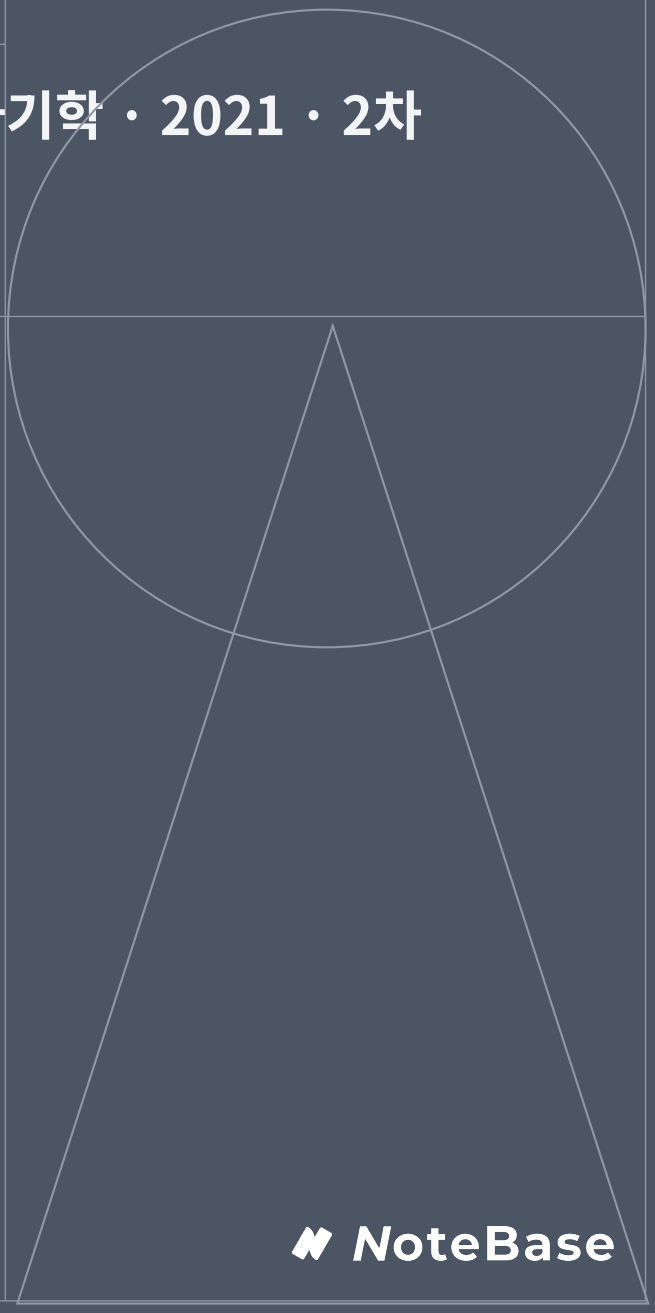
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 전기자기학 · 2021 · 2차



NoteBase

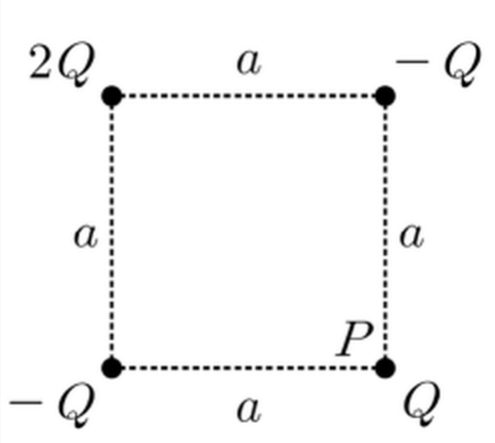
기출OX 해설집

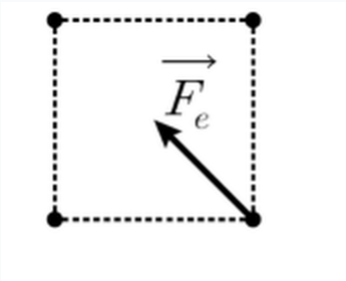
공무원/국가직/7급 · 전기자기학 · 2021 · 2차

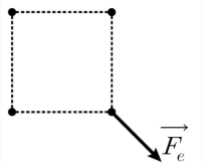
공무원/국가직/7급 · 전기자기학 · 2021 · 2차

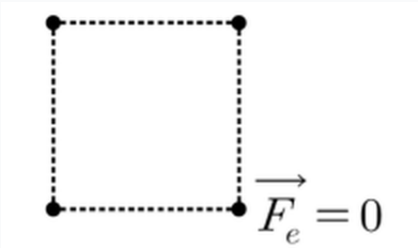
NoteBase

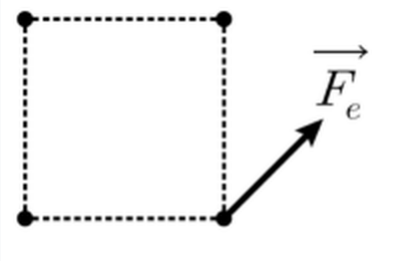
문 1. 그림과 같이 네 개의 점전하가 변의 길이가 a인 정사각형의 꼭짓점에 위치할 때, 점 P에 위치한 전하에 작용하는 전기력 $\vec{F}_e$의 크기와 방향으로 적절한 것은?



① 

② 

③ 

④ 

정답 1번

NoteBase

출제 포인트

정사각형 네 꼭짓점에 놓인 점전하들이 한 꼭짓점의 전하에 작용시키는 전기력을 쿨롱 법칙과 벡터 합성(중첩의 원리)으로 구하는 문제이다. 세 개의 힘(변을 따라 작용하는 두 힘과 대각선 방향의 한 힘)을 각각 구한 뒤 방향까지 고려해 합성해야 한다.

조건 정리

정사각형의 왼쪽 위 꼭짓점에 $2Q$, 오른쪽 위 꼭짓점에 $-Q$, 왼쪽 아래 꼭짓점에 $-Q$, 오른쪽 아래 꼭짓점(점 P)에 Q가 위치한다. 변의 길이는 a이고, P와 변으로 이웃한 두 전하(왼쪽 아래의 $-Q$, 오른쪽 위의 $-Q$)까지의 거리는 각각 a이며, P와 대각선으로 마주보는 전하(왼쪽 위의 $2Q$)까지의 거리는 $\sqrt{2}a$이다.

사용할 공식

두 점전하 사이의 전기력 크기는 쿨롱 법칙 $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$로 구하고(k는 쿨롱 상수), 방향은 같은 부호이면 서로 미는 방향(척력), 다른 부호이면 서로 당기는 방향(인력)이다. 세 힘을 모두 구한 뒤에는 성분별로 더하는 벡터 합성으로 알짜힘을 구한다.

계산 과정

P에는 전하 Q가 있다. 편의상 P를 기준으로 P에서 왼쪽 아래 꼭짓점으로 향하는 방향을 x축, P에서 오른쪽 위 꼭짓점으로 향하는 방향을 y축으로 잡으면 두 축은 정사각형의 변을 따르므로 서로 수직이다.

(1) 왼쪽 아래의 $-Q$와의 힘: 거리 a, 다른 부호이므로 인력. 크기는 $F_1 = k\frac{Q^2}{a^2}$이고 방향은 P에서 왼쪽 아래 쪽, 즉 $+x$ 방향이다.

(2) 오른쪽 위의 $-Q$와의 힘: 거리 a, 다른 부호이므로 인력. 크기는 $F_2 = k\frac{Q^2}{a^2}$이고 방향은 P에서 오른쪽 위 쪽, 즉 $+y$ 방향이다.

(3) 왼쪽 위의 $2Q$와의 힘: 거리 $\sqrt{2}a$, 같은 부호이므로 척력. 크기는 $F_3 = k\frac{(2Q)(Q)}{(\sqrt{2}a)^2} = k\frac{2Q^2}{2a^2} = k\frac{Q^2}{a^2}$로 F_1, F_2와 크기가 같다. 척력이므로 방향은 왼쪽 위 꼭짓점에서 P를 향해 밀어내는 방향, 즉 x축의 $-x$ 성분과 y축의 $-y$ 성분을 가진 대각선 방향이다. 성분으로 나타내면 F_3의 x성분은 $-\frac{F_1}{\sqrt{2}}$, y성분은 $-\frac{F_1}{\sqrt{2}}$이다(단, $F_1 = kQ^2/a^2$로 세 힘의 크기가 모두 같으므로 F_1로 표기).

합성하면 x성분의 합은 $F_1 - \frac{F_1}{\sqrt{2}} = F_1\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$이고, y성분의 합도 같은 값 $F_1\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$이다. 두 성분의 크기가 서로 같으므로 알짜힘의 방향은 x축과 y축이 이루는 각을 정확히 이등분하는 대각선 방향, 즉 P에서 왼쪽 위 꼭짓점($2Q$)을 향하는 대각선 방향이 된다. 알짜힘의 크기는
$F_{net} = \sqrt{2}F_1\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = F_1(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2} - 1)k\frac{Q^2}{a^2}$로, 세 힘 중 하나의 크기보다 작다.

NoteBase

선지 판단

① P에서 정사각형 안쪽, 즉 왼쪽 위(2Q 꼭짓점) 방향으로 향하는 짧은 화살표: 계산 결과와 방향·상대적 크기(한 힘의 크기보다 작음)가 모두 일치하므로 옳다.
② P에서 정사각형 바깥쪽(오른쪽 아래로 연장되는 방향)으로 향하는 화살표: 계산된 알짜힘의 방향과 정반대이므로 틀린 표현 → 방향이 왼쪽 위(정사각형 안쪽)이어야 한다.
③ $\vec{F_e} = 0$: 세 힘이 완전히 상쇄되려면 대칭성이 필요한데, 이 배치에서는 x성분과 y성분이 모두 F_1(1-1/2)≠0으로 남으므로 틀린 표현 → 알짜힘은 0이 아니다.
④ P에서 정사각형 바깥쪽(오른쪽 위 방향)으로 향하는 화살표: 계산된 방향(왼쪽 위, 정사각형 안쪽)과 다르므로 틀린 표현 → 방향이 왼쪽 위이어야 한다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 대각선에 위치한 전하 2Q와의 거리를 a로 잘못 놓아 힘의 크기를 과대평가하거나, 척력·인력의 방향을 반대로 판단하는 것이다. 또한 세 힘의 크기가 우연히 모두 같다는 점(대각선 거리가 2 a이고 전하량이 2Q이므로 분모 2가 상쇄되어 kQ^2/a^2로 동일해짐)을 놓치면 벡터 합을 정확히 계산하기 어렵다.

다시 나오면 이렇게 판단

정사각형(또는 직사각형) 꼭짓점에 놓인 점전하 문제는 먼저 변을 따라 작용하는 힘들의 방향을 정하고 이를 서로 수직인 두 축으로 삼은 뒤, 대각선 방향의 힘을 그 축에 대한 성분(계수 1/2)으로 분해해 더하는 방식으로 접근한다. 이때 부호(척력/인력)에 따라 성분의 부호를 정확히 매겨야 한다.

암기 포인트

정사각형 한 변의 길이가 a이면 대각선의 길이는 2 a이고, 대각선 거리에 대한 쿨롱 힘의 분모는 (2 a)^2=2a^2이 된다는 점, 그리고 45° 대각선 방향의 힘을 두 축 성분으로 분해하면 각 성분의 크기가 원래 크기의 1/2가 된다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 2. $z=0[cm]$**와** $z=4[cm]$**에 놓인 완전도체 무한평판 사이에 비유전율이 2인 유전체가 채워져 있다. 아래에 놓인 평판의 전위가** $5[V]$**이고, 위에 놓인 평판의 전위가** $-5[V]$**일 경우, 두 평판 사이의 전계분포** $[V/m]$**는?**

① $125\vec{a}_z$

② $-125\vec{a}_z$

③ $250\vec{a}_z$

④ $-250\vec{a}_z$

정답 3번

출제 포인트

평행 완전도체 평판 사이에 유전체가 균일하게 채워진 평행판 구조에서, 두 평판의 전위(전위차)와 간격만으로 두 평판 사이의 전계(전기장) 분포를 구할 수 있는지를 묻는다. 전계는 전위의 공간 기울기로 정해지며, 유전율(비유전율)은 전속밀도 및 전하량에는 영향을 주지만 전위차와 간격이 주어진 경우의 전계 크기 자체에는 영향을 주지 않는다는 점이 핵심이다.

조건 정리

아래쪽 평판: z=0 [cm], 전위 $V_1 = 5$ [V]. 위쪽 평판: z=4 [cm]=0.04 [m], 전위 $V_2 = -5$ [V]. 두 평판 사이는 비유전율 2인 균일 유전체로 채워져 있고, 두 평판은 완전도체 무한평판이므로 그 사이의 전계는 z방향으로만 존재하는 균일한(일정한) 전계이다.

사용할 공식

평행판 사이의 전위는 z에 대해 선형으로 변하므로 $V(z) = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{d} z$이고, 전계는 전위의 기울기로부터 $\vec{E} = -\frac{dV}{dz}\vec{a_z}$로 구한다. 여기서 d는 두 평판 사이의 간격이다.

계산 과정

두 평판 사이의 전위차는 $V_2 - V_1 = -5 - 5 = -10$ [V]이고 간격은 $d = 0.04$ [m]이므로, 전위의 기울기는 $\frac{dV}{dz} = \frac{-10}{0.04} = -250$ [V/m]이다. 따라서 전계는 $\vec{E} = -\frac{dV}{dz}\vec{a_z} = -(-250)\vec{a_z} = 250\vec{a_z}$ [V/m]이다. 전위가 낮은 위쪽 평판(-5V) 쪽으로 전계가 향하므로 +z 방향(아래에서 위로)이 되는 것도 방향상 자연스럽다. 비유전율(2)은 이 계산 과정에 전혀 사용되지 않는데, 이는 전계가 전위차와 거리만으로 정해지는 값이기 때문이다(유전율은 전속밀도 $D = \varepsilon E$와 평판의 전하량을 구할 때에만 필요하다).

NoteBase

선지 판단

① 125 a_z: X. 간격 0.04m와 전위차 10V를 이용하지 않고 절반 값(예: 전위차를 잘못된 길이로 나눈 값)을 쓴 오답이다.
② -125 a_z: X. 크기와 부호가 모두 계산 결과(250 a_z)와 다르다.
③ 250 a_z: O. 전위차 10V를 간격 0.04m로 나눈 크기 250 V/m이며, 부호도 낮은 전위(위쪽, -5V) 쪽을 향하는 +z 방향과 일치한다.
④ -250 a_z: X. 크기는 맞지만 부호(방향)가 반대이다. 전계는 항상 전위가 높은 곳에서 낮은 곳으로 향하므로, 아래(5V, 낮은 z)에서 위(-5V, 높은 z)로 향하는 +z 방향이 되어야 한다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 두 가지이다. 첫째, 간격을 [cm] 그대로(4) 사용하거나 절반으로 잘못 나누어 크기를 125로 계산하는 것(①·②)이고, 둘째, 전계의 방향을 반대로 잡아 부호를 틀리는 것(③ 대신 ④를 고르는 것)이다. 전계는 전위가 높은 쪽에서 낮은 쪽으로 향한다는 원칙을 기준으로 부호를 정하고, 단위를 [cm]에서 [m]로 반드시 환산한 뒤 계산해야 한다. 또한 비유전율이 제시되어도 전위차와 간격만 주어진 상황에서는 전계 계산에 유전율을 사용하지 않는다는 점도 자주 놓치는 부분이다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행 도체 평판 사이의 전위(또는 전위차)와 간격이 주어지면, 먼저 두 평판의 전위차를 구하고 이를 간격(반드시 [m] 단위)으로 나누어 전계의 크기를 구한다. 방향은 전위가 높은 평판에서 낮은 평판으로 향하는 쪽으로 정하며, 좌표축 방향과 비교해 부호를 붙인다. 유전율(비유전율)은 전속밀도나 평판의 전하량을 구할 때만 필요하고, 전위차와 간격만으로 전계를 구하는 단계에서는 사용하지 않는다는 점을 함께 기억한다.

암기 포인트

균일한 평행판 사이의 전계 크기 = 전위차 ÷ 간격(단위 m), 방향은 전위가 높은 곳 → 낮은 곳. 유전율은 전계 계산이 아니라 전속밀도·전하량 계산에 쓰인다는 점을 짝지어 기억해 둔다.

NoteBase

문 3. 정전계에서 도체의 성질에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 도체 내부의 전계세기는 0이다.

② 도체 표면의 접선방향에서 전계 $\vec{E}$의 선적분 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$의 값은 0이 아니다.

③ 도체 표면에서 전계의 법선성분 크기는 표면전하밀도에 비례한다.

④ 도체 표면은 등전위면이다.

정답 2번

출제 포인트

정전계에서 도체가 갖는 대표적 성질들(내부 전계, 표면 접선방향 전계, 표면 법선성분 전계, 등전위 여부)을 정확히 알고 있는지 묻는다. 각 선지가 도체의 정전기적 평형 상태를 올바르게 설명하는지 하나씩 따져 옳지 않은 것을 골라야 한다.

핵심 개념

정전계에서 도체가 평형 상태에 있으면 도체 내부의 전계는 0이 되고, 이에 따라 도체 표면은 등전위면이 된다. 정전계는 보존장이므로 임의의 폐경로에 대한 전계의 선적분(기전력)은 항상 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$이 성립하며, 이는 도체 표면을 따라가는 접선방향 경로에서도 예외가 아니다. 한편 도체 표면에서 전계는 표면에 수직(법선방향)으로만 존재하며, 그 크기는 가우스 법칙에 의해 표면전하밀도 σ에 비례한다($E_n = \sigma/\varepsilon_0$).

선지별 해설

① O. 정전계 평형 상태의 도체 내부에는 자유전하가 표면으로 이동해 재배열되므로 내부 전계세기는 0이다.
② X. 정전계는 보존장이므로 도체 표면을 따르는 폐경로를 포함해 임의의 폐경로에 대한 전계의 선적분 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$의 값은 항상 0이다. 값이 0이 아니라는 서술 → 값은 0이다로 정정해야 옳은 설명이 된다.
③ O. 도체 표면에서 전계는 법선방향으로만 존재하고 그 크기는 그 지점의 표면전하밀도에 비례한다($E_n = \sigma/\varepsilon_0$).
④ O. 도체 내부 전계가 0이므로 도체 내부는 전위가 일정하고, 이는 도체 표면까지 그대로 이어져 도체 표면 전체가 등전위면이 된다.

오답 포인트

②를 옳다고 착각하기 쉬운 이유는 도체 표면에 전계가 존재한다는 사실(법선성분)과 표면을 따라가는 폐경로의 선적분 값을 혼동하기 때문이다. 표면에 수직인 전계 성분이 있다는 것과, 표면을 따라 도는 폐경로에서 전계의 선적분이 0이라는 것은 서로 다른 이야기이며, 정전계에서는 후자가 항상 성립한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

선지에 '선적분', '기전력', '$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$'이 등장하면 정전계인지부터 확인한다. 정전계라면 그 값은 경로와 무관하게 항상 0이라는 사실만 적용하면 되고, 도체 표면인지 임의의 폐경로인지는 결론에 영향을 주지 않는다.

암기 포인트

정전계 도체의 4대 성질: 내부 전계 0, 표면은 등전위면, 표면 전계는 법선방향뿐이며 크기는 표면전하밀도에 비례($E_n = \sigma/\varepsilon_0$), 임의의 폐경로에 대한 전계의 선적분은 항상 0($\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$)이다.

NoteBase

문 4. 등방이고 선형인 자성체의 자기에너지밀도[J/m^3]에 대한 옳은 표현식은? (단, B는 자속밀도[Wb/m^2], H는 자계[A/m]의 크기이다)

① $\frac{BH}{2}$

② BH

③ $\frac{H^2}{2}$

④ $\frac{B^2}{2}$

정답 1번

출제 포인트

등방·선형 자성체에서 단위 체積당 저장되는 자기에너지밀도의 표현식을 B, H 또는 투자율 μ로 얼마나 정확히 쓸 수 있는지를 묻는다. 전기장의 에너지밀도 $\frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}ED$와 대응되는 자기 쪽 공식을 구분해서 기억하는지가 핵심이다.

조건 정리

자성체는 등방(isotropic)이고 선형(linear)이므로 $B = \mu H$가 성립하며 μ는 방향에 무관한 상수로 취급한다. B는 자속밀도[Wb/m^2], H는 자계의 크기[A/m]이다.

사용할 공식

선형 자성체의 자기에너지밀도는 $w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$로 표현된다. 이는 전기에너지밀도 $w_e = \frac{1}{2}ED$와 완전히 대응되는 관계로, B와 H가 선형 비례 관계일 때 두 량의 곱의 절반이 에너지밀도가 된다는 점에서 유도된다.

계산 과정

자기에너지밀도의 일반식은 $w_m = \int_0^B H dB'$이다. 선형 자성체에서는 $H = \frac{B'}{\mu}$이므로 $w_m = \int_0^B \frac{B'}{\mu} dB' = \frac{B^2}{2\mu}$가 된다. 여기에 $B = \mu H$를 대입하면 $w_m = \frac{(\mu H)^2}{2\mu} = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$로 정리되어, 결국 $w_m = \frac{BH}{2}$라는 가장 단순한 형태로 표현된다.

선지 판단

① BH/2 — 옳다. 선형 자성체의 자기에너지밀도는 $w_m = \frac{BH}{2}$로 정확히 이 형태이다.

② BH — 틀린 표현 → 올바른 표현은 $\frac{BH}{2}$이다. 앞의 $\frac{1}{2}$ 계수를 빠뜨린 값이다.

③ H^2/2 — 틀린 표현 → 이 식은 차원이 맞지 않는다(단위가 [A^2/m^2]이 되어 에너지밀도 단위 [J/m^3]와 일치하지 않는다). 올바른 표현은 $\frac{\mu H^2}{2}$로, 투자율 μ가 곱해져야 한다.

④ B^2/2 — 틀린 표현 → 이 식도 차원이 맞지 않는다. 올바른 표현은 $\frac{B^2}{2\mu}$로, μ로 나누어야 한다.

NoteBase

오답 포인트

②는 계수 $\frac{1}{2}$를 빠뜨렸고, ③과 ④는 $B = \mu H$ 관계를 무시한 채 H나 B 하나만으로 식을 만들어 투자율 μ가 빠진 오류이다. $w_m = \frac{BH}{2} = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu}$ 세 가지 표현이 서로 동치라는 점과, B만 있거나 H만 있는 식에는 반드시 μ가 곱해지거나 나누어져야 차원이 맞는다는 점을 놓치면 오답을 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

선지에 B와 H가 함께 있는 항(BH 꼴)이 보이면 계수 $\frac{1}{2}$가 붙었는지부터 확인한다. 선지가 H^2이나 B^2 단독으로 되어 있으면 반드시 μ가 곱해지거나 나누어진 형태($\mu H^2/2$ 또는 $B^2/(2\mu)$)인지 대조하고, μ가 빠진 채 제시된 선지는 즉시 오답으로 판단한다.

암기 포인트

자기에너지밀도 $w_m = \frac{BH}{2} = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu}$를 전기에너지밀도 $w_e = \frac{ED}{2} = \frac{\varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon}$와 짝지어 하나로 외워 둔다. B와 H를 곱한 형태에는 항상 1/2이, B나 H 단독 제곱 형태에는 항상 μ가 곱해지거나 나뉜다는 규칙을 함께 기억한다.

NoteBase

문 5. 외부 자계가 인가되면 내부 자기모멘트의 영향으로 내부 자속밀도가 외부 자속밀도보다 커지고, 외부 자계가 제거되더라도 물질의 자계 상태가 잔류되는 자성체는?

① 반자성체

② 상자성체

③ 강자성체

④ 반강자성체

정답 3번

출제 포인트

자성체를 외부 자계에 대한 반응 세기와 자계 제거 후 잔류자화 여부로 구분할 수 있는지를 묻는다. 핵심은 두 가지 조건이다. 하나는 내부 자속밀도가 외부 자속밀도보다 뚜렷하게 커지는가(투자율이 매우 큰가)이고, 다른 하나는 외부 자계를 없애도 자화 상태가 남는가(히스테리시스, 잔류자기)이다.

핵심 개념

반자성체는 외부 자계와 반대 방향으로 약하게 자화되어 내부 자속밀도가 외부보다 오히려 작아지고, 자계를 제거하면 즉시 자화가 사라진다. 상자성체는 외부 자계와 같은 방향으로 약하게 자화되어 내부 자속밀도가 외부보다 약간 커지지만, 자계를 제거하면 자화가 곧 사라져 잔류자기가 거의 없다. 강자성체는 물질 내부의 자기 구역(자구)들이 외부 자계 방향으로 크게 정렬되어 내부 자속밀도가 외부보다 매우 커지고(투자율이 매우 큼), 외부 자계를 제거해도 자구 정렬이 일부 유지되어 잔류자화(잔류자기)가 남는 히스테리시스 현상을 보인다. 반강자성체는 인접한 자기모멘트들이 서로 반대 방향으로 배열되어 전체적으로 자화가 거의 상쇄되며, 외부 자계에 대한 반응도 약하고 뚜렷한 잔류자기도 나타나지 않는다.

선지별 해설

① 반자성체 — X. 외부 자계와 반대로 자화되어 내부 자속밀도가 오히려 작아지고 잔류자기도 없으므로 발문의 두 조건 모두에 해당하지 않는다.

② 상자성체 — X. 내부 자속밀도가 외부보다 약간 커질 수는 있으나 그 정도가 미미하고, 외부 자계를 제거하면 자화가 곧 사라져 잔류자기가 남지 않는다.

③ 강자성체 — O. 내부 자기모멘트(자구)가 외부 자계 방향으로 강하게 정렬되어 내부 자속밀도가 외부보다 크게 커지고, 자계를 제거해도 자구 정렬이 일부 유지되어 자계 상태(잔류자기)가 남는다. 발문의 두 조건을 모두 만족한다.

④ 반강자성체 — X. 인접 자기모멘트가 서로 반대로 배열되어 전체 자화가 상쇄되므로 내부 자속밀도가 뚜렷이 커지지도 않고 잔류자기도 나타나지 않는다.

NoteBase

오답 포인트

상자성체와 강자성체를 혼동하기 쉬운데, 두 물질 모두 외부 자계와 같은 방향으로 자화된다는 점은 같지만 자화의 세기와 잔류 여부에서 결정적으로 다르다. 상자성체는 자화가 약하고 자계 제거 시 바로 원래 상태로 돌아가는 반면, 강자성체만 히스테리시스에 의해 자계 제거 후에도 자화 상태가 남는다. 발문의 '잔류'라는 단서를 놓치면 상자성체를 답으로 고르는 실수를 하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

발문에 '내부 자속밀도가 외부보다 커진다'와 '외부 자계 제거 후에도 자화 상태가 잔류한다'는 두 조건이 동시에 나오면 곧바로 강자성체를 떠올린다. 반대로 자화가 약하고 잔류가 없다는 서술이 나오면 상자성체, 외부 자계와 반대 방향으로 자화된다는 서술이 나오면 반자성체를 떠올리면 된다.

암기 포인트

반자성체=반대로 약하게, 잔류 없음. 상자성체=같은 방향으로 약하게, 잔류 없음. 강자성체=같은 방향으로 강하게(투자율 매우 큼), 히스테리시스로 잔류자기 있음. 반강자성체=서로 반대로 배열되어 상쇄, 잔류 없음.

NoteBase

문 6. 구좌표계의 원점에 전하량이 $2[C]$인 점전하가 놓여 있는 자유 공간에서 $r=2[m]$, $\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le \phi \le 2\pi$인 영역의 구표면을 통과하는 전속$[C]$은?

① 1
② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
④ $\frac{1}{4}$

정답 2번

출제 포인트

점전하 주위 전속(전기선속)은 방향에 관계없이 반지름 r이 같은 구면 위에서 균일하게 분포한다는 사실을 이용해, 전체 구면(입체각 4π) 중 일부 영역(θ, ϕ로 한정된 구역)을 통과하는 전속을 구하는 문제이다. 전체 전속이 전하량 Q와 같다는 가우스 법칙과, 부분 영역의 전속은 전체 전속에 해당 영역의 입체각 비율을 곱한 값이라는 점이 핵심이다.

조건 정리

원점에 점전하 $Q=2[\mathrm{C}]$가 있고 자유공간(유전율 ε_0)이다. 구좌표계에서 $r=2[\mathrm{m}]$로 고정된 구면 위에서 $\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le \phi \le 2\pi$인 영역을 통과하는 전속을 구한다. ϕ는 0부터 2π까지 전부이므로 방위각 방향으로는 제한이 없고, 극각 θ만 $\pi/3$부터 $\pi/2$까지로 제한된 띠 모양(위도띠) 영역이다.

사용할 공식

점전하의 전속밀도는 $D=\frac{Q}{4\pi r^2}$로 모든 방향에서 크기가 같다(구면상 균일, 방향은 반지름 방향). 구면 위 미소 면적요소는 $dS=r^2\sin\theta d\theta d\phi$이므로, 통과하는 전속은 $\Psi=\iint D dS=\frac{Q}{4\pi}\iint \sin\theta d\theta d\phi$이다. 이는 전체 전속 Q에 해당 영역의 입체각이 전체 입체각 4π에서 차지하는 비율을 곱하는 것과 같다.

계산 과정

먼저 ϕ 적분: $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$. 다음 θ 적분: ∫ _π/3^π/2 θ dθ = [-θ]_π/3^π/2 = -(π)/(2)+(π)/(3) = 0+12 = 12. 따라서 =(Q)/(4π)× 2π × 12 = (Q)/(4). $Q=2[\mathrm{C}]$를 대입하면 =(2)/(4)=12 [C]이다. r의 값(2[m])은 전속 계산에는 영향을 주지 않는데, 전속밀도는 $1/r^2$에 비례하고 면적요소는 r^2에 비례해 서로 상쇄되기 때문이다.

NoteBase

선지 판단

① 1: 전체 전속 $Q = 2$의 절반이 아니라 전체값과 같아 틀린 값이다 → 올바른 값은 1/2.
② 1/2: 계산 과정에서 구한 값과 일치한다. 옳다.
③ 1/(2√2): 입체각 비율을 다른 각도 구간(예: π/4부터 등)으로 잘못 잡거나 cos값을 다르게 대입했을 때 나오는 값으로, 이 문제의 각 구간에서는 나오지 않는다 → 올바른 값은 1/2.
④ 1/4: 전하량 $Q = 2$를 곱하지 않고 입체각 비율 1/4만 답으로 쓴 경우 나오는 값이다 → 입체각 비율에 전하량 Q를 곱해야 하므로 2 × 1/4 = 1/2가 올바른 값이다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 입체각 비율(1/4)을 구해 놓고 전하량 $Q = 2$를 곱하는 것을 빠뜨려 ④번을 고르는 것이다. 또한 θ 적분 구간의 위끝과 아래끝을 바꿔 넣거나 $\cos(\pi/3)$과 $\cos(\pi/2)$의 값을 혼동하면 ③번과 같은 엉뚱한 값이 나온다. r=2[m]이라는 조건에 현혹되어 반지름을 계산에 넣으려 하지 않는 것도 중요한데, 점전하의 전속은 반지름에 무관하게 오직 입체각(각도 범위)에만 비례한다.

다시 나오면 이렇게 판단

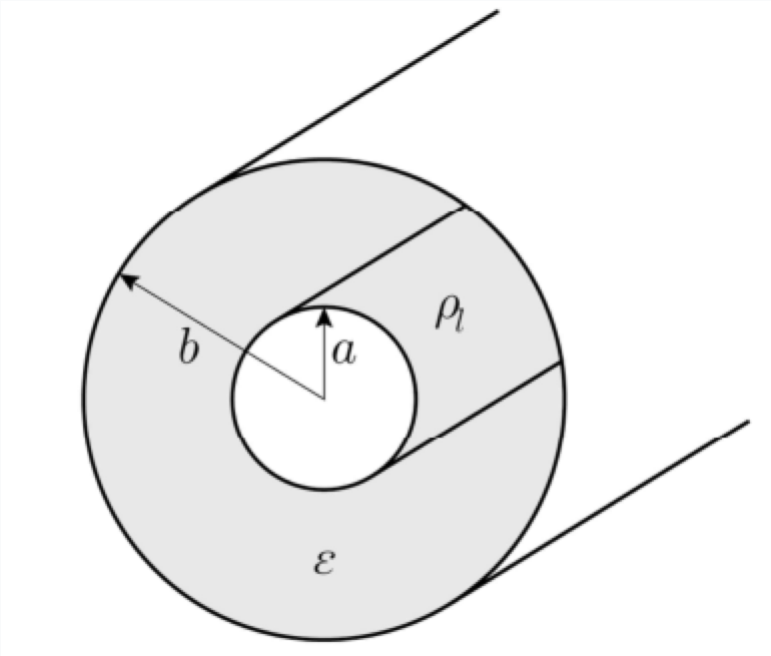
점전하가 만드는 전속이 일부 구간(각도 범위)을 통과하는 문제는 항상 두 단계로 나눈다. 첫째, ϕ 적분과 θ 적분으로 해당 영역의 입체각을 구하고 전체 입체각 4π로 나누어 비율을 만든다. 둘째, 그 비율에 전하량 Q를 곱해야 최종 전속이 나온다는 것을 잊지 않는다. θ 적분은 $\int \sin\theta d\theta = -\cos\theta$이므로 상수 몫으로 급하게 계산하지 않고 매번 부호를 확인한다.

암기 포인트

점전하의 전속밀도 $D = \frac{Q}{4\pi r^2}$는 모든 방향에서 크기가 같고, 구면 위 미소면적은 $dS = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$이다. 특정 영역을 통과하는 전속 = Q×해당 영역 입체각4π이며, 전체 구면($\theta : 0 \to \pi,\ \phi : 0 \to 2\pi$)을 통과하는 전속은 항상 Q 그 자체와 같다는 가우스 법칙을 기억해 둔다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 자유공간에 놓인 각각 반지름이 $a[m]$와 $b[m]$인 두 동심 원통 도체 사이에 유전율 $\varepsilon[F/m]$인 유전체가 채워져 있다. 내부 도체에 선전하 $\rho_l[C/m]$이 균일하게 분포되어 있다고 할 때, $a \le \rho \le b$에서 분극벡터의 크기 $[C/m^2]$는? (단, 자유공간의 유전율은 ε_0이다)



① $\frac{\rho_l}{2\pi\rho}$
② $\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon\rho}$
③ $\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0\rho}$
④ $\frac{\rho_l}{2\pi\rho}\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)$

정답 4번

출제 포인트

동심 원통(동축 케이블 구조) 사이에 유전체가 채워진 경우, 전속밀도 D와 전계 E로부터 분극벡터 P를 구할 수 있는지를 묻는다. $P = D - \varepsilon_0 E$라는 정의를 정확히 적용하는 것이 핵심이다.

조건 정리

내부 도체 반지름 a, 외부 도체 반지름 b, 내부 도체의 선전하밀도 ρ_l [C/m], $a \le \rho \le b$ 구간에 유전율 ε인 유전체가 채워져 있다. 자유공간(진공)의 유전율은 ε_0이다. $a \le \rho \le b$에서의 분극벡터의 크기를 구한다.

사용할 공식

가우스 법칙에 의한 동축 원통의 전속밀도 $D = \frac{\rho_l}{2\pi\rho}$, 유전체 내 전계 $E = \frac{D}{\varepsilon}$, 분극벡터
$P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E$.

NoteBase

계산 과정

반지름 ρ인 원통면($a \le \rho \le b$)에 가우스 법칙을 적용하면 폐곡면을 통과하는 전속은 내부 도체의 선전하 ρ_l에 의한 것이므로 $D \cdot 2\pi\rho = \rho_l$, 즉 $D = \frac{\rho_l}{2\pi\rho}$이다. 유전체가 채워진 영역이므로 전계는 $E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon\rho}$가 된다.
분극벡터는 정의에 따라 $P = D - \varepsilon_0 E$이므로 다음과 같이 계산된다. $P = \frac{\rho_l}{2\pi\rho} - \varepsilon_0 \cdot \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon\rho} = \frac{\rho_l}{2\pi\rho}\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)$ 따라서 $a \le \rho \le b$에서 분극벡터의 크기는 $\frac{\rho_l}{2\pi\rho}\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)$이다.

선지 판단

① $\frac{\rho_l}{2\pi\rho}$: X, 이는 전속밀도 D의 크기이지 분극벡터 P가 아니다. 유전체의 유전율 ε이 전혀 반영되지 않아 틀린 표현이다.
② $\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon\rho}$: X, 이는 전계 E의 크기이다. $P = D - \varepsilon_0 E$에서 $\varepsilon_0 E$ 항을 빼지 않고 E 자체를 답으로 잘못 취한 경우에 해당한다.
③ $\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0\rho}$: X, 진공(자유공간)의 유전율만으로 계산한 값으로, 실제 유전체의 유전율 ε이 아닌 ε_0을 분모에 사용한 오류이다.
④ $\frac{\rho_l}{2\pi\rho}\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)$: O, $P = D - \varepsilon_0 E = \frac{\rho_l}{2\pi\rho} - \frac{\varepsilon_0\rho_l}{2\pi\varepsilon\rho} = \frac{\rho_l}{2\pi\rho}\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)$로 정확히 일치한다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 전속밀도 D나 전계 E를 분극벡터 P와 혼동하는 것이다. D는 매질과 무관하게 자유전하만으로 결정되고, E는 매질의 유전율로 나눈 값이며, P는 이 둘의 차이 $D - \varepsilon_0 E$로 정의된다는 점을 구분해야 한다. 또한 ε(유전체의 유전율)과 ε_0(자유공간의 유전율)을 서로 바꿔 쓰는 실수에도 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

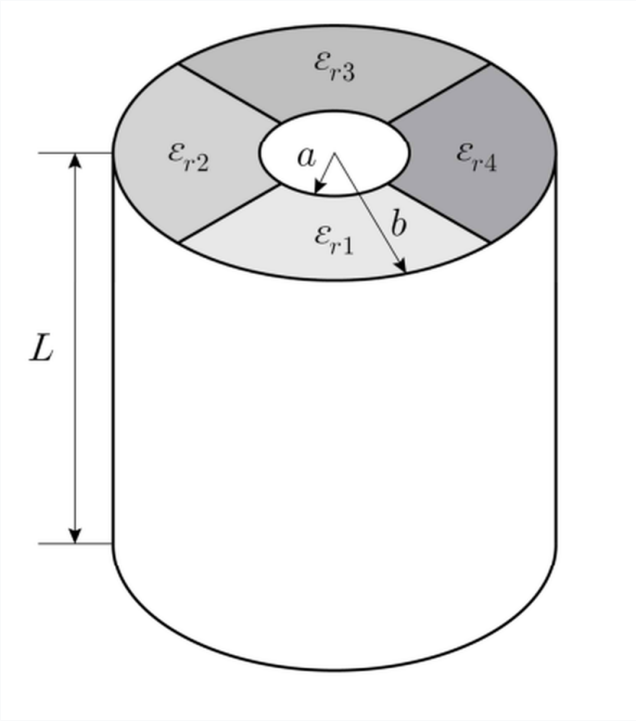
동축 원통·동심 구 등 대칭 구조에서 유전체가 채워진 문제가 나오면 먼저 가우스 법칙으로 D를 구하고, 이어서 $E = D/\varepsilon$을 구한 뒤, 마지막으로 $P = D - \varepsilon_0 E$를 계산하는 3단계 순서를 그대로 적용한다. 세 물리량 D, E, P를 묻는 문제인지 먼저 확인하고 그에 맞는 식을 선택하는 것이 핵심이다.

암기 포인트

분극벡터의 정의식 $P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E = D\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)$을 함께 기억해 두면, D만 먼저 구하고 바로 P로 변환할 수 있다.

NoteBase

문 8. 그림과 같이 각각 반지름이 a와 b인 두 동심 도체 원통 사이에 비유전율이 서로 다른 유전체가 균등하게 4등분으로 채워져 있을 때 정전용량 $[F]$은? (단, ε_0는 자유공간의 유전율이고, $\varepsilon_{r1}=2$, $\varepsilon_{r2}=4$, $\varepsilon_{r3}=8$, $\varepsilon_{r4}=16$, $a=1[cm]$, $b=2[cm]$, $L=6[m]$이다)



① $90\pi\varepsilon_0$

② $\frac{16\pi\varepsilon_0}{5}$

③ $\frac{90\pi\varepsilon_0}{\ln(2)}$

④ $\frac{16\pi\varepsilon_0}{5\ln(2)}$

정답 3번

출제 포인트

동심 원통 도체 사이 공간을 각도 방향으로 4등분하여 서로 다른 유전체를 채운 경우의 합성 정전용량을 구하는 문제이다. 반지름 방향으로 층이 나뉘면 직렬 합성이지만, 이 문제처럼 같은 반지름 구간(a~b) 안에서 각도(둘레) 방향으로 나뉘면 각 부채꼴 유전체가 서로 병렬로 연결된 것과 같다는 점을 파악하는 것이 핵심이다.

조건 정리

안쪽 도체 반지름 $a=1\text{cm}$, 바깥쪽 도체 반지름 $b=2\text{cm}$, 원통의 길이 $L=6\text{m}$이다. 두 도체 사이 공간은 중심각 90도씩 4등분되어 있고 각 구간의 비유전율은 $\varepsilon_{r1}=2$, $\varepsilon_{r2}=4$, $\varepsilon_{r3}=8$, $\varepsilon_{r4}=16$이다. 안쪽 도체와 바깥쪽 도체는 각각 하나로 이어진 등전위면이므로, 네 부채꼴 유전체 모두 같은 전압 V를 공유하는 병렬 커패시터로 취급한다.

NoteBase

사용할 공식

전체 둘레(중심각 2π)를 채우는 동심 원통 커패시터의 정전용량은 $C = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)}$이다. 중심각 θ만큼만 차지하는 부채꼴 원통 커패시터는 전체 둘레에 대한 비율만큼 용량이 줄어들므로 $C_\theta = \frac{\theta}{2\pi} \cdot \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)} = \frac{\varepsilon\theta L}{\ln(b/a)}$이다. 이 문제는 $\theta = \pi/2$(90도)인 4개의 부채꼴이 병렬로 연결되어 있으므로 전체 정전용량은 각 부채꼴 용량의 합이다.

계산 과정

각 부채꼴(90도, 즉 $\theta = \pi/2$)의 정전용량은 $C_i = \frac{\varepsilon_{ri}\varepsilon_0(\pi/2)L}{\ln(b/a)}$이다. 네 부채꼴이 병렬이므로 전체 정전용량은 $C = \sum_{i=1}^{4} C_i = \frac{\varepsilon_0(\pi/2)L}{\ln(b/a)}(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r3} + \varepsilon_{r4})$이다. 비유전율의 합은 $2 + 4 + 8 + 16 = 30$이고, $\ln(b/a) = \ln(2/1) = \ln 2$이다. 수치를 대입하면 $C = \frac{\varepsilon_0(\pi/2) \times 6}{\ln 2} \times 30 = \frac{\varepsilon_0 \times 3\pi \times 30}{\ln 2} = \frac{90\pi\varepsilon_0}{\ln 2}$이 되어, 정전용량은 $\frac{90\pi\varepsilon_0}{\ln 2}$[F]이다.

선지 판단

① 90πε0 — 틀린 표현이다. $\ln(b/a)$로 나누어야 하는데 이 값을 빠뜨린 결과이다 → 올바른 표현은 $90\pi\varepsilon_0/\ln 2$이다.
② 16πε0/5 — 틀린 표현이다. 비유전율을 합이 아닌 조화평균이나 직렬 방식으로 잘못 결합했을 때 나올 수 있는 형태로, 병렬(각도 4등분) 구조와 맞지 않는다.
③ 90πε0/ln(2) — 옳은 표현이다. 위 계산 과정에서 도출된 값과 정확히 일치한다.
④ 16πε0/(5ln(2)) — 틀린 표현이다. ②와 같은 오류(비유전율 결합 방식 오류)에 $\ln(b/a)$만 추가로 나눈 값으로, 두 도체 사이 유전체가 병렬로 연결된다는 점을 반영하지 못한 결과이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 유전체가 여러 개로 나뉘어 있으면 무조건 직렬로 계산하려는 습관이다. 직렬 결합은 반지름 방향(예: a~c는 εr1, c~b는 εr2처럼 두께 방향)으로 층이 나뉠 때 적용되고, 이 문제처럼 같은 반지름 구간 안에서 각도(부채꼴) 방향으로 나뉘면 병렬 결합이 된다. 또한 각 부채꼴이 전체 둘레의 몇 분의 1을 차지하는지(여기서는 4등분이므로 1/4, 즉 $\theta = \pi/2$)를 정전용량 공식에 반드시 반영해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

동심 원통(또는 구) 사이 유전체가 어떻게 나뉘어 있는지부터 그림으로 확인한다. 반지름 방향(두께 방향)으로 층이 나뉘면 직렬 합성, 각도(둘레) 방향으로 부채꼴 모양으로 나뉘면 병렬 합성이라는 원칙을 적용한다. 병렬인 경우 각 부채꼴의 중심각 비율을 전체 원통 공식에 곱해 개별 용량을 구한 뒤 모두 더하면 된다.

암기 포인트

동심 원통 커패시터의 기본 공식은 $C = 2\pi\varepsilon L/\ln(b/a)$이다. 반지름 방향 분할은 직렬, 각도(둘레) 방향 분할은 병렬이라는 구분을 기억해 둔다. 부채꼴 용량은 전체 용량에 중심각 비율($\theta/2\pi$)을 곱한 값이다.

NoteBase

문 9. 전극판의 면적이 $S[\mathrm{m}^2]$이고 간격이 $d[\mathrm{m}]$인 평행판 커패시터에 유전율이 $\varepsilon[\mathrm{F/m}]$인 수지를 가득 채우고 두 전극판 사이에 $V[\mathrm{V}]$의 전압을 인가한다면 전극판에 작용하는 힘[N]은?

① $\frac{1}{4}\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$
② $\frac{1}{2}\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$
③ $\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$
④ $2\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$

정답 2번

출제 포인트

유전체를 가득 채운 평행판 커패시터에 전압을 인가했을 때 전극판이 서로 당기는 힘을 정전 에너지 밀도로부터 구하는 문제이다. 전계의 세기를 전압과 간격으로 표현한 뒤, 단위 체적당 에너지에 면적을 곱해 힘을 얻는 과정을 요구한다.

조건 정리

전극판 면적은 $S[\mathrm{m}^2]$, 극판 간격은 $d[\mathrm{m}]$, 유전율은 $\varepsilon[\mathrm{F/m}]$이며 두 극판 사이에 전압 $V[\mathrm{V}]$가 인가되어 있다. 극판 사이에는 유전체가 가득 채워져 있으므로 전계는 극판 사이 전 영역에서 균일하다.

사용할 공식

평행판 사이 전계의 세기는 $E = \frac{V}{d}$이다. 유전체 내 단위 체적당 정전 에너지(에너지 밀도)는 $w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$이며, 극판에 작용하는 힘은 이 에너지 밀도에 극판 면적을 곱한 값과 같다: $F = wS = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 S$.

계산 과정

전계의 세기에 $E = \frac{V}{d}$를 대입하면 에너지 밀도는 $w = \frac{1}{2}\varepsilon\left(\frac{V}{d}\right)^2$ 이다. 극판에 작용하는 힘은 이 에너지 밀도에 극판 면적 S를 곱한 것과 같으므로 $F = \frac{1}{2}\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$ 이 된다. 이 힘은 두 극판이 서로 끌어당기는 방향(흡인력)으로 작용한다.

선지 판단

① $\frac{1}{4}\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$: X. 에너지 밀도 공식의 계수 $\frac{1}{2}$를 잘못 적용해 $\frac{1}{4}$로 축소한 값이다.
② $\frac{1}{2}\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$: O. $F = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 S$에 $E = \frac{V}{d}$를 대입한 결과와 정확히 일치한다.
③ $\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$: X. 에너지 밀도 공식의 계수 $\frac{1}{2}$를 누락한 값이다.
④ $2\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$: X. 올바른 값의 4배에 해당하며, 계수를 잘못 곱해 크게 부풀린 값이다.

NoteBase

오답 포인트

정전 에너지 밀도 공식 $w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$에서 계수 $\frac{1}{2}$를 빠뜨리거나(③), 반대로 분모에 넣어 더 작게 만들거나(①), 엉뚱하게 곱해 부풀리는(④) 실수가 이 문제의 함정이다. 전계 $E = \frac{V}{d}$를 대입하는 단계와 에너지 밀도에 면적 S를 곱해 힘을 얻는 단계를 분리해서 순서대로 확인하면 계수 실수를 줄일 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행판 커패시터에서 극판에 작용하는 힘을 묻는 문제는 거의 항상 정전 에너지 밀도 $w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$에서 출발한다. 전압이 주어지면 $E = \frac{V}{d}$로 바꾸고, 전하량이 주어지면 $E = \frac{Q}{\varepsilon S}$ 등으로 바꾸어 대입한 뒤, 마지막에 반드시 면적 S를 곱해야 힘의 단위(N)가 된다는 점을 순서대로 짚어 확인한다.

암기 포인트

평행판 커패시터의 극판 흡인력은 $F = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 S = \frac{1}{2}\varepsilon S\left(\frac{V}{d}\right)^2$로 정리해 통째로 외워 둔다. 계수 $\frac{1}{2}$은 정전 에너지 밀도 공식에서 온다는 점을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 10. 변의 길이가 각각 $a[m], \sqrt{3}a[m]$인 직사각형 회로에 전류 $I[A]$가 흐를 때, 회로의 중심에서 자계 $\vec{H}$의 크기 $[A/m]$는?

① $\frac{2I}{\pi a}$
② $\frac{I}{\pi a}$
③ $\frac{2I}{\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)$
④ $\frac{I}{\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)$

정답 4번

출제 포인트

직사각형(장방형) 폐회로에 전류가 흐를 때 그 중심에서의 자계 세기를 구하는 문제이다. 유한 직선 도선이 만드는 자계 공식을 각 변에 적용한 뒤 네 변의 기여를 모두 합산할 수 있는지를 확인한다.

조건 정리

직사각형 회로의 한 변의 길이는 a, 다른 한 변의 길이는 $\sqrt{3}a$이고 전류 I가 흐른다. 구하는 값은 회로 중심에서의 자계 크기 H이다.

사용할 공식

유한한 직선 도선이 도선으로부터 수직거리 d만큼 떨어진 점에 만드는 자계는 $H=\frac{I}{4\pi d}(\sin\theta_1+\sin\theta_2)$이다. 직사각형 중심은 각 변의 수직이등분선 위에 있으므로 $\theta_1=\theta_2=\theta$이고, 변의 길이를 2ℓ이라 하면 $\sin\theta=\frac{\ell}{\sqrt{\ell^2+d^2}}$이다. 이를 변의 길이 a, b에 대해 정리하면 직사각형 중심의 자계는 다음과 같은 형태로 정리된다.

$H=\frac{2I\sqrt{a^2+b^2}}{\pi ab}$

(이 식은 마주보는 두 변씩 두 쌍의 기여를 모두 더한 결과이다.)

NoteBase

계산 과정

변의 길이를 a, $b=\sqrt{3}a$로 놓는다.

$a^2+b^2=a^2+3a^2=4a^2$이므로 $\sqrt{a^2+b^2}=2a$이다.

$ab=a\cdot\sqrt{3}a=\sqrt{3}a^2$이다.

공식에 대입하면

$H=\frac{2I\cdot 2a}{\pi\cdot\sqrt{3}a^2}=\frac{4I}{\sqrt{3}\pi a}$

이다. 이를 선지의 형태에 맞추어 변형하면

$\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}$

이므로

$H=\frac{I}{\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)$

가 된다.

선지 판단

① 2I/(πa) → X, 계수 확인 없이 단순한 형태로 정리한 값이며 실제 계산 결과와 다르다.

② I/(πa) → X, 두 변의 길이가 다른 점을 반영하지 않은 값이다.

③ (2I/πa)(1/√3+√3) → X, 계산 과정에서 나온 $\frac{I}{\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)$에 불필요하게 2를 곱한 값으로, 실제보다 2배 크다.

④ (I/πa)(1/√3+√3) → O, 계산 과정에서 얻은 $H=\frac{4I}{\sqrt{3}\pi a}=\frac{I}{\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)$과 정확히 일치한다.

오답 포인트

이 문제에서 자주 하는 실수는 두 가지이다. 하나는 정사각형 회로 공식을 그대로 적용해 변의 길이 차이를 반영하지 않는 것이고, 다른 하나는 두 변의 기여를 합산하는 과정에서 계수 2를 중복으로 곱하거나 누락하는 것이다. a^2+b^2와 ab를 각각 정확히 계산한 뒤 공식에 대입해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

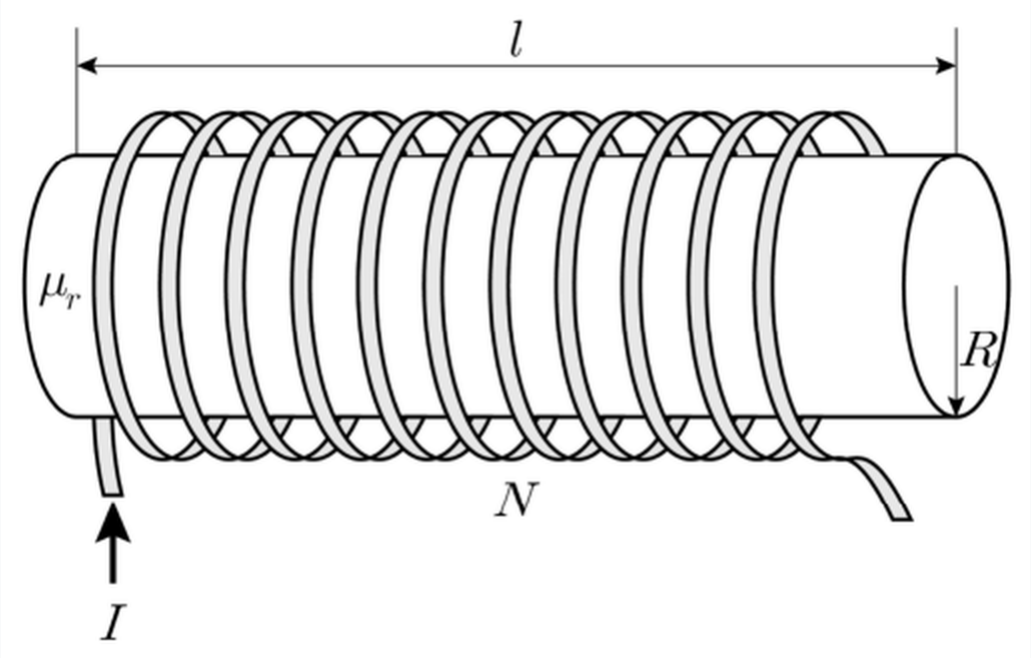
변의 길이가 다른 직사각형 회로의 중심 자계 문제가 나오면 먼저 a^2+b^2와 ab를 구하고, $H=\frac{2I\sqrt{a^2+b^2}}{\pi ab}$에 대입한다. 이후 선지가 $\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}$과 같은 복합 형태로 주어지면 통분해서 하나의 분수로 만든 값과 비교한다.

암기 포인트

직사각형 회로 중심의 자계 공식은 $H=\frac{2I\sqrt{a^2+b^2}}{\pi ab}$이다. 정사각형(한 변 a)인 경우 이 식은 $H=\frac{2\sqrt{2}I}{\pi a}$로 단순화되므로, 이 특수한 경우와 비교해 형태를 기억해 두면 계산 실수를 줄일 수 있다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 원통형 자성체에 코일을 감은 형태인 솔레노이드의 인덕턴스를 증가시키는 방법으로 옳지 않은 것은?



① 코일 감은 수 N을 증가시킨다.

② 자성체의 반지름 R을 증가시킨다.

③ 자성체의 비투자율 μ_r을 증가시킨다.

④ 솔레노이드에 인가하는 전류 I를 증가시킨다.

정답 4번

출제 포인트

원통형 자성체에 코일을 감은 솔레노이드의 인덕턴스가 어떤 물리량들에 의해 결정되는지, 그리고 전류처럼 인덕턴스 값과 무관한 양은 무엇인지 구분하는 문제이다. 인덕턴스는 코일의 형상과 재질(기하학적·물성적 요소)만으로 정해지는 값이고, 전류는 그 인덕턴스에 의해 만들어지는 자속쇄교수를 좌우할 뿐 인덕턴스 자체를 바꾸지 않는다는 점이 핵심이다.

조건 정리

솔레노이드의 길이는 l, 감은 횟수는 N, 자성체의 반지름은 R(단면적 $A = \pi R^2$), 자성체의 비투자율은 μ_r, 흐르는 전류는 I이다. 자성체 내부는 균일하게 채워져 있다고 본다.

NoteBase

사용할 공식

솔레노이드의 자기 인덕턴스는 $L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l} = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 \pi R^2}{l}$로 주어진다. 여기서 μ_0은 진공의 투자율이다. 인덕턴스는 코일 감은 수의 제곱, 투자율, 단면적에 비례하고 길이에 반비례하는 순수한 기하학적·재료적 상수이며, 회로에 흐르는 전류 I는 이 식 어디에도 들어가지 않는다.

계산 과정

각 선지가 L에 미치는 영향을 공식에 대입해 확인한다. N을 증가시키면 N^2에 비례하므로 L이 증가한다. R을 증가시키면 단면적 $A = \pi R^2$이 커져 L이 증가한다. μ_r을 증가시키면 L에 정비례하므로 L이 증가한다. 반면 전류 I를 증가시키는 것은 공식 $L = \mu_0 \mu_r N^2 \pi R^2 / l$에 아무런 항으로도 나타나지 않으므로 L은 변하지 않는다. 인덕턴스는 자속쇄교수 $N\Phi$와 전류의 비 $L = N\Phi / I$로 정의되지만, 전류가 커지면 자속 Φ도 같은 비율로 커져서 그 비율인 L은 항상 일정하게 유지된다.

선지 판단

① 코일 감은 수 N을 증가시킨다 → O, $L \propto N^2$이므로 인덕턴스가 증가한다.
② 자성체의 반지름 R을 증가시킨다 → O, $L \propto R^2$(단면적 증가)이므로 인덕턴스가 증가한다.
③ 자성체의 비투자율 μ_r을 증가시킨다 → O, $L \propto \mu_r$이므로 인덕턴스가 증가한다.
④ 솔레노이드에 인가하는 전류 I를 증가시킨다 → X, 인덕턴스는 코일의 형상(N, R, l)과 자성체의 투자율만으로 정해지는 값이며 전류 크기와는 무관하다 → 틀린 표현 '전류를 증가시키면 인덕턴스가 증가한다' → 올바른 표현 '전류를 증가시켜도 인덕턴스는 변하지 않는다'.

오답 포인트

인덕턴스를 자속쇄교수나 유도기전력 공식과 연결지어 생각하다 보면 전류가 커지면 유도되는 자속이나 기전력도 커진다는 사실과, 인덕턴스 자체가 커진다는 사실을 혼동하기 쉽다. 인덕턴스는 코일의 기하학적 구조와 자성체의 재질에 의해서만 결정되는 고유한 값이고, 전류나 전압은 그 인덕턴스에 의해 결정되는 결과값이라는 점을 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

인덕턴스를 늘리는 방법을 묻는 문제에서는 공식 $L = \mu_0 \mu_r N^2 A / l$에 들어 있는 변수(N, 단면적 또는 반지름, 투자율, 길이)만 후보로 놓고, 전류·전압·주파수처럼 이 식에 나타나지 않는 회로 동작량은 인덕턴스와 무관한 값으로 바로 제외한다.

암기 포인트

솔레노이드 인덕턴스 $L = \mu_0 \mu_r N^2 \pi R^2 / l$: N 제곱 비례, 단면적(반지름 제곱) 비례, 비투자율 비례, 길이 반비례. 전류 I는 인덕턴스를 결정하는 변수가 아니다.

NoteBase

문 12. 특성 임피던스가 Z_0[Ω]인 무손실 전송 선로의 길이가 ℓ[m]이고 위상 상수가 k[rad/m]이며 부하 임피던스 Z_L[Ω]로 종단되어 있는데, Z_L이 단락 회로(short circuit)일 경우 이 전송 선로 입력단에서 바라본 입력 임피던스 [Ω]는?

① $-jZ_0\cot(k\ell)$

② $-jZ_0\tan(k\ell)$

③ $jZ_0\tan(k\ell)$

④ $jZ_0\cot(k\ell)$

정답 3번

출제 포인트

무손실 전송 선로의 일반 입력 임피던스 공식에 부하 조건(단락 회로, $Z_L = 0$)을 대입해 정리할 수 있는지를 묻는 문제이다. 개방 회로(open) 조건과 결과가 서로 뒤바뀐 형태의 오답이 나오므로, 단락과 개방을 혼동하지 않는 것이 핵심이다.

조건 정리

특성 임피던스 Z_0, 선로 길이 ℓ, 위상 상수 k인 무손실 전송 선로가 부하 임피던스 Z_L로 종단되어 있다. Z_L이 단락 회로이므로 $Z_L = 0$이다. 구하는 값은 입력단에서 바라본 입력 임피던스 Z_{in}이다.

사용할 공식

무손실 전송 선로의 입력 임피던스 일반식은 $Z_{in} = Z_0\frac{Z_L + jZ_0\tan(k\ell)}{Z_0 + jZ_L\tan(k\ell)}$ 이다.

계산 과정

일반식에 $Z_L = 0$을 대입하면 $Z_{in} = Z_0\frac{0 + jZ_0\tan(k\ell)}{Z_0 + 0} = Z_0\frac{jZ_0\tan(k\ell)}{Z_0} = jZ_0\tan(k\ell)$ 이 된다. 분모의 Z_0와 분자의 Z_0 중 하나가 약분되어 최종적으로 $jZ_0\tan(k\ell)$만 남는다.

선지 판단

① $-jZ_0\cot(k\ell)$: X — 이 형태는 부하가 개방 회로($Z_L \to \infty$)일 때 나오는 입력 임피던스의 부호가 반대인 값으로, 단락 조건과 맞지 않는다.
② $-jZ_0\tan(k\ell)$: X — 부호가 반대이다. 단락 회로 계산 과정에서 음수가 나올 근거가 없다.
③ $jZ_0\tan(k\ell)$: O — $Z_L = 0$을 대입해 정리한 결과와 정확히 일치한다.
④ $jZ_0\cot(k\ell)$: X — 이 형태는 개방 회로일 때의 입력 임피던스이다. $Z_L \to \infty$를 일반식에 대입하면 $Z_{in} = -jZ_0\cot(k\ell)$이 되는데, 이 선지는 그와도 다르며 단락 조건과는 무관한 값이다.

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 단락(short, $Z_L = 0$)과 개방(open, $Z_L = \infty$)의 결과를 서로 바꿔 기억하는 것이다. 단락은 tan, 개방은 cot이 나오며, 부호는 둘 다 양의 허수(j, 단락)와 음의 허수($-j$, 개방)로 짝지어진다는 점을 정확히 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

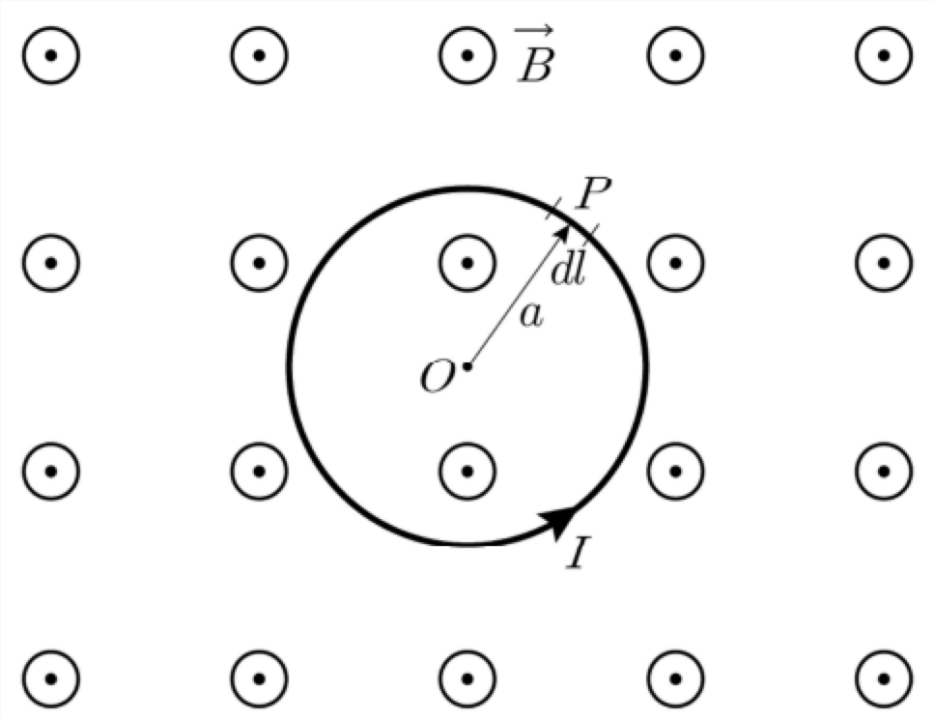
전송 선로 종단 조건 문제가 나오면 먼저 Z_L에 단락이면 0, 개방이면 무한대를 대입한 뒤 일반식 $Z_{in} = Z_0\frac{Z_L + jZ_0\tan(k\ell)}{Z_0 + jZ_L\tan(k\ell)}$을 직접 정리해서 확인한다. 공식을 암기로만 떠올리기보다 대입 과정을 한 번 손으로 짚으면 부호와 삼각함수 종류를 혼동하지 않는다.

암기 포인트

단락 종단: $Z_{in} = jZ_0\tan(k\ell)$. 개방 종단: $Z_{in} = -jZ_0\cot(k\ell)$. 두 경우 모두 손실이 없으므로 입력 임피던스는 순허수(리액턴스 성분만)로 나타난다.

NoteBase

문 13. 그림과 같이, 균일 자속밀도 $\vec{B}$가 있는 공간에 반지름이 a인 원형 도체에 반시계 방향으로 전류 I가 흐를 때, 점 P에서 미소 길이 $d\ell$이 받는 미소 자기력의 방향은? (단, O는 원형 도체의 중심, P는 원형 도체상의 임의의 점, ⊙는 지면을 뚫고 나오는 방향이다)



① 벡터 $\overrightarrow{OP}$방향

② 벡터 $\overrightarrow{PO}$방향

③ 자속밀도 $\vec{B}$의 방향

④ 원형 도체의 접선방향

정답 1번

출제 포인트

전류가 흐르는 도체가 자기장 속에서 받는 힘(로렌츠 힘·전자기력)의 방향을 벡터곱 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$의 오른손 법칙으로 구하는 문제다. 그림 자체를 식별하는 것이 아니라, 그림에 표시된 전류 방향과 자기장 방향을 벡터로 바꾸어 외적을 계산하는 것이 핵심이다.

조건 정리

원형 도체는 반지름 a로 지면(그림 평면) 위에 놓여 있고, 전류 I는 반시계 방향으로 흐른다. 자속밀도 $\vec{B}$는 지면을 뚫고 나오는 방향(그림에서 ⊙로 표시된 방향)으로 균일하게 존재한다. 점 P는 원형 도체 위의 임의의 점이며, 그 위치에서의 미소 길이 $d\vec{l}$은 전류가 흐르는 방향, 즉 원의 접선 방향(반시계 방향)을 향한다.

NoteBase

사용할 공식

전류가 흐르는 도선의 미소 길이가 자기장 속에서 받는 힘은 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$로 주어진다. 여기서 힘의 방향은 $d\vec{l}$에서 $\vec{B}$로 오른손을 감아쥘 때 엄지가 가리키는 방향이다.

계산 과정

지면 평면을 xy-평면, 지면을 뚫고 나오는 방향을 $+z$축으로 둔다. 점 P가 중심 O로부터 $+x$ 방향에 있다고 하면, 원점 O에서 P로 향하는 반지름 방향은 $\hat{x}$이다. 전류가 반시계 방향으로 흐르므로 그 지점에서의 미소 길이 방향은 반지름 방향에 수직인 접선 방향이며, 반시계 회전이므로 $d\vec{l}$의 방향은 $+\hat{y}$이다($\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$와 같은 회전 관계). 자기장은 $\vec{B} = B\hat{z}$이므로 힘의 방향은 $d\vec{l} \times \vec{B} \propto \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$ 가 되어, $+\hat{x}$ 방향 즉 원래 반지름이 향하던 방향과 같은 방향이 된다. 이는 곧 중심 O에서 점 P를 향하는 방향, 즉 벡터 $\overrightarrow{OP}$ 방향이다. 원 위의 다른 점을 기준으로 잡아도 같은 방식의 회전 관계가 그대로 성립하므로, 결과는 점의 위치와 무관하게 항상 그 점에서의 반지름 바깥 방향(원 밖으로 밀어내는 방향)이다.

선지 판단

① 벡터 $\overrightarrow{OP}$방향: 계산 결과와 일치하는 방향이므로 옳다.
② 벡터 $\overrightarrow{PO}$방향: 힘의 방향과 정반대이므로 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 $\overrightarrow{OP}$방향.
③ 자속밀도 $\vec{B}$의 방향: $d\vec{l} \times \vec{B}$는 정의상 $\vec{B}$와 수직이므로 힘이 $\vec{B}$와 같은 방향이 될 수 없다 → 힘은 $\vec{B}$에 수직인 반지름 방향이다.
④ 원형 도체의 접선방향: $d\vec{l}$ 자체가 이미 접선 방향이고 힘은 $d\vec{l}$에 수직이어야 하므로 힘이 접선 방향일 수 없다 → 힘은 접선에 수직인 반지름(지름) 방향이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 힘의 방향을 전류의 방향(접선 방향, ④)이나 자기장의 방향(③)과 혼동하는 것이다. $d\vec{l} \times \vec{B}$는 정의상 $d\vec{l}$과도, $\vec{B}$와도 수직인 방향이므로 ③, ④는 애초에 성립할 수 없다. 또한 외적의 방향을 반대로 계산해 안쪽(②, $\overrightarrow{PO}$ 방향)으로 잘못 구하는 경우가 많은데, 이는 반시계 방향 전류와 지면 밖으로 나오는 자기장의 조합에서 오른손 법칙을 반대로 적용했기 때문이다.

다시 나오면 이렇게 판단

전류 방향과 자기장 방향이 그림으로 주어지고 특정 지점에서의 힘의 방향을 묻는 문제는, 그 지점에서의 국소 좌표축(반지름 방향, 접선 방향, 자기장 방향)을 직접 설정한 뒤 오른손 법칙으로 $d\vec{l} \times \vec{B}$를 계산하는 것이 가장 안전하다. 원형 도체이고 자기장이 도체 면에 수직(지면 방향)이라면, 결과는 항상 반지름 방향(전류가 만드는 힘이 원을 팽창시키는지 수축시키는지)으로 나온다는 점을 기억해 두면 빠르게 검산할 수 있다.

NoteBase

암기 포인트

$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$에서 힘은 항상 전류 방향($d\vec{l}$)과 자기장 방향($\vec{B}$) 모두에 수직이다. 자기장이 도체 평면에 수직으로 나오는 방향이고 전류가 반시계 방향이면, 도체에 작용하는 힘은 원을 바깥으로 밀어 팽창시키는 방향(반지름 바깥 방향)이 된다.

NoteBase

문 14. 동축 케이블의 내부 도체의 반지름이 $a[m]$이고, 외부 도체의 반지름이 $b[m]$일 때, 동축 케이블의 내부($a \le \rho \le b$, ρ는 동축 케이블 중심으로부터의 반지름)에서의 단위 길이당 자기 인덕턴스 $[H/m]$는? (단, 동축 케이블 내부의 절연체는 비자성 물질이며, 도체는 매우 얇고, μ_0는 자유공간의 투자율이다)

① $\frac{2\mu_0}{\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$
② $\frac{2\mu_0}{\pi}\ln\left(\frac{a}{b}\right)$
③ $\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$
④ $\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{a}{b}\right)$

정답 3번

출제 포인트

동축 케이블에서 내부 도체와 외부 도체 사이(절연체 영역, a ≤ ρ ≤ b)에 저장되는 자속만을 이용해 단위 길이당 내부 인덕턴스를 유도할 수 있는지를 묻는다. 앙페르 법칙으로 자계를 구한 뒤 자속쇄교수를 적분해 인덕턴스로 연결하는 전형적인 계산 절차이다.

조건 정리

내부 도체 반지름 a[m], 외부 도체 반지름 b[m]이고 도체는 매우 얇아 표면에만 전류 I가 흐른다고 볼 수 있다. a ≤ ρ ≤ b 구간의 절연체는 비자성 물질이므로 이 영역의 투자율은 진공과 같은 μ0이다. 구하는 것은 이 구간에서의 단위 길이당 자기 인덕턴스이다.

사용할 공식

앙페르 법칙에 의해 반지름 ρ(a ≤ ρ ≤ b)인 원형 경로에서의 자계는 $H(\rho) = \frac{I}{2\pi\rho}$이고, 자속밀도는 $B(\rho) = \mu_0 H(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$이다. 단위 길이당 자속쇄교수는 $\lambda = \int_a^b B(\rho)d\rho$이고, 단위 길이당 인덕턴스는 $L = \frac{\lambda}{I}$이다.

계산 과정

먼저 단위 길이당 자속쇄교수를 구하면 $\lambda = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}d\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$ 이다. 여기서 인덕턴스는 자속쇄교수를 전류로 나눈 값이므로 $L = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$ [H/m] 이다. b가 a보다 크므로 ln(b/a)는 양수이고, 인덕턴스 값도 항상 양수가 되어 물리적으로 타당하다.

NoteBase

선지 판단

① 2μ0/π · ln(b/a): 계수가 실제 값의 4배이다(π로 나누기 전 2를 곱하고, 다시 2로 나누지 않은 오류). 틀린 표현 → 올바른 표현은 μ0/(2π)·ln(b/a)이다.
② 2μ0/π · ln(a/b): 계수 오류에 더해 로그 안의 분수까지 뒤집혀 있어 음수 값이 나온다. 틀린 표현 → 올바른 표현은 μ0/(2π)·ln(b/a)이다.
③ μ0/(2π) · ln(b/a): 자속쇄교수를 전류로 나눈 결과와 정확히 일치한다. 옳은 표현이다.
④ μ0/(2π) · ln(a/b): 계수는 맞지만 로그 안의 b와 a가 뒤바뀌어 있어 인덕턴스가 음수로 나온다. 틀린 표현 → 올바른 표현은 μ0/(2π)·ln(b/a)이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 하나는 계수에서 2π로 나누는 것을 2/π로 잘못 쓰는 것이고(①, ②), 다른 하나는 로그 안의 b와 a 순서를 반대로 쓰는 것이다(②, ④). ln(b/a)에서 b는 바깥 반지름, a는 안쪽 반지름임을 분모·분자 위치로 정확히 기억해야 하며, b > a이므로 결과값이 항상 양수여야 한다는 점으로 부호를 검산할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

동축 케이블 내부(절연체 영역) 단위 길이당 인덕턴스를 묻는 문제는 앙페르 법칙 → 자속밀도 → 자속쇄교수 적분 → L=λ/I의 순서로 기계적으로 유도한다. 결과식이 μ0/(2π)·ln(바깥반지름/안쪽반지름) 형태가 되는지, 계수와 로그 안의 순서를 각각 따로 검산하면 오답 선지에 걸리지 않는다.

암기 포인트

동축 케이블 내부(a~b 구간) 단위 길이당 인덕턴스: $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ [H/m] (b=바깥, a=안쪽, 항상 양수).

NoteBase

문 15. 전자기파에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 초음파는 가청음파보다 주파수가 높은 전자기파이다.

② 와이파이(Wi-Fi) 공유기가 공기 중으로 방사한 전자기파는 공기 중의 가시광선보다 파장이 길다.

③ 동일한 핸드폰이 방사한 전자기파의 전파 속도는 공기 중에서와 물속에서 같다.

④ 손실 매질에서 전파하는 균일 평면 전자기파의 전계와 자계는 서로 수직이 아니다.

정답 2번

출제 포인트

전자기파의 기본 성질(파의 종류 구분, 파장과 주파수의 관계, 매질에 따른 전파 속도 변화, 손실 매질에서 전계·자계의 방향 관계)을 종합적으로 이해하고 있는지 묻는 문제이다. 특히 와이파이 신호의 주파수 대역과 가시광선의 파장을 비교해 파장의 대소를 판단할 수 있어야 한다.

핵심 개념

전자기파는 파장 λ와 주파수 f가 $\lambda = c/f$의 관계(진공·공기 중 광속 c 기준)를 가지며, 주파수가 낮을수록 파장은 길어진다. 전자기파의 전파 속도는 매질의 유전율과 투자율에 의해 결정되므로($v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$) 매질이 달라지면 속도도 달라진다. 균일 평면 전자기파는 손실 매질에서도 전파 방향에 수직인 평면 위에서 전계와 자계가 서로 직교(수직)하며, 다만 손실 때문에 전계와 자계 사이에 시간적 위상차가 생긴다는 점에서 무손실 매질과 차이가 있다.

선지별 해설

① 틀린 표현 → 올바른 표현: 초음파는 공기 등 매질의 진동으로 전달되는 음파(탄성파, 기계적 파동)이며 전자기파가 아니다. 가청음파와 주파수를 비교하는 것 자체는 가능하지만(초음파는 20kHz 이상으로 가청음파보다 주파수가 높은 것은 맞다) '전자기파'라는 분류가 틀렸으므로 옳지 않은 설명이다.

② 옳은 설명이다. 와이파이(Wi-Fi)는 주로 2.4GHz 또는 5GHz 대역을 사용하며, 이때 파장은 $\lambda = c/f$에 의해 각각 약 12.5cm, 약 6cm 수준이다. 반면 가시광선은 주파수가 매우 높아(대략 4×10^{14}Hz~7.5×10^{14}Hz) 파장이 약 400~700나노미터에 불과하다. 따라서 와이파이 전자기파의 파장이 가시광선의 파장보다 훨씬 길다는 설명은 옳다.

③ 틀린 표현 → 올바른 표현: 전자기파의 전파 속도는 매질의 유전율과 투자율에 의해 결정되므로 매질이 달라지면 속도도 달라진다. 물은 공기보다 굴절률이 크므로(비유전율이 커서 전파 속도가 느려짐) 동일한 핸드폰이 방사한 전자기파라도 공기 중에서의 속도와 물속에서의 속도는 서로 다르다.

④ 틀린 표현 → 올바른 표현: 손실 매질에서 전파하는 균일 평면 전자기파도 전계와 자계는 전파 방향에 수직인 평면 내에서 서로 수직(직교)한 방향을 유지한다. 손실 매질의 특징은 방향의 수직 관계가 깨지는 것이 아니라, 전계와 자계 사이에 위상차가 발생하고 진폭이 매질 내에서 지수적으로 감쇠한다는 점이다.

NoteBase

오답 포인트

①은 '초음파=전자기파'라는 분류 오류를 놓치기 쉽다. 초음파는 어디까지나 매질의 압력 진동으로 전달되는 음파이며, 진공 중에서도 전파되는 전자기파와는 근본적으로 다르다. ③은 '전파 속도는 파원(핸드폰)의 성질로 정해진다'고 오해하면 틀리기 쉬운데, 실제로는 전파 속도가 파원이 아니라 통과하는 매질의 물성(유전율·투자율)에 의해 정해진다는 점을 기억해야 한다. ④는 손실 매질에서 전계와 자계 사이에 위상차가 생긴다는 사실과 '방향이 수직이 아니다'라는 것을 혼동하면 안 된다. 위상차가 생기는 것과 진행 방향에 대해 수직 관계가 무너지는 것은 별개의 개념이다.

다시 나오면 이렇게 판단

선지에 구체적인 주파수 대역(Wi-Fi 2.4GHz/5GHz, 가시광선)이 나오면 $\lambda = c/f$ 공식으로 대략적인 파장의 자릿수(센티미터 대 나노미터)를 비교해 대소를 직접 판단한다. '전자기파'라는 단어가 나오면 그 파동이 실제로 전자기파인지(빛, 전파, X선 등) 아니면 음파·탄성파처럼 매질 진동인지부터 분류한다. 전파 속도 비교 문제는 파원이 아니라 매질의 유전율·투자율이 속도를 결정한다는 원리를 기준으로 판단한다. 손실 매질 관련 선지는 '전계-자계의 공간적 수직 관계'와 '전계-자계 사이의 시간적 위상차'를 구분해서 읽는다.

암기 포인트

전자기파 파장-주파수 관계: $\lambda = c/f$, 주파수가 낮을수록 파장이 길다. 초음파·가청음파는 음파(기계적 파동)이지 전자기파가 아니다. 전자기파의 전파 속도는 매질의 유전율·투자율로 결정되며 매질마다 다르다($v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$). 균일 평면 전자기파는 무손실이든 손실 매질이든 전계·자계가 전파 방향에 대해 서로 수직인 횡파이며, 손실 매질에서는 그 대신 전계·자계 사이에 위상차와 진폭 감쇠가 나타난다.

NoteBase

문 16. 자유공간에서 평면 $z=0$에 면전류 $\vec{J}_s = 8\vec{a}_x[A/m]$가 흐르고, 직선 $y=0,\ z=4[m]$에 선전류 $I[A]$가 흐르고 있다. 위치 $(0,0,2)[m]$에서 측정한 자계가 $\vec{H}=0$이라면, 직선에 흐르는 선전류 $I[A]$의 크기와 방향은?

① 크기: 8π, 방향: $-\vec{a}_x$

② 크기: 8π, 방향: $\vec{a}_x$

③ 크기: 16π, 방향: $-\vec{a}_x$

④ 크기: 16π, 방향: $\vec{a}_x$

정답 4번

출제 포인트

무한 평면 면전류가 만드는 자계와 무한 직선(선)전류가 만드는 자계를 각각 구한 뒤, 한 점에서 두 자계를 벡터 합산하여 0이 되는 조건으로 미지의 선전류 크기와 방향을 역산하는 문제이다. 면전류 자계 공식과 선전류 자계 공식, 그리고 방향을 벡터 외적으로 결정하는 방법을 모두 요구한다.

조건 정리

면전류: 평면 z=0 위에 $\vec{J_s} = 8\vec{a_x}$ [A/m]가 흐른다.
선전류: 직선 y=0, z=4 [m] (x축과 평행한 직선)에 크기·방향 미지의 선전류 I가 흐른다.
관찰점: P(0, 0, 2) [m].
조건: P에서 두 전류원에 의한 합성 자계 $\vec{H}=0$.

사용할 공식

무한 평면 면전류: $\vec{H} = \frac{1}{2}\vec{J_s} \times \vec{a_n}$ ($\vec{a_n}$은 면에서 관찰점을 향하는 단위법선벡터)
무한 직선전류: $\vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho}\vec{a_\phi}$, $\vec{a_\phi} = \vec{a_l} \times \vec{a_\rho}$ (ρ는 직선까지의 수직거리, $\vec{a_\rho}$는 직선에서 관찰점을 향하는 단위벡터)

NoteBase

계산 과정

1) 면전류에 의한 자계: 관찰점 P는 z=2로 평면(z=0)보다 위쪽(z>0)에 있으므로 법선벡터는 $\vec{a_n} = \vec{a_z}$이다.
$\vec{H}_{sheet} = \frac{1}{2}(8\vec{a_x}) \times \vec{a_z} = 4(\vec{a_x} \times \vec{a_z}) = 4(-\vec{a_y}) = -4\vec{a_y}$ [A/m]
($\because \vec{a_x} \times \vec{a_z} = -\vec{a_y}$)

2) 선전류에 의한 자계: 직선은 z=4에 있고 관찰점은 z=2이므로 수직거리 $\rho = |4-2| = 2$ [m]이고, 직선에서 관찰점을 향하는 방향은 $-\vec{a_z}$이다. 전류 방향을 우선 $+\vec{a_x}$로 놓고 계산한다.
$\vec{a_\phi} = \vec{a_x} \times (-\vec{a_z}) = -(\vec{a_x} \times \vec{a_z}) = -(-\vec{a_y}) = \vec{a_y}$
$\vec{H}_{line} = \frac{I}{2\pi(2)}\vec{a_y} = \frac{I}{4\pi}\vec{a_y}$ [A/m] (전류가 $+\vec{a_x}$일 때)

3) 합성 자계 0 조건:
$\vec{H}_{sheet} + \vec{H}_{line} = -4\vec{a_y} + \frac{I}{4\pi}\vec{a_y} = 0$
$\frac{I}{4\pi} = 4 \Rightarrow I = 16\pi$

I가 양수로 나왔으므로 처음 가정한 전류 방향 $+\vec{a_x}$가 실제 방향과 일치한다. 따라서 크기는 16π, 방향은 $\vec{a_x}$이다.

선지 판단

① 8π, -a_x: 크기와 방향이 모두 계산 결과(16π, a_x)와 다르다. X
② 8π, a_x: 방향은 맞으나 크기가 8π로 계산된 16π와 다르다. X
③ 16π, -a_x: 크기는 맞으나 방향이 반대이다(계산상 전류는 +a_x일 때 양수 I가 나오므로 -a_x는 틀린 방향이다). X
④ 16π, a_x: 크기 16π, 방향 a_x로 계산 결과와 정확히 일치한다. O

오답 포인트

가장 흔한 실수는 면전류 자계 공식에서 방향(±a_n)을 반대로 적용해 부호가 뒤집히는 것과, $\vec{a_x} \times \vec{a_z} = -\vec{a_y}$를 $+\vec{a_y}$로 잘못 계산하는 것이다. 또한 선전류까지의 거리 ρ를 4로 잘못 쓰는 경우(직선의 z좌표 4를 그대로 쓰는 실수)나, 전류 방향을 미리 정하지 않고 크기만 계산해 방향 판단을 누락하는 경우도 오답으로 이어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

면전류와 선전류가 함께 나오는 문제는 각 전류원의 자계를 독립적으로 구한 뒤 관찰점에서 벡터로 더하는 중첩의 원리를 적용한다. 방향을 모르는 전류는 임의의 방향(예: +a_x)으로 가정해 계산하고, 결과값 I가 양수이면 가정한 방향이 맞고 음수이면 반대 방향이 답이 된다. 외적 계산은 $\vec{a_x} \times \vec{a_y} = \vec{a_z}$, $\vec{a_y} \times \vec{a_z} = \vec{a_x}$, $\vec{a_z} \times \vec{a_x} = \vec{a_y}$ 순환 관계와 그 역방향은 부호가 바뀐다는 점을 항상 먼저 적어두고 시작한다.

NoteBase

암기 포인트

무한 평면 면전류의 자계: $\vec{H} = \frac{1}{2}\vec{J_s} \times \vec{a_n}$, 무한 직선전류의 자계: $\vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho}\vec{a_\phi}$ (여기서 $\vec{a_\phi} = \vec{a_I} \times \vec{a_\rho}$)를 기본 공식으로 암기해 둔다. 방향이 미지수인 문제는 가정 후 부호로 검증하는 풀이 절차를 습관화한다.

NoteBase

문 17. 속도 $\vec{v} = (5\vec{a}_x - 6\vec{a}_y) \times 10^5$[m/s]로 움직이는 전자가 자속밀도 $\vec{B} = 10\vec{a}_x + 20\vec{a}_z$[mWb/m^2] 내의 한 점에서 힘을 받지 않을 경우, 이때 전자에 가해진 전계 $\vec{E}$[kV/m]는?

① $-12\vec{a}_x - 10\vec{a}_y + 6\vec{a}_z$

② $12\vec{a}_x + 10\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$

③ $12\vec{a}_x - 10\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$

④ $-12\vec{a}_x + 10\vec{a}_y + 6\vec{a}_z$

정답 2번

출제 포인트

전자기장 속을 움직이는 전하가 힘을 받지 않는 조건(로렌츠 힘의 평형)을 이용해 전계를 구하는 문제이다.
전기력과 자기력이 서로 상쇄되는 지점에서는 전계 $\vec{E}$와 자계에 의한 힘이 크기는 같고 방향이 반대여야 한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

전자의 속도는 $\vec{v} = (5\vec{a}_x - 6\vec{a}_y) \times 10^5$ [m/s]이고, 자속밀도는 $\vec{B} = 10\vec{a}_x + 20\vec{a}_z$ [mWb/m^2]이다. 단위를 SI로 정리하면 $\vec{B} = (10\vec{a}_x + 20\vec{a}_z) \times 10^{-3}$ [Wb/m^2]이며, 힘을 받지 않는다는 것은 로렌츠 힘 $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$가 0이 됨을 뜻한다.

사용할 공식

로렌츠 힘 $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$에서 $\vec{F} = 0$이면 $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$가 성립한다.

계산 과정

$\vec{v} \times \vec{B}$를 성분별로 계산한다.
$\vec{v} = (5 \times 10^5,\ -6 \times 10^5,\ 0), \vec{B} = (10 \times 10^{-3},\ 0,\ 20 \times 10^{-3})$
x성분: $v_yB_z - v_zB_y = (-6 \times 10^5)(20 \times 10^{-3}) - 0 = -1.2 \times 10^4$
y성분: $v_zB_x - v_xB_z = 0 - (5 \times 10^5)(20 \times 10^{-3}) = -1 \times 10^4$
z성분: $v_xB_y - v_yB_x = 0 - (-6 \times 10^5)(10 \times 10^{-3}) = 6 \times 10^3$
따라서 $\vec{v} \times \vec{B} = (-1.2 \times 10^4)\vec{a}_x + (-1 \times 10^4)\vec{a}_y + (6 \times 10^3)\vec{a}_z$ [V/m]이다.
힘이 0이 되는 조건에서 $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = 12 \times 10^3\vec{a}_x + 10 \times 10^3\vec{a}_y - 6 \times 10^3\vec{a}_z$ [V/m]이 되고, 이를 kV/m 단위로 바꾸면 $\vec{E} = 12\vec{a}_x + 10\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$ [kV/m]이다.

NoteBase

선지 판단

① $-12\vec{a}_x - 10\vec{a}_y + 6\vec{a}_z$: 계산된 값과 부호가 전부 반대이므로 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 $12\vec{a}_x + 10\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$이다.
② $12\vec{a}_x + 10\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$: 계산 과정의 결과와 정확히 일치하므로 옳은 선지이다.
③ $12\vec{a}_x - 10\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$: x, z성분은 맞지만 y성분의 부호가 반대이므로 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 y성분이 $+10\vec{a}_y$이다.
④ $-12\vec{a}_x + 10\vec{a}_y + 6\vec{a}_z$: y성분만 맞고 x, z성분의 부호가 반대이므로 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 x성분이 $+12\vec{a}_x$, z성분이 $-6\vec{a}_z$이다.

오답 포인트

외적 $\vec{v} \times \vec{B}$의 각 성분 부호를 순환 규칙($x \to y \to z \to x$)으로 정확히 적용하지 않으면 부호가 뒤바뀐 오답에 걸리기 쉽다. 또한 힘이 0이라는 조건에서 $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$임을 놓치고 $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$로 계산하면 전체 부호가 반대로 나온다. mWb/m^2를 Wb/m^2로 환산할 때 10^{-3}을 빠뜨리지 않아야 최종 단위(kV/m)가 맞아떨어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

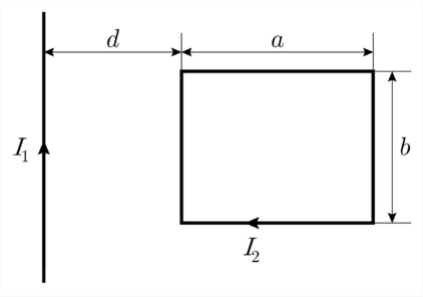
전하가 전자기장 속에서 힘을 받지 않는다는 조건이 나오면 곧바로 $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$ 관계식을 세운다. 외적 계산은 행렬식 형태로 성분별로 차분히 전개하고, 마지막에 단위 환산(mWb, kV 등)을 다시 확인한다.

암기 포인트

로렌츠 힘 $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, 힘이 0일 때 $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$. 외적 성분 공식: $(\vec{v} \times \vec{B})_x = v_y B_z - v_z B_y$, $(\vec{v} \times \vec{B})_y = v_z B_x - v_x B_z$, $(\vec{v} \times \vec{B})_z = v_x B_y - v_y B_x$.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 무한히 긴 가는 도선에 전류 I_1이 흐르고 있고, 도선과 나란하게 놓인 직사각형 루프에 전류 I_2가 흐르고 있다. 도선과 직사각형 루프의 상호 인덕턴스에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① a와 b를 고정하고, d만 줄이면 상호 인덕턴스가 증가한다.

② b와 d를 고정하고, a만 줄이면 상호 인덕턴스가 감소한다.

③ a와 d를 고정하고, b만 줄이면 상호 인덕턴스가 감소한다.

④ 전류 I_1과 I_2를 크게 하면 상호 인덕턴스가 증가한다.

정답 4번

출제 포인트

무한 직선도선과 나란히 놓인 직사각형 루프 사이의 상호 인덕턴스 공식을 도출하고, 그 공식이 어떤 변수들만의 함수인지(즉 전류에는 의존하지 않는다는 사실)를 확인하는 문제이다.

조건 정리

무한히 긴 직선도선에 전류 I_1이 흐르고, 도선으로부터 거리 d만큼 떨어진 지점부터 폭 a, 높이 b인 직사각형 루프가 도선과 나란히 놓여 있으며 이 루프에 전류 I_2가 흐른다. 구하는 것은 두 회로 사이의 상호 인덕턴스 M이며, 이것이 a, b, d, I_1, I_2 중 무엇에 의해 변하는지가 쟁점이다.

사용할 공식

무한 직선도선으로부터 거리 x만큼 떨어진 지점의 자기장은 $B(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$이다. 루프를 관통하는 자속은 $\Phi = \int_d^{d+a} B(x) b\,dx$이고, 상호 인덕턴스는 $M = \frac{\Phi}{I_1}$로 정의된다.

계산 과정

자속을 적분하면 $\Phi = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$이다. 따라서 상호 인덕턴스는 $M = \frac{\Phi}{I_1} = \frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$로, 오직 a, b, d에만 의존하는 순수한 기하학적(회로 형상) 양이다. 전류 I_1은 계산 과정에서 분자와 분모에 각각 나타나 서로 상쇄되며, I_2는 애초에 M의 정의식에 등장하지 않는다.

NoteBase

선지 판단

① a, b를 고정하고 d만 줄이면 $\frac{d+a}{d}$의 값이 커지므로 $\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$가 커져 M이 증가한다. 옳은 설명이다.
② b, d를 고정하고 a만 줄이면 $\frac{d+a}{d}$가 1에 가까워지므로 $\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$가 작아져 M이 감소한다. 옳은 설명이다.
③ a, d를 고정하고 b만 줄이면 $M=\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$에서 b에 정비례하므로 M이 감소한다. 옳은 설명이다.
④ 상호 인덕턴스 $M=\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$는 회로의 기하학적 배치($a$, b, d)에 의해서만 결정되는 상수이며 전류의 크기와는 무관하다. I_1, I_2를 아무리 크게 해도 M은 변하지 않는다 → 틀린 표현 "전류를 크게 하면 상호 인덕턴스가 증가한다" → 올바른 표현은 "상호 인덕턴스는 전류의 크기와 무관하게 일정하다"이다.

오답 포인트

상호 인덕턴스와 자속 쇄교수(또는 유도 기전력)를 혼동하면 안 된다. 자속 Φ나 유도 기전력은 전류(또는 전류의 변화율)에 비례해 커질 수 있지만, 인덕턴스 M은 그 비례상수 자체이므로 전류와 무관한 기하학적 값이다. 전류를 키우면 자속은 커지지만 $M=\Phi/I_1$에서 분모도 같이 커져 상쇄된다.

다시 나오면 이렇게 판단

상호 인덕턴스를 묻는 선지에서 "전류를 크게/작게 하면 인덕턴스가 어떻게 된다"는 문장이 나오면 일단 의심한다. 인덕턴스(자기 인덕턴스든 상호 인덕턴스든)는 회로의 형상·배치·매질에 의해서만 결정되는 값이지, 흐르는 전류의 크기에 좌우되는 값이 아니다.

암기 포인트

무한 직선도선-직사각형 루프의 상호 인덕턴스: $M=\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$. d가 작을수록, a가 클수록, b가 클수록 M이 커진다. 인덕턴스는 전류와 무관한 기하학적 양이라는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 19. $z>0$**인 영역에 투자율이** $4[\mu\mathrm{H/m}]$**인 매질 I이 있고,** $z<0$**인 영역에 투자율이** $7[\mu\mathrm{H/m}]$**인 매질 II가 있다. 평면** $z=0$**에 면전류** $\vec{J_s}=2\vec{a}_x[\mathrm{kA/m}]$**가 흐른다. 매질 I에서** $\vec{B}_1=2\vec{a}_x-4\vec{a}_y+4\vec{a}_z[\mathrm{mWb/m^2}]$**의 자속밀도가 주어질 때, 매질 II에서의 자속밀도** $\vec{B}_2[\mathrm{mWb/m^2}]$**는?**

① $2\vec{a}_x-4\vec{a}_y+7\vec{a}_z$

② $0.5\vec{a}_x+2\vec{a}_y+7\vec{a}_z$

③ $2\vec{a}_x-5\vec{a}_y+4\vec{a}_z$

④ $3.5\vec{a}_x+7\vec{a}_y+4\vec{a}_z$

정답 4번

출제 포인트

투자율이 서로 다른 두 매질(z>0인 매질 I, z<0인 매질 II)의 경계면 z=0에 면전류가 흐를 때, 자속밀도의 경계조건(법선성분 연속·접선성분의 면전류에 의한 불연속)을 이용해 매질 II의 자속밀도 $\vec{B_2}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

매질 I(z>0)의 투자율 $\mu_1=4[\mu H/m]$, 매질 II(z<0)의 투자율 $\mu_2=7[\mu H/m]$이다. 경계면 z=0에 면전류 $\vec{J_s}=2\vec{a_x}[\mathrm{kA/m}]$가 흐르고, 매질 I의 자속밀도는 $\vec{B_1}=2\vec{a_x}-4\vec{a_y}+4\vec{a_z}[\mathrm{mWb/m^2}]$이다. 경계면의 법선 방향은 z축($\vec{a_z}$)이다.

사용할 공식

법선(수직)성분 자속밀도는 매질에 관계없이 연속이다: $B_{1n}=B_{2n}$. 접선(수평)성분 자계는 면전류만큼 불연속이며, 매질 II에서 매질 I 방향의 법선($\vec{a_z}$)을 기준으로 $\vec{a_z}\times(\vec{H_1}-\vec{H_2})=\vec{J_s}$가 성립한다. 두 매질 모두 $\vec{H}=\vec{B}/\mu$ 관계를 따른다.

계산 과정

매질 I의 자계는 $\vec{H_1}=\vec{B_1}/\mu_1=(2\vec{a_x}-4\vec{a_y}+4\vec{a_z})\times10^{-3}/(4\times10^{-6})=0.5\vec{a_x}-1\vec{a_y}+1\vec{a_z}[\mathrm{kA/m}]$이다.
경계조건 $\vec{a_z}\times(\vec{H_1}-\vec{H_2})=\vec{J_s}$를 성분별로 전개하면 $\vec{a_z}\times\vec{a_x}=\vec{a_y}$, $\vec{a_z}\times\vec{a_y}=-\vec{a_x}$이므로
$(H_{1x}-H_{2x})\vec{a_y}-(H_{1y}-H_{2y})\vec{a_x}=2\vec{a_x}$가 된다.
$\vec{a_x}$ 성분을 비교하면 $-(H_{1y}-H_{2y})=2$이므로 $H_{2y}=H_{1y}+2=-1+2=1[\mathrm{kA/m}]$이다.
$\vec{a_y}$ 성분을 비교하면 $H_{1x}-H_{2x}=0$이므로 $H_{2x}=H_{1x}=0.5[\mathrm{kA/m}]$이다.
법선성분 연속조건에 의해 $B_{2z}=B_{1z}=4[\mathrm{mWb/m^2}]$이므로
$H_{2z}=B_{2z}/\mu_2=4\times10^{-3}/(7\times10^{-6})=4000/7[\mathrm{A/m}]$이다.
따라서 $\vec{B_2}=\mu_2\vec{H_2}$로 환산하면 $B_{2x}=7\times10^{-6}\times0.5\times10^3=3.5[\mathrm{mWb/m^2}]$,
$B_{2y}=7\times10^{-6}\times1\times10^3=7[\mathrm{mWb/m^2}]$, $B_{2z}=4[\mathrm{mWb/m^2}]$이 되어 $\vec{B_2}=3.5\vec{a_x}+7\vec{a_y}+4\vec{a_z}$ $[\mathrm{mWb/m^2}]$이다.

NoteBase

선지 판단

① 2a_x-4a_y+7a_z: z성분이 7로 매질 I의 법선성분 4와 달라 법선 자속밀도 연속조건에 어긋난다. X
② 0.5a_x+2a_y+7a_z: z성분이 7이어서 마찬가지로 법선성분 연속조건을 만족하지 못한다. X
③ 2a_x-5a_y+4a_z: z성분은 4로 법선성분 조건은 맞지만, x·y성분이 계산 결과인 3.5, 7과 일치하지 않는다. X
④ 3.5a_x+7a_y+4a_z: 법선성분 4, 접선성분 3.5·7이 모두 계산 결과와 정확히 일치한다. O

오답 포인트

면전류가 흐르는 경계면 문제에서 법선(수직)성분 자속밀도는 매질과 무관하게 항상 연속이라는 점을 놓치면 B_2의 z성분을 잘못 잡게 된다. 또 접선 자계의 불연속식 $\vec{a_n} \times (\vec{H_1} - \vec{H_2}) = \vec{J_s}$에서 법선 벡터의 방향(매질 II에서 매질 I 쪽)과 외적의 부호를 혼동하면 x, y 성분의 값이 뒤바뀌거나 부호가 반대로 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

면전류가 흐르는 두 매질의 경계면 문제는 먼저 경계면의 법선 방향을 정하고, 그 방향의 자속밀도 성분은 그대로 넘어간다는 점부터 확인한다. 이어서 $\vec{H} = \vec{B}/\mu$로 이미 알고 있는 매질의 자계를 구한 뒤, $\vec{a_n} \times (\vec{H_1} - \vec{H_2}) = \vec{J_s}$ 식으로 접선성분 자계 차이를 구하고, 마지막에 $\vec{B} = \mu\vec{H}$로 환산해 답을 완성한다.

암기 포인트

경계조건 두 가지: 법선(수직) 자속밀도는 항상 연속($B_{1n} = B_{2n}$), 접선(수평) 자계는 면전류만큼 불연속($\vec{a_{n21}} \times (\vec{H_1} - \vec{H_2}) = \vec{J_s}$). 자계와 자속밀도 사이 관계는 $\vec{H} = \vec{B}/\mu$이다.

NoteBase

문 20. 100[Ω] **특성 임피던스를 갖는 무손실 전송선로 종단에** 50[Ω] **저항성 부하가 연결되어 있다. 전송선로의 길이는 인가된 전압의 파장에 비해 충분히 길며, 부하에서 측정된 전압이** 50[V]**일 때 부하로 전달되는 시간 평균 전력의 크기** [W]**는?**

① 12.5

② 25

③ 50

④ 1250

정답 2번

출제 포인트

전송선로 문제이지만 실제로는 부하에 걸리는 전압의 크기가 이미 주어졌으므로, 특성 임피던스나 반사계수를 계산할 필요 없이 부하 저항에서의 시간 평균 전력 공식만 정확히 적용하면 되는 문제이다. 100[Ω]이라는 특성 임피던스 값은 함정으로 제시된 정보이며, 전력 계산에는 사용되지 않는다.

조건 정리

부하 저항 $R_L = 50[\Omega]$, 부하에서 측정된 전압의 크기 $V_L = 50[\text{V}]$(정현파 전압의 진폭, 즉 최대값). 선로가 무손실이고 충분히 길다는 조건은 정상상태의 진행파가 형성되어 부하 전압이 일정한 정현파로 측정된다는 것을 보장할 뿐, 전력 계산식 자체를 바꾸지는 않는다.

사용할 공식

정현파 전압의 진폭 V_L이 저항 R_L에 걸릴 때 시간 평균(유효) 전력은 다음과 같다. $P_{avg} = \frac{1}{2}\frac{V_L^2}{R_L}$ 이는 $V_{rms} = V_L/\sqrt{2}$를 정의식 $P_{avg} = V_{rms}^2/R_L$에 대입한 것과 같다.

계산 과정

$$P_{avg} = \frac{1}{2}\cdot\frac{(50)^2}{50} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2500}{50} = \frac{1}{2}\cdot 50 = 25[\text{W}]$$

선지 판단

① 12.5 — X. $V_L^2/(4R_L)$처럼 2로 한 번 더 나누는 등 계수를 잘못 적용한 값이다.
② 25 — O. $P_{avg} = \frac{1}{2}\frac{V_L^2}{R_L} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2500}{50} = 25[\text{W}]$로 정확히 일치한다.
③ 50 — X. 진폭 V_L을 실효값으로 착각하여 V_L^2/R_L만 계산하고 1/2 계수를 빠뜨린 값이다.
④ 1250 — X. 저항으로 나누는 것을 빠뜨리고 $V_L^2/2 = 1250$에서 멈춘 값이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 함정은 특성 임피던스 100[Ω]과 부하 저항 50[Ω]이 다르다는 점에 이끌려 반사계수나 정재파비를 구하려 드는 것이다. 그러나 문제는 이미 부하에서 '측정된' 전압값을 직접 제시했으므로, 부하 쪽에서 저항과 전압만으로 전력을 구하면 충분하다. 또 다른 흔한 실수는 주어진 전압값을 실효값으로 오인해 1/2 계수를 빠뜨리는 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

전송선로 문제에서 부하 전압이나 부하 전류가 이미 측정값으로 주어져 있다면, 특성 임피던스·반사계수·정재파비 등 다른 값들은 계산에 불필요한 배경 정보일 가능성이 높다는 것을 먼저 점검한다. 그 다음 주어진 전압이 진폭인지 실효값인지를 구분해 시간 평균 전력 공식의 1/2 계수 적용 여부를 결정한다.

암기 포인트

정현파 전압의 진폭 V_m이 저항 R에 걸릴 때 시간 평균 전력은 $P_{avg} = \frac{V_m^2}{2R}$이며, 실효값 V_{rms}로 주어지면 $P_{avg} = \frac{V_{rms}^2}{R}$로 계수 없이 계산한다는 차이를 구분해 기억해 둔다.

NoteBase

문 21. 전계 $\vec{E}(z,t)=40\pi\cos(2\times10^7t-kz)\vec{a}_x$[V/m]인 전자기파가 비유전율이 18, 비투자율이 2인 무손실 유전체 내에서 진행하고 있다. 이 전자기파의 위상 상수 k[rad/m]를 포함한 자계 $\vec{H}(z,t)$[A/m]는? (단, 자유공간의 고유 임피던스는 120π[Ω]이고, 자유공간의 광속은 3×10^8[m/s]이다)

① $\cos(2\times10^7t-0.4z)\vec{a}_y$

② $-\cos(2\times10^7t-4z)\vec{a}_y$

③ $2\cos(2\times10^7t-0.4z)\vec{a}_y$

④ $-2\cos(2\times10^7t-4z)\vec{a}_y$

정답 1번

출제 포인트

무손실 유전체 내를 진행하는 평면파에서 전계식으로부터 위상 상수 k와 파동 임피던스 η를 구하고, 이를 이용해 자계 $\vec{H}(z,t)$의 크기·위상·방향을 모두 맞게 구성하는 문제이다.

조건 정리

전계는 $\vec{E}(z,t)=40\pi\cos(2\times10^7t-kz)\vec{a_x}$로 각주파수 $\omega=2\times10^7$ rad/s이고 진폭은 40π V/m이다. 매질은 비유전율 $\varepsilon_r=18$, 비투자율 $\mu_r=2$인 무손실 유전체이며, 자유공간 고유 임피던스 $\eta_0=120\pi$ Ω, 광속 $c=3\times10^8$ m/s가 주어져 있다. 파는 $-kz$ 형태이므로 +z 방향으로 진행한다.

사용할 공식

위상 상수 $k=\frac{\omega}{v}=\frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}{c}$, 매질의 고유 임피던스 $\eta=\eta_0\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}$, 자계 진폭 $H_0=\frac{E_0}{\eta}$, 진행 방향과 장의 방향 관계 $\vec{a_k}\times\vec{E}=\eta\vec{H}$.

계산 과정

위상 상수: $k=\frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}{c}=\frac{2\times10^7\times\sqrt{18\times2}}{3\times10^8}=\frac{2\times10^7\times6}{3\times10^8}=0.4$ rad/m이다.
고유 임피던스: $\eta=120\pi\sqrt{\frac{2}{18}}=120\pi\times\frac{1}{3}=40\pi$ Ω이다.
자계 진폭: $H_0=\frac{E_0}{\eta}=\frac{40\pi}{40\pi}=1$ A/m이다.
방향: 파는 +z 방향으로 진행하므로 $\vec{a_z}\times\vec{E}=\eta\vec{H}$에서 $\vec{a_z}\times\vec{a_x}=\vec{a_y}$이다. 매질이 무손실이므로 전계와 자계는 위상이 같아 부호나 위상 이동 없이 그대로 $\cos(2\times10^7t-0.4z)$를 따른다. 따라서 $\vec{H}(z,t)=\cos(2\times10^7t-0.4z)\vec{a_y}$ A/m이다.

NoteBase

선지 판단

① $\cos(2\times10^7t-0.4z)\vec{a_y}$: O, 계산 결과인 $k=0.4$, $H_0=1$, 부호 없이 $\vec{a_y}$ 방향과 정확히 일치한다.
② $-\cos(2\times10^7t-4z)\vec{a_y}$: X, $k=4$는 틀린 위상 상수(0.4를 잘못 계산한 값) → $k=0.4$로 정정해야 하고, 음의 부호도 불필요하다.
③ $2\cos(2\times10^7t-0.4z)\vec{a_y}$: X, 진폭이 2로 잘못됨($\eta=40\pi$로 나누면 $H_0=1$) → 진폭은 1이어야 한다.
④ $-2\cos(2\times10^7t-4z)\vec{a_y}$: X, k와 진폭이 모두 틀렸고 불필요한 음의 부호까지 붙어 있다 → $k=0.4$, 진폭 1, 부호 없음으로 정정해야 한다.

오답 포인트

위상 상수를 구할 때 $\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}=\sqrt{36}=6$을 곱해야 하는데 이를 나누거나 누락하면 $k=4$ 같은 값이 나와 ②·④를 고르게 된다. 또한 임피던스 $\eta=\eta_0\sqrt{\mu_r/\varepsilon_r}$에서 분자·분모를 바꾸어 $\eta_0\sqrt{\varepsilon_r/\mu_r}$로 계산하면 진폭이 2로 나와 ③을 고르게 된다. 무손실 매질에서는 전계와 자계 사이에 위상차나 부호 반전이 없다는 점도 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 $k=\omega\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}/c$로 위상 상수를 구하고, $\eta=\eta_0\sqrt{\mu_r/\varepsilon_r}$로 매질의 고유 임피던스를 구한다. 이어서 $H_0=E_0/\eta$로 진폭을 구하고 마지막으로 $\vec{a_k}\times\vec{E}$ 방향으로 자계의 단위벡터를 정한다. 이 네 단계를 순서대로 밟으면 부호·진폭·위상 상수를 헷갈리지 않는다.

암기 포인트

위상 상수 $k=\omega\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}/c$, 매질 임피던스 $\eta=\eta_0\sqrt{\mu_r/\varepsilon_r}$, 자계 진폭 $H_0=E_0/\eta$를 기본식으로 외워 둔다. 진행 방향이 +z이면 $\vec{a_z}\times\vec{a_x}=\vec{a_y}$이므로 전계가 $\vec{a_x}$이면 자계는 $\vec{a_y}$ 방향이며, 무손실 매질에서는 부호나 위상 이동이 없다는 점을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 22. 균일 평면파가 공기 중에서 바닷물로 수직 입사하여 진행한다. 이 균일 평면파의 주파수는 10[MHz]이고, 바닷물의 비유전율이 100일 때, 바닷물에서의 이 균일 평면파의 위상 속도 $v_p[m/s]$, 파장 $\lambda[m]$ 및 위상 상수 $k[rad/m]$는? (단, 자유공간의 광속은 $3\times10^8[m/s]$이고, 바닷물은 무손실 매질로 가정한다)

① v_p: 3×10^8, λ: 30, k: $\frac{2\pi}{30}$

② v_p: 3×10^7, λ: 0.3, k: $\frac{2\pi}{3}$

③ v_p: 3×10^7, λ: 3, k: $\frac{2\pi}{3}$

④ v_p: 3×10^6, λ: 0.3, k: $\frac{20\pi}{3}$

정답 3번

출제 포인트

무손실 유전체(바닷물, 비유전율만 주어지고 손실은 없다고 가정)에서 평면파의 위상 속도, 파장, 위상 상수를 비유전율로부터 구하는 문제이다. 자유공간과 매질 내에서 값이 어떻게 스케일되는지를 정확히 아는 것이 핵심이다.

조건 정리

주파수 $f=10[\text{MHz}]=1\times10^7[\text{Hz}]$, 바닷물의 비유전율 $\varepsilon_r=100$, 자유공간 광속 $c=3\times10^8[\text{m/s}]$, 바닷물은 무손실 매질(비투자율은 공기와 같은 $\mu_r=1$로 취급)이다.

사용할 공식

무손실 매질에서의 위상 속도 $v_p=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$, 파장 $\lambda=\frac{v_p}{f}$, 위상 상수 $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{v_p}$이다.

계산 과정

위상 속도는 $v_p=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}=\frac{3\times10^8}{\sqrt{100}}=\frac{3\times10^8}{10}=3\times10^7[\text{m/s}]$이다.
파장은 $\lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{3\times10^7}{1\times10^7}=3[\text{m}]$이다.
위상 상수는 $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{3}[\text{rad/m}]$이다.

NoteBase

선지 판단

① $v_p = 3 \times 10^8, \lambda = 30, k = \frac{2\pi}{30} \rightarrow$ X, 비유전율에 의한 속도 감소($\sqrt{\varepsilon_r} = 10$배 감소)를 전혀 반영하지 않아 자유공간 값을 그대로 쓴 오답이다.
② $v_p = 3 \times 10^7, \lambda = 0.3, k = \frac{2\pi}{3} \rightarrow$ X, 위상 속도는 맞지만 파장 계산에서 f와 v_p의 자릿수를 잘못 나누어(0.3으로) 계산한 오답이다.
③ $v_p = 3 \times 10^7, \lambda = 3, k = \frac{2\pi}{3} \rightarrow$ O, 계산 과정과 정확히 일치한다.
④ $v_p = 3 \times 10^6, \lambda = 0.3, k = \frac{20\pi}{3} \rightarrow$ X, 위상 속도에서 $\sqrt{\varepsilon_r} = 10$이 아니라 $\varepsilon_r = 100$을 그대로 나누어(100배 감소) 계산한 오답이다.

오답 포인트

비유전율이 매질 정수에 미치는 영향은 제곱근으로 들어간다($\sqrt{\varepsilon_r}$). ε_r 값 자체를 그대로 나누거나(④), 반대로 아예 반영하지 않는(①) 실수가 가장 흔하다. 또한 파장은 반드시 매질 내 위상 속도를 그 매질의 주파수(주파수는 매질이 바뀌어도 불변)로 나눈 값임을 혼동하지 않아야 한다(②).

다시 나오면 이렇게 판단

무손실 매질 문제는 항상 $v_p = c/\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$부터 계산하고, 그 값을 그대로 이용해 $\lambda = v_p/f$, $k = 2\pi/\lambda$ 순서로 이어서 계산한다. 자유공간 값에서 몇 배 감소하는지($\sqrt{100} = 10$배)를 먼저 확인하면 계산 실수를 줄일 수 있다.

암기 포인트

$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$, $\lambda = \frac{v_p}{f}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v_p}$ 세 공식을 순서대로 적용한다.

NoteBase

문 23. 공기 선로(air line)는 두 도체 사이의 유전체가 공기인 전송 선로이다. 주파수가 $1[GHz]$에서 특성 임피던스가 $50[\Omega]$이고 위상 상수가 $10[rad/m]$인 공기 선로의 단위 길이당 커패시턴스 $[nF/m]$는? (단, 공기 선로의 두 도체는 완전 도체로 가정한다)

① $\frac{1}{10\pi}$
② $\frac{1}{5\pi}$
③ $\frac{1}{2\pi}$
④ $\frac{1}{\pi}$

정답 1번

출제 포인트

무손실 전송선로에서 특성 임피던스 Z_0와 위상 상수 β가 주어졌을 때, 단위 길이당 인덕턴스 L과 커패시턴스 C의 관계식을 이용해 C를 역산할 수 있는지 묻는 문항이다. 공기 선로이고 두 도체가 완전 도체이므로 손실이 없는 이상적인 전송선로로 취급한다.

조건 정리

주파수 $f = 1[\text{GHz}]$이므로 각주파수는 $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^9[\text{rad/s}]$이다. 특성 임피던스 $Z_0 = 50[\Omega]$, 위상 상수 $\beta = 10[\text{rad/m}]$이다. 무손실 선로이므로 저항 성분과 컨덕턴스 성분은 0으로 놓는다.

사용할 공식

무손실 전송선로에서 $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$, $\beta = \omega\sqrt{LC}$ 가 성립한다. 두 식을 나누면
$\frac{\beta}{Z_0} = \frac{\omega\sqrt{LC}}{\sqrt{L/C}} = \omega\sqrt{LC}\cdot\sqrt{\frac{C}{L}} = \omega C$ 이므로 $C = \frac{\beta}{\omega Z_0}$ 를 얻는다.

계산 과정

값을 대입하면 $C = \frac{\beta}{\omega Z_0} = \frac{10}{(2\pi\times 10^9)\times 50} = \frac{10}{100\pi\times 10^9} = \frac{1}{10\pi\times 10^9}[\text{F/m}]$ 이다. 단위를 nF/m로 바꾸면
$1[\text{F}] = 10^9[\text{nF}]$이므로 $C = \frac{1}{10\pi\times 10^9}\times 10^9 = \frac{1}{10\pi}[\text{nF/m}]$ 이 된다.

선지 판단

① $\frac{1}{10\pi}$ — 계산 결과와 정확히 일치하므로 옳다.
② $\frac{1}{5\pi}$ — 계산값의 2배에 해당하는 값으로, ω나 Z_0 대입을 절반으로 잘못 처리했을 때 나오는 값이라 틀리다.
③ $\frac{1}{2\pi}$ — 계산값의 5배에 해당하는 값으로 틀리다.
④ $\frac{1}{\pi}$ — 계산값의 10배에 해당하는 값으로, β/Z_0 계산에서 $Z_0 = 50$ 대신 5를 대입하거나 자릿수를 잘못 옮겼을 때 나오는 값이라 틀리다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 함정은 $Z_0 = \sqrt{L/C}$와 $\beta = \omega\sqrt{LC}$ 두 식에서 L을 소거하지 못하고 L과 C를 각각 따로 구하려 하는 데 있다. 두 식을 나누면 L이 사라지고 $C = \beta/(\omega Z_0)$로 바로 정리되므로, 이 관계식을 암기해 두지 않으면 계산이 불필요하게 길어지거나 단위 환산에서 실수하기 쉽다. 또한 $\omega = 2\pi f$에서 f의 단위를 GHz로 두고 10^9를 빠뜨리는 실수, F를 nF로 바꿀 때 10^9를 곱하는 대신 나누는 실수가 오답을 만든다.

다시 나오면 이렇게 판단

무손실 전송선로에서 Z_0와 β 두 값만 주어지면, L과 C를 개별적으로 구하지 않고 곧바로 $C = \beta/(\omega Z_0)$, $L = \beta Z_0/\omega$ 공식으로 대입한다. 주파수가 GHz 단위로 주어지면 $\omega = 2\pi f$에 10^9를 반드시 포함시키고, 최종 단위가 F/m이 아니라 nF/m으로 요구되면 10^9를 곱해 자릿수를 맞춘다.

암기 포인트

무손실 전송선로 핵심 관계식: $Z_0 = \sqrt{L/C}$, $\beta = \omega\sqrt{LC}$, 그리고 이 둘을 나눈 $C = \frac{\beta}{\omega Z_0}$, $L = \frac{\beta Z_0}{\omega}$를 한 세트로 외워 둔다.

NoteBase

문 24. 비자성 매질에서 평면파 $\vec{E}(x,t)=20\sin(2\pi\times10^8t-4x)\vec{a}_z\ [V/m]$가 진행하고 있다. 이 평면파가 $x+y=1$ 평면을 통과하며 전달하는 시간 평균 전력 밀도 $[W/m^2]$는? (단, 자유공간의 유전율과 투자율은 각각 $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}\ [F/m]$, $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ [H/m]$이다)

① $\frac{10}{\pi^2}$
② $\frac{5}{\pi^2}$
③ $\frac{5\sqrt{2}}{\pi^2}$
④ 0

정답 3번

출제 포인트

비자성 매질을 진행하는 평면파의 위상속도와 유전율을 구해 파동임피던스를 계산하고, 이로부터 시간 평균 전력 밀도(포인팅 벡터 크기)를 구한 뒤, 전력이 통과하는 평면이 진행 방향에 대해 기울어져 있을 때 그 기울기만큼 전력 밀도가 줄어드는 것까지 반영하는 문제이다. 파동은 a_x 방향으로 진행하는데 통과하는 평면은 $x+y=1$로 진행 방향과 45도 기울어져 있으므로, 단순히 평면파의 전력 밀도만 구하고 끝내면 오답이 된다.

조건 정리

전계 $\vec{E}(x,t)=20\sin(2\pi\times10^8t-4x)\vec{a_z}$ [V/m]이므로 각주파수 $\omega=2\pi\times10^8$, 위상정수 $\beta=4$, 전계 진폭 $E_0=20$이다. 매질은 비자성이므로 $\mu_r=1$, 즉 $\mu=\mu_0$이고 유전율만 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$로 변한다. 파동은 a_x 방향으로 진행하며, 전력이 통과하는 대상 평면은 $x+y=1$로 법선 방향이 $\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{a_x}+\vec{a_y})$이다.

사용할 공식

위상속도 $v_p=\frac{\omega}{\beta}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ (단, $c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$), 매질의 파동임피던스 $\eta=\frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ (단, $\eta_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$), 시간 평균 전력 밀도(포인팅 벡터의 평균 크기) $S_{avg}=\frac{E_0^2}{2\eta}$, 그리고 진행 방향과 각도 θ만큼 기울어진 평면을 통과하는 전력 밀도는 $S_{avg}\cos\theta$이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9} \times 10^{-16}}} = 3 \times 10^8$ m/s이다.
위상속도는 $v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \times 10^8}{4} = \frac{\pi}{2} \times 10^8$ m/s이다.
비자성 매질이므로 $v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$에서 $\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{c}{v_p} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{\pi}{2} \times 10^8} = \frac{6}{\pi}$, 즉 $\varepsilon_r = \frac{36}{\pi^2}$이다.
자유공간 파동임피던스는 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi\ \Omega$이므로, 매질의 파동임피던스는 $\eta = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{120\pi}{6/\pi} = 20\pi^2\ \Omega$이다.
따라서 진행 방향(x축에 수직한 평면 기준)의 시간 평균 전력 밀도는 $S_{avg} = \frac{E_0^2}{2\eta} = \frac{20^2}{2 \times 20\pi^2} = \frac{400}{40\pi^2} = \frac{10}{\pi^2}$ W/m^{2}이다.
평면 $x + y = 1$의 단위법선은 $\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{a_x} + \vec{a_y})$이고, 파동 진행 방향은 $\vec{a_x}$이므로 두 방향 사이 각은 45도이다. 이 평면을 통과하는 전력 밀도는 진행 방향 전력 밀도에 $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$를 곱한 값이므로
$\frac{10}{\pi^2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}\pi^2} = \frac{5\sqrt{2}}{\pi^2}$ W/m^{2}이다.

선지 판단

① $\frac{10}{\pi^2}$ — X, 이는 진행 방향에 수직한 평면(즉 x =일정 평면)을 통과하는 전력 밀도이며, 기울어진 평면 $x + y = 1$을 통과하는 값이 아니어서 $\cos 45^\circ$ 보정이 빠진 값이다.
② $\frac{5}{\pi^2}$ — X, $\cos 45^\circ$ 보정을 $\frac{1}{2}$로 잘못 적용(제곱하여 곱)했을 때 나오는 값이다.
③ $\frac{5\sqrt{2}}{\pi^2}$ — O, 진행 방향 전력 밀도 $\frac{10}{\pi^2}$에 평면과 진행 방향 사이 각의 코사인($\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$)을 곱한 값과 일치한다.
④ 0 — X, 평면과 진행 방향이 수직(즉 평면이 파면과 나란한 경우)일 때만 전력 전달이 0이 되는데, $x + y = 1$ 평면은 진행 방향(a_x)과 평행하지 않고 45도로 기울어져 있으므로 전력이 전달된다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 파동임피던스를 구해 진행 방향의 전력 밀도 $\frac{10}{\pi^2}$까지만 계산하고 멈추는 것이다(①). 통과하는 평면 $x + y = 1$은 파동의 진행 방향인 x축에 수직한 평면이 아니라 45도 기울어진 평면이므로, 반드시 그 평면의 법선 벡터와 진행 방향 벡터 사이의 각을 구해 코사인을 곱하는 보정을 해야 한다. 또한 각도를 90도로 잘못 판단해 답을 0으로 고르는 것(④)도 흔한 실수이며, 코사인이 아니라 코사인의 제곱이나 다른 계수를 곱해 계산을 틀리는 경우(②)도 주의해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 파수(β)와 각주파수(ω)로 위상속도를 구하고, 비자성 조건에서 위상속도와 자유공간 광속의 비로 비유전율 ε_r을 구한다. 이어서 파동임피던스 $\eta = \eta_0/\sqrt{\varepsilon_r}$로 진행 방향의 시간 평균 전력 밀도 $E_0^2/(2\eta)$를 계산한다.
마지막으로, 문제에서 요구하는 평면이 진행 방향에 수직이 아니라면 그 평면의 법선과 진행 방향 사이의 각을 구해 코사인을 곱하는 것을 빠뜨리지 않는다. 평면의 방정식(예: $x + y = 1$)이 나오면 그 법선 벡터부터 구하는 습관을 들인다.

NoteBase

암기 포인트

비자성 매질의 광속 $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = 3 \times 10^8$ m/s, 자유공간 파동임피던스 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi\ \Omega$, 매질 내 파동임피던스 $\eta = \eta_0/\sqrt{\varepsilon_r}$(비자성 가정), 시간 평균 전력 밀도 $S_{avg} = E_0^2/(2\eta)$를 기억해 둔다. 그리고 진행 방향과 다른 방향을 향한 평면을 통과하는 전력은 항상 (진행 방향 전력 밀도)$\times \cos\theta$로 보정한다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase

문 25. 스미스 차트(Smith chart)는 정규화된 복소 부하 임피던스($z_L = r + jx$, $0 \le r \le \infty$이고 $-\infty \le x \le \infty$)와 복소 반사 계수($\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$)의 관계로부터 유도된 아래의 스미스 차트 방정식을 이용하여 그린 그래프이다. 이 방정식으로부터 알려진 스미스 차트의 특성에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

<스미스 차트 방정식>

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

① z_L의 조건하에서 스미스 차트의 가장 큰 원은 $x = 0$일 때 얻을 수 있다.

② $r = \infty$이면 복소 Γ 평면의 특정 좌표로 수렴된다.

③ 스미스 차트 방정식은 각각 r과 x값에 따라 그려지는 원의 방정식이다.

④ 모든 r과 x값에 대하여 그려진 원들은 복소 평면의 특정한 점을 지난다.

정답 1번

출제 포인트

스미스 차트를 이루는 두 원 방정식(등저항원 r-circle, 등리액턴스원 x-circle)의 중심과 반지름을 직접 구해, 이 값들이 r 또는 x가 특정 값을 가질 때 어떻게 변하는지(가장 큰 원이 되는 조건, 특정 점으로 수렴하는 조건, 공통으로 지나는 점)를 판별하는 문제이다.

조건 정리

등저항원(r-circle): $\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2$, 중심 $\left(\frac{r}{1+r}, 0\right)$, 반지름 $\frac{1}{1+r}$, $0 \le r \le \infty$.
등리액턴스원(x-circle): $(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$, 중심 $\left(1, \frac{1}{x}\right)$, 반지름 $\left|\frac{1}{x}\right|$, $-\infty \le x \le \infty$.

사용할 공식

원의 방정식 $(\Gamma_r - a)^2 + (\Gamma_i - b)^2 = c^2$에서 중심은 (a, b), 반지름은 c이다. 이를 두 스미스 차트 방정식에 각각 적용해 중심·반지름을 r, x의 함수로 표현한 뒤 극한값을 비교한다.

NoteBase

계산 과정

① r-circle의 반지름은 $\frac{1}{1+r}$이며 $0 \le r \le \infty$ 범위에서 r=0일 때 반지름이 1로 최댓값을 가진다(이때 중심은 원점이 되어 스미스 차트 전체 경계인 단위원이 된다). 반면 x-circle의 반지름은 $\left|\frac{1}{x}\right|$이며 x=0으로 가면 반지름이 무한대로 발산해 원이 아니라 $\Gamma_i = 0$인 직선(실수축)으로 퇴화한다. 즉 유한한 반지름을 갖는 원들 중 가장 큰 것은 r=0일 때 얻어지는 것이지, x=0일 때 얻어지는 것이 아니다.
② r-circle의 중심 $\frac{r}{1+r} \to 1$이고 반지름 $\frac{1}{1+r} \to 0$ (r→∞), 즉 원이 점 $(1, 0)$으로 수축한다.
③ 두 방정식 모두 $(\Gamma_r - a)^2 + (\Gamma_i - b)^2 = c^2$ 꼴이므로 각각 r, x값마다 하나의 원을 정의한다.
④ 두 원 모두 점 $(1, 0)$을 지나는지 확인: r-circle에서 $\Gamma_r = 1$을 대입하면
$(1 - \frac{r}{1+r})^2 + \Gamma_i^2 = (\frac{1}{1+r})^2 \Rightarrow (\frac{1}{1+r})^2 + \Gamma_i^2 = (\frac{1}{1+r})^2 \Rightarrow \Gamma_i = 0$, 즉 r값과 무관하게 항상 $(1, 0)$을 지난다.
x-circle도 중심 $(1, 1/x)$에서 점 $(1, 0)$까지 거리가 $|1/x|$로 반지름과 같으므로 항상 $(1, 0)$을 지난다.

선지 판단

① X → r과 x의 범위($0 \le r \le \infty$, $-\infty \le x \le \infty$) 안에서 실제로 그려지는 가장 큰(유한 반지름의) 원은 r=0일 때의 단위원이며, x=0은 원이 아닌 직선(실수축)으로 퇴화하는 경우이다. 가장 큰 원을 얻는 조건을 x=0이라고 한 것이 틀렸다.
② O 반지름이 $\frac{1}{1+r} \to 0$이 되어 r→∞일 때 원이 점 $(1, 0)$으로 수렴한다.
③ O 두 식 모두 중심과 반지름이 각각 r, x로 표현되는 원의 방정식이므로 옳다.
④ O r-circle과 x-circle 모두 r, x값에 관계없이 항상 점 $(1, 0)$을 지난다.

오답 포인트

x=0일 때 x-circle의 반지름이 무한대로 발산한다는 사실만 보고 이를 '가장 큰 원'이라고 성급히 판단하기 쉽다. 그러나 무한대로 발산하는 경우는 원이 직선으로 퇴화한 것이므로 스미스 차트를 구성하는 유한한 원들 가운데 가장 큰 원과는 다른 개념이며, 실제 가장 큰 유한 원은 r=0일 때 얻어지는 단위원이다.

다시 나오면 이렇게 판단

스미스 차트의 두 원 방정식이 나오면 먼저 중심과 반지름을 r, x의 함수로 각각 정리한다. 그 다음 r→0, r→∞, x→0, x→∞ 같은 극한에서 반지름과 중심이 어떻게 변하는지 표로 정리해 비교하면, '가장 큰 원'이나 '한 점으로 수렴'과 같은 선지의 참거짓을 바로 판별할 수 있다. 두 원이 공통으로 지나는 점은 항상 $\Gamma_r = 1$을 대입해 확인한다.

암기 포인트

등저항원: 중심 $(\frac{r}{1+r}, 0)$, 반지름 $\frac{1}{1+r}$ → r=0에서 반지름 최대(=1, 단위원), r→∞에서 점 $(1, 0)$으로 수렴.
등리액턴스원: 중심 $(1, \frac{1}{x})$, 반지름 $\left|\frac{1}{x}\right|$ → x→0에서 반지름 발산(직선으로 퇴화), x→∞에서 반지름 0(점 $(1, 0)$).
두 원 모두 항상 점 $(1, 0)$을 지난다.

NoteBase