, 1]$이다.
(나)의 목표 형태는 $\bar{A} = [-1, 0; 0, -2]$, $\bar{B} = [1; -1]$, $\bar{C} = [2, 1]$이다.
$x = Pz$이면 $\dot{z} = P^{-1}APz + P^{-1}Bu$, $y = CPz$가 되어야 한다.

사용할 공식

상사변환 공식은 $\bar{A} = P^{-1}AP$, $\bar{B} = P^{-1}B$, $\bar{C} = CP$이다.
$\bar{A}$가 대각행렬이므로 P의 열벡터는 A의 고유벡터가 되어야 하고, 열의 순서는 대각원소 $-1, -2$의 순서와 일치해야 한다.

계산 과정

특성방정식은 $\det(\lambda I - A) = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = (\lambda + 1)(\lambda + 2)$이므로 고유값은 $-1, -2$이다.
$\lambda = -1$일 때 고유벡터는 $v_1 = [1; -1]$, $\lambda = -2$일 때 고유벡터는 $v_2 = [1; -2]$로 잡을 수 있다.
따라서 대각원소 순서 $-1, -2$에 맞는 후보는 $P = [1, 1; -1, -2]$이다.
이때 $P^{-1} = [2, 1; -1, -1]$이고, 실제로 $P^{-1}AP = [-1, 0; 0, -2]$, $P^{-1}B = [1; -1]$, $CP = [2, 1]$가 된다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: $P=[-1,\,0;\,0,\,-2]$이면 $P^{-1}AP=[0,\,2;\,-1,\,-3]$가 되어 (나)의 상태행렬과 다르다.
$P^{-1}B=[0;\,-1/2]$, $CP=[-3,\,-2]$도 맞지 않는다. 틀린 표현은 이 행렬이 상사변환 행렬이라는 점이고, 올바르게는 $-1,\,-2$에 대응하는 고유벡터를 열로 둔 행렬이어야 한다.
2번 X: $P=[1,\,1;\,-2,\,-1]$이면 $P^{-1}AP=[-2,\,0;\,0,\,-1]$가 되어 대각원소의 순서가 반대이다.
$P^{-1}B=[-1;\,1]$, $CP=[1,\,2]$도 (나)와 다르다. 틀린 표현은 열벡터의 배치가 적절하다는 점이고, 올바르게는 첫 번째 열이 $\lambda=-1$의 고유벡터, 두 번째 열이 $\lambda=-2$의 고유벡터여야 한다.
3번 O: $P=[1,\,1;\,-1,\,-2]$는 첫 번째 열이 $\lambda=-1$, 두 번째 열이 $\lambda=-2$의 고유벡터이다. 그래서 $P^{-1}AP=[-1,\,0;\,0,\,-2]$, $P^{-1}B=[1;\,-1]$, $CP=[2,\,1]$가 모두 성립한다.
4번 X: $P=[-2,\,0;\,0,\,-1]$이면 $P^{-1}AP=[0,\,1/2;\,-4,\,-3]$가 되어 대각화가 되지 않는다.
$P^{-1}B=[0;\,-1]$, $CP=[-6,\,-1]$도 목표와 다르다. 틀린 표현은 대각성분만 고유값처럼 맞추면 된다는 점이고, 올바르게는 전체 변환식 $P^{-1}AP$, $P^{-1}B$, CP를 함께 만족해야 한다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 A만 대각화되면 끝난다고 생각하는 점과 대각원소의 순서를 가볍게 보는 점이다. 2번은 고유벡터는 맞지만 순서가 바뀌어 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$가 모두 어긋난다.

다시 나오면 이렇게 판단

유사변환에서 $x=Pz$가 주어지면 먼저 목표 대각행렬의 고유값 순서를 읽고, 그 순서대로 A의 고유벡터를 P의 열에 세우면 된다. 그다음 $P^{-1}B$와 CP까지 대조하면 정답을 확정할 수 있다.

암기 포인트

대각화에서 $x=Pz$의 P는 고유벡터를 열로 모은 행렬이고, 열의 순서는 목표 대각원소의 순서와 같아야 한다.

NoteBase

문 17. 개루프 전달함수 $G(s)=\frac{K}{(s+1)^2(s+2)}$를 가지는 단위 피드백 시스템이 임계 안정한 경우, 양의 주파수 $[rad/sec]$는? (단, $K>0$이다)

① 1
② $\sqrt{2}$
③ 4
④ $\sqrt{5}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 단위 피드백계의 폐루프 특성방정식을 세우고 Routh 판별법으로 임계안정 조건과 허축근의 주파수를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 개루프 전달함수는 $G(s)=\frac{K}{(s+1)^2(s+2)}$이다.
단위 피드백이므로 폐루프 특성방정식은 $1+G(s)=0$이다.
구해야 할 값은 임계안정일 때의 양의 주파수 ω이다.

사용할 공식

폐루프 특성방정식은 $(s+1)^2(s+2)+K=0$이다.
3차 특성방정식 $s^3+a_1s^2+a_2s+a_3=0$의 Routh 판별에서 임계안정은 s^1행의 첫 항이 0이 되는 순간에 발생한다.
이 공식을 쓰는 이유는 임계안정이 허수축 위의 근을 갖는 경계 상태이므로, Routh 배열에서 경계조건을 가장 직접적으로 찾을 수 있기 때문이다.

계산 과정

$(s+1)^2(s+2)=(s^2+2s+1)(s+2)=s^3+4s^2+5s+2$이므로 폐루프 특성방정식은
$s^3+4s^2+5s+(2+K)=0$이다.
Routh 배열의 첫 두 행은 $s^3:[1,\ 5],\ s^2:[4,\ 2+K]$이다.
따라서 s^1행의 첫 항은 $\frac{4\cdot 5-(2+K)}{4}=\frac{18-K}{4}$이다.
임계안정에서는 이 값이 0이므로 $K=18$이다.
이때 바로 위 행의 보조방정식은 $4s^2+20=0$이고, 정리하면 $s^2+5=0$이다.
따라서 허축근은 $s=\pm j\sqrt{5}$이고 양의 주파수는 $\omega=\sqrt{5}\,\text{rad/sec}$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 계산 결과 양의 주파수는 1이 아니라 $\sqrt{5}$이다. 1은 보조방정식을 잘못 읽거나 허축근의 크기를 계산하지 않고 임의의 상수로 본 경우의 오답이다. 틀린 표현은 "양의 주파수는 1이다"이고, 올바르게는 "양의 주파수는 $\sqrt{5}$ rad/sec이다"이다.
2번 X: $\sqrt{2}$는 보조방정식을 $s^2 + 2 = 0$처럼 잘못 세운 경우에 나오는 값이다. 실제 임계안정 보조방정식은 $s^2 + 5 = 0$이므로 맞지 않는다. 틀린 표현은 "양의 주파수는 $\sqrt{2}$이다"이고, 올바르게는 "양의 주파수는 $\sqrt{5}$ rad/sec이다"이다.
3번 X: 4는 특성방정식의 계수 4를 주파수로 착각한 오답이다. 주파수는 계수 자체가 아니라 보조방정식의 허근 크기에서 구하므로 4가 될 수 없다. 틀린 표현은 "양의 주파수는 4이다"이고, 올바르게는 "양의 주파수는 $\sqrt{5}$ rad/sec이다"이다.
4번 O: 임계안정에서 $K = 18$이고 보조방정식이 $s^2 + 5 = 0$이므로 허축근은 $\pm j\sqrt{5}$이다. 따라서 양의 주파수는 $\sqrt{5}$ rad/sec이므로 옳다.

오답 포인트

임계안정에서 먼저 구하는 값은 주파수가 아니라 임계이득 K이다. 그다음 바로 위 행의 보조방정식으로 넘어가 허축근을 구해야 하는데, 이 순서를 건너뛰면 계수 4나 상수항 2를 주파수처럼 오해하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

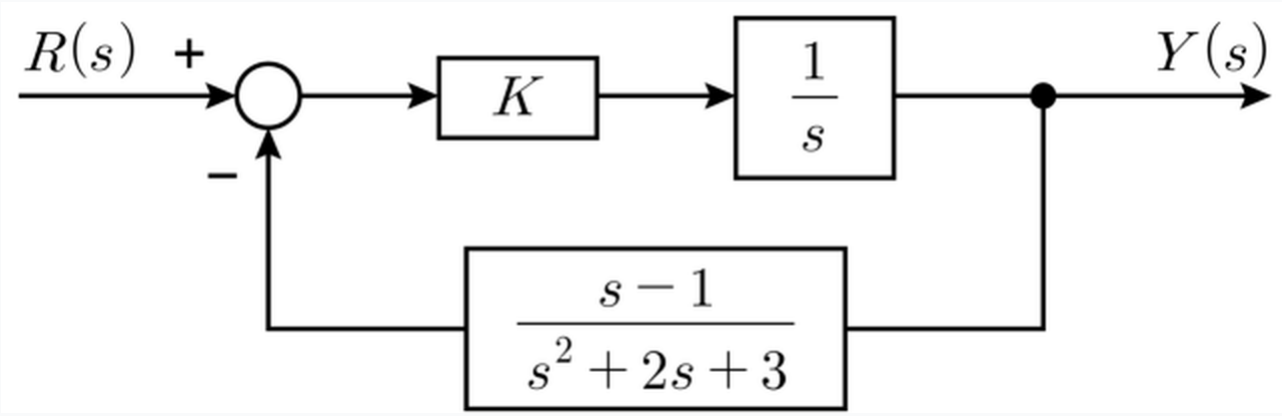
단위 피드백 계산형은 폐루프 특성방정식을 먼저 만들고, Routh 배열에서 경계조건 s^1행 0으로 임계이득을 찾은 뒤, 바로 위 행의 보조방정식에서 ω를 추출하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

3차계 임계안정은 Routh 배열의 s^1행이 0이 되는 순간이며, 진동 주파수는 바로 위 행의 보조방정식에서 구한다.

NoteBase

문 18. 다음 피드백 제어 시스템이 안정하기 위한 K의 범위는?



① $K < -2$

② $-2 < K < 0$

③ $0 < K < 2$

④ $K > 2$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 블록선도로 폐루프 특성방정식을 만든 뒤 Routh-Hurwitz 안정조건으로 K의 범위를 구하는 문제이다.

조건 정리

전달경로는 $G(s) = \frac{K}{s}$이고 피드백 경로는 $H(s) = \frac{s-1}{s^2+2s+3}$이다.
음의 피드백이므로 특성방정식은 $1 + G(s)H(s) = 0$으로 둔다.
구해야 할 값은 폐루프 시스템이 안정하기 위한 K의 범위이다.

NoteBase

사용할 공식

폐루프 특성방정식은
$1+\frac{K}{s}\cdot\frac{s-1}{s^2+2s+3}=0$
으로 세운다.
정리하면
$s(s^2+2s+3)+K(s-1)=0$
$s^3+2s^2+(K+3)s-K=0$
이 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 안정도는 폐루프 특성방정식의 근이 모두 좌반평면에 있어야 하므로, 먼저 특성다항식을 정확히 만드는 것이 핵심이기 때문이다.

계산 과정

1. 특성다항식을 $s^3+2s^2+(K+3)s-K$로 구한다.
2. 3차식 $s^3+a_1s^2+a_2s+a_3$가 안정하려면 계수들이 양수이고 $a_1a_2>a_3$를 만족해야 한다.
3. 따라서 $2>0$, $K+3>0$, $-K>0$, 그리고 $2(K+3)>-K$를 만족해야 한다.
4. 이를 풀면 $K>-3$, $K<0$, $3K+6>0$이므로 $K>-2$이다.
5. 공통범위는 $-2<K<0$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $K < -2$는 $-2 < K < 0$보다 범위를 넓게 잘못 잡은 것이다.
- 특히 $K = -3$이면 $K + 3 = 0$이 되어 안정조건을 만족하지 못한다.
- 틀린 표현은 "$K < -2$"이고, 올바르게는 "$-2 < K < 0$"이다.

② O
- 계산 결과 안정범위가 정확히 $-2 < K < 0$이므로 옳다.
- $-K > 0$에서 $K < 0$, $2(K + 3) > -K$에서 $K > -2$가 함께 나와 이 구간이 확정된다.

③ X
- $0 < K < 2$는 $-K > 0$ 조건을 정면으로 위배한다.
- $K > 0$이면 상수항 $-K$가 음수가 되어 안정한 3차 다항식이 될 수 없다.
- 틀린 표현은 "$0 < K < 2$"이고, 올바르게는 "$-2 < K < 0$"이다.

④ X
- $K > 2$도 마찬가지로 $K < 0$ 조건을 만족하지 못해 불안정하다.
- 양의 K 쪽은 전부 제외되므로 하한만 보는 실수를 하면 안 된다.
- 틀린 표현은 "$K > 2$"이고, 올바르게는 "$-2 < K < 0$"이다.

오답 포인트

피드백이 음의 피드백이라는 점만 보고 $K > 0$이어야 안정하다고 단순화하면 틀리기 쉽다. 이 문항은 피드백 경로에 $s - 1$이 있어 특성방정식의 상수항이 $-K$가 된다는 점이 함정이다. 또한 $K + 3 > 0$만 보고 ①을 고르면 Routh 조건의 마지막 부등식 $2(K + 3) > -K$를 놓친 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

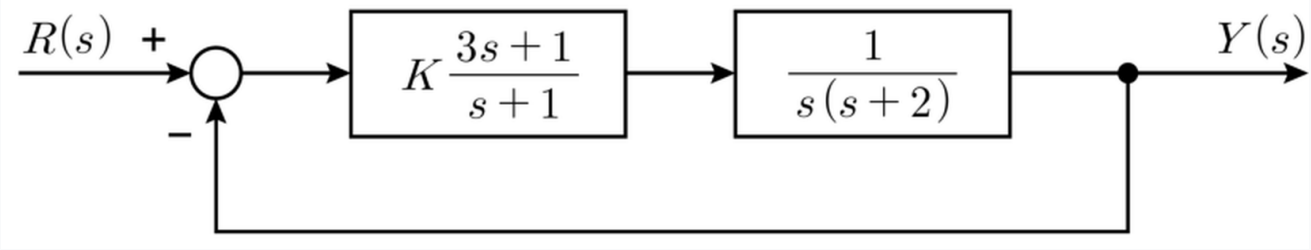
블록선도 안정도 문항은 먼저 $1 + G(s)H(s) = 0$으로 폐루프 특성방정식을 만든다. 그다음 다항식 계수의 부호를 먼저 점검하고, 3차식이면 Routh-Hurwitz 조건 $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$, $a_1 a_2 > a_3$를 순서대로 적용하면 된다.

암기 포인트

3차 안정조건은 계수 양수와 $a_1 a_2 > a_3$이다. 이 문제에서는 상수항이 $-K$이므로 먼저 $K < 0$가 나온다.

NoteBase

문 19. 다음 피드백 제어 시스템에서 진상보상기(lead compensator)의 위상이 최대가 되는 주파수 ω_m $[rad/sec]$과 위상값 ϕ_m [°]은? (단, $K > 0$이다)



① ω_m: $\frac{1}{\sqrt{3}}$, ϕ_m: 30
② ω_m: $\frac{1}{\sqrt{3}}$, ϕ_m: 45
③ ω_m: $\sqrt{3}$, ϕ_m: 30
④ ω_m: $\sqrt{3}$, ϕ_m: 45

정답 1번

출제 포인트

진상보상기 $G_c(s) = K\frac{3s+1}{s+1}$를 표준형 $K\frac{1+aTs}{1+Ts}$로 바꾸어 최대 위상진각이 생기는 주파수와 그 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 진상보상기는 $G_c(s) = K\frac{3s+1}{s+1} = K\frac{1+3s}{1+s}$이다.
표준형 $K\frac{1+aTs}{1+Ts}$와 비교하면 $a = 3, T = 1$이다.
문제는 전체 폐루프가 아니라 진상보상기 자체의 최대 위상 조건을 묻고 있으므로 $\frac{1}{s(s+2)}$는 이 계산에 직접 쓰이지 않는다.

사용할 공식

$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}, \qquad \phi_m = \sin^{-1}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$
이 공식을 쓰는 이유는 진상보상기의 영점이 극점보다 원점에 가까운 표준형에서 최대 위상진각의 주파수와 최대 위상값이 위 식으로 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. $G_c(s) = K\frac{1+3s}{1+s}$이므로 $a = 3, T = 1$이다.
2. 최대 위상 주파수는 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{3}} rad/sec$이다.
3. 최대 위상값은 $\phi_m = \sin^{-1}\left(\frac{3-1}{3+1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30\,^\circ$이다.
4. 따라서 $(\omega_m, \phi_m) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 30\,^\circ\right)$이다.

NoteBase

선지별 해설

① O: 계산 결과가 $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{3}} rad/sec$, $\phi_m = 30\,^\circ$이므로 옳다.
② X: $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{3}} rad/sec$는 맞지만 "$\phi_m = 45\,^\circ$"가 틀린 표현이다. 올바르게는 $\phi_m = 30\,^\circ$이다. 이는 최대 위상 공식을 쓰지 않고 각도를 크게 잡은 오답이다.
③ X: "$\omega_m = \sqrt{3}$"가 틀린 표현이다. 올바르게는 $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{3}} rad/sec$이다. 이는 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$를 $\sqrt{a}/T$로 뒤집은 오답이다. 위상값 $30\,^\circ$만 맞다.
④ X: "$\omega_m = \sqrt{3}$, $\phi_m = 45\,^\circ$"가 모두 틀린 표현이다. 올바르게는 $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{3}} rad/sec$, $\phi_m = 30\,^\circ$이다. 주파수 공식과 위상 공식을 둘 다 잘못 적용한 경우이다.

오답 포인트

진상보상기 문제인데 전체 플랜트 $\frac{1}{s(s+2)}$까지 함께 계산 대상으로 착각하기 쉽다. 또 최대 위상 주파수 공식의 역수를 취하거나, 최대 위상값 공식을 $\tan^{-1}$ 형태로 혼동하여 $45\,^\circ$를 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

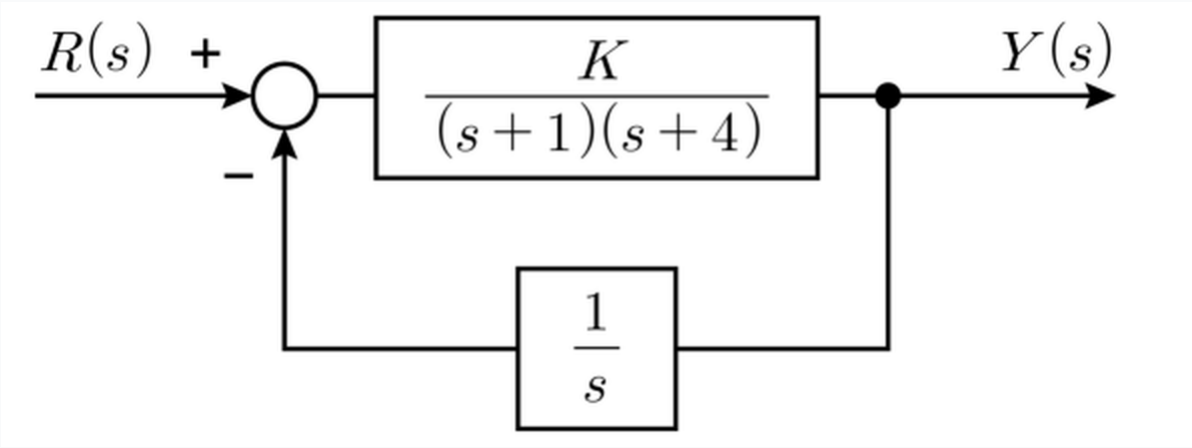
진상보상기 $K\frac{1+aTs}{1+Ts}$가 보이면 먼저 a와 T를 읽고, 이어서 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$, $\phi_m = \sin^{-1}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$를 적용하면 된다. 발문이 보상기 자체를 묻는지 전체 개루프를 묻는지도 함께 구분해야 한다.

암기 포인트

진상보상기 최대 위상은 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$, $\phi_m = \sin^{-1}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$이며, $a = 3$이면 $\phi_m = 30\,^\circ$가 된다.

NoteBase

문 20. 다음 폐루프 제어 시스템의 이득여유가 20[dB]일 때, 이득 K는? (단, $K > 0$이다)



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 위상교차주파수에서 개루프 전달함수의 크기를 구한 뒤 이득여유로부터 K를 역산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 이득여유 20 dB
개루프 전달함수: $L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$
구해야 할 값: K
주의할 조건: 폐루프 블록도이지만 이득여유는 개루프 전달함수 $G(s)H(s)$로 계산한다.

사용할 공식

이득여유의 dB 표현은 $GM_{dB} = 20\log_{10}(GM)$이고, 위상교차주파수 ω_{pc}에서는 $GM = \frac{1}{|L(j\omega_{pc})|}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 이득여유가 주어졌으므로 먼저 위상이 -180°가 되는 주파수를 찾고, 그 주파수에서의 개루프 크기로 K를 결정해야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 개루프 전달함수의 위상은 $\angle L(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1}\omega - \tan^{-1}(\omega/4)$이다.
2. 위상교차 조건은 $-90^\circ - \tan^{-1}\omega - \tan^{-1}(\omega/4) = -180^\circ$이므로 $\tan^{-1}\omega + \tan^{-1}(\omega/4) = 90^\circ$이다. 따라서 $\omega \cdot (\omega/4) = 1$에서 $\omega_{pc} = 2$이다.
3. $\omega = 2$에서 $|L(j2)| = \frac{K}{|j2||1+j2||4+j2|} = \frac{K}{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}} = \frac{K}{20}$이다.
4. 따라서 $GM = \frac{1}{|L(j2)|} = \frac{20}{K}$이다.
5. 이득여유 20 dB는 $20\log_{10}(GM) = 20$이므로 $GM = 10$이다.
6. $\frac{20}{K} = 10$에서 $K = 2$이다.

선지별 해설

① X: $K = 1$이면 $GM = 20$이고 $20\log_{10} 20 \approx 26.0dB$이다. 보기의 값은 1이 아니라 2이다.
② O: $K = 2$이면 $|L(j2)| = 2/20 = 0.1$이므로 $GM = 10$이고 $20\log_{10} 10 = 20dB$이다. 주어진 이득여유와 정확히 일치한다.
③ X: $K = 3$이면 $GM = 20/3 \approx 6.67$이고 $20\log_{10}(20/3) \approx 16.5dB$이다. 보기의 값은 3이 아니라 2이다.
④ X: $K = 4$이면 $GM = 5$이고 $20\log_{10} 5 \approx 14.0dB$이다. 보기의 값은 4가 아니라 2이다.

오답 포인트

피드백 블록 $1/s$를 제외하고 전향 경로만 보면 위상교차주파수 자체를 잘못 잡게 된다. 또 20 dB를 선형 크기 20으로 착각하면 $GM = 10$이라는 변환을 놓쳐 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

이득여유 문제는 먼저 개루프 $G(s)H(s)$의 위상이 -180°가 되는 주파수를 찾고, 그 주파수에서의 크기로 $GM = 1/|L(j\omega_{pc})|$를 계산한 뒤 dB와 선형값을 서로 변환해 판단한다.

암기 포인트

이득여유는 위상이 -180°인 지점에서의 개루프 크기의 역수이다. $20dB$는 선형값 10배이다.

NoteBase

문 21. 다음 상태공간 방정식으로 표현된 시스템이 가제어하고 가관측하기 위한 a와 b에 해당하지 않는 것은?

x(t)=bmatrix0 & 4 \ a & -7bmatrixx(t)+bmatrix0 \ bbmatrixu(t)
y(t)=bmatrix1 & 0bmatrixx(t)

① a: 1, b: 0

② a: 2, b: 1

③ a: 3, b: 2

④ a: 4, b: 3

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 상태공간 모델의 가제어행렬과 가관측행렬의 랭크를 계산하여 a, b 조합의 성립 여부를 판정하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템은 $A=[0,4;a,-7]$, $B=[0;b]$, $C=[1,0]$이다.
가제어 조건은 가제어행렬의 랭크가 2인 것이고, 가관측 조건은 가관측행렬의 랭크가 2인 것이다.

사용할 공식

가제어성은 $\mathcal{C}=[B,AB]$, 가관측성은 $\mathcal{O}=[C;CA]$로 판정한다.
이 공식을 쓰는 이유는 2차 상태공간 시스템에서 두 행렬의 랭크가 모두 2이면 상태변수 두 개를 모두 제어하고 모두 관측할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 가제어행렬을 계산하면 $AB=[4b;\ -7b]$이므로 $\mathcal{C}=[B,AB]=[0,4b;b,\ -7b]$이다.
따라서 $\det\mathcal{C}=0\cdot(-7b)-4b\cdot b=-4b^2$이므로 $b\neq0$일 때만 가제어이다.
2. 가관측행렬을 계산하면 $CA=[0,4]$이므로 $\mathcal{O}=[C;CA]=[1,0;0,4]$이다.
따라서 $\det\mathcal{O}=4$이므로 a, b 값과 무관하게 항상 가관측이다.
3. 두 조건을 동시에 만족하려면 결국 $b\neq0$이면 충분하고, a에는 제한이 없다.

NoteBase

선지별 해설

① O: $b = 0$이면 가제어행렬이 [0, 0; 0, 0]가 되어 랭크가 0이다. 가관측성은 성립해도 가제어성이 깨지므로 가제어하고 가관측하기 위한 조합에 해당하지 않는다.
② X: $b = 1 \neq 0$이므로 가제어이고, 가관측성은 항상 성립한다. 틀린 표현은 이 조합이 '해당하지 않는다'라고 보는 판단이다. 올바르게는 가제어하고 가관측하기 위한 조합에 해당한다.
③ X: $b = 2 \neq 0$이므로 가제어행렬의 행렬식이 -16이 되어 풀랭크이다. 가관측성도 유지되므로 틀린 표현은 '해당하지 않는다'라는 판단이고, 올바르게는 조건을 만족하는 조합이다.
④ X: $b = 3 \neq 0$이므로 가제어행렬의 행렬식이 -36이 되어 가제어이다. $a = 4$도 가관측행렬에는 영향을 주지 않으므로 틀린 표현은 '해당하지 않는다'라는 판단이고, 올바르게는 조건을 만족하는 조합이다.

오답 포인트

미지수 a가 행렬 A 안에 있으므로 가관측성도 a에 따라 달라진다고 착각하기 쉽다. 그러나 이 문제에서는 $C = [1, 0]$이어서 $CA = [0, 4]$가 되어 a가 사라진다. 실제 판단 기준은 $b = 0$인지 아닌지 하나뿐이다.

다시 나오면 이렇게 판단

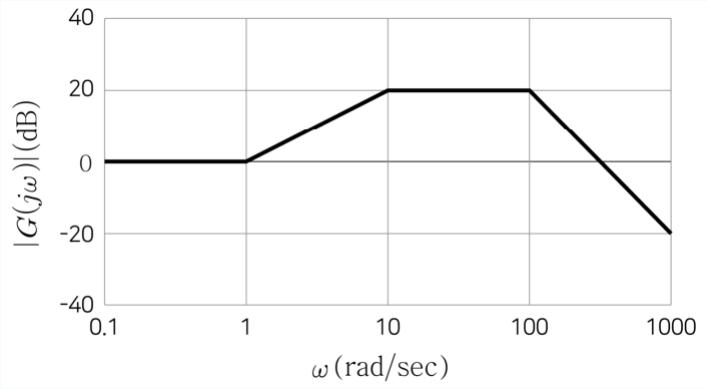
상태공간에서 가제어성과 가관측성을 함께 물으면 먼저 AB와 CA를 직접 계산해 어떤 파라미터가 실제로 남는지 본다. 한쪽 행렬이 상수 행렬로 풀랭크이면 그 조건은 즉시 확정하고, 나머지 조건을 결정하는 변수만 추려서 선지를 고르면 된다.

암기 포인트

2×2 상태공간에서 이 문항은 가관측성은 항상 성립하고 $b \neq 0$만 가제어성을 결정한다는 구조이다.

NoteBase

문 22. 다음 그림은 전달함수 $G(s)$의 크기 보드(Bode) 선도를 점근선으로 표시한 것이다. 점근선으로 나타낸 $G(s)$의 위상 보드 선도에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $G(s)$는 안정하고 최소위상(minimum phase)이다)



① $\omega = 1$[rad/sec]에서 위상은 45°이다.

② $\omega = 10$[rad/sec]에서 위상은 0°이다.

③ $\omega = 100$[rad/sec]에서 위상은 -90°이다.

④ $\omega = 1000$[rad/sec]에서 위상은 -180°이다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 크기 보드선도의 기울기 변화로 영점과 극점의 개수를 읽고, 최소위상계의 위상 점근선을 각 절점 주파수에서 합성할 수 있는지를 묻는다.

선지별 해설

1번 O: $\omega = 1rad/sec$에서 $1rad/sec$ 영점의 위상 기여는 점근선상 +45°이다. $10rad/sec$ 극점과 $100rad/sec$의 중복극점은 아직 위상 변화가 시작되지 않은 구간이므로 0°로 본다. 따라서 전체 위상은 45°이다.

2번 X: $\omega = 10rad/sec$에서 $1rad/sec$ 영점은 이미 +90°, $10rad/sec$ 극점은 -45°, $100rad/sec$의 중복극점은 아직 0°이다. 따라서 전체 위상은 45°이다. 틀린 표현은 '0°'이고, 올바르게는 '45°'이다.

3번 O: $\omega = 100rad/sec$에서 $1rad/sec$ 영점은 +90°, $10rad/sec$ 극점은 -90°, $100rad/sec$의 중복극점 2개는 합쳐서 -90°를 준다. 따라서 전체 위상은 -90°이다.

4번 O: $\omega = 1000rad/sec$에서는 $1rad/sec$ 영점 +90°, $10rad/sec$ 극점 -90°, $100rad/sec$의 중복극점 -180°가 모두 반영된다. 따라서 전체 위상은 -180°이다.

NoteBase

오답 포인트

크기선도만 보고도 위상 점근선을 그릴 수 있다는 점을 놓치기 쉽다. 특히 $100rad/sec$에서 기울기가 $0dB/dec$에서 $-40dB/dec$로 바뀌므로 극점이 2개라는 점과, 위상 점근선은 절점 주파수에서 45° 단위로 누적된다는 점을 함께 봐야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

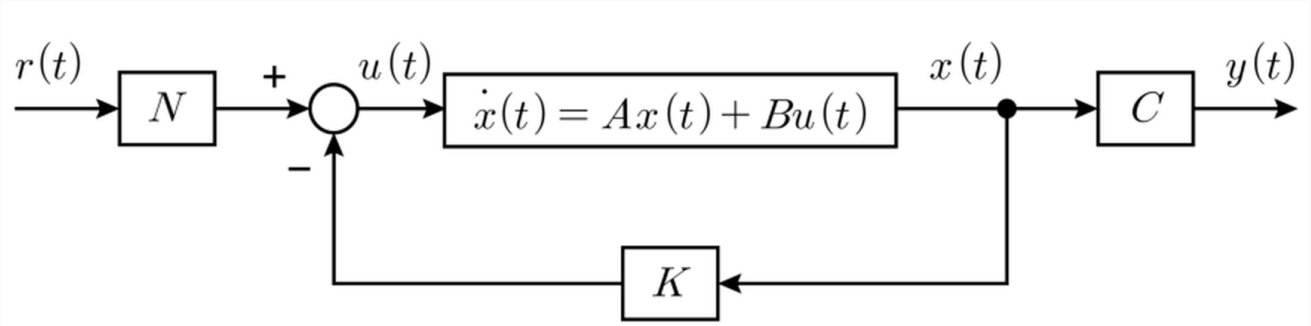
먼저 크기선도의 기울기 변화를 읽어 $1rad/sec$ 영점 1개, $10rad/sec$ 극점 1개, $100rad/sec$ 중복극점 2개로 분해한다. 그다음 묻는 주파수에서 각 영점과 극점의 위상 점근선 값을 더해 전체 위상을 판단한다.

암기 포인트

보드 위상 점근선은 영점 1개당 +90°, 극점 1개당 -90°이며, 절점 주파수에서는 1차 요소가 ±45°를 준다.

NoteBase

문 23. 다음의 상태변수 피드백 제어 시스템에서 상태 궤환 이득이 K=bmatrix10 & 5bmatrix일 때, 단위 계단 입력 $r(t)$에 대한 정상상태 오차 $e(\infty)$가 0이 되기 위한 이득 N은? (단, A=bmatrix0 & 1 \ 0 & -1bmatrix, B=bmatrix0 \ 1bmatrix, C=bmatrix1 & 0bmatrix이고, 오차 $e(t) = r(t) - y(t)$이다)



① 5

② 10

③ 15

④ 20

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상태변수 피드백 $u = Nr - Kx$가 걸린 시스템에서 단위 계단 입력에 대한 정상상태 오차가 0이 되도록 전치보상기 이득 N을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $A = [0, 1; 0, -1], B = [0; 1], C = [1, 0], K = [10, 5]$이다.
구해야 할 값은 $e(\infty) = 0$가 되게 하는 N이다.
주의할 조건은 합점에서 기준 입력은 $+Nr$, 상태 궤환은 $-Kx$로 들어가므로 폐루프 행렬이 $A - BK$가 된다는 점이다.

사용할 공식

정상상태에서는 $0 = (A - BK)x_{ss} + BNr$이므로 $x_{ss} = -(A - BK)^{-1}BNr$이다.
따라서 $y_{ss} = Cx_{ss} = -C(A - BK)^{-1}BNr$이다.
단위 계단 입력에서 $e(\infty) = 0$이면 $y_{ss} = 1$이어야 하므로 $N = -\frac{1}{C(A-BK)^{-1}B}$를 쓴다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 문항이 정상상태 출력이 기준입력과 정확히 같아지도록 입력 전치이득을 맞추는 문제이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $BK=[0,\,0;\,10,\,5]$이므로 $A-BK=[0,\,1;\,-10,\,-6]$이다.
2. $(A-BK)^{-1}=\frac{1}{10}[-6,\,-1;\,10,\,0]$이므로 $(A-BK)^{-1}B=\frac{1}{10}[-1;\,0]$이다.
3. $C(A-BK)^{-1}B=[1,\,0]\frac{1}{10}[-1;\,0]=-\frac{1}{10}$이다.
4. 따라서 $N=-\frac{1}{-1/10}=10$이다.
5. 결국 단위 계단 입력에 대한 정상상태 출력은 $y_{ss}=0.1N$이므로 $N=10$일 때만 $y_{ss}=1$, $e(\infty)=0$이 된다.

선지별 해설

① X: $N=5$이면 $y_{ss}=0.1\times5=0.5$이고 $e(\infty)=1-0.5=0.5$이다. 정상상태 오차가 0이 아니므로 틀리다. 틀린 값은 5이고, 올바르게는 $N=10$이어야 한다.
② O: $N=10$이면 $y_{ss}=0.1\times10=1$이므로 $e(\infty)=1-1=0$이다. 정상상태 오차를 정확히 없애는 값이므로 옳다.
③ X: $N=15$이면 $y_{ss}=1.5$가 되어 기준입력을 초과하고 $e(\infty)=1-1.5=-0.5$이다. 오차가 0이 아니므로 틀리다. 틀린 값은 15이고, 올바르게는 $N=10$이어야 한다.
④ X: $N=20$이면 $y_{ss}=2$가 되어 $e(\infty)=1-2=-1$이다. 오차가 더 커질 뿐 0이 되지 않는다. 틀린 값은 20이고, 올바르게는 $N=10$이어야 한다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 상태궤환 부호를 잘못 읽어 $A+BK$로 계산하거나, $N=-1/\{C(A-BK)^{-1}B\}$의 앞 부호를 빠뜨리는 데 있다. 또 역행렬까지만 구하고 $C(A-BK)^{-1}B$를 끝까지 곱하지 않으면 중간값을 정답처럼 착각하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

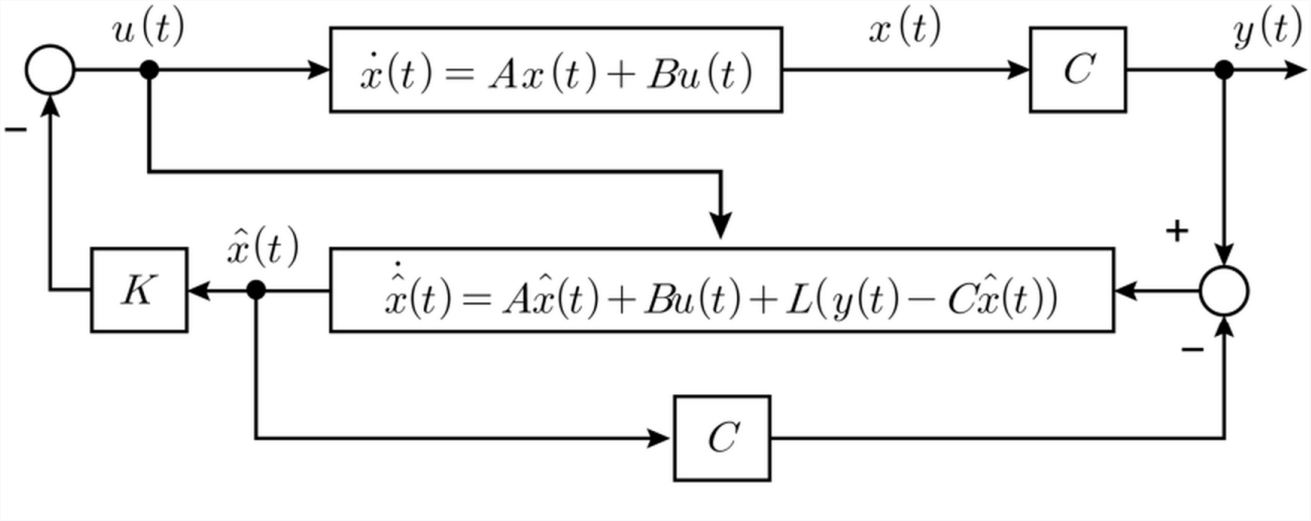
상태변수 피드백에서 정상상태 오차 0 조건을 묻는 문제는 먼저 제어입력 부호를 확인해 폐루프를 $A-BK$로 정리하고, 그다음 $N=-1/\{C(A-BK)^{-1}B\}$를 적용해 단위 계단이면 $y_{ss}=1$이 되는지를 검산하면 된다.

암기 포인트

전치이득 문제는 $u=Nr-Kx$이면 $N=-1/\{C(A-BK)^{-1}B\}$이고, 단위 계단에서는 $y_{ss}=1$이 기준이다.

NoteBase

문 24. 상태 궤환 이득 $K = [7\ a]$와 관측기 이득 L = bmatrix b \ 2 bmatrix을 적용하여 다음과 같은 상태변수 관측기 기반 제어 시스템을 구성한다. 제어기 극점이 $-2 \pm j2$, 관측기 극점이 $-2 \pm j\sqrt{2}$가 되기 위한 a와 b는? (단, A = bmatrix 0 & 1 \ -1 & -1 bmatrix, B = bmatrix 0 \ 1 bmatrix, $C = [1\ 0]$이다)



① a: 1, b: 3

② a: 1, b: 7

③ a: 3, b: 3

④ a: 3, b: 7

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 상태궤환 제어기와 상태변수 관측기의 특성방정식을 각각 세워 원하는 극점과 계수 비교를 할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $A = [0, 1; -1, -1], B = [0; 1], C = [1, 0], K = [7\ \ a], L = [b; 2]$이다.
제어기 극점은 $-2 \pm j2$이므로 원하는 특성방정식은 $s^2 + 4s + 8$이다.
관측기 극점은 $-2 \pm j\sqrt{2}$이므로 원하는 특성방정식은 $s^2 + 4s + 6$이다.

사용할 공식

상태궤환 제어기의 극점은 $A - BK$의 고유값으로 정해지고, 관측기 극점은 오차방정식 $\dot{e} = (A - LC)e$의 행렬 $A - LC$의 고유값으로 정해진다.
따라서 $\det(sI - (A - BK))$와 $\det(sI - (A - LC))$를 각각 구해 목표 특성방정식과 계수 비교를 하면 된다.

NoteBase

계산 과정

먼저 $BK = [0, 0; 7, a]$이므로
$A - BK = [0, 1; -8, -1-a]$
이다.
따라서 제어기 특성방정식은
$\det(sI - (A - BK)) = \det[s, -1; 8, s+1+a] = s^2 + (1+a)s + 8$
이다.
이를 $s^2 + 4s + 8$와 비교하면 $1 + a = 4$이므로 $a = 3$이다.

다음으로 $LC = [b, 0; 2, 0]$이므로
$A - LC = [-b, 1; -3, -1]$
이다.
따라서 관측기 특성방정식은
$\det(sI - (A - LC)) = \det[s+b, -1; 3, s+1] = s^2 + (b+1)s + (b+3)$
이다.
이를 $s^2 + 4s + 6$와 비교하면 $b + 1 = 4, b + 3 = 6$이므로 $b = 3$이다.
결국 $(a, b) = (3, 3)$이므로 정답은 3번이다.

선지별 해설

1번 X: $(a, b) = (1, 3)$이다. $b = 3$은 관측기 극점 조건과 맞지만, 제어기 특성방정식은 $s^2 + (1+a)s + 8$이므로 $1 + a = 4$를 만족하는 $a = 3$이어야 한다. 올바르게는 $(a, b) = (3, 3)$이다.
2번 X: $(a, b) = (1, 7)$이다. $a = 1$이면 제어기 특성방정식이 $s^2 + 2s + 8$이 되어 원하는 $s^2 + 4s + 8$과 다르고, $b = 7$이면 관측기 특성방정식이 $s^2 + 8s + 10$이 되어 원하는 $s^2 + 4s + 6$과도 다르다. 올바르게는 $(a, b) = (3, 3)$이다.
3번 O: $(a, b) = (3, 3)$이다. $a = 3$이면 $A - BK$의 특성방정식이 $s^2 + 4s + 8$이 되어 극점이 $-2 \pm j2$가 되고, $b = 3$이면 $A - LC$의 특성방정식이 $s^2 + 4s + 6$이 되어 극점이 $-2 \pm j\sqrt{2}$가 된다.
4번 X: $(a, b) = (3, 7)$이다. $a = 3$은 맞지만 $b = 7$이면 관측기 특성방정식이 $s^2 + 8s + 10$이 되어 목표 극점과 맞지 않는다. 올바르게는 $b = 3$이어야 하므로 $(a, b) = (3, 3)$이다.

오답 포인트

제어기와 관측기의 극점을 한 식에서 같이 처리하거나, 관측기 오차방정식을 $A - LC$ 대신 다른 부호로 세우면 b 값을 잘못 구하게 된다. 이 문제는 두 특성방정식을 분리해서 각각 계수 비교해야 틀리지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태궤환-관측기 문제는 먼저 $A - BK$와 $A - LC$를 따로 만든 뒤, 각 목표 극점에서 특성방정식을 만든 다음 계수를 일대일로 비교하면 된다.

NoteBase

암기 포인트

제어기 극점은 $A - BK$, 관측기 극점은 $A - LC$의 특성방정식으로 판단한다.

NoteBase

문 25. 전달함수 $G(s)=\frac{s+1}{s(0.1s-1)}$의 나이퀴스트(Nyquist) 선도가 음의 실수축과 만나는 양의 주파수 [rad/sec]와 그 선도가 점 $(-0.5,\ 0)$을 시계방향으로 감싸는 횟수는? (단, 나이퀴스트 경로는 매우 작은 반원을 따라 원점 주위를 오른쪽으로 우회하고 우반평면 전체를 시계방향으로 둘러싼다)

① 주파수: $\sqrt{10}$, 횟수: -1

② 주파수: $\sqrt{10}$, 횟수: 1

③ 주파수: 10, 횟수: -1

④ 주파수: 10, 횟수: 1

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 $G(j\omega)$의 허수부를 0으로 두어 음의 실수축 교점을 구하고, 완성된 나이퀴스트 폐곡선의 감김 부호를 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $G(s)=\frac{s+1}{s(0.1s-1)}$이다.
구해야 할 값은 음의 실수축과 만나는 양의 주파수와 점 $(-0.5,\ 0)$의 시계방향 감김 횟수이다.
주의할 조건은 원점의 극점을 작은 반원으로 오른쪽 우회하므로, 양의 주파수 가지 하나가 아니라 완성된 나이퀴스트 폐곡선 전체로 감김 수를 판단해야 한다는 점이다.
또한 $0.1s-1=0$에서 $s=10$이므로 개회로 전달함수는 우반평면(RHP)에 극점 하나를 가지며, 이 불안정 극점의 존재가 나이퀴스트 경로 사상과 안정도 판단의 배경이 된다.

사용할 공식

$G(j\omega)=\frac{j\omega+1}{j\omega(0.1j\omega-1)}=-\frac{1.1\omega^2+j\omega(0.1\omega^2-1)}{0.01\omega^4+\omega^2}$
따라서 실수부와 허수부는 $\Re G(j\omega)=-\frac{1.1}{1+0.01\omega^2}$, $\Im G(j\omega)=\frac{1-0.1\omega^2}{\omega(1+0.01\omega^2)}$이다.
나이퀴스트 선도가 음의 실수축과 만나는 지점은 허수부가 0이 되는 주파수에서 결정되므로 이 식을 사용한다.

NoteBase

계산 과정

1. 음의 실수축 교점은 $\Im G(j\omega)=0$에서 생기므로 $1-0.1\omega^2=0$을 풀면 $\omega^2=10$, $\omega=\sqrt{10}$이다.
2. 이 값을 실수부에 대입하면 $\Re G(j\sqrt{10})=-\frac{1.1}{1+0.1}=-1$이므로 교점은 $(-1,\,0)$이다.
3. 양의 주파수 가지는 $\omega\to 0^{+}$에서 $(-1.1,\,+\infty)$ 근방(2사분면 위쪽)에서 출발해 $(-1,\,0)$을 지난다. 이때 $\Re G(j\omega)=-\frac{1.1}{1+0.01\omega^2}$는 모든 ω에서 음수이고 고주파에서 $\Im G(j\omega)<0$이므로, 원점으로는 3사분면($\Re<0,\ \Im<0$) 쪽에서 접근한다. 실제로 $\omega=10$에서 $G(j10)=-0.55-0.45j$로 3사분면에 있다. 음의 주파수 가지는 그 켤레 대칭이다.
4. 원점 오른쪽 우회 소반원의 사상은 왼쪽 큰 반원을 이루므로, 완성된 나이퀴스트 폐곡선은 점 $(-0.5,\,0)$을 반시계방향으로 1회 감싼다. 따라서 시계방향 감김 횟수로는 -1이다.

선지 판단

1번: O. 음의 실수축 교점의 양의 주파수는 $\sqrt{10}\,rad/sec$이고, 점 $(-0.5,\,0)$은 반시계방향으로 1회 감기므로 시계방향 감김 횟수는 -1이다.
2번: X. 주파수 $\sqrt{10}\,rad/sec$는 맞지만 감김 부호가 틀렸다. 올바르게는 반시계방향 1회이므로 시계방향 감김 횟수는 -1이다.
3번: X. 감김 횟수 -1은 맞지만 주파수가 틀렸다. $\omega=10rad/sec$에서는 $G(j10)=-0.55-0.45j$가 되어 실수축 위에 있지 않으므로, 올바른 주파수는 $\sqrt{10}\,rad/sec$이다.
4번: X. 주파수도 틀리고 감김 부호도 틀렸다. 올바르게는 음의 실수축 교점 주파수는 $\sqrt{10}\,rad/sec$, 시계방향 감김 횟수는 -1이다.

오답 포인트

허수부 0 조건으로 교점을 찾지 않고 대략적인 궤적만 보면 $\omega=10rad/sec$ 부근을 교점으로 오해하기 쉽다. 또한 양의 주파수 가지 하나만 보고 감김 수를 판단하면 부호를 반대로 적기 쉽고, 반드시 원점 우회까지 포함한 완성된 폐곡선으로 방향을 봐야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

나이퀴스트 계산형은 먼저 $G(j\omega)$의 실수부와 허수부를 분리하고, 허수부 0으로 실수축 교점을 찾는다. 그다음 양·음의 주파수 가지와 원점 우회 사상까지 합친 폐곡선 전체를 본 뒤 감김 방향의 부호를 정한다.

암기 포인트

나이퀴스트 교점은 $\Im G(j\omega)=0$에서 정해지고, 감김 수의 부호는 완성된 폐곡선의 실제 회전 방향으로 정해진다.

NoteBase