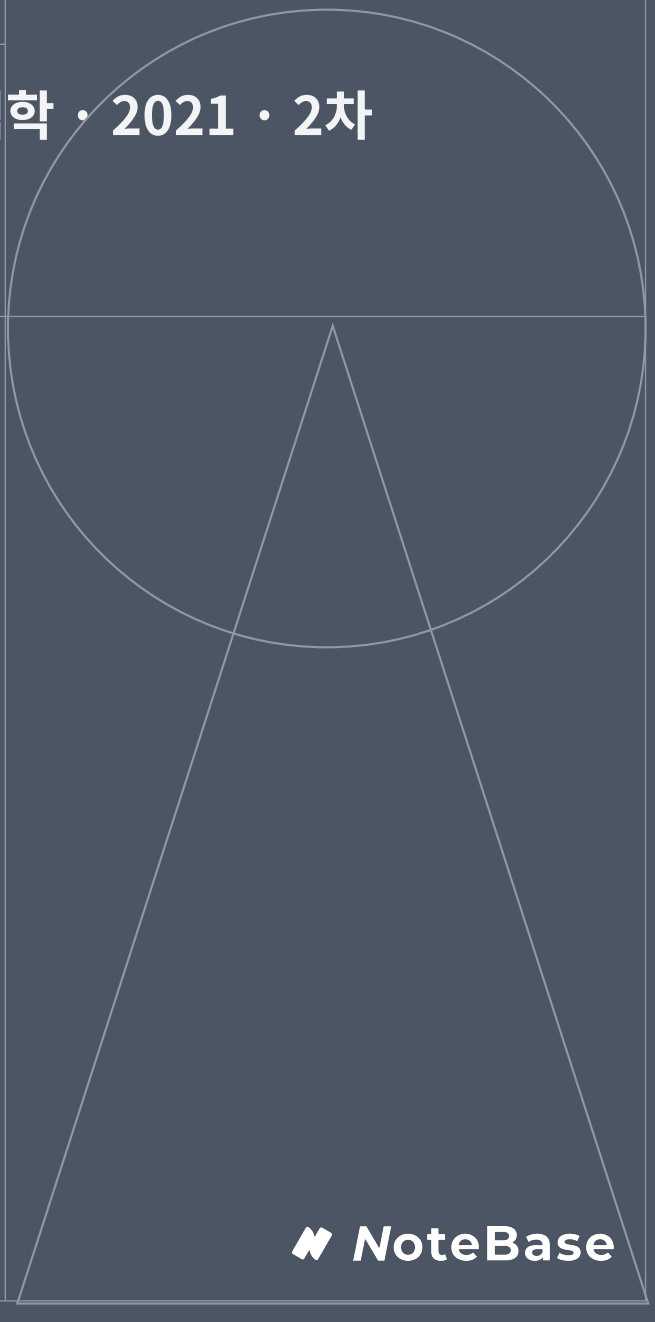
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2021 · 2차



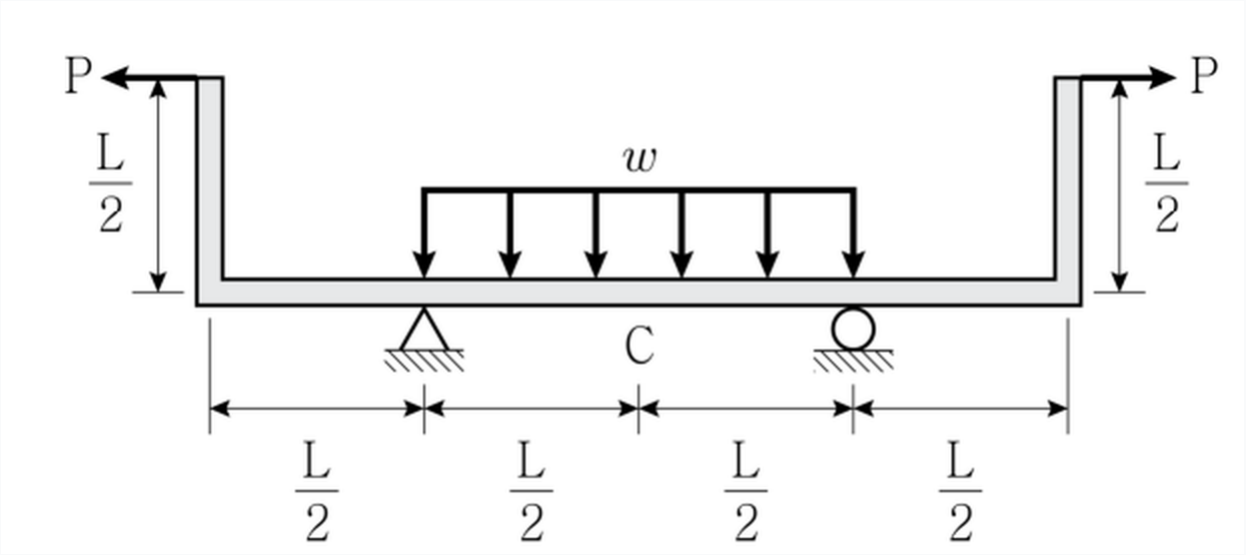
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2021 · 2차

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2021 · 2차

문 1. 그림과 같은 양단 내민보의 중앙 C에서 휨모멘트가 0이 되기 위한 하중 P의 크기가 C_1wL일 때, 상수 C_1은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\frac{1}{16}$

④ $\frac{1}{32}$

정답 1번

출제 포인트

보 끝단에 붙은 수직 강체 부재를 통해 수평력 P가 작용하는 구조를 편심하중(모멘트)으로 환산하는 능력과, 정정보(단순보+양쪽 내민보)의 반력 및 특정 단면(중앙 C)의 휨모멘트를 구하는 능력을 함께 묻는다. 등분포하중 w가 만드는 정모멘트와 양 끝의 편심모멘트가 만드는 부모멘트가 중앙 C에서 상쇄되는 조건을 찾는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

보의 전체 길이는 2L이다. 좌측 끝에서 L/2 되는 지점에 힌지지점(A), 그로부터 다시 L 떨어진 지점(우측 끝에서 L/2 되는 지점)에 롤러지점(B)이 있다. A와 B의 정중앙, 즉 좌측 끝에서 L 되는 지점이 C이며, C는 보 전체의 중앙점이기도 하다.
등분포하중 w는 A와 B 사이 구간(길이 L)에 작용하고, 그 중앙이 C이므로 C를 기준으로 좌우 대칭이다.
보의 양쪽 끝에는 높이 L/2인 수직 강체 부재가 위로 붙어 있고, 그 꼭대기에서 수평력 P가 작용한다(좌측은 왼쪽 방향, 우측은 오른쪽 방향으로 서로 반대 방향이나 보에 미치는 효과는 대칭이다). 구조물 자중은 무시한다.

사용할 공식

수평력 P가 보 축에서 L/2 만큼 떨어진 위치에 작용하면, 이는 보의 끝단에 크기 $M_0 = P \cdot \frac{L}{2}$ 인 집중모멘트가 작용하는 것과 정역학적으로 동일하다(수평력 자체는 보에 축력만 유발할 뿐 휨에는 기여하지 않는다).
전체 구조의 평형조건 $\sum F_y = 0, \sum M = 0$으로 지점반력을 구하고, 임의 단면의 휨모멘트는 그 단면 한쪽에 있는 모든 힘과 모멘트를 단면 위치에 대해 합산하여 구한다: M_C=Σ M_(한쪽).

계산 과정

1) 반력 계산
양쪽 끝의 수평력 P는 보에 수직하중을 만들지 않으므로 연직방향 평형은 등분포하중만 지배한다:
$R_A + R_B = wL$.
또한 양 끝의 편심모멘트 $M_0 = P \cdot \frac{L}{2}$는 좌우가 서로 반대 방향으로 작용하여 A점에 대한 모멘트평형식에서 두 값이 서로 상쇄된다. 등분포하중의 합력 wL은 C(중앙, A로부터 L/2)에 작용하므로, A에 대한 모멘트평형에서 $R_B \cdot L - wL \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{wL}{2}$, 따라서 $R_A = \frac{wL}{2}$이다(구조가 대칭이므로 당연한 결과).

2) 중앙 C에서의 휨모멘트
좌측 끝부터 C까지의 구간(길이 L)을 잘라 그 왼쪽 부분에 작용하는 모든 힘의 C에 대한 모멘트를 합산한다.
· 좌측 끝의 수평력 P는 보 축보다 L/2 높은 위치에서 작용하므로 C에 대한 모멘트는 $P \cdot \frac{L}{2}$이다(보를 들어 올리는 부모멘트 방향).
· 반력 $R_A = \frac{wL}{2}$는 C로부터 $\frac{L}{2}$ 떨어진 곳에서 위로 작용하므로 그 모멘트는 $\frac{wL}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{wL^2}{4}$이며 앞의 항과 반대 방향(정모멘트 방향)이다.
· 등분포하중은 A와 C 사이 구간(길이 L/2)에만 실려 있으므로 그 합력은 $w \cdot \frac{L}{2}$이고, 작용점은 A로부터 L/4, 즉 C로부터 $\frac{L}{4}$ 떨어진 곳이다. 이 모멘트는 $\frac{wL}{2} \cdot \frac{L}{4} = \frac{wL^2}{8}$이며 P의 모멘트와 같은 방향이다.
따라서 $M_C = P \cdot \frac{L}{2} - \frac{wL^2}{4} + \frac{wL^2}{8} = P \cdot \frac{L}{2} - \frac{wL^2}{8}$이다.

3) $M_C = 0$ 조건
$P \cdot \frac{L}{2} = \frac{wL^2}{8} \Rightarrow P = \frac{wL}{4}$
따라서 $C_1 = \frac{1}{4}$이다.

NoteBase

선지 판단

① 1/4 — 옳다. 계산 과정에서 구한 $C_1 = \frac{wL/4}{wL} = \frac{1}{4}$와 일치한다.
② 1/8 — 틀리다. $\frac{wL^2}{8}$을 P의 계수로 바로 오인하거나, 모멘트식에서 $\frac{L}{2}$를 곱하는 과정을 빠뜨리면 나오는 값이다 → 반드시 $P \cdot \frac{L}{2} = \frac{wL^2}{8}$을 풀어 P를 구해야 한다.
③ 1/16 — 틀리다. 등분포하중 구간을 A~C(L/2)가 아니라 전체 L로 잘못 잡거나 반력의 모멘트 항을 중복 계산하면 값이 작아져 이와 비슷한 오답이 나온다.
④ 1/32 — 틀리다. 반력을 wL/2가 아닌 wL/4 등으로 잘못 구하거나 모멘트 팔길이를 두 번 축소하는 이중 오류 시 나올 수 있는 값이다.

오답 포인트

수평력 P가 보 축이 아니라 L/2 위에서 작용한다는 점을 놓치고 P를 그냥 연직하중처럼 다루면 반력식 자체가 틀어진다. 또한 등분포하중이 A~B 전 구간(L)에 실려 있지만, C에서의 휨모멘트를 구할 때는 절단면 왼쪽(A~C, L/2 구간)에 실린 하중만 포함해야 하며 전체 wL을 그대로 쓰면 안 된다. 마지막으로 P의 모멘트 팔길이는 수평거리가 아니라 작용점의 높이(L/2)임을 혼동하지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

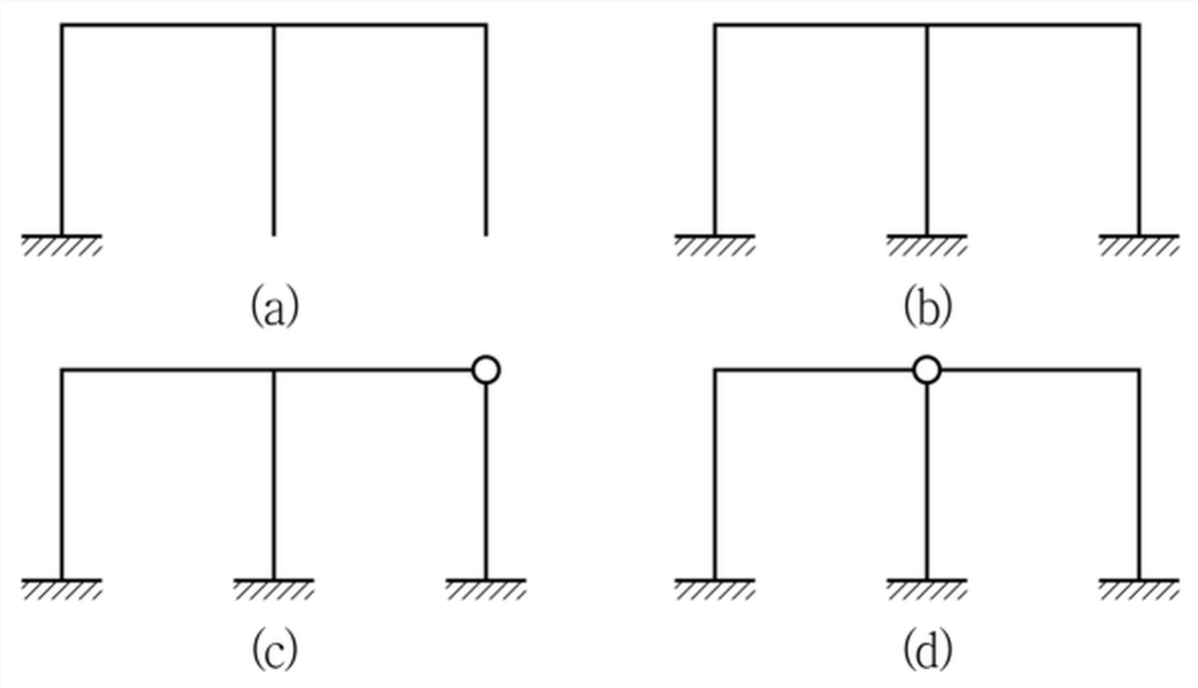
보 끝에 수직 강체 부재가 붙어 그 끝에서 수평력이 작용하는 그림을 보면, 그 힘을 곧바로 '보 끝단에 작용하는 집중모멘트 = 힘×부재 높이'로 치환한다. 이후에는 일반적인 정정보 반력 계산과 절단법에 의한 특정 단면 휨모멘트 계산 절차를 그대로 적용하고, 구하려는 단면(C) 한쪽에 있는 힘·모멘트만 모아 합산한다.

암기 포인트

수직 강체 부재 끝에 작용하는 수평력 = 보 축에서 부재 높이만큼 떨어진 편심하중 → 등가로 집중모멘트(힘×높이)로 치환. 절단법으로 특정 단면의 휨모멘트를 구할 때는 그 단면 한쪽의 힘만 사용하며, 분포하중은 절단면까지 걸친 구간만 포함시킨다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 4가지 라멘구조물의 부정정 차수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 라멘구조물 (a), (b), (c), (d)의 부정정 차수의 총합은 15이다.

② 라멘구조물 (a), (b), (c), (d) 중 부정정 차수가 0인 정정구조물은 없다.

③ 라멘구조물 (a), (b), (c), (d)의 부정정 차수가 큰 순서는 (b) > (c) > (d) > (a)이다.

④ 라멘구조물 (a), (b), (c), (d) 중 부정정 차수가 가장 큰 구조물과 가장 작은 구조물의 부정정 차수의 차는 6이다.

정답 2번

출제 포인트

네 가지 라멘구조물 (a)~(d)의 부정정 차수를 각각 구하고, 그 값들을 비교하는 문제이다. 핵심은 두 가지이다. 첫째, 부재가 바닥에 닿지 않고 자유단으로 끝나는 가지(캔틸레버 가지)는 폐합된 고리를 만들지 않으므로 부정정 차수에 전혀 기여하지 않는다는 점이다. 둘째, 내부힌지가 있을 때 그 힌지에서 몇 개의 부재가 만나는지에 따라 조건방정식(차수를 낮추는 양)이 달라진다는 점이다.

NoteBase

조건 정리

(a) 왼쪽 기둥만 바닥의 고정지점에 연결되고, 가운데 기둥과 오른쪽 기둥은 보에서 아래로 뻗어 있으나 바닥에 닿지 않는 자유단이다. 즉 지점은 왼쪽 1개소(고정지점, 반력 3개)뿐이고 힌지는 없다.
(b) 세 기둥이 모두 바닥의 고정지점에 연결되어 2경간의 폐합 라멘을 이룬다. 힌지는 없다.
(c) (b)와 같은 골조(세 기둥 모두 고정지점)이며, 오른쪽 상단 모서리(보와 오른쪽 기둥이 만나는 접합부)에 내부힌지가 하나 있다. 이 힌지에는 부재 2개(보와 기둥)만 모인다.
(d) (b)와 같은 골조(세 기둥 모두 고정지점)이며, 가운데 기둥 상단(왼쪽 보 구간, 오른쪽 보 구간, 가운데 기둥이 만나는 T자형 접합부)에 내부힌지가 하나 있다. 이 힌지에는 부재 3개가 모인다.

사용할 공식

부정정 차수는 $N = (3m + r) - 3n - c$로 구한다. 여기서 m은 부재수, r은 반력 성분의 수, n은 절점수, c는 조건방정식의 수이다. 힌지 하나에 부재 k개가 모이면 그 힌지가 제공하는 조건방정식은 $c = k - 1$이다. 이를 더 직관적으로 쓰면, 폐합된 사각형 고리 1개당 기본 부정정 차수는 3이고, 자유단으로 끝나는 가지는 폐합 고리를 만들지 않으므로 0을 더하며, 힌지가 있으면 그 힌지에서 만나는 부재수를 k라 할 때 차수를 $(k - 1)$만큼 낮춘다.

계산 과정

(a): 폐합 고리가 전혀 없고 지점은 고정지점 1개소(반력 3개)뿐이므로, 가지가 여러 개라도 전체 구조는 하나의 나무(tree) 형태이다. 나무 구조는 항상 정정이므로 $N_a = 0$이다.
(b): 세 기둥이 모두 고정지지되어 2경간 라멘이 되며, 이는 폐합 고리 2개에 해당하므로 $N_b = 3 \times 2 = 6$이다.
(c): (b)의 골조에서 힌지 1개(모이는 부재수 2개, 조건식 1개)가 추가되므로 $N_c = 6 - 1 = 5$이다.
(d): (b)의 골조에서 힌지 1개가 있으나 이 힌지에 부재 3개가 모이므로 조건식은 $3 - 1 = 2$개이다. 따라서 $N_d = 6 - 2 = 4$이다.
네 구조물의 부정정 차수를 모두 더하면 $0 + 6 + 5 + 4 = 15$이고, 크기순으로 나열하면 $N_b(6) > N_c(5) > N_d(4) > N_a(0)$이며, 최댓값과 최솟값의 차는 $6 - 0 = 6$이다.

선지 판단

① (a), (b), (c), (d)의 부정정 차수의 총합은 15이다 → O. $0 + 6 + 5 + 4 = 15$로 계산 결과와 일치한다.
② (a), (b), (c), (d) 중 부정정 차수가 0인 정정구조물은 없다 → X. (a)는 고정지점이 왼쪽 1개소뿐이고 나머지 두 기둥이 자유단으로 끝나는 나무 구조이므로 부정정 차수가 0인 정정구조물이다. 따라서 이 선지는 틀린 표현이다. 틀린 표현 → 올바른 표현: "부정정 차수가 0인 정정구조물은 없다" → "(a)가 부정정 차수 0인 정정구조물에 해당한다".
③ 부정정 차수가 큰 순서는 (b) > (c) > (d) > (a)이다 → O. $6 > 5 > 4 > 0$이므로 계산 결과와 일치한다.
④ 부정정 차수가 가장 큰 구조물과 가장 작은 구조물의 차는 6이다 → O. 가장 큰 값은 (b)의 6, 가장 작은 값은 (a)의 0이므로 차는 $6 - 0 = 6$이다.

NoteBase

오답 포인트

(a)를 볼 때 기둥이 세 개라서 (b)처럼 부정정 구조라고 단정하면 안 된다. 가운데 기둥과 오른쪽 기둥이 바닥에 닿지 않는 자유단이라는 점을 놓치면 폐합 고리가 있다고 착각해 부정정 차수를 과대평가하게 된다. 또한 (d)의 힌지에서는 부재 3개(좌측 보, 우측 보, 가운데 기둥)가 만나므로 조건식이 2개 생긴다는 점을 놓치고 힌지 1개당 무조건 1차씩만 낮춘다고 계산하면 (d)를 5로 잘못 산정하게 되고, 그 결과 ③의 크기 비교와 ①의 총합까지 연쇄적으로 틀리게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

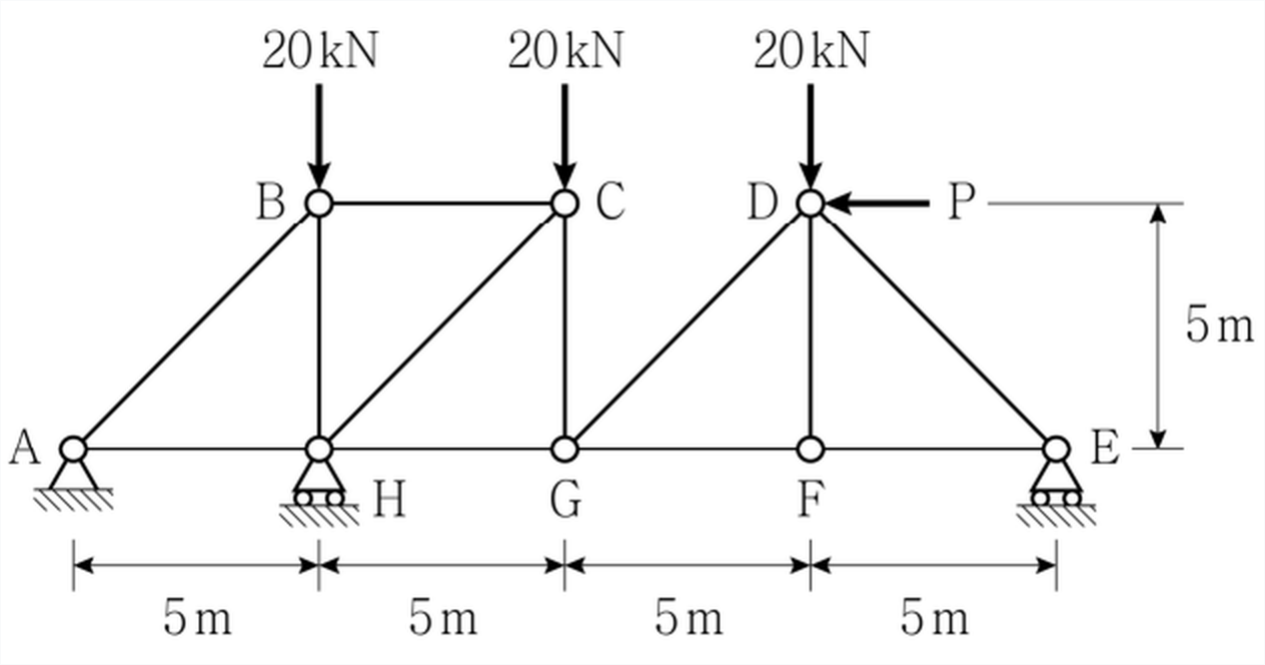
그림에서 각 부재의 양 끝이 해칭(고정지점)으로 바닥에 닿아 있는지, 아니면 허공에서 끝나는 자유단인지부터 확인한다. 그다음 폐합된 사각형 고리의 개수를 세어 그 수에 3을 곱하고, 내부힌지가 있으면 그 힌지에 모이는 부재수를 세어 (부재수-1)만큼 빼는 순서로 계산하면 실수를 줄일 수 있다.

암기 포인트

고정지점 1개소는 반력 3개를 제공한다. 폐합된 라멘 고리 1개는 기본적으로 부정정 차수 3을 가진다.
자유단으로 끝나는 가지(캔틸레버 부재)는 부정정 차수에 기여하지 않는다. 내부힌지에서 부재 k개가 만나면 조건방정식은 $k-1$개이며, 이는 부정정 차수를 그만큼 낮춘다.

NoteBase

문 3. 그림과 같은 트러스에서 지점 H와 E의 수직반력의 비 $\left(\frac{R_H}{R_E}\right)$가 18일 때, D점에 작용하는 수평하중 $P[kN]$는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 8

② 9

③ 10

④ 11

정답 3번

출제 포인트

이 트러스는 A(힌지)·H(롤러)·E(롤러) 세 개의 지점을 가지므로 미지 반력이 A_x, A_y, R_H, R_E 네 개이다. 그런데 전체 강체에 대한 평형식은 $\sum F_x = 0,\ \sum F_y = 0,\ \sum M = 0$ 세 개뿐이므로, 전체 평형식만으로는 R_H와 R_E를 각각 따로 구할 수 없다. 문제에서 두 반력의 비 $R_H/R_E = 18$을 직접 제시한 것은 바로 이 부족분을 채워 주기 위한 조건이며, 이를 이용해 D점의 수평하중 P를 역산하는 것이 출제 의도이다.

조건 정리

A점을 원점으로 좌표를 잡으면 하부현재 A(0,0), H(5,0), G(10,0), F(15,0), E(20,0)이고 상부 격점은 B(5,5), C(10,5), D(15,5)이다(격점 간격 5m, 트러스 높이 5m). B, C, D에는 각각 20kN의 연직 하향 하중이 작용하고, D에는 수평하중 P가 왼쪽 방향으로 작용한다. A는 힌지(반력 A_x, A_y), H와 E는 롤러(연직반력 R_H, R_E)이다.

NoteBase

사용할 공식

전체 구조물의 모멘트평형 $\sum M_A = 0$, 부재 절점법에 의한 절점 평형($\sum F_x = 0,\ \sum F_y = 0$), 그리고 주어진 조건 $\frac{R_H}{R_E} = 18$.

계산 과정

1) 전체 구조물에 대해 A점 모멘트평형을 세운다. 연직하중의 모멘트는 부재의 높이(y)와 무관하게 하중점의 수평거리(x)만으로 계산되고, 수평하중 P는 작용점의 높이(5m)만큼의 모멘트를 만든다.

$20 \times 5 + 20 \times 10 + 20 \times 15 = R_H \times 5 + R_E \times 20 + P \times 5$

정리하면

$R_H + 4R_E = 120 - P \quad \cdots(1)$

2) 반력이 4개이므로 (1)식 하나만으로는 R_H, R_E, P를 모두 확정할 수 없다. E점부터 절점법을 순서대로 적용한다(E → F → D → G). E점은 부재 F-E, D-E 두 개만 만나는 절점이라 미지수가 2개뿐이라 계산이 쉽다.

이렇게 F, D, G점까지 절점 평형을 차례로 적용하면, D점에서의 수평·연직 평형식으로부터

$2R_E + P = 20$

이 얻어지고, 정리하면

$R_E = 10 - \frac{P}{2} \quad \cdots(2)$

3) (2)를 (1)에 대입한다.

$R_H = 120 - P - 4\left(10 - \frac{P}{2}\right) = 80 + P \quad \cdots(3)$

4) 주어진 비 조건 $R_H/R_E = 18$에 (2), (3)을 대입한다.

$\frac{80 + P}{10 - \frac{P}{2}} = 18$

$80 + P = 18\left(10 - \frac{P}{2}\right) = 180 - 9P$

$10P = 100 \Rightarrow P = 10$

따라서 $P = 10\text{kN}$이다.

선지 판단

① 8 → $P = 8$을 대입하면 $R_H = 88,\ R_E = 6$이 되어 비가 88/6 ≈ 14.7로 18이 되지 않으므로 틀렸다(X).

② 9 → $P = 9$이면 $R_H = 89,\ R_E = 5.5$, 비가 89/5.5 ≈ 16.2로 18이 되지 않으므로 틀렸다(X).

③ 10 → $P = 10$이면 $R_H = 90,\ R_E = 5$, 비가 90/5 = 18로 조건을 정확히 만족하므로 옳다(O).

④ 11 → $P = 11$이면 $R_H = 91,\ R_E = 4.5$, 비가 91/4.5 ≈ 20.2로 18을 넘어서므로 틀렸다(X).

NoteBase

오답 포인트

이 문제는 힌지 1개와 롤러 2개로 반력이 4개가 되어 전체 평형식 3개만으로는 반력을 다 구할 수 없는 구조라는 점을 놓치기 쉽다. 모멘트평형식 하나만 세우고 비율 조건과 바로 연립하면 미지수가 하나 더 남아 P를 확정할 수 없으므로, 절점법으로 R_E(또는 R_H)를 P에 대한 식으로 별도로 얻어내는 과정이 반드시 필요하다. 이 과정을 생략하고 감으로 답을 고르면 틀리기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

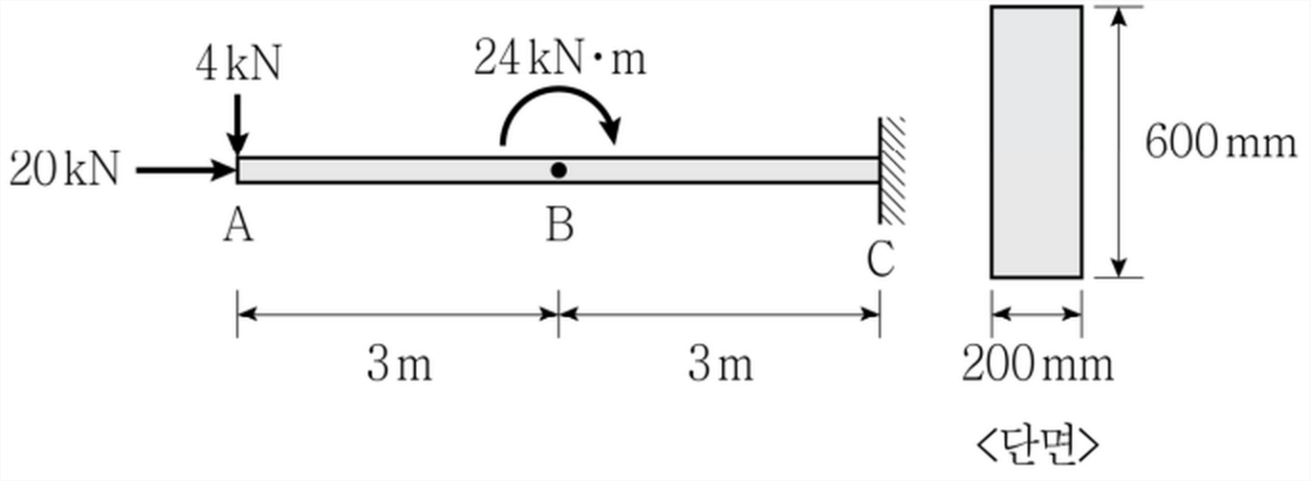
지점 수가 늘어나(힌지+롤러 2개 이상) 반력 미지수가 3개를 넘으면, 전체 모멘트평형식 하나와 함께 절점법(미지 부재 수가 가장 적은 절점부터 시작)으로 반력 하나를 하중의 식으로 표현해 두고, 이후 문제에서 주어진 비율·조건식과 연립해서 미지하중을 구하는 순서로 접근한다.

암기 포인트

힌지 1개+롤러 2개인 트러스는 반력이 4개인데 평형식은 3개뿐이라 부족분 1개가 생기므로, 이런 경우 절점법(또는 조건식)을 함께 써야 한다는 것과, 모멘트평형에서 연직하중의 모멘트는 작용 높이와 무관하게 수평거리만으로 계산된다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase

문 4. 그림과 같이 폭 200mm, 높이 600mm의 직사각형 단면을 가지는 캔틸레버보에 집중하중과 휨모멘트 하중이 작용하고 있다. 캔틸레버보에서 발생되는 최대전단응력(τ_{max})과 최대압축응력(σ_{max})의 크기[MPa]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① τ_{max}: $\frac{1}{20}$, σ_{max}: $\frac{1}{3}$

② τ_{max}: $\frac{1}{20}$, σ_{max}: $\frac{7}{6}$

③ τ_{max}: $\frac{1}{30}$, σ_{max}: $\frac{1}{3}$

④ τ_{max}: $\frac{1}{30}$, σ_{max}: $\frac{7}{6}$

정답 2번

출제 포인트

캔틸레버보에 수평(축)하중, 연직 집중하중, 집중모멘트가 동시에 작용할 때 단면에 생기는 전단응력과 휨응력(축응력 포함)을 각각 구해 합성하는 문제이다. 전단응력은 연직하중만으로 결정되고, 압축응력은 축하중에 의한 응력과 휨모멘트에 의한 응력을 같은 면에서 더해 구한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

캔틸레버보는 C점에서 고정되고 A점이 자유단이다. A점에 수평하중 20 kN(보 축방향, 압축을 일으키는 방향)과 연직하중 4 kN(하향)이 작용하고, A에서 3 m 떨어진 B점에 집중모멘트 24 kN·m가 작용한다. B에서 C까지 다시 3 m이다. 단면은 폭 $b = 200\ \text{mm} = 0.2\ \text{m}$, 높이 $h = 600\ \text{mm} = 0.6\ \text{m}$인 직사각형이다.

사용할 공식

단면적 $A = bh$, 단면 2차모멘트 $I = \frac{bh^3}{12}$, 단면계수 $Z = \frac{I}{h/2}$. 직사각형 단면의 최대전단응력은 $\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{A}$이다. 축응력은 $\sigma_N = \frac{N}{A}$, 휨응력은 $\sigma_M = \frac{M}{Z}$이며, 압축측 응력은 두 응력을 같은 방향(압축)으로 합산한다.

NoteBase

계산 과정

단면 성질: $A = 0.2 \times 0.6 = 0.12\ \text{m}^2$, $I = \frac{0.2 \times 0.6^3}{12} = 0.0036\ \text{m}^4$, $Z = \frac{0.0036}{0.3} = 0.012\ \text{m}^3$.

전단력: 보에 작용하는 연직하중은 A점의 4 kN뿐이고 분포하중이 없으므로 전 구간에서 전단력은 일정하게 $V = 4$ kN이다. 따라서 $\tau_{\max} = \frac{3}{2} \times \frac{4{,}000}{0.12} = 50{,}000\ \text{Pa} = 0.05\ \text{MPa} = \frac{1}{20}\ \text{MPa}$.

휨모멘트: A를 원점으로 A-B 구간(0~3 m)에서는 4 kN 하중만 작용하므로 $M(x) = -4x$이고, $x = 3$ m(B 직전)에서 $M = -12$ kN·m이다. B점에서 집중모멘트 24 kN·m가 작용하면 모멘트선도가 그 자리에서 24 kN·m만큼 도약하여, B-C 구간(3~6 m)에서는 $M(x) = -4x + 24$가 된다. B 직후(x=3+)에서 $M = -12 + 24 = 12$ kN·m이고, C점(x=6)에서는 $M = -24 + 24 = 0$이 된다. 따라서 전 구간에서 휨모멘트의 절댓값이 가장 큰 곳은 B점이며, 그 크기는 $|M|_{\max} = 12$ kN·m이다.

휨응력(극단 섬유): $\sigma_M = \frac{12{,}000}{0.012} = 1{,}000{,}000\ \text{Pa} = 1\ \text{MPa}$.

축응력: 수평하중 20 kN은 보를 축방향으로 누르는 하중이므로 전 구간에서 압축 축응력이 일정하게 작용한다. $\sigma_N = \frac{20{,}000}{0.12} = 166{,}667\ \text{Pa} \approx \frac{1}{6}\ \text{MPa}$.

B점 직후 단면에서 모멘트 부호가 양(+)으로 바뀌면서 상연이 압축을 받는 쪽과 축하중의 압축 방향이 같은 면에서 겹치므로, 그 면의 압축응력은 $\sigma_{\max} = 1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$ MPa이 된다(반대쪽 면은 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ MPa의 인장이 되어 압축응력보다 작다).

선지 판단

① $\tau_{\max} = 1/20$은 맞지만 $\sigma_{\max} = 1/3$은 휨응력을 반영하지 않은 값이므로 틀렸다 → 축응력과 최대 휨응력(B점, 12 kN·m)을 합산해야 한다.
② $\tau_{\max} = 1/20$ MPa, $\sigma_{\max} = 7/6$ MPa 모두 계산 결과와 일치한다.
③ $\tau_{\max} = 1/30$은 전단응력 계수(3/2)를 적용하지 않았거나 하중을 잘못 대입한 값으로 틀렸다.
④ $\tau_{\max} = 1/30$이 틀렸고, $\sigma_{\max} = 7/6$만 맞는 조합이므로 틀렸다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 두 가지이다. 첫째, 최대휨모멘트를 고정단(C점)에서 찾는 것인데, 집중모멘트가 작용한 B점에서 모멘트선도가 도약하기 때문에 실제 최대 절댓값은 B점 직후의 12 kN·m이고 C점에서는 오히려 0으로 상쇄된다. 둘째, 최대압축응력을 구할 때 축응력(수평 20 kN에 의한 압축)을 빠뜨리고 휨응력만 계산하는 것인데, 이 문제는 반드시 같은 면에서 두 응력을 더해야 7/6 MPa이 나온다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

집중모멘트가 작용하는 구간형 캔틸레버보 문제는 먼저 전단력선도를 그려 하중점 위치별 전단력 크기를 확인하고, 다음으로 모멘트선도를 구간별로 그려 집중모멘트가 작용하는 지점에서 값이 도약한다는 사실을 놓치지 않아야 한다. 축하중이 함께 주어지면 반드시 축응력과 휨응력을 같은 극단 섬유 기준으로 부호를 맞춰 합산해 최대 압축응력을 구한다.

암기 포인트

직사각형 단면 최대전단응력 $\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$, 축응력 $\sigma_N = \frac{N}{A}$, 휨응력 $\sigma_M = \frac{M}{Z}$, 단면계수 $Z = \frac{bh^2}{6}$. 집중모멘트가 작용하는 지점에서는 모멘트선도가 그 크기만큼 도약한다.

NoteBase

문 5. 스프링에 힘이 0에서 P까지 서서히 작용하여 δ만큼 길이가 늘어났다. 이 상태에서 추가 하중 Q가 작용하여 스프링이 추가로 δ만큼 늘어났다면, P가 0에서부터 추가 하중 Q가 작용한 최종 단계까지 수행한 전체 일의 크기는? (단, 스프링은 선형탄성 거동을 한다)

① $\frac{P\delta}{2}$

② $P\delta$

③ $\frac{3P\delta}{2}$

④ $2P\delta$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 스프링(선형탄성 부재)에 하중이 작용할 때 힘이 한 일을 구하는 문제이지만, 묻는 대상이 '전체 일'이 아니라 '하중 P가 수행한 일'이라는 점이 핵심이다. 하중이 0에서부터 서서히 증가하며 변형을 일으키는 구간에서는 일이 (힘×변위)/2 이지만, 이미 일정한 크기로 작용 중인 하중이 다른 하중 때문에 추가 변위만 발생하는 구간에서는 일이 (그 일정한 힘)×(추가 변위)로 계산된다는 것을 구분해야 한다.

조건 정리

1단계: 힘이 0에서 P까지 서서히(선형으로) 증가하며 스프링이 δ만큼 늘어난다. 2단계: P는 P로 유지된 채, 추가 하중 Q가 0에서부터 서서히 작용하여 스프링이 추가로 δ만큼 더 늘어난다(전체 변형은 2δ). 스프링은 선형탄성이므로 스프링 상수 k는 전 구간에서 일정하고, 1단계 결과로부터 $k = \frac{P}{\delta}$이다. 구하는 값은 '하중 P가 처음부터 최종 단계까지 수행한 일'이다.

사용할 공식

힘이 0에서 어떤 값까지 서서히(선형으로) 증가하면서 그 힘 자신의 작용점이 변위를 일으킬 때, 그 힘이 한 일은 $W = \frac{1}{2}F\Delta$이다(힘과 변위가 함께 비례해서 커지므로 평균력 개념). 반면 힘이 이미 고정된 크기 F_0로 작용 중인 상태에서, 다른 원인으로 인해 그 작용점에 추가 변위 Δ'이 발생하면, 그 힘이 하는 일은 $W = F_0\Delta'$이다(힘의 크기가 이미 상수이므로 평균을 취하지 않는다).

계산 과정

1단계(하중 P가 0에서 P까지 서서히 증가, 변위 0에서 δ): P 자신이 한 일은 $W_1 = \frac{1}{2}P\delta$이다.
2단계(P는 P로 고정, Q가 0에서 Q까지 서서히 증가하여 스프링이 추가로 δ만큼 더 늘어남): 이 단계에서 P는 이미 일정한 크기 P로 작용 중이므로, P가 하는 일은 (일정한 힘)×(추가 변위)로 계산되어 $W_2 = P\delta$이다(절반을 취하지 않는다 — 절반을 취하는 것은 힘 자신이 0에서부터 함께 커질 때만 해당).
P가 전체 과정에서 수행한 일의 합은 $W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2}P\delta + P\delta = \frac{3}{2}P\delta$이다.

NoteBase

선지 판단

① Pδ/2 → X. 이는 1단계에서 P가 한 일 W_1만 계산한 값이며, 2단계에서 P가 추가로 한 일 $P\delta$를 빠뜨렸다.
② Pδ → X. 스프링 전체(변형 2δ, 최종 하중 2P 상당)에 대해 절반 공식을 잘못 적용하거나, 다른 조합으로 계산한 값으로 P만이 수행한 일과 일치하지 않는다.
③ 3Pδ/2 → O. 1단계에서 P 자신이 한 일 $\frac{1}{2}P\delta$와, 2단계에서 이미 고정된 크기 P가 추가 변위 δ에 대해 한 일 $P\delta$를 더한 값과 정확히 일치한다.
④ 2Pδ → X. 이는 전체 하중(P와 Q를 합한 힘)이 전체 변형(2δ)에 대해 수행한 총 외력의 일(스프링에 저장된 전체 변형에너지)에 해당하는 값이며, P만 따로 떼어 계산한 일이 아니다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 '전체 하중-전체 변위'에 무조건 1/2을 곱해 Pδ나 2Pδ 같은 값을 답으로 고르는 것이다. 이 문제의 핵심은 P라는 특정 하중이 수행한 일만 골라내는 것이며, P가 스스로 커지는 구간(1단계)과 P가 이미 고정된 채 다른 하중 때문에 변위만 늘어나는 구간(2단계)을 구분해서 각각 계산한 뒤 더해야 한다. 2단계에서 1/2을 또 곱하면 안 된다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

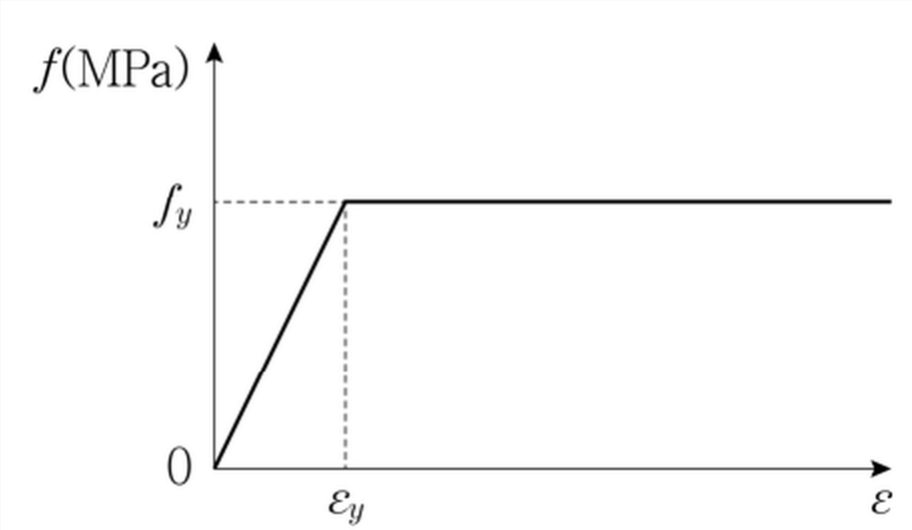
여러 하중이 순차적으로 작용하는 문제에서 특정 하중 하나가 한 일을 물으면, 그 하중이 스스로 0에서부터 커지는 구간과, 이미 고정된 채 다른 하중 때문에 추가 변위가 생기는 구간을 나눈다. 전자는 (그 힘)×(그 구간 변위)/2, 후자는 (그 힘의 고정값)×(추가 변위)로 각각 구해 합산한다.

암기 포인트

힘이 스스로 0에서부터 늘어나며 변위를 만들 때의 일 = (힘×변위)/2. 힘이 이미 일정한 크기로 고정된 상태에서 다른 원인으로 추가 변위만 생길 때의 일 = (고정된 힘)×(추가 변위), 절반을 곱하지 않는다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 완전 탄소성 응력 변형률 곡선을 갖는 길이 2m인 강봉에 인장력이 서서히 작용하여 10mm만큼 늘어난 후 하중이 제거된 경우에 영구적으로 늘어난 길이[mm]는? (단, 강봉의 항복강도 $f_y = 300\text{MPa}$이고 탄성계수 $E = 200\text{GPa}$이다)



① 7

② 8

③ 9

④ 10

정답 1번

출제 포인트

완전 탄소성(elastic-perfectly plastic) 재료가 항복 이후까지 인장되었다가 하중이 제거될 때, 전체 늘어난 길이 중 탄성 회복분과 영구(소성) 변형분을 구분해 내는 문제이다. 하중 제거 시 재료는 항복점에서의 응력을 유지한 채로 탄성계수 기울기(E)를 따라 원점 방향으로 되돌아가므로, 영구 늘어난 길이 = 전체 늘어난 길이 − 탄성 회복 길이로 계산한다.

조건 정리

강봉 길이 $L = 2\ \text{m} = 2000\ \text{mm}$, 전체 늘어난 길이 $\delta = 10\ \text{mm}$, 항복강도 $f_y = 300\ \text{MPa}$, 탄성계수 $E = 200\ \text{GPa} = 200{,}000\ \text{MPa}$. 강봉은 완전 탄소성 거동을 하므로 변형률이 항복 변형률 ε_y를 넘어서면 응력은 더 이상 증가하지 않고 f_y로 일정하게 유지된다.

NoteBase

사용할 공식

항복 변형률 $\varepsilon_y = \frac{f_y}{E}$, 하중 제거 시 탄성 회복량은 제거 직전 응력(완전 탄소성이므로 f_y)에 대응하는 탄성 변형만큼 되돌아가므로 $\delta_{elastic} = \varepsilon_y \times L$이다. 영구 늘어난 길이는 $\delta_{permanent} = \delta - \delta_{elastic}$로 구한다.

계산 과정

항복 변형률은 $\varepsilon_y = \frac{f_y}{E} = \frac{300}{200{,}000} = 0.0015$이다. 이때 탄성 한계까지의 늘음량은 $\delta_{elastic} = \varepsilon_y \times L = 0.0015 \times 2000 = 3$ mm이다. 강봉은 항복 이후 응력이 f_y로 고정된 채 변형만 진행되어 총 10 mm까지 늘어났으므로, 하중을 제거하면 응력이 f_y에서 0으로 선형(기울기 E)으로 내려가면서 3 mm만큼 탄성적으로 되돌아간다. 따라서 영구적으로 늘어난 길이는 $\delta_{permanent} = 10 - 3 = 7$ mm이다.

선지 판단

① 7: 전체 늘음량 10 mm에서 탄성 회복량 3 mm를 뺀 값과 일치하므로 옳다.
② 8: 탄성 회복량을 2 mm로 잘못 계산했을 때 나오는 값으로, 옳지 않다.
③ 9: 탄성 회복량을 1 mm로 과소평가했을 때 나오는 값으로, 옳지 않다.
④ 10: 하중 제거 시 탄성 회복이 전혀 없다고(전량 영구변형이라고) 잘못 본 경우의 값으로, 옳지 않다.

오답 포인트

완전 탄소성 재료는 항복 이후에도 변형이 진행되는 동안 응력이 f_y로 일정하다는 점을 놓치면 탄성 회복량을 잘못 계산하기 쉽다. 하중 제거 시 되돌아가는 탄성 변형은 항복 변형률 $\varepsilon_y = f_y/E$에 해당하는 만큼이지, 최종 변형률에 대응하는 응력이나 임의의 값이 아니라는 점을 혼동하지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

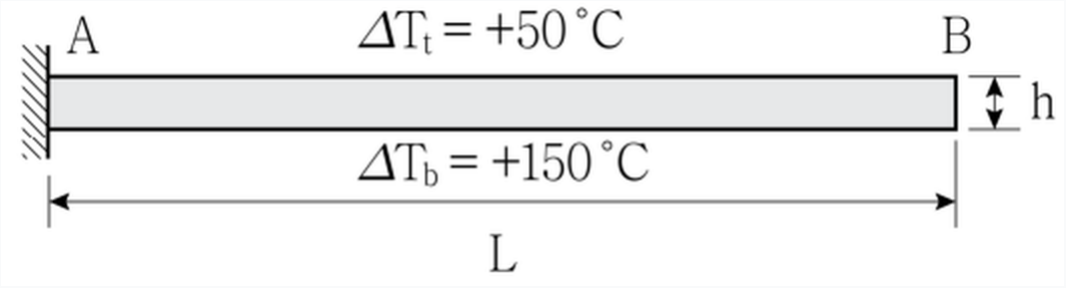
완전 탄소성 응력-변형률 그래프 문제는 항상 두 단계로 나눈다. 먼저 항복 변형률 $\varepsilon_y = f_y/E$를 구하고, 이를 부재 길이에 곱해 탄성 회복 가능한 최대 늘음량을 구한다. 그다음 전체 늘음량에서 이 값을 빼면 영구 변형량이 된다. 하중 제거선은 항상 원래의 탄성 기울기(E)와 평행하다는 사실을 기준으로 그림을 해석한다.

암기 포인트

영구 변형 = 전체 변형 − (항복강도/탄성계수) × 부재길이. 하중 제거 시 되돌아가는 길은 처음 탄성구간과 같은 기울기(E)를 따른다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 캔틸레버보에서 상·하부 온도증가가 발생할 때 B점에서의 수직 변위는? (단, 부재의 열팽창계수는 α, 보 상부의 온도증가 ΔT_t는 $+50\,^\circ$C, 보 하부의 온도증가 ΔT_b는 $+150\,^\circ$C이고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{50\alpha L^2}{h}$
② $\frac{100\alpha L^2}{h}$
③ $\frac{50\alpha L}{h}$
④ $\frac{100\alpha L}{h}$

정답 1번

출제 포인트

캔틸레버보 단면의 상부와 하부에 서로 다른 온도증가가 발생할 때, 이 온도차가 만드는 곡률(휨) 개념을 이용해 자유단(B점)의 수직 처짐을 구하는 문제이다. 부재 전체에 걸쳐 균일한 하중(자중)은 없고 오직 온도차만 작용한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

A점 고정단, B점 자유단인 캔틸레버보이며 길이는 L, 단면 높이는 h이다. 보 상부의 온도증가 $\Delta T_t = +50\,^\circ$C, 보 하부의 온도증가 $\Delta T_b = +150\,^\circ$C로 하부가 상부보다 더 많이 팽창하려는 상태이며, 부재의 열팽창계수는 α이고 구조물의 자중은 무시한다.

사용할 공식

단면 상하부의 온도차는 단면에 일정한 곡률을 유발한다. 단위길이당 곡률은 $\kappa = \frac{\alpha(\Delta T_b - \Delta T_t)}{h}$이며, 이 곡률이 부재 길이 방향으로 일정하게 유지되므로 캔틸레버 자유단의 수직 처짐은 등곡률보의 처짐 공식 $\delta_B = \frac{\kappa L^2}{2}$로 구한다(이때 자유단 회전각은 $\theta_B = \kappa L$이다).

계산 과정

온도차를 먼저 구하면 $\Delta T_b - \Delta T_t = 150 - 50 = 100\,^\circ$C이다. 이를 곡률 공식에 대입하면 $\kappa = \frac{\alpha \times 100}{h} = \frac{100\alpha}{h}$이고, 이 곡률을 처짐 공식에 대입하면 $\delta_B = \frac{\kappa L^2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{100\alpha}{h} \times L^2 = \frac{50\alpha L^2}{h}$가 된다.

NoteBase

선지 판단

① $50\alpha L^2/h$: O, 계산 과정의 결과와 정확히 일치한다.
② $100\alpha L^2/h$: X, 곡률 $\kappa = 100\alpha/h$까지는 맞게 구했더라도 처짐 공식의 1/2 계수를 빠뜨리고 κL^2을 그대로 처짐으로 쓴 값이다. $100\alpha L^2/h \rightarrow 50\alpha L^2/h$로 고쳐야 한다.
③ $50\alpha L/h$: X, 처짐은 길이의 제곱(L^2)에 비례해야 하는데 L만 사용해 차원이 맞지 않는 값이다. $50\alpha L/h \rightarrow 50\alpha L^2/h$로 고쳐야 한다.
④ $100\alpha L/h$: X, ②의 계수 누락과 ③의 차원 오류가 함께 나타난 값이다. $100\alpha L/h \rightarrow 50\alpha L^2/h$로 고쳐야 한다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 온도차에 의한 곡률 $\kappa = \alpha(\Delta T_b - \Delta T_t)/h$까지만 구하고, 이를 캔틸레버 자유단 처짐으로 그대로 사용해버리는 것이다(② $100\alpha L^2/h$). 곡률은 회전각의 변화율일 뿐이므로, 자유단 처짐을 구하려면 반드시 $L^2/2$를 곱하는 적분 과정을 한 번 더 거쳐야 한다. 또한 처짐량이 L이 아닌 L^2에 비례한다는 점을 놓치면 ③, ④와 같은 차원이 틀린 값을 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

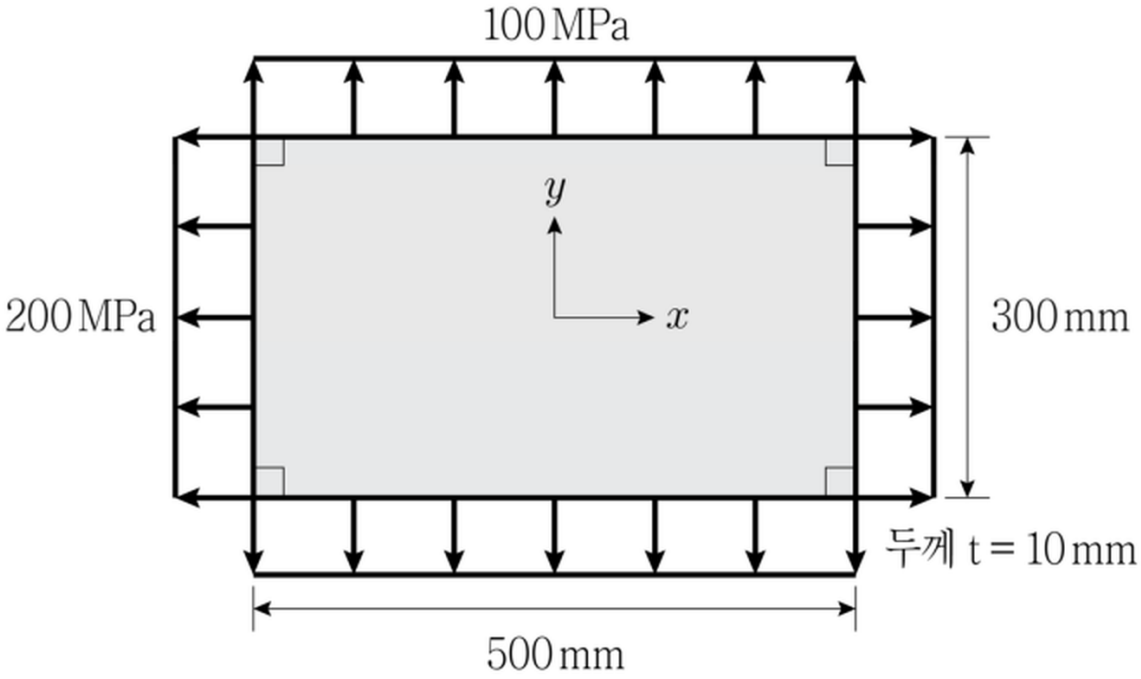
보 상하부에 서로 다른 온도증가가 주어지면, 먼저 두 온도차 $\Delta T_b - \Delta T_t$를 구해 곡률 $\kappa = \alpha(\Delta T_b - \Delta T_t)/h$를 계산한다. 이 곡률이 부재 전체에서 일정하므로, 캔틸레버 자유단의 회전각은 $\theta = \kappa L$, 수직 처짐은 $\delta = \kappa L^2/2$라는 두 단계를 순서대로 적용하면 실수 없이 답을 구할 수 있다.

암기 포인트

온도차에 의한 곡률: $\kappa = \frac{\alpha(\Delta T_b - \Delta T_t)}{h}$. 캔틸레버 자유단의 회전각과 처짐: $\theta_B = \kappa L$, $\delta_B = \frac{\kappa L^2}{2}$.

NoteBase

문 8. 그림과 같은 직사각형 판에 x축 방향으로는 200MPa의 인장응력이, y축 방향으로는 100MPa의 인장응력이 각각 작용할 때, 판 두께 방향의 길이변화량[mm]은? (단, 판 두께는 10mm이고, 재료의 탄성계수(E)는 200GPa, 포아송비(ν)는 0.3이며, 균질등방성 재료이다)



① -0.003

② -0.0045

③ -0.006

④ -0.0075

정답 2번

출제 포인트

2축(이축) 인장응력이 작용하는 평판에서 하중이 작용하지 않는 두께 방향(z방향)의 변형률과 실제 길이변화량(치수변화량)을 구분해서 계산할 수 있는지 묻는 문제이다. 판의 두 면에는 응력이 작용하지만 두께 방향으로는 외력이 없으므로 σz = 0인 평면응력 상태이고, 이때도 포아송 효과에 의해 두께 방향으로 변형이 발생한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

x축 방향 인장응력 $\sigma_x = 200$ MPa, y축 방향 인장응력 $\sigma_y = 100$ MPa, 두께 방향 응력 $\sigma_z = 0$(자유표면이므로 하중 없음). 탄성계수 $E = 200$ GPa $= 200{,}000$ MPa, 포아송비 $\nu = 0.3$, 판 두께 $t = 10$ mm. 구하는 값은 두께 방향의 변형률이 아니라 실제 길이변화량(=변형률 × 두께)이다.

NoteBase

사용할 공식

3축(일반화된 후크의 법칙)에서 z방향 변형률은 $\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$ 이며, 이 문제에서는 $\sigma_z = 0$이므로 $\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$ 로 간단해진다. 실제 두께 방향 길이변화량은 $\delta_z = \varepsilon_z \times t$ 로 구한다.

계산 과정

먼저 두께 방향 변형률을 구하면 $\varepsilon_z = -\frac{0.3}{200{,}000}(200 + 100) = -\frac{0.3 \times 300}{200{,}000} = -\frac{90}{200{,}000} = -0.00045$ 이다. 이는 무차원 변형률이므로 실제 두께 방향 길이변화량을 구하려면 원래 두께 10 mm를 곱해야 한다. $\delta_z = \varepsilon_z \times t = (-0.00045) \times 10\ \text{mm} = -0.0045\ \text{mm}$ 따라서 두께 방향의 길이변화량은 -0.0045 mm 이며, 음(-)의 부호는 두께가 얇아지는(수축하는) 방향임을 의미한다.

선지 판단

① -0.003 → X, 두께 10 mm를 곱하지 않고 다른 하중조합(예: σx만 고려하거나 두께를 잘못 적용)으로 계산했을 때 나오는 값으로 옳지 않다.
② -0.0045 → O, εz = -0.00045에 두께 10 mm를 곱한 값과 정확히 일치한다.
③ -0.006 → X, ν=0.3 대신 다른 계수를 곱하거나 σx+σy를 다르게 조합했을 때 나올 수 있는 값으로 옳지 않다.
④ -0.0075 → X, (σx+σy)를 500 MPa로 잘못 더하거나 다른 산술 오류가 있을 때 나오는 값으로 옳지 않다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 두께 방향 변형률 εz = -0.00045를 그대로 답으로 착각하는 것인데, 문제가 요구하는 값은 변형률이 아니라 '길이변화량[mm]'이므로 반드시 두께 10 mm를 곱해 실제 치수변화량으로 환산해야 한다. 또한 σz = 0이라는 점을 놓치고 두께 방향에도 응력이 있다고 오해하거나, x·y 두 응력을 부호나 크기에서 혼동해 합산을 잘못하면 다른 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

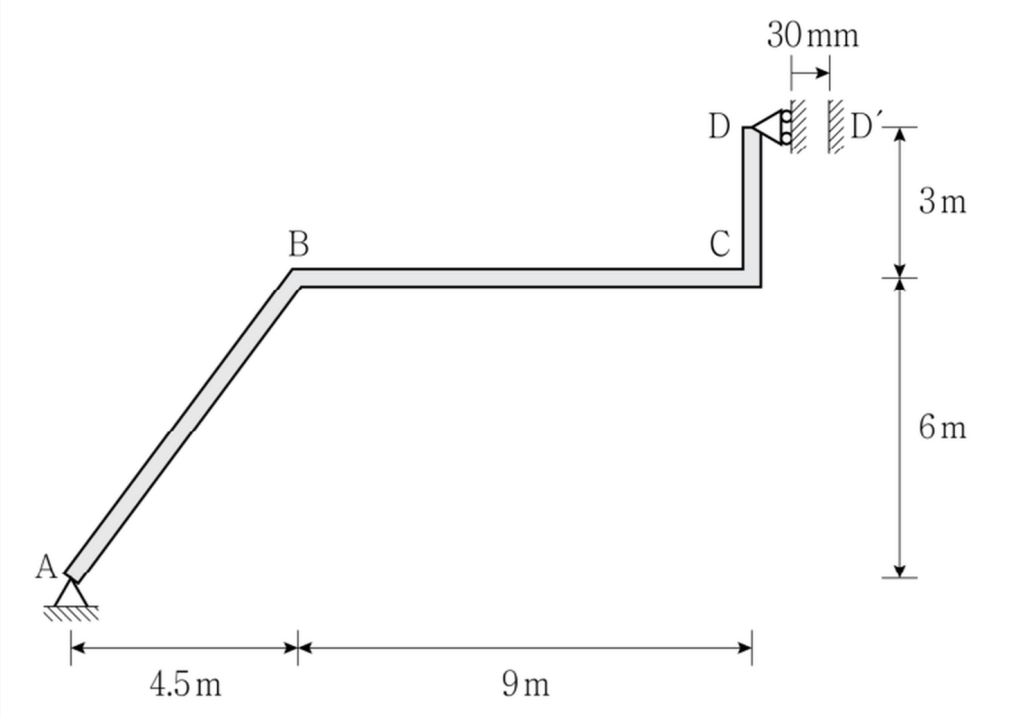
평면응력 문제에서 하중이 작용하지 않는 방향(대개 두께 방향)의 변형을 물으면, 그 방향의 응력은 0이지만 포아송 효과로 인해 다른 두 방향 응력의 합에 비례해 수축(또는 팽창)이 일어난다는 점을 먼저 떠올린다. 계산은 항상 변형률(εz)을 먼저 구하고, 문제가 '변화량[mm]'을 물으면 마지막에 반드시 원래 길이(여기서는 두께)를 곱해 단위가 있는 실제 치수변화량으로 바꾼다.

암기 포인트

평면응력 상태(σz=0)의 두께 방향 변형률 공식 $\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$을 암기해 둔다. 두 인장응력이 작용하면 두께 방향은 항상 수축(음수)하고, 변형률에 원래 치수(두께, 길이 등)를 곱해야 비로소 '변화량'이 된다는 점을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 9. 그림과 같은 강체 구조물의 지점 D가 원래 위치에서 오른쪽으로 30mm만큼 수평 이동할 때, B점의 수직처짐[mm]은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 5

② 10

③ 15

④ 20

정답 3번

출제 포인트

구조물 전체가 하나의 강체(rigid body)이고 지지점 하나가 미소 변위를 일으켰을 때, 그 강체가 다른 고정점을 중심으로 미소 회전한다는 것을 이용해 임의의 점의 변위를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

A는 핀지지이므로 수평·수직 이동은 구속되고 회전만 가능하다. D는 벽면에 기대어 있는 지지로, 벽과 나란한 방향(연직방향)으로는 자유롭게 미끄러지지만 벽에 수직한 방향(수평방향)으로는 구속된다. 구조물은 하나의 강체이므로 D쪽 벽체가 오른쪽으로 30 mm 이동하면, 구조물 전체가 고정점 A를 중심으로 미소 각도만큼 회전하게 된다. A를 원점으로 두면 각 점의 위치는 대략 A(0, 0), B(수평 4.5 m, 높이 6 m), C(수평 13.5 m, 높이 6 m), D(수평 13.5 m, 높이 9 m)이다.

NoteBase

사용할 공식

강체가 고정점 A를 중심으로 미소각 θ만큼 회전할 때, 임의의 점 P의 수평변위는 θ에 A에서 P까지의 연직거리를 곱한 값이고, 수직변위는 θ에 A에서 P까지의 수평거리를 곱한 값이다. 즉 $u_x = \theta \cdot h,\ u_y = \theta \cdot l$이다(여기서 h, l은 각각 A로부터의 연직거리, 수평거리).

계산 과정

D점은 A로부터 연직거리 9 m 떨어져 있고, 수평변위가 30 mm이므로 회전각은 $\theta = \frac{30\text{mm}}{9\text{m}} = \frac{30}{9000} = \frac{1}{300}$이다.
B점은 A로부터 수평거리 4.5 m 떨어져 있으므로 B점의 수직처짐은
$u_y = \theta \cdot l = \frac{1}{300} \times 4.5\text{m} = \frac{1}{300} \times 4500\text{mm} = 15\text{mm}$이다.

선지 판단

① 5 — 계산된 15 mm와 맞지 않으므로 틀린 값이다.
② 10 — 계산된 15 mm와 맞지 않으므로 틀린 값이다.
③ 15 — 회전각과 A-B 수평거리로 구한 값과 정확히 일치하므로 옳다.
④ 20 — 계산된 15 mm와 맞지 않으므로 틀린 값이다.

오답 포인트

D점의 수평변위 30 mm를 그대로 B점에 적용하는 오류를 주의해야 한다. 회전각을 구할 때 쓰는 거리는 '변위 방향에 수직한 거리'이다: 수평변위이면 연직거리(A-D 사이 9 m)를, 수직변위를 구할 때는 수평거리(A-B 사이 4.5 m)를 사용해야 한다. 이 두 거리를 서로 바꿔 쓰면 답이 틀어진다.

다시 나오면 이렇게 판단

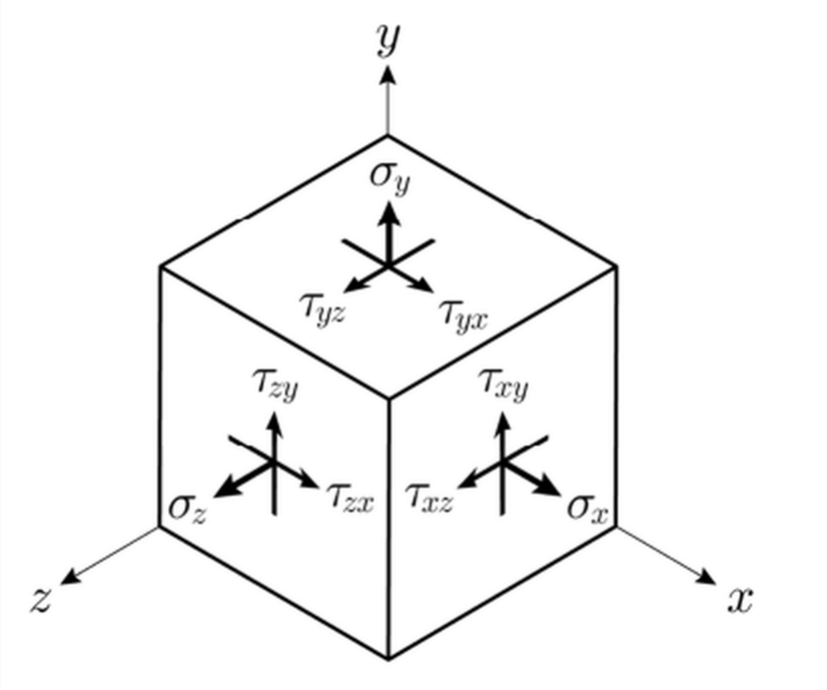
강체 구조물에서 한 지지점의 변위(또는 지지 조건의 이동)가 주어지고 다른 점의 변위를 구하라는 문제는, 먼저 이동이 구속된 고정점(핀지지)을 회전 중심으로 잡아 그 점을 기준으로 회전각 θ를 구한 뒤, 원하는 점의 좌표(수평·수직거리)에 θ를 곱해 변위를 구하는 순서로 접근한다.

암기 포인트

핀지지는 이동은 완전히 구속하고 회전만 허용한다. 벽면에 기댄 지지(롤러형)는 벽에 나란한 방향의 이동은 허용하고 벽에 수직한 방향만 구속한다. 강체가 고정점을 중심으로 미소각 θ만큼 회전할 때 점의 수평변위=θ×연직거리, 수직변위=θ×수평거리이다.

NoteBase

문 10. 그림과 같은 3차원 응력 요소에서, 축이 새로운 위치로 회전할 경우 그 값이 변하는 것은? (단, 그림에는 좌표축의 양의 면에 작용하는 응력만 표시되었고, 반대방향 응력은 음의 면에 작용한다)



① $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

② $\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2$

③ $\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$

④ $\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$

정답 2번

출제 포인트

축을 회전시켜도 값이 변하지 않는 응력의 불변량(invariant)을 알고 있는지 묻는 문제이다. 3차원 응력 상태를 표현하는 응력 텐서는 좌표축을 어떻게 잡아도 그 텐서로부터 계산되는 특정 조합값(불변량)은 항상 같은 값을 유지하는데, 선지에 제시된 네 조합 중 이 불변량에 해당하지 않는 하나를 골라내야 한다.

조건 정리

그림의 정육면체 요소에는 x, y, z축의 양의 면에 작용하는 수직응력 σ_x, σ_y, σ_z와 전단응력 τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}(및 짝인 τ_{yx}, τ_{zx}, τ_{zy})가 표시되어 있다. 축이 새로운 방향으로 회전하면 각 성분의 값 자체는 변하지만, 응력 텐서의 불변량으로 알려진 세 조합(제1, 제2, 제3 불변량)은 회전 전후로 동일한 값을 유지한다.

NoteBase

사용할 공식

3차원 응력 텐서의 세 가지 불변량은 다음과 같다.
제1불변량 $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$
제2불변량 $I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$
제3불변량(응력텐서의 행렬식) $I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$
이 세 값은 좌표축 회전에 관계없이 항상 일정하다.

계산 과정

선지 ①은 $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$로 제1불변량 I_1과 정확히 일치하므로 회전해도 변하지 않는다. 선지 ③은 $\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$로 제2불변량 I_2와 일치하므로 변하지 않는다. 선지 ④는 $\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$로 제3불변량 I_3와 일치하므로 역시 변하지 않는다. 반면 선지 ②의 $\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2$는 세 불변량 어디에도 그대로 대응하지 않는 임의의 조합이며, 전단응력 성분만 따로 제곱해 더한 값이다. 축을 회전시키면 수직응력 성분과 전단응력 성분이 서로 뒤섞이며 각 성분의 값이 바뀌므로, 전단응력만 뽑아 만든 이 조합은 회전 전후로 값이 달라진다.

선지 판단

① $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ — 제1불변량과 동일하여 회전해도 값이 변하지 않는다. 정답 아님.
② $\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2$ — 어떤 불변량 공식에도 해당하지 않는 임의 조합으로, 축 회전에 따라 값이 변한다. 정답.
③ $\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$ — 제2불변량과 동일하여 회전해도 값이 변하지 않는다. 정답 아님.
④ $\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$ — 제3불변량과 동일하여 회전해도 값이 변하지 않는다. 정답 아님.

오답 포인트

①③④는 각각 제1, 제2, 제3 응력불변량 공식과 정확히 형태가 일치한다는 것을 알아채지 못하면 셋 다 낯설게 느껴져 헷갈리기 쉽다. 반대로 ②는 언뜻 전단응력들을 제곱해 더한 모습이 그럴듯해 보이지만 불변량 공식에는 존재하지 않는 조합이라는 점을 놓치면 안 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

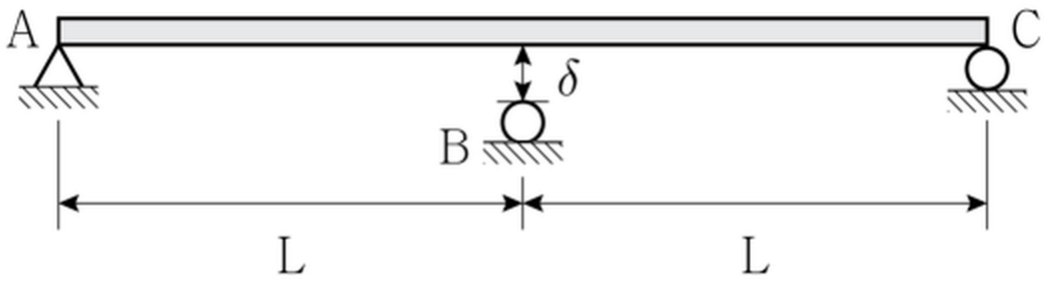
선지에 응력 성분들의 조합식이 여러 개 나오면 먼저 제1, 제2, 제3 응력불변량 공식 세 가지를 각각 떠올려 하나씩 대조한다. 세 불변량 공식과 형태가 일치하는 선지는 회전해도 변하지 않는 값이고, 어느 공식과도 맞지 않는 나머지 하나가 회전에 따라 변하는 값이다.

암기 포인트

응력 불변량 3형제: $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$, $I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$,
$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$는 축을 아무리 회전시켜도 값이 그대로 유지된다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 지점 B에 δ만큼의 침하가 발생한 2경간 연속보가 있다. 침하로 단순화된 보의 전 지간에 작용하는 등분포하중 w에 의해 지점 B에 $\frac{wL}{2}$의 수직반력이 생겼다면, 침하량 δ의 크기는? (단, 보의 휨강성 EI는 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{wL^4}{8EI}$
② $\frac{wL^4}{24EI}$
③ $\frac{wL^4}{48EI}$
④ $\frac{64wL^4}{384EI}$

정답 1번

출제 포인트

부정정 연속보에서 여력법(변형일치법)을 이용해 지점 반력과 지점 침하량 사이의 관계를 구하는 문제이다. 지점 B를 여력(중복)으로 놓고, B지점을 제거한 단순보(지간 $2L$)에서 등분포하중에 의한 처짐과 여력 반력에 의한 처짐을 중첩하여 실제 침하량 δ를 구하는 능력을 확인한다.

조건 정리

A와 C를 지점으로 하는 지간 $2L$의 단순보를 1차 부정정 구조물의 기본구조물(primary structure)로 잡고, B지점 반력 R_B를 여력으로 둔다. 등분포하중 w가 전 지간($2L$)에 작용하고, B는 보의 정중앙(A로부터 L, C로부터 L)에 위치한다. 문제에서 이미 $R_B = \frac{wL}{2}$로 주어졌으므로, 변형일치 조건식에 이 값을 대입하여 침하량 δ를 역산하면 된다.

사용할 공식

단순보(지간 l) 중앙에 등분포하중 w가 작용할 때 중앙처짐: $\delta_{udl} = \frac{5wl^4}{384EI}$. 단순보(지간 l) 중앙에 집중하중 P가 작용할 때 중앙처짐: $\delta_P = \frac{Pl^3}{48EI}$. 변형일치 조건(B지점이 δ만큼 침하): $\delta_{udl} - R_B \cdot \frac{(2L)^3}{48EI} = \delta$.

NoteBase

계산 과정

기본구조물은 지간 $2L$의 단순보이므로, 전 지간 등분포하중에 의한 B점(중앙) 처짐은 $\delta_{udl} = \frac{5w(2L)^4}{384EI} = \frac{80wL^4}{384EI} = \frac{5wL^4}{24EI}$이다. 여력 $R_B = \frac{wL}{2}$가 B점(중앙)에 위로 작용할 때 그 점의 처짐은 $\delta_{R_B} = \frac{R_B(2L)^3}{48EI} = \frac{\frac{wL}{2} \cdot 8L^3}{48EI} = \frac{4wL^4}{48EI} = \frac{wL^4}{12EI}$이다. 실제 B점은 δ만큼 아래로 내려가 있으므로 변형일치 조건은 $\delta = \delta_{udl} - \delta_{R_B}$이다. 따라서 $\delta = \frac{5wL^4}{24EI} - \frac{wL^4}{12EI} = \frac{5wL^4}{24EI} - \frac{2wL^4}{24EI} = \frac{3wL^4}{24EI} = \frac{wL^4}{8EI}$이다.

선지 판단

① $\frac{wL^4}{8EI}$: 위 계산 과정과 정확히 일치하므로 옳다.
② $\frac{wL^4}{24EI}$: 등분포하중에 의한 처짐 $\frac{5wL^4}{24EI}$의 계수 5를 빠뜨리고 단순히 $\frac{wL^4}{24EI}$로 잘못 계산한 값이므로 틀리다.
③ $\frac{wL^4}{48EI}$: 여력에 의한 처짐 성분만 남기고 등분포하중에 의한 처짐 성분을 빠뜨린 채 부호와 계수를 혼동한 값으로 틀리다.
④ $\frac{64wL^4}{384EI}$: 지간 $2L$이 아닌 지간 L에 대한 등분포하중 중앙처짐 공식($\frac{5wL^4}{384EI}$) 형태에서 분자 계수를 5가 아닌 64로 잘못 대입해 만든 값으로, 여력에 의한 처짐 성분을 전혀 반영하지 않았으므로 틀리다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 지간을 L로 착각해 등분포하중 처짐 공식에 L을 대입하는 것이다. 기본구조물은 B지점을 제거한 A-C 사이 지간 $2L$의 단순보이므로, 처짐 공식의 l 자리에 반드시 $2L$을 대입해야 한다. 또한 등분포하중에 의한 처짐(아래 방향)과 여력 반력에 의한 처짐(위 방향)의 부호를 반대로 놓아 두 항을 더해버리면 답이 크게 달라지므로, 침하량 δ는 두 처짐의 차로 구해야 한다는 점에 유의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

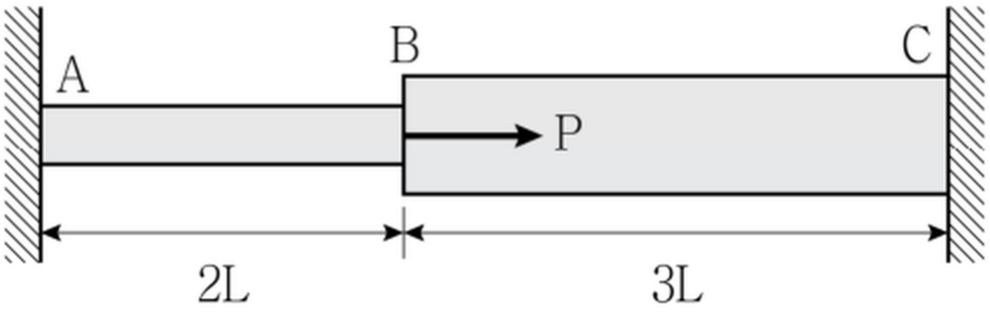
지점 침하가 있는 부정정 연속보 문제는 항상 침하가 발생한 지점의 반력을 여력으로 잡고, 그 지점을 제거한 단순보를 기본구조물로 삼는다. 이후 (1) 실제 하중에 의한 기본구조물의 처짐, (2) 여력(단위 또는 실제 반력)에 의한 기본구조물의 처짐을 각각 구한 뒤, 침하량 δ는 두 처짐의 차로 놓고 변형일치식을 세운다. 반력이 먼저 주어지면 이 식에 반력값을 그대로 대입해 δ를 구하면 된다.

암기 포인트

단순보 중앙처짐 공식 두 가지를 정확히 기억해 둔다: 전 지간 등분포하중 $\delta = \frac{5wl^4}{384EI}$, 중앙 집중하중 $\delta = \frac{Pl^3}{48EI}$. 2경간 연속보에서 중간지점을 여력으로 잡을 때 기본구조물의 지간은 항상 두 경간의 합인 $2L$이 된다는 점, 그리고 침하량은 (하중에 의한 처짐)-(반력에 의한 처짐)이라는 부호 관계를 함께 암기해 둔다.

NoteBase

문 12. 그림과 같이 완전 탄소성 거동을 하고, 압축 및 인장 항복강도가 f_y인 양단 고정보의 단면 변화 부분에 축하중 P가 작용할 경우, 극한하중(P_u)의 크기는? (단, 부재 AB와 BC의 단면적은 각각 a와 $2a$이며, 구조물의 좌굴 및 자중은 무시한다)



① af_y

② $2af_y$

③ $3af_y$

④ $5af_y$

정답 3번

출제 포인트

완전 탄소성(elastic-perfectly plastic) 재료로 이루어진 부정정 축부재의 극한하중을 구하는 문제이다. 양단이 고정된 부재는 AB(길이 $2L$, 단면적 a)와 BC(길이 $3L$, 단면적 $2a$)로 이루어지고, 두 부재가 만나는 B점에 축하중 P가 작용한다. 이 구조는 1차 부정정이라 탄성 상태에서는 AB와 BC의 분담력이 강성비(면적과 길이)에 따라 달라지지만, 하중이 계속 증가하면 완전 탄소성 재료의 특성상 먼저 항복한 부재는 힘이 더 늘지 않고 일정하게 유지된 채 나머지 부재가 추가 하중을 모두 떠안는 소성 재분배가 일어난다. 결국 하중이 극한하중에 이르면 두 부재 모두 항복강도에 도달하므로, 극한하중은 두 부재의 항복력의 합으로 정해진다.

조건 정리

AB 구간: 길이 $2L$, 단면적 a, 항복강도 f_y. BC 구간: 길이 $3L$, 단면적 $2a$, 항복강도 f_y. 하중 P는 B점에 작용하며 C방향(오른쪽)을 향한다. 양단 A, C는 고정지점(변위 0)이다. 좌굴과 자중은 무시한다.

NoteBase

사용할 공식

부재의 항복(소성) 축력은 단면적과 항복강도의 곱으로 정해진다: F_y = (단면적) × f_y. 완전 탄소성 부정정 구조에서 하중이 극한하중에 도달하면 관련된 모든 부재가 동시에 항복 상태에 놓이는 소성 붕괴 메커니즘이 형성되며, B점에서의 힘의 평형으로부터 극한하중 P_u는 각 부재의 항복력의 합으로 결정된다:
$P_u = F_{AB,y} + F_{BC,y}$.

계산 과정

AB 부재의 항복 축력: $F_{AB,y} = af_y$.
BC 부재의 항복 축력: $F_{BC,y} = 2af_y$.
하중이 점점 증가하면 두 부재 중 강성이 작은(단면적이 작은) AB 부재가 먼저 항복하여 축력이 af_y로 고정되고, 이후 추가되는 하중은 모두 BC 부재가 부담하며 BC 부재의 축력도 결국 항복강도 $2af_y$에 도달한다. 이 시점에서 두 부재 모두 항복 상태이므로 더 이상 하중을 추가로 지지할 수 없는 극한 상태(소성 붕괴)에 이른다. B점에서의 힘의 평형(작용하는 P는 두 부재가 양쪽에서 당기는 항복력의 합과 같아진다)으로부터,
$P_u = F_{AB,y} + F_{BC,y} = af_y + 2af_y = 3af_y$

선지 판단

① af_y — X, AB 부재 한 개의 항복력에 불과하며 BC 부재의 항복력을 포함하지 않는다.
② $2af_y$ — X, BC 부재 한 개의 항복력에 불과하며 AB 부재의 항복력을 포함하지 않는다.
③ $3af_y$ — O, 극한하중은 두 부재가 모두 항복했을 때의 축력의 합인 $af_y + 2af_y = 3af_y$이다.
④ $5af_y$ — X, 두 부재의 단면적을 단순히 더한 값($a + 2a = 3a$)에 오히려 잘못된 가중(예를 들어 면적을 중복 반영하는 계산 착오)을 준 값으로, 실제 극한하중과 일치하지 않는다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 탄성 해석처럼 강성비(면적과 길이)로 하중을 분배해 하나의 부재 힘만 구하고 끝내는 것이다(①, ②). 완전 탄소성 부정정 구조의 극한하중은 탄성 분배가 아니라 모든 부재가 항복에 도달하는 소성 붕괴 조건에서 정해지므로, 항복력들을 단순히 더해야 한다. 또한 단면적이 다른 두 부재의 길이($2L$, $3L$)는 극한하중 계산에는 영향을 주지 않는다는 점도 헷갈리기 쉽다(길이는 탄성 변위·강성 계산에만 관여한다).

다시 나오면 이렇게 판단

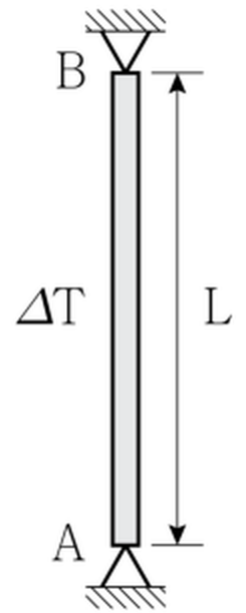
완전 탄소성(elastic-perfectly plastic) 부정정 축부재 문제를 보면, 먼저 몇 개의 부재가 하중점에 연결되어 있는지 확인하고, 극한하중은 그 부재들의 항복력(단면적×항복강도)의 합으로 계산한다고 판단한다. 길이는 극한하중 계산에 쓰이지 않으므로 무시하고 단면적에만 집중한다.

암기 포인트

부정정 축부재의 극한하중 = 관련된 모든 부재의 항복력의 합 = Σ (단면적 × f_y). 탄성 해석의 힘 분배와 극한(소성) 해석의 힘 분배는 다르다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 13. 그림과 같은 양단 힌지기둥이 오일러 좌굴하중에 의해 좌굴이 발생되도록 하는 온도 증가량 ΔT는? (단, α는 열팽창계수, EI는 휨강성, a는 기둥의 단면적이고, 보의 자중은 무시한다)



① $\frac{\alpha a L}{\pi^2 EI}$
② $\frac{\pi^2 EI}{\alpha a L}$
③ $\frac{\pi^2 I}{\alpha a L^2}$
④ $\frac{\alpha a L^2}{\pi^2 I}$

정답 3번

출제 포인트

양단 힌지 기둥이 온도 상승으로 인해 축방향으로 팽창하려 하지만 양쪽이 힌지로 구속되어 있어 팽창이 저지되면서 압축 부재력(열응력에 의한 축력)이 발생한다는 점, 그리고 이 부재력이 오일러 좌굴하중과 같아지는 순간의 온도 증가량 ΔT를 구하는 문제이다. 즉 열에 의한 축력식과 오일러 좌굴하중식 두 개를 연립하는 것이 핵심이다.

조건 정리

기둥은 양단 힌지(핀-핀) 지지이므로 유효좌굴길이는 L 그대로이다. 단면적은 a, 휨강성은 EI(탄성계수 E와 단면 2차모멘트 I의 곱), 열팽창계수는 α이다. 온도가 ΔT만큼 오르면 자유로운 상태에서 생기는 변형률은 αΔT이지만, 양단이 힌지로 고정되어 신장이 전혀 허용되지 않으므로 이 변형률에 대응하는 압축 부재력이 기둥 내부에 발생한다.

NoteBase

사용할 공식

열에 의한 축력: $N = Ea\alpha\Delta T$ (자유신장을 억제하는 데 필요한 힘 = 단면적×탄성계수×열변형률)
오일러 좌굴하중(양단 힌지, 유효길이 L): $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$
좌굴이 발생하는 순간은 열에 의한 축력이 오일러 좌굴하중과 같아지는 순간이므로 $N = P_{cr}$로 놓고 ΔT에 대해 정리한다.

계산 과정

$Ea\alpha\Delta T = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

양변을 Ea로 나누면

$\Delta T = \frac{\pi^2 EI}{L^2 \cdot Ea} = \frac{\pi^2 I}{\alpha a L^2}$

탄성계수 E가 좌변과 우변에서 약분되어 사라지므로, 최종 ΔT 식에는 E가 남지 않고 I, a, α, L만 남는다.

선지 판단

① αaL / (π^2EI) → X. 좌굴하중식과 열축력식을 잘못 연립하여 분자·분모가 뒤바뀐 형태이고 단위상으로도 온도 차원이 나오지 않는다.
② π^2EI / (αaL) → X. E가 약분되지 않고 그대로 남아 있고 L의 차수도 맞지 않아 온도(무차원 또는 온도차원) 결과가 나올 수 없다.
③ π^2I / (αaL^2) → O. E aαΔT = π^2EI/L^2에서 E를 약분하고 정리하면 정확히 이 식이 된다.
④ αaL^2 / (π^2I) → X. ③의 역수 형태로, 등식을 정리할 때 분자·분모를 바꿔 놓은 오류이다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 열에 의한 축력식 $N = Ea\alpha\Delta T$와 오일러 좌굴하중식 $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$을 등호로 놓은 뒤 E를 약분하지 않고 그대로 남겨 ②처럼 답하는 것이다. 또한 등식을 ΔT에 대해 정리하는 과정에서 분자·분모를 뒤바꿔 ①이나 ④로 계산을 마치는 경우도 많다. E는 반드시 양변에서 소거되어야 하고, 최종 답에는 E가 나타나지 않는다는 점을 기억해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

온도(또는 구속에 의한 축력)와 좌굴을 연결하는 문제는 항상 두 단계로 접근한다. 1단계로 구속된 부재에 온도 변화가 생겼을 때의 축력 $N = Ea\alpha\Delta T$를 세우고, 2단계로 지지조건에 맞는 오일러 좌굴하중식(양단 힌지면 $\pi^2 EI/L^2$, 다른 지지조건이면 유효길이 kL을 사용)을 세운 뒤 두 식을 등치시켜 미지수(여기서는 ΔT)에 대해 정리한다. 정리 후 E가 소거되는지 반드시 확인한다.

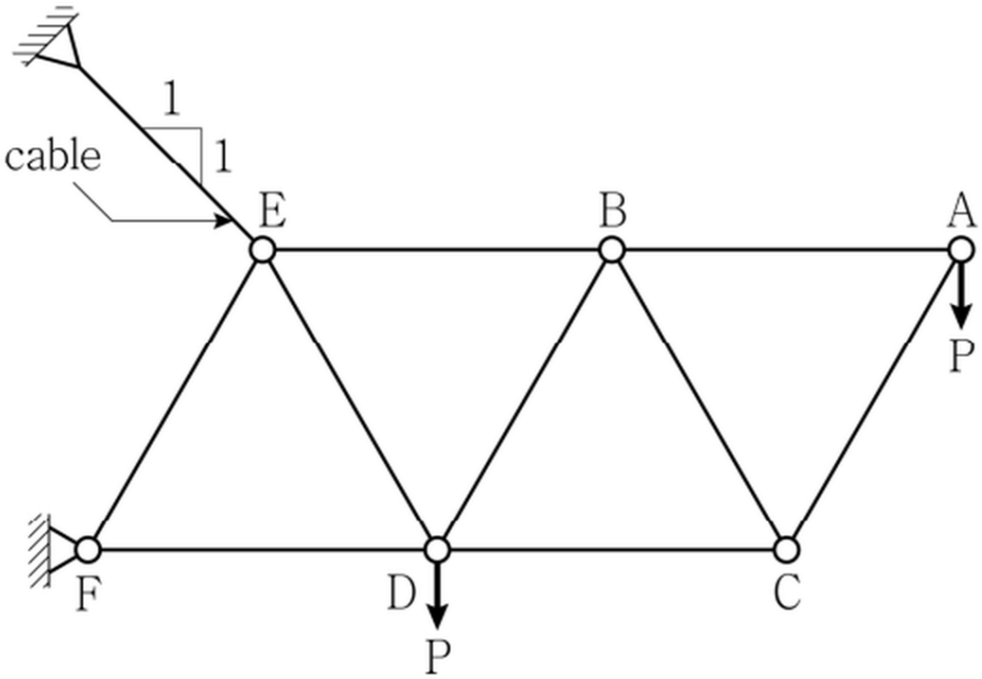
NoteBase

암기 포인트

열에 의한 구속 축력: $N = Ea\alpha\Delta T$. 오일러 좌굴하중(양단 힌지): $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$. 두 식을 연립하면 $\Delta T = \frac{\pi^2 I}{\alpha a L^2}$로 E가 사라진다는 것을 결과값 형태로 기억해 둔다.

NoteBase

문 14. 그림과 같이 하중 P가 작용하는 평면 트러스 구조물에서 부재 AB의 부재력은? (단, 모든 트러스 부재의 길이는 같고, 자중은 무시한다)



① $\frac{P}{\sqrt{3}}$ (인장)
② $\frac{P}{\sqrt{3}}$ (압축)
③ $\frac{2}{\sqrt{3}}P$ (인장)
④ $\frac{2}{\sqrt{3}}P$ (압축)

정답 1번

출제 포인트

모든 부재의 길이가 같은 평면 트러스이므로 상현재-하현재-사재가 이루는 삼각형은 모두 정삼각형(60°)이 된다. 이 문제는 부재 AB에 대해 절점법(method of joints)을 적용하되, 절점 A에는 부재가 AB(수평 상현재)와 CA(사재) 두 개만 모이므로 절점 A 하나만 떼어내 힘의 평형을 세우면 바로 답이 나오는 구조임을 알아채는 것이 핵심이다.

조건 정리

모든 트러스 부재의 길이는 동일하다. 절점 A에는 하향 하중 P가 작용하고, 절점 A에 모이는 부재는 수평 상현재 AB와 경사 사재 CA 두 개뿐이다. 부재 길이가 모두 같으므로 사재 CA는 수평선(부재 AB 방향)과 60°를 이룬다.

NoteBase

사용할 공식

절점 A의 힘의 평형: $\sum F_y = 0,\ \sum F_x = 0$. 사재 CA가 수평과 이루는 각을 $\theta = 60\,^\circ$라 하면, 연직방향 평형에서 $F_{CA}\sin\theta = P$, 수평방향 평형에서 $F_{AB} = F_{CA}\cos\theta$.

계산 과정

절점 A만 분리하여 생각한다. 하향 하중 P를 받치는 것은 사재 CA의 연직성분뿐이므로,
$F_{CA}\sin 60\,^\circ = P \Rightarrow F_{CA} = \frac{P}{\sin 60\,^\circ} = \frac{2P}{\sqrt{3}}$
이때 사재 CA는 절점 A를 위로 밀어 하중을 지지해야 하므로 압축력이다.
다음으로 수평방향 평형에서 상현재 AB는 사재 CA의 수평성분과 균형을 이루어야 한다.
$F_{AB} = F_{CA}\cos 60\,^\circ = \frac{2P}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{P}{\sqrt{3}}$
이때 AB는 절점 A를 절점 B 쪽으로 당기는 방향으로 작용해야 균형이 맞으므로 인장력이다.

선지 판단

① P/√3(인장) — 절점 A의 평형 계산 결과와 일치한다(O)
② P/√3(압축) — 크기는 맞지만 부호(인장/압축)가 반대로 되어 있다(X) → 압축 → 인장
③ 2P/√3(인장) — 이 값은 사재 CA의 힘의 크기이며 AB의 힘이 아니다. 부호도 반대이다(X) → 2P/√3(인장) → P/√3(압축이 아닌 인장, 크기도 다름)
④ 2P/√3(압축) — 이 값 역시 사재 CA의 압축력 크기이지 부재 AB의 힘이 아니다(X) → 2P/√3(압축) → P/√3(인장)

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 부재 AB의 힘과 사재 CA의 힘을 혼동하는 것이다. 절점 A에서 실제로 하중 P를 직접 지지하는 것은 연직성분을 가진 사재 CA이고, 그 크기는 2P/√3(압축)이다. 반면 상현재 AB는 사재의 수평성분과 평형을 이루는 역할만 하므로 그 값은 cos60°=1/2배가 곱해진 P/√3이 된다. 두 부재의 힘의 크기를 서로 바꿔 답하지 않도록 주의해야 한다. 또한 인장과 압축을 반대로 판정하는 실수도 잦은데, 하중을 떠받치는 사재는 압축, 이를 수평으로 잡아주는 상현재는 인장이라는 방향성을 힘의 평형식에서 직접 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

부재 수가 같은 삼각형(등변)으로 이루어진 트러스에서 끝단 절점에 하중과 두 부재만 모여 있다면, 굳이 전체 반력이나 다른 절점을 먼저 구할 필요 없이 그 절점 하나만 떼어 평형식 두 개를 세우면 바로 답이 나온다. 사재가 수평과 이루는 각이 60°(정삼각형 트러스의 경우)라는 점을 기억해 sin60°, cos60° 값을 즉시 대입할 수 있어야 한다.

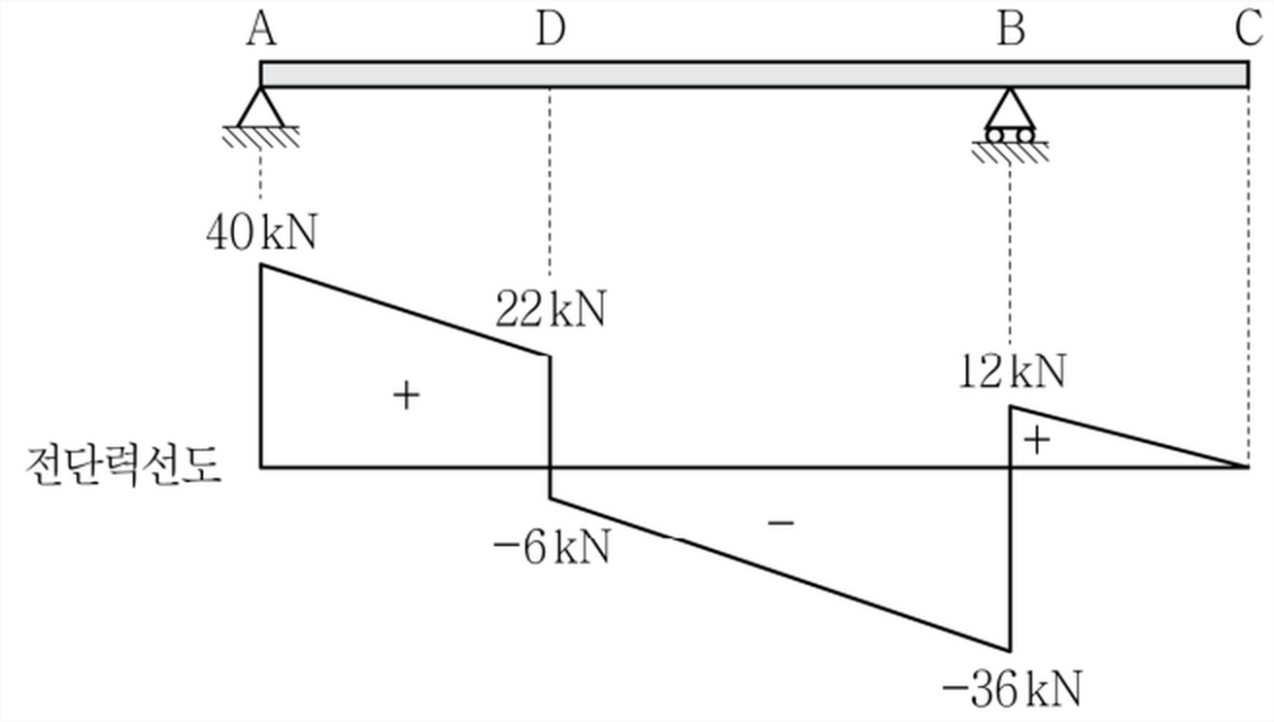
NoteBase

암기 포인트

정삼각형 트러스(등변 워렌트러스)에서 사재는 수평과 60°를 이룬다. 끝단 절점에 하중 P와 상현재·사재만 모일 때: 사재력 = P/sin60° = 2P/√3, 상현재력 = 사재력×cos60° = P/√3. 하중을 직접 받치는 사재는 압축, 이를 수평으로 지탱하는 상현재는 인장이 된다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 내민보의 전단력선도에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 지점 A의 수직반력은 상향으로 40kN이다.

② 지점 B의 수직반력은 상향으로 12kN이다.

③ 하향수직 등분포하중이 보의 전 구간에 작용한다.

④ 점 D에 작용하는 하향수직 집중하중의 크기는 28kN이다.

정답 2번

출제 포인트

전단력선도(SFD)를 거꾸로 읽어 지점반력과 하중을 역산하는 문제이다. 전단력선도에서 등분포하중 구간은 기울어진 직선, 집중하중이나 지점반력이 작용하는 위치는 수직으로 뚝 끊기는 불연속(계단)으로 나타난다는 원리를 이용해 각 지점의 반력 크기와 D점의 집중하중 크기를 계산해야 한다.

조건 정리

보는 A에서 핀지지, B에서 롤러지지, B를 지나 C까지 내민(캔틸레버) 구간을 갖는 내민보이다. 전단력선도의 값은 다음과 같다: A 바로 오른쪽에서 $+40\,\mathrm{kN}$, D 바로 왼쪽에서 $+22\,\mathrm{kN}$, D 바로 오른쪽에서 $-6\,\mathrm{kN}$(D에서 수직하강), B 바로 왼쪽에서 $-36\,\mathrm{kN}$, B 바로 오른쪽에서 $+12\,\mathrm{kN}$(B에서 수직 상승), C 지점에서 0.

NoteBase

사용할 공식

지점(반력)이나 집중하중이 작용하는 위치에서는 전단력선도가 그 크기만큼 수직으로 점프한다: 점프량 Δ V = V_직후 - V_직전. 위로 점프하면 상향 반력(또는 상향 하중), 아래로 점프하면 하향 집중하중이다. 등분포하중 구간에서는 $\frac{dV}{dx} = -w$이므로 그 구간의 전단력 감소량이 곧 그 구간에 작용한 등분포하중의 합력이다. 전체 평형은 $\sum F_y = R_A + R_B - wL - P_D = 0$이다.

계산 과정

① 지점 A의 반력: A 지점 왼쪽(내민 시작 전이므로 하중 없음)의 전단력은 0이고 A 바로 오른쪽은 $+40\text{kN}$이므로 점프량은 $40 - 0 = 40\text{kN}$, 즉 지점 A의 수직반력은 상향 40kN이다.
② 지점 B의 반력: B 바로 왼쪽 전단력은 -36kN, B 바로 오른쪽은 $+12\text{kN}$이므로 점프량은 $12 - (-36) = 48\text{kN}$이다. 따라서 지점 B의 수직반력은 상향 48kN이지 12kN이 아니다.
③ 등분포하중 구간: A~D 구간에서 40kN에서 22kN으로 18kN 감소, D~B 구간에서 -6kN에서 -36kN으로 30kN 감소, B~C 구간에서 12kN에서 0으로 12kN 감소한다. 세 구간 모두 값이 직선으로 꾸준히 줄어드는 것은 등분포하중이 A부터 C까지 보의 전 구간에 끊김 없이 작용하고 있다는 뜻이다.
④ D점의 집중하중: D에서 전단력이 22kN에서 -6kN으로 수직 하강하므로 점프량은 $-6 - 22 = -28\text{kN}$이며, 하향 집중하중의 크기는 28kN이다.
검산: 등분포하중의 총합은 세 구간 감소량의 합인 $18 + 30 + 12 = 60\text{kN}$이고, 전체 평형은 $R_A + R_B = wL + P_D$, 즉 $40 + 48 = 88$과 $60 + 28 = 88$로 서로 일치하여 $R_A = 40\text{kN}$, $R_B = 48\text{kN}$이 맞음을 확인할 수 있다.

선지 판단

① 지점 A의 수직반력은 상향으로 40kN이다. → O, A 지점에서 전단력이 0에서 40kN으로 점프한 값과 일치한다.
② 지점 B의 수직반력은 상향으로 12kN이다. → X, B 지점의 실제 점프량은 -36kN에서 12kN까지의 48kN이므로 지점 B의 수직반력은 상향 48kN이다. 12kN은 B 지점 통과 직후의 전단력 값일 뿐 반력 크기가 아니다.
③ 하향수직 등분포하중이 보의 전 구간에 작용한다. → O, A~D, D~B, B~C 세 구간 모두 전단력이 직선으로 감소하고 전체 평형 검산도 일치하므로 등분포하중이 A부터 C까지 전 구간에 작용한다.
④ 점 D에 작용하는 하향수직 집중하중의 크기는 28kN이다. → O, D에서 전단력이 22kN에서 -6kN으로 28kN만큼 아래로 점프하므로 옳다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 지점 통과 직후에 표시된 전단력 값(12kN)을 그대로 반력 크기로 착각하는 것이다. 지점에서의 반력 크기는 통과 전후 값의 차이(점프량)이지, 통과 직후의 절대값이 아니다. 등분포하중 구간 판단은 개별 구간의 기울기만 보지 말고, 전체 평형식으로 반력과 하중의 합이 맞는지 검산해 확인하는 습관이 필요하다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

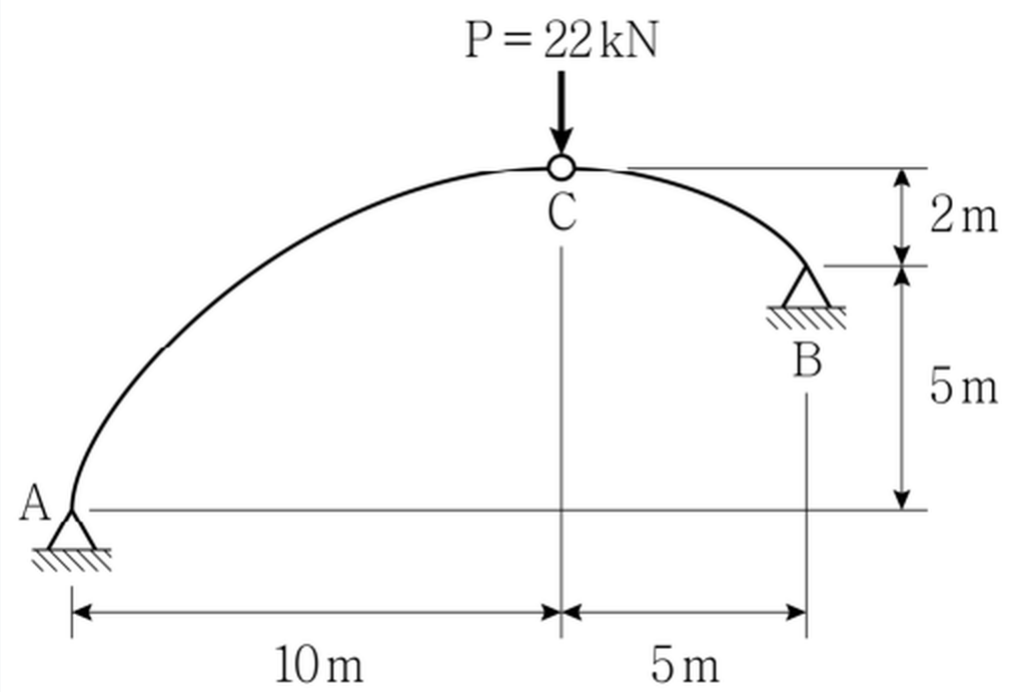
전단력선도 문제가 나오면 먼저 지점과 집중하중 위치에서의 점프량부터 계산해 반력·하중 크기를 구하고, 그다음 직선 구간의 기울기로 등분포하중 유무와 크기를 판단한다. 마지막에는 반드시 전체 수직력 평형식으로 검산해 계산이 서로 어긋나지 않는지 확인한다.

암기 포인트

전단력선도에서 반력·집중하중 = 그 지점 전후 전단력의 점프량(차이)이지 통과 후 표시값이 아니다. 직선 구간의 기울기 크기 = 그 구간에 작용하는 등분포하중의 세기이다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 비대칭 3힌지 아치에서 힌지 C점에 하중 $P = 22\text{kN}$이 수직으로 작용한다. 지점 B의 수평반력의 크기[kN]는? (단, 자중은 무시한다)



① 10

② 15

③ 18

④ 20

정답 4번

출제 포인트

비대칭 3힌지 아치의 지점 반력을 구하는 문제이다. 3힌지 아치는 전체 구조에 대한 3개의 평형방정식($\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$)만으로는 4개의 미지반력(양쪽 지점의 수평·연직 반력)을 모두 구할 수 없고, 중앙 힌지 C에서 휨모멘트가 0이라는 조건을 추가로 사용해야 한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

A점을 원점으로 잡으면 A(0, 0), C(10, 7), B(15, 5)이다. A에서 B까지 수평거리는 10 + 5 = 15 m, A 기준 B의 높이는 5 m, B에서 C까지 추가 높이 2 m이므로 A 기준 C의 높이는 5 + 2 = 7 m이다. 하중은 P = 22 kN이 C점에 연직 하방으로 작용하고, 자중은 무시한다. A, B 모두 고정힌지 지점이므로 각각 수평반력과 연직반력이 존재하며, C점은 힌지이므로 그 점에서 휨모멘트는 0이다.

NoteBase

사용할 공식

전체 구조에 대한 모멘트 평형 $\sum M_A = 0$과, 힌지 C를 기준으로 한쪽(구간 C–B)만 떼어낸 부분 구조의 모멘트 평형 $\sum M_C = 0$을 연립하여 B점의 수평반력 H_B와 연직반력 V_B를 구한다.

계산 과정

전체 구조에서 A점에 대한 모멘트평형(A점 반력은 모멘트 팔이 0이므로 소거됨):
$15V_B - 5H_B = 10 \times 22 = 220$ 이다.
힌지 C에서 오른쪽 구간(C–B)만 떼어내면 이 구간에 작용하는 외력은 B점 반력뿐이고, C에 대한 모멘트가 0이어야 한다. B는 C보다 수평으로 5 m, 수직으로 2 m 아래에 있으므로: $5V_B + 2H_B = 0$, 즉 $V_B = -\frac{2}{5}H_B$ 이다.
이를 첫 식에 대입하면 $15\left(-\frac{2}{5}H_B\right) - 5H_B = 220 \rightarrow -6H_B - 5H_B = 220 \rightarrow -11H_B = 220 \rightarrow H_B = -20$ kN이다.
따라서 B점 수평반력의 크기는 20 kN이다.

선지 판단

① 10 → X. 힌지 C의 모멘트 조건과 전체 모멘트평형을 연립하지 않고 하중의 일부만 반영하면 나오는 값으로, 실제 계산 결과인 20 kN과 다르다.
② 15 → X. B점의 수평거리 15 m를 그대로 반력 값으로 착각한 경우 나올 수 있는 값으로, 실제 반력 계산 결과가 아니다.
③ 18 → X. 높이차를 5 m로만 잡고(2 m를 반영하지 않고) 계산하면 나올 수 있는 근사값으로, C점의 실제 높이(A 기준 7 m)를 반영하지 않은 오답이다.
④ 20 → O. 전체 모멘트평형식 $15V_B - 5H_B = 220$과 힌지 조건식 $5V_B + 2H_B = 0$을 연립하면 $H_B = 20$ kN이 정확히 도출된다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 두 가지이다. 첫째, A와 C의 높이차를 5 m로만 보고 2 m를 더하지 않아 C의 실제 높이(7 m)를 잘못 잡는 것이다. 둘째, 힌지 C에서 휨모멘트가 0이라는 조건을 빼먹고 전체 구조의 3개 평형방정식만으로 풀려고 하면 미지수 4개(양쪽 지점의 수평·연직 반력)를 다 구할 수 없다는 점을 놓치는 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

3힌지 아치 문제를 보면 먼저 각 지점과 중앙 힌지의 좌표(수평거리, 높이)를 정확히 표로 정리한다. 그다음 전체 구조에 대한 모멘트평형식을 한쪽 지점 기준으로 세우고, 중앙 힌지를 기준으로 한쪽 구간만 떼어낸 모멘트평형식을 추가로 세워 두 식을 연립한다. 높이 치수가 여러 구간으로 나뉘어 표시된 경우 반드시 누적하여 더한 값을 사용한다.

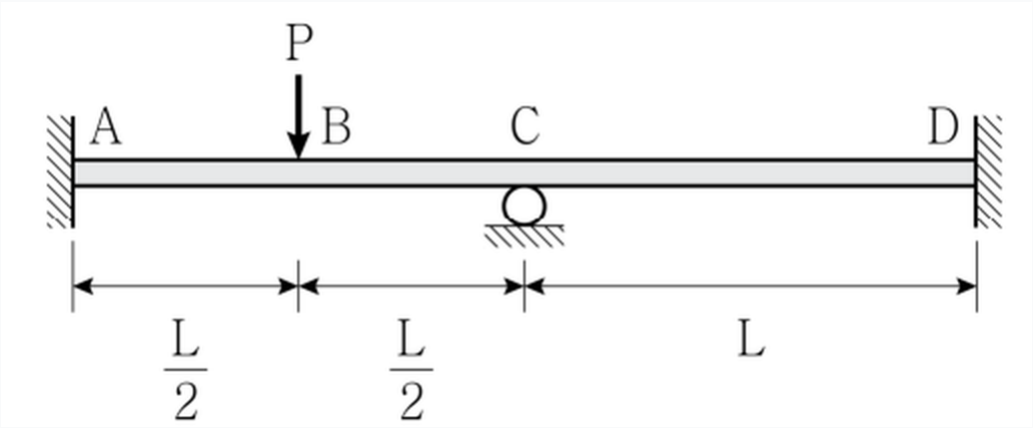
NoteBase

암기 포인트

3힌지 아치는 지점반력 미지수가 4개이므로 전체 평형 3식만으로는 부족하고, 중앙 힌지에서 모멘트가 0이라는 조건(한쪽 구간만 떼어낸 모멘트평형)을 추가해야 풀린다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase

문 17. 그림과 같은 구조물에 하중 P가 작용하는 경우에 발생하는 휨변형곡선에서 최소 변곡점의 개수는?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 양단이 고정된 부정정보에 중간 롤러지점이 추가된 구조에서, 하중이 작용할 때 휨변형곡선(탄성곡선)에 나타나는 변곡점의 최소 개수를 판단하는 문제이다. 변곡점은 휨모멘트가 0이 되어 곡률의 부호(오목/볼록 방향)가 바뀌는 지점이라는 개념을 구간별 지점조건과 하중조건에 적용해 셀 수 있어야 한다.

핵심 개념

변곡점(inflection point)은 휨모멘트선도(M도)가 0을 가로지르는 지점, 즉 탄성곡선의 오목한 방향이 반대로 바뀌는 지점이다. 고정단(A, D)은 처짐과 처짐각이 모두 0으로 구속되지만 그 자리의 휨모멘트는 0이 아니며, 지점이 회전을 막기 위해 만들어내는 반대방향 모멘트(부모멘트) 때문에 그 부근의 탄성곡선은 하중 반대쪽으로 오목하게 휜다. 반면 중간 롤러지점(C)은 처짐만 0으로 구속하고 회전은 자유롭게 두므로, 그 지점의 모멘트는 0이 아니어도 되지만 하중이 실린 구간(AC)과 하중이 없는 구간(CD)을 이어주는 위치로서 모멘트 부호가 구간별로 바뀌는 경계 역할을 한다. 이 구조물은 AC 구간(길이 L, 중앙 B에 하중 P) 하나와 CD 구간(길이 L, 무하중) 두 구간으로 이루어진 2경간 연속보이며, 각 구간에서 고정단·하중점·지점이 만들어내는 모멘트 부호 변화를 추적하면 변곡점 개수가 정해진다.

NoteBase

선지별 해설

① 1 → 변곡점이 1개뿐이라면 AC 구간과 CD 구간 중 어느 한쪽에서만 모멘트 부호가 바뀐다는 뜻인데, AC 구간은 A의 고정단 모멘트(부모멘트)에서 시작해 하중점 B 부근에서 정모멘트로 바뀌었다가 다시 지점 C 부근에서 부모멘트로 돌아오는 흐름이 되어 그 안에서만도 최소 2번의 부호변화가 생기므로 전체가 1개일 수는 없다.
② 2 → AC 구간에서 생기는 2개의 변곡점만 있고 CD 구간에서는 전혀 부호가 바뀌지 않는 경우에 해당한다. 그러나 CD 구간은 하중이 없어 모멘트가 C의 모멘트값에서 D의 고정단 모멘트값까지 직선으로 변하는데, 두 값이 같은 부호로만 유지된다고 단정할 근거가 없고 오히려 하중이 실린 AC 구간의 영향으로 C에서의 모멘트 부호와 하중이 없는 먼 쪽 고정단 D의 모멘트 부호가 서로 달라져 CD 구간에도 부호변화가 하나 더 생기므로 2개로는 부족하다.
③ 3 → AC 구간에서는 A(부모멘트) → B 부근(정모멘트) → C 부근(부모멘트)으로 이어지며 2개의 변곡점이 생기고, CD 구간에서는 C의 모멘트와 D의 고정단 모멘트 부호가 서로 달라지면서 1개의 변곡점이 추가로 생긴다. 두 구간을 합치면 최소 2+1=3개의 변곡점이 확보되며, 이는 하중 위치·지점 배치 조건에서 항상 보장되는 최소 개수와 일치한다.
④ 4 → 4개가 되려면 AC 구간이나 CD 구간 중 한 곳에서 모멘트 부호가 한 번 더 바뀌어야 하는데, AC 구간은 하중점이 하나뿐이라 모멘트선도가 꺾이는 지점이 A-B, B-C 두 구간뿐이고 CD 구간은 하중이 없어 모멘트가 직선으로만 변하므로 부호변화가 최대 1번을 넘을 수 없다. 따라서 4개는 이 구조와 하중조건에서 나올 수 없는 개수이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 고정단(A, D)에서의 모멘트를 0으로 착각해 그 지점을 변곡점처럼 세거나, 반대로 지점(A, C, D) 자체를 무조건 변곡점이라고 세는 것이다. 변곡점은 지점의 위치가 아니라 모멘트값이 실제로 0이 되는 구간 내부의 점이라는 것을 구분해야 한다. 또한 롤러지점 C를 단순히 처짐이 0인 곳이라는 이유만으로 모멘트도 0이라고 단정하면 CD 구간의 부호변화를 놓쳐 답을 2로 잘못 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

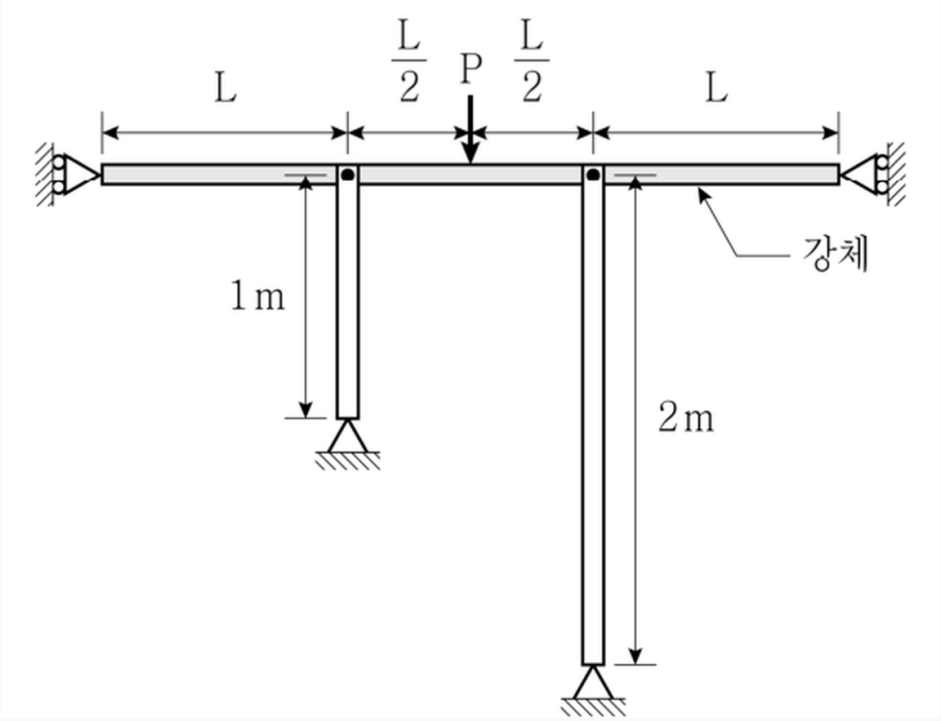
이런 유형은 먼저 지점조건(고정단은 모멘트 비영, 처짐각 0 / 롤러·힌지는 모멘트 0 가능, 처짐 0)을 표시하고, 하중이 실린 구간과 무하중 구간을 나눈 뒤, 각 구간 양끝 모멘트의 부호를 정성적으로 배치해 본다. 하중이 실린 구간은 고정단(부모멘트)과 하중점(정모멘트) 사이에서 최소 1번, 하중점과 다음 지점 사이에서 다시 1번 부호가 바뀌는 경우가 많고, 무하중 구간은 양끝 모멘트 부호가 다르면 1번, 같으면 0번의 변곡점이 생긴다는 원칙으로 구간별 최소 개수를 더해 총 개수를 구한다.

암기 포인트

변곡점=휨모멘트가 0이 되는 지점(지점 위치 자체가 아님). 고정단은 모멘트가 0이 아니고, 무하중 구간의 모멘트는 직선 변화이므로 양끝 부호가 다를 때만 변곡점 1개가 생긴다는 원칙을 기억해 둔다.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 수평 강체보가 동일한 단면의 기둥 두 개로 지지되어 있다. 각 기둥의 상단은 강체보와 핀으로 연결되어 있고 두 기둥의 지점은 힌지일 때, 임계좌굴하중 P의 크기[N]는? (단, 기둥 부재는 한 변의 길이가 12mm인 정사각형 단면이고, 탄성계수 $E = 200\text{GPa}$이며, 강체보와 기둥의 자중은 무시한다)



① $86.4\pi^2$

② $172.8\pi^2$

③ $345.6\pi^2$

④ $691.2\pi^2$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 두 개의 서로 다른 높이의 기둥이 하나의 강체보로 연결된 구조에서 전체 계의 임계좌굴하중을 구하는 문제이다. 핵심은 두 가지이다. 첫째, 각 기둥은 상단이 강체보와 핀 연결, 하단이 지반에 힌지 연결되어 있으므로 양단힌지(유효길이계수 $K = 1$) 기둥으로 각각 독립적으로 좌굴하중을 갖는다. 둘째, 강체보의 양 끝은 벽에 수평방향으로만 구속되어 있어 수직방향 지지가 없으므로, 하중 P가 두 기둥에 분배되는 비율은 강체(정정) 구조의 힘의 평형(정역학)만으로 결정되고, 두 기둥 중 더 약한(더 긴) 기둥이 자신의 분담 하중에서 먼저 좌굴을 일으킬 때 전체 계가 붕괴한다는 점을 파악해야 한다.

NoteBase

조건 정리

기둥 단면: 한 변 12mm인 정사각형 단면. 탄성계수 $E = 200$ GPa. 두 기둥은 상단-강체보 핀 연결, 하단-지반 힌지 연결(양단힌지, $K = 1$). 좌측 기둥 높이 $L_1 = 1$ m, 우측 기둥 높이 $L_2 = 2$ m. 하중 P는 두 기둥의 정중앙(각 기둥에서 $L/2$씩 떨어진 지점)에 작용하며, 강체보 양 끝은 벽에서 수평 방향으로만 구속되어 수직 반력을 제공하지 않는다. 강체보와 기둥의 자중은 무시한다.

사용할 공식

정사각형 단면 단면2차모멘트: $I = \frac{a^4}{12}$ 양단힌지 기둥의 오일러 좌굴하중: $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$, $K = 1$ 강체보에 작용하는 하중의 분배는 두 지지점(기둥 위치)에 대한 정역학적 평형(합력 및 모멘트 평형)으로 결정한다.

계산 과정

먼저 단면2차모멘트를 구한다. $a = 12\ \text{mm} = 0.012\ \text{m}$이므로 $I = \frac{0.012^4}{12} = 1.728 \times 10^{-9}\ \text{m}^4$ 휨강성은 $EI = 200 \times 10^9 \times 1.728 \times 10^{-9} = 345.6\ \text{N}\cdot\text{m}^2$ 각 기둥은 양단힌지($K = 1$)이므로 $P_{cr,1}(L = 1\text{m}) = \frac{\pi^2 \times 345.6}{1^2} = 345.6\pi^2\ \text{N}$ $P_{cr,2}(L = 2\text{m}) = \frac{\pi^2 \times 345.6}{2^2} = 86.4\pi^2\ \text{N}$ 다음으로 하중 분배를 구한다. 강체보는 양 끝에서 수평방향으로만 구속되어 수직 반력이 없으므로, 강체보를 지지하는 수직 방향 지점은 오직 두 기둥뿐이다. 두 기둥의 반력을 F_1, F_2라 하면 미지수 2개(정정 구조)이고, 하중 P는 두 기둥의 정확히 중앙(양쪽 모두 $L/2$)에 작용하므로 대칭성에 의해 $F_1 = F_2 = \frac{P}{2}$ 이는 강체보나 기둥의 강성과 무관하게 정역학적으로 항상 성립한다. 이제 두 기둥 중 좌굴에 더 취약한(임계하중이 더 작은) 기둥은 높이가 2m인 기둥($P_{cr,2} = 86.4\pi^2$)이므로, 전체 계는 이 기둥의 분담력이 자신의 임계하중에 도달하는 순간 좌굴한다. $F_2 = \frac{P}{2} = P_{cr,2} = 86.4\pi^2$ $P = 2 \times 86.4\pi^2 = 172.8\pi^2\ \text{N}$ 이때 1m 기둥의 분담력은 $F_1 = P/2 = 86.4\pi^2 < P_{cr,1} = 345.6\pi^2$로 아직 좌굴하지 않으므로, 2m 기둥이 먼저 좌굴하는 것이 타당하다.

선지 판단

① $86.4\pi^2$ — X. 이는 2m 기둥 자체의 임계하중 $P_{cr,2}$이다. 이 값을 기둥이 분담하는 힘 F_2와 혼동하여 하중 분배(각 기둥이 $P/2$씩 분담)를 반영하지 않은 값이다.

② $172.8\pi^2$ — O. 2m 기둥의 분담력 $F_2 = P/2$가 자신의 임계하중 $86.4\pi^2$에 도달하는 시점의 전체 하중 $P = 2 \times 86.4\pi^2 = 172.8\pi^2$이다.

③ $345.6\pi^2$ — X. 이는 1m 기둥 자체의 임계하중 $P_{cr,1}$이다. 더 짧고 강한 기둥의 좌굴하중을 전체 계의 지배값으로 잘못 사용한 값으로, 실제로는 더 약한 2m 기둥이 먼저 좌굴하므로 이 값에 도달하기 전에 이미 붕괴한다.

④ $691.2\pi^2$ — X. $345.6\pi^2$의 2배로, 하중 분배($P/2$)를 거꾸로(분담력을 P의 2배로) 적용하거나 유효길이계수를 잘못 적용했을 때 나올 수 있는 값이다.

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 기둥 자체의 임계하중($P_{cr,1}$ 또는 $P_{cr,2}$)을 전체 하중 P로 착각하는 것이다(①, ③). 이 구조에서는 하중 P가 통째로 한 기둥에 전달되는 것이 아니라, 강체보의 정역학적 평형에 의해 두 기둥에 절반씩($P/2$) 나뉘어 전달되므로 반드시 $F = P/2$ 관계를 적용해야 한다. 또한 두 기둥 중 어느 기둥이 지배하는지 판단할 때, 더 짧은(강한) 기둥이 아니라 더 긴(약한) 기둥의 임계하중이 전체 계의 좌굴을 결정한다는 점도 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

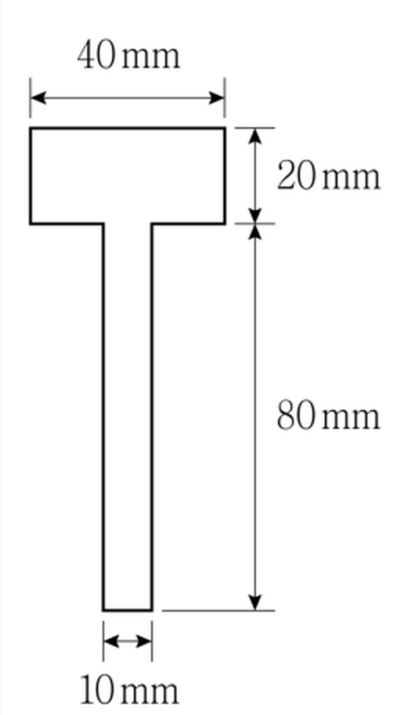
강체보로 연결된 여러 기둥이 등장하면, 먼저 각 기둥의 지지조건(양단힌지인지, 고정-자유인지 등)을 보고 유효길이계수 K를 정한 뒤 개별 임계하중 $P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$을 각각 구한다. 그 다음 강체보의 지지 조건을 확인하여 하중이 어떻게 분배되는지(정정이면 평형식, 부정정이면 강성비) 파악한다. 마지막으로 분배된 각 기둥의 분담력을 그 기둥의 임계하중과 비교하여, 가장 먼저 임계하중에 도달하는(즉 임계하중이 가장 작은) 기둥이 전체 계의 좌굴을 지배한다는 원리로 P를 역산한다.

암기 포인트

양단힌지 기둥의 오일러 좌굴하중: $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2 (K = 1)$. 정사각형 단면 단면2차모멘트: $I = a^4/12$. 강체보가 두 지점에서만 수직 지지되고 하중이 두 지점의 정중앙에 작용하면, 대칭에 의해 각 지점의 분담력은 항상 $P/2$이다. 여러 기둥이 하중을 나누어 받는 구조에서는 임계하중이 가장 작은(가장 약한) 기둥이 전체 계의 좌굴을 지배한다.

NoteBase

문 19. 그림과 같은 T형 단면이 받을 수 있는 소성 휨모멘트 M_P의 크기[$kN \cdot m$]는? (단, 재료는 완전 탄소성 모델로 가정하고, 항복강도 $f_y = 100\text{MPa}$이다)



① 0.8

② 2.4

③ 3.2

④ 4.0

정답 4번

출제 포인트

완전 탄소성(elastic-perfectly plastic) 재료로 가정된 비대칭 단면(T형 단면)의 소성 휨모멘트 M_P를 구하는 문제이다. 소성 상태에서는 단면 전체가 항복응력 f_y에 도달하며, 이때 중립축(소성중립축, PNA)은 도심축이 아니라 단면을 압축측과 인장측의 '면적'이 같아지도록 나누는 위치에 놓인다는 점이 핵심이다.

조건 정리

플랜지: 폭 40mm × 두께 20mm → 면적 $A_f = 40 \times 20 = 800\ \text{mm}^2$. 웨브: 폭 10mm × 길이 80mm → 면적 $A_w = 10 \times 80 = 800\ \text{mm}^2$. 전체 단면적 $A = A_f + A_w = 1600\ \text{mm}^2$. 항복강도 $f_y = 100\ \text{MPa}$.

NoteBase

사용할 공식

소성중립축(PNA)은 단면적을 정확히 절반으로 나누는 위치에 위치한다: A_압축 = A_인장 = A/2. 소성 휨모멘트는 압축측과 인장측 각 면적이 항복응력으로 균등하게 작용한다고 보고, 각 부분의 힘(=응력×면적)이 PNA로부터 자신의 도심까지 떨어진 거리(모멘트팔)를 곱해 더한 값이다: $M_P = f_y(A_1 d_1 + A_2 d_2)$, 여기서 d_1, d_2는 각 부분 도심에서 PNA까지의 거리이다.

계산 과정

전체 면적의 절반은 $A/2 = 800\ \text{mm}^2$이며, 이는 플랜지 면적 $A_f = 800\ \text{mm}^2$과 정확히 같다. 따라서 PNA는 플랜지와 웨브의 경계면(단면 상단에서 20mm 지점)에 위치한다.
압축측(플랜지, 면적 800mm^2)의 도심은 상단에서 10mm 지점이므로, PNA(상단에서 20mm)까지의 거리는 $d_1 = 20 - 10 = 10\ \text{mm}$.
인장측(웨브, 면적 800mm^2)의 도심은 상단에서 $20 + 80/2 = 60\ \text{mm}$ 지점이므로, PNA까지의 거리는 $d_2 = 60 - 20 = 40\ \text{mm}$.
따라서
$M_P = f_y(A_f d_1 + A_w d_2) = 100 \times (800 \times 10 + 800 \times 40) = 100 \times 40{,}000 = 4{,}000{,}000\ \text{N}\cdot\text{mm}$.
단위를 환산하면 $4{,}000{,}000\ \text{N}\cdot\text{mm} = 4{,}000\ \text{N}\cdot\text{m} = 4\ \text{kN}\cdot\text{m}$이다.

선지 판단

① 0.8 → X. 도심축(탄성 중립축) 기준 단면계수만으로 계산하거나 자릿수를 잘못 환산한 경우에 나올 수 있는 값으로, 소성중립축을 구하지 않고 계산하면 이런 오차가 생긴다.
② 2.4 → X. 압축측과 인장측의 모멘트팔을 뒤바꾸거나 한쪽 부분만 반영해 계산하면 나올 수 있는 값이다.
③ 3.2 → X. 플랜지와 웨브 중 한 부분의 거리 계산을 잘못하거나(예: 도심 위치 오산), 단위 환산 과정에서 오차가 생기면 나올 수 있는 값이다.
④ 4.0 → O. 소성중립축을 면적이 같아지는 위치(플랜지-웨브 경계)로 정확히 찾고, 각 부분의 힘과 모멘트팔을 올바로 곱해 합산하면 $M_P = 4.0\ \text{kN}\cdot\text{m}$이 나온다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 소성중립축을 도심축(탄성 중립축)과 혼동하는 것이다. 소성 상태에서는 응력분포가 압축측·인장측 모두 균일하게 f_y이므로 중립축은 '면적'이 같아지는 위치이지, 도심을 지나는 축이 아니다. 또한 이 문제처럼 플랜지 면적이 마침 전체 면적의 절반과 같은 경우, PNA가 플랜지와 웨브의 경계면에 정확히 걸린다는 사실을 놓치고 PNA가 플랜지 내부 또는 웨브 내부에 있다고 잘못 가정하면 모멘트팔 계산이 틀어진다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

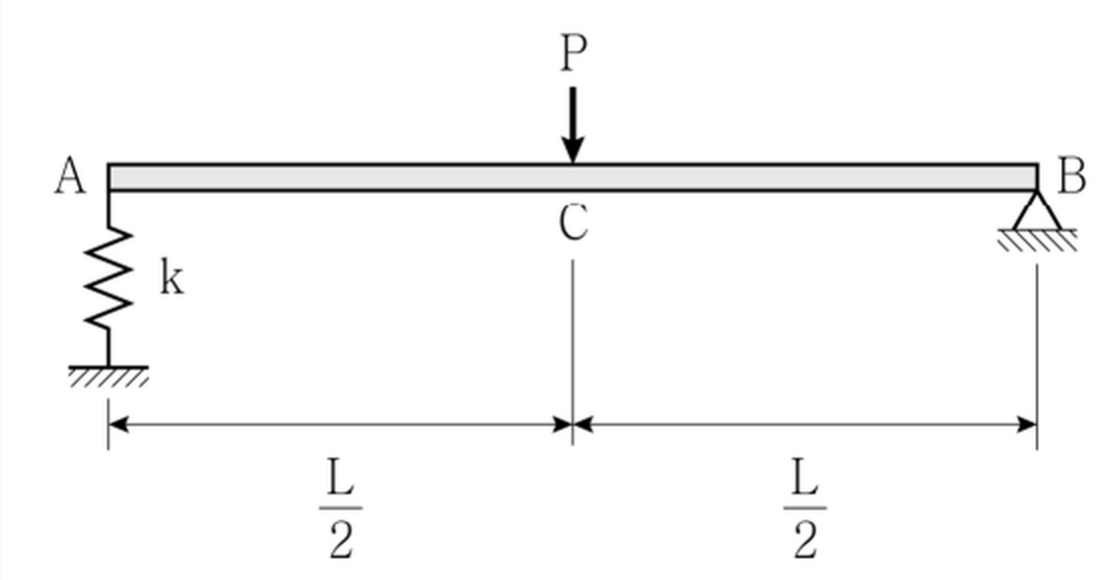
비대칭 단면의 소성 휨모멘트 문제를 만나면 항상 먼저 전체 단면적을 구하고 그 절반과 각 부분(플랜지, 웨브 등) 면적을 비교해 소성중립축의 위치부터 확정한다. 그다음 압축측·인장측 면적의 도심에서 PNA까지의 거리를 각각 구하고, $M_P = f_y(A_1 d_1 + A_2 d_2 + \cdots)$의 형태로 합산한다. 단위는 mm와 MPa(=N/mm^2)로 계산한 뒤 N·mm를 kN·m로 환산(1,000,000으로 나눔)하는 것을 마지막에 반드시 확인한다.

암기 포인트

소성중립축(PNA) = 면적이 같아지는 축(도심축 아님). 소성 휨모멘트 $M_P = f_y \sum A_i d_i$(각 부분 면적 × 항복응력 × PNA까지의 거리의 합). 이 문제는 플랜지 면적과 웨브 면적이 우연히 같아(800mm^2=800mm^2) PNA가 플랜지-웨브 경계에 정확히 놓이는 특수한 경우임을 기억해 둔다.

NoteBase

문 20. 그림과 같은 구조물에서 A점의 탄성 스프링 상수 k가 $\frac{16EI}{L^3}$일 때, 보의 중앙 C의 처짐은? (단, 휨강성은 EI이고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{1}{192}\frac{PL^3}{EI}$
② $\frac{3}{192}\frac{PL^3}{EI}$
③ $\frac{5}{192}\frac{PL^3}{EI}$
④ $\frac{7}{192}\frac{PL^3}{EI}$

정답 4번

출제 포인트

이 구조물은 A점의 탄성 스프링 지점과 B점의 힌지(핀) 지점, 이렇게 수직 반력을 주는 지점이 두 개뿐이다. 스프링이든 강체 지점이든 수직 방향 반력 하나씩만 제공하므로 미지반력 수(2개)와 평형방정식 수(연직력·모멘트 2개, 수평력은 하중이 없어 자동 만족)가 같아 정정(statically determinate) 구조이다. 따라서 반력은 스프링 강성 k의 크기와 무관하게 정역학적 평형만으로 구해지고, 처짐은 (1) 지점이 모두 강체라고 가정했을 때의 보의 휨처짐과 (2) A점 스프링이 눌리며 생기는 지점침하로 인한 강체회전 처짐을 더해서 구한다.

조건 정리

보 AB, 경간 L, 중앙 C에 집중하중 P. A점은 스프링($k=16EI/L^3$)으로 지지, B점은 핀(수직반력만 발생, 하중이 모두 연직이므로 수평반력은 0). 휨강성 EI, 자중 무시.

NoteBase

사용할 공식

반력: 힘의 평형 $R_A + R_B = P$, B점 모멘트평형 $R_A \cdot L = P \cdot \frac{L}{2}$.
스프링 침하량: $\delta_A = \frac{R_A}{k}$.
중앙 집중하중을 받는 단순보(양단 강체 지지)의 중앙처짐: $\delta_{bend} = \frac{PL^3}{48EI}$.
지점 A가 δ_A만큼 침하할 때 이로 인한 강체회전으로 C점(중앙, A로부터 L/2)이 내려가는 양: $\delta_{rigid} = \delta_A \cdot \frac{1}{2}$ (B는 고정, A에서 침하량 δ_A, 직선분포이므로 중앙은 그 절반).

계산 과정

1) 반력: 모멘트평형에서 $R_A = \frac{P}{2}$, $R_B = \frac{P}{2}$ (스프링이든 강체 지점이든 정정구조라 반력은 동일).
2) A점 스프링 침하량: $\delta_A = \frac{R_A}{k} = \frac{P/2}{16EI/L^3} = \frac{PL^3}{32EI}$.
3) 지점이 모두 강체라 가정했을 때 중앙 C의 순수 휨처짐(지점을 잇는 현 기준): $\delta_{bend} = \frac{PL^3}{48EI}$.
4) A점 침하로 인해 A-B를 잇는 현 자체가 기울어지며 C점이 함께 내려가는 강체이동량:
$\delta_{rigid} = \frac{\delta_A}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{PL^3}{32EI} = \frac{PL^3}{64EI}$.
5) 전체 C점 처짐 = 휨처짐 + 강체이동량: $\delta_C = \frac{PL^3}{48EI} + \frac{PL^3}{64EI}$. 통분(공배수 192): $\frac{PL^3}{48EI} = \frac{4PL^3}{192EI}$, $\frac{PL^3}{64EI} = \frac{3PL^3}{192EI}$.
6) 합산: $\delta_C = \frac{4+3}{192} \cdot \frac{PL^3}{EI} = \frac{7}{192} \cdot \frac{PL^3}{EI}$.

선지 판단

① 1/192·PL^3/EI — X, 강체지점 휨처짐(4/192)이나 스프링 침하항(3/192) 어느 하나만으로도 이보다 크므로 두 항을 합산하지 않은 값이다.
② 3/192·PL^3/EI — X, A점 스프링 침하로 인한 강체회전 성분(δ_A/2)만 뽑아낸 값으로, 보 자체의 휨처짐을 빠뜨렸다.
③ 5/192·PL^3/EI — X, 두 성분을 잘못된 비율로 더하거나 침하량을 절반이 아닌 다른 계수로 배분했을 때 나오는 값이다.
④ 7/192·PL^3/EI — O, 강체지점 가정 시 중앙 휨처짐(4/192·PL^3/EI)과 A점 스프링 침하에 의한 강체회전 처짐(3/192·PL^3/EI)을 합산한 값과 정확히 일치한다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 스프링 지점이 있다고 해서 반력이 부정정처럼 k에 따라 달라진다고 오인하는 것이다. 지점이 A(스프링, 연직반력 1개)와 B(핀, 연직반력 1개) 두 개뿐이므로 실제로는 정정구조이고 반력은 순수 평형식만으로 확정된다. 또 처짐을 구할 때 보의 순수 휨처짐(PL^3/48EI)만 계산하고 스프링이 눌리며 생기는 지점침하 효과를 빠뜨리거나, 반대로 침하 효과만 계산하고 휨처짐을 빠뜨리면 오답이 나온다. 두 효과는 반드시 더해야 하며, 침하로 인한 중앙점의 이동량은 침하량 전체가 아니라 지점 사이 거리비에 따라 절반만 반영된다는 점도 놓치기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

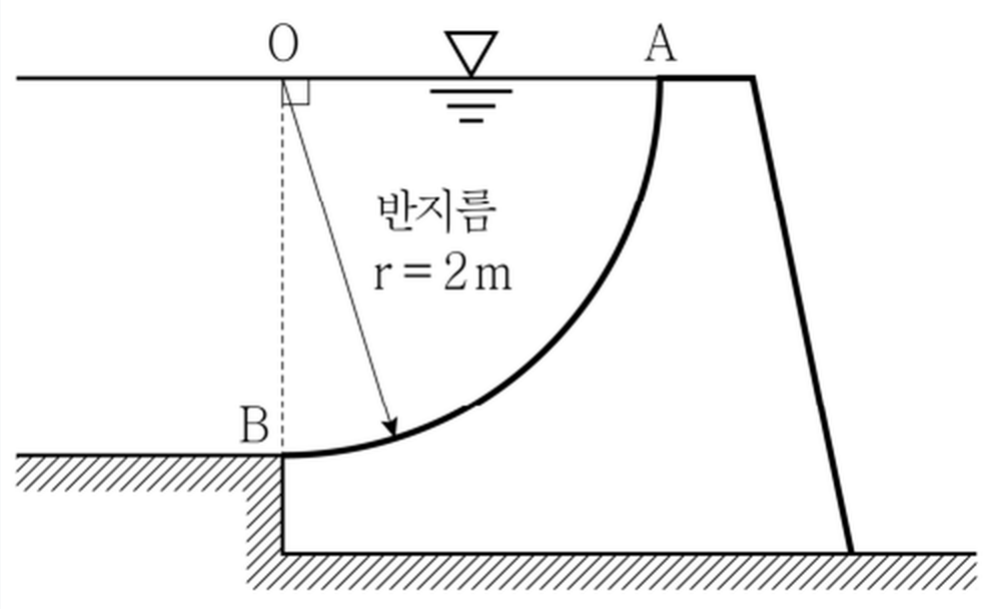
지점 중 하나가 스프링으로 바뀐 문제를 만나면 먼저 전체 지점 개수와 반력 성분 수를 세어 정정인지 부정정인지부터 판단한다. 정정이면 반력은 스프링 강성과 무관하게 평형식만으로 구하고, 처짐은 '강체지점 가정 시 보의 순수 휨처짐'과 '스프링이 눌리며 생기는 지점침하에 의한 강체회전 처짐'을 각각 구해 합산한다. 스프링 침하량은 그 지점의 반력을 스프링 상수로 나눠 구하고, 다른 점에서의 침하 영향은 지점 간 거리 비례로 선형 분배해 계산한다.

암기 포인트

지점(수직반력 제공) 개수가 평형식 개수와 같으면 스프링이 있어도 정정구조 → 반력은 k와 무관. 스프링 침하량 $\delta = R/k$. 전체 처짐 = 강체지점 기준 순수 휨처짐 + 침하에 의한 강체회전 처짐(거리비 선형분배). 중앙 집중하중 단순보 처짐 공식 $PL^3/48EI$은 기본으로 암기해 둔다.

NoteBase

문 21. 그림과 같이 댐에 수심 $2m$의 물이 차 있다. 댐 길이가 단면의 수직 방향으로 $100m$일 때, 물에 의하여 댐 표면에 작용하는 합력의 크기 $[MN]$는? (단, 물의 밀도는 $1{,}000kg/m^3$이고, 중력가속도는 $10m/s^2$, 원주율은 3을 사용한다)



① $\sqrt{10}$
② $\sqrt{11}$
③ $\sqrt{12}$
④ $\sqrt{13}$

정답 4번

출제 포인트

곡면(4분원)에 작용하는 정수압 합력을 구하는 문제이다. 곡면에 작용하는 힘은 수평분력과 연직분력으로 나누어 각각 구한 뒤 합성해야 한다. 수평분력은 곡면을 연직면에 투영한 면에 작용하는 힘과 같고, 연직분력은 곡면 위에 실제로 놓인 물기둥(또는 가상 물기둥)의 무게와 같다.

조건 정리

물의 밀도 $\rho = 1{,}000\ \text{kg/m}^3$, 중력가속도 $g = 10\ \text{m/s}^2$, 원주율은 3으로 계산한다. 수심(곡면의 연직 투영 높이) $h = 2\ \text{m}$, 곡면의 반지름 $r = 2\ \text{m}$, 댐 길이(지면 방향 폭) $L = 100\ \text{m}$이다. 곡면은 중심이 수면 위의 점 O에 있는 4분원으로, 바닥의 B점(O 바로 아래, 수심 2 m 지점)에서 수면과 만나는 점까지 이어진다.

NoteBase

사용할 공식

수평분력: $F_H = \gamma \frac{h}{2} hL = \rho g \frac{h^2}{2} L$
연직분력: $F_V = \gamma V = \rho g \left(\frac{\pi r^2}{4}\right) L$ (곡면 위에 실려 있는 4분원 기둥 형태 물의 부피)
합력: $F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$

계산 과정

수평분력은 곡면을 연직면에 투영했을 때의 사각형(높이 2 m, 폭 100 m)에 작용하는 정수압 합력과 같다.
$F_H = \rho g \frac{h^2}{2} L = 1{,}000 \times 10 \times \frac{2^2}{2} \times 100 = 2{,}000{,}000\ \text{N} = 2\ \text{MN}$
연직분력은 곡면 위에 얹혀 있는 물의 부피(반지름 2 m인 4분원 단면적 × 댐 길이)의 무게와 같다. 4분원 단면적은 $\frac{\pi r^2}{4} = \frac{3 \times 2^2}{4} = 3\ \text{m}^2$이므로,
$F_V = \rho g \left(\frac{\pi r^2}{4}\right) L = 1{,}000 \times 10 \times 3 \times 100 = 3{,}000{,}000\ \text{N} = 3\ \text{MN}$
따라서 합력의 크기는
$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}\ \text{MN}$

선지 판단

① $\sqrt{10}$ → X, 수평·연직분력을 잘못 산정한 값이다.
② $\sqrt{11}$ → X, 수평·연직분력을 잘못 산정한 값이다.
③ $\sqrt{12}$ → X, 수평·연직분력을 잘못 산정한 값이다.
④ $\sqrt{13}$ → O, $F_H = 2$ MN, $F_V = 3$ MN으로 정확히 계산하면 $F = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ MN이 되어 정답이다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 연직분력을 곡면의 수평 투영 면적(사각형)으로 계산하거나, 4분원 면적 대신 삼각형 면적으로 잘못 계산하는 것이다. 연직분력은 반드시 곡면 위에 실제로 놓인 물의 부피(여기서는 반지름 2 m 4분원 기둥)의 무게로 구해야 하며, 원주율을 3으로 지정했으므로 $\pi = 3.14$를 쓰면 안 된다. 또한 수평분력을 구할 때 수심을 반지름 값과 혼동하지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

곡면에 작용하는 정수압 합력 문제는 항상 수평분력과 연직분력을 분리해 구한다. 수평분력은 곡면의 연직 투영면적에 작용하는 압력의 합으로, 연직분력은 곡면 위(또는 아래)에 있는 물의 실제(또는 가상) 부피의 무게로 계산한 뒤 피타고라스 정리로 합성한다는 원칙을 그대로 적용한다.

암기 포인트

곡면 정수압: 수평분력 $F_H = \rho g \frac{h^2}{2} L$(연직 투영면 기준), 연직분력 $F_V = \rho g V$(곡면 위 물의 부피), 합력 $F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$. 4분원 단면적은 $\frac{\pi r^2}{4}$로 기억해 둔다.

NoteBase

문 22. 외력에 의해 보에 발생하는 내력(internal force)에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 축력, 휨모멘트, 전단력, 반력은 내력에 해당한다.

② 전단력은 단면에 평행한 방향으로 발생하는 힘이다.

③ 휨모멘트는 부재의 길이 방향 축을 중심으로 회전하려는 힘이다.

④ 비틀림모멘트는 부재의 축과 직각을 이루는 축을 중심으로 회전하려는 힘이다.

정답 2번

출제 포인트

보에 발생하는 내력(축력·전단력·휨모멘트·비틀림모멘트)의 정의와 작용 방향을 정확히 구분할 수 있는지를 묻는 문제이다. 특히 반력은 내력이 아니라 외력이라는 점, 휨모멘트와 비틀림모멘트가 각각 어떤 축을 중심으로 회전하려는 힘인지를 서로 바꿔서 헷갈리게 만든 선지 구성에 유의해야 한다.

핵심 개념

내력은 외력이 작용할 때 부재 단면 내부에 생기는 저항력으로 축력, 전단력, 휨모멘트, 비틀림모멘트가 있다. 반력은 지점이 구조물에 가하는 외력이므로 내력에 포함되지 않는다. 전단력은 단면에 평행한 방향으로 작용하는 힘이고, 축력은 단면에 수직한 방향으로 작용하는 힘이다. 휨모멘트는 부재의 길이 방향 축과 직각을 이루는 축(단면의 수평축)을 중심으로 부재를 휘게 하는 모멘트이고, 비틀림모멘트는 부재의 길이 방향 축 자체를 중심으로 부재를 비트는 모멘트이다.

선지별 해설

① X: 축력, 휨모멘트, 전단력은 내력이 맞지만 반력은 지점에서 구조물에 작용하는 외력이므로 내력에 해당하지 않는다. 따라서 네 가지 모두를 내력이라고 한 설명은 틀렸다.
② O: 전단력은 부재 단면에 평행한 방향으로 발생하여 단면을 미끄러뜨리듯 작용하는 힘이므로 옳은 설명이다.
③ X: 부재의 길이 방향 축을 중심으로 회전하려는 힘은 비틀림모멘트에 대한 설명이다. 휨모멘트는 길이 방향 축과 직각을 이루는 축을 중심으로 부재를 휘게 하는 힘이므로 설명이 서로 바뀌었다.
④ X: 부재의 축과 직각을 이루는 축을 중심으로 회전하려는 힘은 휨모멘트에 대한 설명이다. 비틀림모멘트는 부재의 길이 방향 축 자체를 중심으로 회전하려는 힘이므로 설명이 서로 바뀌었다.

오답 포인트

①은 반력을 내력에 포함시키는 실수를 유도한다. 반력은 외력이라는 점을 기억해야 한다. ③과 ④는 휨모멘트와 비틀림모멘트가 회전하는 기준 축을 서로 맞바꾸어 제시한 함정이다. 두 모멘트를 비교할 때는 '어느 축을 중심으로 회전하는가'를 축 이름이 아니라 그림으로 떠올려 구분하는 것이 안전하다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

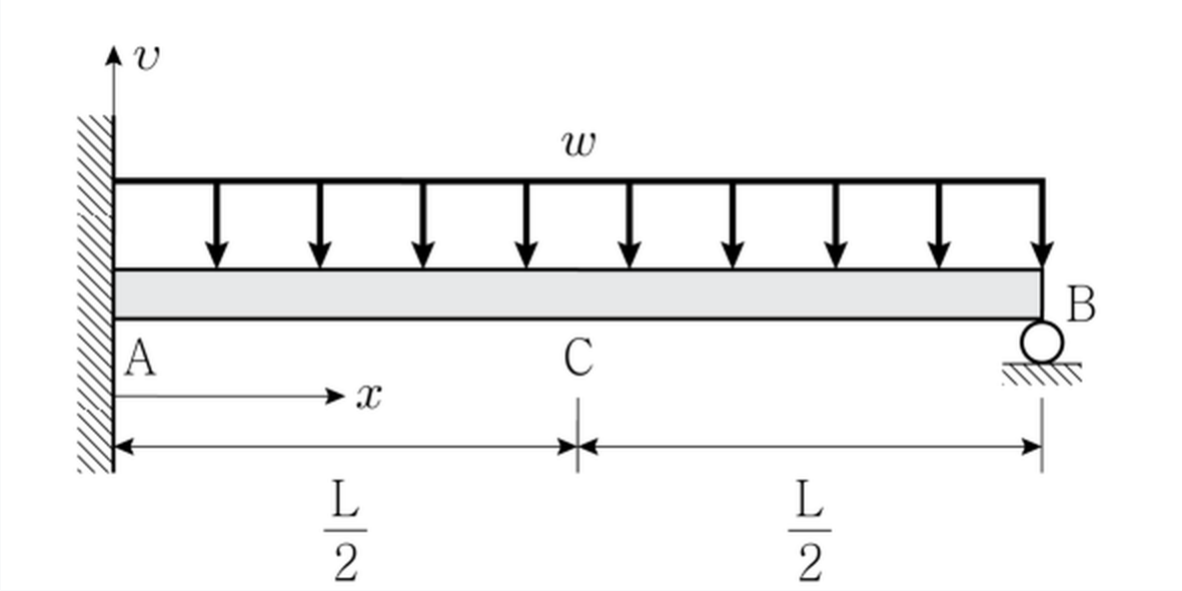
내력 목록을 묻는 선지가 나오면 반력이 끼어 있는지부터 확인한다. 휨모멘트·비틀림모멘트를 구분하는 선지가 나오면 부재의 길이 방향 축을 중심으로 비트는 것이 비틀림모멘트, 그와 직각인 축을 중심으로 휘는 것이 휨모멘트라는 기준으로 즉시 대응시켜 판단한다.

암기 포인트

내력 4형제: 축력(수직), 전단력(평행), 휨모멘트(직각축 회전=휨), 비틀림모멘트(길이축 회전=비틀림). 반력은 내력이 아니라 외력이다.

NoteBase

문 23. 그림과 같이 등분포하중 w가 작용하는 보의 처짐 곡선이 $v = -\frac{wx^2}{48EI}(3L^2 - 5Lx + 2x^2)$일 때, $x = \frac{L}{2}$인 C점에서의 휨모멘트의 크기는? (단, 휨강성은 EI이고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\frac{wL^2}{2}$
② $\frac{wL^2}{4}$
③ $\frac{wL^2}{8}$
④ $\frac{wL^2}{16}$

정답 4번

출제 포인트

처짐곡선 식이 미리 주어졌을 때, 이를 이용해 특정 위치의 휨모멘트를 구할 수 있는지를 확인하는 문제이다. 처짐 v와 휨모멘트 M 사이의 관계식 $M(x) = EIv''(x)$를 정확히 적용해 두 번 미분한 뒤 원하는 좌표를 대입하는 절차가 핵심이다.

조건 정리

그림에서 A점은 고정단, B점은 롤러 지점인 부정정보(propped cantilever)이며, 보 전 구간에 등분포하중 w가 작용한다. x는 A점을 원점으로 하여 B방향으로 잡은 좌표이고, 처짐곡선은 $v = -\frac{wx^2}{48EI}(3L^2 - 5Lx + 2x^2)$로 주어진다. C점은 $x = \frac{L}{2}$인 위치(보의 중앙)이며, 휨강성 EI는 전 구간에서 일정하고 구조물 자중은 무시한다.

사용할 공식

보의 처짐 미분방정식에서 휨모멘트는 처짐곡선을 x에 대해 두 번 미분한 값과 EI의 곱으로 구해진다: $M(x) = EIv''(x)$. 즉 주어진 v(x)를 순서대로 두 번 미분한 뒤 EI를 곱하면 해당 위치의 휨모멘트가 된다.

NoteBase

계산 과정

먼저 괄호를 전개하면 $v = -\frac{w}{48EI}(3L^2x^2 - 5Lx^3 + 2x^4)$이다.
1차 미분하면 $v' = -\frac{w}{48EI}(6L^2x - 15Lx^2 + 8x^3)$이다.
2차 미분하면 $v'' = -\frac{w}{48EI}(6L^2 - 30Lx + 24x^2)$이다.
여기에 $x = \frac{L}{2}$를 대입하면 괄호 안은 $6L^2 - 30L \cdot \frac{L}{2} + 24 \cdot \frac{L^2}{4} = 6L^2 - 15L^2 + 6L^2 = -3L^2$이 된다.
따라서 $v''\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{w}{48EI} \times (-3L^2) = \frac{3wL^2}{48EI} = \frac{wL^2}{16EI}$이다.
휨모멘트는 $M = EIv''\left(\frac{L}{2}\right) = EI \times \frac{wL^2}{16EI} = \frac{wL^2}{16}$이므로, C점의 휨모멘트 크기는 $\frac{wL^2}{16}$이다.

선지 판단

① $\frac{wL^2}{2}$: v''를 구하는 과정에서 계수 정리를 생략하고 최고차항만 남겨 계산하면 나올 수 있는 값으로, 실제 계산값의 8배에 해당해 틀리다.
② $\frac{wL^2}{4}$: 2차 미분 단계에서 $24x^2$항의 계수를 절반으로 잘못 적용하면 나오는 값으로, 실제 계산값의 4배이므로 틀리다.
③ $\frac{wL^2}{8}$: x=L/2 대입 시 $-3L^2$ 대신 $-6L^2$로 잘못 계산하면 나오는 값으로, 실제 계산값의 2배이므로 틀리다.
④ $\frac{wL^2}{16}$: v(x)를 정확히 두 번 미분해 $v'' = -\frac{w}{48EI}(6L^2 - 30Lx + 24x^2)$를 얻고 x=L/2를 대입한 결과와 정확히 일치하므로 옳다.

오답 포인트

v(x)를 미분할 때 $3L^2x^2$, $-5Lx^3$, $2x^4$ 각 항의 계수와 지수를 하나씩 정확히 낮추지 않으면 6, 15, 8이나 6, 30, 24 같은 계수가 뒤섞이기 쉽다. 또한 x=L/2는 반드시 v''(x)까지 정리를 마친 뒤에 대입해야 하며, v(x)나 v'(x) 단계에서 미리 대입하면 전혀 다른 값이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

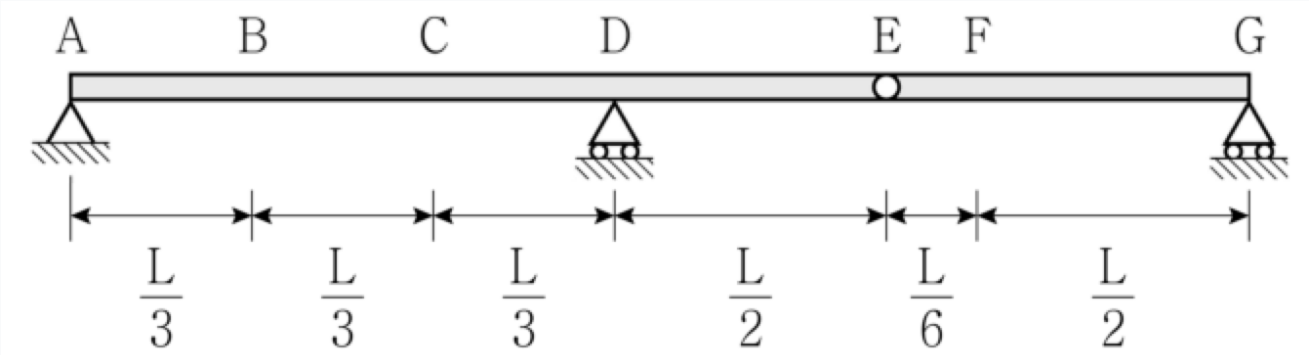
처짐곡선 식이 이미 주어진 문제는 지점 반력이나 하중 분포를 따로 구할 필요 없이, $M = EIv''$ 관계식으로 곧장 두 번 미분한 뒤 원하는 위치의 x값을 대입하는 것이 가장 빠르다. 미분은 각 항을 따로 계산해 마지막에 합치면 계수 실수를 줄일 수 있다.

암기 포인트

처짐 v, 처짐각 $\theta = v'$, 휨모멘트 $M = EIv''$, 전단력 $V = EIv'''$, 하중 $w = -EIv''''$로 이어지는 미분 관계의 순서를 기억해 둔다.

NoteBase

문 24. 그림과 같은 게르버보에 (가) ~ (라)와 같이 수직하중이 각각 작용할 때, C점에 발생하는 휨모멘트 크기의 절댓값이 가장 작은 것은? (단, 보의 자중은 무시한다)



(가) B점에 3.0kN
(나) C점에 2.0kN
(다) E점에 1.5kN
(라) F점에 2.0kN

① (가)
② (나)
③ (다)
④ (라)

정답 1번

출제 포인트

내부힌지(E점)를 가진 게르버보에서 하중 위치에 따라 C점 휨모멘트가 어떻게 달라지는지를 비교하는 문제이다. 게르버보는 힌지를 기준으로 두 개의 정정보로 분리해서 풀어야 한다. E점을 기준으로 왼쪽 A~E 구간은 A점 핀지지와 D점 롤러지지를 받는 1차보(D~E는 내민보 구간)이고, 오른쪽 E~G 구간은 G점 롤러지지 하나만 받고 힌지 E에서 전단력(수직력)만 전달받는 2차보(매달린 보)이다. 힌지에서는 굽힘모멘트가 전달되지 않고 수직반력만 전달된다는 점이 핵심이다.

조건 정리

지지조건: A는 핀지지, D와 G는 롤러지지, E는 내부힌지이다. 구간 길이는 A-B = L/3, B-C = L/3, C-D = L/3(따라서 A-D = L), D-E = L/2, E-F = L/6, F-G = L/2이다. 게르버보 해석 순서상 (가)와 (나)의 하중(B점, C점)은 1차보(A~E) 구간에 직접 작용하고, (다)와 (라)의 하중(E점, F점)은 2차보(E~G) 구간에 작용하므로 먼저 2차보를 풀어 힌지 E에 전달되는 힘을 구한 뒤 1차보에 대입해야 한다.

NoteBase

사용할 공식

게르버보는 힌지에서 모멘트가 0이라는 조건으로 분리한다. 2차보(E~G)는 자체적으로 $\sum F_y = 0$, $\sum M_G = 0$을 이용해 힌지 E에 걸리는 반력(=1차보로 전달되는 힘)을 구한다. 1차보(A~D~E)는 $\sum M_A = 0$으로 D점 반력을 구하고 $\sum F_y = 0$으로 A점 반력을 구한 다음, C점 좌측의 힘들로 M_C = Σ(좌측 힘 × C까지의 거리)를 계산한다.

계산 과정

(가) B점에 3.0 kN: 이 하중은 1차보(A~D~E) 구간에만 작용하고 2차보에는 하중이 없으므로 힌지 E를 통해 전달되는 힘은 0이다. $\sum M_A = 0$: $R_D \times L = 3.0 \times \frac{L}{3}$이므로 $R_D = 1.0\text{kN}$, $R_A = 3.0 - 1.0 = 2.0\text{kN}$.
C점(A로부터 $\frac{2L}{3}$)의 좌측에는 R_A와 B점 하중이 있으므로
$M_C = R_A \times \frac{2L}{3} - 3.0 \times \left(\frac{2L}{3} - \frac{L}{3}\right) = 2.0 \times \frac{2L}{3} - 3.0 \times \frac{L}{3} = \frac{4L}{3} - L = \frac{L}{3}$. 따라서 $|M_C| = \frac{L}{3} \approx 0.33L$이다.

(나) C점에 2.0 kN: 마찬가지로 2차보에는 하중이 없어 힌지 전달력은 0이다. $\sum M_A = 0$: $R_D \times L = 2.0 \times \frac{2L}{3}$이므로 $R_D = \frac{4}{3}\text{kN}$, $R_A = 2.0 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}\text{kN}$. C점 바로 좌측에는 R_A만 있으므로
$M_C = R_A \times \frac{2L}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2L}{3} = \frac{4L}{9} \approx 0.44L$이다.

(다) E점에 1.5 kN: 하중이 힌지 E에 정확히 작용하므로 2차보(E~G) 쪽에는 이 하중과 힌지 반력만 있고, $\sum M_G = 0$을 세우면 힌지에서 전달되는 힘과 하중의 G까지의 거리가 같아(둘 다 E점에 위치) 힌지 전달력이 하중과 같은 1.5 kN이 되고 G점 반력은 0이 된다. 즉 1.5 kN 전체가 그대로 1차보의 E점(내민보 끝단)에 하향 하중으로 작용한다. 1차보에서 $\sum M_A = 0$: $R_D \times L = 1.5 \times \frac{3L}{2}$이므로 $R_D = 2.25\text{kN}$,
$R_A = 1.5 - 2.25 = -0.75\text{kN}$. C점 좌측에는 R_A만 있으므로 $M_C = R_A \times \frac{2L}{3} = -0.75 \times \frac{2L}{3} = -0.5L$이고 $|M_C| = 0.5L$이다.

(라) F점에 2.0 kN: 2차보(E~G)에서 $\sum M_G = 0$: 힌지전달력 H에 대해 $H \times \frac{2L}{3} = 2.0 \times \frac{L}{2}$이므로 $H = 1.5\text{kN}$이 되어, 공교롭게도 (다)와 동일하게 1.5 kN이 1차보의 E점에 하향으로 전달된다. 따라서 1차보의 반력과 M_C 계산 결과도 (다)와 동일하게 $|M_C| = 0.5L$이다.

네 경우를 비교하면 0.33L (가) < 0.44L (나) < 0.5L (다 = 라)이므로 C점 휨모멘트의 절댓값이 가장 작은 것은 (가)이다.

선지 판단

① (가): C점 휨모멘트 절댓값이 $\frac{L}{3}$로 네 경우 중 가장 작다. 정답이다.
② (나): C점 휨모멘트 절댓값이 $\frac{4L}{9}$로 (가)보다 크다. 오답이다.
③ (다): 하중이 힌지 E에 그대로 작용해 내민보 끝단에 실리는 효과를 내며 C점 휨모멘트 절댓값이 $0.5L$로 가장 크게 나온다. 오답이다.
④ (라): F점 하중이 힌지를 거쳐 (다)와 같은 크기(1.5 kN)로 E점에 전달되어 C점 휨모멘트 절댓값이 (다)와 같은 $0.5L$이다. 가장 작은 값이 아니므로 오답이다.

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 (다), (라)의 하중을 힌지 오른쪽 구간의 하중이라는 이유로 C점 계산과 무관하다고 착각하는 것이다. 실제로는 힌지를 통해 왼쪽 1차보로 힘이 전달되어 C점 모멘트에 영향을 준다. 또한 (다)처럼 하중이 힌지 위치에 정확히 작용하면 2차보(E~G) 쪽 반력은 0이 되고 하중 전체가 1차보의 내민보 끝단 하중으로 그대로 전달된다는 점, 그리고 이 내민보 끝단 하중이 D점 지지점보다 바깥쪽에 있어 C점 모멘트를 오히려 크게 키운다는 점을 놓치기 쉽다. B점이나 C점처럼 지지점(A, D) 사이에 작용하는 하중은 상대적으로 C점 모멘트에 미치는 영향이 작다는 것도 함께 기억해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

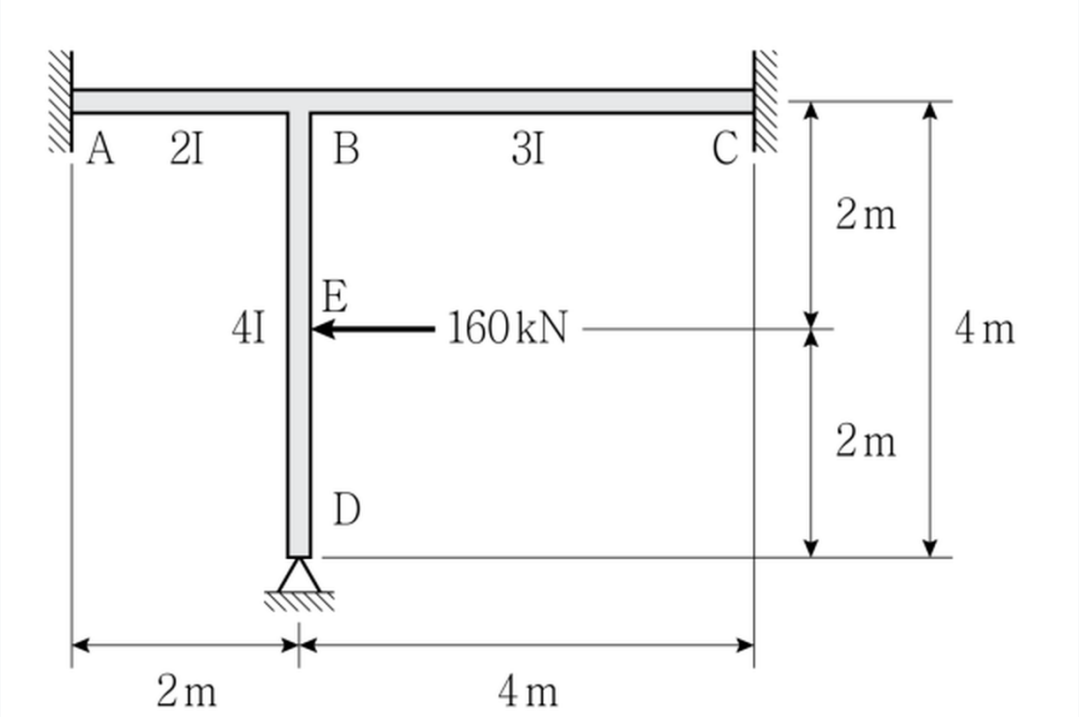
게르버보 문제가 나오면 먼저 힌지를 기준으로 보를 두 개의 정정보로 분리한다. 힌지가 포함된 구간(매달린 보)에 하중이 있으면 그 보만 따로 평형방정식을 세워 힌지에 전달되는 힘부터 구하고, 이 힘을 나머지 1차보에 하중으로 옮겨 반력과 원하는 단면의 모멘트를 계산한다. 여러 하중 조건을 비교하는 문제라면 매번 이 순서(2차보 → 힌지 전달력 → 1차보 → 목표점 모멘트)를 반복 적용해 절댓값을 비교하면 실수를 줄일 수 있다.

암기 포인트

힌지에서는 모멘트가 0이고 수직력(전단력)만 전달된다는 것이 게르버보 해석의 출발점이다. 하중이 힌지에 걸린 구간(매달린 보) 안에 있으면 그 구간을 먼저 풀어 힌지로 전달되는 힘을 구하고, 그 힘을 다른 구간의 하중으로 취급해 원하는 점의 모멘트를 구한다는 순서를 기억해 둔다.

NoteBase

문 25. 그림과 같은 프레임 구조물의 E점에 집중하중 160kN이 수평으로 작용할 때, C점의 부재단 모멘트 M_{CB}의 크기[kN · m]는? (단, 구조물의 탄성계수는 일정하고, /는 단면2차모멘트이며, 자중은 무시한다)



① 18

② 24

③ 30

④ 36

정답 1번

출제 포인트

모멘트분배법을 이용해 부정정 라멘(뼈대) 구조물의 부재단모멘트를 구하는 문제이다. 지점 D가 힌지(핀)지지이고 하중이 절점이 아닌 부재 중간(E점)에 작용하는 경우, 원단힌지 부재의 수정강도와 그에 맞는 고정단모멘트 공식을 쓸 수 있는지, 그리고 도달률(carry-over factor)까지 정확히 적용하는지를 묻는다.

NoteBase

조건 정리

A, C는 고정지점이고 D는 힌지지지이며, B는 AB·BC·BD 세 부재가 만나는 강절점이다. AB는 길이 2m·단면2차모멘트 2I, BC는 길이 4m·3I, BD는 길이 4m·4I이고 E점은 BD의 정중앙(B에서 2m, D에서 2m)이다. E점에 수평집중하중 160kN이 작용한다. 모든 부재의 축방향 변형은 무시하므로, A-B-C가 일직선인 거더는 축강성으로 B의 수평이동을 막고 수직부재 BD는 축강성으로 B의 수직이동을 막는다. 따라서 B점은 회전만 가능한 횡구속(no-sidesway) 라멘이 되어, 절점 B의 회전각 하나만 미지수로 하는 모멘트분배법으로 풀 수 있다.

사용할 공식

원단이 고정인 부재의 상대강도는 $k = 4EI/L$이고 도달률은 1/2이다. 원단이 힌지(핀)인 부재는 강도를 낮춘 수정강도 $k' = 3EI/L$를 쓰고 도달률은 0이다. 분배율은 $DF = k/\sum k$로 구한다. 원단힌지 부재의 스팬 정중앙에 집중하중 P가 작용할 때, 고정단(가까운 쪽) 모멘트는 $M = 3PL/16$이다(양단고정 중앙하중의 $PL/8$과는 다른 값이므로 지지조건에 맞는 공식을 구분해서 써야 한다).

계산 과정

1) 상대강도 계산: AB는 원단(A) 고정이므로 $4EI/L \propto 4 \times 2/2 = 4$. BC는 원단(C) 고정이므로 $4EI/L \propto 4 \times 3/4 = 3$. BD는 원단(D)이 힌지이므로 수정강도 $3EI/L \propto 3 \times 4/4 = 3$. 합은 $4 + 3 + 3 = 10$이므로 분배율은 $DF_{BA} = 0.4$, $DF_{BC} = 0.3$, $DF_{BD} = 0.3$이다.
2) BD부재의 고정단모멘트: E점이 BD의 정중앙이므로 $M_{B(BD)} = 3PL/16 = 3 \times 160 \times 4/16 = 120$ kN·m이고, D는 힌지이므로 $M_D = 0$이다.
3) 절점 B에는 BD로부터 120kN·m의 불균형모멘트만 작용하므로(AB, BC는 하중이 없어 초기모멘트 0) 이를 −120으로 분배한다: $\Delta M_{BA} = -120 \times 0.4 = -48$, $\Delta M_{BC} = -120 \times 0.3 = -36$, $\Delta M_{BD} = -120 \times 0.3 = -36$. 검산으로 B점 최종모멘트 합은 $-48 - 36 + (120 - 36) = 0$이 되어 평형이 맞는다.
4) BC는 양단(B, C)이 모두 고정단인 부재이므로 B에서 C로 도달률 1/2을 적용한다: $M_{CB} = \frac{1}{2} \times (-36) = -18$ kN·m.
따라서 M_{CB}의 크기는 18 kN·m이다.

선지 판단

① 18 — 모멘트분배법과 도달률까지 정확히 적용한 계산값과 일치하므로 옳다.
② 24 — 분배율을 다른 방식(예: BD를 원단고정으로 잘못 취급해 강도비를 4:3:4로 계산)으로 구했을 때 나올 수 있는 값으로, 원단힌지 부재의 수정강도를 반영하지 않은 오답이다.
③ 30 — BD의 고정단모멘트를 $3PL/16$ 대신 다른 공식(예: 양단고정 공식 $PL/8$ 등)으로 잘못 계산했을 때 나올 수 있는 값으로, 지지조건에 맞지 않는 공식을 쓴 오답이다.
④ 36 — B점에서 BC로 분배된 모멘트 $\Delta M_{BC} = -36$을 그대로 M_{CB}로 착각한 값이다. 실제로는 도달률 1/2을 한 번 더 곱해야 하므로 틀린 값이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지다. 첫째, D가 힌지지지라는 사실을 놓치고 BD를 양단고정 부재로 취급해 강도와 고정단모멘트 공식을 그대로 쓰면 처음부터 계산이 어긋난다. 원단힌지 부재는 강도를 $3EI/L$로 낮추고, 중앙집중하중의 고정단모멘트는 $3PL/16$을 써야 한다. 둘째, C점의 모멘트를 구할 때 B에서 분배된 모멘트(−36)를 그대로 답으로 쓰기 쉬운데, C가 고정지점이므로 도달률 1/2을 한 번 더 곱하는 도달모멘트 계산 단계를 반드시 거쳐야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

라멘 구조에서 한쪽 지점이 힌지(핀)이면 그 부재의 강도를 $3EI/L$로 낮추고 도달률은 0으로 둔다. 그 부재에 중앙집중하중이 걸리면 고정단모멘트로 $3PL/16$을 바로 쓴다. 절점에서 분배가 끝난 뒤, 고정지점 쪽 부재는 반드시 도달률 1/2을 한 번 더 곱해 최종 부재단모멘트를 구한다.

암기 포인트

원단고정 부재: 강도 $4EI/L$, 도달률 1/2. 원단힌지 부재: 수정강도 $3EI/L$, 도달률 0. 원단힌지 부재의 중앙집중하중 고정단모멘트는 $3PL/16$(양단고정의 $PL/8$과 구분). 모든 부재의 축변형을 무시하면 일직선 거더와 수직 기둥으로 이루어진 절점은 회전만 가능한 횡구속 절점이 된다.

NoteBase