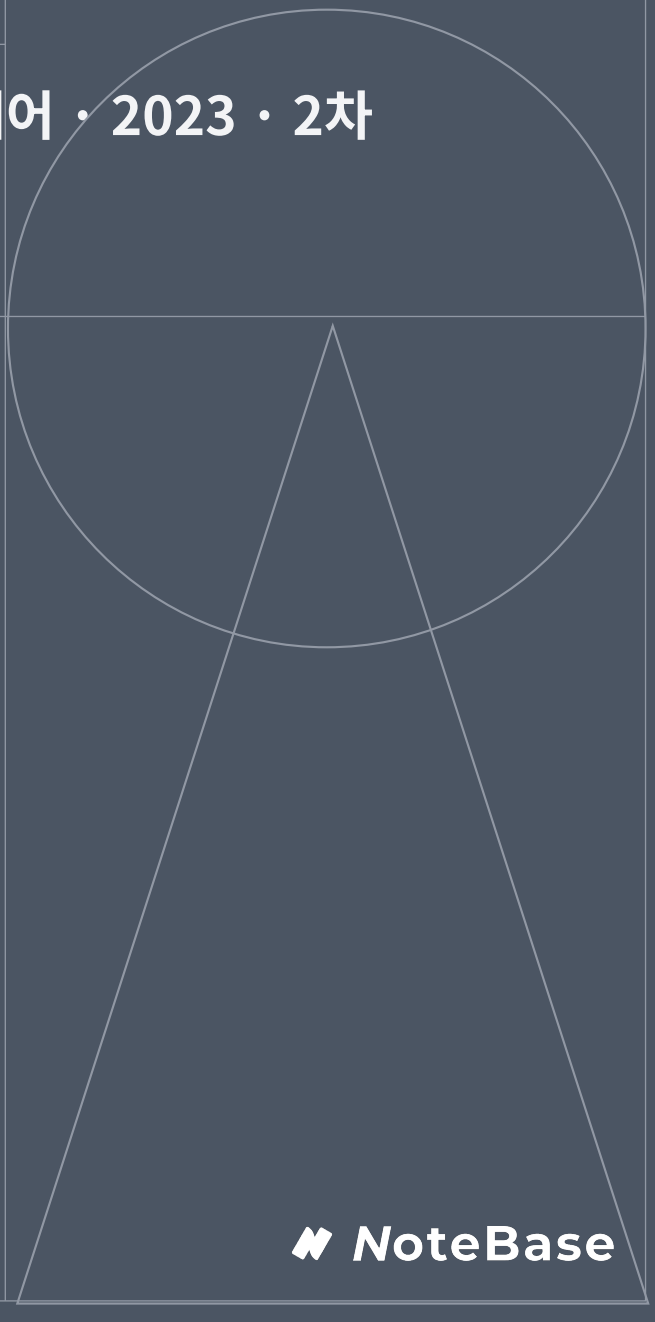
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2023 · 2차



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2023 · 2차

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2023 · 2차

문 1. 제어시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 비선형시스템이나 다중입출력 시스템의 모델링에는 상태공간방정식을 적용할 수 있다.

② 제어시스템에 대한 전달함수를 상태공간방정식으로 표현하는 방법에는 여러 가지가 있다.

③ 상태공간방정식을 활용하여 제어시스템 내부의 거동을 해석할 수 있다.

④ 제어시스템의 가관측성과 가제어성은 상태공간방정식으로 변환하지 않고 전달함수만으로 확인할 수 있다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전달함수 표현과 상태공간 표현의 역할 차이, 그리고 가제어성·가관측성이 어느 표현에서 판정되는지를 구별할 수 있는지를 묻는다.

핵심 개념

전달함수는 입력과 출력의 관계를 나타내는 표현이다.
상태공간방정식은 상태변수를 통해 시스템 내부의 동특성까지 나타내는 표현이다.
가제어성과 가관측성은 상태공간모형의 성질이므로 일반적으로 상태공간 행렬을 기준으로 판단한다.

선지별 해설

1번 O: 상태공간방정식은 비선형시스템과 다중입출력 시스템의 모델링에 적용할 수 있다. 전달함수보다 표현 범위가 넓다는 점에서 옳다.
2번 O: 하나의 전달함수에 대해 상태변수의 선택 방식은 여러 가지가 가능하므로 상태공간방정식 표현도 여러 가지 실현 형태가 존재한다.
3번 O: 상태공간방정식은 상태변수의 시간변화를 직접 나타내므로 제어시스템 내부 거동을 해석할 수 있다. 내부 상태를 직접 다룬다는 점에서 옳다.
4번 X: 틀린 부분은 "상태공간방정식으로 변환하지 않고 전달함수만으로 확인할 수 있다"는 표현이다.
가관측성과 가제어성은 상태공간모형의 A, B, C 행렬을 바탕으로 판정하는 성질이다. 올바르게는 "제어시스템의 가관측성과 가제어성은 상태공간방정식에서 판정한다"이다.

NoteBase

오답 포인트

전달함수도 시스템 성질을 많이 보여 주므로 가제어성·가관측성까지 바로 알 수 있다고 착각하기 쉽다. 그러나 전달함수는 입출력 관계 중심의 표현이고, 가제어성·가관측성은 상태변수 구조를 봐야 하는 성질이라는 점이 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

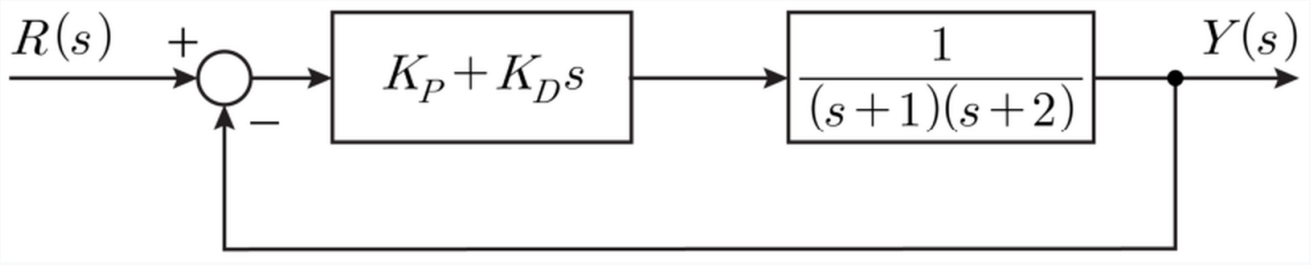
선지가 입력-출력 관계를 말하는지, 내부 상태와 상태변수 구조를 말하는지를 먼저 구분하면 된다. 내부 상태 해석, 가제어성, 가관측성이 나오면 상태공간 개념으로 판단한다.

암기 포인트

전달함수는 입출력, 상태공간은 내부상태, 가제어·가관측은 상태공간 판정이다.

NoteBase

문 2. 다음과 같은 단위 피드백시스템에서 PD 제어기를 설계하고자 한다. 단위계단입력에 대한 정상상태오차가 $\frac{1}{8}$이고 폐루프 특성방정식의 감쇠비가 $\frac{1}{2}$이 되는 K_P와 K_D는?



① K_P: 14, K_D: 0.5

② K_P: 14, K_D: 1

③ K_P: 16, K_D: 0.5

④ K_P: 16, K_D: 1

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단위피드백 2차계에서 정상상태오차 조건으로 K_P를 구하고, 폐루프 특성방정식을 표준 2차형과 비교하여 감쇠비 조건으로 K_D를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 제어기 $K_P + K_D s$, 플랜트 $\frac{1}{(s+1)(s+2)}$, 단위계단입력에 대한 정상상태오차 $\frac{1}{8}$, 감쇠비 $\zeta = \frac{1}{2}$.
구해야 할 값: K_P, K_D.
주의할 조건: 정상상태오차는 개루프 전달함수의 위치오차상수로 계산하고, 감쇠비는 폐루프 특성방정식을 표준 2차형과 비교해 구한다.

사용할 공식

$e_{ss} = \frac{1}{1+K_{pos}}, \quad K_{pos} = \lim_{s\to 0} G(s)$
$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$
이 공식을 쓰는 이유는 단위계단입력의 정상상태오차가 위치오차상수로 정해지고, 감쇠비 ζ는 폐루프 2차 특성방정식의 s항 계수와 상수항으로 바로 비교할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 개루프 전달함수는 $G(s)=\frac{K_D s+K_P}{(s+1)(s+2)}$이므로 $K_{\text{pos}}=\lim_{s\to 0}G(s)=\frac{K_P}{2}$이다. 따라서 $e_{ss}=\frac{1}{1+K_P/2}=\frac{1}{8}$에서 $1+K_P/2=8$, $K_P=14$이다.
2. 폐루프 특성방정식은 $1+G(s)=0$에서 $(s+1)(s+2)+K_D s+K_P=0$이므로 $s^2+(3+K_D)s+(2+K_P)=0$이다. $K_P=14$를 대입하면 $s^2+(3+K_D)s+16=0$이다.
3. 이를 표준형 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$와 비교하면 $\omega_n^2=16$이므로 $\omega_n=4$이다. 또 $2\zeta\omega_n=2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4=4$이므로 $3+K_D=4$, 따라서 $K_D=1$이다.

선지별 해설

① X: $K_P=14$는 정상상태오차 조건을 만족하지만 $K_D=0.5$는 감쇠비 조건을 만족하지 않는다. 이때 s항 계수는 3.5가 되어 $2\zeta\omega_n=4$와 맞지 않는다. 틀린 표현은 $K_D=0.5$이고, 올바르게는 $K_D=1$이다.
② O: $K_P=14$이면 $e_{ss}=\frac{1}{1+14/2}=\frac{1}{8}$이 되고, $K_D=1$이면 특성방정식이 $s^2+4s+16=0$이 되어 $\zeta=\frac{1}{2}$를 만족한다.
③ X: $K_P=16$이면 $e_{ss}=\frac{1}{1+16/2}=\frac{1}{9}$가 되어 정상상태오차 조건부터 틀린다. 틀린 표현은 $K_P=16$이고, 올바르게는 $K_P=14$이다.
④ X: $K_P=16$이어서 정상상태오차가 $\frac{1}{8}$이 아니라 $\frac{1}{9}$가 된다. 또한 이 경우 상수항이 18이 되어 문제의 감쇠비 조건과도 바로 일치하지 않는다. 틀린 표현은 $K_P=16$이고, 올바르게는 $K_P=14$이다.

오답 포인트

제어기 이득 K_P와 위치오차상수 K_{pos}를 같은 것으로 착각하면 식을 바로 잘못 세우게 된다. 이 문제에서는 플랜트의 직류이득이 $\frac{1}{2}$이므로 $K_{\text{pos}}=\frac{K_P}{2}$가 된다는 점이 핵심 함정이다. 또 감쇠비 조건은 s항 계수만 보는 것이 아니라 먼저 상수항에서 ω_n을 정한 뒤 비교해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

단위피드백 PD 설계 문제는 먼저 $s\to 0$에서 정상상태오차로 K_P를 정하고, 그다음 폐루프 특성방정식을 표준 2차형 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$와 비교하여 K_D를 정하면 된다.

암기 포인트

단위계단 정상상태오차는 K_{pos}로, 감쇠비는 폐루프 표준 2차형 비교로 판단한다.

NoteBase

문 3. 라플라스 변환에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 시간천이(time shift) 성질은 $e^{\pm at}$을 포함한 함수의 라플라스 변환에서 사용된다.

② 함수의 라플라스 변환이 $\frac{1}{s}$을 포함하면 적분성질을 나타낸다.

③ $\mathcal{L}\{f(t)+g(t)\}=\mathcal{L}\{f(t)\}+\mathcal{L}\{g(t)\}$는 라플라스 변환의 선형성질이다.

④ $f(\infty)=\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)$는 라플라스 변환의 최종값 정리이다.

정답 1번

출제 포인트

라플라스 변환의 시간천이, 적분성질, 선형성질, 최종값 정리를 서로 구별할 수 있는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

시간천이 성질은 시간축에서 함수가 지연되거나 이동할 때 라플라스 변환에 e^{-as}가 곱해지는 성질이다.
지수함수 e^{at}를 원함수에 곱하면 시간천이가 아니라 s영역 이동이 되어 $F(s-a)$ 꼴로 바뀐다.
적분성질은 시간영역 적분이 s영역에서 $1/s$ 인자로 나타나는 성질이다.
선형성질은 합의 라플라스 변환이 각 라플라스 변환의 합으로 분리되는 성질이다.
최종값 정리는 $\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)$로 최종값을 구하는 정리이다.

선지별 해설

① X
시간천이 성질을 $e^{\pm at}$와 연결한 부분이 틀렸다. 시간천이는 보통 $f(t-a)u(t-a)$의 라플라스 변환이 $e^{-as}F(s)$가 되는 성질이다. $e^{at}f(t)$는 시간천이가 아니라 s영역 이동에 해당하므로 틀린 표현은 '시간천이 성질은 $e^{\pm at}$를 포함한 함수의 라플라스 변환에서 사용된다'이고, 올바르게는 '지수함수 e^{at}를 곱하면 $F(s-a)$가 되는 이동성질이고, 시간천이는 e^{-as}가 곱해지는 성질이다'이다.

② O
시간영역에서 적분하면 라플라스 변환에서는 $1/s$가 곱해진다. 따라서 변환식에 $1/s$가 붙어 있으면 적분성질과 연결해 해석하는 것이 맞다.

③ O
$\mathcal{L}\{f(t)+g(t)\}=\mathcal{L}\{f(t)\}+\mathcal{L}\{g(t)\}$는 라플라스 변환의 대표적인 선형성질이다. 합은 합으로, 상수배는 상수배로 그대로 분리된다.

④ O
$f(\infty)=\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)$는 최종값 정리를 나타낸다. 엄밀한 적용에는 극 조건이 필요하지만, 선지의 진술 자체는 최종값 정리를 설명한 것으로 본다.

NoteBase

오답 포인트

지수함수 e^{at}가 보이면 곧바로 시간천이라고 착각하기 쉽다. 시간천이는 시간영역에서 $t-a$처럼 함수가 지연되는 경우이고, e^{at} 곱셈은 s영역 이동이라는 점을 섞어 놓은 것이 ①의 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

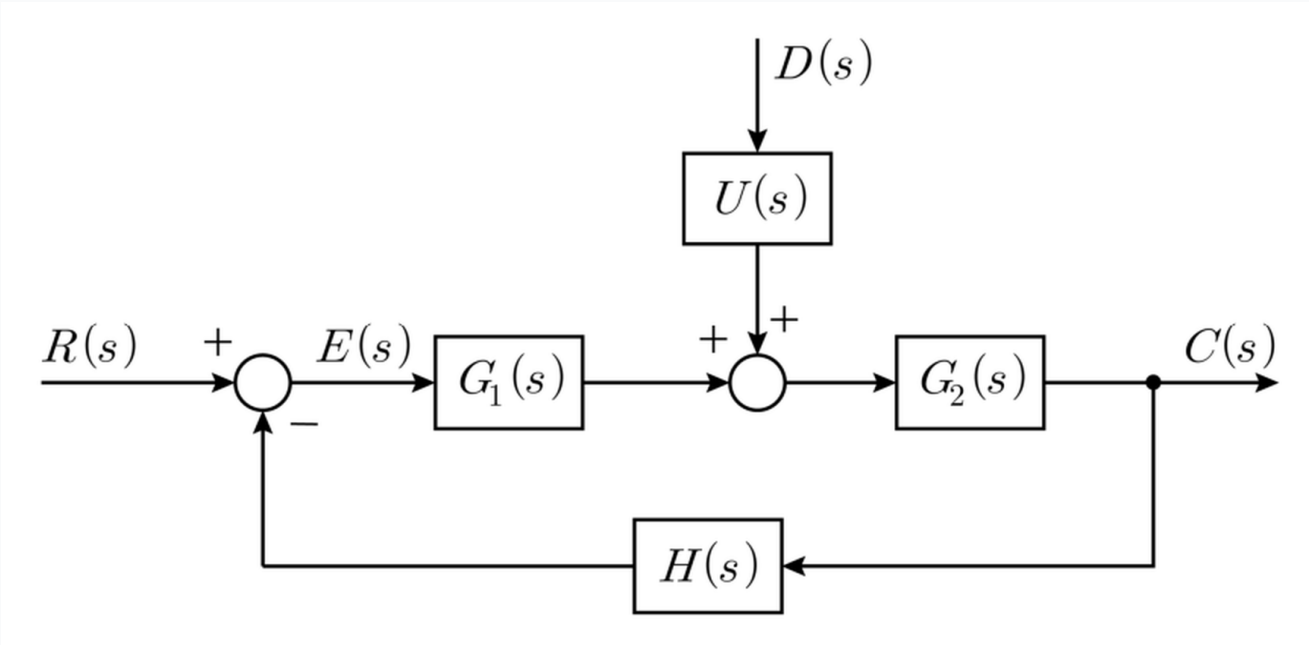
선지에 이동 관련 표현이 나오면 먼저 시간영역이 실제로 $t-a$처럼 이동했는지, 아니면 원함수에 e^{at}가 곱해졌는지를 구분한다. $t-a$가 보이면 시간천이, e^{at}가 보이면 s영역 이동으로 판단하면 된다.

암기 포인트

시간천이 $\rightarrow e^{-as}F(s)$, 지수곱 $\rightarrow F(s-a)$, 적분 $\rightarrow F(s)/s$로 연결된다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 시스템에서 오차함수 $E(s)$는?



① $\frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s)+\frac{G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$

② $\frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s)+\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$

③ $\frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s)-\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$

④ $\frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s)-\frac{G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 음의 되먹임 블록선도에서 외란 $D(s)$가 두 번째 합점에 가산될 때 오차함수 $E(s)$를 유도하는 문제이다.

조건 정리

주어진 관계는 첫 번째 합점에서 $E(s)=R(s)-H(s)C(s)$라는 점과, 두 번째 합점에서 $G_1(s)E(s)$와 $U(s)D(s)$가 더해진 뒤 $G_2(s)$를 지난다는 점이다.
구해야 할 값은 $E(s)$를 $R(s)$와 $D(s)$로 나타낸 식이다.
주의할 조건은 외란이 출력 쪽이 아니라 $G_2(s)$ 앞 합점에 양의 부호로 들어간다는 점과, 되먹임은 음의 부호라는 점이다.

NoteBase

사용할 공식

사용할 식은 $E(s) = R(s) - H(s)C(s)$, $C(s) = G_2(s)\{G_1(s)E(s) + U(s)D(s)\}$이다.
이 식을 쓰는 이유는 오차함수는 첫 번째 합점의 출력이고, 외란은 $U(s)$를 거쳐 두 번째 합점에 더해지므로 출력 $C(s)$를 먼저 $E(s)$와 $D(s)$로 표현한 뒤 다시 되먹임 관계에 대입해야 하기 때문이다.

계산 과정

먼저 출력은 $C(s) = G_2(s)\{G_1(s)E(s) + U(s)D(s)\}$이다.
이를 오차식에 대입하면 $E(s) = R(s) - H(s)G_2(s)\{G_1(s)E(s) + U(s)D(s)\}$이다.
정리하면 $E(s) = R(s) - G_1(s)G_2(s)H(s)E(s) - H(s)G_2(s)U(s)D(s)$이다.
따라서 $\{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)\}E(s) = R(s) - H(s)G_2(s)U(s)D(s)$이고,
결국
$E(s) = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s) - \frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$
이다.

선지별 해설

① X: $R(s)$ 항의 분모는 맞지만 외란항에 $H(s)$가 빠져 있다. 오차함수는 $E(s) = R(s) - H(s)C(s)$에서 출발하므로 외란이 $E(s)$에 미치는 영향에도 반드시 $H(s)$가 곱해진다. 틀린 표현은 "+\frac{G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)"이고, 올바르게는 "-\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)"이다.
② X: 외란항에 $H(s)$는 포함되지만 부호가 틀리다. 외란이 합점에는 양으로 들어가더라도 오차식에서는 $E(s) = R(s) - H(s)C(s)$ 때문에 최종적으로 음의 부호가 된다. 틀린 표현은 "+\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)"이고, 올바르게는 "-\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)"이다.
③ O: $R(s)$에 대한 항이 $\frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$이고, 외란항이 $-\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$로 정리되어 유도식과 정확히 일치한다.
④ X: 외란항의 부호는 음으로 잡았지만 $H(s)$가 빠져 있다. 되먹임 경로를 통과해 오차식으로 되돌아올 때 $H(s)$가 반드시 포함되어야 한다. 틀린 표현은 "-\frac{G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)"이고, 올바르게는 "-\frac{H(s)G_2(s)U(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)"이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 외란이 두 번째 합점에 양으로 들어간다는 사실만 보고 최종 오차항도 양이라고 착각하거나, $E(s) = R(s) - H(s)C(s)$의 되먹임 $H(s)$를 외란항에서 누락하는 데 있다. ①과 ④는 $H(s)$ 누락 함정이고, ②는 외란 입력 부호만 보고 최종 부호를 잘못 판단한 경우이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

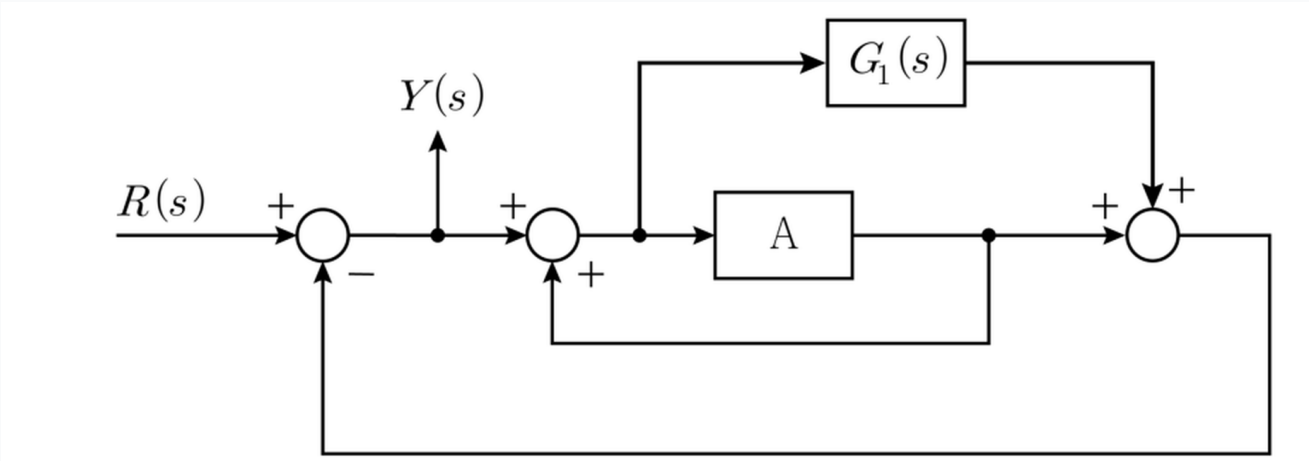
블록선도에서 오차함수를 묻는 문제는 먼저 첫 합점 정의식 $E = R - \text{feedback}$을 세우고, 그다음 출력을 E와 외란으로 표현한 뒤 다시 대입해 E만 남기면 된다. 외란이 중간 합점에 들어가면 그 합점의 부호와 첫 합점의 되먹임 부호를 끝까지 분리해서 추적해야 한다.

암기 포인트

오차함수는 항상 첫 합점에서 시작하고, 외란이 있어도 $E(s) = R(s) - H(s)C(s)$에 대입해 정리하면 된다.

NoteBase

문 5. 다음 시스템에서 전달함수 $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)}{1+G_1(s)}$가 되기 위한 A는?



① $G_1(s)$

② $-G_1(s)$

③ $1+G_1(s)$

④ $1-G_1(s)$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 $Y(s)$가 맨 오른쪽 최종 출력이 아니라 첫 번째 가산점 뒤의 신호임을 먼저 파악한 뒤, 내부 양의 되먹임과 외부 음의 되먹임을 분리하여 전체 전달함수를 구하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① X

- 두 번째 가산점과 블록 A는 양의 되먹임이므로, 두 번째 가산점 출력 u와 첫 번째 가산점 출력 Y 사이에는 $u = Y + Au$가 성립한다. 따라서 $u = \frac{Y}{1-A}$이다.
- 최종 출력 C는 $(A + G_1)u$이므로 외부 음의 되먹임 관계는 $Y = R - C$이다. 따라서 $\frac{Y}{R} = \frac{1-A}{1+G_1}$가 된다.
- $A = G_1(s)$를 대입하면 $\frac{Y}{R} = \frac{1-G_1}{1+G_1}$이므로 조건의 $\frac{G_1}{1+G_1}$와 일치하지 않는다.
- 틀린 표현은 "$A = G_1(s)$"이고, 올바르게는 $A = 1 - G_1(s)$이다.

② X

- $A = -G_1(s)$를 대입하면 $\frac{Y}{R} = \frac{1+G_1}{1+G_1} = 1$이 된다.
- 문제의 목표 전달함수는 $\frac{G_1}{1+G_1}$이므로 전혀 맞지 않는다.
- 틀린 표현은 "$A = -G_1(s)$"이고, 올바르게는 $A = 1 - G_1(s)$이다.

③ X

- $A = 1 + G_1(s)$를 대입하면 $1 - A = -G_1$이므로 $\frac{Y}{R} = \frac{-G_1}{1+G_1}$가 된다.
- 부호가 반대로 나오므로 목표 전달함수와 일치하지 않는다.
- 틀린 표현은 "$A = 1 + G_1(s)$"이고, 올바르게는 $A = 1 - G_1(s)$이다.

④ O

- 내부 양의 되먹임에서 $u = Y + Au$이므로 $u = \frac{Y}{1-A}$이다.
- 최종 출력은 $C = (A + G_1)u$, 외부 루프는 $Y = R - C$이므로 $Y = R - \frac{A+G_1}{1-A}Y$이다.
- 정리하면 $\frac{Y}{R} = \frac{1-A}{1+G_1}$이고, 이것이 $\frac{G_1}{1+G_1}$가 되려면 $1 - A = G_1$이어야 한다.
- 따라서 $A = 1 - G_1(s)$가 맞다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 그림에서 표시된 $Y(s)$를 맨 오른쪽 최종 출력으로 착각하는 점이다. 이 문항의 $Y(s)$는 첫 번째 가산점 뒤의 신호이므로, 오른쪽 가산점 출력은 별도의 피드백 신호로만 작용한다. 이 위치를 놓치면 내부 루프를 G_1 중심으로 잘못 해석하여 ①이나 ③으로 쉽게 끌려간다.

다시 나오면 이렇게 판단

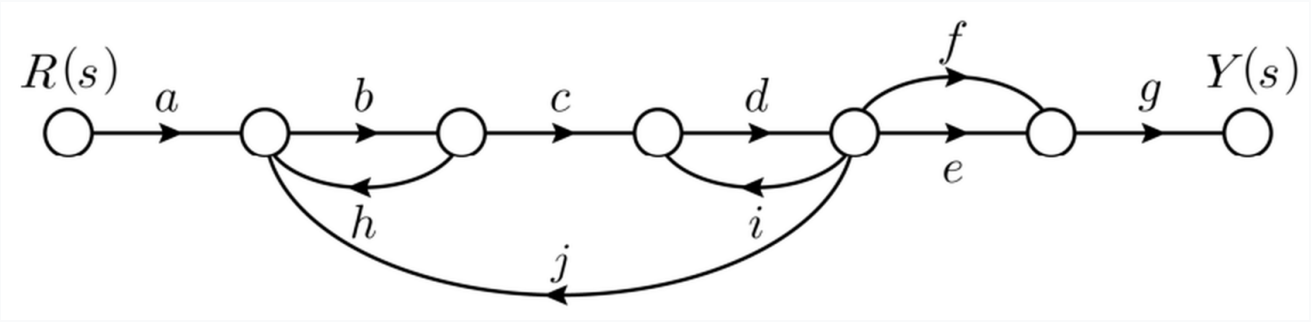
블록선도 문제에서는 먼저 출력으로 정의된 신호가 어느 지점인지 확인한다. 그다음 가장 안쪽 루프부터 닫아 $u = Y + Au$ 같은 관계식을 세우고, 마지막에 바깥 되먹임을 적용하면 식이 깔끔하게 정리된다.

암기 포인트

내부 양의 되먹임은 $\frac{1}{1-A}$, 외부 음의 되먹임은 마지막에 1+루프이득 꼴로 붙는다.

NoteBase

문 6. 다음 신호흐름선도로 표시된 제어시스템의 전달함수 $\frac{Y(s)}{R(s)}$는?



① $\frac{abcdeg + abcdfg}{1-(bh+di+bcdj)+(bhdi)}$

② $\frac{abcdeg + abcdfg}{1-(bh+di+bcdj)+(bhdi+bcdi)}$

③ $\frac{abcdefg}{1-(bh+di+bcdj)+(bhcdj)}$

④ $\frac{abcdeg + abcdfg}{1-(bh+di)+(bhdi)}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 신호흐름선도에서 메이슨의 이득공식을 적용하여 전진경로, 개별 루프, 비접촉 루프쌍을 구한 뒤 전달함수 $\frac{Y(s)}{R(s)}$를 정리하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전진경로는 $P_1 = abcdeg, P_2 = abcdfg$ 두 개이다.
개별 루프는 $L_1 = bh, L_2 = di, L_3 = bcdj$이다.
비접촉 루프쌍은 L_1과 L_2뿐이므로 곱은 $bhdi$ 하나만 생긴다.
주의할 점은 e와 f가 직렬이 아니라 같은 두 노드를 잇는 병렬 전진가지라는 점이다.

사용할 공식

메이슨의 이득공식은
$T = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta}, \qquad \Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \cdots$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 신호흐름선도에서 전진경로와 되먹임 루프를 한 번에 반영하여 전체 전달함수를 직접 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 전진경로는 $P_1 = abcdeg$, $P_2 = abcdfg$이다.
2. 개별 루프의 합은 $bh + di + bcdj$이다.
3. 서로 접하지 않는 루프는 bh와 di뿐이므로 $\Delta = 1 - (bh + di + bcdj) + bhdi$이다.
4. 두 전진경로는 모두 각 루프와 접하므로 $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$이다.
5. 따라서
$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{abcdeg + abcdfg}{1 - (bh + di + bcdj) + bhdi}$
가 된다.

선지별 해설

① O: 분자는 두 전진경로의 합인 $abcdeg + abcdfg$이고, 분모는 $1 - (bh + di + bcdj) + bhdi$이므로 정확하다.
② X: 분모의 $+bcdi$는 성립하지 않는다. $bcdj$ 루프와 di 루프는 d가 있는 구간을 공유하므로 비접촉 루프쌍이 아니다. 올바르게는 분모가 $1 - (bh + di + bcdj) + bhdi$이다.
③ X: 분자 $abcdefg$는 e와 f를 직렬로 곱한 형태인데, 그림에서 e와 f는 병렬 가지이다. 올바르게는 분자가 $abcdeg + abcdfg$ 또는 $abcdg(e + f)$이다. 또한 분모의 $+bhcdj$도 비접촉 루프곱이 아니라서 틀리다.
④ X: 긴 되먹임 루프 $bcdj$를 분모에서 누락했다. 올바르게는 분모가 $1 - (bh + di + bcdj) + bhdi$가 된다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 세 가지이다. 첫째, e와 f를 병렬이 아니라 직렬로 보아 분자를 $abcdefg$로 만드는 실수이다. 둘째, 긴 되먹임 루프 $bcdj$를 빠뜨려 분모에서 $bcdj$ 항을 누락하는 실수이다. 셋째, 서로 노드를 공유하는 루프까지 비접촉 루프쌍으로 착각하여 $+bcdi$ 같은 항을 억지로 넣는 실수이다.

다시 나오면 이렇게 판단

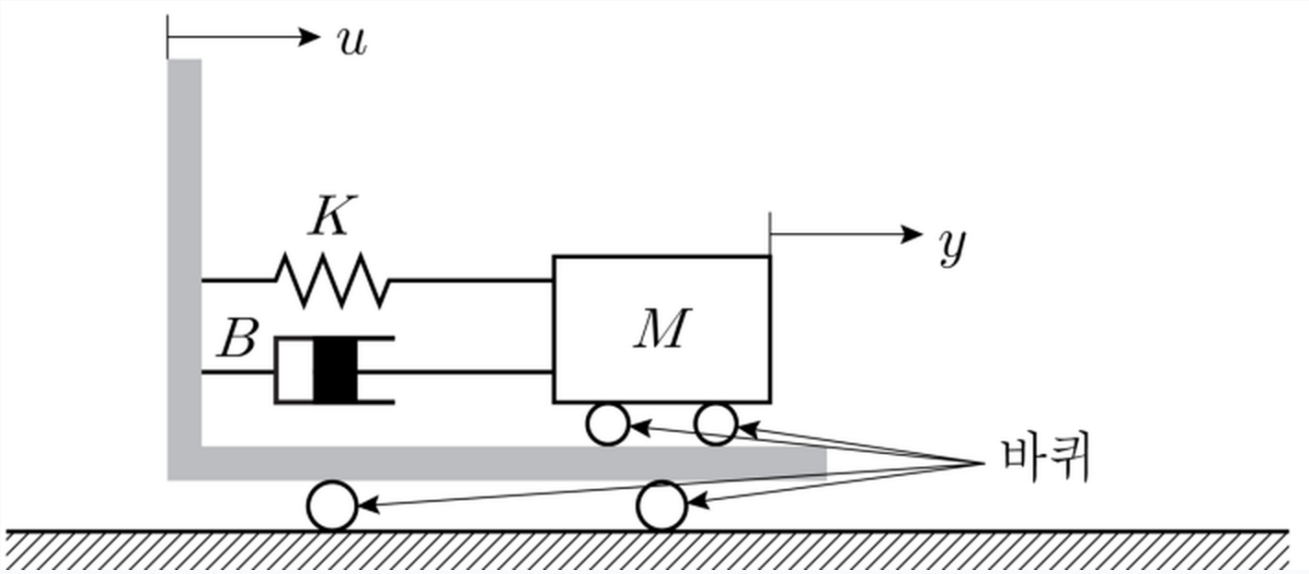
신호흐름선도 문제는 전진경로를 먼저 모두 적고, 다음에 개별 루프를 빠짐없이 적은 뒤, 노드를 공유하지 않는 루프쌍만 따로 골라 Δ를 만든다. 마지막에는 병렬 가지는 합으로, 직렬 가지는 곱으로 정리하면 전달함수를 안정적으로 판단할 수 있다.

암기 포인트

메이슨 공식은 전진경로의 합을 분자로 두고 분모를 $1 - \sum L + \sum LL$ 형태로 만든다. 병렬 가지는 합으로 묶고, 비접촉 루프만 곱으로 들어간다는 점이 핵심이다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 질량이 없는 수레 위에 설치된 스프링-질량-감쇠기 시스템의 입력이 $u(t)$, 출력이 $y(t)$일 때, 전달함수의 영점으로 옳은 것은? (단, $M = 1\text{kg}$, $B = 4\text{N} \cdot \text{s/m}$, $K = 3\text{N/m}$이며, 바퀴와 수레, 바퀴와 지면과의 마찰은 무시한다)



① $-\frac{1}{4}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ 없음

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 기초점이 움직이는 스프링-질량-감쇠기계에서 상대변위를 기준으로 운동방정식을 세우고, 전달함수 분자에서 영점을 찾을 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: $M = 1, B = 4, K = 3$이다.
입력은 수레의 변위 $u(t)$, 출력은 질량의 절대변위 $y(t)$이다.
스프링 변형과 감쇠기 속도차는 모두 질량과 수레의 상대량이므로 각각 $y - u, \dot{y} - \dot{u}$로 잡는다.

NoteBase

사용할 공식

운동방정식은 $M\ddot{y} = -K(y-u) - B(\dot{y}-\dot{u})$이다.
정리하면 $M\ddot{y} + B\dot{y} + Ky = B\dot{u} + Ku$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 스프링과 감쇠기가 고정벽이 아니라 입력 변위 $u(t)$로 움직이는 수레에 붙어 있으므로, 두 요소의 힘이 절대변위가 아니라 상대변위와 상대속도에 의해 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. 운동방정식을 라플라스 변환하면 $(Ms^2 + Bs + K)Y(s) = (Bs + K)U(s)$이다.
2. 따라서 전달함수는 $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Bs+K}{Ms^2+Bs+K}$이다.
3. 영점은 분자 $Bs + K = 0$에서 정해지므로 $s = -\frac{K}{B} = -\frac{3}{4}$이다.

선지 판단

1번 X: 영점을 $-\frac{1}{4}$로 보려면 분자가 $4s + 1$ 또는 $s + \frac{1}{4}$ 꼴이어야 한다. 실제 분자는 $4s + 3$이므로 틀리다. 올바르게는 영점이 $-\frac{3}{4}$이다.
2번 X: $-\frac{1}{3}$은 $\frac{B}{K}$를 그대로 영점처럼 읽은 값이다. 영점은 $Bs + K = 0$에서 구하므로 $-\frac{K}{B}$가 되어야 한다. 올바르게는 영점이 $-\frac{3}{4}$이다.
3번 O: 분자 $Bs + K$에 $B = 4, K = 3$을 대입하면 $4s + 3$이다. 따라서 $4s + 3 = 0 \Rightarrow s = -\frac{3}{4}$이므로 맞다.
4번 X: 이 전달함수는 분자 $Bs + K$를 가지므로 영점이 1개 존재한다. 영점이 없다는 판단은 분자를 상수로 본 경우인데, 실제로는 $\dot{u}$ 항 때문에 s가 포함된다. 올바르게는 영점이 $-\frac{3}{4}$이다.

오답 포인트

수레가 움직이는 문제인데도 스프링과 감쇠기의 힘을 절대변위 y, 절대속도 $\dot{y}$만으로 쓰면 분자 $Bs + K$를 놓치게 된다. 또 영점을 $Bs + K = 0$이 아니라 $\frac{B}{K}$처럼 뒤집어 읽으면 2번 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

기초점 가진 기계계는 먼저 상대변위 $y - u$, 상대속도 $\dot{y} - \dot{u}$를 세운 뒤 운동방정식을 정리한다. 그다음 전달함수의 영점은 반드시 분자만 0으로 두어 계산한다.

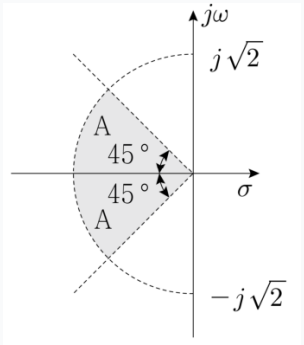
암기 포인트

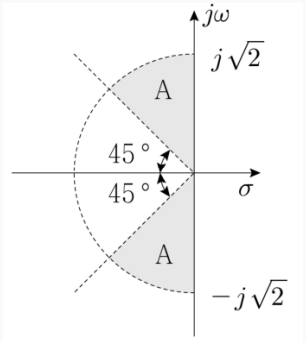
기초입력 스프링-댐퍼계의 출력 전달함수 분자는 $Bs + K$, 영점은 $-K/B$이다.

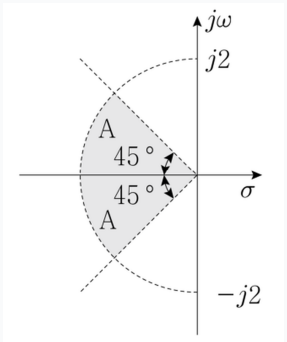
NoteBase

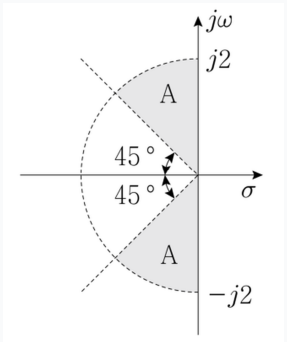
문 8. 설계하고자 하는 선형 2차시스템의 감쇠비 ζ와 고유주파수 ω_n의 범위가 다음과 같다. 이를 만족하기 위한 s-평면 내 극점의 영역 A를 바르게 표시한 것은?

$\frac{1}{\sqrt{2}} < \zeta < 1,\ \omega_n < 2$

① 

② 

③ 

④ 

정답 3번

NoteBase

출제 포인트

이 문제는 2차계 극점에서 감쇠비 조건 $\frac{1}{\sqrt{2}} < \zeta < 1$이 뜻하는 45도 내부 쐐기 영역과, 고유주파수 조건 $\omega_n < 2$가 뜻하는 원점 중심 반지름 2의 원 내부를 함께 읽는 문제이다.

선지별 해설

① X

원점 중심 쐐기 방향은 맞지만, 원의 경계를 $\pm j\sqrt{2}$로 그려 $\omega_n < 2$ 조건을 잘못 표시하였다.

틀린 부분은 반지름 표시이고, 올바르게는 $\omega_n < 2$이므로 원점 중심 반지름 2의 원 내부이다.

② X

반지름을 $\sqrt{2}$로 잘못 잡았고, 감쇠비 허용 영역도 두 45도 선 바깥쪽으로 칠해 놓았다.

올바르게는 반지름 2의 원 내부이면서 음의 실축 기준 위아래 45도 선 사이의 영역이다.

③ O

$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$이므로 $\omega_n < 2$는 원점 중심 반지름 2의 원 내부이다.

또 $\zeta = -\sigma/\omega_n = \cos\theta$이고 $\frac{1}{\sqrt{2}} < \zeta < 1$이면 $\theta < 45^\circ$이므로 극점은 음의 실축을 기준으로 위아래 45도 선 사이에 있어야 한다.

따라서 보기 ③은 두 조건의 교집합을 정확히 표시한다.

④ X

반지름 2의 원은 맞지만, 음의 실축 근처의 내부 쐐기 영역이 아니라 그 바깥쪽을 칠해 감쇠비 조건을 반대로 읽었다.

올바르게는 좌반평면에서 두 45도 선 사이의 영역만 허용된다.

오답 포인트

감쇠비의 45도를 $j\omega$축 기준으로 읽거나, 원의 반지름 경계값을 2가 아니라 $\sqrt{2}$로 착각하면 ②나 ④로 흔들린다.

이 문제의 각도 기준은 음의 실축이고, ω_n 경계는 원점에서의 거리 2이다.

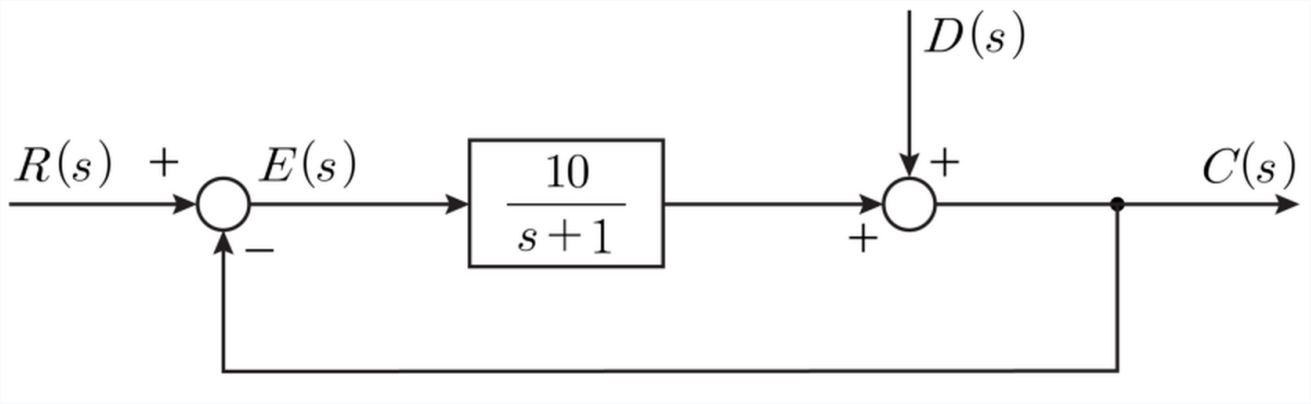
다시 나오면 이렇게 판단

먼저 ω_n 조건을 원점 중심 원으로 바꾸고, 다음으로 ζ 조건을 음의 실축 기준 각도 조건으로 바꾼 뒤 두 영역의 교집합만 남기면 된다.

암기 포인트

ω_n은 원점에서의 거리이고, ζ는 음의 실축과 이루는 각도로 읽는다. $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$는 45도 경계이다.

문 9. 그림과 같은 제어시스템에서 입력이 $r(t) = 1(t)$와 $d(t) = e^{-t}$일 때 정상상태오차의 합으로 옳은 것은? (단, $1(t)$는 단위계단함수이고, $R(s)$와 $D(s)$는 각각 $r(t)$와 $d(t)$의 라플라스 변환이다)



① $\frac{1}{5}$
② $\frac{1}{10}$
③ $\frac{1}{11}$
④ $\frac{1}{12}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단위 피드백계에서 기준입력과 출력단 외란이 함께 있을 때 정상상태오차를 최종값정리로 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 전달함수 $G(s) = \frac{10}{s+1}$이다.
- 입력 $r(t) = 1(t)$이므로 $R(s) = \frac{1}{s}$이다.
- 외란 $d(t) = e^{-t}$이므로 $D(s) = \frac{1}{s+1}$이다.

구해야 할 값:
- 정상상태오차의 합 e_{ss}이다.

주의할 조건:
- 외란은 출력단에 더해지고, 피드백은 단위 음의 피드백이다.

NoteBase

사용할 공식

오차는 $E(s) = R(s) - C(s)$이고, 출력단 외란이 있는 단위 피드백계에서는
$E(s) = \frac{R(s) - D(s)}{1 + G(s)}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 출력이 $C(s) = G(s)E(s) + D(s)$이므로 $E(s) = R(s) - C(s)$를 대입하면 기준입력과 외란이 모두 오차에 동시에 반영되기 때문이다. 정상상태오차는 최종값정리
$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s)$
로 구한다.

계산 과정

1. 기준입력에 의한 오차를 구하면
$E_r(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)} = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{10}{s+1}} = \frac{s+1}{s(s+11)}$
이므로
$e_{ss,r} = \lim_{s \to 0} sE_r(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s+1}{s+11} = \frac{1}{11}$
이다.
2. 외란에 의한 오차를 구하면
$E_d(s) = \frac{-D(s)}{1 + G(s)} = \frac{-\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{10}{s+1}} = -\frac{1}{s+11}$
이므로
$e_{ss,d} = \lim_{s \to 0} sE_d(s) = \lim_{s \to 0} \frac{-s}{s+11} = 0$
이다.
3. 따라서 정상상태오차의 합은
$e_{ss} = e_{ss,r} + e_{ss,d} = \frac{1}{11} + 0 = \frac{1}{11}$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
계산 결과 정상상태오차의 합은 $\frac{1}{11}$이므로 $\frac{1}{5}$는 틀리다. 이 값은 폐루프 분모 $1+G(s)$를 정확히 반영하지 않고 이득을 거칠게 처리할 때 생기는 오답이다. 올바른 값은 $\frac{1}{11}$이다.

② X
정상상태오차는 개루프 직류이득 10만으로 바로 $\frac{1}{10}$이 되지 않는다. 단위 피드백이므로 기준입력에 대한 오차는 $\frac{1}{1+G(0)}=\frac{1}{11}$로 계산해야 한다. 올바른 값은 $\frac{1}{11}$이다.

③ O
기준입력에 의한 정상상태오차가 $\frac{1}{11}$이고, 외란 e^{-t}는 시간이 지나면 0으로 감쇠하므로 외란에 의한 정상상태오차는 0이다. 따라서 합은 $\frac{1}{11}$이다.

④ X
계산 결과와 다르므로 틀리다. $\frac{1}{12}$는 외란항까지 상수처럼 남는다고 오해하거나 폐루프 분모를 잘못 세울 때 나올 수 있는 값이다. 올바른 값은 $\frac{1}{11}$이다.

오답 포인트

출력단 외란이 들어오면 오차식이 $E(s)=\frac{R(s)-D(s)}{1+G(s)}$가 된다는 점을 놓치기 쉽다. 또 $d(t)=e^{-t}$는 정상상태에서 0으로 사라지는데, 이를 계단외란처럼 취급하면 외란항을 잘못 더하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 문제는 먼저 외란이 들어가는 위치를 확인하고, 그다음 $E(s)$를 $R(s)$와 $D(s)$로 정리한 뒤, 각 입력의 정상상태 기여도를 최종값정리로 따로 계산해 합산하면 된다.

암기 포인트

단위 피드백계의 기준입력 정상상태오차는 $\frac{1}{1+G(0)}$ 꼴로 보고, 감쇠 외란 e^{-t}의 정상상태 기여도는 0이 된다.

NoteBase

문 10. 다음과 같은 상태공간방정식을 갖는 시스템의 단위계단입력에 대한 시간응답의 특성으로 옳은 것은?

bmatrixx_1(t)\\x_2(t)bmatrix=bmatrix0&1\\-1&-1bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)bmatrix+bmatrix0\\1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix1&0bmatrixbmatrixx_1(t)_2(t)bmatrix

① 계속 진동한다.

② 오버슈트가 발생하지만 1로 수렴한다.

③ 오버슈트가 발생하지 않고 1로 수렴한다.

④ 무한대로 발산한다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상태공간방정식을 전달함수 또는 2차 표준형으로 바꾸어 단위계단응답의 안정성과 오버슈트 유무를 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 식은 $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + u(t), y = x_1$이다.
출력은 $y = x_1$이므로 $\ddot{y} + \dot{y} + y = u(t)$인 2차 시스템으로 볼 수 있다.
구해야 할 것은 단위계단입력에 대한 시간응답의 형태이다.

사용할 공식

전달함수는 $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2+s+1}$이다.
2차 표준형 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 비교하면 $\omega_n = 1, 2\zeta\omega_n = 1$이므로 $\zeta = \frac{1}{2}$이다.
$0 < \zeta < 1$이면 안정한 부족감쇠계이므로 진동 성분이 있으면서도 최종값으로 수렴하고 오버슈트가 발생한다.

계산 과정

1. 상태방정식에서 $y = x_1, \dot{y} = x_2$이므로 $\ddot{y} = \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + u(t) = -y - \dot{y} + u(t)$이다.
2. 따라서 미분방정식은 $\ddot{y} + \dot{y} + y = u(t)$이고 전달함수는 $G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$이다.
3. 특성방정식 $s^2 + s + 1 = 0$의 근은 $s = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 실수부가 음수여서 안정하다.
4. $\zeta = \frac{1}{2} < 1$이므로 오버슈트가 있는 부족감쇠 응답이다.
5. 단위계단입력에 대한 최종값은 $\lim_{s\to 0} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} = G(0) = 1$이므로 1로 수렴한다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: 계속 진동하지는 않는다. 극의 실수부가 $-\frac{1}{2}$이므로 진동 성분은 감쇠된다. 틀린 표현은 "계속"이고, 올바르게는 "감쇠진동하면서 1로 수렴한다"이다.
2번 O: $\zeta = \frac{1}{2} < 1$이어서 오버슈트가 발생하고, 안정계이므로 최종값 1로 수렴한다.
3번 X: 1로 수렴하는 점은 맞지만 오버슈트가 없다는 부분이 틀리다. 부족감쇠계이므로 오버슈트가 발생한다. 올바르게는 "오버슈트가 발생하며 1로 수렴한다"이다.
4번 X: 무한대로 발산하지 않는다. 특성근의 실수부가 모두 음수이므로 안정하다. 올바르게는 "출력은 감쇠하며 1로 수렴한다"이다.

오답 포인트

오버슈트 유무와 안정성 판단을 같은 것으로 보는 경우가 많다. 이 문항은 극의 실수부가 음수이므로 안정하지만, 감쇠비가 1보다 작아 오버슈트는 존재한다는 점을 동시에 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

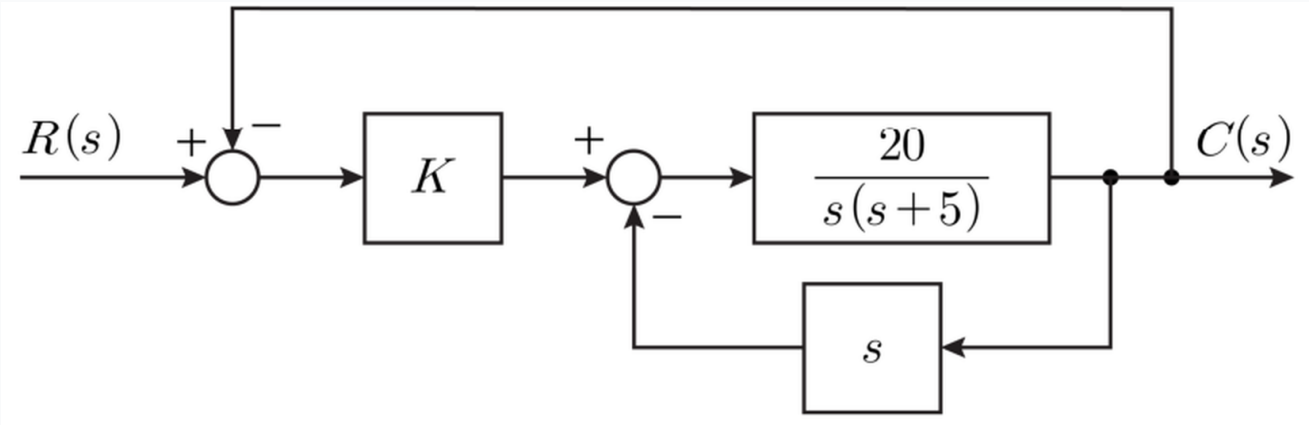
상태공간식이 나오면 먼저 출력에 대한 미분방정식이나 전달함수로 바꾼다. 그다음 분모를 2차 표준형과 비교해 감쇠비 ζ를 구하고, 실수부 부호로 안정성, $\zeta < 1$ 여부로 오버슈트 발생 여부를 판단한다.

암기 포인트

2차계에서 $0 < \zeta < 1$이면 안정한 부족감쇠계이므로 오버슈트가 있고 최종값으로 수렴한다.

NoteBase

문 11. 다음과 같은 폐루프 시스템에서 고유주파수 $\omega_n = 3\text{rad/sec}$가 되도록 하는 K와 감쇠비 ζ의 값은?



① K: $\frac{9}{20}$, ζ: $\frac{25}{6}$
② K: $\frac{9}{20}$, ζ: $\frac{25}{9}$
③ K: $\frac{9}{25}$, ζ: $\frac{25}{6}$
④ K: $\frac{9}{25}$, ζ: $\frac{25}{9}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 블록선도로부터 폐루프 특성방정식을 만든 뒤 표준 2차계 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 대응시켜 K와 감쇠비 ζ를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 전진요소는 $\frac{20}{s(s+5)}$이다.
- 첫 번째 합점은 단위 음의 되먹임이다.
- 두 번째 합점에는 출력이 s 블록을 거쳐 음의 되먹임으로 들어간다.
- 고유주파수는 $\omega_n = 3rad/sec$이다.

구해야 할 값:
- 이 조건을 만족하는 K와 ζ이다.

주의할 조건:
- 내부 되먹임 s를 빼먹지 않아야 하고, 표준형의 s항 계수는 $2\zeta\omega_n$임을 정확히 대응시켜야 한다.

NoteBase

사용할 공식

표준 2차계의 특성방정식은
$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$
이다.
이 공식을 쓰는 이유:
이 문제는 주어진 블록선도로부터 폐루프 전달함수의 분모를 구한 뒤, 그 분모를 표준 2차계 특성방정식과 항별 비교하면 K와 ζ를 바로 결정할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 첫 번째 합점 출력은 $e_1 = R(s) - C(s)$이다.
2. 두 번째 합점 입력은 $Ke_1 - sC(s)$이므로 출력은
$C(s) = \frac{20}{s(s+5)}[K\{R(s) - C(s)\} - sC(s)]$
이다.
3. 이를 정리하면
$s(s+5)C(s) = 20KR(s) - 20KC(s) - 20sC(s)$
이므로
$\{s^2 + 25s + 20K\}C(s) = 20KR(s)$
이다.
4. 따라서 폐루프 특성방정식은
$s^2 + 25s + 20K = 0$
이다.
5. 이를 표준형 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 비교하면
$\omega_n^2 = 20K, \quad 2\zeta\omega_n = 25$
이다.
6. $\omega_n = 3$이므로
$20K = 9 \Rightarrow K = \frac{9}{20}$
이고,
$2\zeta \cdot 3 = 25 \Rightarrow \zeta = \frac{25}{6}$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
- $K=\frac{9}{20},\ \zeta=\frac{25}{6}$은 계산 결과와 정확히 일치한다.

② X
- $K=\frac{9}{20}$는 맞지만 $\zeta=\frac{25}{9}$가 틀리다.
- 틀린 표현은 "$\zeta=\frac{25}{9}$"이다. 올바르게는 "$\zeta=\frac{25}{6}$"이다.
- 이 오답은 $2\zeta\omega_n=25$에서 앞의 2를 빠뜨려 $3\zeta=25$로 잘못 두면 나온다.

③ X
- $\zeta=\frac{25}{6}$는 맞지만 $K=\frac{9}{25}$가 틀리다.
- 틀린 표현은 "$K=\frac{9}{25}$"이다. 올바르게는 "$K=\frac{9}{20}$"이다.
- 이 오답은 $\omega_n^2=20K$를 $25K$로 잘못 읽거나, 특성방정식의 s항 계수 25를 상수항과 혼동하면 나온다.

④ X
- $K=\frac{9}{25}$와 $\zeta=\frac{25}{9}$가 모두 틀리다.
- 틀린 표현은 "$K=\frac{9}{25},\ \zeta=\frac{25}{9}$"이다. 올바르게는 "$K=\frac{9}{20},\ \zeta=\frac{25}{6}$"이다.
- 이 오답은 $20K$와 $2\zeta\omega_n$를 각각 잘못 대응한 경우의 조합이다.

계산 결과 $K=\frac{9}{20},\ \zeta=\frac{25}{6}$이므로 정답은 1번이다.

오답 포인트

이 문항의 핵심 함정은 두 가지이다. 하나는 내부 되먹임 s를 놓쳐 $s^2+5s+20K$처럼 잘못 정리하는 것이고, 다른 하나는 표준형의 s항 계수 $2\zeta\omega_n$에서 2를 빠뜨리는 것이다. 특히 ②는 감쇠비 계산에서 2를 누락한 전형적인 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 계산형은 먼저 각 합점의 부호를 확인해 폐루프 특성방정식을 만든 뒤, 분모를 표준형 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$와 항별 비교하는 순서로 판단한다. s항은 $2\zeta\omega_n$, 상수항은 ω_n^2에 대응된다고 보면 실수가 줄어든다.

암기 포인트

표준 2차계는 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$이다. s항 계수는 감쇠비, 상수항은 고유주파수의 제곱에 대응된다.

NoteBase

문 12. 단위 피드백시스템의 개루프 전달함수가 $\frac{s+K}{s(s+1)(s+2)}$일 때 시스템의 안정성을 만족하는 K값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 단위 피드백계의 폐루프 특성방정식을 만든 뒤 Routh 안정조건으로 K의 허용 범위를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

개루프 전달함수는 $G(s)=\frac{s+K}{s(s+1)(s+2)}$이다.
단위 피드백이므로 폐루프 특성방정식은 $1+G(s)=0$에서 구한다.
선택지는 5, 10, 15, 20 중 안정조건을 만족하는 K값을 고르는 형태이다.

사용할 공식

폐루프 특성방정식은 $1+G(s)=0$이다.
3차 특성방정식 $a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0=0$가 안정하려면 계수가 모두 양수이고, Routh 조건으로 $a_2a_1>a_3a_0$를 만족해야 한다.
이 공식을 쓰는 이유는 보기의 수치가 직접 주어져 있어 근을 일일이 구하기보다 특성방정식의 계수 조건으로 안정 여부를 빠르게 판정할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 폐루프 특성방정식을 세우면

$s(s+1)(s+2)+(s+K)=0$

이다.

이를 전개하면

$s^3+3s^2+2s+s+K=0$

이므로

$s^3+3s^2+3s+K=0$

가 된다.

따라서 계수는 $a_3=1, a_2=3, a_1=3, a_0=K$이다.

안정조건은 $K>0$이면서

$a_2a_1>a_3a_0 \Rightarrow 3\times 3>1\times K$

이므로

$0<K<9$

이다.

선지 판단

1번 O: $K=5$는 안정조건 $0<K<9$를 만족하므로 안정하다.

2번 X: $K=10$은 $K<9$를 만족하지 않으므로 안정하지 않다. 틀린 부분은 이 값을 안정조건을 만족하는 값으로 보는 판단이다. 올바르게는 $K=10$은 허용 범위를 벗어난다.

3번 X: $K=15$도 $K<9$를 만족하지 않아 불안정하다. 틀린 부분은 큰 양수이면 더 안정할 것이라고 보는 판단이다. 올바르게는 3차계에서는 K가 너무 커져도 Routh 조건을 깨뜨린다.

4번 X: $K=20$ 역시 $K<9$를 크게 초과하므로 안정조건을 만족하지 않는다. 틀린 부분은 양의 값이라는 이유만으로 안정하다고 보는 판단이다. 올바르게는 양수 조건과 함께 상한 $K<9$도 동시에 만족해야 한다.

오답 포인트

특성방정식을 세운 뒤 $2s+s=3s$를 놓치거나, 3차계 안정조건을 단순히 계수 양수만으로 끝내면 10, 15, 20도 가능하다고 착각하기 쉽다. 이 문항의 함정은 $K>0$만 보고 상한 조건 $K<9$를 빠뜨리게 만드는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

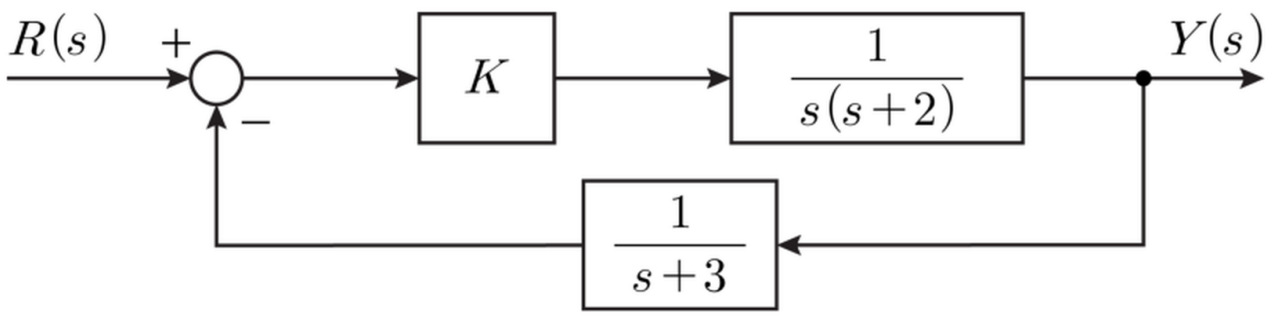
단위 피드백 안정도 문제는 먼저 $1+G(s)=0$로 폐루프 특성방정식을 만든다. 그다음 계수를 정리하고, 3차식이면 계수 양수 조건과 $a_2a_1>a_3a_0$를 함께 확인해 허용 범위를 구하면 된다.

암기 포인트

3차 특성방정식 $a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0$의 안정 판정 핵심은 계수 양수와 $a_2a_1>a_3a_0$ 조건이라는 점이다.

NoteBase

문 13. 다음 피드백시스템에서 근궤적선도가 허수축과 교차하는 점에서의 주파수 $\omega[rad/sec]$는?



① $\sqrt{3}$
② 2
③ $\sqrt{5}$
④ $\sqrt{6}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 폐루프 특성방정식을 세운 뒤 Routh 배열로 근궤적선도의 허수축 교차 조건을 찾아 교차 주파수 ω를 구하는 문제이다.

조건 정리

전달함수의 전진 경로는 $\frac{K}{s(s+2)}$이고 피드백 경로는 $\frac{1}{s+3}$이다.
루프전달함수는 $\frac{K}{s(s+2)(s+3)}$이다.
구해야 할 값은 근궤적선도가 허수축과 만날 때의 ω이다.

사용할 공식

폐루프 특성방정식은
$1+\frac{K}{s(s+2)(s+3)}=0$
이므로
$s(s+2)(s+3)+K=0$
$s^3+5s^2+6s+K=0$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 근궤적의 허수축 교차점이 폐루프 특성방정식의 순허근 발생 조건과 같기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 특성방정식을 $s^3 + 5s^2 + 6s + K = 0$로 정리한다.
2. Routh 배열의 첫 열은 $1, 5, \frac{30-K}{5}, K$가 된다.
3. 허수축과 교차할 때는 s^1행 첫 항이 0이므로 $\frac{30-K}{5} = 0$에서 $K = 30$이다.
4. 이때 바로 위 행의 보조방정식은 $5s^2 + 30 = 0$이므로 $s^2 + 6 = 0$이다.
5. 따라서 순허근은 s=± j6이고 교차 주파수는 ω=6 rad/sec이다.

선지별 해설

① X: 계산 결과가 ω=6이므로 3는 맞지 않는다. 틀린 표현은 '3'이고, 올바르게는 '허수축 교차 주파수는 6 rad/sec이다.'이다.
② X: 계산 결과가 ω=6이므로 2는 맞지 않는다. 틀린 표현은 '2'이고, 올바르게는 '허수축 교차 주파수는 6 rad/sec이다.'이다.
③ X: 계산 결과가 ω=6이므로 5는 맞지 않는다. 틀린 표현은 '5'이고, 올바르게는 '허수축 교차 주파수는 6 rad/sec이다.'이다.
④ O: 보조방정식 $5s^2 + 30 = 0$에서 s=± j6가 나오므로 허수축 교차 주파수는 6 rad/sec이다.

오답 포인트

피드백 경로 $\frac{1}{s+3}$를 빼먹고 전진 경로만으로 특성방정식을 세우면 계수가 달라져 오답이 된다. 또 허수축 교차 조건을 K값만 찾고 끝내면 안 되고, 보조방정식에서 다시 ω를 구해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

근궤적의 허수축 교차를 묻는 문제는 전체 루프전달함수로 폐루프 특성방정식을 만든 다음, Routh 배열에서 교차하는 K를 찾고, 바로 위 행의 보조방정식으로 ω를 구하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

허수축 교차 주파수는 Routh 배열에서 0이 되는 행의 바로 위 행으로 만든 보조방정식에서 구한다.

NoteBase

문 14. 다음과 같은 상태피드백 제어시스템에서 폐루프 시스템의 극점은?

x(t)=Ax(t)+Bu(t)=bmatrix0 & 1 \ -2 & -3bmatrixx(t)+bmatrix0 \ 1bmatrixu(t)
$u(t) = -2x_1(t) - 2x_2(t) + r(t)$

① -4, -1

② -3, -2

③ -2, -2

④ -2, -1

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 상태피드백 $u(t) = -Kx(t) + r(t)$가 주어졌을 때 폐루프 행렬 $A - BK$를 만든 뒤 그 고유값을 구하는 문제이다.

조건 정리

상태행렬은 $A = [0, 1; -2, -3]$, 입력행렬은 $B = [0; 1]$이다.
제어입력은 $u(t) = -2x_1(t) - 2x_2(t) + r(t)$이므로 $K = [2, 2]$이고, 기준입력 $r(t)$는 폐루프 극점 계산에서 행렬의 고유값을 바꾸지 않는다.

사용할 공식

상태피드백 $u = -Kx + r$가 적용되면 폐루프 상태방정식은 $\dot{x} = (A - BK)x + Br$가 된다.
따라서 폐루프 극점은 $A - BK$의 고유값, 즉 $\det(sI - (A - BK)) = 0$의 근으로 구한다.

계산 과정

$BK = [0; 1][2, 2] = [0, 0; 2, 2]$이다.
따라서 $A - BK = [0, 1; -2, -3] - [0, 0; 2, 2] = [0, 1; -4, -5]$이다.
특성방정식은 $\det[s, -1; 4, s + 5] = s(s + 5) + 4 = s^2 + 5s + 4 = (s + 1)(s + 4) = 0$이다.
폐루프 시스템의 극점은 $-4, -1$이다.

NoteBase

선지 판단

① O: 계산된 폐루프 극점이 $-4,\ -1$이므로 맞는 선지이다.
② X: $-3,\ -2$이면 특성방정식이 $(s+3)(s+2)=s^2+5s+6$이 되어야 하나, 실제 특성방정식은 s^2+5s+4이다. 올바르게는 $-4,\ -1$이다.
③ X: $-2,\ -2$이면 특성방정식이 $(s+2)^2=s^2+4s+4$가 되어야 하나, 실제 s의 계수는 5이다. 올바르게는 $-4,\ -1$이다.
④ X: $-2,\ -1$이면 특성방정식이 $(s+2)(s+1)=s^2+3s+2$가 되어야 하나, $A-BK$에서 얻는 특성방정식은 s^2+5s+4이다. 올바르게는 $-4,\ -1$이다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 $u=-Kx+r$의 음의 피드백 부호를 놓쳐 폐루프 행렬을 $A+BK$처럼 처리하는 것이다. 또한 $r(t)$는 입력항 $Br(t)$로 들어가며 극점을 정하는 행렬 $A-BK$에는 포함되지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태피드백 극점 문제는 먼저 $u=-Kx+r$에서 K를 읽고, 다음으로 $A-BK$를 계산한 뒤, 마지막으로 $\det(sI-(A-BK))=0$을 풀어 판단한다.

암기 포인트

음의 상태피드백은 $A-BK$, 폐루프 극점은 $A-BK$의 고유값이다.

NoteBase

문 15. 폐루프 전달함수 $M(s)=\frac{25}{s^2+5s+25}$인 제어요소의 주파수응답에서 첨두공진값 M_p와 공진주파수 ω_r $[rad/sec]$는?

① M_p: $\frac{2}{\sqrt{3}}$, ω_r: $5\sqrt{2}$
② M_p: $\frac{2}{\sqrt{3}}$, ω_r: $\frac{5}{\sqrt{2}}$
③ M_p: $\frac{1}{\sqrt{3}}$, ω_r: $5\sqrt{2}$
④ M_p: $\frac{1}{\sqrt{3}}$, ω_r: $\frac{5}{\sqrt{2}}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 2차 표준형 전달함수에서 감쇠비 ζ와 고유진동수 ω_n를 읽어 첨두공진값 M_p와 공진주파수 ω_r를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $M(s)=\frac{25}{s^2+5s+25}$이다.
표준 2차형 $\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$와 비교하면 $\omega_n^2=25$, $2\zeta\omega_n=5$이다.
따라서 $\omega_n=5$, $\zeta=0.5$이다.

사용할 공식

첨두공진값과 공진주파수 공식은 다음과 같다.
$M_p=\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$, $\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$
이 문제는 표준 2차 폐루프계의 주파수응답에서 공진특성을 묻고 있으므로 이 공식을 그대로 적용할 수 있다.

계산 과정

1. $\omega_n=5$, $\zeta=0.5$를 구한다.
2. 첨두공진값은
$M_p=\frac{1}{2(0.5)\sqrt{1-(0.5)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0.25}}=\frac{1}{\sqrt{0.75}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$
이다.
3. 공진주파수는
$\omega_r=5\sqrt{1-2(0.5)^2}=5\sqrt{1-0.5}=\frac{5}{\sqrt{2}}$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X: $M_p = \frac{2}{\sqrt{3}}$는 맞지만 ω_r는 $5\sqrt{2}$가 아니라 $\frac{5}{\sqrt{2}}$이다. $\sqrt{1-2\zeta^2}$를 계산하면 $\sqrt{0.5} = \frac{1}{\sqrt{2}}$이므로 올바른 표현은 "_r=(5)/(√(2))"이다.
② O: $M_p = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $\omega_r = \frac{5}{\sqrt{2}}$로 둘 다 계산값과 일치한다.
③ X: $M_p = \frac{1}{\sqrt{3}}$는 틀리다. 첨두공진값 공식의 분모에 있는 2ζ를 빠뜨리면 이런 값이 나오기 쉽다. 올바른 값은 $M_p = \frac{2}{\sqrt{3}}$이고, $\omega_r = 5\sqrt{2}$도 아니라 $\frac{5}{\sqrt{2}}$이다.
④ X: $\omega_r = \frac{5}{\sqrt{2}}$는 맞지만 M_p는 $\frac{1}{\sqrt{3}}$가 아니라 $\frac{2}{\sqrt{3}}$이다. 올바른 표현은 "M_p=(2)/(√(3))"이다.

오답 포인트

첨두공진값 공식의 2ζ를 빠뜨리거나, 공진주파수 공식의 $\sqrt{0.5}$를 $\sqrt{2}$로 뒤집어 쓰면 오답이 된다. 이 문항은 두 공식을 모두 정확히 기억하는지를 함께 점검하는 형태이다.

다시 나오면 이렇게 판단

2차 전달함수가 나오면 먼저 표준형과 계수를 비교해 ω_n과 ζ를 구한 뒤, 공진 문제인지 확인하고 M_p, ω_r 공식을 순서대로 대입하면 된다.

암기 포인트

표준 2차계에서 $M_p = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$, $\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$ 이다.

NoteBase

문 16. 입력 $u(t)$와 출력 $y(t)$ 사이의 전달함수 $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s}$인 제어시스템에서 폐루프 시스템의 상태공간방정식이 다음과 같을 때, 기준입력 $r(t)$에 대한 폐루프 시스템의 감쇠비 ζ는?

x(t)=bmatrix4 & 5 \ -5 & -3bmatrixx(t)+bmatrix1 \ 0bmatrixu(t)+bmatrix0 \ 1bmatrixr(t)
y(t)=bmatrix0 & 1bmatrixx(t)

① 0.2

② 0.6

③ $\frac{1}{\sqrt{13}}$

④ $\frac{2}{\sqrt{13}}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 플랜트 전달함수 $Y(s)/U(s)=1/s$를 상태방정식에 결합하여 기준입력 $r(t)$에 대한 폐루프 특성방정식과 감쇠비 ζ를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 플랜트는 $Y(s)/U(s)=1/s$이므로 $sY(s)=U(s)$, 즉 시간영역에서 $\dot{y}(t)=u(t)$이다.\n출력식은 $y(t)=[01]x(t)=x_2(t)$이므로 $\dot{y}(t)=\dot{x}_2(t)$이다.\n주어진 상태방정식의 둘째 식은 $\dot{x}_2(t)=-5x_1(t)-3x_2(t)+r(t)$이므로 $u(t)=-5x_1(t)-3x_2(t)+r(t)$로 연결된다.

사용할 공식

표준 2차 특성방정식은 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2=0$이다.\n기준입력에 대한 폐루프 동특성의 특성방정식을 이 표준형과 비교하면 감쇠비 ζ를 구할 수 있다.

계산 과정

플랜트 관계에서 얻은 $u(t)=-5x_1(t)-3x_2(t)+r(t)$를 첫째 상태방정식에 대입한다.\n$\dot{x}_1(t)=4x_1(t)+5x_2(t)+u(t)=-x_1(t)+2x_2(t)+r(t)$\n둘째 상태방정식은 그대로 $\dot{x}_2(t)=-5x_1(t)-3x_2(t)+r(t)$이다.\n따라서 기준입력 $r(t)$에 대한 폐루프 시스템 행렬은 $A_c=[-1,2;\ -5,\ -3]$이다.\n특성방정식은 $\det(sI-A_c)=\det[s+1,\ -2;5,s+3]=(s+1)(s+3)+10=s^2+4s+13$이다.\n이를 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$와 비교하면 $\omega_n^2=13, 2\zeta\omega_n=4$이므로 $\omega_n=\sqrt{13}, \zeta=2/\sqrt{13}$이다.

NoteBase

선지 판단

① X: 계산된 감쇠비는 $2/\sqrt{13}$이므로 0.2가 아니다. 0.2는 폐루프 특성방정식 $s^2+4s+13$의 s 계수와 맞지 않으며, 올바른 값은 $2/\sqrt{13}$이다.\n② X: $2/\sqrt{13}\approx 0.555$이므로 0.6은 한 자리 반올림값에 가까울 뿐 정확한 선택지가 아니다. 보기 중 정확한 표현은 $2/\sqrt{13}$이다.\n③ X: $1/\sqrt{13}$은 $2\zeta\omega_n=2$로 잘못 둔 값에 해당한다. 실제 특성방정식의 s 계수는 4이므로 $\zeta=2/\sqrt{13}$이다.\n④ O: 폐루프 특성방정식 $s^2+4s+13$을 표준형과 비교하면 $\zeta=2/\sqrt{13}$이므로 옳다.

오답 포인트

주어진 행렬 $[4,5;\ -5,\ -3]$의 특성방정식을 바로 구하면 s^2-s+13이 되어 문제의 조건을 놓친다. 이 문항은 상태방정식만 보는 문제가 아니라 $Y(s)/U(s)=1/s$에서 $u(t)=\dot{y}(t)=\dot{x}_2(t)$를 먼저 반영하는 문제이다.

다시 나오면 이렇게 판단

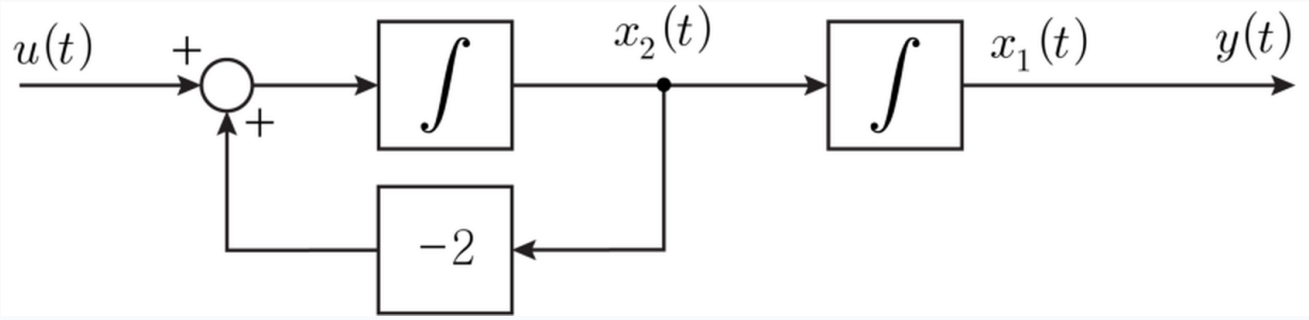
상태방정식과 별도로 플랜트 전달함수가 함께 주어지면 출력식으로 y를 상태변수와 연결하고, 전달함수에서 얻은 미분 관계를 상태방정식에 대입한 뒤 특성방정식을 표준 2차형과 비교한다.

암기 포인트

2차식 s^2+as+b는 $2\zeta\omega_n=a,\ \omega_n^2=b$로 비교하며, 이 문제에서는 $a=4,\ b=13$이므로 $\zeta=2/\sqrt{13}$이다.

NoteBase

문 17. 그림과 같은 시스템의 상태천이행렬로 옳은 것은?



① bmatrix-1 & 1-e^-2t \ 0 & e^-2tbmatrix

② bmatrix1 & 1+e^-2t \ 0 & e^-2tbmatrix

③ bmatrix1 & (1)/(2)(1-e^-2t) \ 0 & e^-2tbmatrix

④ bmatrix1 & (1)/(2)(1+e^-2t) \ 0 & -e^-2tbmatrix

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 상태방정식의 A 행렬을 세우고 상태천이행렬 $\Phi(t) = e^{At}$를 계산하는 문제이다.

조건 정리

상태는 선지의 배열에 맞추어 $x(t) = [x_1(t)x_2(t)]^T$로 둔다. 두 번째 적분기의 출력이 $x_1(t)$이고 입력이 $x_2(t)$이므로 $\dot{x}_1 = x_2$이다. 첫 번째 적분기의 입력은 합산점에서 $u(t) + (-2)x_2(t)$가 되므로 $\dot{x}_2 = -2x_2 + u$이다.

사용할 공식

상태방정식은 $\dot{x} = Ax + Bu$이고, 이때 $A = [0, 1; 0, -2]$이다. 상태천이행렬은 $\Phi(t) = e^{At}$이며, 상삼각 행렬 $A = [a, b; 0, d]$의 지수행렬에서 비대각 성분은 $be^{at} - e^{dt}/(a - d)$로 계산된다.

계산 과정

$a = 0, b = 1, d = -2$를 대입한다.
$\Phi(t) = e^{At} = [e^{0t}, \frac{1(e^{0t} - e^{-2t})}{0 - (-2)}; 0, e^{-2t}]$
따라서 $\Phi(t) = [1, \frac{1}{2}(1 - e^{-2t}); 0, e^{-2t}]$이다. 또한 $\Phi(0) = I$가 되어야 하므로 비대각 성분은 $t = 0$에서 0이어야 하고 대각 성분은 각각 1이어야 한다.

NoteBase

선지 판단

① X: $(1,1)$ 성분이 -1로 되어 있으나 x_1의 고유값 성분은 $e^{0t}=1$이다. 또한 $(1,2)$ 성분도 $1-e^{-2t}$가 아니라 $\frac{1}{2}(1-e^{-2t})$이다. 올바르게는 ③의 행렬이다.
② X: $(1,1)$ 성분 1과 $(2,2)$ 성분 e^{-2t}는 맞지만, $(1,2)$ 성분이 $1+e^{-2t}$로 되어 있다. 이 값은 $t=0$에서 2가 되어 $\Phi(0)=I$ 조건에도 맞지 않는다. 올바르게는 $\frac{1}{2}(1-e^{-2t})$이다.
③ O: 블록선도에서 얻은 $A=[0,1;0,\ -2]$의 지수행렬과 일치한다. $(1,2)$ 성분은 x_2가 x_1 적분기에 들어가는 효과가 누적된 값이므로 $\frac{1}{2}(1-e^{-2t})$가 된다.
④ X: $(1,2)$ 성분이 $\frac{1}{2}(1+e^{-2t})$로 되어 있어 $t=0$에서 1이 되므로 항등행렬 조건을 만족하지 않는다. 또 $(2,2)$ 성분은 $-e^{-2t}$가 아니라 e^{-2t}이다. 올바르게는 ③의 행렬이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 상태 순서와 피드백 부호이다. 선지는 $[x_1 x_2]^T$ 순서의 행렬이므로 $\dot{x}_1=x_2$, $\dot{x}_2=-2x_2+u$로 세워야 한다. 또 상태천이행렬은 항상 $\Phi(0)=I$를 만족해야 하므로 ②와 ④처럼 $t=0$에서 비대각 성분이 0이 아닌 선지는 바로 탈락한다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 상태천이행렬 문제는 먼저 각 적분기 출력의 이름을 상태로 잡고, 각 적분기 입력을 해당 상태의 미분으로 쓴다. 그다음 A 행렬을 만든 뒤 e^{At}를 계산하고, 마지막에 $\Phi(0)=I$ 조건으로 부호와 계수를 검산한다.

암기 포인트

적분기 출력이 상태이고 적분기 입력이 상태미분이다. $A=[0,1;0,\ -2]$이면 $\Phi_{12}(t)=\frac{1}{2}(1-e^{-2t})$이다.

NoteBase

문 18. 다음과 같은 상태공간방정식에 상태피드백 입력 $u(t) = -x_1(t) + r(t)$를 인가하였을 때, 가제어성과 가관측성의 가능 여부를 바르게 연결한 것은?

x(t)=Ax(t)+Bu(t)=bmatrix0 & 1 \ 0 & -2bmatrixx(t)+bmatrix0 \ 1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix1 & 1bmatrixx(t)

① 가제어성: 가능, 가관측성: 가능

② 가제어성: 가능, 가관측성: 불가능

③ 가제어성: 불가능, 가관측성: 가능

④ 가제어성: 불가능, 가관측성: 불가능

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 상태공간방정식에서 가제어 행렬과 가관측 행렬의 랭크가 상태변수 개수와 같은지를 판정하는 문제이다. 또한 상태피드백이 가제어성은 항상 보존하지만 가관측성은 파괴할 수 있다는 점이 함께 걸려 있는 문항이다.

조건 정리

주어진 행렬은 $A = [0, 1; 0, \ -2], B = [0; 1], C = [1, 1]$이다.
상태변수는 2개이므로 가제어 행렬과 가관측 행렬의 랭크가 모두 2이면 각각 가능이다.
상태피드백 입력은 $u(t) = -x_1(t) + r(t) = -[1, 0]x(t) + r(t)$이므로 피드백 이득은 $K = [1, 0]$이다.

사용할 공식

2차 단일입력 시스템의 가제어 행렬은 C=[B, AB]이다.
2차 시스템의 가관측 행렬은 O=[C; CA]이다.
상태피드백을 반영하면 폐루프 시스템은 $A_{cl} = A - BK$로 바뀌므로, 이때의 가제어성은 $[B, A_{cl}B]$, 가관측성은 $[C; CA_{cl}]$의 랭크로 판정한다.
각 행렬의 랭크가 상태변수 개수인 2이면 가능이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 주어진 시스템 (A, B, C)로 판정한다.

$AB = [0, 1; 0, -2][0; 1] = [1; -2]$

따라서 C=[0, 1; 1, -2]이고 (C)=-1≠0이므로 랭크는 2, 가제어성은 가능이다.

$CA = [1, 1][0, 1; 0, -2] = [0, -1]$

따라서 O=[1, 1; 0, -1]이고 (O)=-1≠0이므로 랭크는 2, 가관측성도 가능이다. 주어진 시스템 자체를 판정하면 둘 다 가능한 ①이 된다.

상태피드백을 실제로 반영하면 $A_{cl} = A - BK = [0, 1; 0, -2] - [0; 1][1, 0] = [0, 1; -1, -2]$가 된다. 가제어성은 상태피드백에서 항상 보존되므로 $[B, A_{cl}B] = [0, 1; 1, -2]$의 행렬식이 $-1 \neq 0$이어서 여전히 가능이다.

그러나 $CA_{cl} = [1, 1][0, 1; -1, -2] = [-1, -1]$이므로 O=[1, 1; -1, -1], (O)=0이 되어 랭크가 1로 떨어진다. 폐루프 전달함수도 $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s+1}$로 특성방정식 $(s+1)^2$의 극점 하나가 상쇄되어 $s = -1$ 모드가 불가관측이다.

따라서 피드백 적용 후 폐루프로 엄밀히 해석하면 가관측성은 불가능이 되어 ②가 된다. 공식 정답은 주어진 시스템의 가제어성과 가관측성을 묻는 것으로 보아 ①로 제시되어 있으나, 피드백 후 폐루프 기준으로는 ②가 성립하는 논란이 있는 문항이다.

선지 판단

① O: 주어진 시스템에서 가제어 행렬과 가관측 행렬의 랭크가 모두 2이므로 가제어성 가능, 가관측성 가능으로 연결되며 공식 정답이다.

② △: 가제어성 가능은 어느 해석에서도 맞다. 가관측성은 주어진 시스템 기준으로는 가능이지만, 상태피드백을 반영한 폐루프 기준으로는 불가능이 되어 엄밀한 해석에서는 이 선지가 성립한다.

③ X: 가제어성은 어느 해석에서도 가능이므로 이를 불가능으로 본 이 선지는 틀리다.

④ X: 가제어성이 가능이므로 가제어성과 가관측성을 모두 불가능으로 연결한 이 선지는 틀리다.

오답 포인트

상태피드백 입력 $u(t) = -x_1(t) + r(t)$를 어떻게 취급하느냐가 이 문항의 쟁점이다. 상태피드백은 가제어성을 항상 보존하지만 가관측성은 보존하지 못할 수 있으며, 이 시스템에서는 $s = -1$ 모드가 상쇄되어 폐루프 가관측성이 상실된다. 공식 정답 ①은 주어진 시스템 자체의 가제어성과 가관측성을 묻는 것으로 해석한 결과이므로, 피드백 반영 여부에 따라 답이 갈릴 수 있음을 유의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태공간방정식의 가제어성은 $[B\ AB\ \cdots\ A^{n-1}B]$, 가관측성은 $[C^T\ (CA)^T\ \cdots\ (CA^{n-1})^T]^T$의 랭크를 계산해 상태변수 개수 n과 같으면 가능으로 판단한다.

상태피드백 $u = -Kx + r$가 주어지면 A를 $A - BK$로 바꾼 뒤 가관측 행렬을 다시 계산한다. 가제어성은 피드백에서 보존되지만 가관측성은 달라질 수 있기 때문이다.

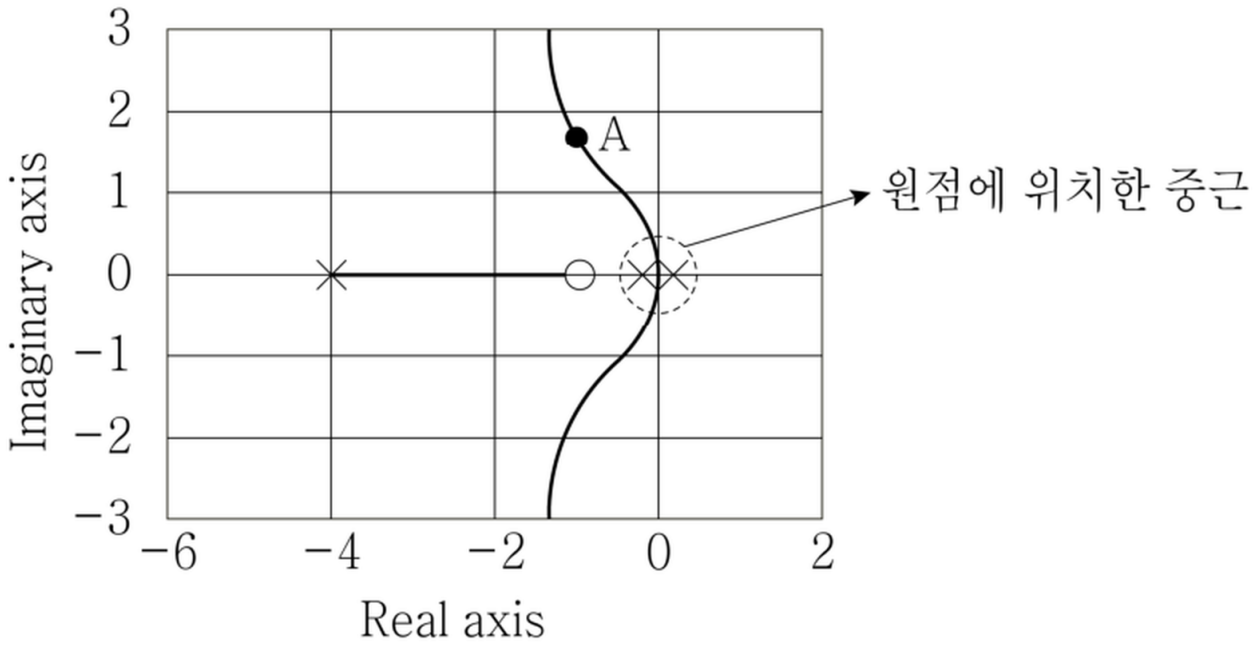
NoteBase

암기 포인트

2차 시스템은 $\det[B, AB] \neq 0$이면 가제어, $\det[C; CA] \neq 0$이면 가관측이다.
상태피드백은 가제어성은 보존하고 가관측성은 파괴할 수 있다는 점을 함께 기억한다.

NoteBase

문 19. 특성방정식이 $1+KL(s)=0$(단, $K>0$)인 어떤 폐루프 시스템의 근궤적선도가 그림과 같을 때, 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $L(s)=\frac{s+1}{s^2(s+4)}$이고, 근궤적선도가 $-1+j\sqrt{3}$인 점 A를 지난다)



① K가 무한대일 때 폐루프 시스템의 근 중 두 개는 안정한 영역에서 실수축과 ±90° 각도를 이루며 발산한다.

② 폐루프 시스템의 극점이 A에 있기 위해서는 $K=8$이어야 한다.

③ 실수축에 있는 극점을 -8로 변경하면 폐루프 시스템의 감쇠비는 극점 변경 전의 감쇠비보다 작아진다.

④ K가 커질수록 폐루프 시스템의 실수근의 절댓값은 더 작아진다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 근궤적의 점근선, 크기조건, 실수축 가지의 이동, 감쇠비 ζ 해석을 함께 묻는 문제이다.

조건 정리

- 개루프 전달함수는 $L(s)=\frac{s+1}{s^2(s+4)}$이다.
- 개루프 극은 $s=0$의 중근 2개와 $s=-4$ 1개이고, 영점은 $s=-1$ 1개이다.
- 무한대로 가는 가지 수는 $n-m=3-1=2$개이다.
- 점 A는 $s=-1+j\sqrt{3}$이므로 이 점의 감쇠비는 $\zeta=-\frac{-1}{\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}}=\frac{1}{2}$이다.

NoteBase

사용할 공식

점근선 중심은 $\sigma_a = \frac{\sum p - \sum z}{n-m}$이다.
점근선 각도는 $\theta_q = \frac{(2q+1)180^\circ}{n-m}$이다.
근궤적 위의 점은 $1 + KL(s) = 0$을 만족하므로, 해당 점에서 $L(s)$가 음의 실수이면 $K = -\frac{1}{L(s)}$로 구할 수 있다.
감쇠비는 복소극 $s = \sigma + j\omega$에 대해 $\zeta = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega^2}}$이다.

계산 과정

1. 점근선 중심은 $\sigma_a = \frac{(-4)-(-1)}{2} = -\frac{3}{2}$이고, 각도는 $\pm 90^\circ$이다. 따라서 무한대로 가는 두 가지는 실수부가 -1.5인 수직선 방향으로 발산한다.
2. 점 $A = -1 + j\sqrt{3}$에서 $L(A) = \frac{A+1}{A^2(A+4)} = -\frac{1}{8}$이므로 $1 + K(-1/8) = 0$에서 $K = 8$이 나온다.
3. 실수축의 근궤적은 실축 구간 $(-4,\ -1)$에만 존재하므로 실수근은 -4에서 출발해 -1의 영점으로 이동한다.
4. 실수축 극을 -4에서 -8로 옮기면 점근선 중심이 -1.5에서 -3.5로 더 왼쪽으로 이동하므로 복소근의 실수부가 더 작아져 감쇠비는 커지는 방향으로 변한다.

선지별 해설

① O
두 개의 가지는 영점이 아니라 무한대로 가는 가지이다. $n - m = 2$이므로 점근선이 2개이고 각도는 $\pm 90^\circ$이다. 점근선 중심이 -1.5이므로 안정영역인 좌반평면에서 수직으로 발산한다.

② O
점 A가 근궤적 위에 있으려면 $1 + KL(A) = 0$이어야 한다. 위에서 $L(A) = -1/8$이므로 $K = 8$이 맞다.

③ X
틀린 표현은 "감쇠비는 작아진다"이다. 실수축의 개루프 극을 -8로 더 왼쪽에 두면 근궤적 전체가 왼쪽으로 이동하는 효과가 생기고, 복소극의 실수부 절댓값이 커져 감쇠비는 작아지지 않는다. 올바르게는 "감쇠비는 커지는 방향으로 변한다"이다.

④ O
실수근은 실축 구간 $(-4,\ -1)$에서만 움직이며 K가 커질수록 -4에서 영점 -1로 접근한다. 따라서 실수근의 절댓값은 4에서 1 쪽으로 감소한다.

오답 포인트

③처럼 실수축 극을 더 왼쪽으로 옮기면 감쇠비가 무조건 나빠진다고 오해하기 쉽다. 근궤적 문제에서는 먼저 점근선 중심과 가지의 이동 방향을 보고, 그다음 복소극의 실수부 변화가 감쇠비를 어떻게 바꾸는지를 연결해야 한다. 또 ④에서는 실수근이 영점 -1로 간다는 사실을 놓치면 절댓값이 커진다고 잘못 판단하기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

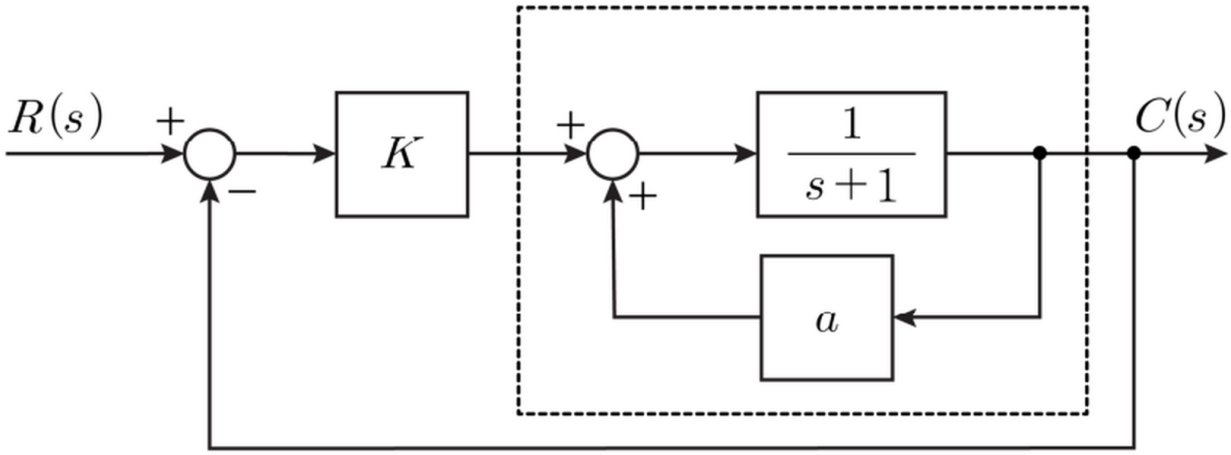
근궤적 선지는 ① 개루프 극·영점 개수 파악, ② 점근선 중심과 각도 계산, ③ 지정된 점에서는 $K = -1/L(s)$ 계산, ④ 실수축 가지의 시작점과 끝점 확인, ⑤ 복소극 좌표로 감쇠비 ζ 판단의 순서로 정리하면 빠르게 판별할 수 있다.

암기 포인트

근궤적은 극에서 출발해 영점으로 끝나고, 남는 $n - m$개 가지는 점근선 중심에서 정해진 각도로 무한대로 간다. 이 문항은 중심 -1.5, 점 A에서는 $K = 8$이 핵심이다.

NoteBase

문 20. 그림에서 점선 내 피드백시스템의 안정성과 전체 폐루프 시스템 $\frac{C(s)}{R(s)}$가 안정하기 위한 조건으로 옳은 것은? (단, $K > 0$, $a > 1$인 상수이다)



① 안정성: 안정, 안정조건: $K > a - 1$

② 안정성: 안정, 안정조건: $K < a$

③ 안정성: 불안정, 안정조건: $K > a - 1$

④ 안정성: 불안정, 안정조건: $K < a$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 점선 내부의 양의 되먹임 폐루프를 먼저 등가화한 뒤, 그 결과와 바깥쪽 단위 음의 되먹임을 다시 묶어 내부 루프의 안정성과 전체 폐루프의 안정조건을 판단하는 문제이다.

핵심 정리

점선 내부에서 전진 경로는 $G(s) = \frac{1}{s+1}$, 피드백 경로는 $H(s) = a$이고 합점 부호가 모두 양이므로 양의 되먹임이다.
따라서 내부 폐루프 전달함수는 $\frac{G(s)}{1 - G(s)H(s)} = \frac{1}{s+1-a}$이다.
내부 루프의 극은 $s = a - 1$이고 $a > 1$이므로 우반평면 극이 되어 내부 루프는 불안정이다.
이 등가 블록 앞에 이득 K가 있고 바깥쪽은 단위 음의 되먹임이므로
$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s+1-a}}{1 + \frac{K}{s+1-a}} = \frac{K}{s+K+1-a}$
가 된다. 전체 폐루프의 극은 $s = -(K + 1 - a)$이므로 안정조건은 $K > a - 1$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
점선 내부는 양의 되먹임이므로 내부 폐루프가 $\frac{1}{s+1-a}$가 된다. 극이 $s = a - 1 > 0$이어서 안정이 아니라 불안정이다.
틀린 표현은 "안정"이다. 올바르게는 "불안정"이다.
안정조건 $K > a - 1$ 자체는 맞지만 앞부분이 틀려 전체 선지는 틀리다.

② X
내부 루프는 $s = a - 1 > 0$ 극을 가지므로 안정이 아니다.
또 전체 폐루프 안정조건은 $s + K + 1 - a$의 극이 좌반평면에 오도록 $K > a - 1$이어야 한다.
틀린 표현은 "안정"과 "$K < a$"이다. 올바르게는 "불안정"과 "$K > a - 1$"이다.

③ O
내부 루프 극이 $s = a - 1 > 0$이므로 불안정이다.
외부 단위 음의 되먹임까지 닫으면 전체 극은 $s = -(K + 1 - a)$가 되어 $K > a - 1$일 때 안정이다.

④ X
내부 루프가 불안정이라는 판단은 맞다.
그러나 전체 안정조건을 $K < a$로 두면 실제 안정조건 $K > a - 1$와 다르다.
틀린 표현은 "$K < a$"이다. 올바르게는 "$K > a - 1$"이다.

오답 포인트

점선 내부의 피드백 부호를 바깥쪽 음의 되먹임과 같은 방식으로 보고 $1 + GH$로 처리하면 내부 루프 안정성을 거꾸로 판단하게 된다. 이 문항의 함정은 내부는 양의 되먹임, 외부는 음의 되먹임이라는 부호 차이를 섞어 보는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 문제는 가장 안쪽 루프부터 합점 부호를 확인하고, 그 루프를 등가 폐루프로 바꾼 뒤, 생긴 전달함수의 극 위치를 본 다음 바깥 루프를 다시 닫아 안정조건을 판단한다.

암기 포인트

양의 되먹임 폐루프는 $\frac{G}{1-GH}$, 음의 되먹임 폐루프는 $\frac{G}{1+GH}$이다. 부호를 먼저 보면 안정성 판단이 바로 정리된다.

NoteBase

문 21. 자동제어계의 주파수응답 성능지표에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 대역폭이 넓을수록 응답속도가 빨라진다.

② 첨두공진값은 주파수응답 전달함수 크기의 최댓값으로 정의하며, 제어계의 안정도의 척도가 된다.

③ 이득교차주파수의 값이 높을수록 공진주기가 짧아진다.

④ 이득여유는 위상각이 -180°에서 주파수응답 전달함수 크기의 역수이다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 대역폭, 첨두공진값, 이득교차주파수, 이득여유처럼 주파수응답 성능지표의 의미와 서로 직접 연결되는 물리량을 구별하는 문제이다.

핵심 개념

대역폭은 폐루프계가 유효하게 응답하는 주파수 범위로, 넓을수록 일반적으로 응답속도가 빨라진다.
첨두공진값은 주파수응답 전달함수 크기의 최대값으로, 값이 클수록 상대안정도가 나빠지는 경향을 보여 준다.
이득교차주파수는 개루프 전달함수 크기가 1이 되는 주파수이고, 공진주기는 공진주파수에 의해 정해지는 주기이므로 서로 같은 지표가 아니다.
이득여유는 위상각이 -180도인 주파수에서의 개루프 전달함수 크기의 역수이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
대역폭이 넓다는 것은 더 높은 주파수 성분까지 따라갈 수 있다는 뜻이므로 일반적으로 응답이 빠르다.

② O
첨두공진값은 주파수응답 전달함수 크기의 최대값으로 정의한다. 이 값은 공진 정도를 나타내므로 제어계 상대안정도의 척도로 사용된다.

③ X
틀린 부분은 '이득교차주파수의 값이 높을수록 공진주기가 짧아진다'는 연결이다.
이득교차주파수는 개루프의 0 dB 교차 지점이고, 공진주기는 공진주파수 ω_r와 $T_r = 2\pi/\omega_r$의 관계로 정해진다.
따라서 공진주기가 짧아지는지는 공진주파수로 판단해야 하며, 이득교차주파수와 직접 동일시할 수 없다.
올바르게는 '이득교차주파수가 높을수록 일반적으로 응답대역이 넓고 응답이 빨라지는 경향이 있다' 또는 '공진주기는 공진주파수가 높을수록 짧아진다'가 맞다.

④ O
이득여유는 위상각이 -180도일 때의 개루프 주파수응답 전달함수 크기의 역수로 정의한다. 따라서 선지의 설명은 이득여유의 정의와 맞다.

오답 포인트

③은 '주파수가 높아지면 주기가 짧아진다'는 일반 관계를 이용해 이득교차주파수와 공진주파수를 같은 것으로 착각하게 만든 선지이다. 주파수응답 지표는 각각 대응하는 의미가 다르므로 교차주파수, 공진주파수, 대역폭을 섞으면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

주파수응답 문항에서는 먼저 각 지표가 어느 현상을 나타내는지 대응시켜 판단한다. 대역폭은 속도, 첨두공진값은 상대안정도, 이득여유는 -180도 지점의 여유, 공진주기는 공진주파수와의 관계로 구분하면 된다.

암기 포인트

대역폭은 속도, 첨두공진값은 상대안정도, 이득여유는 -180도 지점, 공진주기는 공진주파수로 기억한다.

NoteBase

문 22. 근궤적을 이용한 제어시스템 설계 시 s-평면 좌반면에 극점, 영점 추가에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 개루프 전달함수에 극점을 추가하면 근궤적을 왼쪽으로 끌어당겨 정착속도를 빠르게 한다.

② 개루프 전달함수에 영점을 추가하면 근궤적을 왼쪽으로 끌어당겨 정착속도를 빠르게 한다.

③ 폐루프 전달함수에 극점을 추가하면 근궤적을 왼쪽으로 끌어당겨 안정도를 높게 한다.

④ 폐루프 전달함수에 영점을 추가하면 근궤적을 왼쪽으로 끌어당겨 안정도를 높게 한다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 근궤적이 $G(s)H(s)$의 개루프 극점과 영점 변화에 따라 어느 쪽으로 끌리는지, 그리고 그 결과 응답 속도와 안정도가 어떻게 달라지는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

근궤적은 이득 변화에 따라 폐루프 극이 이동하는 경로이지만, 그 모양을 결정하는 기본 요소는 개루프 전달함수의 극점과 영점이다.
개루프 극점은 근궤적을 자기 쪽으로 끌기보다 전체적으로 오른쪽으로 밀어 상대안정도를 나쁘게 만들기 쉽고, 개루프 영점은 근궤적을 자기 쪽으로 끌어 왼쪽으로 당겨 응답을 빠르게 만들기 쉽다.
안정도 판단의 직접 기준은 폐루프 영점이 아니라 폐루프 극의 위치이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
개루프 전달함수에 좌반면 극점을 추가하면 근궤적은 일반적으로 왼쪽이 아니라 그 극점의 영향으로 오른쪽으로 치우치기 쉬워 상대안정도와 응답속도가 나빠질 수 있다.
틀린 표현은 "왼쪽으로 끌어당겨 정착속도를 빠르게 한다"이다. 올바르게는 "개루프 전달함수에 극점을 추가하면 보통 근궤적이 오른쪽으로 이동하는 경향이 있어 정착이 느려질 수 있다"이다.

② O
개루프 전달함수에 좌반면 영점을 추가하면 영점이 근궤적을 자기 쪽으로 끌어당겨 폐루프 극이 더 왼쪽에 놓이기 쉬워진다. 따라서 감쇠와 응답속도가 좋아져 정착속도가 빨라지는 설명이 옳다.

③ X
근궤적 설계에서 직접 다루는 대상은 폐루프 전달함수가 아니라 개루프 전달함수의 극점과 영점이다. 또한 안정도를 높이는 핵심은 폐루프 극을 왼쪽으로 보내는 것이지 폐루프 전달함수에 극점을 하나 더 추가하는 것이 아니다.
틀린 표현은 "폐루프 전달함수에 극점을 추가하면"과 "안정도를 높게 한다"이다. 올바르게는 "개루프 전달함수에 영점을 추가하여 폐루프 극이 더 왼쪽에 오도록 하면 상대안정도가 좋아질 수 있다"이다.

④ X
폐루프 전달함수에 영점을 추가하는 것 자체로 근궤적이 왼쪽으로 끌린다고 말할 수 없고, 안정도 역시 영점 추가보다 폐루프 극의 위치로 판단한다.
틀린 표현은 "폐루프 전달함수에 영점을 추가하면 근궤적을 왼쪽으로 끌어당겨 안정도를 높게 한다"이다.
올바르게는 "개루프 전달함수의 영점 추가가 근궤적을 왼쪽으로 당기는 방향으로 작용할 수 있으며, 안정도는 결과적으로 형성된 폐루프 극 위치로 판단한다"이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 "왼쪽으로 끌어당긴다"와 "안정도를 높인다"라는 효과를 극점과 영점에 뒤섞어 놓고, 개루프와 폐루프도 서로 바꾸어 놓은 점이다. 특히 영점은 왼쪽으로 끌어당기고 극점은 대체로 응답을 둔화시킨다는 대비를 놓치면 ①과 ②를 혼동하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

근궤적 문제에서는 먼저 개루프 전달함수 변화인지부터 확인한다. 그다음 좌반면 영점 추가는 근궤적을 왼쪽으로 끌 가능성이 크고, 극점 추가는 대체로 응답을 느리게 하고 상대안정도를 불리하게 만든다는 기준으로 판단하면 된다. 안정도 판단의 최종 기준은 항상 폐루프 극의 위치이다.

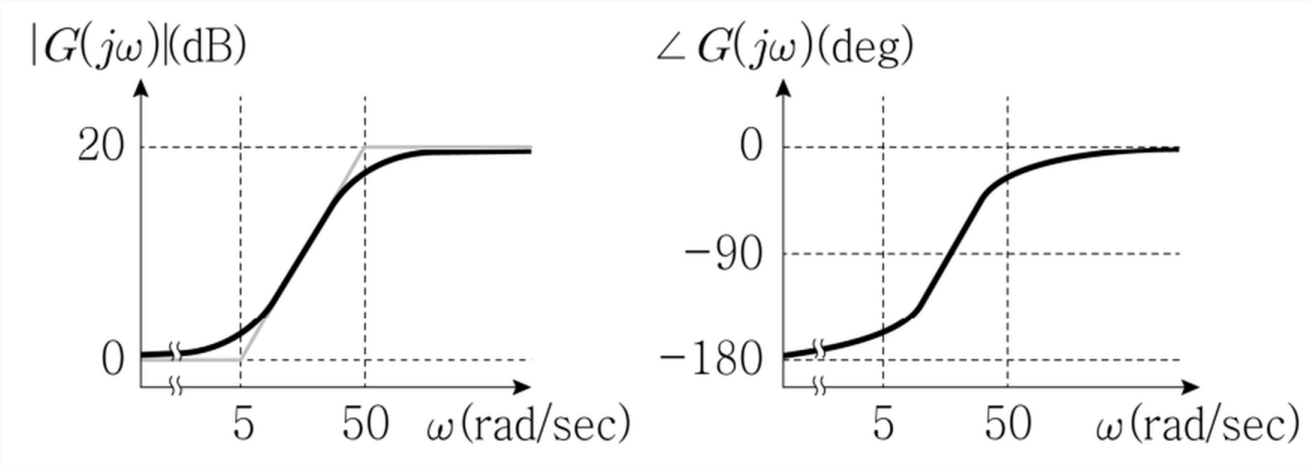
NoteBase

암기 포인트

근궤적은 개루프가 결정하고, 좌반면 영점은 당기고 극점은 둔화시키는 쪽으로 작용한다.

NoteBase

문 23. 그림과 같은 보드선도를 갖는 전달함수에 가장 가까운 것은?



① $10\frac{s-5}{s+50}$
② $10\frac{s+5}{s+50}$
③ $10\frac{s-5}{s-50}$
④ $10\frac{s+5}{s-50}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 보드선도에서 꺾임 주파수 5, 50rad/s, 저주파 이득 0dB, 고주파 이득 20dB, 위상 변화 방향 $-180^\circ \rightarrow 0^\circ$를 읽어 영점과 극점의 위치 부호를 판단하는 문제이다.

핵심 개념

고주파 이득이 20dB이므로 앞의 상수는 10이다. 저주파 이득이 0dB이므로 $10 \times \frac{|z|}{|p|} = 1$이어야 해서 영점과 극점의 크기는 각각 5, 50이다. 또 $\omega \rightarrow 0$에서 위상이 -180°이므로 $G(0)$는 음수이고, ω가 커질수록 위상이 0도 쪽으로 올라가야 하므로 좌반평면 영점 $s+5$와 우반평면 극점 $s-50$의 조합이어야 한다.

NoteBase

선지별 해설

1번 X: $10\frac{s-5}{s+50}$는 $\omega \to 0$에서 $G(0) = -1$이라 저주파 $0dB$, -180°는 맞지만, 우반평면 영점과 좌반평면 극점의 조합이라 위상이 그림처럼 0도 쪽으로 올라가지 않는다. 틀린 표현은 분자 $s-5$, 분모 $s+50$의 부호 조합이며, 올바르게는 $10\frac{s+5}{s-50}$이다.
2번 X: $10\frac{s+5}{s+50}$는 $\omega \to 0$에서 $G(0) = +1$이므로 위상이 0도 부근에서 시작한다. 그림은 -180°에서 시작하므로 맞지 않는다. 틀린 표현은 분모 $s+50$이며, 올바르게는 $s-50$이어야 한다.
3번 X: $10\frac{s-5}{s-50}$는 $\omega \to 0$에서 $G(0) = +1$이라 저주파 위상이 0도 부근이 된다. 또한 분자 $s-5$는 위상 상승이 아니라 반대 방향의 영향을 준다. 틀린 표현은 분자 $s-5$이며, 올바르게는 $s+5$이어야 한다.
4번 O: $10\frac{s+5}{s-50}$는 $\omega \to 0$에서 $G(0) = 10 \times \frac{5}{-50} = -1$이 되어 저주파 $0dB$, -180°를 만든다. 또 꺾임점이 $5, 50rad/s$이고, $5 \sim 50rad/s$ 구간에서 기울기가 $+20dB/dec$로 증가한 뒤 $20dB$에 수렴한다. 위상도 $-180^\circ + \tan^{-1}(\omega/5) + \tan^{-1}(\omega/50)$ 꼴로 0도 쪽으로 증가하므로 그림과 가장 가깝다.

오답 포인트

크기선도만 보면 1번과 4번이 둘 다 그럴듯해 보인다는 점이 함정이다. 이 문항은 저주파 위상이 -180°에서 시작하는지, 그리고 주파수가 커질수록 0도 쪽으로 올라가는지를 함께 봐야 부호를 구별할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 저주파와 고주파 이득으로 상수와 $|z|, |p|$를 정한다. 다음으로 $\omega \to 0$에서 위상이 0도인지 -180°인지로 전체 부호를 본다. 마지막으로 위상이 증가하는지 감소하는지로 좌반평면 영점, 우반평면 영점, 좌반평면 극점, 우반평면 극점을 구별한다.

암기 포인트

보드선도에서 $-180^\circ \to 0^\circ$로 올라가면 음의 직류이득에 좌반평면 영점과 우반평면 극점이 결합한 형태로 본다.

NoteBase

문 24. 이산시간 제어시스템(discrete-time control system)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 시스템의 한 부분 이상에서 신호가 펄스 또는 디지털 부호로 되어 있다.

② z-변환을 이용하여 시스템 해석을 할 수 있다.

③ 차분방정식으로 시스템을 표현할 수 있다.

④ 시스템이 안정하기 위해서는 폐루프 전달함수의 모든 극점의 실수부가 음수이어야 한다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 이산시간 제어시스템의 표현 방식과 안정도 판정 기준을 연속시간 시스템과 구별하는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

이산시간 제어시스템은 적어도 일부 신호가 샘플값 형태로 시간축의 이산 시각에서 정의되는 시스템이다. 해석 도구는 z-변환이고, 시스템 모델은 차분방정식으로 나타낸다. 안정도는 폐루프 극점의 실수부 부호가 아니라 모든 극점이 z평면의 단위원 내부에 있는지로 판단한다.

선지별 해설

① O: 이산시간 제어시스템은 시스템의 한 부분 이상에서 신호가 펄스열이나 디지털 부호처럼 이산값 또는 표본값 형태로 존재한다는 점이 핵심이다.
② O: 이산시간 시스템은 연속시간의 라플라스변환 대신 z-변환으로 전달함수와 응답을 해석할 수 있다.
③ O: 이산시간 시스템의 입출력 관계는 시퀀스 사이의 차분방정식으로 표현할 수 있다. 연속시간 시스템의 미분방정식에 대응하는 표현이다.
④ X: 틀린 부분은 "모든 극점의 실수부가 음수"이다. 이는 연속시간 시스템의 s평면 안정조건이다. 이산시간 시스템이 안정하려면 폐루프 전달함수의 모든 극점이 z평면에서 단위원 내부, 즉 $|z| < 1$에 있어야 한다.

오답 포인트

④는 안정도 조건만 바꿔 끼우는 함정이다. 연속시간은 극점의 실수부가 음수인지 보지만, 이산시간은 극점의 위치가 단위원 내부인지 본다. "실수부"라는 표현이 나오면 연속시간 조건을 떠올려야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

문항에서 이산시간, 샘플값, 디지털, z-변환, 차분방정식이 보이면 먼저 이산계인지 확인한다. 그다음 안정도 조건이 나오면 s평면의 좌반평면 조건인지, z평면의 단위원 내부 조건인지 구분하면 된다.

NoteBase

암기 포인트

연속시간은 실수부 음수, 이산시간은 $|z| < 1$이다.

NoteBase

문 25. 다음과 같은 상태공간방정식에서 상태피드백 제어기 $u(t)$를 구성하고, 기준입력 $r(t)$를 단위계단입력으로 인가하였다. 그 결과 정착시간과 오버슈트가 관찰되었고 정상상태오차가 발생했다. 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

bmatrixx_1(t) \ x_2(t)bmatrix=bmatrix0 & 1 \ -1 & -2bmatrixbmatrixx_1(t) \
x_2(t)bmatrix+bmatrix0 \ 1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix1 & 0bmatrixbmatrixx_1(t) \ x_2(t)bmatrix
u(t)=-bmatrixk_1 & k_2bmatrixbmatrixx_1(t) \ x_2(t)bmatrix+r(t)

① 상태피드백 제어기를 적용한 폐루프 시스템의 특성방정식은 $s^2 + (k_2 + 2)s + k_1 + 1 = 0$이다.

② 상태피드백 제어기를 적용하여 정착시간과 오버슈트는 조절 가능하다.

③ 적분형 상태피드백 제어기를 적용하면 정상상태오차를 0으로 만들 수 있다.

④ 적분형 상태피드백 제어기를 적용하면 정착시간과 오버슈트 조절이 불가능하다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 상태피드백을 적용한 폐루프 특성방정식, 단위계단 기준입력에 대한 정상상태오차, 적분형 상태피드백의 효과를 함께 묻는다.

조건 정리

상태방정식은 $A = [0, 1; -1, -2], B = [0; 1], C = [1, 0]$이다.
상태피드백은 $u = -Kx + r, K = [k_1, k_2]$이므로 폐루프 행렬은 $A - BK$이다.
문제의 발문은 옳지 않은 설명을 고르는 것이다.

사용할 공식

상태피드백 적용 후 폐루프 특성방정식은 $\det(sI - (A - BK)) = 0$으로 구한다.
단위계단 기준입력의 정상상태 출력은 안정한 폐루프에서 전달함수 $G_{yr}(s) = C(sI - (A - BK))^{-1}B$의 직류이득으로 판단한다.
적분형 상태피드백은 보통 $\dot{z} = r - y$ 같은 적분 상태를 추가하여 계단입력 오차가 계속 남을 때 제어입력에 누적 보정을 넣는 구조이다.

NoteBase

계산 과정

$A-BK=[0,1;\ -1-k_1,\ -2-k_2]$이다.
따라서
$\det(sI-(A-BK))=\det[s,\ -1;1+k_1,s+2+k_2]=s^2+(k_2+2)s+k_1+1$
이다.
또한 $G_{yr}(s)=\frac{1}{s^2+(k_2+2)s+k_1+1}$이므로 단위계단 입력에 대한 정상상태 출력은 $y(\infty)=\frac{1}{k_1+1}$이다. 기준입력 계수가 별도로 보정되지 않으면 일반적으로 $y(\infty)eq1$이 되어 정상상태오차가 발생할 수 있다.

선지 판단

① O: 폐루프 행렬 $A-BK$의 특성방정식을 계산하면 $s^2+(k_2+2)s+k_1+1=0$이 된다. 제시된 식과 일치하므로 옳은 설명이다.
② O: 이 시스템은 (A,B)가 제어가능하고, k_1, k_2로 폐루프 특성방정식의 상수항과 s항을 조정할 수 있다. 따라서 안정 범위와 물리적 제한 안에서 극 위치를 바꾸어 정착시간과 오버슈트를 조절할 수 있으므로 옳은 설명이다.
③ O: 적분형 상태피드백은 오차 적분 상태를 추가하여 계단 기준입력에서 남는 정상상태오차를 누적 보정한다. 확장 폐루프가 안정하게 설계되면 정상상태오차를 0으로 만들 수 있으므로 옳은 설명이다.
④ X: '적분형 상태피드백 제어기를 적용하면 정착시간과 오버슈트 조절이 불가능하다'는 표현이 틀렸다. 올바르게는 적분 상태를 추가하면 시스템 차수가 증가하여 설계가 달라지지만, 확장 시스템이 제어가능하고 폐루프 극을 적절히 배치하면 정착시간과 오버슈트도 조절할 수 있다는 설명이다.

오답 포인트

문제에서 정상상태오차가 관찰되었다는 말은 일반 상태피드백 $u=-Kx+r$만으로는 단위계단 기준입력 추종 이득이 1이 아닐 수 있음을 뜻한다. 이 사실을 적분제어를 넣으면 과도응답 조절이 아예 불가능해진다는 뜻으로 확대하면 ④를 놓치게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태피드백 문제는 먼저 $A-BK$로 폐루프 특성방정식을 만들고, 기준입력이 더해지는 위치로 정상상태 이득을 확인한다. 적분형 상태피드백이 나오면 정상상태오차 제거 기능과 폐루프 극 배치 가능성을 분리해서 판단한다.

암기 포인트

상태피드백은 극을 움직여 과도응답을 조절하고, 적분 동작은 계단입력 정상상태오차를 제거하는 역할을 한다.

NoteBase