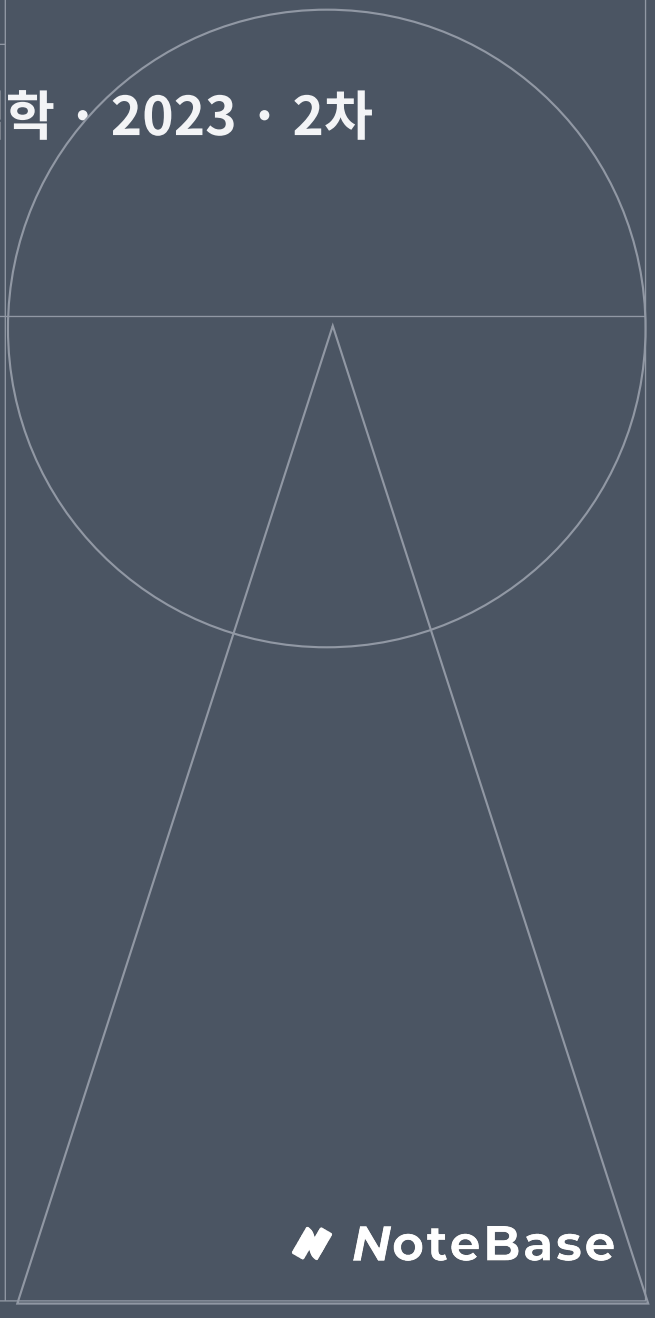
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2023 · 2차



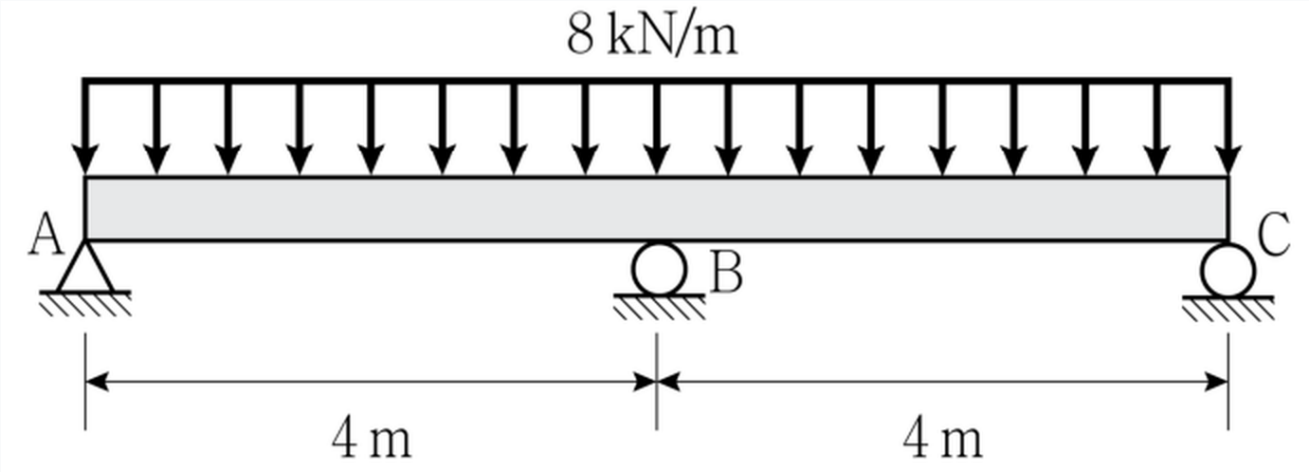
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2023 · 2차

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2023 · 2차

문 1. 그림과 같은 부정정보에서 B 지점의 수직반력의 크기[kN]는? (단, 보의 자중은 무시하며, 휨강성 EI는 일정하다)



① 10

② 20

③ 30

④ 40

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 대칭 2경간 연속보에서 세 모멘트 방정식과 경간별 평형을 이용해 중앙 지점 B의 수직반력 R_B를 구하는 문제이다.

조건 정리

등분포하중은 전 구간에 $w = 8kN/m$로 작용한다.
각 경간 길이는 $L = 4m$이고 전체 길이는 $8m$이다.
보의 자중은 무시하고 EI는 일정하므로 대칭인 두 경간의 거동이 같다.
구해야 할 값은 중앙 지점 B의 전체 수직반력 R_B이다.

NoteBase

사용할 공식

대칭 2경간 연속보에 같은 등분포하중이 작용하면 중앙 지점의 부모멘트는 세 모멘트 방정식으로 다음과 같이 얻어진다.

$M_B = -\frac{wL^2}{8}$

이 공식을 쓰는 이유는 A, B, C 세 지점으로 지지된 부정정보이고, 양쪽 경간의 EI, L, 하중 조건이 같아 중앙 지점 부모멘트와 각 경간 반력을 연속조건으로 연결해야 하기 때문이다.

계산 과정

1. 중앙 지점 모멘트를 구한다.

$M_B = -\frac{wL^2}{8} = -\frac{8 \times 4^2}{8} = -16kN \cdot m$

2. 좌측 경간 AB만 떼어 평형을 적용한다. A점 모멘트는 0이고 B점 단부모멘트가 $-16kN \cdot m$이므로,

$M_B = R_A L - \frac{wL^2}{2}$

$-16 = 4R_A - \frac{8 \times 4^2}{2}$

$R_A = 12kN$

3. 좌측 경간에서 B 쪽으로 전달되는 전단은

$V_{B,\text{left}} = wL - R_A = 8 \times 4 - 12 = 20kN$

4. 대칭이므로 우측 경간에서 B 쪽으로 전달되는 전단도 $20kN$이다.

$R_B = 20 + 20 = 40kN$

따라서 B 지점의 수직반력은 $40kN$이다.

선지 판단

① X: $10kN$은 세 모멘트 방정식과 경간별 평형으로 얻은 $R_B = 40kN$와 맞지 않는다. 틀린 표현은 $10kN$이고, 올바르게는 $40kN$이다.

② X: $20kN$은 한쪽 경간에서 B로 전달되는 전단 $V_{B,\text{left}}$만 본 값이다. B 지점 반력은 좌우 경간에서 전달되는 전단을 합한 값이므로 $20kN$이 아니라 $40kN$이다.

③ X: $30kN$은 연속조건을 반영한 중앙 지점 반력과 맞지 않는다. 세 모멘트 방정식으로 $M_B = -16kN \cdot m$을 구한 뒤 평형을 적용하면 $R_B = 40kN$이므로, 올바른 값은 $40kN$이다.

④ O: 좌우 각 경간에서 B로 전달되는 전단이 각각 $20kN$이므로 $R_B = 20 + 20 = 40kN$이다.

오답 포인트

가장 흔한 함정은 B 지점의 반력을 한쪽 경간의 끝전단 $20kN$으로만 처리하는 것이다. B는 두 경간이 만나는 내부 지점이므로 좌측 경간이 전달하는 전단과 우측 경간이 전달하는 전단을 모두 합산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

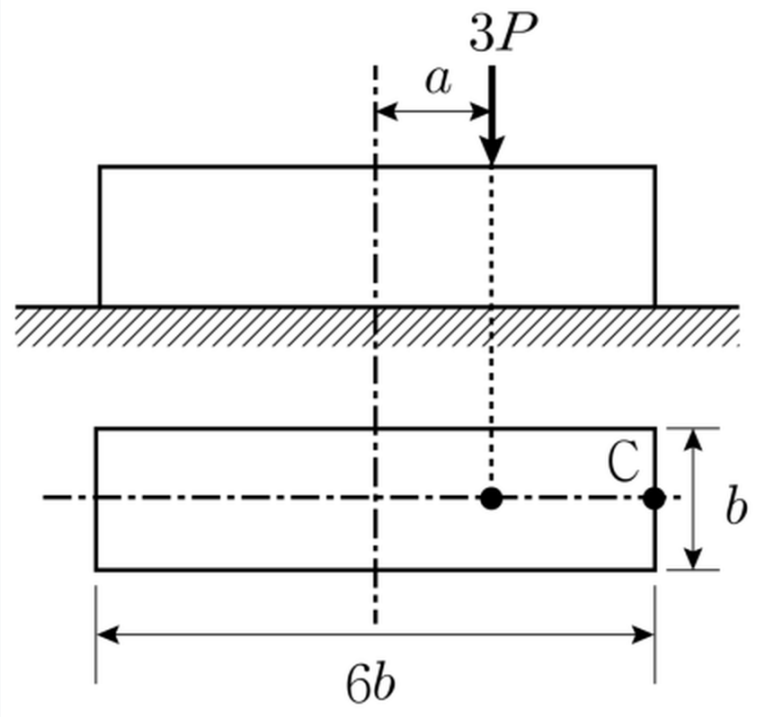
대칭 2경간 연속보에 같은 등분포하중이 작용하면 먼저 중앙 부모멘트 $M_B = -wL^2/8$을 구하고, 한 경간의 평형으로 B 쪽 전단을 구한 뒤 좌우 값을 합산해 중앙 지점 반력을 판단한다.

암기 포인트

같은 등분포하중을 받는 대칭 2경간 연속보에서는 중앙 지점 반력 $R_B = 5wL/4$이고, 이 문제에서는 $5 \times 8 \times 4/4 = 40kN$이다.

NoteBase

문 2. 그림과 같이 직사각형 단면을 가지는 단주가 있다. 도심으로부터 a만큼 일축 편심되어 수직하중 $3P$가 작용할 때, C점에서 발생하는 수직응력의 크기는? (단, 기둥의 자중은 무시한다)



① $\frac{P}{b^2}\left(1+\frac{a}{6b}\right)$
② $\frac{P}{2b^2}\left(1+\frac{a}{b}\right)$
③ $\frac{2P}{3b^2}\left(1+\frac{2a}{b}\right)$
④ $\frac{3P}{4b^2}\left(1+\frac{a}{2b}\right)$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 직사각형 단면에 편심축하중이 작용할 때 직접응력과 휨응력을 합해 점 C의 수직응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

단면 크기는 폭 $6b$, 높이 b이므로 단면적은 $A = 6b^2$이다.
하중은 $3P$이고 도심에서 오른쪽으로 a만큼 편심되어 작용한다.
점 C는 단면 오른쪽 끝의 도심축 위에 있으므로 도심으로부터 거리는 $x = 3b$이다.
편심 방향과 같은 쪽의 끝점이므로 직접압축응력과 편심에 의한 휨응력이 더해진다.

NoteBase

사용할 공식

편심축하중의 수직응력은 다음과 같이 쓴다.

$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{Mx}{I}$

이 공식은 축하중 N이 도심을 지나지 않으면 직접응력 N/A과 편심모멘트 $M = Ne$에 의한 휨응력 Mx/I가 동시에 생기기 때문에 사용된다.

계산 과정

축력은 $N = 3P$이므로 직접응력은

$\frac{N}{A} = \frac{3P}{6b^2} = \frac{P}{2b^2}$

이다.

편심모멘트는

$M = 3P \cdot a = 3Pa$

이다.

편심 방향에 대한 단면2차모멘트는 폭 $6b$에 대해

$I = \frac{b(6b)^3}{12} = 18b^4$

이다.

점 C에서 휨응력은

$\frac{Mx}{I} = \frac{3Pa \cdot 3b}{18b^4} = \frac{Pa}{2b^3} = \frac{P}{2b^2} \cdot \frac{a}{b}$

이다.

따라서 점 C의 수직응력 크기는

$\sigma_C = \frac{P}{2b^2} + \frac{Pa}{2b^3} = \frac{P}{2b^2}\left(1 + \frac{a}{b}\right)$

이다.

NoteBase

선지 판단

① X
- $\frac{P}{b^2}\left(1+\frac{a}{6b}\right)$은 직접응력 $3P/(6b^2)=P/(2b^2)$의 계수를 크게 잡고, 편심항의 기준거리도 잘못 둔 값이다.
- 틀린 표현 $\frac{P}{b^2}\left(1+\frac{a}{6b}\right)$은 올바르게는 $\frac{P}{2b^2}\left(1+\frac{a}{b}\right)$이다.

② O
- 직접응력은 $P/(2b^2)$이고, 점 C의 휨응력은 $P/(2b^2)\cdot a/b$이다.
- 두 응력이 같은 쪽에서 더해지므로 $\frac{P}{2b^2}\left(1+\frac{a}{b}\right)$가 된다.

③ X
- $\frac{2P}{3b^2}\left(1+\frac{2a}{b}\right)$은 단면적 또는 단면2차모멘트를 잘못 적용해 직접응력과 휨응력 계수가 모두 커진 값이다.
- 틀린 표현 $\frac{2P}{3b^2}\left(1+\frac{2a}{b}\right)$은 올바르게는 $\frac{P}{2b^2}\left(1+\frac{a}{b}\right)$이다.

④ X
- $\frac{3P}{4b^2}\left(1+\frac{a}{2b}\right)$은 직접응력 $3P/A$에서 $A=6b^2$를 쓰지 못하고, 점 C의 거리 $3b$와 $I=18b^4$의 조합도 잘못 반영한 값이다.
- 틀린 표현 $\frac{3P}{4b^2}\left(1+\frac{a}{2b}\right)$은 올바르게는 $\frac{P}{2b^2}\left(1+\frac{a}{b}\right)$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 폭 $6b$를 단면적에만 쓰고 단면2차모멘트 또는 끝단 거리에는 제대로 쓰지 않는 실수이다. 점 C는 오른쪽 끝이므로 $x=3b$이고, 편심도 오른쪽이어서 직접응력과 휨응력이 상쇄되지 않고 더해진다.

다시 나오면 이렇게 판단

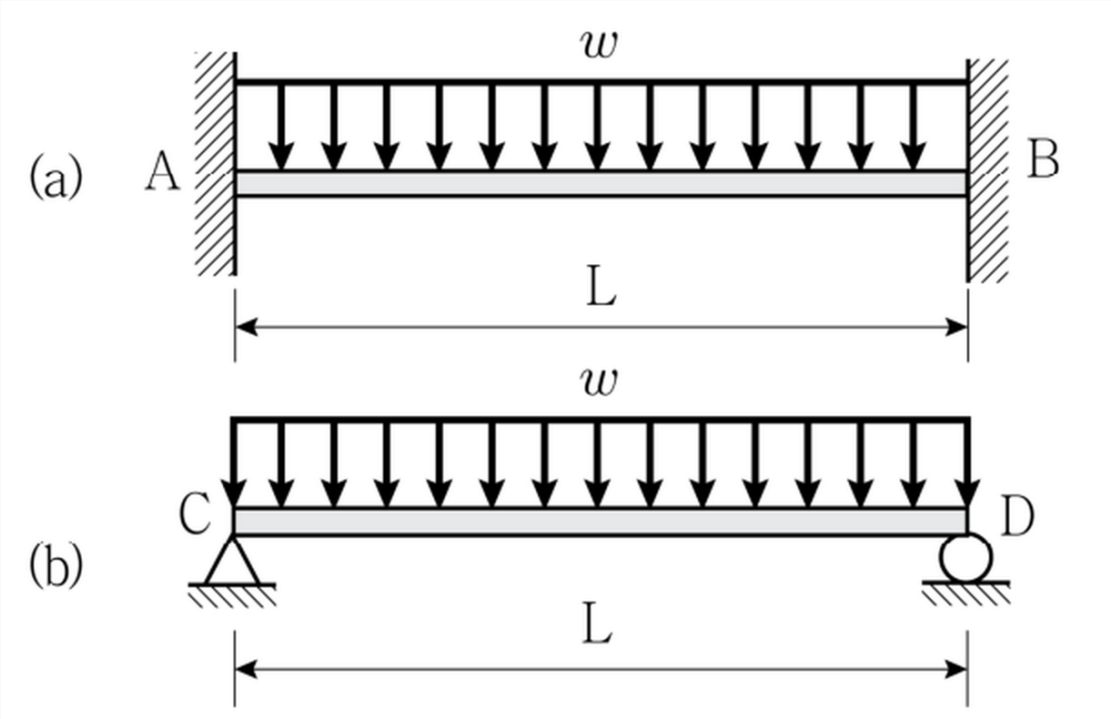
편심축하중 문제는 A, 편심모멘트 $M=Ne$, 검토점 거리 x, 해당 축에 대한 I를 차례로 정리한 뒤 N/A와 Mx/I의 부호를 결정한다.

암기 포인트

편심축하중의 끝단응력은 직접응력 N/A에 편심휨응력 Mx/I를 더하거나 뺀 값이다.

NoteBase

문 3. 그림과 같이 동일한 크기의 등분포하중 w를 받고 있는 두 개의 탄성보가 있다. 탄성보 (a)의 최대 정모멘트의 크기가 $10\text{kN}\cdot\text{m}$이면, 탄성보 (b)의 최대 정모멘트의 크기 $[\text{kN}\cdot\text{m}]$는? (단, 두 보의 자중은 무시하며, 휨강성 EI는 일정하다)



① 10

② 20

③ 30

④ 40

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중을 받는 양단고정보와 단순보의 최대 정모멘트 공식을 비교해 단순보의 최대 정모멘트를 구하는 문제이다. 여기서 정모멘트는 보 중앙부의 처짐방향 모멘트를 뜻한다.

조건 정리

보 (a)는 양단고정보이고 보 (b)는 단순보이다.
두 보는 같은 등분포하중 w, 같은 경간 L, 같은 휨강성 EI를 가진다.
보 (a)의 최대 정모멘트는 $10kN\cdot m$이다.
구해야 할 값은 보 (b)의 최대 정모멘트 $[kN\cdot m]$이다.

NoteBase

사용할 공식

등분포하중을 받는 양단고정보의 중앙부 최대 정모멘트는
$M_{a,+} = \frac{wL^2}{24}$
이다.
등분포하중을 받는 단순보의 중앙부 최대 정모멘트는
$M_{b,+} = \frac{wL^2}{8}$
이다.
두 보의 하중과 경간이 같으므로 wL^2가 같고, 정모멘트 계수만 비교하면 된다.

계산 과정

보 (a)의 최대 정모멘트가 $10kN \cdot m$이므로
$\frac{wL^2}{24} = 10$
이다.
따라서
$wL^2 = 240kN \cdot m$
이다.
보 (b)의 최대 정모멘트는
$M_{b,+} = \frac{wL^2}{8} = \frac{240}{8} = 30kN \cdot m$
이다.

선지 판단

① X. $10kN \cdot m$은 보 (a)의 최대 정모멘트이고, 단순보 (b)의 최대 정모멘트가 아니다. 틀린 표현은 10이며, 올바르게는 $30kN \cdot m$이다.
② X. $20kN \cdot m$은 양단고정보의 정모멘트 계수 1/24와 단순보의 계수 1/8의 비가 3배라는 점을 놓친 값이다. 틀린 표현은 20이며, 올바르게는 $30kN \cdot m$이다.
③ O. 보 (a)의 정모멘트 $wL^2/24 = 10$에서 $wL^2 = 240$이고, 보 (b)는 $wL^2/8 = 30$이므로 맞다.
④ X. $40kN \cdot m$은 정모멘트 계수비를 4배로 잘못 본 값이다. 틀린 표현은 40이며, 올바르게는 $30kN \cdot m$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 고정보의 지점부 부모멘트 $wL^2/12$와 중앙부 정모멘트 $wL^2/24$를 혼동하게 만드는 데 있다. 발문이 최대 정모멘트를 묻고 있으므로 보 (a)에서는 지점부 부모멘트가 아니라 중앙부 정모멘트 $wL^2/24$를 기준으로 삼아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

등분포하중 보의 정모멘트 비교 문제는 먼저 지점 조건을 구분하고, 다음으로 정모멘트인지 부모멘트인지 확인한 뒤, 같은 wL^2에 곱해지는 계수를 비교해 판단한다.

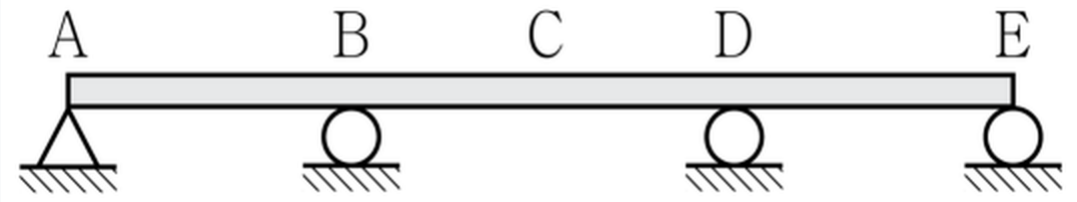
NoteBase

암기 포인트

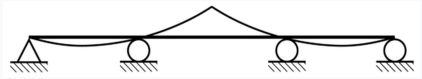
등분포하중에서 단순보 중앙 정모멘트는 $wL^2/8$, 양단고정보 중앙 정모멘트는 $wL^2/24$이다. 같은 w와 L이면 단순보의 최대 정모멘트가 양단고정보 중앙 정모멘트의 3배이다.

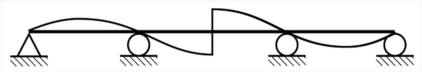
NoteBase

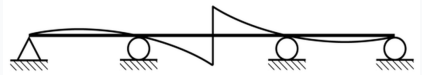
문 4. 그림과 같은 3경간 연속보에서 중앙점인 C점의 정성적인 휨모멘트의 영향선은? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하다)



① 

② 

③ 

④ 

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 3경간 연속보에서 중앙점 C의 휨모멘트 M_C 영향선을 뮐러-브레슬라우 원리로 정성 판별하는 문제이다.

핵심 정리

M_C 영향선은 C에 휨모멘트 구속을 해제한 힌지를 넣고 양의 단위 회전차를 준 변형 형상과 같다. 따라서 지점 A, B, D, E의 영향선 종거는 0이고, C에서는 종거가 끊기지 않고 기울기만 꺾인다. 중앙 경간 $B-D$에서는 C를 꼭짓점으로 하는 양의 삼각형 형상이 되고, 양쪽 인접 경간 $A-B$, $D-E$에는 연속성 때문에 반대부호의 완만한 곡선이 생긴다.

NoteBase

선지별 해설

1번: X. 중앙 경간의 영향선이 C에서 매끄러운 곡선으로 이어져 있다. M_C 영향선은 C에서 모멘트 구속을 해제하므로 회전 불연속, 즉 꺾임이 나타나야 한다. 틀린 표현은 C에서 매끄러운 포물선형으로 이어지는 부분이고, 올바르게는 C를 꼭짓점으로 하는 꺾인 삼각형 형상이다.
2번: O. 지점 A, B, D, E에서 종거가 0이고, 중앙 경간 $B-D$는 C에서 꺾이는 양의 삼각형으로 나타난다. 또한 양쪽 경간 $A-B, D-E$에는 연속보의 구속 효과 때문에 반대부호의 곡선 영향선이 나타나므로 M_C의 정성적 영향선과 일치한다.
3번: X. C에서 영향선 종거가 위아래로 뛰는 수직 불연속이 그려져 있다. 휨모멘트 영향선은 단면에서 회전 해방에 따른 기울기 불연속을 갖지만, 종거 자체가 수직으로 점프하지 않는다. 틀린 표현은 C의 수직 점프이고, 올바르게는 종거는 이어지고 기울기만 꺾이는 형상이다.
4번: X. C에서 수직 불연속이 있고, 중앙 경간의 형상도 C를 꼭짓점으로 하는 하나의 양의 삼각형으로 정리되지 않는다. 이 형상은 휨모멘트 영향선이 아니라 단면 전단력 영향선처럼 점프가 있는 형태에 가깝다. 틀린 표현은 C의 점프와 중앙 경간의 부호 배치이고, 올바르게는 2번처럼 $B-D$ 사이에 양의 꺾인 삼각형이 놓이는 형상이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 휨모멘트 영향선의 꺾임과 전단력 영향선의 점프를 혼동하는 데 있다. C에서 수직으로 뛰는 3번, 4번은 휨모멘트가 아니라 전단력 영향선의 특징에 가깝고, 1번은 C의 회전 해방으로 생기는 꺾임을 빠뜨린 선택지이다.

다시 나오면 이렇게 판단

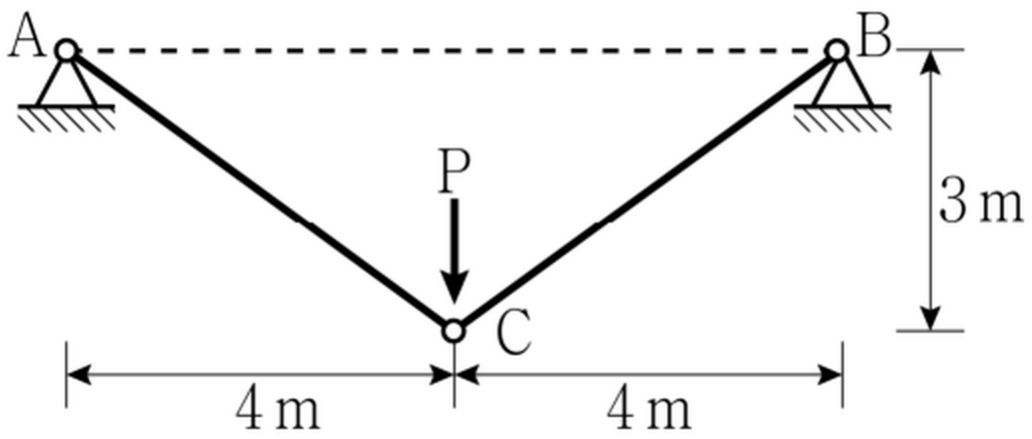
휨모멘트 영향선은 해당 단면에 힌지를 넣어 단위 회전차를 주는 변형 형상으로 판단한다. 지점에서는 종거가 0이고, 관심 단면에서는 수직 점프가 아니라 기울기 꺾임이 생기며, 연속보의 양쪽 경간에는 반대부호의 곡선부가 나타난다.

암기 포인트

모멘트 영향선은 꺾임, 전단력 영향선은 점프이다. 연속보의 M_C 영향선은 지점 0, C 꺾임, 양쪽 경간 반대부호로 기억한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같이 탄성 케이블의 중앙에 수직하중 P가 작용하는 케이블에 40MPa의 인장응력이 발생할 때, 수직하중 P의 크기 [kN]는? (단, 케이블의 단면적은 2,500mm^{2}이며 케이블의 자중은 무시한다)



① 120

② 160

③ 200

④ 240

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 케이블의 인장응력으로 케이블 장력 T를 구한 뒤, 대칭 케이블 중앙점에서 수직성분 평형으로 하중 P를 구하는 문제이다.

조건 정리

인장응력은 $40MPa = 40N/mm^2$이다.
케이블 단면적은 $2,500mm^2$이다.
중앙점 C에서 좌우 케이블은 대칭이고, 한쪽 케이블의 수평거리와 수직높이는 각각 $4m$, $3m$이다.
따라서 한쪽 케이블 길이비는 3-4-5 삼각형이고, $\sin\theta = 3/5$이다.

NoteBase

사용할 공식

케이블 장력은 응력과 단면적의 곱이다.

$T = \sigma A$

중앙점의 수직평형식은 좌우 케이블 장력의 수직성분 합이 하중과 같다는 식이다.

$P = 2T\sin\theta$

하중 P가 중앙에 작용하고 형상이 좌우 대칭이므로 두 케이블의 장력 크기가 같고, 수평성분은 서로 상쇄되며 수직성분만 P를 지지한다.

계산 과정

1. 케이블 장력을 구하면 $T = 40N/mm^2 \times 2,500mm^2 = 100,000N = 100kN$이다.
2. 한쪽 케이블의 기하에서 $\sin\theta = 3/5$이다.
3. 중앙점 수직평형을 적용하면 $P = 2 \times 100kN \times 3/5 = 120kN$이다.

선지 판단

① O: 계산 결과가 $120kN$이므로 옳다.

② X: $160kN$은 $2T\cos\theta = 2 \times 100 \times 4/5$처럼 수평성분을 더한 값에 해당한다. 수평성분은 좌우에서 서로 상쇄되므로 올바른 값은 $120kN$이다.

③ X: $200kN$은 $2T$로, 케이블 장력 전체를 수직방향 하중으로 본 값이다. 케이블이 경사져 있으므로 수직성분 $T\sin\theta$만 더해야 하며 올바른 값은 $120kN$이다.

④ X: $240kN$은 한쪽 장력 $100kN$의 수직성분 합으로 나올 수 없고, 가능한 최대 합력 $2T = 200kN$보다도 크다. 올바른 값은 $120kN$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 응력으로 얻은 값 $T = 100kN$을 바로 하중으로 보거나, 경사 케이블의 수평성분 $T\cos\theta$를 하중 지지 성분으로 쓰는 것이다. 중앙 수직하중은 수직성분 $T\sin\theta$의 합으로만 평형을 이룬다.

다시 나오면 이렇게 판단

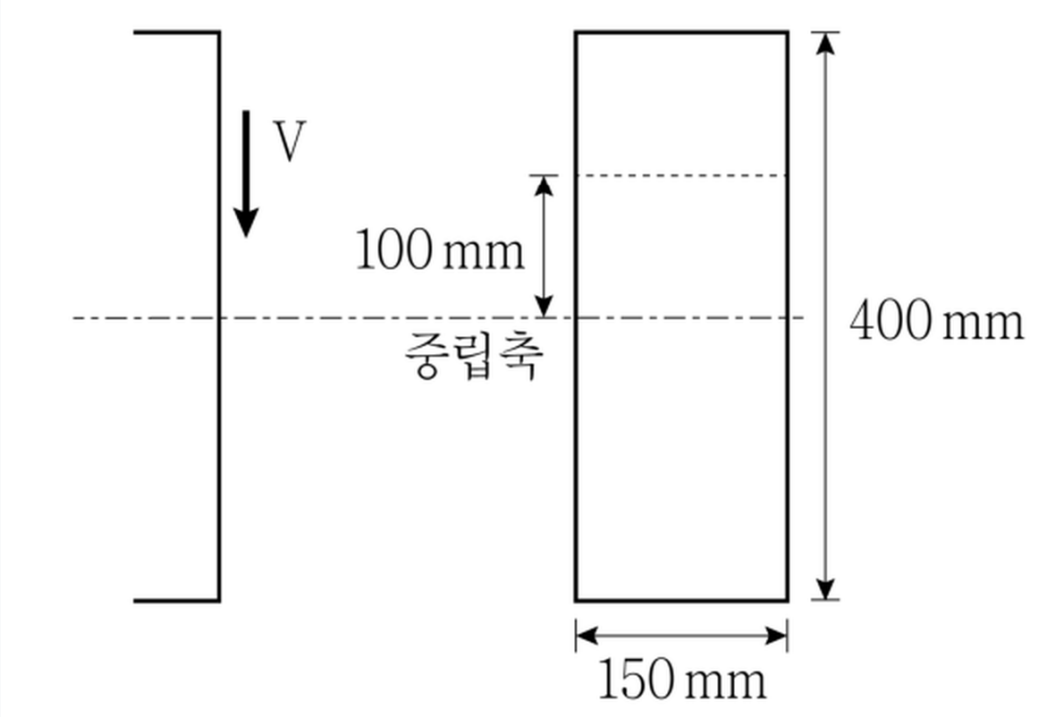
케이블 중앙 집중하중 문제는 응력에서 장력 T를 먼저 구하고, 도형에서 $\sin\theta$ 또는 $\cos\theta$를 정한 뒤, 하중 방향 성분만 평형식에 넣어 판단한다.

암기 포인트

경사 케이블 중앙하중은 장력 전체가 아니라 수직성분의 합이며, 대칭이면 $P = 2T\sin\theta$이다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 보의 단면에서 전단력 V에 의한 중립축의 전단응력 τ_1과 중립축에서 위쪽으로 100 mm 떨어진 위치의 전단응력 τ_2의 비 $\frac{\tau_2}{\tau_1}$는?



① 0.65

② 0.70

③ 0.75

④ 0.80

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 직사각형 단면에서 전단응력의 포물선 분포식을 이용해 중립축 전단응력과 중립축에서 떨어진 위치의 전단응력 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

단면은 폭 150mm, 높이 400mm인 직사각형이다.
중립축은 단면 중앙에 있으므로 중립축에서 상단 또는 하단까지의 거리 c는 200mm이다.
τ_1은 중립축의 전단응력이고, τ_2는 중립축에서 위쪽으로 100mm 떨어진 위치의 전단응력이다.
구해야 할 값은 τ_2/τ_1이다.

NoteBase

사용할 공식

직사각형 단면의 전단응력 분포는 다음과 같다.
$\tau_y = \tau_{\max}\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right)$
중립축에서 전단응력이 최대이므로 $\tau_1 = \tau_{\max}$이다. 같은 단면에서 같은 전단력 V에 의한 응력의 비만 묻고 있으므로 폭과 전단력의 절대값은 비 계산에서 소거된다.

계산 과정

중립축에서 상단까지의 거리는 $c = 400/2 = 200mm$이다.
τ_2의 위치는 중립축에서 $y = 100mm$ 떨어져 있다.
따라서 전단응력의 비는 다음과 같다.
$\frac{\tau_2}{\tau_1} = 1 - \frac{100^2}{200^2} = 1 - \frac{1}{4} = 0.75$
계산 결과 $\tau_2/\tau_1 = 0.75$이다.

선지 판단

① 0.65: X. 포물선 분포식에 $y = 100mm$, $c = 200mm$를 대입하면 0.65가 아니라 0.75가 된다. 틀린 표현 0.65는 올바르게는 0.75이다.
② 0.70: X. 중립축에서의 최대 전단응력에 대해 $1 - (100/200)^2$를 곱해야 하므로 0.70이 아니라 0.75이다. 틀린 표현 0.70은 올바르게는 0.75이다.
③ 0.75: O. 중립축에서 $100mm$ 떨어진 위치는 $c = 200mm$의 절반 지점이고, 직사각형 전단응력비는 $1 - (1/2)^2 = 0.75$가 된다.
④ 0.80: X. 중립축에서 멀어질수록 직사각형 단면의 전단응력은 포물선 형태로 감소하며, 이 위치의 감소량은 $(100/200)^2 = 0.25$이다. 틀린 표현 0.80은 올바르게는 0.75이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 전체 높이 $400mm$와 중립축에서 끝단까지의 거리 $200mm$를 혼동하는 데 있다.
직사각형 전단응력 분포식의 분모에는 전체 높이가 아니라 중립축에서 최외단까지의 거리 c가 들어간다.

다시 나오면 이렇게 판단

직사각형 단면의 전단응력비 문제는 중립축에서 최외단까지의 거리 $c = h/2$를 먼저 정하고, 해당 위치의 거리 y를 잡은 뒤 $1 - y^2/c^2$에 대입해 판단한다.

암기 포인트

직사각형 단면의 전단응력은 중립축에서 최대이고 최외단에서 0이 되는 포물선 분포이며, 비는 $1 - y^2/c^2$로 정리된다.

NoteBase

문 7. 양단이 핀으로 지지된 정사각형 단면 기둥의 좌굴 임계하중 P_{cr1}과 양단이 고정된 원형 단면 기둥의 좌굴 임계하중 P_{cr2}의 비 $\frac{P_{cr2}}{P_{cr1}}$는? (단, 두 기둥의 단면적과 길이는 같고, 동일한 재료로 균질하게 제작되었으며, 탄성거동한다)

① $\frac{3}{\pi}$
② $\frac{6}{\pi}$
③ $\frac{9}{\pi}$
④ $\frac{12}{\pi}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 오일러 좌굴하중 공식에서 단면2차모멘트 차이와 지점조건에 따른 유효길이계수 차이를 함께 반영하여 P_{cr2}/P_{cr1}을 구하는 문제이다.

조건 정리

정사각형 단면 기둥은 양단 핀이므로 $K_1 = 1$이다.
원형 단면 기둥은 양단 고정이므로 $K_2 = 0.5$이다.
두 기둥의 단면적, 길이, 재료는 같으므로 비교에 필요한 차이는 단면2차모멘트 I와 유효길이계수 K뿐이다.

사용할 공식

오일러 좌굴하중은
$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$
이다.
같은 E, L에서는
$\frac{P_{cr2}}{P_{cr1}} = \frac{I_2}{I_1}\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2$
로 비교된다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 탄성거동을 전제로 하고, 기둥의 좌굴 임계하중을 지점조건과 단면형상별로 비교하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

정사각형 단면의 한 변을 a라 하면 $A = a^2$, $I_1 = a^4/12 = A^2/12$이다.
원형 단면의 반지름을 r라 하면 $A = \pi r^2$, $I_2 = \pi r^4/4 = A^2/(4\pi)$이다.
따라서 단면2차모멘트의 비는
$\frac{I_2}{I_1} = \frac{A^2/(4\pi)}{A^2/12} = \frac{3}{\pi}$
이다.
지점조건에 따른 유효길이계수의 비는
$\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.5}\right)^2 = 4$
이다.
그러므로
$\frac{P_{cr2}}{P_{cr1}} = \frac{3}{\pi} \times 4 = \frac{12}{\pi}$
이다.

선지 판단

① X
$3/\pi$는 같은 단면적일 때 원형 단면과 정사각형 단면의 단면2차모멘트 비 I_2/I_1만 반영한 값이다. 양단 고정의 유효길이계수 효과가 빠져 있으므로 틀린 표현이다. 올바르게는 $P_{cr2}/P_{cr1} = 12/\pi$이다.

② X
$6/\pi$는 단면2차모멘트 비 $3/\pi$에 지점조건 효과를 2배로 잘못 반영한 값이다. 좌굴하중은 유효길이의 제곱에 반비례하므로 양단 고정의 효과는 2배가 아니라 4배이다. 올바르게는 $P_{cr2}/P_{cr1} = 12/\pi$이다.

③ X
$9/\pi$는 같은 단면적에 따른 $I_2/I_1 = 3/\pi$와 양단 고정 효과 4배의 곱으로 나오지 않는다. 지점조건 효과를 임의로 3배처럼 처리한 값이므로 틀린 표현이다. 올바르게는 $P_{cr2}/P_{cr1} = 12/\pi$이다.

④ O
원형 단면의 단면2차모멘트는 정사각형 단면의 $3/\pi$배이고, 양단 고정 기둥의 좌굴하중은 같은 I일 때 양단 핀 기둥의 4배이다. 따라서 $P_{cr2}/P_{cr1} = (3/\pi) \times 4 = 12/\pi$이므로 맞는 선지이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 단면형상 차이와 지점조건 차이를 분리해서 계산해야 한다는 점이다. ①은 단면2차모멘트 비만 계산한 값이고, ②와 ③은 양단 고정 조건의 제곱 효과를 정확히 반영하지 못한 값이다. 양단 고정은 유효길이가 절반이 되므로 좌굴하중은 2배가 아니라 4배가 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

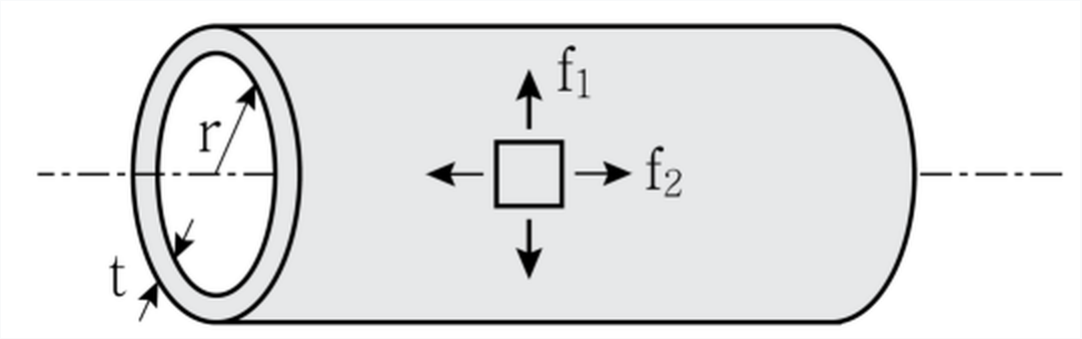
좌굴하중 비교 문제는 먼저 $P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$에서 서로 같은 항과 다른 항을 구분한다. 같은 재료와 같은 길이이면 E, L은 소거되고, 단면형상은 I의 비로, 지점조건은 $(K_1/K_2)^2$로 판단한다.

암기 포인트

같은 단면적에서 원형과 정사각형의 단면2차모멘트 비는 $3/\pi$이고, 양단 고정은 양단 핀보다 좌굴하중이 4배이다. 이 문제의 핵심 곱은 $(3/\pi) \times 4 = 12/\pi$이다.

NoteBase

문 8. 그림과 같이 얇은 원통형의 압력용기에 내부압 1.6MPa이 작용할 때, 원통벽의 원환응력 f_1과 길이방향응력 f_2의 크기[MPa]는? (단, 원통의 두께 $t = 8$mm이고, 내부반경 $r = 300$mm이며, 용기와 내용물의 무게는 무시한다)



① f_1: 30, f_2: 60

② f_1: 40, f_2: 60

③ f_1: 60, f_2: 30

④ f_1: 60, f_2: 40

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 얇은 원통형 압력용기에서 내압에 의한 원환응력과 길이방향응력을 구하는 공식 적용 문제이다.

조건 정리

내부압력은 $p = 1.6MPa$이다.
내부반경은 $r = 300mm$이다.
두께는 $t = 8mm$이다.
구해야 할 값은 원환응력 f_1과 길이방향응력 f_2이다.

사용할 공식

얇은 원통형 압력용기에서 원환응력은 $f_1 = \frac{pr}{t}$이다.
길이방향응력은 $f_2 = \frac{pr}{2t}$이다.
원통벽이 얇고 내압을 받는 조건이므로 막응력 공식이 적용된다. 원환방향은 원통을 길이 방향으로 쪼개려는 내압에 저항하므로 길이방향응력의 2배가 된다.

NoteBase

계산 과정

원환응력은 다음과 같다.
$f_1 = \frac{pr}{t} = \frac{1.6 \times 300}{8} = 60MPa$
길이방향응력은 다음과 같다.
$f_2 = \frac{pr}{2t} = \frac{1.6 \times 300}{2 \times 8} = 30MPa$
따라서 $f_1 = 60MPa$, $f_2 = 30MPa$이다.

선지 판단

① X: $f_1 = 30MPa$, $f_2 = 60MPa$라고 하여 두 값을 서로 반대로 잡았다. 틀린 표현은 $f_1 = 30MPa$, $f_2 = 60MPa$이고, 올바르게는 $f_1 = 60MPa$, $f_2 = 30MPa$이다.
② X: $f_2 = 60MPa$는 원환응력 값을 길이방향응력에 넣은 것이고, $f_1 = 40MPa$도 공식 계산값과 맞지 않는다. 올바르게는 $f_1 = 60MPa$, $f_2 = 30MPa$이다.
③ O: 계산 결과가 $f_1 = 60MPa$, $f_2 = 30MPa$와 일치한다.
④ X: $f_1 = 60MPa$는 맞지만 $f_2 = 40MPa$가 틀렸다. 틀린 표현은 $f_2 = 40MPa$이고, 올바르게는 $f_2 = 30MPa$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 원환응력과 길이방향응력의 공식을 바꾸어 적용하는 것이다. 얇은 원통형 압력용기에서는 원환응력 pr/t가 길이방향응력 $pr/(2t)$보다 2배 크다.

다시 나오면 이렇게 판단

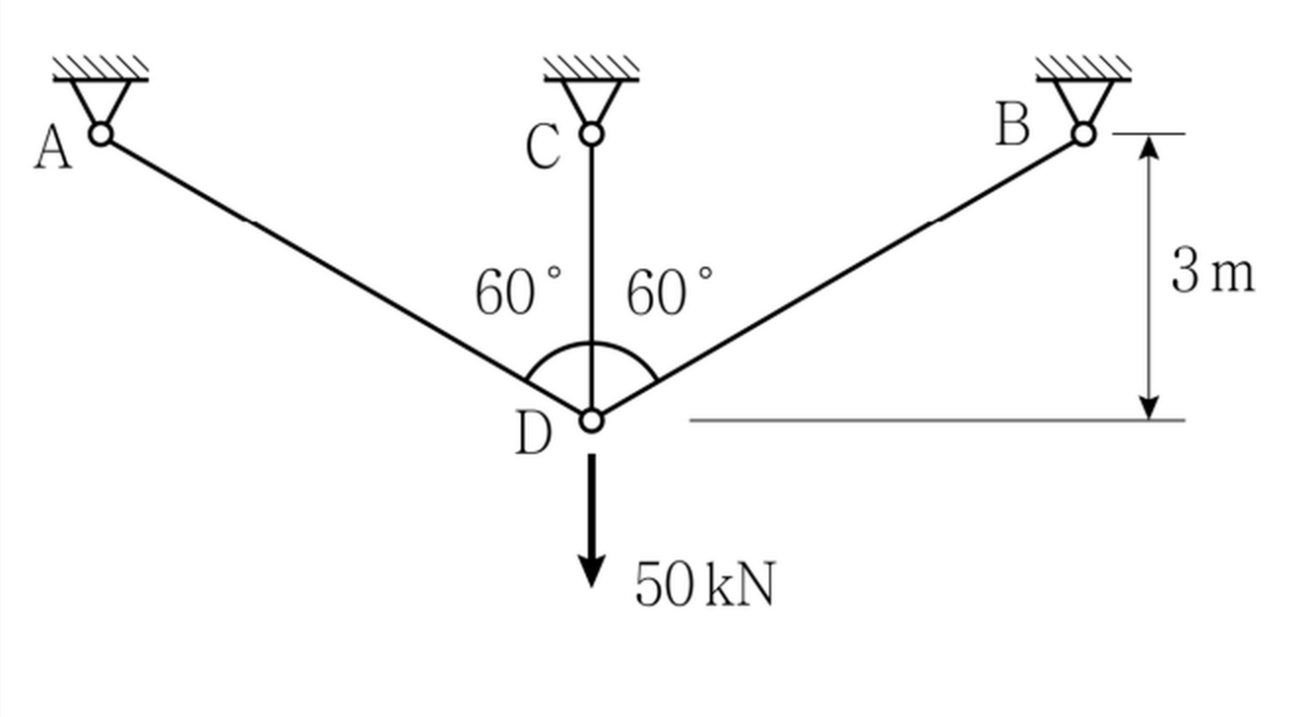
얇은 원통형 압력용기 내압 문제는 먼저 p, r, t를 정리한 뒤 원환응력 pr/t와 길이방향응력 $pr/(2t)$를 각각 대입하여 비교한다.

암기 포인트

얇은 원통형 압력용기는 원환응력:길이방향응력 = 2:1이다.

NoteBase

문 9. 그림과 같은 트러스에서 부재 AD의 변형률의 크기는? (단, 트러스 부재의 단면적은 100mm^2이고, 탄성계수는 200GPa이며, 트러스의 자중은 무시한다)



① 0.0005

② 0.0006

③ 0.0007

④ 0.0008

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 절점 D의 수직변위와 부재 축변형의 호환조건을 이용해 부재 AD의 변형률을 구하는 문제이다.

조건 정리

단면적은 모든 부재에서 $A = 100mm^2$이고 탄성계수는 $E = 200GPa$이다.
따라서 축강성 계산에 쓰는 EA는 $200{,}000N/mm^2 \times 100mm^2 = 20{,}000kN$이다.
하중은 절점 D에 작용하는 $P = 50kN$이고, 중앙 부재 CD의 길이는 $3m$, 경사부재 AD와 BD의 길이는 $3/\cos 60^\circ = 6m$이다.
대칭 구조와 대칭 하중이므로 절점 D의 수평변위는 0이고 수직변위만 고려된다.

NoteBase

사용할 공식

축부재의 축력은 $N=(EA/L)\Delta$이고, 변형률은 $\varepsilon=\Delta/L=N/(EA)$이다.
절점 D가 아래로 δ만큼 이동하면 CD의 축신장은 δ이고, AD의 축신장은 수직변위의 부재축 방향 성분인 $\delta\cos 60^\circ=\delta/2$이다.
따라서 중앙재와 경사재의 축강성이 서로 다른 길이와 방향성분을 통해 함께 하중을 분담하므로 변위호환식과 절점평형식을 같이 사용한다.

계산 과정

AD의 축력은
$N_{AD}=\frac{EA}{6}\cdot\frac{\delta}{2}=\frac{EA\delta}{12}$
이고, CD의 축력은
$N_{CD}=\frac{EA}{3}\delta$
이다.
절점 D의 수직평형은 AD와 BD의 수직성분, CD의 축력 합이 하중 $50kN$과 같다는 조건이다.
$50=2\left(\frac{EA\delta}{12}\cos 60^\circ\right)+\frac{EA\delta}{3}$
$50=2\left(\frac{EA\delta}{24}\right)+\frac{EA\delta}{3}=\frac{5EA\delta}{12}$
따라서
$\delta=\frac{12\times 50}{5EA}=\frac{600}{5\times 20{,}000}=0.006m$
이다.
AD의 축신장은 $\delta/2=0.003m$이고 길이는 $6m$이므로
$\varepsilon_{AD}=\frac{0.003}{6}=0.0005$
이다.

선지 판단

① O: 계산된 AD의 변형률은 0.0005이므로 1번이 맞다.
② X: 0.0006은 $EA=20{,}000kN$일 때 AD 축력 $12kN$에 해당하는 값인데, 실제 AD 축력은 $N_{AD}=EA\varepsilon=10kN$이다. 올바르게는 AD의 변형률이 0.0005이다.
③ X: 0.0007은 AD 축력을 $14kN$으로 본 경우에 해당하는 값이다. 중앙 수직부재 CD가 하중을 크게 분담하므로 AD의 실제 축력은 그보다 작은 $10kN$이고, 올바르게는 0.0005이다.
④ X: 0.0008은 AD 축력을 $16kN$으로 과대평가한 값이다. 경사부재의 축신장은 수직변위 전체가 아니라 $\delta\cos 60^\circ$이므로 올바르게는 0.0005이다.

오답 포인트

함정은 절점 D의 수직변위 δ를 경사부재 AD의 축신장으로 그대로 쓰는 데 있다. AD는 수직선과 60°를 이루므로 축신장은 δ가 아니라 $\delta\cos 60^\circ$이다. 또한 중앙 수직부재 CD가 하중을 분담하므로 경사부재만으로 하중을 받는다고 보면 변형률이 과대평가된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

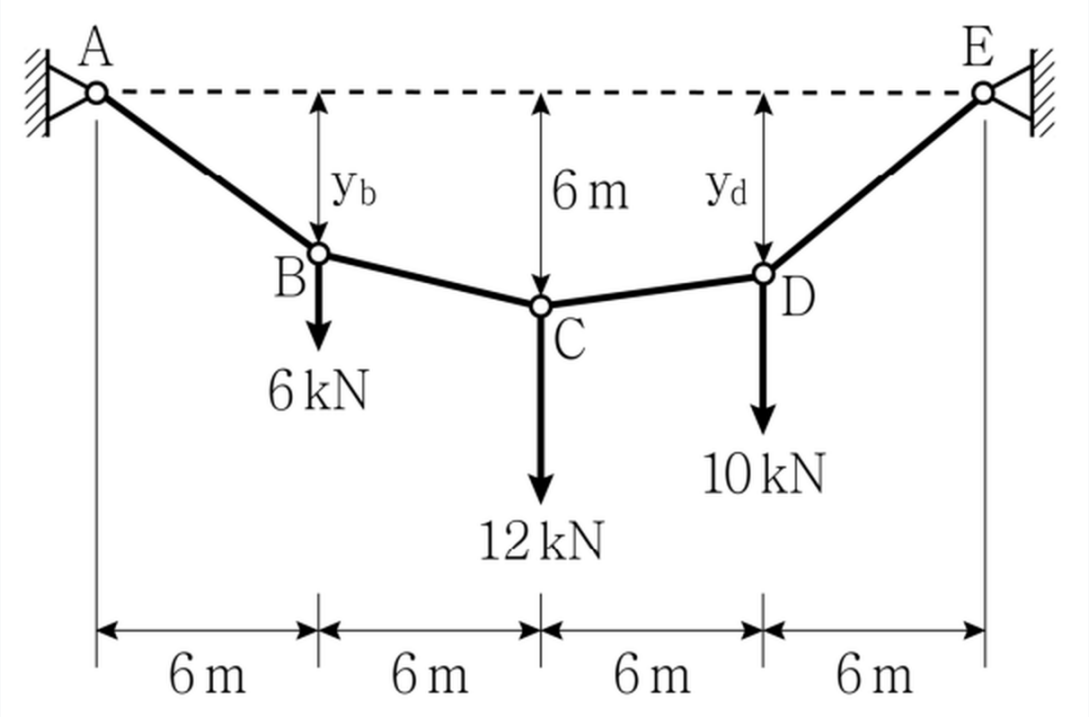
트러스 절점 변위 문제는 대칭성으로 가능한 변위 방향을 먼저 정하고, 각 부재의 축신장을 절점변위의 부재축 방향 성분으로 바꾼 뒤, $N = (EA/L)\Delta$와 절점평형을 연결해 판단한다.

암기 포인트

경사부재 변형률은 절점변위 전체가 아니라 부재축 투영변위로 계산한다. 이 문항에서는 $\Delta_{AD} = \delta\cos 60^\circ$, $L_{AD} = 6m$, $\varepsilon_{AD} = 0.0005$이다.

NoteBase

문 10. 그림과 같은 케이블 구조물에서 케이블에 발생하는 최대장력의 크기[kN]는? (단, 케이블의 자중은 무시한다)



① 15

② 25

③ 30

④ 38

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 케이블의 수평장력 H가 일정하다는 성질과 단순보 모멘트 관계 $M = Hy$를 이용해 각 구간 장력의 최댓값을 구하는 문제이다.

조건 정리

A와 E는 같은 높이에 있고, B, C, D의 수평 간격은 각각 $6m$이다.
C점의 처짐은 $6m$이고, 집중하중은 B점 $6kN$, C점 $12kN$, D점 $10kN$이다.
구해야 할 값은 케이블 전체에서 발생하는 최대장력이다.

NoteBase

사용할 공식

케이블의 수평장력 H는 모든 구간에서 일정하고, 같은 하중을 받는 단순보의 휨모멘트 M과 케이블 처짐 y 사이에는 다음 관계가 성립한다.

$M = Hy$

각 직선 케이블 구간의 장력은 수평성분과 수직성분의 합성으로 계산한다.

$T = \sqrt{H^2 + V^2}$

이 관계는 자중을 무시한 케이블이 집중하중점 사이에서 직선이 되고, 수평성분 H는 전 구간에서 일정하기 때문에 사용된다.

계산 과정

전체 수직반력은 $A_y + E_y = 28kN$이다.

A점에 대한 모멘트 평형에서 $E_y \times 24 = 6 \times 6 + 12 \times 12 + 10 \times 18 = 360$이므로 $E_y = 15kN$, $A_y = 13kN$이다.

C점의 단순보 모멘트는 $M_C = 13 \times 12 - 6 \times 6 = 120kN \cdot m$이다.

C점 처짐이 $6m$이므로 $H = M_C / y_C = 120/6 = 20kN$이다.

각 구간의 수직성분은 전단력과 같이 $V_{AB} = 13kN$, $V_{BC} = 7kN$, $V_{CD} = -5kN$, $V_{DE} = -15kN$이다.

따라서 장력은 $T_{AB} = \sqrt{20^2 + 13^2} = 23.9kN$, $T_{BC} = \sqrt{20^2 + 7^2} = 21.2kN$, $T_{CD} = \sqrt{20^2 + 5^2} = 20.6kN$, $T_{DE} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25kN$이다.

최대장력은 $25kN$이다.

선지 판단

① X: $15kN$은 E점 반력 또는 D-E 구간 장력의 수직성분 크기이다. 장력은 수평성분 $20kN$과 수직성분 $15kN$의 합성이므로 $15kN$이 아니라 $25kN$이다.

② O: D-E 구간에서 수직성분의 크기가 가장 큰 $15kN$이고, 수평성분은 $20kN$이다. 따라서 $T_{DE} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25kN$이 되어 최대장력과 일치한다.

③ X: $30kN$이 장력이 되려면 $H = 20kN$일 때 수직성분 크기가 $\sqrt{30^2 - 20^2} = 22.4kN$이어야 한다. 실제 최대 수직성분은 D-E 구간의 $15kN$이므로 올바른 최대장력은 $25kN$이다.

④ X: $38kN$은 실제 장력 합성값보다 훨씬 큰 값이다. $H = 20kN$일 때 $38kN$의 장력은 수직성분 $\sqrt{38^2 - 20^2} = 32.3kN$을 필요로 하지만, 이 구조의 최대 수직성분은 $15kN$이다. 올바르게는 $25kN$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 $15kN$을 장력으로 착각하는 데 있다. $15kN$은 오른쪽 지점 반력과 D-E 구간의 수직성분이지 케이블 장력 자체가 아니다. 케이블 장력은 항상 일정한 수평장력 H와 구간별 수직성분을 벡터로 합성한 값이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

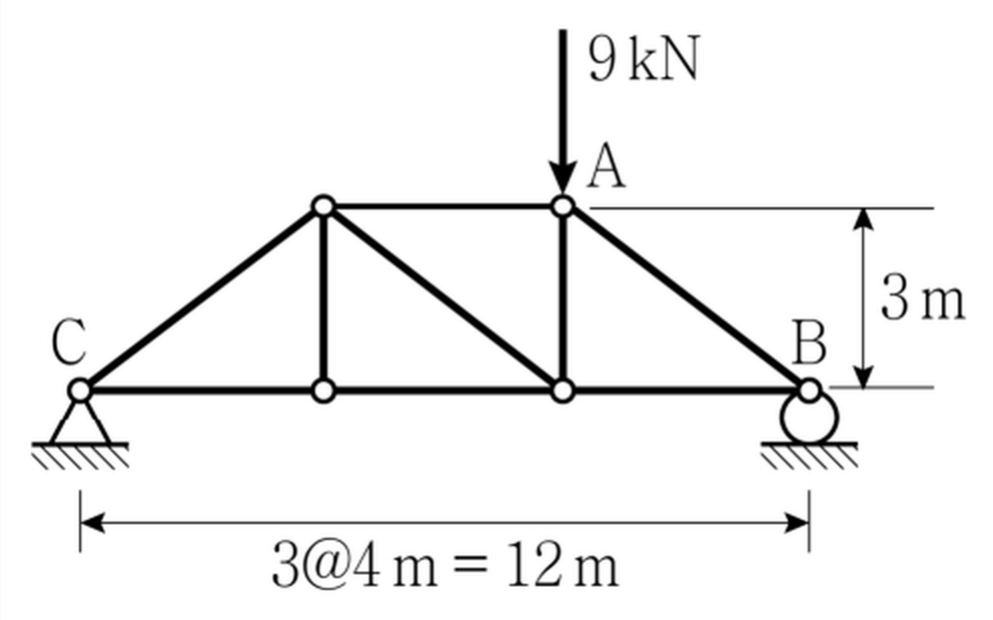
케이블 집중하중 문제는 먼저 같은 하중의 단순보 반력과 모멘트를 구하고, $M = Hy$로 H를 구한 뒤, 각 구간의 수직성분 V에 대해 $T = \sqrt{H^2 + V^2}$를 비교한다.

암기 포인트

케이블 최대장력은 보통 수직성분의 절댓값이 가장 큰 구간에서 생기며, 장력은 수직성분이 아니라 H와 V의 합성값이다.

NoteBase

문 11. 그림과 같은 트러스에서 부재 AB의 부재력[kN]은? (단, 트러스의 자중은 무시한다)



① 5(인장)

② 5(압축)

③ 10(인장)

④ 10(압축)

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 전체 평형으로 지점반력을 구한 뒤, 절점 B의 평형조건으로 부재 AB의 부재력을 구하는 문제이다.

조건 정리

하중은 A점에 작용하는 수직하중 $9kN$이다.
C는 핀지점, B는 롤러지점이므로 수직반력은 C와 B에 생긴다.
A점은 C에서 $8m$, B는 C에서 $12m$ 떨어져 있다.
부재 AB는 수평거리 $4m$, 수직거리 $3m$인 $3-4-5$ 경사부재이다.

사용할 공식

전체 트러스 평형식은 $\sum M_C = 0, \sum V = 0$이다.
절점 B에서는 $\sum V = 0$을 사용한다.
부재 AB의 수직성분은 $F_{AB} \cdot \frac{3}{5}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 절점 B에 작용하는 수직방향 힘이 B 지점반력과 부재 AB의 수직성분뿐이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. C점에 대한 모멘트 평형을 잡으면 $R_B \cdot 12 - 9 \cdot 8 = 0$이다.
2. 따라서 $R_B = \frac{9 \cdot 8}{12} = 6kN$이다.
3. 절점 B에서 부재 AB가 인장이라고 가정하면, AB의 힘은 B점에서 좌상향으로 작용하고 그 수직성분은 $F_{AB} \cdot \frac{3}{5}$이다.
4. 절점 B의 수직평형은 $6 + F_{AB} \cdot \frac{3}{5} = 0$이다.
5. 따라서 $F_{AB} = -10kN$이고, 음수이므로 가정한 인장과 반대인 압축이다.

선지 판단

① X: $5kN$ 인장이 아니다. 계산 결과는 $10kN$ 압축이므로, 올바르게는 $10kN$ 압축이다.
② X: 압축 방향은 맞지만 크기가 $5kN$이 아니다. $R_B = 6kN$에 $\frac{3}{5}$ 성분비를 적용하면 $F_{AB} = 10kN$이므로, 올바르게는 $10kN$ 압축이다.
③ X: 크기 $10kN$은 맞지만 인장이 아니다. 인장으로 가정한 계산값이 음수이므로, 올바르게는 $10kN$ 압축이다.
④ O: 절점 B 평형에서 $F_{AB} = -10kN$이 나오므로 부재 AB의 부재력은 $10kN$ 압축이다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 B점 반력 $6kN$을 그대로 부재력으로 보거나, $3-4-5$ 경사부재의 수직성분비 $\frac{3}{5}$를 반대로 처리하는 데 있다. 또 인장으로 가정한 값이 음수이면 실제 부재력은 압축이라는 부호 판단을 놓치면 ③을 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

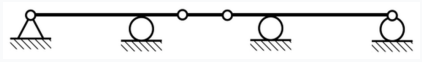
트러스 특정 부재력 문제는 먼저 전체 평형으로 반력을 구하고, 미지수가 적은 절점을 골라 성분비를 적용한다. 계산값의 부호가 가정한 인장 방향과 반대이면 압축으로 판단한다.

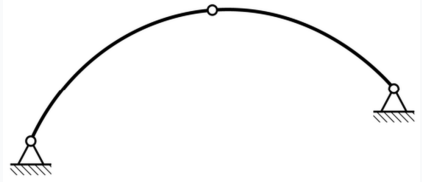
암기 포인트

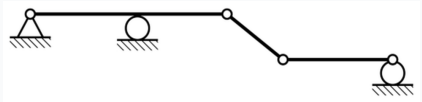
절점법에서 경사부재의 수직성분은 부재력에 높이비를 곱한 값이고, 인장 가정값이 음수이면 압축이다.

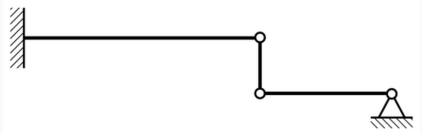
NoteBase

문 12. 다음 평면 구조물 중 구조적으로 불안정한 것은?

① 

② 

③ 

④ 

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 평면 구조물의 지점 반력, 내부 힌지, 강체 조각 수를 보고 구조물이 기하학적으로 안정한지 판단하는 문제이다.

핵심 개념

평면 강체 한 조각은 자유도 3개를 가지므로, 강체 조각이 n개이면 전체 자유도는 $3n$개이다. 핀 지점은 2개, 롤러 지점은 1개, 고정 지점은 3개의 구속을 제공하고, 두 강체를 잇는 내부 힌지는 상대 병진 2개를 구속하지만 상대 회전은 허용한다. 구속수가 부족하거나 배치가 회전을 허용하면 구조적으로 불안정한 기구가 된다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 왼쪽 핀 지점, 세 개의 롤러 지점, 내부 힌지 두 개가 보인다. 내부 힌지로 나뉜 3개의 강체 조각에 대해 지점 구속 5개와 힌지 구속 4개가 작용하여 필요한 9개 구속을 채운다. 따라서 불안정한 구조가 아니라 안정한 구조이다.
② X: 양 끝 핀 지점과 중앙 힌지를 가진 3힌지 아치이다. 내부 힌지가 아치를 두 강체 조각으로 나누고, 두 핀 지점의 구속 4개와 중앙 힌지의 구속 2개가 두 강체 조각의 자유도 6개를 구속한다. 따라서 불안정한 구조가 아니라 안정한 구조이다.
③ O: 왼쪽 수평 부재, 사재, 오른쪽 수평 부재가 양 끝 힌지로 연결되어 3개의 강체 조각을 이룬다. 지점 구속은 왼쪽 핀 2개, 중간 롤러 1개, 오른쪽 롤러 1개로 모두 4개이고, 내부 힌지 두 개의 구속 4개를 더해도 총 8개이다. 3개 강체 조각에는 9개 구속이 필요하므로 1개의 자유도가 남아 구조적으로 불안정하다.
④ X: 왼쪽 고정 지점과 오른쪽 핀 지점이 있고, 상하 연결부에는 내부 힌지 두 개가 있다. 3개의 강체 조각에 대해 고정 지점 3개, 핀 지점 2개, 내부 힌지 구속 4개가 작용하여 총 9개 구속이 된다. 따라서 불안정한 구조가 아니라 안정한 구조이다.

오답 포인트

힌지가 많으면 곧바로 불안정하다고 판단하는 것이 함정이다. 내부 힌지는 모멘트를 전달하지 않지만 두 방향 병진은 구속하므로, 강체 조각 수와 전체 구속수를 함께 보아야 한다. 3번은 힌지가 있어서 불안정한 것이 아니라, 강체 조각 3개에 필요한 구속 9개보다 실제 구속이 8개로 하나 부족해서 불안정하다.

다시 나오면 이렇게 판단

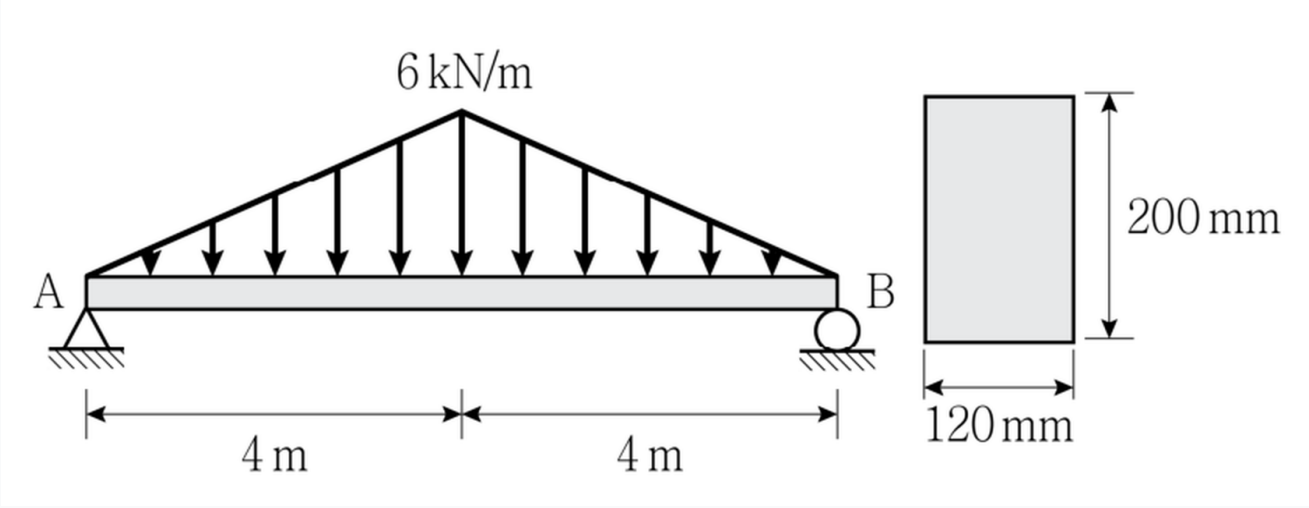
구조물을 내부 힌지 기준으로 강체 조각으로 나누고, 핀 2개·롤러 1개·고정 3개·내부 힌지 2개 구속을 세어 $3n$과 비교한다. 구속수가 부족하면 불안정이고, 구속수가 같아도 모든 지점 반력선이 한 점에 모이거나 평행해 회전·병진을 막지 못하는 배치인지 확인한다.

암기 포인트

평면 안정성은 강체 조각 n개에는 구속 $3n$개가 필요하고, 내부 힌지는 두 강체 사이에서 2개 구속만 제공한다는 점으로 판단한다.

NoteBase

문 13. 그림과 같이 직사각형 단면을 갖는 단순보에 삼각형 분포하중이 작용할 때, 최대 휨인장응력의 크기[MPa]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 40

② 50

③ 60

④ 70

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 대칭 삼각형 분포하중을 받는 단순보의 최대휨모멘트를 구한 뒤, 직사각형 단면의 단면계수로 최대 휨인장응력을 계산하는 문제이다.

조건 정리

지간은 $8m$이고, 삼각형 분포하중은 양 끝에서 0, 중앙에서 $6kN/m$인 대칭 하중이다.
직사각형 단면은 폭 $b = 120mm$, 높이 $h = 200mm$이다.
보의 자중은 무시하므로 외력은 그림의 삼각형 분포하중만 고려한다.

사용할 공식

대칭 삼각형 분포하중의 최대휨모멘트는 중앙에서 발생하며 $M_{max} = w_0 L^2/12$이다.
직사각형 단면의 단면계수는 $Z = bh^2/6$이다.
최대 휨응력은 $\sigma = M/Z$이다.
이 공식은 하중과 지점이 좌우 대칭이므로 전단력이 중앙에서 0이 되고, 그 위치에서 휨모멘트가 최대가 되기 때문에 사용된다.

NoteBase

계산 과정

전체 하중은 삼각형 면적으로 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24kN$이고, 대칭이므로 각 지점반력은 $12kN$이다.
왼쪽 절반의 삼각형 하중 합력은 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12kN$이고, 작용점은 A에서 $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}m$ 떨어진 곳이다.
중앙 단면의 휨모멘트는 $M_{max} = 12 \times 4 - 12 \times \left(4 - \frac{8}{3}\right) = 32kN \cdot m$이다.
단위 변환을 하면 $32kN \cdot m = 32 \times 10^6 N \cdot mm$이다.
단면계수는 $Z = \frac{120 \times 200^2}{6} = 800000mm^3$이다.
따라서 $\sigma_{max} = \frac{32 \times 10^6}{800000} = 40N/mm^2 = 40MPa$이다.

선지 판단

① O: 계산된 최대 휨인장응력이 $40MPa$이므로 ①은 맞다.
② X: $50MPa$는 최대휨모멘트나 단면계수를 잘못 잡았을 때 커지는 값이다. 올바르게는 $40MPa$이다.
③ X: $60MPa$는 전체 하중 $24kN$을 중앙 집중하중처럼 보아 중앙모멘트를 $48kN \cdot m$로 크게 잡으면 나올 수 있는 값이다. 삼각형 분포하중의 실제 최대모멘트는 $32kN \cdot m$이므로 올바르게는 $40MPa$이다.
④ X: $70MPa$는 하중 효과를 과대평가하거나 단면계수 계산을 과소평가한 값이다. 올바르게는 $40MPa$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 삼각형 분포하중을 등분포하중이나 중앙 집중하중처럼 처리하는 것이다. 특히 전체 하중의 크기만 보고 중앙에 모인 하중으로 계산하면 최대모멘트가 $32kN \cdot m$보다 크게 잡혀 ③과 같은 오답으로 이어진다. 또한 $kN \cdot m$을 $N \cdot mm$로 바꾸지 않으면 응력 단위가 맞지 않는다.

다시 나오면 이렇게 판단

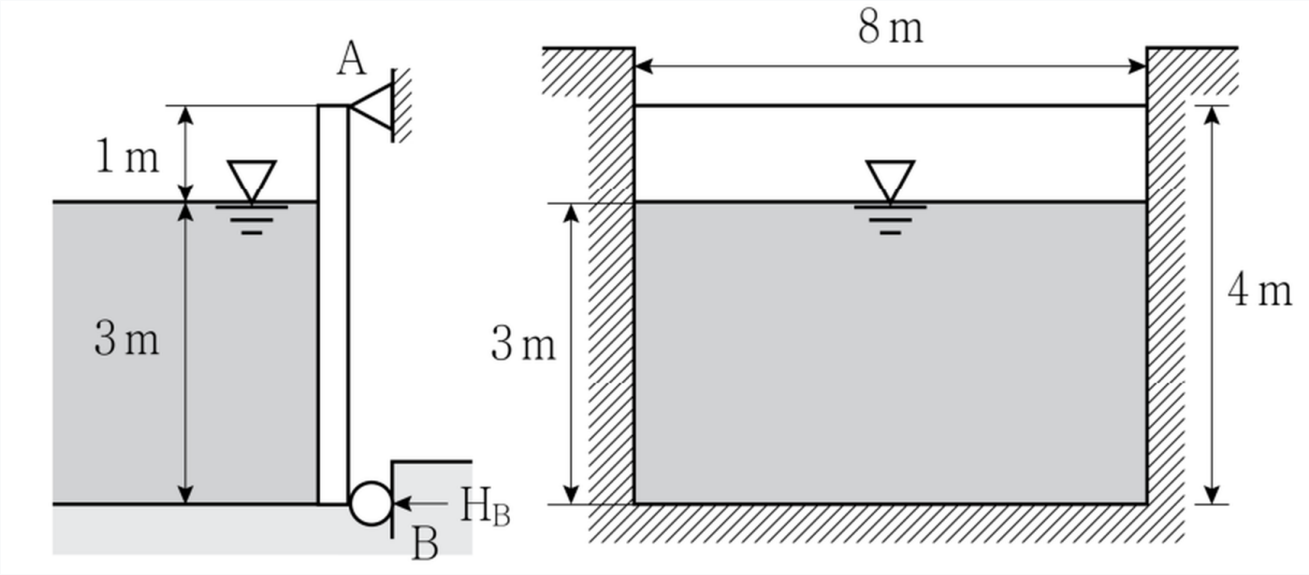
대칭 분포하중 문제는 먼저 전체 하중과 지점반력을 구하고, 전단력이 0이 되는 대칭 중앙에서 최대휨모멘트를 계산한다. 그 다음 단면계수 Z를 구해 $\sigma = M/Z$에 대입하고, 마지막에 $kN \cdot m, N \cdot mm, MPa$의 단위를 검산한다.

암기 포인트

직사각형 단면은 $Z = bh^2/6$, 대칭 삼각형 하중 단순보는 중앙 최대모멘트 $M_{max} = w_0 L^2/12$로 정리된다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 높이 $4m$이고 폭이 $8m$인 직사각형 판으로 수로의 끝을 막고 있다. 판은 상단에서 힌지로 수평축 A에 고정되어 있고 하단에서 롤러로 수평축 B에 고정되어 있을 때, B축에 작용하는 수평반력(H_B)의 크기[kN]는? (단, 물의 단위중량은 $10kN/m^3$이며, 판의 자중은 무시한다)



① 250

② 270

③ 290

④ 310

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 직사각형 수문에 작용하는 정수압 합력과 작용점을 구한 뒤, 상단 힌지 A에 대한 모멘트 평형으로 하단 롤러 B의 수평반력 H_B를 구하는 문제이다.

조건 정리

수문 높이는 $4m$, 폭은 $8m$이다.
수심은 $3m$이므로 수면은 판 상단보다 $1m$ 아래에 있다.
물의 단위중량은 $10kN/m^3$이고, 판의 자중은 무시한다.
구해야 할 값은 B축에 작용하는 수평반력 H_B이다.

NoteBase

사용할 공식

수직 평판에 작용하는 정수압 합력은 $F = \gamma A \bar{h}$이다.
직사각형 수면 아래 높이 h인 부분의 압력분포는 삼각형이므로 합력의 작용점은 수면에서 $2h/3$ 아래이다.
이 공식은 압력이 깊이에 비례해 증가하고, 이 문항의 수문 중 물에 잠긴 부분만 수압을 받기 때문에 사용된다.

계산 과정

물에 잠긴 면적은 $A = 8 \times 3 = 24m^2$이다.
잠긴 면의 도심 수심은 $\bar{h} = 3/2 = 1.5m$이다.
정수압 합력은 $F = 10 \times 24 \times 1.5 = 360kN$이다.
합력의 작용점은 수면에서 $2 \times 3/3 = 2m$ 아래이고, A는 수면보다 $1m$ 위에 있으므로 A에서 합력 작용선까지의 거리는 $3m$이다.
B는 A에서 $4m$ 아래에 있으므로 모멘트 평형은 $H_B \times 4 = 360 \times 3$이다.
따라서 $H_B = 270kN$이다.

선지 판단

① X: 계산 결과는 $270kN$이므로 $250kN$은 작다. 올바르게는 B축 수평반력은 $270kN$이다.
② O: A점에 대한 모멘트 평형 $H_B \times 4 = 360 \times 3$에서 $H_B = 270kN$이므로 맞다.
③ X: $290kN$은 합력 작용점이나 모멘트 팔길이를 잘못 잡은 값이다. 올바르게는 합력 작용점이 A에서 $3m$ 아래이므로 $270kN$이다.
④ X: $310kN$은 수압 합력 또는 작용점 위치를 크게 잡은 값이다. 올바르게는 잠긴 높이 $3m$만 수압을 받으며 $H_B = 270kN$이다.

오답 포인트

판 전체 높이 $4m$를 모두 수압 깊이로 보면 안 된다. 수면 위 $1m$에는 수압이 작용하지 않고, 합력 작용점도 판 전체 도심이 아니라 수면 아래 삼각형 압력분포의 중심으로 잡는다.

다시 나오면 이렇게 판단

수문 정수압 문제는 잠긴 면적만 분리하고, $F = \gamma A \bar{h}$로 합력을 구한 뒤, 압력분포 중심에서 작용점까지 정하고, 힌지점에 대한 모멘트 평형으로 미지 반력을 판단한다.

암기 포인트

직사각형 수문에서 삼각형 수압분포의 합력은 수면에서 $2h/3$ 아래에 작용하고, 힌지 반력 문제는 힌지점 모멘트 평형으로 푼다.

NoteBase

문 15. 체적이 $1.0 \times 10^6 \text{mm}^3$인 균질, 등방성 재료의 직육면체가 모든 면에 대해 균일한 압축응력 100MPa를 받을 때, 체적변화량의 크기 $[\text{mm}^3]$는? (단, 탄성계수는 200GPa이며, 포아송비는 0.3이다)

① 200

② 400

③ 600

④ 800

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 등방성 탄성체가 세 방향에서 같은 압축응력을 받을 때의 체적변형률을 이용해 체적변화량의 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

초기 체적은 $V = 1.0 \times 10^6 mm^3$이다.
모든 면에 작용하는 균일 압축응력은 $100MPa$이므로 세 방향 주응력은 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -100MPa$로 볼 수 있다.
탄성계수는 $E = 200GPa = 200,000MPa$, 포아송비는 $\nu = 0.3$이다.
문제는 체적변화량의 크기를 묻기 때문에 최종값은 양의 크기로 판단한다.

사용할 공식

등방성 선형탄성체의 체적변형률은
$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$
이다.
세 방향 응력이 모두 같은 정수압 상태이므로 $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = -300MPa$를 대입한다. 체적변화량은 $\Delta V = \varepsilon_v V$로 구한다.

계산 과정

체적변형률은
$\varepsilon_v = \frac{1-2(0.3)}{200,000}(-300) = \frac{0.4 \times (-300)}{200,000} = -0.0006$
이다.
따라서 체적변화량은
$\Delta V = (-0.0006)(1.0 \times 10^6) = -600 mm^3$
이다.
압축이므로 체적은 감소하고, 체적변화량의 크기는 $600 mm^3$이다.

NoteBase

선지 판단

① X: $200mm^3$은 한 방향 변형률 크기 $|\varepsilon_x| = 0.0002$만 체적에 곱한 값에 해당한다. 세 방향 변형률을 합산해야 하므로 올바른 값은 $600mm^3$이다.
② X: $400mm^3$은 세 방향 중 일부만 반영한 값으로 볼 수 있으며, 정수압 상태의 체적변형률 $\varepsilon_v = -0.0006$과 맞지 않는다. 올바른 값은 $600mm^3$이다.
③ O: 계산된 체적변화량은 $-600mm^3$이고 문제는 크기를 물었으므로 $600mm^3$이 맞다.
④ X: $800mm^3$은 포아송비 효과를 과대 반영하거나 계수 $1-2\nu = 0.4$를 잘못 처리한 값이다. 올바른 값은 $600mm^3$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 모든 면에 작용하는 응력을 한 방향 압축으로 착각하는 것이다. 이 문항은 단순축하중이 아니라 세 방향 주응력이 모두 같은 정수압 상태이므로 $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$를 모두 반영한다. 또한 압축으로 ΔV는 음수이지만, 문제는 크기를 묻기 때문에 보기에서는 $600mm^3$을 고른다.

다시 나오면 이렇게 판단

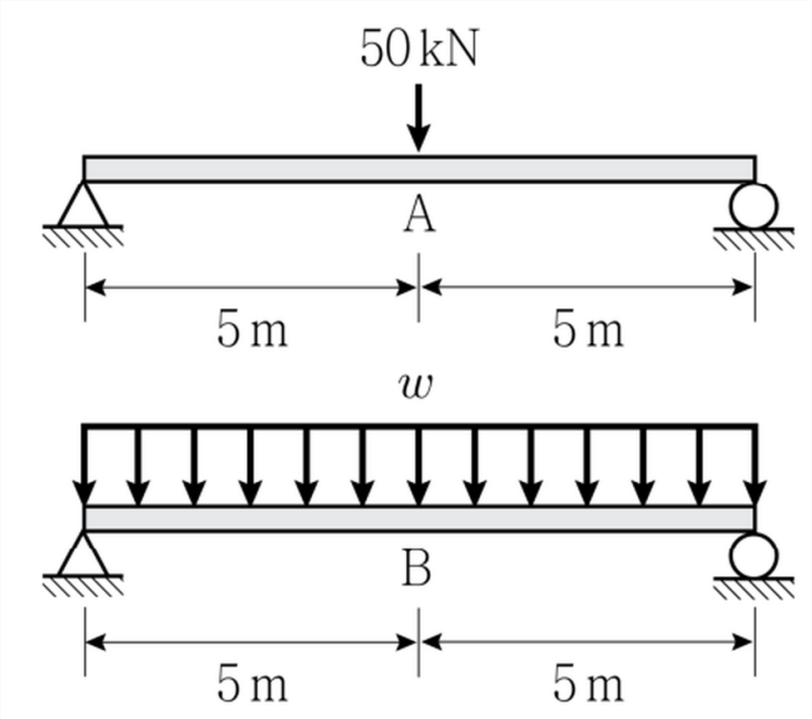
균일한 압축응력이 모든 면에 작용하면 세 방향 응력을 모두 더해 체적변형률 $\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$를 구한다. 그다음 $\Delta V = \varepsilon_v V$를 계산하고, 문제에서 부호를 묻는지 크기를 묻는지 구분한다.

암기 포인트

모든 면 균일압축에서는 체적변형률이 세 방향 합산값이며, 압축의 실제 변화량은 음수이고 크기는 양수로 표시된다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 단순보에서 보의 중앙에 집중하중 50kN이 재하된 경우의 중앙처짐(δ_A)과 등분포하중 w가 재하된 경우의 중앙처짐(δ_B)의 크기가 같을 때, 등분포하중 w의 크기[kN/m]는? (단, 보의 자중은 무시하며, 휨강성 EI는 일정하다)



① 4

② 6

③ 8

④ 10

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단순보의 중앙 집중하중 처짐 공식과 전 구간 등분포하중 처짐 공식을 같게 두어 등분포하중 w를 구하는 문제이다.

조건 정리

보의 경간은 $L = 10m$이다.
중앙 집중하중은 $P = 50kN$이다.
등분포하중은 전 경간에 작용하는 $w[kN/m]$이다.
자중은 무시하고 휨강성 EI는 일정하므로 두 처짐식을 비교할 때 EI는 약분된다.

NoteBase

사용할 공식

단순보 중앙 집중하중의 중앙처짐은 $\delta_A = \frac{PL^3}{48EI}$이다.
단순보 전 경간 등분포하중의 중앙처짐은 $\delta_B = \frac{5wL^4}{384EI}$이다.
두 경우 모두 하중과 보가 좌우대칭이고 중앙 처짐을 묻고 있으므로 각 하중 형태의 최대처짐 공식을 사용한다.

계산 과정

처짐의 크기가 같으므로 $\delta_A = \delta_B$이다.
$\frac{PL^3}{48EI} = \frac{5wL^4}{384EI}$
공통인 L^3와 EI를 약분하면 다음과 같다.
$\frac{P}{48} = \frac{5wL}{384}$
따라서 w는 다음과 같다.
$w = \frac{384P}{48 \cdot 5L} = \frac{8P}{5L}$
$P = 50kN, L = 10m$을 대입하면 다음과 같다.
$w = \frac{8 \times 50}{5 \times 10} = 8kN/m$

선지 판단

① X: $4kN/m$는 계산값 $8kN/m$의 절반이므로 틀리다. 올바르게는 $w = 8kN/m$이다.
② X: $6kN/m$는 두 처짐 공식을 같게 둔 결과가 아니므로 틀리다. 올바르게는 $w = 8kN/m$이다.
③ O: 계산 결과가 $w = 8kN/m$이므로 옳다.
④ X: $10kN/m$는 전체 등분포하중 wL과 처짐계수의 영향을 정확히 반영한 값이 아니므로 틀리다. 올바르게는 $w = 8kN/m$이다.

오답 포인트

집중하중의 총하중 P와 등분포하중의 총하중 wL만 같게 두면 안 된다. 처짐은 하중 크기뿐 아니라 하중 분포와 처짐계수에 따라 달라지므로 $\frac{PL^3}{48EI}$와 $\frac{5wL^4}{384EI}$를 직접 비교해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

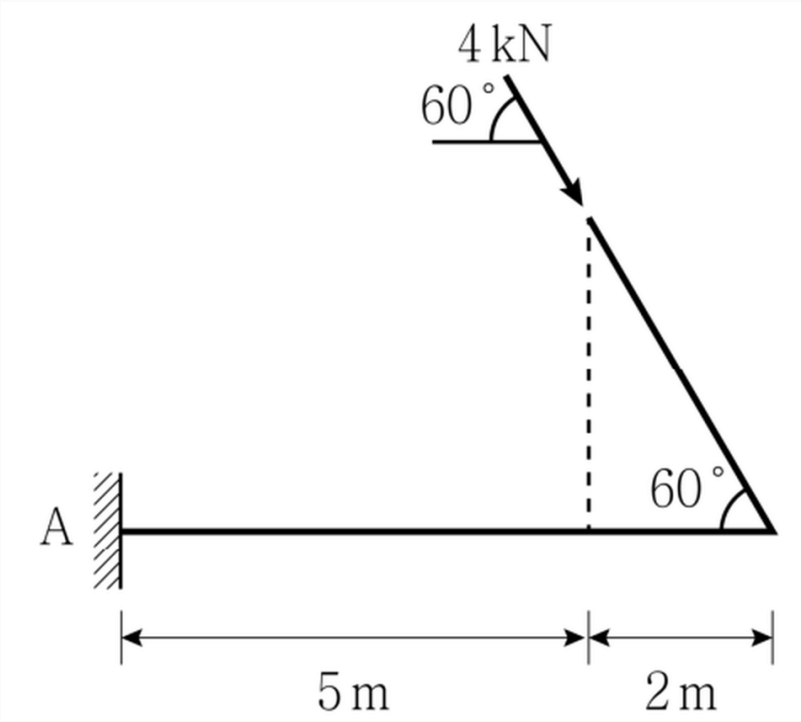
단순보 중앙처짐 비교 문제는 하중 형태를 먼저 구분한 뒤, 해당 처짐 공식 두 개를 같은 값으로 놓고 L과 EI를 약분하여 미지 하중을 계산한다.

암기 포인트

단순보 중앙 집중하중 처짐은 $PL^3/48EI$, 전 경간 등분포하중 처짐은 $5wL^4/384EI$이다.

NoteBase

문 17. 그림과 같은 구조물에서 A 지점에 발생하는 모멘트반력의 크기 [kN · m]는? (단, 보의 자중은 무시하다)



① $14\sqrt{3}$
② $21\sqrt{3}$
③ $28\sqrt{3}$
④ $35\sqrt{3}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 경사하중의 작용선과 A점 사이의 수직거리를 이용해 고정단 A의 모멘트반력을 구하는 문제이다.

조건 정리

하중의 크기는 $4kN$이고, 하중의 작용선은 수평보 오른쪽 끝점과 만나는 경사선 방향이다.
A점에서 오른쪽 끝점까지의 수평거리는 $5m + 2m = 7m$이다.
경사선은 수평선과 60 °를 이루므로 A점에서 하중 작용선까지의 수직거리를 구해 모멘트를 계산한다.

NoteBase

사용할 공식

한 점에 대한 힘의 모멘트 크기는 $M = Fd_{\perp}$이다.
여기서 $d_{\perp}$는 기준점에서 힘의 작용선까지의 수직거리이다.
이 문제에서는 하중이 보 위의 한 점에 직접 작용한 것이 아니라 경사 작용선을 따라 작용하므로, 힘의 성분보다 작용선의 수직거리를 쓰면 가장 간단하다.

계산 과정

A점에서 경사 작용선이 보와 만나는 오른쪽 끝점까지의 거리는 $7m$이다.
따라서 A점에서 작용선까지의 수직거리는
d_=760^=7· √(3) 2=7√(3) 2 m
이다.
모멘트반력의 크기는 외력 모멘트의 크기와 같으므로
M_A=4· 7√(3) 2=14√(3) kN· m
이다.

선지 판단

① O: 계산값이 $14\sqrt{3}kN \cdot m$이므로 옳다.
② X: $21\sqrt{3}$은 A점에서 작용선까지의 수직거리를 21√(3) 4 m로 본 값에 해당하지만, 그림에서 모멘트팔은 760^=7√(3) 2 m이다. 올바른 값은 $14\sqrt{3}kN \cdot m$이다.
③ X: $28\sqrt{3}$은 정답의 두 배이므로 하중 또는 모멘트팔을 중복 반영한 값이다. 올바른 계산은 4· 7√(3) 2=14√(3) kN· m이다.
④ X: $35\sqrt{3}$은 경사하중의 작용선에 대한 수직거리 산정과 맞지 않는 과대값이다. 오른쪽 끝점까지의 $7m$를 기준으로 $7\sin 60^\circ$만 모멘트팔로 써야 하므로 올바른 값은 $14\sqrt{3}kN \cdot m$이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 $5m$, $2m$, 경사각 60°를 따로 성분 계산하다가 하중의 작용선을 놓치는 데 있다. 모멘트는 힘이 작용하는 점 하나만이 아니라 힘의 작용선 전체로 판단할 수 있으므로, A점에서 그 작용선까지의 최단거리가 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

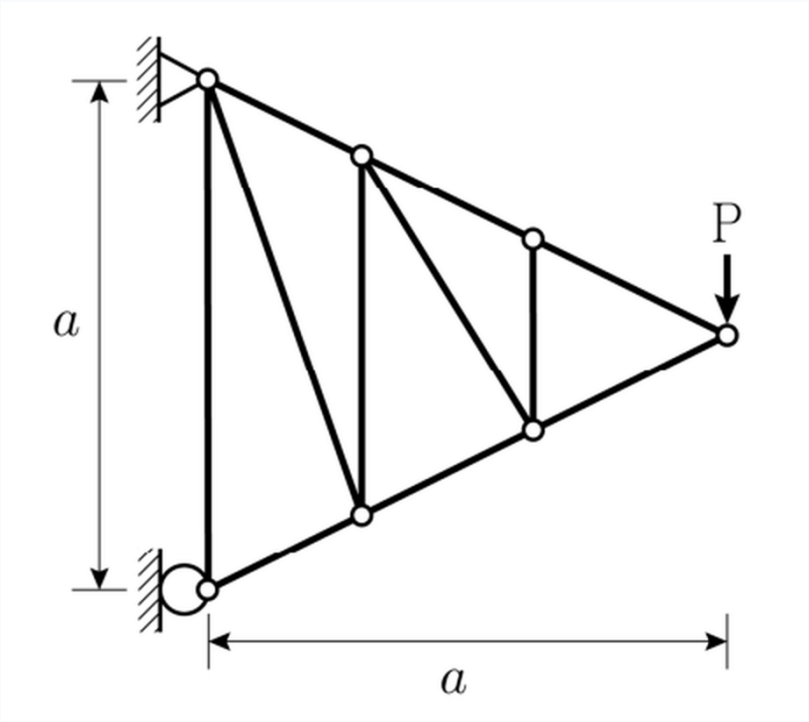
경사하중의 모멘트 문제에서는 먼저 힘의 작용선을 연장하고, 기준점에서 그 작용선까지의 수직거리를 찾은 뒤 $M = Fd_{\perp}$로 계산한다. 작용선이 보의 오른쪽 끝점을 지나면 A점과 오른쪽 끝점 사이 거리 $7m$에 $\sin 60^\circ$를 곱해 모멘트팔을 정한다.

암기 포인트

모멘트는 힘의 크기 곱하기 작용선까지의 수직거리이다. 이 문항은 $4 \times 7\sin 60^\circ = 14\sqrt{3}$으로 정리된다.

NoteBase

문 18. 그림과 같은 트러스 구조물에서 부재력이 0인 무응력 부재의 개수는? (단, 트러스의 자중은 무시한다)



① 1
② 2
③ 3
④ 4

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 트러스 절점에서의 무응력 부재 판정법을 이용해 부재력이 0인 부재의 개수를 찾는 문제이다.

조건 정리

트러스 자중은 무시하고, 오른쪽 끝 절점에 하중 P가 작용한다.
왼쪽 상단과 하단 절점은 지점이므로 단순한 무응력 부재 판정의 출발점으로 쓰지 않는다.
그림의 중간 절점들에는 외력이 직접 작용하지 않으므로, 일직선 부재와 비공선 부재의 조합을 이용해 판정한다.

NoteBase

사용할 공식

무응력 부재 판정법은 다음과 같다.
외력이 없는 절점에 두 부재만 만나고 두 부재가 일직선이 아니면 두 부재는 모두 무응력 부재이다.
외력이 없는 절점에 세 부재가 만나고 그중 두 부재가 일직선이면 나머지 한 부재는 무응력 부재이다.
이 문제는 중간 절점에서 상현재 또는 하현재의 두 부재가 일직선으로 이어져 있으므로, 그 절점의 비공선 부재를 차례로 제거하는 방식이 적용된다.

계산 과정

1. 가운데 오른쪽의 상부 절점에서는 상현재 두 부재가 일직선이고, 수직재 하나가 비공선으로 붙어 있다. 따라서 그 수직재는 무응력 부재이다.
2. 그 수직재가 0이 되면 같은 위치의 하부 절점에서는 하현재 두 부재가 일직선이고, 대각재 하나가 비공선으로 남는다. 따라서 그 대각재도 무응력 부재이다.
3. 이 대각재가 0이 되면 가운데 상부 절점에서는 상현재 두 부재가 일직선이고, 수직재 하나가 비공선으로 남는다. 따라서 그 수직재도 무응력 부재이다.
4. 이 수직재가 0이 되면 가운데 하부 절점에서는 하현재 두 부재가 일직선이고, 왼쪽 상부에서 내려오는 대각재 하나가 비공선으로 남는다. 따라서 그 대각재도 무응력 부재이다.

따라서 무응력 부재는 총 4개이다.

선지 판단

① X: 무응력 부재가 1개라는 판단은 첫 번째 상부 절점의 수직재만 본 것이다. 올바르게는 그 부재가 제거된 뒤 인접 절점에서 추가로 무응력 부재가 연쇄적으로 발생하므로 4개이다.
② X: 무응력 부재가 2개라는 판단은 오른쪽 쪽의 수직재와 대각재까지만 센 것이다. 올바르게는 그 뒤 가운데 상부 절점의 수직재와 왼쪽 대각재까지 더해 4개이다.
③ X: 무응력 부재가 3개라는 판단은 마지막 왼쪽 대각재를 빠뜨린 것이다. 올바르게는 앞의 세 부재가 0으로 판정된 뒤 하부 가운데 절점에서 하현재 두 부재가 일직선이므로 왼쪽 대각재도 0이다.
④ O: 무응력 부재는 오른쪽 중간 수직재, 가운데에서 오른쪽 하부로 내려가는 대각재, 가운데 수직재, 왼쪽 상부에서 가운데 하부로 내려가는 대각재의 4개이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 한 절점에서 끝내지 않고 무응력 부재 판정을 연쇄적으로 이어 가야 한다는 점이다. 처음 발견한 수직재만 세면 1개, 오른쪽 구간만 세면 2개, 가운데 수직재까지 세고 왼쪽 대각재를 놓치면 3개가 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

무응력 부재 문제는 하중과 지점이 없는 절점부터 찾고, 두 부재 일직선 여부를 확인한 뒤, 0으로 판정된 부재를 제거한 상태로 인접 절점을 다시 판단한다.

NoteBase

암기 포인트

외력 없는 절점에서 두 부재가 일직선이면 나머지 비공선 부재는 0이고, 한 번 생긴 0은 다음 절점 판정으로 전파된다.

NoteBase

문 19. 반지름이 r인 원형중실단면의 부재에 비틀림모멘트 T가 작용하여 최대 전단응력 30 MPa이 발생하였다. 비틀림모멘트 T가 외부반경 r, 내부반경 0.5r인 원형중공단면의 부재에 작용할 때, 최대 전단응력의 크기[MPa]는? (단, 두 부재의 재료는 동일하며, 자중은 무시한다)

① 30

② 32

③ 34

④ 36

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 원형축의 비틀림 공식 $\tau_{max} = Tc/J$와 극관성모멘트 J의 변화를 이용해 중공원형단면의 최대 전단응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

실축: 반지름 r, 최대 전단응력 $30MPa$이다.
중공축: 외부반경 r, 내부반경 $0.5r$이다.
두 경우 모두 비틀림모멘트 T와 외부반경의 최대응력 위치 $c = r$은 같다.

사용할 공식

비틀림을 받는 원형축의 최대 전단응력은 $\tau_{max} = Tc/J$이다.
실축의 극관성모멘트는 $J_s = \frac{\pi r^4}{2}$이고, 중공축의 극관성모멘트는 $J_h = \frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 같은 비틀림모멘트에서 최대 전단응력이 극관성모멘트에 반비례하기 때문이다.

계산 과정

중공축의 극관성모멘트는
$J_h = \frac{\pi}{2}\{r^4 - (0.5r)^4\} = \frac{\pi r^4}{2}\left(1 - \frac{1}{16}\right) = \frac{15}{16}J_s$
이다.
같은 T와 같은 $c = r$이므로
$\tau_h = \tau_s \frac{J_s}{J_h} = 30 \times \frac{16}{15} = 32MPa$
이다.

NoteBase

선지 판단

① X: 30MPa는 실축에서의 최대 전단응력이다. 중공축은 내부가 비어 J가 15/16로 감소하므로 올바른 값은 32MPa이다.
② O: 중공축의 극관성모멘트가 실축의 15/16이므로 최대 전단응력은 16/15배가 되어 32MPa가 된다.
③ X: 34MPa는 응력 증가율을 과대평가한 값이다. 내부반경 $0.5r$은 극관성모멘트에서 네제곱으로 반영되므로 올바른 값은 32MPa이다.
④ X: 36MPa는 중공에 따른 J 감소를 지나치게 크게 본 값이다. $(0.5r)^4 = r^4/16$만 빠지므로 올바른 값은 32MPa이다.

오답 포인트

출제자가 노린 함정은 내부반경 $0.5r$을 단순히 면적비나 반지름비처럼 처리하는 것이다. 비틀림의 극관성모멘트는 반지름의 네제곱에 비례하므로 $0.5^4 = 1/16$이 빠진다는 점이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

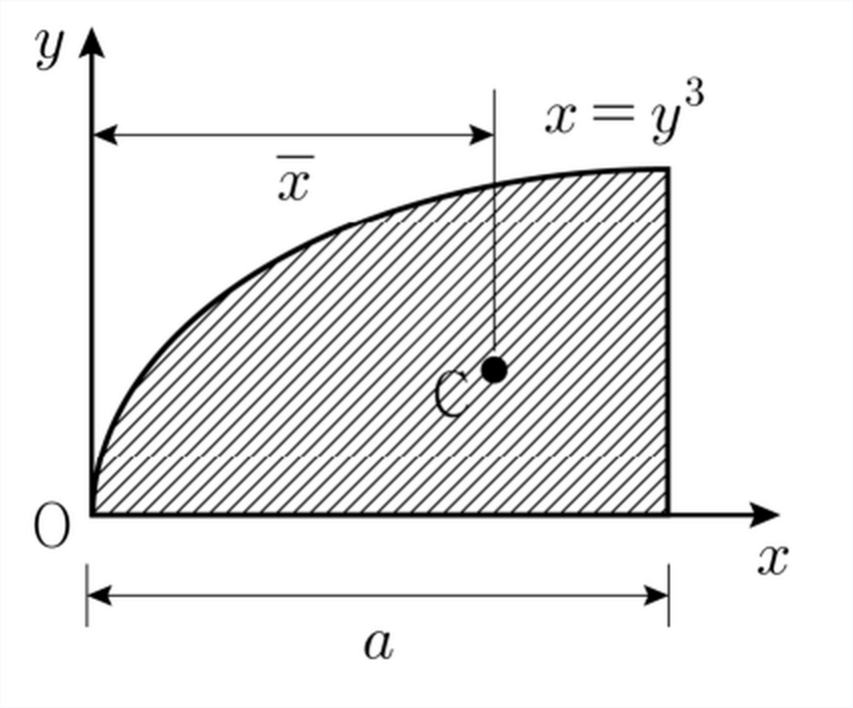
같은 T와 같은 외부반경에서 단면만 바뀌는 비틀림 문제는 $\tau \propto 1/J$로 판단한다. 중공원형단면은 $J = \frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$를 먼저 계산한 뒤 기존 응력에 J의 역비를 곱한다.

암기 포인트

원형축 비틀림은 $\tau = Tc/J$, 중공축의 J는 바깥 네제곱에서 안쪽 네제곱을 뺀 값이다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 빗금 친 단면에서 도심 C까지의 거리 $\bar{x}$는?



① $\frac{4}{7}a$

② $\frac{5}{8}a$

③ $\frac{3}{4}a$

④ $\frac{5}{6}a$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 곡선 $x = y^3$, 직선 $x = a$, x축으로 둘러싸인 빗금 친 단면의 도심 $\bar{x}$를 면적 1차모멘트로 구하는 문제이다.

조건 정리

곡선이 오른쪽 경계 $x = a$와 만나는 높이를 h라 두면 $a = h^3$이다.
빗금 친 단면은 높이 $0 \le y \le h$에서 왼쪽 경계가 $x = y^3$, 오른쪽 경계가 $x = a$인 영역이다.
구해야 할 값은 y축으로부터 도심까지의 거리 $\bar{x}$이다.

NoteBase

사용할 공식

수평 미소띠의 폭이 $a - y^3$이므로 면적과 y축에 대한 1차모멘트는 다음과 같다.
$A = \int_0^h (a - y^3)dy$
$M_y = \int_0^h \frac{1}{2}\{a^2 - (y^3)^2\}dy$
따라서 도심의 x좌표는 $\bar{x} = M_y/A$로 구한다. 이 공식은 각 수평띠의 도심이 양 끝 $x = y^3$와 $x = a$의 중점에 있기 때문에 사용된다.

계산 과정

면적은
$A = \int_0^h (a - y^3)dy = ah - \frac{h^4}{4}$
이고 $a = h^3$이므로 $h^4 = ah$이다. 따라서
$A = ah - \frac{ah}{4} = \frac{3}{4}ah$
이다.
y축에 대한 1차모멘트는
$M_y = \frac{1}{2}\int_0^h (a^2 - y^6)dy = \frac{1}{2}\left(a^2h - \frac{h^7}{7}\right)$
이고 $h^7 = a^2h$이므로
$M_y = \frac{1}{2}\left(a^2h - \frac{a^2h}{7}\right) = \frac{3}{7}a^2h$
이다. 그러므로
$\bar{x} = \frac{M_y}{A} = \frac{\frac{3}{7}a^2h}{\frac{3}{4}ah} = \frac{4}{7}a$
이다.

선지 판단

① O: 계산 결과 $\bar{x} = \frac{4}{7}a$이므로 맞는 선지이다.
② X: $\frac{5}{8}a$는 면적과 1차모멘트를 위 영역 전체에 대해 적분한 결과가 아니다. 틀린 표현 $\frac{5}{8}a$는 올바르게 $\frac{4}{7}a$가 된다.
③ X: $\frac{3}{4}a$는 곡선으로 잘려 나가는 부분의 효과를 과소평가한 값이다. 틀린 표현 $\frac{3}{4}a$는 올바르게 $\frac{4}{7}a$가 된다.
④ X: $\frac{5}{6}a$는 도심이 오른쪽 경계 $x = a$에 지나치게 가까운 것으로 본 값이다. 틀린 표현 $\frac{5}{6}a$는 올바르게 $\frac{4}{7}a$가 된다.

오답 포인트

곡선 $x = y^3$ 자체 아래 면적의 도심을 구하면 안 된다. 빗금 친 영역은 $x = 0$부터 곡선까지가 아니라 곡선 $x = y^3$부터 직선 $x = a$까지의 오른쪽 영역이다. 또한 $h^3 = a$, $h^4 = ah$, $h^7 = a^2h$의 치환을 놓치면 선택지의 분수값이 달라진다.

다시 나오면 이렇게 판단

곡선으로 둘러싸인 단면의 $\bar{x}$는 먼저 적분 구간을 잡고, 수평띠 또는 수직띠 중 폭이 단순해지는 방향을 선택한 뒤 $\bar{x} = M_y/A$로 판단한다. 이 문제에서는 수평띠의 좌우 경계가 y^3과 a로 바로 정해지므로 수평띠 적분이 가장 단순하다.

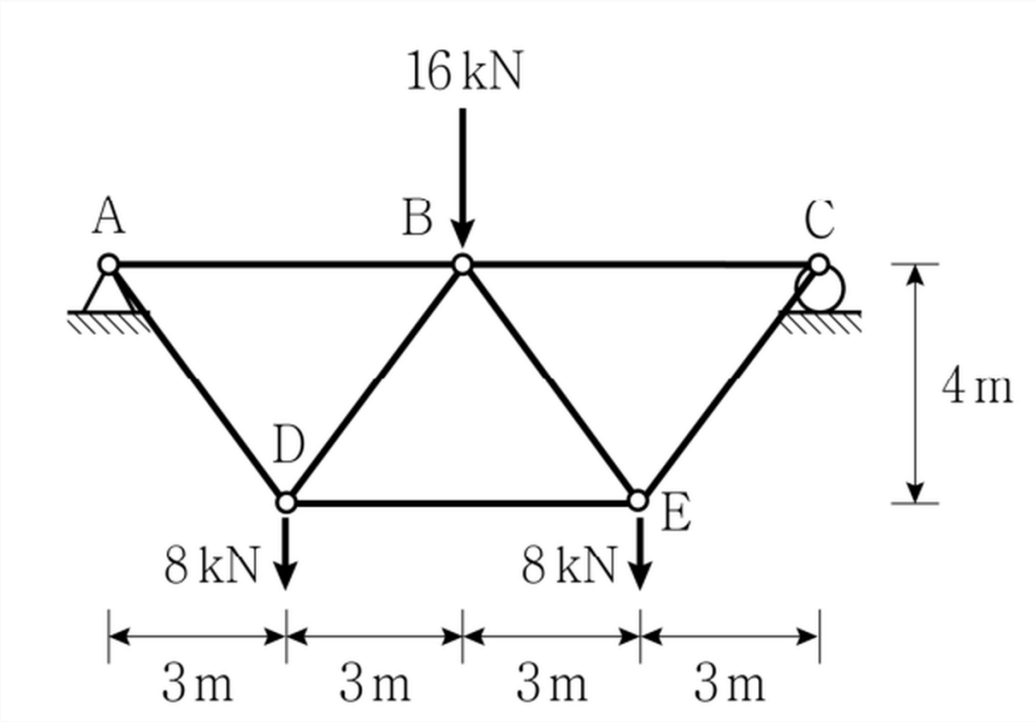
NoteBase

암기 포인트

도심 좌표는 단순한 평균 위치가 아니라 면적 1차모멘트를 전체 면적으로 나눈 값이다. 오른쪽 영역은 $A=\int(a-y^3)dy, M_y=\frac{1}{2}\int(a^2-y^6)dy$로 잡는다.

NoteBase

문 21. 그림과 같은 트러스 구조물에서 부재력 F_{BC}와 F_{BE}[kN]는? (단, 트러스의 자중은 무시한다)



① F_{BC}: 12(압축), F_{BE}: 10(인장)

② F_{BC}: 12(압축), F_{BE}: 10(압축)

③ F_{BC}: 24(압축), F_{BE}: 20(인장)

④ F_{BC}: 24(압축), F_{BE}: 20(압축)

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 트러스의 지점반력과 절점법을 이용해 부재 BC, BE의 축력 크기와 인장·압축 부호를 판정하는 문제이다.

조건 정리

상부 절점 A, B, C와 하부 절점 D, E가 있는 트러스이며, 수직 간격은 $4m$, 각 수평 간격은 $3m$이다.
하중은 D에서 $8kN$, B에서 $16kN$, E에서 $8kN$이 아래로 작용한다.
구해야 할 값은 F_{BC}와 F_{BE}이고, 인장은 양, 압축은 음으로 본다.

NoteBase

사용할 공식

트러스 절점 평형식은 각 절점에서 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$이다.
사재는 수평 $3m$, 수직 $4m$, 길이 $5m$의 3-4-5 부재이므로 수평성분은 $(3/5)F$, 수직성분은 $(4/5)F$로 분해된다.
부재력이 음수로 나오면 처음 가정한 인장과 반대이므로 압축이다.

계산 과정

1. 전체 평형에서 하중 배치가 좌우 대칭이므로 $A_y = C_y = 16kN$이다.
2. 절점 C에서 CE를 인장으로 가정하면 수직평형은 $16 - (4/5)F_{CE} = 0$이므로 $F_{CE} = 20kN$이다.
3. 같은 절점 C의 수평평형은 $-F_{BC} - (3/5)F_{CE} = 0$이므로 $F_{BC} = -12kN$이다. 따라서 BC는 $12kN$ 압축이다.
4. 절점 E에서 CE가 $12kN$ 오른쪽, $16kN$ 위쪽 성분을 만들고, 외력 $8kN$이 아래로 작용한다.
5. BE를 인장으로 가정하면 수직평형은 $16 + (4/5)F_{BE} - 8 = 0$이므로 $F_{BE} = -10kN$이다. 따라서 BE는 $10kN$ 압축이다.

선지 판단

① X: $F_{BC} = 12kN$ 압축은 맞지만, F_{BE}는 $10kN$ 인장이 아니라 $10kN$ 압축이다. 틀린 표현은 "10(인장)"이고, 올바르게는 "10(압축)"이다.
② O: 계산 결과 $F_{BC} = 12kN$ 압축, $F_{BE} = 10kN$ 압축이므로 두 값과 부호가 모두 맞다.
③ X: F_{BC}는 $24kN$ 압축이 아니라 $12kN$ 압축이고, F_{BE}도 $20kN$ 인장이 아니라 $10kN$ 압축이다. 틀린 표현은 "24(압축), 20(인장)"이고, 올바르게는 "12(압축), 10(압축)"이다.
④ X: F_{BE}의 압축 방향은 맞지만 크기는 $20kN$이 아니라 $10kN$이고, F_{BC}도 $24kN$이 아니라 $12kN$이다. 틀린 표현은 "24(압축), 20(압축)"이고, 올바르게는 "12(압축), 10(압축)"이다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 사재 CE의 축력 $20kN$을 그대로 BE의 부재력으로 착각하는 점이다. BE는 절점 E에서 CE의 수직성분 $16kN$, 외력 $8kN$, BE의 수직성분을 다시 평형시켜 구해야 하므로 $10kN$ 압축이 된다. 또 부재력을 인장으로 가정했을 때 음수가 나오면 선택지의 인장·압축 표기를 반드시 뒤집어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

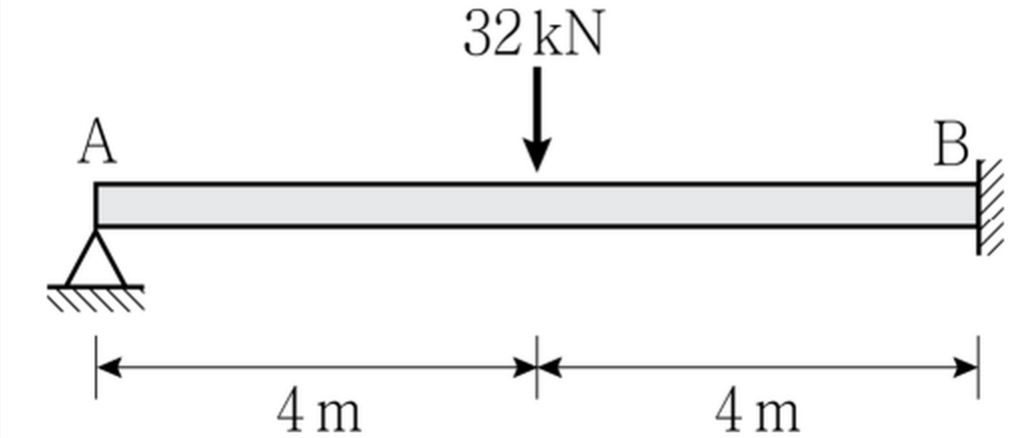
대칭 트러스는 먼저 전체 평형으로 지점반력을 구한 뒤, 미지수가 적은 끝 절점부터 3-4-5 성분을 적용한다.
계산값이 음수이면 가정한 인장과 반대인 압축으로 판단한다.

암기 포인트

3-4-5 트러스 사재는 수평성분 3/5, 수직성분 4/5이고, 음의 부재력은 압축이다.

NoteBase

문 22. 그림과 같은 부정정보에서 A지점의 회전각의 크기[rad]는? (단, 보의 자중은 무시하며, 휨강성 $EI = 1.6 \times 10^8 \mathrm{N \cdot m^2}$이다)



① 0.0001

② 0.0002

③ 0.0003

④ 0.0004

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 한쪽 고정단과 한쪽 힌지 지점을 가진 부정정보에서 단부 모멘트 해제 조건을 이용해 A 지점의 회전각 크기를 구하는 문제이다.

조건 정리

보는 A 지점이 힌지, B 지점이 고정단인 부정정보이다.
중앙 집중하중은 $P = 32kN = 32,000N$이고, 전체 길이는 $L = 8m$이다.
하중은 중앙에 작용하므로 A에서 $4m$, B에서 $4m$ 떨어져 있다.
휨강성은 $EI = 1.6 \times 10^8 N \cdot m^2$이고, 보의 자중은 무시한다.
구할 값은 A 지점 회전각의 크기 $|\theta_A|$이다.

NoteBase

사용할 공식

중앙 집중하중을 받는 고정고정 보의 A단 고정단모멘트 크기는 $M_A^F = PL/8$이다.
A단만 회전하고 B단 회전이 0인 보에서 A단 회전에 따른 단부모멘트는 $4EI\theta_A/L$이다.
A 지점은 힌지이므로 최종 A단 모멘트가 0이어야 한다. 따라서 M_A^F를 A단 회전모멘트가 상쇄해야 하므로
$|\theta_A| = \frac{M_A^F}{4EI/L} = \frac{PL/8}{4EI/L} = \frac{PL^2}{32EI}$
가 된다.

계산 과정

$|\theta_A| = \frac{PL^2}{32EI}$
$= \frac{32,000 \times 8^2}{32 \times 1.6 \times 10^8}$
$= \frac{32,000 \times 64}{5.12 \times 10^9}$
$= \frac{2.048 \times 10^6}{5.12 \times 10^9} = 4.0 \times 10^{-4} rad$
따라서 A 지점의 회전각 크기는 $0.0004rad$이다.

선지 판단

① X. 계산값은 $0.0004rad$이므로 0.0001은 정답의 1/4에 불과하다. 틀린 표현은 0.0001이고, 올바른 값은 0.0004이다.
② X. 계산값은 $0.0004rad$이므로 0.0002는 정답의 1/2이다. 틀린 표현은 0.0002이고, 올바른 값은 0.0004이다.
③ X. $M_A^F = PL/8$과 $4EI/L$을 함께 적용하면 $0.0004rad$가 나오므로 0.0003은 반올림으로 얻어지는 값이 아니다. 틀린 표현은 0.0003이고, 올바른 값은 0.0004이다.
④ O. A단 고정단모멘트 해제 조건에서 $|\theta_A| = PL^2/(32EI) = 0.0004rad$이므로 옳다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 단순보의 기울기 공식으로 처리하거나, 고정고정 보의 A단 고정단모멘트 $PL/8$만 구하고 힌지 조건 $M_A = 0$을 회전강성 $4EI/L$과 연결하지 않는 데 있다. 하중 단위 $32kN$을 $32,000N$으로 바꾸지 않거나 전체 길이 $L = 8m$ 대신 반 길이 $4m$를 최종 공식의 L에 넣어도 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

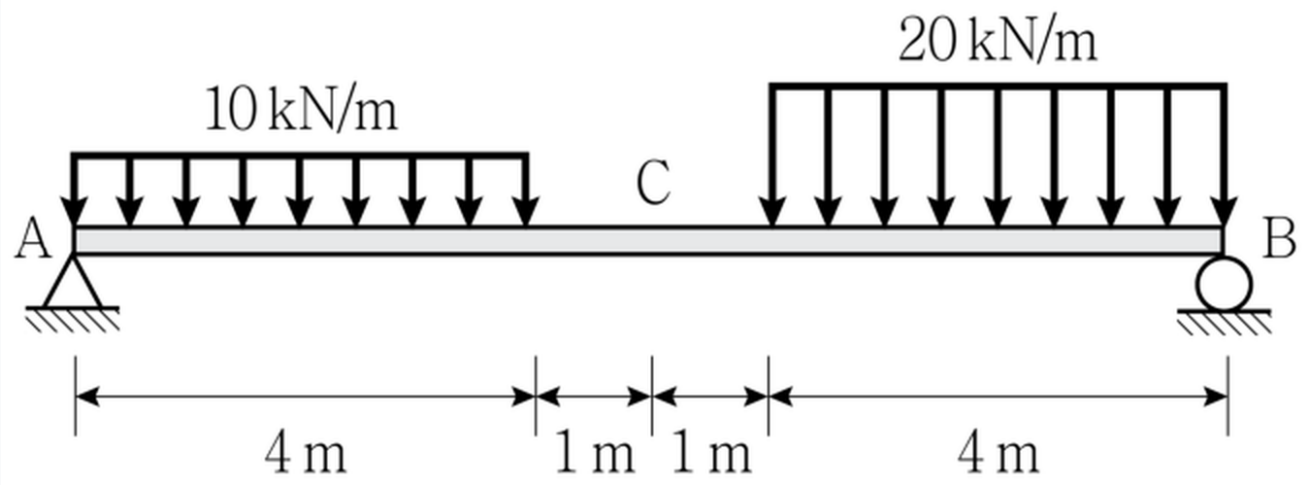
한쪽은 힌지, 다른 쪽은 고정단인 부정정보에서 힌지 단부 회전각을 묻는 경우, 먼저 같은 하중의 고정고정 보 고정단모멘트를 구하고, 힌지 단부의 최종 모멘트가 0이 되도록 $4EI\theta/L$로 모멘트를 해제한다.

암기 포인트

중앙하중을 받는 A힌지-B고정 보의 A단 회전각 크기는 $|\theta_A| = PL^2/(32EI)$이다.

NoteBase

문 23. 그림과 같이 폭이 200 mm, 높이가 400 mm인 직사각형 단면을 가지는 단순보가 있다. C점의 전단력에 의한 최대 전단응력의 크기 [MPa]는? (단, 보의 자중은 무시하며, 휨강성 EI는 일정하다)



① 0.05

② 0.10

③ 0.15

④ 0.20

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단순보의 지점반력으로 C점 전단력 V_C를 구한 뒤, 직사각형 단면의 최대전단응력 공식 $\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$를 적용하는 문제이다.

조건 정리

보 전체 길이는 $10m$이다.
왼쪽 등분포하중은 $10kN/m$가 A에서 $4m$까지 작용하므로 합력은 $40kN$, 작용점은 A에서 $2m$이다.
오른쪽 등분포하중은 $20kN/m$가 A에서 $6m$부터 B까지 $4m$ 작용하므로 합력은 $80kN$, 작용점은 A에서 $8m$이다.
C점은 A에서 $5m$ 위치에 있다.
단면은 폭 $b = 200mm$, 높이 $h = 400mm$인 직사각형이므로 면적은 $A = 80{,}000mm^2$이다.

NoteBase

사용할 공식

평형조건은 $\sum V = 0, \sum M_A = 0$이다.
직사각형 단면의 최대전단응력은
$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A} = \frac{3V}{2bh}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 직사각형 단면의 전단응력이 중립축에서 최대가 되고, 그 최대값이 평균전단응력 V/A의 1.5배이기 때문이다.

계산 과정

1. 전체 수직하중은 $40 + 80 = 120kN$이므로 $R_A + R_B = 120kN$이다.
2. A점에 대한 모멘트 평형은 $R_B \times 10 = 40 \times 2 + 80 \times 8 = 720$이므로 $R_B = 72kN$, $R_A = 48kN$이다.
3. C점은 왼쪽 $10kN/m$ 하중 구간 뒤에 있으므로 $V_C = R_A - 40 = 48 - 40 = 8kN$이다.
4. $8kN = 8{,}000N$, $A = 200 \times 400 = 80{,}000mm^2$이다.
5. 최대전단응력은 $\tau_{max} = \frac{3}{2} \times \frac{8{,}000}{80{,}000} = 0.15N/mm^2 = 0.15MPa$이다.

선지 판단

① X: $0.05MPa$는 C점 전단력 $8kN$과 직사각형 최대전단응력 계수 1.5를 적용한 값이 아니다. 올바른 값은 $0.15MPa$이다.
② X: $0.10MPa$는 $V/A = 8{,}000/80{,}000$으로 평균전단응력만 구한 값이다. 직사각형 단면의 최대전단응력은 평균전단응력의 1.5배이므로 올바른 값은 $0.15MPa$이다.
③ O: C점 전단력은 $8kN$이고, $\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$를 적용하면 $0.15MPa$가 된다.
④ X: $0.20MPa$는 C점 전단력 또는 단면계수를 과대평가한 값이다. C점에서는 $V_C = 8kN$이므로 올바른 값은 $0.15MPa$이다.

오답 포인트

가장 큰 함정은 직사각형 단면의 최대전단응력을 평균전단응력 V/A로 끝내는 것이다. 그렇게 계산하면 ②의 $0.10MPa$가 나오지만, 최대전단응력은 $\frac{3}{2}\frac{V}{A}$이다. 또한 C점 전단력은 전체 최대전단력이 아니라 C점 절단면 왼쪽의 하중으로 계산한 $8kN$이다.

다시 나오면 이렇게 판단

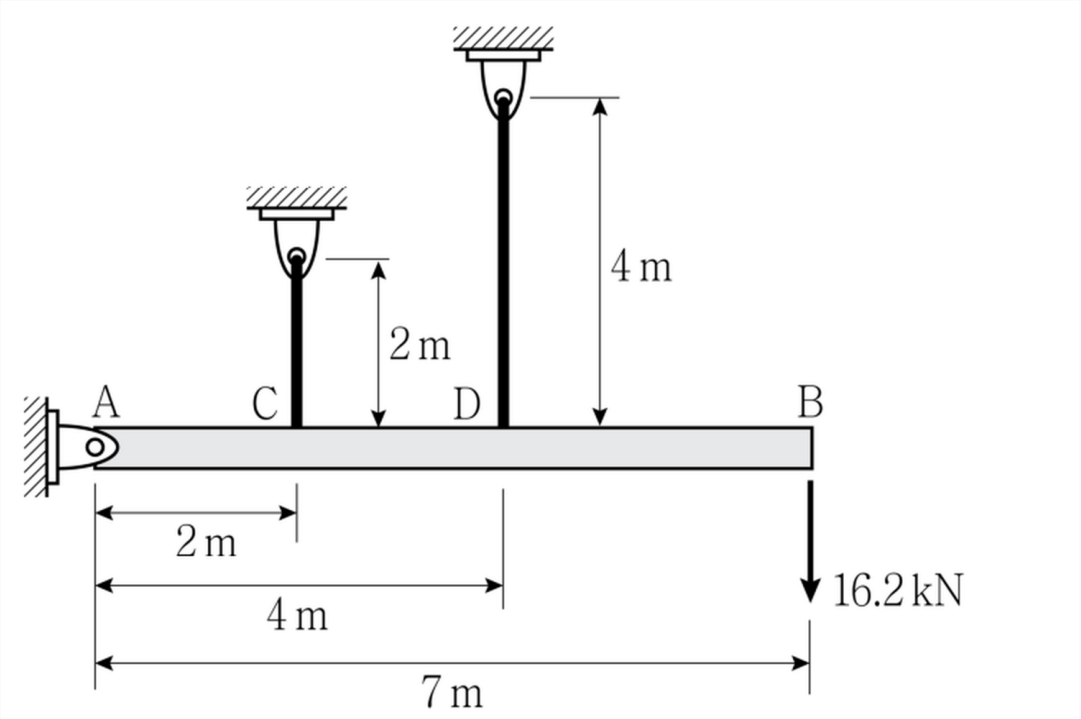
단순보의 특정 점 전단응력 문제는 지점반력 계산, 해당 점의 전단력 산정, 단면별 최대전단응력 공식 적용, 단위 변환 순서로 판단한다. 직사각형 단면이면 평균전단응력에 1.5를 곱한다.

암기 포인트

직사각형 단면의 최대전단응력은 $\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}$이고, $1N/mm^2 = 1MPa$이다.

NoteBase

문 24. 그림과 같이 A점에서 힌지로 지지된 강체 AB는 C점과 D점에서 와이어로 고정되어 있다. B점에 하중 16.2kN이 작용할 때, B점의 처짐의 크기[mm]는? (단, 와이어의 단면적은 $3mm^2$이고, 탄성계수는 210GPa이며, 강체와 와이어의 자중은 무시한다)



① 120
② 150
③ 180
④ 210

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 힌지 지지된 강체보의 회전 변위와 와이어의 축변형을 결합해 B점 처짐을 구하는 계산 문제이다.

조건 정리

A점은 힌지이므로 강체 AB는 A점을 중심으로 작은 각도 θ만큼 회전한다.
C점, D점, B점의 A점으로부터 거리는 각각 2m, 4m, 7m이다.
C점 와이어 길이는 2m, D점 와이어 길이는 4m이고, 두 와이어의 단면적은 $3mm^2$, 탄성계수는 210GPa이다.
B점에는 16.2kN의 하중이 아래로 작용한다.

NoteBase

사용할 공식

강체 회전에 따른 수직변위는 $\delta = x\theta$이다.
와이어 인장력은 $T = \frac{EA}{L}\delta$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 C점과 D점이 강체보에 붙어 있어 변위가 회전각에 비례하고, 와이어는 그 변위만큼 축방향으로 늘어나 인장력을 발생시키기 때문이다.

계산 과정

C점과 D점의 처짐은 각각 $\delta_C = 2\theta$, $\delta_D = 4\theta$이다.
따라서 C점 와이어 인장력은 $T_C = \frac{EA}{2} \cdot 2\theta = EA\theta$, D점 와이어 인장력은 $T_D = \frac{EA}{4} \cdot 4\theta = EA\theta$이므로 $T_C = T_D = T$이다.
A점에 대한 모멘트평형은 $2T + 4T = 16.2 \times 7$이므로 $6T = 113.4$, $T = 18.9\text{kN}$이다.
축강성은 $EA = 210\text{GPa} \times 3\text{mm}^2 = 210 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6} = 630\text{kN}$이다.
따라서 $\theta = \frac{T}{EA} = \frac{18.9}{630} = 0.03$이고, B점 처짐은 $\delta_B = 7\theta = 7 \times 0.03 = 0.21\text{m} = 210\text{mm}$이다.

선지 판단

① X: 계산 결과 B점 처짐은 210mm이므로 120mm는 작다. 올바르게는 210mm이다.
② X: 계산 결과 B점 처짐은 210mm이므로 150mm가 아니다. 올바르게는 210mm이다.
③ X: 계산 결과 B점 처짐은 210mm이므로 180mm는 정답이 아니다. 올바르게는 210mm이다.
④ O: 강체 회전 호환조건과 A점 모멘트평형을 적용하면 $\delta_B = 210\text{mm}$가 되므로 맞는 선지이다.

오답 포인트

C점과 D점 와이어 길이가 다르므로 단순히 같은 강성을 가진다고 생각하면 틀린다. 그러나 이 문제에서는 변위도 각각 2θ, 4θ로 길이에 비례하므로 δ/L이 같아져 두 와이어 인장력이 같아진다는 점이 핵심 함정이다. 또한 최종값 0.21m를 210mm로 단위 변환해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

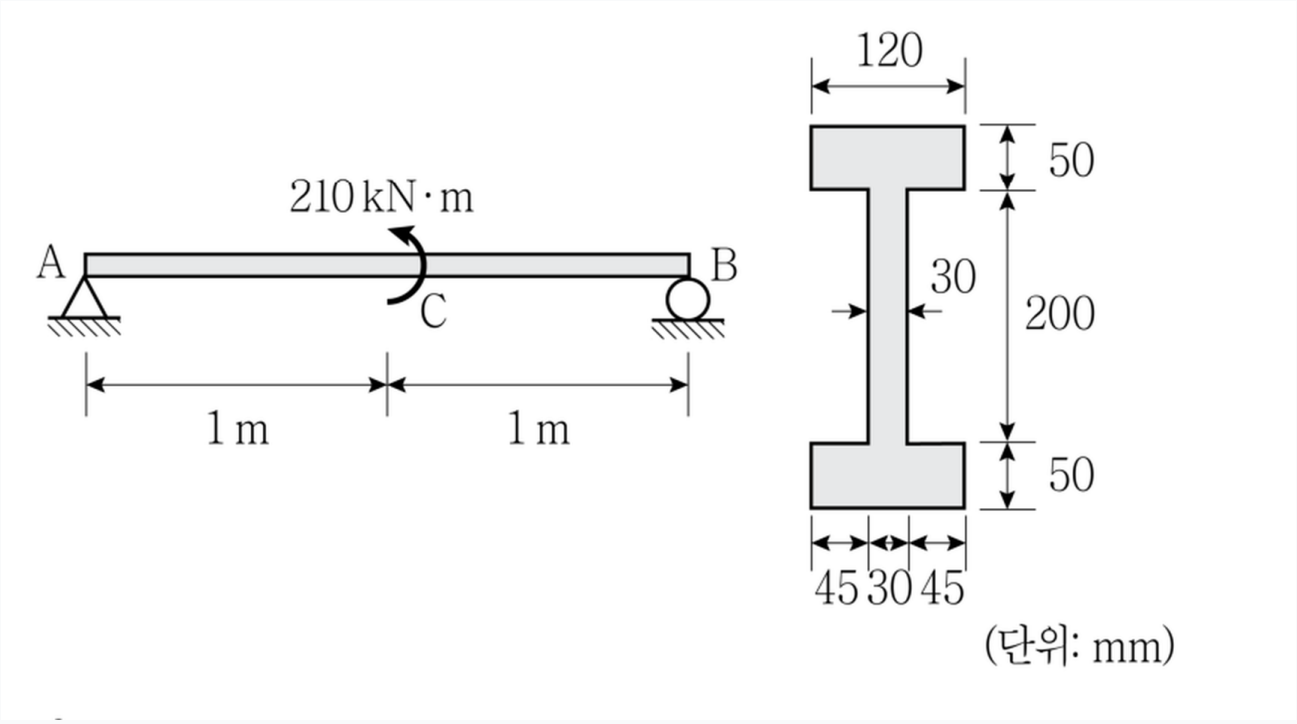
힌지 지지 강체보에 탄성 지점이 연결된 문제는 각 지점 변위를 먼저 $x\theta$로 놓고, 와이어 힘을 $T = EA\delta/L$로 바꾼 뒤, 힌지점에 대한 모멘트평형으로 θ를 구한다고 판단한다.

암기 포인트

강체보 회전 문제에서는 지점변위 $\delta = x\theta$, 와이어 힘 $T = EA\delta/L$, 마지막 처짐 $\delta_B = x_B\theta$의 순서로 정리한다.

NoteBase

문 25. 그림과 같이 플랜지단면을 가지는 단순보의 C점에 모멘트하중이 작용할 때, C점의 전단력에 의한 최대 전단응력의 크기[MPa]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 6

② 9

③ 12

④ 15

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 집중모멘트가 작용하는 단순보의 전단력과 I형 단면의 최대 전단응력 공식 $\tau_{max} = VQ/(Ib)$를 이용해 C점 단면의 최대 전단응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

집중모멘트는 $210kN \cdot m$, 지간은 $2m$이다.
단면은 상하 대칭 I형 단면이며 전체 높이는 $300mm$, 플랜지는 $120mm \times 50mm$, 웨브는 $30mm \times 200mm$이다.
대칭 단면이므로 중립축은 전체 높이의 중앙에 있고, 최대 전단응력은 웨브의 중립축에서 발생한다.

NoteBase

사용할 공식

단순보에 집중모멘트 M만 작용하면 양 지점 반력의 크기는 $R = M/L$이므로 전단력 크기는 $V = 210/2 = 105kN$이다.
최대 전단응력은 중립축에서
$\tau_{max} = \frac{VQ}{Ib}$
로 계산한다. 여기서 Q는 중립축 위쪽 면적의 1차 모멘트, I는 전체 단면2차모멘트, b는 중립축 위치의 단면 폭이다.

계산 과정

1. 중립축 위쪽의 1차 모멘트는 상부 플랜지와 상부 웨브 절반으로 계산한다.
$Q = (120 \times 50) \times 125 + (30 \times 100) \times 50 = 900000mm^3$
2. 전체 단면2차모멘트는 두 플랜지와 웨브를 합산한다.
$I = 2\left(\frac{120 \times 50^3}{12} + 120 \times 50 \times 125^2\right) + \frac{30 \times 200^3}{12} = 210000000mm^4$
3. 중립축에서의 폭은 웨브 두께이므로 $b = 30mm$이다. $V = 105000N$을 대입하면
$\tau_{max} = \frac{105000 \times 900000}{210000000 \times 30} = 15N/mm^2 = 15MPa$
따라서 C점의 전단력에 의한 최대 전단응력은 $15MPa$이다.

선지 판단

① X: 계산 결과는 $15MPa$이므로 $6MPa$는 틀린 값이다. 올바르게는 $15MPa$이다.
② X: 계산 결과는 $15MPa$이므로 $9MPa$는 틀린 값이다. 올바르게는 $15MPa$이다.
③ X: 계산 결과는 $15MPa$이므로 $12MPa$는 틀린 값이다. 올바르게는 $15MPa$이다.
④ O: 반력에서 얻은 전단력 $105kN$과 I형 단면의 $Q = 900000mm^3$, $I = 210000000mm^4$, $b = 30mm$를 전단응력 공식에 대입하면 $15MPa$가 된다.

오답 포인트

집중모멘트 $210kN \cdot m$를 전단력으로 바로 쓰거나, 중립축 위치의 폭을 플랜지 폭 $120mm$로 잡으면 오답이 된다. 전단응력 공식의 b는 최대 전단응력이 발생하는 중립축에서의 실제 폭이므로 이 단면에서는 웨브 두께 $30mm$이다.

다시 나오면 이렇게 판단

집중모멘트가 작용하는 단순보에서는 먼저 $V = M/L$로 단면 전단력 크기를 구하고, I형 단면에서는 중립축 기준 Q, 전체 I, 중립축 폭 b를 차례로 넣어 $\tau = VQ/(Ib)$로 판단한다.

암기 포인트

I형 단면 최대 전단응력은 중립축 웨브에서 생기며, Q는 중립축 위쪽 면적, b는 중립축의 웨브 두께로 둔다.

NoteBase