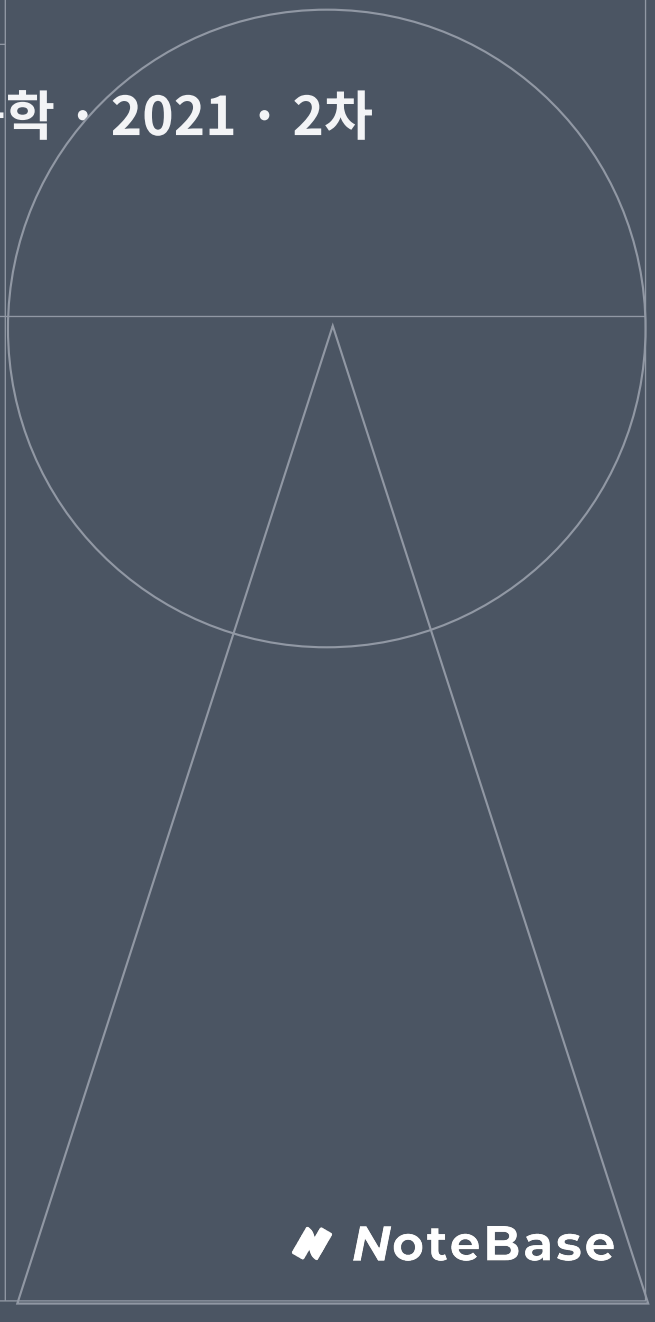
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 반응공학 · 2021 · 2차



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 반응공학 · 2021 · 2차

공무원/국가직/7급 · 반응공학 · 2021 · 2차

문 1. $A + 2B \rightarrow C + D$ **반응에서** $-r_A = 20\text{molm}^{-3}\text{s}^{-1}$**일 때,** r_A**,** $-r_B$**,** r_C**,** $-r_D$ $[\text{molm}^{-3}\text{s}^{-1}]$**를 바르게 연결한 것은? (단,** r_j**는 화학종** j**의 생성속도이다)**

① r_A: 20, $-r_B$: -40, r_C: -20, $-r_D$: 20

② r_A: 20, $-r_B$: -40, r_C: 20, $-r_D$: -20

③ r_A: -20, $-r_B$: 40, r_C: 20, $-r_D$: -20

④ r_A: -20, $-r_B$: 40, r_C: -20, $-r_D$: 20

정답 3번

출제 포인트

화학양론계수가 서로 다른 반응에서 각 화학종의 생성속도(반응속도)가 계수비에 따라 어떻게 환산되는지를 묻는다. 반응물의 소모속도와 생성물의 생성속도 부호를 정확히 다루는지가 핵심이다.

조건 정리

반응식은 $A + 2B \rightarrow C + D$이며 계수는 $A : B : C : D = 1 : 2 : 1 : 1$이다. 주어진 값은 $-r_A = 20\ \text{molm}^{-3}\text{s}^{-1}$이며, 이로부터 r_A, $-r_B$, r_C, $-r_D$를 구해야 한다.

사용할 공식

일반 반응 $aA + bB \rightarrow cC + dD$에서 각 화학종의 생성속도는 계수에 비례하여 다음 관계를 만족한다.
$\frac{-r_A}{a} = \frac{-r_B}{b} = \frac{r_C}{c} = \frac{r_D}{d}$여기서 반응물의 생성속도는 소모되므로 음수, 생성물의 생성속도는 양수로 나타난다.

계산 과정

$a = 1,\ b = 2,\ c = 1,\ d = 1$이고 $-r_A = 20$이므로 비례관계식에 대입한다.$\frac{-r_A}{1} = \frac{-r_B}{2} = \frac{r_C}{1} = \frac{r_D}{1} = 20$따라서 $-r_B = 2 \times 20 = 40$, $r_C = 20$, $r_D = 20$이다. 또한 $r_A = -(-r_A) = -20$, $-r_D = -20$이다. 정리하면 $r_A = -20$, $-r_B = 40$, $r_C = 20$, $-r_D = -20$이다.

NoteBase

선지 판단

① $r_A = 20,\ -r_B = -40,\ r_C = -20,\ -r_D = 20 \rightarrow$ X. r_A는 반응물 소모이므로 음수여야 하는데 양수로 제시되어 부호가 반대이고, $-r_B$와 r_C의 부호도 각각 반대로 뒤바뀌어 있다.
② $r_A = 20,\ -r_B = -40,\ r_C = 20,\ -r_D = -20 \rightarrow$ X. r_C, $-r_D$는 맞지만 $r_A = 20$은 부호가 반대이고 $-r_B = -40$도 부호가 반대이다.
③ $r_A = -20,\ -r_B = 40,\ r_C = 20,\ -r_D = -20 \rightarrow$ O. 계산 과정에서 구한 값과 정확히 일치한다.
④ $r_A = -20,\ -r_B = 40,\ r_C = -20,\ -r_D = 20 \rightarrow$ X. r_A, $-r_B$는 맞지만 r_C와 $-r_D$의 부호가 각각 반대로 뒤바뀌어 있다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 반응물(A, B)의 생성속도는 음수, 생성물(C, D)의 생성속도는 양수라는 부호 규칙을 놓치는 것이다. 또한 $-r_B$를 구할 때 계수 2를 곱하는 것을 빠뜨려 20으로 답하기 쉬운데, B는 A보다 2배 빠르게 소모되므로 반드시 계수비를 반영해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 반응식의 계수비를 확인하고, 각 화학종 앞에 반응물이면 음(-), 생성물이면 양(+)의 생성속도가 붙는다는 규칙을 세운다. 그 다음 주어진 한 화학종의 속도를 계수로 나누어 공통 비례상수를 구하고, 그 비례상수에 각 화학종의 계수를 곱해 나머지 값을 순서대로 채운다.

암기 포인트

$\frac{-r_A}{a} = \frac{-r_B}{b} = \frac{r_C}{c} = \frac{r_D}{d}$ — 반응물은 마이너스, 생성물은 플러스, 계수比대로 비례한다는 것을 공식 형태로 외워 둔다.

NoteBase

문 2. $A \rightarrow B$ 반응의 반응속도상수가 $400K$에서 $1s^{-1}$, $500K$에서 $100s^{-1}$으로 각각 측정되었다. 이 반응의 반응차수와 활성화에너지$[Jmol^{-1}]$는? (단, 반응속도상수는 Arrhenius 관계식을 따르며, R은 기체상수 $[Jmol^{-1}K^{-1}]$, $\ln 100 = 4.6$이다)

① 반응차수: 0, 활성화 에너지: $1.2 \times 10^3 \times R$

② 반응차수: 0, 활성화 에너지: $2.3 \times 10^3 \times R$

③ 반응차수: 1, 활성화 에너지: $4.6 \times 10^3 \times R$

④ 반응차수: 1, 활성화 에너지: $9.2 \times 10^3 \times R$

정답 4번

출제 포인트

반응속도상수 k의 단위로부터 반응차수를 판별하고, 서로 다른 두 온도에서 측정한 k 값을 Arrhenius 관계식에 대입해 활성화에너지를 구하는 문제이다. 반응차수와 활성화에너지를 동시에 묻고 있으므로 두 단계를 순서대로 처리해야 한다.

조건 정리

A → B 반응, $T_1 = 400\text{K}$일 때 $k_1 = 1\text{s}^{-1}$, $T_2 = 500\text{K}$일 때 $k_2 = 100\text{s}^{-1}$이다. R은 기체상수이고 $\ln 100 = 4.6$이 주어져 있다.

사용할 공식

반응속도상수의 단위가 s^{-1}이면 1차 반응이다(0차는 농도/시간 단위, 2차는 농도$^{-1}$·시간$^{-1}$ 단위를 갖는다). 활성화에너지는 Arrhenius 관계식의 적분형인 $\ln\frac{k_2}{k_1} = \frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$를 이용해 구한다.

계산 과정

먼저 반응차수: k의 단위가 s^{-1}이므로 이 반응은 1차 반응이다.
다음으로 활성화에너지: $\ln\frac{k_2}{k_1} = \ln\frac{100}{1} = \ln 100 = 4.6$이고, $\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = \frac{1}{400} - \frac{1}{500} = \frac{500-400}{400\times500} = \frac{100}{200000} = \frac{1}{2000}$이다. 따라서 $\frac{E_a}{R} = \frac{\ln 100}{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}} = \frac{4.6}{1/2000} = 4.6 \times 2000 = 9200$이므로 $E_a = 9.2 \times 10^3 \times R$이다.

NoteBase

선지 판단

① 반응차수 0, $1.2 \times 10^3 \times R$: X → 단위상 1차 반응이며 활성화에너지 값도 계산 결과와 다르다.
② 반응차수 0, $2.3 \times 10^3 \times R$: X → 반응차수가 틀렸고, $2.3 \times 10^3 \times R$은 $\ln 100/2$ 형태의 계산 착오값으로 활성화에너지도 틀리다.
③ 반응차수 1, $4.6 \times 10^3 \times R$: X → 반응차수는 맞으나 활성화에너지가 $\ln 100 \times R$만 반영하고 온도차 계산(1/2000)을 누락한 값이라 틀리다.
④ 반응차수 1, $9.2 \times 10^3 \times R$: O → k의 단위 s^{-1}로 1차 반응임을 확인하고, Arrhenius 식으로 계산하면 $E_a = 9.2 \times 10^3 \times R$이 정확히 나온다.

오답 포인트

반응차수를 k의 단위로 판별하지 않고 임의로 0차나 다른 차수로 단정하면 ①②로 잘못 고르게 된다.
활성화에너지 계산에서는 $\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$를 온도 차 $T_2 - T_1 = 100$으로 잘못 대입하거나 $T_1 \times T_2$를 빠뜨리면 ③처럼 $\ln 100 \times R$로 그치는 오류가 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

속도상수의 단위를 보고 반응차수를 먼저 확정한 뒤(0차: 농도·시간$^{-1}$, 1차: 시간$^{-1}$, 2차: 농도$^{-1}$·시간$^{-1}$), Arrhenius 적분식에 두 온도의 역수 차를 정확히 대입해 활성화에너지를 구하는 순서로 접근한다.

암기 포인트

1차 반응 속도상수의 단위는 s^{-1}(시간의 역수)이다. Arrhenius 적분형 $\ln \frac{k_2}{k_1} = \frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$에서 $T_1 < T_2$이면 $\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} > 0$이 되어 E_a가 양수로 나온다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 3. 등온 회분식반응기에서 $A \rightarrow B$ 액상 반응을 진행한다. 실험결과를 이용하여 적분법으로 얻은 반응차수와 반응속도상수에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, k는 반응속도상수, t는 반응시간, C_A는 A의 농도, C_{A0}는 A의 초기농도이다)

① 0차 반응이라면, $C_A = kt - C_{A0}$이다.
② 1차 반응이라면, $\ln \frac{C_{A0}}{C_A} = kt$이다.
③ 2차 반응이라면, $\frac{1}{C_{A0}} - \frac{1}{C_A} = kt$이다.
④ 3차 반응이라면, $2(C_A^{-2} - C_{A0}^{-2}) = kt$이다.

정답 2번

출제 포인트

등온 회분식반응기에서 $A \rightarrow B$ 액상 반응(밀도 일정, 부피 불변)에 대해 반응차수 0차·1차·2차·3차 각각의 적분법(integral method) 결과식을 정확히 세울 수 있는지를 묻는다. 각 차수의 속도식을 물질수지식에 대입해 적분한 결과와 선지의 식을 하나씩 대조해 옳고 그름을 가려야 한다.

조건 정리

회분식반응기이므로 물질수지는 $-\frac{dC_A}{dt} = kC_A^n$ 형태이다. $t = 0$일 때 $C_A = C_{A0}$인 초기조건에서 적분하며, n은 반응차수(0, 1, 2, 3)이다.

사용할 공식

0차: $C_{A0} - C_A = kt$
1차: $\ln \frac{C_{A0}}{C_A} = kt$
2차: $\frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A0}} = kt$
n차(n≠1): $\frac{1}{n-1}\left(\frac{1}{C_A^{n-1}} - \frac{1}{C_{A0}^{n-1}}\right) = kt$

계산 과정

0차: $-\frac{dC_A}{dt} = k$를 적분하면 $C_{A0} - C_A = kt$, 즉 $C_A = C_{A0} - kt$이다.
1차: $-\frac{dC_A}{dt} = kC_A$를 C_{A0}에서 C_A까지 적분하면 $\ln \frac{C_{A0}}{C_A} = kt$이다.
2차: $-\frac{dC_A}{dt} = kC_A^2$를 적분하면 $\frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A0}} = kt$이다.
3차: $-\frac{dC_A}{dt} = kC_A^3$를 적분하면 $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_A^2} - \frac{1}{C_{A0}^2}\right) = kt$이다.

NoteBase

선지 판단

① X — 0차 반응의 적분식은 $C_A = C_{A0} - kt$이다. 선지의 $C_A = kt - C_{A0}$는 부호가 반대로 뒤바뀐 틀린 식이다.
② O — 1차 반응의 적분식은 $\ln \frac{C_{A0}}{C_A} = kt$이며 선지의 식과 정확히 일치한다.
③ X — 2차 반응의 적분식은 $\frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A0}} = kt$이다. 선지는 $\frac{1}{C_{A0}} - \frac{1}{C_A} = kt$로 좌변의 두 항 순서(부호)가 뒤바뀌어 있어 틀렸다.
④ X — 3차 반응의 적분식은 $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_A^2} - \frac{1}{C_{A0}^2}\right) = kt$로 계수가 $\frac{1}{2}$이다. 선지는 계수가 2로 되어 있어 틀렸다(정확한 계수의 역수, 즉 4배 차이가 난다).

오답 포인트

0차·2차·3차 모두 식의 구조 자체는 맞게 떠올리기 쉽지만, 반응물이 소모되어 감소하는 방향에 맞는 부호(어느 항을 먼저 빼야 하는지)와 n차 공식의 계수 $\frac{1}{n-1}$를 놓치기 쉽다. 특히 3차 반응처럼 n≥2인 경우 계수를 단순히 1로 두거나 부호만 바꾸는 실수가 잦으므로, n차 일반식에 직접 대입해 계수까지 확인하는 습관이 필요하다.

다시 나오면 이렇게 판단

회분식 등온 액상 반응의 차수별 적분식 문제는 먼저 n차 일반식 $\frac{1}{n-1}(C_A^{1-n} - C_{A0}^{1-n}) = kt$를 떠올린 뒤 각 선지의 차수를 대입해 계수와 부호까지 하나하나 대조한다. 겉보기에 그럴듯한 식이라도 계수(1, 1/2 등)와 좌변 두 항의 순서(부호)를 반드시 따로 점검한다.

암기 포인트

0차: $C_{A0} - C_A = kt$ / 1차: $\ln \frac{C_{A0}}{C_A} = kt$ / 2차: $\frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A0}} = kt$ / 3차: $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_A^2} - \frac{1}{C_{A0}^2}\right) = kt$. 항상 반응물 농도가 줄어드는 방향($C_A$ 관련 항이 커지는 방향)으로 부호가 잡히고, n차의 계수는 $\frac{1}{n-1}$임을 기억한다.

NoteBase

문 4. $A \rightarrow B$ 액상 반응을 진행한다. 부피가 같은 연속교반탱크반응기(CSTR)와 플러그흐름반응기(PFR) 중 어느 반응기를 사용하더라도 동일한 A의 전환율을 얻게 된다면, 이 반응의 반응차수는? (단, 반응은 등온 정상상태에서 진행하고, 나머지 조건은 동일하다)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

정답 1번

출제 포인트

같은 부피의 CSTR과 PFR에 같은 A를 같은 유량으로 넣었을 때, 반응차수에 따라 두 반응기의 전환율이 어떻게 달라지는지를 설계방정식으로부터 이해하고 있는지를 묻는다. 반응차수가 0차일 때만 반응속도가 농도(전환율)에 무관한 상수가 되어, 반응기 내부의 혼합 방식(완전혼합 vs 플러그흐름)이 결과에 영향을 주지 못한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

액상 반응이므로 부피팽창이 없어 유량이 일정하다고 볼 수 있다. 두 반응기의 부피 V가 같고, 유입 조건(유량 F_{A0}, 초기 농도 등)도 동일하다. 등온·정상상태이므로 반응속도상수 k도 일정하다. 이 조건에서 CSTR과 PFR의 전환율이 항상 같다는 것은, 반응차수 n에 대한 조건을 찾는 문제이다.

사용할 공식

속도식은 $-r_A = kC_A^n$이다. CSTR 설계방정식은 $V = \frac{F_{A0}X}{-r_A|_X}$이고, PFR 설계방정식은 $V = F_{A0}\int_0^X \frac{dX}{-r_A}$이다. 두 식에서 우변이 모든 X에 대해 항상 같아지는 조건을 찾으면 된다.

계산 과정

반응차수가 0차($n = 0$)이면 $-r_A = k$로 전환율과 무관한 상수가 된다. 이때 CSTR은 $V = \frac{F_{A0}X}{k}$가 되고, PFR은 $V = F_{A0}\int_0^X \frac{dX}{k} = \frac{F_{A0}X}{k}$가 되어 두 식이 완전히 동일해진다. 즉 같은 부피에서 같은 전환율을 준다.
반면 $n \geq 1$인 경우에는 $-r_A$가 전환율이 커질수록(농도가 낮아질수록) 감소하는 함수가 된다. CSTR은 반응기 전체가 출구 농도(가장 낮은 농도, 가장 느린 속도)로 반응이 진행되는 것과 같아 부피가 더 크게 필요하고, PFR은 입구의 높은 농도 구간에서 빠른 속도를 활용하므로 같은 전환율을 얻는 데 필요한 부피가 CSTR보다 작다.
따라서 $n \geq 1$에서는 같은 부피일 때 PFR의 전환율이 CSTR보다 항상 크며, 두 전환율이 같아지려면 $n = 0$이어야 한다.

NoteBase

선지 판단

① 0 → O. 0차 반응은 속도가 농도에 무관한 상수이므로 CSTR과 PFR의 설계방정식이 동일해지고, 같은 부피에서 항상 같은 전환율을 준다.
② 1 → X. 1차 반응부터는 속도가 농도(전환율)에 따라 변하므로, 같은 부피에서 PFR의 전환율이 CSTR보다 커진다.
③ 2 → X. 2차 반응은 농도 의존성이 1차보다 더 커서 두 반응기 간 전환율 차이가 더 벌어진다.
④ 3 → X. 3차 반응 역시 농도 의존성이 있는 반응이므로 두 반응기의 전환율이 같아질 수 없다.

오답 포인트

1차 이상의 반응에서 CSTR과 PFR의 전환율이 다르다는 사실은 알아도, '반응차수가 얼마나 높든 상관없이 부피가 같으면 전환율도 같다'고 착각하기 쉽다. 반응차수가 커질수록 두 반응기의 성능 차이(같은 부피에서의 전환율 차이)는 오히려 더 벌어진다는 점을 혼동하지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

'같은 부피에서 CSTR과 PFR의 전환율(또는 성능)이 같다'는 조건이 나오면 곧바로 0차 반응을 떠올린다. 반대로 '같은 부피에서 PFR이 CSTR보다 항상 유리하다(전환율이 높거나 필요 부피가 작다)'는 서술이 나오면 1차 이상의 반응(농도 의존 반응)에 해당하는 설명인지를 확인한다.

암기 포인트

0차 반응은 속도가 농도와 무관한 상수이므로 혼합 방식(CSTR의 완전혼합, PFR의 플러그흐름)이 전환율에 영향을 주지 못한다. 그래서 같은 부피의 CSTR과 PFR은 0차 반응에서만 항상 같은 전환율을 준다는 것으로 정리해 둔다.

NoteBase

문 5. 등온 회분식반응기에서 $A \rightarrow B$ 액상 기초반응을 진행한다. 반응물 A의 농도가 초기농도의 10%로 줄어드는 데 걸리는 시간[min]은? (단, 반응속도상수 $k = 0.2\text{min}^{-1}$, $\ln 10 = 2.3$이다)

① 2.3

② 4.6

③ 11.5

④ 23

정답 3번

출제 포인트

등온 회분식반응기에서 진행되는 1차 액상 기초반응 $A \rightarrow B$의 농도-시간 관계식을 이용해, 반응물 A의 농도가 초기농도의 10%로 줄어드는 데 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 1차 반응의 적분형 속도식을 정확히 세우고 주어진 $\ln 10 = 2.3$을 대입해 계산하는 능력을 확인한다.

조건 정리

반응속도상수 $k = 0.2\ \text{min}^{-1}$, 반응 종료 시점의 농도비 $C_A/C_{A0} = 0.10$, $\ln 10 = 2.3$이 주어졌다. 등온 회분식반응기이므로 부피 변화가 없고 1차 반응이므로 반응차수는 1이다.

사용할 공식

회분식반응기의 물질수지로부터 1차 비가역반응의 적분형 속도식은 다음과 같다.
$-\ln\left(\frac{C_A}{C_{A0}}\right) = kt$
즉 $\ln\left(\frac{C_{A0}}{C_A}\right) = kt$이다.

계산 과정

농도비가 10%로 줄어드므로 $C_A/C_{A0} = 0.1$, 따라서 $C_{A0}/C_A = 10$이다.
$\ln\left(\frac{C_{A0}}{C_A}\right) = \ln 10 = kt$
$2.3 = 0.2 \times t$
$t = \frac{2.3}{0.2} = 11.5\ \text{min}$
따라서 반응물 A의 농도가 초기농도의 10%로 줄어드는 데 걸리는 시간은 11.5분이다.

NoteBase

선지 판단

① 2.3 → X. 이는 $\ln 10$ 값 자체이며 k로 나누는 과정을 빠뜨린 결과이다.
② 4.6 → X. 2×2.3에 해당하는 값으로, $k = 0.2$로 나누지 않고 임의로 배수를 취한 값이며 올바른 계산 결과가 아니다.
③ 11.5 → O. $t = \ln 10/k = 2.3/0.2 = 11.5$ min로 올바르게 계산된 값이다.
④ 23 → X. 2.3/0.1로 계산하거나 소수점 위치를 잘못 처리한 경우에 나오는 값으로, $k = 0.2$로 정확히 나누지 않은 오답이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 $\ln 10 = 2.3$을 k로 나누는 마지막 단계를 빠뜨리거나(①), $k = 0.2$ 대신 0.1이나 다른 값으로 나누어(④) 계산하는 것이다. 또한 농도비 10%를 $\ln 0.1$이 아니라 $\ln 10$의 부호나 배수를 혼동해 임의로 곱해버리는 경우(②)도 오답으로 이어진다. 1차 반응식 $\ln(C_{A0}/C_A) = kt$에서 좌변을 정확히 구한 뒤 반드시 k로 나누어야 시간 t가 나온다는 점을 놓치지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

회분식반응기에서 1차 반응 문제가 나오면 가장 먼저 $\ln(C_{A0}/C_A) = kt$ 식을 세우고, 농도비의 역수(초기농도/최종농도)를 자연로그로 바꾼 뒤 그 값을 k로 나누어 t를 구한다. 농도가 몇 %로 줄었는지와 몇 %가 남았는지를 혼동하지 않도록 C_A/C_{A0}의 값을 먼저 명확히 정리한다.

암기 포인트

회분식 1차 비가역반응: $-\ln(C_A/C_{A0}) = kt$, 즉 $t = \frac{1}{k}\ln\left(\frac{C_{A0}}{C_A}\right)$이다. 반감기는 $t_{1/2} = \ln 2/k$이며, 같은 방식으로 농도가 임의의 비율로 줄어드는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.

NoteBase

문 6. 등온 회분식반응기에서 $A \rightleftharpoons R$ 가역 기상 기초반응을 진행한다. 반응이 평형에 도달했을 때 A의 전환율이 0.75이면, 이 반응의 농도평형상수(K_C)는? (단, 기체는 모두 이상기체이고, C_{I0}는 I의 초기농도, $C_{A0} = 2\text{mol}\text{L}^{-1}$, $C_{R0} = 2\text{mol}\text{L}^{-1}$이다)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

정답 4번

출제 포인트

등온 회분식반응기에서 진행되는 가역 기상 기초반응 $A \rightleftharpoons R$의 평형 전환율로부터 농도평형상수 K_C를 구하는 문제이다. 이 반응은 반응물과 생성물의 몰수 변화가 없는(1몰 → 1몰) 반응이므로 기상반응이어도 전체 몰수와 부피가 일정하게 유지되어, 팽창인자를 고려하지 않고 초기농도와 전환율만으로 평형농도를 바로 구할 수 있다는 점이 핵심이다.

조건 정리

회분식(부피 일정) 등온 반응기, 반응 $A \rightleftharpoons R$, 평형 전환율 $X_{Ae} = 0.75$, 초기농도 $C_{A0} = 2\ \text{mol}\text{L}^{-1}$, $C_{R0} = 2\ \text{mol}\text{L}^{-1}$이다. A 1몰이 소모될 때 R 1몰이 생성되므로 총 몰수가 변하지 않아 부피(농도 기준)가 일정하다.

사용할 공식

회분식반응기에서 성분수지에 따라 평형농도는 다음과 같다. $C_{Ae} = C_{A0}(1 - X_{Ae})$ $C_{Re} = C_{R0} + C_{A0}X_{Ae}$
기초반응이므로 농도평형상수는 $K_C = \frac{C_{Re}}{C_{Ae}}$ 로 계산한다.

계산 과정

$C_{Ae} = 2 \times (1 - 0.75) = 2 \times 0.25 = 0.5\ \text{mol}\text{L}^{-1}$이다. A가 1.5 mol/L 소모되었으므로 R은 그만큼 증가하여 $C_{Re} = 2 + 2 \times 0.75 = 2 + 1.5 = 3.5\ \text{mol}\text{L}^{-1}$이다. 따라서 $K_C = \frac{C_{Re}}{C_{Ae}} = \frac{3.5}{0.5} = 7$ 이다.

NoteBase

선지 판단

① 4 → 틀린 표현. C_{Re}/C_{Ae}를 계산하지 않고 단순히 다른 값을 대입했을 때 나올 수 있는 값으로, 올바른 값은 7이다.
② 5 → 틀린 표현. $C_{A0}/C_{Ae} = 2/0.5 = 4$나 다른 조합을 잘못 계산한 값으로, 올바른 값은 7이다.
③ 6 → 틀린 표현. C_{Re}를 3으로 잘못 구하거나(생성된 R의 양을 1로 오인) 계산 과정에서 오차가 생긴 값으로, 올바른 값은 7이다.
④ 7 → 옳은 표현. $C_{Ae} = 0.5$, $C_{Re} = 3.5$이므로 $K_C = 3.5/0.5 = 7$이 되어 정답이다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 R의 평형농도를 구할 때 초기농도 $C_{R0} = 2$를 빠뜨리고 생성량만($C_{A0}X_{Ae} = 1.5$) 쓰는 것이다. R도 처음부터 2 mol/L가 존재했으므로 반드시 더해주어야 한다. 또한 몰수 변화가 없는 반응이므로 팽창인자 ε을 도입하거나 부피 변화를 고려할 필요가 없는데, 이를 다른 가역 기상반응처럼 팽창을 고려해 풀면 값이 어긋난다.

다시 나오면 이렇게 판단

반응식의 양변 몰수를 먼저 비교해 몰수 변화가 있는지 확인한다. 몰수 변화가 없으면(이 문제처럼 1:1 반응) 회분식·정용 여부와 관계없이 농도를 초기농도와 전환율만으로 직접 계산할 수 있다. 그다음 각 성분의 초기농도에 전환·생성량을 더하거나 빼서 평형농도를 구하고, 기초반응의 화학양론에 따라 K_C = C_생성물/C_반응물로 정리한다.

암기 포인트

몰수 변화 없는 가역반응 $A \rightleftharpoons R$에서 $C_{Ae} = C_{A0}(1 - X_e)$, $C_{Re} = C_{R0} + C_{A0}X_e$, $K_C = C_{Re}/C_{Ae}$의 세 식을 세트로 기억해 둔다.

NoteBase

문 7. $A \rightarrow B$ **액상 반응의 반응속도식이** $-r_A = \frac{kC_A}{1+KC_A}$**일 때, 초기농도** $10\text{mol}\text{L}^{-1}$**인 순수한 반응물** A**를 연속교반탱크반응기(CSTR)에서 공간시간(**τ**)** 60min**으로 운전하여 생성물** B**를 얻었다(**C_{B1}**). 동일 반응 조건에서 초기농도만** $6\text{mol}\text{L}^{-1}$**로 변경하여 생성물** B**를 얻었다면 (**C_{B2}**), 생성물** B**의 농도비 (**C_{B2}/C_{B1}**)는? (단,** C_A**는** A**의 농도,** $k = 0.1\text{min}^{-1}$**,** $K = 1\text{L}\text{mol}^{-1}$**이다)**

① 0.75

② 0.8

③ 0.9

④ 1.0

정답 2번

출제 포인트

CSTR 설계식 $\tau = \frac{C_{A0} - C_A}{-r_A}$에 비선형(포화형) 속도식을 대입해 출구농도 C_A를 구하는 문제이다. 초기농도가 다른 두 운전조건에서 각각 이차방정식을 풀어 생성물 농도 C_B를 얻고, 그 비를 계산하는 능력을 확인한다.

조건 정리

반응 A → B는 액상(밀도 일정)이므로 몰수비 1:1에 의해 $C_B = C_{A0} - C_A$가 성립한다. 공통조건: $\tau = 60$ min, $k = 0.1$ min^{-1}, $K = 1$ Lmol^{-1}. 조건1: $C_{A0,1} = 10$ molL^{-1}. 조건2: $C_{A0,2} = 6$ molL^{-1}.

사용할 공식

CSTR 설계식: $\tau = \frac{C_{A0} - C_A}{-r_A}$. 속도식 $-r_A = \frac{kC_A}{1+KC_A}$를 대입하면 $\tau = \frac{(C_{A0} - C_A)(1+KC_A)}{kC_A}$가 되고, 이를 C_A에 대한 이차방정식으로 정리해 푼다.

NoteBase

계산 과정

설계식을 정리하면 $k\tau C_A = (C_{A0} - C_A)(1 + KC_A)$이다. $k\tau = 0.1 \times 60 = 6$, $K = 1$을 대입한다.

[조건1: $C_{A0} = 10$]
$6C_A = (10 - C_A)(1 + C_A) = 10 + 9C_A - C_A^2$
$C_A^2 - 3C_A - 10 = 0$
$(C_A - 5)(C_A + 2) = 0 \Rightarrow C_A = 5$ $(\text{mol}\text{L}^{-1})$ (음수해는 물리적으로 불가하여 제외)
$C_{B1} = C_{A0,1} - C_A = 10 - 5 = 5$ molL^{-1}

[조건2: $C_{A0} = 6$]
$6C_A = (6 - C_A)(1 + C_A) = 6 + 5C_A - C_A^2$
$C_A^2 + C_A - 6 = 0$
$(C_A + 3)(C_A - 2) = 0 \Rightarrow C_A = 2$ $(\text{mol}\text{L}^{-1})$
$C_{B2} = C_{A0,2} - C_A = 6 - 2 = 4$ molL^{-1}

따라서 농도비는 $\frac{C_{B2}}{C_{B1}} = \frac{4}{5} = 0.8$이 된다.

선지 판단

① 0.75 → 이차방정식을 세우지 않고 속도식을 단순 비례식처럼 다루거나 계산 중 부호를 잘못 정리했을 때 나올 수 있는 값이며, 실제 계산값과 다르므로 틀린 선지이다.
② 0.8 → $C_{B1} = 5$, $C_{B2} = 4$로 계산되어 $C_{B2}/C_{B1} = 4/5 = 0.8$이 정확히 성립하므로 옳은 선지이다.
③ 0.9 → C_{A0}에 대한 두 이차방정식을 혼동해 근을 잘못 취했을 때(예: 음수해를 버리지 않거나 조건을 뒤바꿔 대입) 나올 수 있는 값으로, 틀린 선지이다.
④ 1.0 → C_{A0}만 단순 비례(6/10 등)로 처리하거나 반응 진행을 고려하지 않고 두 농도비를 같다고 볼 때 나오는 값이며, 실제로는 포화형 속도식 때문에 비율이 그대로 유지되지 않으므로 틀린 선지이다.

오답 포인트

이 속도식은 C_A가 커질수록 $1 + KC_A$에 의한 포화(억제) 효과가 커지는 형태라서, 초기농도가 단순 비례(6/10=0.6)한다고 해서 생성물 농도비도 같은 비율로 나오지 않는다. 반드시 각 조건에서 CSTR 설계식을 이차방정식으로 세워 C_A를 직접 구한 뒤 $C_B = C_{A0} - C_A$로 환산해야 한다. 또한 이차방정식의 두 근 중 음수(또는 C_{A0}보다 큰 값)는 물리적으로 불가능하므로 반드시 제외한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

CSTR + 비선형(랑뮤어형·포화형) 속도식 조합 문제는 $\tau = (C_{A0} - C_A)/(-r_A)$에 속도식을 대입해 C_A에 대한 다항식(대개 이차식)으로 정리하는 것이 출발점이다. 여러 초기농도 조건이 주어지면 조건마다 별도로 방정식을 세워 각각의 C_A를 구하고, 마지막에 요구하는 양(전화율, 생성물 농도, 농도비 등)으로 환산하는 순서로 접근한다.

암기 포인트

CSTR 설계식 $\tau = \frac{C_{A0} - C_A}{-r_A}$와 액상 반응(밀도 불변)에서 1:1 반응 A→B의 경우 $C_B = C_{A0} - C_A$라는 관계를 기억해 둔다. 포화형 속도식 $-r_A = kC_A/(1 + KC_A)$이 주어지면 CSTR 설계식과 결합해 반드시 C_A에 대한 이차방정식 형태로 정리한 뒤 물리적으로 타당한 근(0 이상, C_{A0} 이하)만 선택한다.

NoteBase

문 8. $A \rightarrow B$ **액상 2차 반응을 연속교반탱크반응기(CSTR)와 플러그흐름반응기(PFR)에서 각각 진행한다. 동일 운전 조건에서 반응물** A**를 90% 전환하기 위해 필요한 CSTR 부피와 PFR 부피의 비(**$V_{\text{CSTR}}/V_{\text{PFR}}$**)는?**

① 2

② 5

③ 10

④ 20

정답 3번

출제 포인트

동일한 반응물 A, 동일한 속도상수 k, 동일한 초기농도 C_{A0}와 동일한 유입유량 조건에서, 2차 비가역 반응 $A \rightarrow B$를 CSTR과 PFR 각각에서 동일한 전환율(90%)까지 진행시킬 때 필요한 반응기 부피의 비를 구하는 문제이다. 반응차수가 2차이므로 CSTR과 PFR의 설계식이 서로 다르게 적분되고, 이 차이가 부피비에 그대로 반영된다는 점이 핵심이다.

조건 정리

반응: $A \rightarrow B$, 액상(부피 변화 없음, $\varepsilon_A = 0$), 반응차수 2차이므로 속도식은 $-r_A = kC_A^2$이다. 목표 전환율은 $X = 0.9$이며, CSTR과 PFR 모두 같은 k, 같은 C_{A0}, 같은 부피유량 v_0에서 운전된다.

사용할 공식

2차 반응, 부피변화 없음($\varepsilon_A = 0$) 조건에서 PFR 설계식을 적분하면 $\tau_{PFR} = \frac{1}{kC_{A0}} \cdot \frac{X}{1-X}$이고, CSTR 설계식(정상상태 물질수지)을 정리하면 $\tau_{CSTR} = \frac{1}{kC_{A0}} \cdot \frac{X}{(1-X)^2}$이다. 여기서 $\tau = V/v_0$이며 v_0가 두 반응기에서 동일하므로 부피비는 체류시간비와 같다: $\frac{V_{CSTR}}{V_{PFR}} = \frac{\tau_{CSTR}}{\tau_{PFR}}$.

계산 과정

PFR: $kC_{A0}\tau_{PFR} = \frac{X}{1-X} = \frac{0.9}{0.1} = 9$.
CSTR: $kC_{A0}\tau_{CSTR} = \frac{X}{(1-X)^2} = \frac{0.9}{0.1^2} = \frac{0.9}{0.01} = 90$.
두 식 모두 같은 kC_{A0}로 나눈 값이므로, 부피비는 $\frac{V_{CSTR}}{V_{PFR}} = \frac{\tau_{CSTR}}{\tau_{PFR}} = \frac{90}{9} = 10$이 된다.

NoteBase

선지 판단

① 2 → 틀린 표현이다. 이는 낮은 전환율(예: 약 50% 부근) 구간에서 나타날 수 있는 비율 수준으로, 90%라는 높은 전환율에서의 비율과는 맞지 않는다.
② 5 → 틀린 표현이다. 계산상 90/9 = 10이 되어야 하며, 5는 분자·분모 어느 쪽을 절반으로 잘못 계산했을 때 나올 수 있는 값이다.
③ 10 → 옳은 표현이다. $V_{CSTR}/V_{PFR} = \frac{X/(1-X)^2}{X/(1-X)} = \frac{1}{1-X} = \frac{1}{0.1} = 10$으로 정확히 일치한다.
④ 20 → 틀린 표현이다. $(1-X)$를 제곱해야 할 자리에서 지수 처리를 다르게 하거나 전환율을 95%로 착각했을 때 나올 수 있는 값으로, 90% 조건과는 맞지 않는다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 CSTR과 PFR의 설계식에서 $(1-X)$ 항의 지수가 다르다는 점을 놓치는 것이다. 1차 반응이라면 두 반응기의 부피비 공식에 로그항과 단순항이 섞여 복잡해지지만, 2차 반응이면서 전환율이 같은 조건에서는 두 식을 나누면 $(1-X)^{-1}$ 하나로 깔끔하게 정리된다는 점을 활용해야 한다. 이 정리를 거치지 않고 각 식을 따로 계산해 나누는 과정에서 지수 계산을 틀리면 2나 20 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

n차 반응이고 부피변화가 없는 조건에서 같은 전환율로 CSTR과 PFR을 비교하는 문제는, 먼저 각 반응기의 설계식을 $kC_{A0}^{n-1}\tau$ 형태로 정리한 뒤 두 식을 나누어 공통 인자를 소거하는 방식으로 접근한다. 2차 반응의 경우 부피비는 항상 $1/(1-X)$로 단순화되므로, 전환율만 대입하면 빠르게 답을 구할 수 있다.

암기 포인트

부피변화 없는 2차 반응에서 $\tau_{PFR} = \frac{X}{kC_{A0}(1-X)}$, $\tau_{CSTR} = \frac{X}{kC_{A0}(1-X)^2}$이며, 같은 전환율에서 $\frac{V_{CSTR}}{V_{PFR}} = \frac{1}{1-X}$로 단순화된다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase

문 9. 정상상태 단열 플러그흐름반응기(PFR)에서 순수한 A를 반응물로 $A \rightarrow B$ 발열 액상 반응을 진행한다. 반응기 입구에서 A의 농도와 온도가 각각 $5\text{mol}\text{L}^{-1}$, 400K일 때 반응기 출구에서 온도가 440K에 도달하였다면, 반응물 A의 출구 농도[molL^{-1}]는? (단, 반응물 A의 몰당 열용량 $C_P = 0.4\text{kcal}\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, 반응열 $\Delta H_R = -20\text{kcal}\text{mol}^{-1}$이며, C_P와 ΔH_R은 온도에 무관하며 일정한 값을 갖는다)

① 0.5

② 1

③ 1.5

④ 2

정답 2번

출제 포인트

단열 플러그흐름반응기(PFR)에서 반응기 입구·출구 온도 변화로부터 전화율을 구하고, 이를 농도로 환산할 수 있는지를 묻는다. 단열 반응기의 에너지수지식과 액상반응(부피 불변)에서의 농도-전화율 관계를 함께 적용해야 한다.

조건 정리

입구 농도 $C_{A0} = 5\ \text{mol}\text{L}^{-1}$, 입구 온도 $T_0 = 400\ \text{K}$, 출구 온도 $T = 440\ \text{K}$, 몰당 열용량 $C_P = 0.4\ \text{kcal}\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, 반응열 $\Delta H_R = -20\ \text{kcal}\text{mol}^{-1}$(발열). 순수한 A가 액상으로 반응하므로 부피유량이 일정하여 $C_A = C_{A0}(1 - X)$가 성립한다.

사용할 공식

단열 반응기의 에너지수지식: $T = T_0 + \frac{(-\Delta H_R)}{C_P} X$ 액상 등몰수 반응의 농도-전화율 관계: $C_A = C_{A0}(1 - X)$

계산 과정

온도 상승분을 구하면 $T - T_0 = 440 - 400 = 40\ \text{K}$이다. 에너지수지식에 대입하면 $40 = \frac{20}{0.4} X = 50X$ 이므로 $X = 0.8$이다. 이를 농도식에 대입하면 $C_A = 5(1 - 0.8) = 5 \times 0.2 = 1\ \text{mol}\text{L}^{-1}$ 이다.

NoteBase

선지 판단

① 0.5: X → $X = (5 - 0.5)/5 = 0.9$일 때의 값으로, 이 경우 온도 상승은 $50 \times 0.9 = 45$ K가 되어 조건의 40 K와 맞지 않는다. 오답.
② 1: 전화율 $X = 0.8$에서 $C_A = 5(1 - 0.8) = 1$로 계산 결과와 정확히 일치한다. 정답.
③ 1.5: $X = (5 - 1.5)/5 = 0.7$에 해당하며, 이때 온도 상승은 $50 \times 0.7 = 35$ K로 440 K가 아닌 435 K가 되어 조건과 어긋난다. 오답.
④ 2: $X = (5 - 2)/5 = 0.6$에 해당하며, 이때 온도 상승은 $50 \times 0.6 = 30$ K로 출구 온도가 430 K에 그쳐 조건과 어긋난다. 오답.

오답 포인트

발열 반응의 단열 에너지수지식에서 부호를 잘못 다루면 온도가 내려가는 방향으로 계산해 전화율을 반대로 구하는 실수가 흔하다. 또한 $(-\Delta H_R)/C_P = 50$을 단위 환산 없이 ΔH_R과 C_P를 그대로 나누지 않고 곱하는 식으로 계산식을 세우면 전화율 값이 크게 어긋난다. 전화율을 구한 뒤 농도식 $C_A = C_{A0}(1 - X)$에 대입하는 마지막 단계를 빠뜨리고 전화율 값 자체를 답으로 고르지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

단열 반응기에서 입구·출구 온도가 주어지면 먼저 $\Delta T = T - T_0$를 구하고, 발열 반응이면 $X = \frac{\Delta T C_P}{-\Delta H_R}$로 전화율을 구한다. 그 다음 반응상이 액상(부피 불변)인지 확인하여 $C_A = C_{A0}(1 - X)$로 최종 농도를 계산하는 두 단계 순서를 항상 지킨다.

암기 포인트

단열 에너지수지: $T = T_0 + \frac{-\Delta H_R}{C_P} X$ (발열이면 T가 T_0보다 상승). 액상 등몰 반응: $C_A = C_{A0}(1 - X)$. 이 두 식을 순서대로 연결하면 온도 변화로부터 바로 출구 농도를 구할 수 있다.

NoteBase

문 10. 촉매의 비활성화에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 소결은 촉매가 고온에 장시간 노출되어 촉매활성 표면적이 상실됨으로써 촉매의 활성을 잃어버리는 것이다.

② 코크스화는 촉매 표면상에 탄소계 물질이 침적되는 현상이다.

③ 피독은 촉매독 분자가 활성점에 비가역적으로 화학흡착하여 주반응에 이용할 수 있는 활성점의 수를 감소시킴으로써 발생한다.

④ 코크스화는 분산된 금속 활성점의 응집을 초래한다.

정답 4번

출제 포인트

촉매 비활성화(catalyst deactivation)의 세 가지 대표 기구인 소결(sintering), 코크스화(coking, fouling), 피독(poisoning)을 정의와 작용 메커니즘 기준으로 정확히 구분할 수 있는지를 묻는다. 세 기구는 활성을 잃게 하는 결과는 비슷해 보이지만 원인 물질과 작용 대상이 서로 다르므로, 선지에서 원인과 결과를 뒤바꿔 서술하는 함정을 가려내야 한다.

핵심 개념

소결=고온에 장시간 노출되어 촉매 입자(활성 금속) 자체가 뭉치거나 담체 구조가 붕괴되면서 활성 표면적이 줄어드는 물리적 열화이다. 코크스화(파울링)=반응 중 생성된 탄소계 물질(코크)이 촉매 표면과 세공에 침적되어 활성점과 세공 입구를 물리적으로 덮거나 막는 현상이다. 피독=반응물이나 불순물 중 촉매독 분자가 활성점에 강하게(비가역적으로) 화학흡착하여 그 활성점을 화학적으로 못 쓰게 만드는 현상이다. 즉 소결=열에 의한 활성점 자체의 응집·소실, 코크스화=탄소 침적에 의한 활성점 피복, 피독=독성 분자의 화학흡착에 의한 활성점 상실로 원인이 서로 다르다.

선지별 해설

① O - 소결은 고온에 장시간 노출된 촉매의 활성 표면적이 줄어들며 활성을 잃는 현상이라는 설명으로, 소결의 정의와 정확히 일치한다.
② O - 코크스화는 촉매 표면에 탄소계 물질(코크)이 침적되는 현상이라는 설명으로, 코크스화(파울링)의 정의와 정확히 일치한다.
③ O - 피독은 촉매독 분자가 활성점에 비가역적으로 화학흡착하여 주반응에 쓸 수 있는 활성점 수를 줄이는 현상이라는 설명으로, 피독의 정의와 정확히 일치한다.
④ X - 코크스화는 탄소계 물질이 표면에 침적되어 활성점을 덮는 현상이지, 분산된 금속 활성점이 서로 뭉치는(응집) 현상이 아니다. 금속 활성점의 응집(뭉침)으로 인한 활성 표면적 감소는 코크스화가 아니라 소결의 결과이므로, 이 선지는 코크스화와 소결의 원인을 뒤바꿔 서술한 틀린 설명이다. 틀린 표현 → 올바른 표현: "코크스화는 분산된 금속 활성점의 응집을 초래한다" → "분산된 금속 활성점의 응집(뭉침)을 초래하는 것은 소결이다."

NoteBase

오답 포인트

소결과 코크스화를 원인 물질 기준으로 혼동하기 쉽다. 소결은 열(고온)에 의한 활성점 자체의 물리적 응집·구조 붕괴이고, 코크스화는 탄소 침적물이 활성점을 덮어 접근을 막는 것이다. 4번처럼 "코크스화"라는 단어에 "응집"이라는 소결의 결과를 붙여 놓으면, 두 단어 자체는 익숙하기 때문에 얼핏 맞는 설명처럼 읽히므로 원인-결과 짝을 반드시 따로 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

선지에 소결·코크스화·피독이 섞여 나오면 먼저 각 선지의 핵심 동사(응집, 침적, 화학흡착 등)가 어느 기구의 고유 특징인지부터 짝을 맞춘다. "응집·뭉침"이 나오면 소결, "침적·세공 막힘"이 나오면 코크스화, "비가역적 화학흡착"이 나오면 피독으로 즉시 매칭하고, 단어 조합이 서로 뒤바뀌어 있지 않은지 확인한다.

암기 포인트

소결=열로 활성점이 뭉친다(응집). 코크스화=탄소가 쌓여 덮는다(침적). 피독=독 분자가 붙어서 못 쓰게 된다(화학흡착). 세 단어를 원인-결과 한 쌍으로 묶어 기억해 둔다.

NoteBase

문 11. 등온 회분식반응기에서 다음의 액상 반응을 $1\text{mol}\text{L}^{-1}$의 순수한 반응물 A를 이용하여 진행한다. 반응물이 생성물로 완전히 전환될 때까지 걸리는 시간$[h]$은?

$A \rightarrow R, \quad -r_A = 2C_A^{0.5}\ [\text{mol}\text{L}^{-1}\text{h}^{-1}]$

① 0.25

② 0.5

③ 0.75

④ 1

정답 4번

출제 포인트

0.5차 반응(반차수 반응)의 등온 회분식반응기 설계식을 세워 완전전환($C_A = 0$)까지 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 적분 시 지수 0.5가 만드는 형태를 정확히 처리할 수 있는지를 확인한다.

조건 정리

반응 $A \rightarrow R$, 속도식 $-r_A = 2C_A^{0.5}$ [mol L^-1 h^-1], 초기농도 $C_{A0} = 1$ mol L^-1의 순수한 A, 등온 회분식(정용)반응기이며 완전전환(반응물이 생성물로 완전히 전환) 시점의 시간을 구한다.

사용할 공식

정용 회분식반응기의 물질수지는 $-\frac{dC_A}{dt} = -r_A$이다. 여기에 속도식을 대입하면 $-\frac{dC_A}{dt} = 2C_A^{0.5}$이 되고, 변수분리 후 적분하면 $t = \frac{C_{A0}^{1-n} - C_A^{1-n}}{k(1-n)}$ 형태(반응차수 $n = 0.5$)로 정리된다.

계산 과정

변수분리: $\frac{dC_A}{C_A^{0.5}} = -2dt$. 양변을 적분하면 $2C_A^{0.5}|_{C_{A0}}^{C_A} = -2t$, 즉 $2\sqrt{C_A} - 2\sqrt{C_{A0}} = -2t$이다. 정리하면 $t = \sqrt{C_{A0}} - \sqrt{C_A}$이다. $C_{A0} = 1$ mol L^-1이므로 $\sqrt{C_{A0}} = 1$이다. 완전전환이므로 $C_A = 0$이고 $\sqrt{C_A} = 0$이다. 따라서 $t = 1 - 0 = 1$ h이다.

선지 판단

① 0.25 → 틀린 표현: 계산 결과(1 h)와 맞지 않는다. 적분 상수 처리나 지수 계산을 잘못했을 때 나올 수 있는 값이다.

② 0.5 → 틀린 표현: $\sqrt{C_{A0}}$을 구하지 않고 C_{A0}에 지수 0.5를 단순 곱셈으로 처리하는 등의 실수에서 나올 수 있는 값이다.

③ 0.75 → 틀린 표현: 적분 계수(2)나 부호 처리 과정에서 오차가 생겼을 때 나올 수 있는 값이다.

④ 1 → 옳은 표현: $t = \sqrt{C_{A0}} - \sqrt{C_A} = \sqrt{1} - \sqrt{0} = 1$ h로 계산 과정과 정확히 일치한다.

NoteBase

오답 포인트

이 문항의 함정은 속도식이 $C_A^{0.5}$(0.5차)라는 점이다. 1차 반응 공식($t = \ln(C_{A0}/C_A)/k$)을 그대로 적용하면 완전전환($C_A = 0$) 시 로그값이 발산해 답을 구할 수 없게 되므로, 반드시 변수분리 적분을 통해 $n \neq 1$인 일반형 공식으로 풀어야 한다. 또한 적분 시 계수 2가 두 번(속도식의 2와 적분 후 남는 2) 등장하므로 부호와 계수를 놓치지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

회분식반응기에서 n차 반응($n \neq 1$)의 완전전환 시간을 묻는 문제는 먼저 $-dC_A/dt = kC_A^n$을 변수분리하여 $t = \frac{C_{A0}^{1-n} - C_A^{1-n}}{k(1-n)}$ 형태로 세운 뒤, 완전전환이면 $C_A = 0$을 대입해 계산한다. $n = 0.5$일 때는 특히 $t = \sqrt{C_{A0}} - \sqrt{C_A}$로 간단히 정리되는 것을 기억해 둔다.

암기 포인트

정용 회분식반응기 기본 물질수지: $-dC_A/dt = -r_A$. n차 반응($n \neq 1$) 적분 결과: $t = \frac{C_{A0}^{1-n} - C_A^{1-n}}{k(1-n)}$. 0.5차 반응의 완전전환 시간은 t = √(C_A0)/k × (계수 정리 후) 형태로 단순화되며, 이 문제처럼 $k = 2$, $C_{A0} = 1$이면 $t = 1$이 된다.

NoteBase

문 12. A → B 액상 기초반응을 진행한다. 여러 개의 연속교반탱크반응기(CSTR)가 직렬로 연결되어 있을 때, 하나의 플러그흐름반응기(PFR)와 직렬로 연결된 CSTR들의 최종전환율이 같아지는 조건은? (단, 총 CSTR 부피의 합과 하나의 PFR 부피는 같다)

① PFR에서 반응물의 공급 유량을 느리게 한다.

② PFR에서 반응물의 공급 유량을 빠르게 한다.

③ CSTR의 부피를 작게 하여 CSTR 개수를 무수히 많게 한다.

④ CSTR의 부피를 크게 하여 CSTR 개수가 한 개가 되게 한다.

정답 3번

출제 포인트

총 부피가 동일한 조건에서 직렬 CSTR 시스템과 PFR의 전환율을 비교하는 반응공학의 대표적 극한 개념을 묻는 문제이다. 직렬로 연결된 CSTR의 개수를 늘려 갈수록(개별 부피는 작아지면서) 전체 반응기의 거동이 어떻게 변화하는지를 이해하는 것이 핵심이다.

핵심 개념

동일한 총 부피, 동일한 유량 조건에서 전환율은 PFR이 단일 CSTR보다 항상 높다. 그런데 총 부피를 고정한 채 CSTR을 여러 개 직렬로 연결하면 전환율이 점점 높아져 PFR의 전환율에 가까워진다. 이는 각 CSTR을 지나며 농도(또는 전환율)가 단계적으로 변하는 구조가, CSTR의 개수를 무한히 늘리고 각 단의 부피를 무한히 작게 만들수록 연속적으로 변하는 PFR의 미분요소(differential element)와 동일해지기 때문이다. 즉 무수히 많은 극소 CSTR을 직렬로 이은 것은 수학적으로 PFR과 등가가 된다. 반면 유량을 바꾸는 것은 체류시간($\tau=V/v_0$) 자체를 바꾸는 조작이므로, 총 부피가 고정된 상태에서 CSTR과 PFR의 전환율을 같게 만드는 조건이 될 수 없다.

선지별 해설

① PFR에서 반응물의 공급 유량을 느리게 한다. → X. 유량을 느리게 하면 PFR의 체류시간이 늘어나 PFR 자체의 전환율이 달라질 뿐이며, 총 부피가 같은 CSTR 직렬시스템과의 전환율 일치 조건과는 무관하다. 문제의 조건(총 CSTR 부피의 합과 PFR 부피가 같음)에서 비교 대상은 반응기 구조이지 유량이 아니다.
② PFR에서 반응물의 공급 유량을 빠르게 한다. → X. ①과 같은 이유로 오답이다. 유량 조절은 체류시간을 바꾸는 조작으로, CSTR 개수 증가에 따른 PFR 근사와는 별개의 문제이다.
③ CSTR의 부피를 작게 하여 CSTR 개수를 무수히 많게 한다. → O. 총 부피를 고정한 채 개별 CSTR의 부피를 점점 작게 하여 개수를 무한히 늘리면, 직렬 CSTR 시스템의 전환율은 PFR의 전환율에 수렴한다. 이는 직렬 CSTR의 극한이 PFR이 된다는 반응공학의 기본 성질이다.
④ CSTR의 부피를 크게 하여 CSTR 개수가 한 개가 되게 한다. → X. 이 경우는 오히려 PFR과 가장 차이가 큰 단일 CSTR 상태이다. 동일한 총 부피와 유량 조건에서 단일 CSTR의 전환율은 PFR보다 항상 낮으므로 전환율이 같아지는 조건과 정반대이다.

NoteBase

오답 포인트

①②를 고르는 경우는 '유량을 조절하면 전환율을 맞출 수 있다'고 오해한 것인데, 이 문제는 총 부피가 고정된 상태에서 반응기 구조(직렬 CSTR 개수)의 극한 거동을 묻고 있으므로 유량 조작은 답이 될 수 없다. ④를 고르는 경우는 CSTR 개수를 줄이는 방향과 늘리는 방향을 반대로 착각한 것으로, 개수가 한 개(단일 CSTR)일 때가 PFR과 전환율 차이가 가장 큰 상태임을 놓친 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

총 부피가 동일한 직렬 CSTR과 PFR을 비교하는 문제가 나오면, 'CSTR 개수를 늘리고 개별 부피를 줄일수록 PFR에 가까워진다'는 방향을 먼저 떠올린다. 반대로 CSTR 개수를 줄이면(한 개로 수렴하면) PFR과의 차이가 가장 커진다는 점도 함께 확인한다. 유량이나 온도 등 다른 운전조건 변화는 이 극한 비교와 무관한 오답 선지로 자주 등장하므로 구조(직렬 개수·부피 분할)에 집중한다.

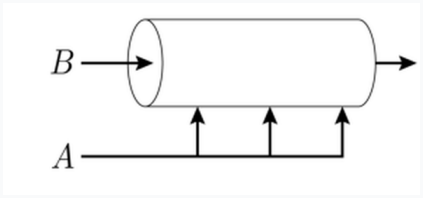
암기 포인트

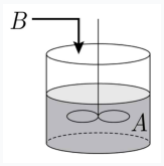
총 부피 고정, CSTR 개수 ↑ (부피는 ↓) → 직렬 CSTR 전환율이 PFR 전환율에 수렴(무한소 CSTR 직렬 = PFR).
CSTR 개수 1개(단일 CSTR) → PFR과 전환율 차이가 최대.

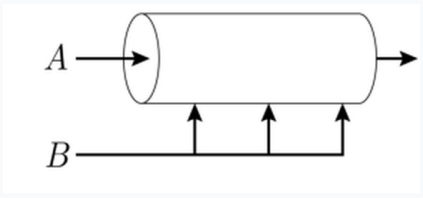
NoteBase

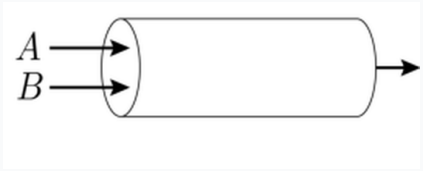
문 13. 다음 두 개의 반응이 일정 온도에서 동시에 진행될 때 S의 생산을 최대화할 수 있는 흐름 방식은?

$A + B \rightarrow R,\ \frac{dC_R}{dt} = k_1 C_A^{1.5} C_B^{0.5}$
$A + B \rightarrow S,\ \frac{dC_S}{dt} = k_2 C_A^{0.5} C_B^{1.5}$

① 

② 

③ 

④ 

정답 1번

출제 포인트

두 병렬반응 A+B→R, A+B→S가 서로 다른 반응차수(R은 A에 대해 1.5차·B에 대해 0.5차, S는 A에 대해 0.5차·B에 대해 1.5차)를 가질 때, 원하는 생성물 S의 선택도를 높이기 위해 반응기 내부의 농도 분포를 어떻게 유지해야 하는지를 묻는다. 순간 선택도(생성 속도의 비)를 반응물 농도로 표현한 뒤, 그 비를 크게 만드는 농도 조합을 찾고, 그 조합을 실제로 만들어내는 접촉 방식(흐름 방식)을 고르는 문제이다.

조건 정리

R 생성 속도: $\frac{dC_R}{dt} = k_1 C_A^{1.5} C_B^{0.5}$
S 생성 속도: $\frac{dC_S}{dt} = k_2 C_A^{0.5} C_B^{1.5}$
두 반응은 같은 온도에서 동시에 일어나므로 k_1, k_2는 상수로 고정되고, 남는 변수는 C_A, C_B뿐이다. S의 생성을 R보다 상대적으로 늘리려면 두 속도식의 비, 즉 순간 선택도를 크게 만드는 C_A, C_B의 조합을 찾아야 한다.

사용할 공식

순간 선택도 $\phi = \frac{dC_S/dt}{dC_R/dt} = \frac{k_2 C_A^{0.5} C_B^{1.5}}{k_1 C_A^{1.5} C_B^{0.5}} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{C_B}{C_A}$

NoteBase

계산 과정

위 식에서 ϕ는 C_B/C_A에 비례한다. 즉 C_A를 지수 1.5로, C_B를 지수 0.5로 나눠보면 A의 지수 차이는 $1.5 - 0.5 = 1$로 분모에, B의 지수 차이도 $1.5 - 0.5 = 1$로 분자에 남는다. 따라서 S를 상대적으로 많이 얻으려면 반응기 전 구간에서 C_A는 낮게, C_B는 높게 유지해야 한다.
이를 만족하는 흐름 방식은, B는 반응기 입구에서 한꺼번에(높은 농도로) 넣어 반응기 전체에서 C_B를 높게 유지하고, A는 반응기 길이를 따라 여러 지점에서 소량씩 나누어 넣어 어느 지점에서도 C_A가 크게 축적되지 않도록(항상 낮게) 만드는 것이다.
이 조건과 정확히 일치하는 것이 ①번으로, B는 입구에서 전량 유입되고 A는 반응기 길이를 따라 세 지점에서 분할 유입된다.

선지 판단

① O: B가 입구에서 전량 유입되어 반응기 내내 C_B가 높게 유지되고, A는 길이를 따라 분할 유입되어 어느 위치에서도 C_A가 낮게 유지된다. $\phi \propto C_B/C_A$를 최대로 만드는 조합이므로 S 생산을 최대화한다.
② X: 교반 탱크에 A가 먼저 채워져 있고 B를 서서히 넣는 방식으로, 탱크 안에서는 두 반응물이 균일하게 섞여 국소적인 농도 조절(한쪽은 낮게, 한쪽은 높게 분리 유지)이 되지 않는다. 또한 A가 먼저 다량 존재하므로 초기에 C_A가 오히려 높은 구간이 생겨 R 생성에 유리한 조건이 만들어진다.
③ X: A를 입구에서 전량 유입하고 B를 분할 유입하는 방식으로, 반응기 내내 C_A는 높고 C_B는 낮게 유지된다. 이는 $\phi \propto C_B/C_A$를 오히려 작게 만들어 S가 아닌 R의 생성에 유리한 조건이다.
④ X: A와 B를 입구에서 함께 유입하면 반응이 진행되면서 두 농도가 함께 소모되어 특정 성분만 낮게(또는 높게) 유지하는 차등 조절이 불가능하다. 선택도를 극대화하는 조건을 만들지 못한다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 '반응물을 많이 넣을수록 유리하다'고 단순하게 생각하는 것이다. 실제로는 R과 S가 A, B에 대해 서로 다른 차수를 가지므로, 어느 반응물을 낮게·어느 반응물을 높게 유지하느냐가 핵심이다. S는 B에 대한 차수(1.5)가 A에 대한 차수(0.5)보다 높으므로 B를 높게, A를 낮게 유지해야 한다는 점을 놓치면 ③번(A를 전량 넣고 B를 분할)과 혼동하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

병렬반응에서 원하는 생성물의 선택도 문제가 나오면, 먼저 두 반응 속도식의 비(선택도 ϕ)를 구해 반응물 농도의 지수 차이를 확인한다. 지수가 더 큰 반응물은 농도를 높게, 지수가 더 작은(또는 음의) 반응물은 농도를 낮게 유지해야 유리하다는 결론을 낸 뒤, 그 조건에 맞는 흐름 방식(농도를 낮게 유지할 성분은 분할·측면 유입, 높게 유지할 성분은 입구에서 전량 유입)을 선지에서 찾는다.

NoteBase

암기 포인트

선택도 $\phi = \frac{dC_S/dt}{dC_R/dt} = \frac{k_2}{k_1} C_A^{(0.5-1.5)} C_B^{(1.5-0.5)} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{C_B}{C_A}$: 지수가 작은(또는 음수인) 반응물은 낮은 농도로, 지수가 큰 반응물은 높은 농도로 유지한다. 낮게 유지할 성분 → 반응기 길이를 따라 분할 유입, 높게 유지할 성분 → 입구에서 한꺼번에 유입.

NoteBase

문 14. 등온 등압 플러그흐름반응기(PFR)에서 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 기상 기초반응을 진행한다. 순수한 반응물 A가 $198 L min^{-1}$의 부피 유량으로 주입될 때, B의 농도가 최대가 되는 반응기 부피 $[L]$는? (단, 기체는 모두 이상기체이고, $k_1 = 1 min^{-1}$, $k_2 = 100 min^{-1}$, $\ln 10 = 2.3$이다)

① 2.3

② 4.6

③ 6.9

④ 9.2

정답 4번

출제 포인트

직렬 1차 반응 $A \rightarrow B \rightarrow C$가 PFR에서 진행될 때 중간생성물 B의 농도(또는 몰유량)가 최대가 되는 최적 체류시간 τ_{max}를 구하고, 이를 이용해 그 지점의 반응기 부피를 계산하는 문제이다. 기상 반응이므로 몰수 변화(팽창계수)를 함께 판단해야 실제 부피유량을 정할 수 있다는 점이 핵심이다.

조건 정리

반응은 $A \rightarrow B \rightarrow C$의 등온 등압 기상 기초반응이며 PFR에서 진행된다. $k_1 = 1\ \text{min}^{-1}$, $k_2 = 100\ \text{min}^{-1}$이고 $\ln 10 = 2.3$이 주어진다. 순수한 A가 공급유량 $v_0 = 198\ \text{L min}^{-1}$로 주입된다. $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ 모두 반응 몰수가 1:1이므로 전체 몰수는 반응이 진행되어도 변하지 않는다. 따라서 팽창계수 $\varepsilon_A = 0$이 되어, 등온 등압 조건에서 부피유량이 반응 진행 정도와 무관하게 $v_0 = 198\ \text{L min}^{-1}$로 일정하게 유지된다.

사용할 공식

PFR에서 직렬 1차 반응의 중간생성물 B 농도가 최대가 되는 체류시간은 $\tau_{max} = \frac{\ln(k_2/k_1)}{k_2 - k_1}$ 이며, 이때의 반응기 부피는 $V = \tau_{max} \times v_0$로 구한다(부피유량이 일정하므로 $\tau = V/v_0$ 관계를 그대로 사용할 수 있다).

계산 과정

$\ln(k_2/k_1) = \ln(100/1) = \ln 100 = 2\ln 10 = 2 \times 2.3 = 4.6$이다. 따라서 $\tau_{max} = \frac{4.6}{100 - 1} = \frac{4.6}{99}\ \text{min}$ 이고, 반응기 부피는 $V = \tau_{max} \times v_0 = \frac{4.6}{99} \times 198 = 4.6 \times 2 = 9.2\ \text{L}$ 이다(198을 99로 나누면 정확히 2가 되어 계산이 간단해진다).

NoteBase

선지 판단

① 2.3 — X. $\ln 10$ 값 자체를 그대로 답으로 착각한 경우로, τ_{max}나 부피 계산을 거치지 않은 값이다.
② 4.6 — X. $\ln(k_2/k_1)$ 값을 구한 뒤 $k_2 - k_1$로 나누는 과정과 v_0를 곱하는 과정을 생략하고 중간값을 답으로 착각한 경우이다.
③ 6.9 — X. 3×2.3에 해당하는 값으로, $\ln(k_2/k_1)$을 $\ln 1000$처럼 잘못 계산했거나 다른 항과 혼동한 값이다.
④ 9.2 — O. $\tau_{max} = \frac{\ln(k_2/k_1)}{k_2 - k_1} = \frac{4.6}{99}$ min이고, 팽창계수가 0이라 $v_0 = 198$ L min^{-1}가 일정하게 유지되므로 $V = \frac{4.6}{99} \times 198 = 9.2$ L이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 두 가지이다. 첫째, τ_{max}를 구하는 공식에서 k_1과 k_2의 위치를 바꾸거나 $\ln(k_2/k_1)$과 $k_2 - k_1$의 계산을 뒤섞어 4.6이나 6.9 같은 중간값을 그대로 답으로 고르는 것이다. 둘째, 기상 반응에서 몰수 변화가 없다는 점(팽창계수 0)을 놓치고 부피유량이 반응 진행에 따라 변한다고 오판해 $V = \tau \times v_0$를 잘못 적용하는 것이다. 이 문제는 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 각 단계가 모두 1분자에서 1분자로 가므로 총 몰수가 불변임을 반드시 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

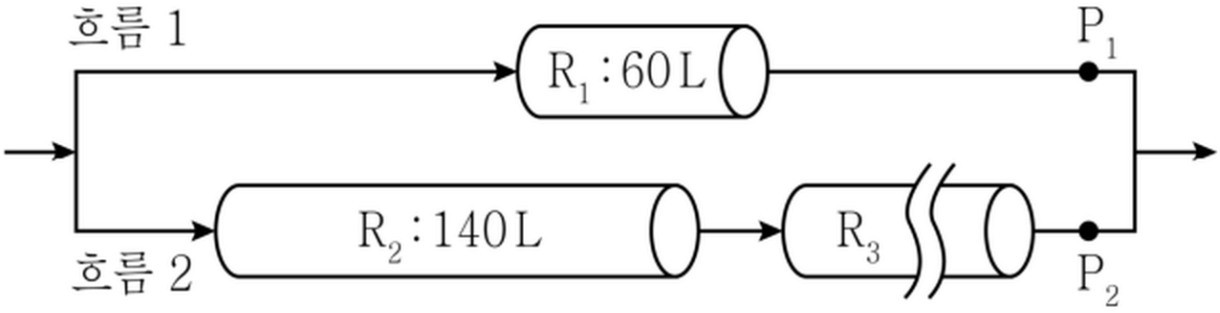
직렬 1차 반응 PFR에서 중간생성물 농도가 최대가 되는 지점을 묻는 문제는 먼저 $\tau_{max} = \frac{\ln(k_2/k_1)}{k_2 - k_1}$ 공식부터 떠올린다. 그다음 반응식의 몰수 변화를 확인해 팽창계수가 0인지 판단하고, 0이면 주어진 유입 부피유량을 그대로 사용해 $V = \tau_{max} \times v_0$로 부피를 구한다. 만약 몰수가 변하는 반응이라면 팽창계수를 반영한 부피유량 변화식을 추가로 고려해야 한다.

암기 포인트

직렬 1차 반응 B 농도 최대 조건: $\tau_{max} = \frac{\ln(k_2/k_1)}{k_2 - k_1}$. 1:1 몰수 반응이 연속으로 일어나면 총 몰수 불변이므로 등온 등압 기상 반응이라도 부피유량은 일정하게 유지된다는 점을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 15. 플러그흐름반응기(PFR) 3개를 직렬 및 병렬로 연결하여 액상반응을 진행한다. 몰유량 기준으로 전체 공급물의 25%는 흐름 1로, 75%는 흐름 2로 흘러간다. P_1과 P_2에서 전화율이 동일할 때, 반응기 R_3의 부피[L]는?



① 10

② 20

③ 40

④ 80

정답 3번

출제 포인트

하나의 공급물이 두 갈래(흐름1, 흐름2)로 병렬 분지되어 서로 다른 PFR 조합을 거친 뒤 각각 P1, P2에서 나오는 구조에서, 두 출구의 전환율이 같다는 조건으로부터 미지의 반응기 부피를 구하는 문제이다. 액상 반응이므로 밀도 변화가 없어 부피유량이 일정하다는 점과, 같은 공급 조성·같은 반응(같은 속도식과 반응속도상수)을 겪는 두 경로가 동일한 전환율에 도달하려면 공간시간(체류시간)이 서로 같아야 한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

전체 몰유량(부피유량)을 v_0라 하면, 흐름1의 유량은 $v_1 = 0.25v_0$이고 R1(부피 60L) 하나를 거쳐 P1에 도달한다. 흐름2의 유량은 $v_2 = 0.75v_0$이고 R2(부피 140L)와 R3(부피 V_3, 미지수)를 직렬로 거쳐 P2에 도달한다. 액상 반응이므로 유량은 반응 전후로 변하지 않고, 두 흐름의 공급 농도(조성)도 같은 원료에서 나뉜 것이므로 동일하다. 조건은 P1의 전환율 X_1과 P2의 전환율 X_2가 같다는 것이다($X_1 = X_2$).

사용할 공식

PFR 설계식은 $V = F_{A0}\int_0^X \frac{dX}{-r_A}$이다. 같은 반응(동일 속도식, 동일 반응속도상수)이고 공급 농도가 같다면, 목표 전환율 X까지 도달하는 데 필요한 공간시간 $\tau = \frac{V}{v}$는 오직 X에 의해서만 정해지는 값이 된다(유량의 크기와 무관). 따라서 두 경로가 같은 전환율에 도달했다면 두 경로의 공간시간이 같아야 한다: $\tau_1 = \tau_2$.

NoteBase

계산 과정

흐름1 경로(R1)의 공간시간은 $\tau_1 = \frac{V_{R1}}{v_1} = \frac{60}{0.25v_0} = \frac{240}{v_0}$이다.
흐름2 경로(R2+R3 직렬)의 공간시간은 $\tau_2 = \frac{V_{R2}+V_{R3}}{v_2} = \frac{140+V_3}{0.75v_0}$이다.
두 공간시간이 같다는 조건 $\tau_1 = \tau_2$를 적용하면 $\frac{240}{v_0} = \frac{140+V_3}{0.75v_0}$이 되고, 양변에 v_0를 곱하고 정리하면
$240 \times 0.75 = 140 + V_3$, 즉 $180 = 140 + V_3$이다.
따라서 $V_3 = 180 - 140 = 40$[L]이다.

선지 판단

① 10 → $V_3 = 10$이면 $\tau_2 = 150/(0.75v_0) = 200/v_0$이 되어 $\tau_1 (= 240/v_0)$과 달라 전환율이 같아질 수 없다. X
② 20 → $\tau_2 = 160/(0.75v_0) \approx 213/v_0$로 역시 τ_1과 불일치한다. X
③ 40 → $\tau_2 = 180/(0.75v_0) = 240/v_0 = \tau_1$로 정확히 일치한다. O
④ 80 → $\tau_2 = 220/(0.75v_0) \approx 293/v_0$로 τ_1보다 커서 전환율이 같아지지 않는다. X

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 유량 비율(25%, 75%)을 반영하지 않고 단순히 반응기 부피만 비교하거나(예: 60과 140+V3를 직접 비교), 반대로 유량 비율을 부피에 곱하는 방향을 거꾸로 적용하는 것이다. 공간시간은 '부피를 그 경로를 지나는 유량으로 나눈 값'이므로, 유량이 작은 흐름1은 같은 부피라도 공간시간이 더 크다는 점, 즉 분모에 각 경로의 실제 유량($0.25v_0$, $0.75v_0$)을 넣어야 한다는 점을 놓치면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

병렬로 나뉜 흐름이 서로 다른 반응기(들)를 거쳐 같은 전환율에 도달한다는 조건이 주어지면, 반응 자체(속도식·속도상수·공급 농도)가 같은 이상 '공간시간이 같다'는 하나의 식으로 바로 치환한다. 각 경로의 공간시간은 (그 경로에 포함된 반응기 부피의 합) 나누기 (그 경로로 흐르는 유량)으로 세우고, 유량은 전체 유량에 분지 비율을 곱해 구한 뒤 등식을 풀면 미지 부피가 바로 나온다.

암기 포인트

같은 반응·같은 공급 조성에서 같은 전환율에 도달하려면 공간시간 $\tau = V/v$가 같아야 한다는 원리를 기억해 둔다. 직렬로 연결된 반응기들의 부피는 그대로 더해서 하나의 총 부피로 취급하고, 병렬 분지에서는 반드시 각 가지의 실제 유량(전체 유량 × 분지 비율)으로 나누어 공간시간을 비교한다.

NoteBase

문 16. 다음 반응메커니즘으로 $A \rightarrow B$ 촉매반응이 진행된다. 표면반응이 속도결정단계일 때, 총괄반응속도식은? (단, S는 촉매활성점, C_t는 전체 활성점의 농도, P_I는 I의 분압, $K_i = \frac{k_i}{k_{-i}}$이다)

$A(g) + S \rightarrow A \cdot S$

A · S k_-1 A(g) + S

$A \cdot S \rightarrow B \cdot S$

B · S k_-3 B(g) + S

$B(g) + S \rightarrow B \cdot S$

① $\frac{k_2 K_1 P_A C_t}{1 + K_1 P_A + K_3 P_B}$

② $\frac{k_2 K_1 P_A C_t}{K_1 P_A + K_3 P_B}$

③ $\frac{k_1 P_A C_t}{1 + \frac{1}{K_1} P_B + K_3 P_B}$

④ $\frac{k_{-3} K_1 P_A C_t}{1 + K_1 P_A + K_1 K_3 P_A}$

정답 1번

출제 포인트

Langmuir-Hinshelwood-Hougen-Watson(LHHW) 촉매반응 메커니즘에서 표면반응이 속도결정단계(RDS)일 때 총괄반응속도식을 유도할 수 있는지를 묻는다. RDS가 아닌 단계(A의 흡착·탈착, B의 탈착·흡착)는 모두 평형상태로 놓고 흡착등온식 형태의 표면피복률을 구한 뒤, 활성점 물질수지로 총괄속도식을 완성하는 절차가 핵심이다.

조건 정리

반응메커니즘은 다음 5단계이다.

A(g) + S → A·S (A 흡착)

A·S k_-1 A(g) + S (A 탈착)

A·S → B·S (표면반응, 속도결정단계)

B·S k_-3 B(g) + S (B 탈착)

B(g) + S → B·S (B 흡착)

표면반응만 속도결정단계이므로 A의 흡착·탈착 쌍과 B의 흡착·탈착 쌍은 각각 평형상태에 있다고 본다.

$K_1 = k_1/k_{-1}$, $K_3 = k_3/k_{-3}$이며, C_t는 전체 활성점 농도, θ_v, θ_A, θ_B는 각각 빈자리·A 흡착자리·B 흡착자리의 분율이다.

NoteBase

사용할 공식

속도결정단계의 속도식: $-r_A'' = k_2\theta_A C_t$
A 흡착평형: $K_1 = \frac{\theta_A}{\theta_v P_A} \Rightarrow \theta_A = K_1 P_A \theta_v$
B 흡착평형: $K_3 = \frac{\theta_B}{\theta_v P_B} \Rightarrow \theta_B = K_3 P_B \theta_v$
활성점 물질수지: $\theta_v + \theta_A + \theta_B = 1$

계산 과정

활성점 물질수지에 $\theta_A = K_1 P_A \theta_v$와 $\theta_B = K_3 P_B \theta_v$를 대입한다.
$\theta_v(1 + K_1 P_A + K_3 P_B) = 1$
$\theta_v = \frac{1}{1 + K_1 P_A + K_3 P_B}$
따라서
$\theta_A = \frac{K_1 P_A}{1 + K_1 P_A + K_3 P_B}$
이를 속도결정단계 속도식에 대입하면
$-r_A'' = k_2\theta_A C_t = \frac{k_2 K_1 P_A C_t}{1 + K_1 P_A + K_3 P_B}$
분모의 1은 빈 활성점(θ_v)이 차지하는 항으로, B가 반응물이 아니라 생성물임에도 흡착을 통해 활성점을 점유하므로 $K_3 P_B$ 항이 분모에 함께 들어가는 것이 이 문제의 핵심이다.

선지 판단

① $\frac{k_2 K_1 P_A C_t}{1 + K_1 P_A + K_3 P_B}$ — 유도 결과와 정확히 일치한다. (O)
② $\frac{k_2 K_1 P_A C_t}{K_1 P_A + K_3 P_B}$ — 분모에서 빈 활성점 항인 1이 빠져 있다. 활성점 물질수지 $\theta_v + \theta_A + \theta_B = 1$을 정리하면 분모에는 반드시 1이 포함되어야 하므로 틀렸다. (X)
③ $\frac{k_1 P_A C_t}{1 + \frac{1}{K_1} P_B + K_3 P_B}$ — 속도상수가 흡착단계 k_1으로 되어 있으나 속도결정단계는 표면반응이므로 k_2가 되어야 하고, 분모 두 번째 항도 $\frac{1}{K_1} P_B$가 아니라 $K_1 P_A$가 되어야 한다. (X)
④ $\frac{k_{-3} K_1 P_A C_t}{1 + K_1 P_A + K_1 K_3 P_A}$ — 속도상수가 B의 탈착상수 k_{-3}로 되어 있어 속도결정단계인 표면반응의 k_2와 다르고, 분모 세 번째 항도 $K_3 P_B$가 아니라 $K_1 K_3 P_A$로 잘못되어 있다. (X)

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 첫째, 속도결정단계가 표면반응(k_2)이라는 점을 놓치고 흡착단계의 속도상수(k_1) 또는 다른 단계의 속도상수(k_{-3})를 그대로 분자에 쓰는 오류이다. 둘째, 활성점 물질수지에서 빈 자리 분율 항인 '1'을 빠뜨리거나, B가 생성물이라는 이유로 흡착 항($K_3 P_B$)을 아예 빼는 오류이다. B(g)도 흡착평형을 통해 활성점을 점유하므로 분모에 반드시 포함되어야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

LHHW 속도식 문제는 항상 같은 3단계로 접근한다. 먼저 속도결정단계를 찾아 그 단계의 속도상수로 전체 속도식의 분자를 정한다. 다음으로 속도결정단계가 아닌 흡착·탈착 단계들을 평형으로 놓고 각 성분의 표면피복률을 흡착평형상수와 분압의 곱 형태로 표현한다. 마지막으로 활성점 물질수지(빈 자리+각 성분의 피복률=1)를 이용해 분모를 완성하며, 이때 반응물뿐 아니라 흡착하는 생성물의 항도 분모에 포함시켜야 한다.

암기 포인트

LHHW 속도식의 형태는 속도=(속도결정단계 속도상수)×(흡착평형상수와 분압의 곱)× C_t1+(흡착하는 모든 성분의 K· P 항의 합)이다. 분자의 속도상수는 반드시 속도결정단계의 것이어야 하고, 분모의 1은 빈 활성점을 나타내며 절대 생략하지 않는다.

NoteBase

문 17. 부피가 250 L로 동일한 두 개의 연속교반탱크반응기(CSTR)를 직렬로 연결하였다. 순수한 반응물 A를 부피유량 $25\text{L}\text{min}^{-1}$로 주입하여 $A \rightarrow B$인 액상 기초반응을 진행할 때, 두 번째 반응기 출구에서 A의 전환율은? (단, 반응속도상수 $k = 0.1\text{min}^{-1}$이다)

① 0.5

② 0.75

③ 0.85

④ 0.9

정답 2번

출제 포인트

동일 부피의 CSTR 두 개를 직렬로 연결했을 때, 1차(기초) 반응에 대한 전체 전환율을 각 반응기의 체류시간과 반응속도상수로부터 구하는 문제이다. 단일 CSTR의 설계식을 두 단으로 확장 적용할 수 있는지를 확인한다.

조건 정리

각 반응기의 부피 $V = 250\text{L}$, 부피유량 $v_0 = 25\text{L}\text{min}^{-1}$, 반응 $A \rightarrow B$는 1차 기초반응이며 속도상수 $k = 0.1\text{min}^{-1}$이다. 두 반응기는 직렬(첫 번째 출구가 두 번째 입구)로 연결되어 있고, 각 반응기의 부피가 같으므로 공간시간(체류시간)도 서로 같다.

사용할 공식

각 반응기의 공간시간은 $\tau = V/v_0$이다. 1차 반응이 진행되는 CSTR 1개의 설계식은 $k\tau = \frac{X_i - X_{i-1}}{1 - X_i}$이며, 동일한 τ를 갖는 CSTR n개가 직렬로 연결된 경우 전체 전환율은 $\frac{1}{1-X_n} = (1 + k\tau)^n$으로 정리된다.

계산 과정

먼저 각 반응기의 공간시간을 구하면 $\tau = \frac{250}{25} = 10\text{min}$이다. 따라서 $k\tau = 0.1 \times 10 = 1$이다. 반응기가 2개 직렬 연결되어 있으므로 $n = 2$를 대입하면 $\frac{1}{1-X_2} = (1 + k\tau)^2 = (1 + 1)^2 = 4$이다. 이를 정리하면 $1 - X_2 = \frac{1}{4} = 0.25$이므로 $X_2 = 1 - 0.25 = 0.75$이다. 즉 두 번째 반응기(마지막 반응기) 출구에서의 전환율은 0.75이다.

NoteBase

선지 판단

① 0.5 → X: 반응기 1개만 통과했을 때의 전환율에 가까운 값으로, 두 번째 반응기까지 거친 뒤의 값이 아니다(1단 CSTR이라면 $k\tau = 1$에서 $X_1 = k\tau/(1 + k\tau) = 1/2 = 0.5$가 되어 이 값과 일치하므로, 반응기를 1개로 착각하면 나오는 오답이다).
② 0.75 → O: $(1 + k\tau)^2 = 4$로부터 $1 - X_2 = 0.25$, $X_2 = 0.75$로 계산 과정과 일치한다.
③ 0.85 → X: 0.75보다 큰 값으로, 반응기를 3개 이상 직렬 연결했다고 잘못 가정하거나 공간시간을 잘못 합산했을 때 나올 수 있는 값이며 주어진 조건(2단, $k\tau = 1$)과 맞지 않는다.
④ 0.9 → X: 두 반응기의 부피를 합쳐 하나의 CSTR(부피 500 L)로 착각하여 계산하면 $\tau' = 500/25 = 20$, $k\tau' = 2$, $X = k\tau'/(1 + k\tau') = 2/3 = 0.667$이 나오는데, 이 값과도 다르며 오히려 PFR 두 단 직렬처럼 과대추정했을 때 근접할 수 있는 값이다. 어느 경우든 CSTR 2단 직렬의 올바른 계산 결과인 0.75보다 과대평가된 값이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 반응기를 하나의 큰 CSTR로 합쳐서 계산하거나, 반대로 한 반응기만 고려하고 전환율을 구하는 데 있다. CSTR이 직렬로 여러 단 연결된 경우 각 단마다 별도의 물질수지식을 세우거나, 동일 부피·동일 유량 조건에서는 $(1 + k\tau)^n$ 공식을 그대로 적용해야 한다. 부피를 단순히 합산해 하나의 반응기로 처리하면 실제보다 전환율이 낮게 나오고, 반응기 단수를 빠뜨리면 전환율이 낮게 나오는 등 서로 다른 오차가 발생하므로 유의해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

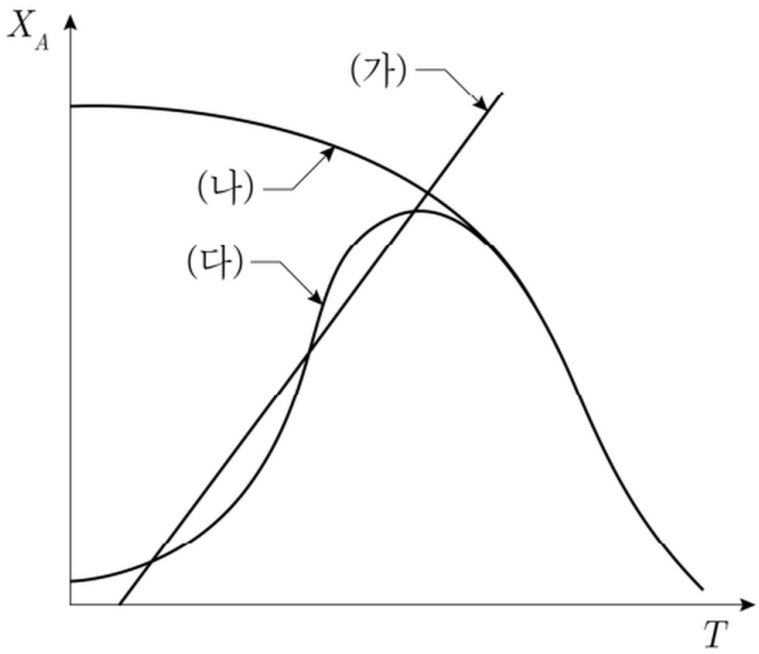
직렬 CSTR 문제를 보면 먼저 각 반응기가 동일 부피·동일 유량인지 확인하여 공간시간 τ가 같은지 판단한다. 같다면 1차 반응에 한해 $\frac{1}{1-X_n} = (1 + k\tau)^n$ 공식을 바로 적용하고, 다르다면 반응기별로 $k\tau_i = \frac{X_i - X_{i-1}}{1 - X_i}$를 순차적으로 풀어 나간다. 반응기 개수(n)를 정확히 세는 것이 계산의 출발점이다.

암기 포인트

동일 부피·동일 유량의 1차 반응 CSTR n단 직렬: $\frac{1}{1-X_n} = (1 + k\tau)^n$, 여기서 $\tau = V/v_0$는 반응기 1개의 공간시간이다.

NoteBase

문 18. 정상상태 단열 연속교반탱크반응기(CSTR)에서 $A \rightleftharpoons B$ 발열 가역 기초반응을 진행한다. 에너지 수지식, 물질 수지식, 화학평형식으로부터 도출된 반응온도 T와 A의 전환율 X_A 사이의 관계들이 그림과 같을 때, (가)~(다)에 해당하는 것은?



① (가): 에너지 수지식, (나): 물질 수지식, (다): 화학평형식

② (가): 물질 수지식, (나): 에너지 수지식, (다): 화학평형식

③ (가): 물질 수지식, (나): 화학평형식, (다): 에너지 수지식

④ (가): 에너지 수지식, (나): 화학평형식, (다): 물질 수지식

정답 4번

출제 포인트

단열 CSTR에서 A ⇌ B 발열 가역반응이 진행될 때, 반응온도 T와 전환율 X_A의 관계를 나타내는 세 가지 식(에너지 수지식·물질 수지식·화학평형식)이 그래프 상에서 각각 어떤 모양의 곡선으로 나타나는지 구분하는 문제이다. 세 곡선의 교점이 CSTR의 정상상태 조작점을 의미하는 다중정상상태(multiple steady states) 개념과 함께 자주 출제된다.

NoteBase

선지별 해설

곡선 (가)는 원점 부근에서 시작해 T가 커질수록 거의 일정한 기울기로 우상향하는 직선이다. 단열 CSTR의 정상상태 에너지 수지식은 발열량과 현열 변화가 균형을 이루는 조건에서 X_A를 T에 대한 1차식(직선) 형태로 정리할 수 있으므로, 직선으로 그려지는 (가)는 에너지 수지식에 해당한다.
곡선 (나)는 낮은 T에서 X_A가 가장 높게 시작해 T가 커질수록 완만하게 계속 낮아지는, 굴곡 없이 단조 감소하는 곡선이다. 발열 가역반응의 평형전환율은 온도가 올라갈수록 평형상수가 작아져 함께 낮아지므로(르샤틀리에 원리), 화학평형식으로부터 얻어지는 X_Ae-T 관계는 T에 대해 단조 감소하는 곡선이 된다. 따라서 (나)는 화학평형식에 해당하며, 이 곡선은 실제로 도달 가능한 전환율의 상한선 역할을 한다.
곡선 (다)는 낮은 T에서 X_A가 낮게 시작해 T가 커짐에 따라 급격히 증가하다가 중간에 작은 굴곡을 보이고, 이후 최고점을 지나 다시 감소하는 종 모양(비단조) 곡선이다. 물질 수지식은 CSTR 설계식과 반응속도식(정반응·역반응 속도)을 결합하여 얻어지는데, 저온에서는 반응속도가 느려 X_A가 낮고 T가 올라가면 정반응 속도가 빨라지면서 X_A가 급격히 커지지만, T가 더 올라가면 가역반응의 평형전환율(나)에 의해 상한이 제한되어 다시 감소한다. 이러한 비단조(종 모양) 거동은 물질 수지식(설계식+속도식)에서만 나타나므로 (다)는 물질 수지식에 해당한다.
① 가=에너지 수지식, 나=물질 수지식, 다=화학평형식: 나와 다가 서로 바뀌었다. 단조 감소하는 (나)는 화학평형식이고, 종 모양인 (다)가 물질 수지식이므로 틀리다.
② 가=물질 수지식, 나=에너지 수지식, 다=화학평형식: 직선인 (가)를 물질 수지식으로, 단조 감소인 (나)를 에너지 수지식으로 판단해 모두 바뀌었다. 직선은 에너지 수지식, 단조 감소 상한선은 화학평형식이므로 틀리다.
③ 가=물질 수지식, 나=화학평형식, 다=에너지 수지식: (나)를 화학평형식으로 옳게 짚었으나, 직선인 (가)를 물질 수지식으로, 종 모양인 (다)를 에너지 수지식으로 반대로 판단해 틀리다.
④ 가=에너지 수지식, 나=화학평형식, 다=물질 수지식: 직선(가)=에너지 수지식, 단조 감소 상한선(나)=화학평형식, 종 모양(다)=물질 수지식으로 모두 곡선의 모양과 일치하므로 옳다.

오답 포인트

직선 모양의 (가)를 물질 수지식으로 착각하기 쉬운데, 물질 수지식은 반응속도식이 결합되어 있어 온도에 따라 비선형(종 모양)으로 나타나고, 오히려 에너지 수지식이 단열 조건에서 T와 X_A의 선형 관계를 만든다는 점을 혼동하지 않아야 한다. 또한 화학평형식과 물질 수지식을 구분할 때, 단조 감소하며 상한선 역할을 하는 곡선이 화학평형식(평형전환율)이고, 굴곡을 지나 피크를 이루는 종 모양 곡선이 물질 수지식(실제 반응 진행에 따른 전환율)이라는 점이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

T-X_A 그래프에서 직선으로 그려지면 에너지 수지식, 단조 감소하며 다른 곡선들의 상한 역할을 하면 화학평형식, 굴곡을 지나 오르내리는 종 모양(비단조)이면 물질 수지식(설계식+속도식)으로 판단한다. 세 곡선의 교점 개수가 CSTR의 정상상태(steady state) 개수를 의미한다는 점도 함께 기억해 둔다.

NoteBase

암기 포인트

직선=에너지 수지식, 단조 감소하는 상한선=화학평형식, 굴곡이 있는 종 모양=물질 수지식(다중정상상태의 원인).

NoteBase

문 19. 다공성 구형 촉매 입자상에서 일어나는 불균일계 반응에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 표면반응이 율속단계이면 촉매 입자 기공 내부에서의 반응물 농도가 촉매 입자 외부 표면에서의 반응물 농도와 유사하다.

② 내부확산이 율속단계이면 반응의 내부유효인자는 1에 가까워진다.

③ 내부확산이 율속단계이면 Thiele 계수가 1보다 작아진다.

④ 촉매 입자 직경이 작아질수록 내부유효인자는 0에 가까워진다.

정답 1번

출제 포인트

다공성 구형 촉매 입자에서 표면반응 율속과 내부확산 율속 두 극한 상황을 구분하고, 각 상황에서 기공 내부 농도 분포·내부유효인자(internal effectiveness factor)·Thiele 계수(Thiele modulus)가 어떻게 변하는지를 묻는 문항이다. 확산-반응 결합계의 정성적 거동을 정확히 이해하는지가 관건이다.

핵심 개념

다공성 촉매 입자 내부에서는 반응물이 기공을 따라 확산되면서 동시에 표면에서 반응이 일어난다. 이때 확산 속도와 반응 속도의 상대적 크기에 따라 두 극한이 나뉜다. 표면반응이 율속단계(반응律速)라는 것은 확산이 반응보다 충분히 빨라 기공 내부 어디서나 농도가 거의 균일하고 입자 외부 표면 농도와 비슷하다는 뜻이다. 반대로 내부확산이 율속단계(확산律速)라는 것은 반응이 확산보다 훨씬 빨라 반응물이 기공 안쪽까지 도달하기 전에 대부분 소모되어 버리는 상황이며, 이때 기공 내부 깊은 곳의 농도는 표면 농도보다 크게 낮아진다. 내부유효인자 η는 실제 반응속도를 확산 저항이 전혀 없다고 가정했을 때(외부 표면 농도로 입자 전체가 반응한다고 가정)의 반응속도로 나눈 값으로, 확산 저항이 클수록(즉 내부확산 율속에 가까울수록) 0에 가까워지고, 확산 저항이 없을수록(반응 율속에 가까울수록) 1에 가까워진다. Thiele 계수 ϕ는 반응속도와 확산속도의 상대적 크기를 나타내는 무차원수로, 입자 크기가 크거나 반응이 빠르거나 확산계수가 작을수록 커진다. ϕ가 클수록(즉 내부확산 율속에 가까울수록) 유효인자는 작아지며, ϕ가 작을수록(반응 율속에 가까울수록) 유효인자는 1에 가까워진다. 정리하면 다음과 같은 대응 관계가 성립한다: 표면반응 율속 → 농도 균일(외부 표면 농도와 유사), Thiele 계수 작음, 유효인자 1에 가까움 / 내부확산 율속 → 농도 급격히 감소(중심부에서 0에 가까움), Thiele 계수 큼, 유효인자 0에 가까움.

NoteBase

선지별 해설

① 표면반응이 율속단계이면 촉매 입자 기공 내부에서의 반응물 농도가 촉매 입자 외부 표면에서의 반응물 농도와 유사하다. → O. 표면반응이 율속단계라는 것은 확산이 반응에 비해 매우 빨라 기공 내부로 반응물이 신속히 공급된다는 뜻이므로, 입자 내부 어디에서나 농도가 거의 일정하게 유지되고 외부 표면 농도와 비슷한 값을 가진다.
② 내부확산이 율속단계이면 반응의 내부유효인자는 1에 가까워진다. → X. 틀린 표현 → 올바른 표현: 내부확산이 율속단계이면 내부유효인자는 0에 가까워진다(반응물이 기공 안쪽까지 충분히 확산되지 못해 입자 내부 대부분이 반응에 기여하지 못하기 때문이다). 유효인자가 1에 가까워지는 경우는 반대로 표면반응이 율속단계일 때(확산 저항이 거의 없을 때)이다.
③ 내부확산이 율속단계이면 Thiele 계수가 1보다 작아진다. → X. 틀린 표현 → 올바른 표현: 내부확산이 율속단계이면 Thiele 계수는 커진다(1보다 훨씬 큰 값을 가진다). Thiele 계수가 작아지는 경우는 반응이 확산에 비해 느려 표면반응이 율속단계가 되는 경우이다.
④ 촉매 입자 직경이 작아질수록 내부유효인자는 0에 가까워진다. → X. 틀린 표현 → 올바른 표현: 입자 직경이 작아질수록 반응물이 확산해야 하는 거리가 짧아져 Thiele 계수가 작아지고, 그 결과 내부유효인자는 오히려 1에 가까워진다(확산 저항의 영향이 줄어들기 때문이다).

오답 포인트

이 문항의 함정은 '율속단계(rate-determining step)'라는 표현과 유효인자·Thiele 계수의 증감 방향을 반대로 연결하는 것이다. 내부확산이 율속단계라는 것은 확산이 '느려서' 병목이 된다는 뜻이므로 유효인자는 작아지고(0에 가까워짐) Thiele 계수는 커진다. 반대로 표면반응이 율속단계라는 것은 반응이 상대적으로 느려 확산이 병목이 아니라는 뜻이므로 농도가 균일해지고 유효인자는 1에 가까워진다. 또한 입자 직경과 유효인자의 관계에서 '작아질수록'과 '커질수록'을 혼동하지 않도록 주의한다. 입자가 작아질수록 확산 거리가 짧아져 유효인자는 1에 가까워지고, 입자가 커질수록 유효인자는 0에 가까워진다.

다시 나오면 이렇게 판단

'율속단계가 표면반응이냐 내부확산이냐'가 나오면 먼저 어느 쪽이 병목인지를 확정한다. 확산이 병목(내부확산 율속)이면 농도 분포는 불균일해지고, Thiele 계수는 크고, 유효인자는 0에 가깝다. 반응이 병목(표면반응 율속)이면 농도 분포는 균일하고, Thiele 계수는 작고, 유효인자는 1에 가깝다. 입자 크기 변화가 주어지면 '입자가 작아진다 = 확산 거리가 짧아진다 = 확산 저항이 줄어든다 = 유효인자가 1에 가까워진다'는 흐름으로 판단한다.

암기 포인트

표면반응 율속 = 농도 균일·Thiele 계수 작음·유효인자 1에 가까움 / 내부확산 율속 = 농도 불균일(중심부 낮음)·Thiele 계수 큼·유효인자 0에 가까움 / 입자가 작아질수록 확산 거리 짧아져 유효인자는 1에 가까워진다고 정리해 둔다.

NoteBase

문 20. 정상상태 단열 플러그흐름반응기(PFR)에서 순수한 반응물 A를 이용하여 $A \rightleftharpoons B$ 가역 반응을 진행한다. 입구와 출구에서의 온도가 각각 T_1, T_2일 때, 입구 온도에서의 평형상수에 대한 출구 온도에서의 평형상수 비(K_2/K_1)는? (단, 반응열과 반응물 A의 몰당 열용량 C_P는 온도에 무관하게 일정한 값을 가지며, R은 기체상수, X_A는 반응기 출구에서 A의 전환율이다)

① $\exp\left\{\frac{C_P(T_2-T_1)}{RX_A}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\right\}$
② $\exp\left\{\frac{X_AC_P(T_2-T_1)}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\right\}$
③ $\exp\left\{\frac{(T_2-T_1)}{RX_AC_P}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\right\}$
④ $\exp\left\{\frac{X_A(T_2-T_1)}{RC_P}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\right\}$

정답 1번

출제 포인트

반트호프식(Van't Hoff equation)으로 얻어지는 온도-평형상수 관계식과, 단열 반응기의 에너지수지식(반응열과 전환율·열용량의 관계)을 결합해 두 온도에서의 평형상수 비 K_2/K_1을 구할 수 있는지를 묻는다. 반응기가 단열이라는 조건이 온도변화 $T_2 - T_1$과 전환율 X_A를 연결하는 핵심 단서가 된다.

조건 정리

정상상태 단열 PFR에서 순수한 A가 유입되어 $A \rightleftharpoons B$ 가역반응이 진행된다. 입구온도 T_1, 출구온도 T_2, 출구 전환율 X_A이다. 반응열(반응엔탈피)과 A의 몰당 열용량 C_P는 온도에 무관하게 일정하다고 주어졌으므로, 반트호프식을 적분할 때 반응열을 상수로 다룰 수 있고 에너지수지에서도 C_P를 상수로 다룰 수 있다.

사용할 공식

① 반트호프식: $\frac{d(\ln K)}{dT} = \frac{\Delta H_{rxn}}{RT^2}$. 반응열이 온도에 무관한 상수이므로 T_1에서 T_2까지 적분하면 $\ln\frac{K_2}{K_1} = -\frac{\Delta H_{rxn}}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$이다.
② 단열 에너지수지: 외부와 열 출입이 없으므로, 반응이 진행되며 방출(또는 흡수)하는 반응열이 전량 반응물의 온도를 올리는(또는 내리는) 데 쓰인다. 즉 $-\Delta H_{rxn}X_A = C_P(T_2 - T_1)$이므로 $\Delta H_{rxn} = -\frac{C_P(T_2-T_1)}{X_A}$이다.

계산 과정

에너지수지에서 얻은 $\Delta H_{rxn} = -\frac{C_P(T_2-T_1)}{X_A}$를 반트호프식의 적분결과에 대입한다.
$\ln\frac{K_2}{K_1} = -\frac{\Delta H_{rxn}}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right) = -\frac{1}{R}\left(-\frac{C_P(T_2-T_1)}{X_A}\right)\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$
$= \frac{C_P(T_2-T_1)}{RX_A}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$
양변에 지수를 취하면
$\frac{K_2}{K_1} = \exp\left\{\frac{C_P(T_2-T_1)}{RX_A}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\right\}$
가 되어 ①과 정확히 일치한다.

NoteBase

선지 판단

① exp $\{\frac{C_P(T_2-T_1)}{RX_A}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})\}$: O — 반트호프식과 단열 에너지수지를 결합한 결과와 정확히 일치한다.
② exp $\{\frac{X_AC_P(T_2-T_1)}{R}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})\}$: X — X_A가 분모가 아니라 분자에 곱해져 있다. 에너지수지식 $\Delta H_{rxn}=-C_P(T_2-T_1)/X_A$에서 X_A는 나누는 항인데 곱하는 항으로 잘못 옮긴 형태이다.
③ exp $\{\frac{T_2-T_1}{RX_AC_P}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})\}$: X — C_P까지 분모로 내려가 있다. C_P는 분자에 남아야 하는데 분모에 이중으로 나누는 형태로 잘못 정리되었다.
④ exp $\{\frac{X_A(T_2-T_1)}{RC_P}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})\}$: X — X_A와 C_P의 위치가 서로 뒤바뀌었다. C_P는 분자, X_A는 분모에 있어야 하는데 반대로 배치된 형태이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 에너지수지식 $\Delta H_{rxn}=-C_P(T_2-T_1)/X_A$에서 C_P는 분자, X_A는 분모라는 위치를 정확히 기억하지 못하고 뒤섞는 데 있다. X_A를 분자로 올리거나(②), C_P까지 분모로 내리거나(③), C_P와 X_A의 위치를 통째로 바꾸는(④) 실수가 모두 오답 선지로 나온다. 따라서 에너지수지식을 먼저 정확히 세운 뒤 반트호프식에 대입하는 순서를 지키는 것이 중요하다.

다시 나오면 이렇게 판단

단열 반응기에서 온도-평형상수 비를 묻는 문제는 항상 두 단계로 접근한다. 먼저 반트호프식을 적분해 $\ln(K_2/K_1)=-(\Delta H_{rxn}/R)(1/T_2-1/T_1)$ 형태를 만들고, 그 다음 단열 에너지수지식으로 ΔH_{rxn}을 C_P, X_A, 온도차로 표현해 대입한다. 에너지수지식에서 반응열은 전환율로 나뉘고(전체 반응열 중 실제 전환된 만큼만 열을 낸다는 의미) 열용량은 곱해진다는 물리적 의미를 새기면 위치를 헷갈리지 않는다.

암기 포인트

반트호프 적분식 $\ln(K_2/K_1)=-\frac{\Delta H_{rxn}}{R}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})$과 단열 에너지수지 $\Delta H_{rxn}=-C_P(T_2-T_1)/X_A$를 각각 따로 기억해 두고, 문제에서 둘을 결합하라고 하면 두 식을 그대로 대입해 정리한다는 흐름을 암기한다.

NoteBase

문 21. 부피가 1 L인 연속교반탱크반응기(CSTR)에서 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 등온 액상 반응을 진행한다. B의 농도가 최대로 되는 공급원료의 부피유량$[Lmin^{-1}]$은? (단, 공급원료 내 A, B, C의 농도는 각각 $1molL^{-1}$, $0.5molL^{-1}$, $0molL^{-1}$이며, $k_1 = k_2 = 1min^{-1}$이다)

① 1

② 3

③ 4

④ 8

정답 2번

출제 포인트

직렬반응 $A \rightarrow B \rightarrow C$가 CSTR 한 개에서 진행될 때, 중간생성물 B의 출구 농도가 최대가 되는 공간시간(또는 이에 대응하는 부피유량)을 구하는 문제이다. 회분식·PFR에서의 최적 반응시간 공식과 CSTR에서의 공식이 다르다는 점, 그리고 공급원료에 B가 이미 0.5 mol L^{-1} 포함되어 있어 물질수지에 이 값을 반영해야 한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

반응기 부피 $V = 1$ L, 등온 액상(부피유량 일정)이므로 공간시간 $\tau = V/v_0$이다. 공급원료 농도는 $C_{A0} = 1$ mol L^{-1}, $C_{B0} = 0.5$ mol L^{-1}, $C_{C0} = 0$이고 속도상수는 $k_1 = k_2 = 1$ min^{-1}이다. 구할 값은 C_B를 최대로 만드는 v_0이다.

사용할 공식

단일 CSTR의 성분별 정상상태 몰수지는 $v_0(C_{A0} - C_A) = k_1 C_A V, \qquad v_0(C_{B0} - C_B) = k_1 C_A V - k_2 C_B V$ 이다. 양변을 v_0로 나누고 $\tau = V/v_0$를 대입하면 $C_A = \frac{C_{A0}}{1 + k_1\tau}, \qquad C_B = \frac{C_{B0} + k_1\tau C_A}{1 + k_2\tau}$ 를 얻는다.

계산 과정

$k_1 = k_2 = 1$이므로 $x = \tau$로 두면 $C_A = \frac{1}{1+x}$ 이고, 이를 C_B 식에 대입하면
$C_B(x) = \frac{C_{B0} + x \cdot \frac{1}{1+x}}{1+x} = \frac{C_{B0}(1+x) + x}{(1+x)^2} = \frac{0.5 + 1.5x}{(1+x)^2}$ 이다. 최댓값 조건 $dC_B/dx = 0$을 구하기 위해 미분하면
$\frac{dC_B}{dx} = \frac{1.5(1+x)^2 - (0.5 + 1.5x)\cdot 2(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{(1+x)[1.5(1+x) - 2(0.5 + 1.5x)]}{(1+x)^4}$ 이고, 대괄호 안을 정리하면
$1.5 + 1.5x - 1 - 3x = 0.5 - 1.5x$이다. 따라서 $0.5 - 1.5x = 0 \Rightarrow x = \tau = \frac{1}{3}$ min 이 되어 $\tau = 1/3$ min일 때 C_B가 최대가 된다. 부피유량은 $v_0 = \frac{V}{\tau} = \frac{1}{1/3} = 3$ L min^{-1} 이다.

NoteBase

선지 판단

① 1 — $v_0 = 1$이면 $\tau = 1$로 최적점 $\tau = 1/3$보다 훨씬 크다. 이때는 B가 C로 더 많이 전환되어 최대 농도가 아니다.
② 3 — $v_0 = 3$이면 $\tau = 1/3$로 계산 과정에서 구한 최적 공간시간과 정확히 일치하므로 C_B가 최대가 된다. 정답이다.
③ 4 — $v_0 = 4$이면 $\tau = 1/4$로 체류시간이 최적점보다 짧아 A가 B로 충분히 전환되지 못해 C_B가 오히려 최대값보다 작아진다.
④ 8 — $v_0 = 8$이면 $\tau = 1/8$로 체류시간이 매우 짧아 반응 진행이 거의 없어 C_B가 공급원료 농도 0.5 mol L^{-1}에 가깝게 유지될 뿐 최대값에 이르지 못한다.

오답 포인트

PFR·회분식 직렬반응의 최적 반응시간 공식 $t_{opt} = \ln(k_2/k_1)/(k_2 - k_1)$을 그대로 CSTR에 적용하면 틀린다. CSTR은 미분방정식이 아닌 대수적 정상상태 수지식을 쓰므로 최적화 결과가 다르게 나온다. 또한 공급원료에 이미 포함된 $C_{B0} = 0.5$ mol L^{-1}를 누락하고 $C_{B0} = 0$으로 계산하면 최적 τ 값이 달라지므로 반드시 물질수지식에 초기 농도를 그대로 반영해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

CSTR 직렬반응에서 중간생성물 농도 최대화 문제가 나오면, 먼저 C_A와 C_B를 공간시간 τ에 대한 대수식으로 각각 정리한 뒤, $C_B(\tau)$를 τ에 대해 미분하여 0이 되는 지점을 구한다. 이후 구해진 최적 τ와 주어진 반응기 부피로부터 $v_0 = V/\tau$를 계산하면 된다. 공급원료에 중간생성물이나 최종생성물의 초기농도가 주어지면 반드시 물질수지식에 포함시킨다.

암기 포인트

단일 CSTR 직렬반응($k_1 = k_2 = k$, $C_{B0} \neq 0$)에서 $C_B(\tau) = \frac{C_{B0} + k\tau C_A}{1 + k\tau}$이고 $C_A = \frac{C_{A0}}{1 + k\tau}$이므로, C_B는 τ에 대한 유리함수 형태로 정리된다는 점과 CSTR의 최적 τ는 PFR·회분식의 최적 시간 공식과 다르게 매번 직접 미분해 구해야 한다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 22. 연속교반탱크반응기(CSTR) 뒤에 플러그흐름반응기(PFR)가 직렬로 연결된 반응기에서 $A \rightarrow B$ 등온 액상 기초반응을 진행한다. CSTR 부피는 PFR 부피의 2배이고 CSTR의 공간시간(τ)은 1.0 h일 때, PFR 출구에서 A의 전환율은? (단, 두 반응기에서 반응온도는 동일하고, 반응속도상수 $k = 2.0\text{h}^{-1}$이다)

① $1 - \frac{e^{-1}}{2}$
② $1 - \frac{e^{-2}}{2}$
③ $1 - \frac{e^{-1}}{3}$
④ $1 - \frac{e^{-2}}{3}$

정답 3번

출제 포인트

CSTR과 PFR이 직렬로 연결된 1차 반응 시스템에서 두 반응기의 부피비로부터 각각의 공간시간을 구하고, CSTR 설계식과 PFR 설계식을 순서대로 적용해 최종 전환율을 계산하는 문제다. 두 반응기의 부피비(2:1)를 공간시간비로 바꾸는 과정과, CSTR 출구 농도를 PFR의 입구 농도로 이어 붙이는 직렬 연결 논리가 핵심이다.

조건 정리

반응은 $A \rightarrow B$의 등온 액상 기초반응이므로 1차 반응이고, 액상이라 부피유량 v_0는 일정하다. CSTR 부피는 PFR 부피의 2배이므로 $V_{CSTR} = 2V_{PFR}$이다. CSTR의 공간시간은 $\tau_{CSTR} = V_{CSTR}/v_0 = 1.0\text{h}$이고, 반응속도상수는 $k = 2.0\text{h}^{-1}$로 두 반응기에서 동일하다.

사용할 공식

1차 반응 CSTR의 전환율은 $X = \frac{k\tau}{1+k\tau}$이고, 1차 반응 PFR을 통과한 뒤 농도비는 $\frac{C_A}{C_{A,in}} = e^{-k\tau}$이다. 직렬 연결이므로 PFR의 입구 농도는 CSTR 출구 농도이고, 전체 전환율은 X=1-C_A,PFR 출구C_A0로 구한다.

계산 과정

먼저 두 반응기의 부피유량이 같으므로 공간시간은 부피에 비례한다. $V_{CSTR} = 2V_{PFR}$이고 $\tau_{CSTR} = V_{CSTR}/v_0 = 1.0\text{h}$이므로 $V_{PFR} = V_{CSTR}/2$이고 $\tau_{PFR} = V_{PFR}/v_0 = \tau_{CSTR}/2 = 0.5\text{h}$이다.
CSTR 구간: $X_1 = \frac{k\tau_{CSTR}}{1+k\tau_{CSTR}} = \frac{2.0 \times 1.0}{1+2.0 \times 1.0} = \frac{2}{3}$이므로 CSTR 출구 농도비는 $\frac{C_{A1}}{C_{A0}} = 1 - X_1 = \frac{1}{3}$이다.
PFR 구간: PFR 입구 농도가 C_{A1}이므로 $\frac{C_{A2}}{C_{A1}} = e^{-k\tau_{PFR}} = e^{-2.0 \times 0.5} = e^{-1}$이다.
따라서 $\frac{C_{A2}}{C_{A0}} = \frac{C_{A1}}{C_{A0}} \times \frac{C_{A2}}{C_{A1}} = \frac{1}{3}e^{-1}$이고, PFR 출구에서의 전체 전환율은 $X = 1 - \frac{C_{A2}}{C_{A0}} = 1 - \frac{e^{-1}}{3}$이다.

NoteBase

선지 판단

① $1-\frac{e^{-1}}{2}$: PFR의 공간시간을 CSTR과 같은 1.0h로 잘못 두고 분모의 3을 2로 잘못 적은 경우에 나오는 값이므로 틀렸다.
② $1-\frac{e^{-2}}{2}$: PFR 공간시간을 1.0h로 잘못 사용(지수 -2)하고 CSTR 출구 농도비의 분모도 2로 잘못 적용한 값이므로 틀렸다.
③ $1-\frac{e^{-1}}{3}$: $\tau_{PFR}=0.5$h로 정확히 구해 지수 -1을 얻고, CSTR 출구 농도비 1/3을 올바르게 곱한 값과 일치하므로 옳다.
④ $1-\frac{e^{-2}}{3}$: CSTR 출구 농도비 1/3은 맞게 썼으나 PFR 공간시간을 1.0h로 잘못 사용해 지수를 -2로 계산한 경우에 나오는 값이므로 틀렸다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 부피가 2배라는 조건을 CSTR과 PFR의 공간시간이 같다고 착각하거나, 반대로 PFR의 공간시간을 CSTR과 동일한 1.0h로 두는 것이다. 부피유량이 일정한 액상 반응이므로 공간시간은 부피에 정확히 비례하며, PFR 부피가 CSTR의 절반이므로 PFR 공간시간도 CSTR의 절반인 0.5h가 되어야 한다. 또한 CSTR 설계식 $X=k\tau/(1+k\tau)$와 PFR 설계식 $e^{-k\tau}$를 서로 바꿔 적용하지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

직렬 반응기 문제에서는 항상 각 반응기의 공간시간을 먼저 개별적으로 구한 뒤, 앞 반응기의 출구 농도를 뒤 반응기의 입구 농도로 놓고 순서대로 계산한다. 부피비가 주어지면 부피유량이 같다는 전제 아래 공간시간비로 바로 환산할 수 있다는 점을 기억해 둔다.

암기 포인트

1차 반응 CSTR 전환율: $X=\frac{k\tau}{1+k\tau}$. 1차 반응 PFR 농도비: $\frac{C_A}{C_{A,in}}=e^{-k\tau}$. 액상 등온 반응에서 공간시간은 부피에 비례한다.

NoteBase

문 23. 등온 연속교반탱크반응기(CSTR)에서 두 개의 비가역 액상 기초반응을 동시에 진행한다. 비목적 생성물(U)에 대한 목적 생성물(D)의 순간 선택도($S_{D/U}$)를 0.8로 유지하려고 할 때, 반응물 A의 전환율은? (단, A의 초기농도는 10molL^{-1}, $-r_{A,i}$는 i번 반응에서 A의 소멸속도, S_D/U=(r_D)/(r_U)=D의 생성속도U의 생성속도이다)

1번 반응: $A \rightarrow D$, $-r_{A,1} = 5C_A[\text{molL}^{-1}\text{s}^{-1}]$
2번 반응: $2A \rightarrow U$, $-r_{A,2} = 2C_A^2[\text{molL}^{-1}\text{s}^{-1}]$

① 0.25
② 0.375
③ 0.5
④ 0.625

정답 2번

출제 포인트

동시에 진행되는 두 병렬반응에서 순간 선택도(instantaneous selectivity) $S_{D/U}$를 반응속도식으로 표현하고, 목표 선택도를 만족시키는 C_A를 구한 뒤 이를 전환율로 환산하는 문제이다. 반응 화학양론(2A → U)에서 U의 생성속도가 A의 소멸속도의 절반이라는 점을 놓치지 않는 것이 핵심이다.

조건 정리

1번 반응 A → D는 A 1몰이 D 1몰을 생성하므로 D의 생성속도 $r_D = -r_{A,1} = 5C_A$이다. 2번 반응 2A → U는 A 2몰이 U 1몰을 생성하므로 U의 생성속도는 A 소멸속도의 절반, 즉 $r_U = \frac{-r_{A,2}}{2} = \frac{2C_A^2}{2} = C_A^2$이다. 목표 선택도는 $S_{D/U} = 0.8$이고 초기농도는 $C_{A0} = 10\ \text{molL}^{-1}$이다.

사용할 공식

$S_{D/U} = \frac{r_D}{r_U} = \frac{5C_A}{C_A^2} = \frac{5}{C_A}$
전환율은 $X_A = \frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0}}$로 구한다.

계산 과정

$S_{D/U} = 0.8$을 대입하면 $0.8 = \frac{5}{C_A} \Rightarrow C_A = \frac{5}{0.8} = 6.25\ \text{molL}^{-1}$
이를 전환율 식에 대입하면 $X_A = \frac{10 - 6.25}{10} = \frac{3.75}{10} = 0.375$
따라서 A의 전환율은 0.375이다.

NoteBase

선지 판단

① 0.25 → X. $C_A = 7.5$에 해당하는 값으로, 이 경우 $S_{D/U} = 5/7.5 \approx 0.667$이 되어 조건과 맞지 않는다.
② 0.375 → O. $C_A = 6.25$일 때 $S_{D/U} = 5/6.25 = 0.8$로 조건을 정확히 만족한다.
③ 0.5 → X. $C_A = 5$에 해당하며 이때 $S_{D/U} = 5/5 = 1.0$이 되어 0.8보다 커진다.
④ 0.625 → X. $C_A = 3.75$에 해당하며 이때 $S_{D/U} = 5/3.75 \approx 1.333$이 되어 조건과 맞지 않는다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 2번 반응의 화학양론(2A → U)을 무시하고 $r_U = -r_{A,2} = 2C_A^2$로 그대로 쓰는 것이다. 이렇게 계산하면 $S_{D/U} = 5/(2C_A) = 0.8$이 되어 $C_A = 3.125$, $X_A = 0.6875$라는 틀린 값이 나온다. 반드시 A의 소멸속도를 반응 화학양론계수로 나누어 각 생성물의 생성속도로 바꾼 뒤 선택도 식에 대입해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

병렬반응에서 선택도가 주어지면 먼저 각 반응의 화학양론을 확인해 생성속도를 반응물 소멸속도로 표현하는 관계식부터 세운다. 그 다음 선택도 식에 대입해 목표 농도(또는 목표 전환율)를 구하고, 마지막에 초기농도와의 관계식으로 전환율을 계산하는 순서로 접근한다.

암기 포인트

화학양론계수가 다른 반응물-생성물 관계에서는 생성속도가 소멸속도와 같지 않다는 점을 기억해 둔다. $nA \rightarrow P$ 형태의 반응이면 $r_P = \frac{-r_A}{n}$이다. 전환율 계산은 항상 $X_A = (C_{A0} - C_A)/C_{A0}$로 마무리한다.

NoteBase

문 24. 기체 A_2가 촉매표면의 활성점(S)에 아래와 같이 해리 흡착될 때, 기체 A_2에 대한 흡착등온식은? (단, C_t는 전체 활성점의 농도, $C_{A\cdot S}$는 A에 의해 점유된 활성점의 농도, K_{A_2}는 A_2의 흡착평형상수, P_{A_2}는 A_2의 분압이다)

$$A_2 + 2S \rightleftharpoons A\cdot S + A\cdot S$$

① $\frac{C_{A\cdot S}}{C_t} = \frac{(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}}{1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}}$
② $\frac{C_{A\cdot S}}{C_t} = \frac{K_{A_2}P_{A_2}}{1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}}$
③ $\frac{C_{A\cdot S}}{C_t} = \frac{K_{A_2}P_{A_2}}{1+K_{A_2}P_{A_2}}$
④ $\frac{C_{A\cdot S}}{C_t} = \frac{K_{A_2}P_{A_2}^2}{1+K_{A_2}P_{A_2}^2}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 기체 분자가 촉매 표면에서 원자 상태로 쪼개져 흡착되는 해리 흡착(dissociative adsorption)의 Langmuir 등온식을 유도할 수 있는지 확인한다. 반응식 $A_2 + 2S \rightleftharpoons A\cdot S + A\cdot S$에서 기체 분자 하나가 활성점 두 개를 동시에 차지한다는 점이 일반적인 단순 흡착($A + S \rightleftharpoons A\cdot S$)과 다르며, 이 차이가 등온식에 지수 1/2로 반영되는 과정을 이해하는지가 핵심이다.

조건 정리

기체 A_2는 활성점 2개($2S$)와 반응하여 점유된 활성점 $A\cdot S$ 두 개를 만든다. C_v를 비어 있는(점유되지 않은) 활성점의 농도라 하면, 전체 활성점 농도는 $C_t = C_v + C_{A\cdot S}$로 물질수지가 성립한다. 흡착평형상수는 K_{A_2}, 기체 분압은 P_{A_2}이다.

사용할 공식

흡착 속도는 빈 활성점 두 개가 동시에 반응에 참여하므로 C_v의 제곱에 비례하고, 탈착 속도는 점유된 활성점 두 개가 재결합해 기체로 돌아가므로 $C_{A\cdot S}$의 제곱에 비례한다. 흡착 속도 $r_{ad} = k_a P_{A_2} C_v^2$, 탈착 속도 $r_{de} = k_d C_{A\cdot S}^2$이며, 평형에서 $r_{ad} = r_{de}$이다.

계산 과정

평형 조건 $k_a P_{A_2} C_v^2 = k_d C_{A\cdot S}^2$을 정리하면 $\frac{C_{A\cdot S}^2}{C_v^2} = \frac{k_a}{k_d}P_{A_2} = K_{A_2}P_{A_2}$가 된다. 양변에 제곱근을 취하면 $\frac{C_{A\cdot S}}{C_v} = (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}$이므로 $C_{A\cdot S} = (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}C_v$이다. 이를 물질수지 $C_t = C_v + C_{A\cdot S}$에 대입하면 $C_t = C_v + (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}C_v = C_v\left[1 + (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}\right]$가 되어 $C_v = \frac{C_t}{1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}}$를 얻는다. 다시 $C_{A\cdot S} = (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}C_v$에 대입하면 $\frac{C_{A\cdot S}}{C_t} = \frac{(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}}{1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}}$가 도출된다.

NoteBase

선지 판단

① $C_{A\cdot S}/C_t = (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}/[1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}]$ → O. 해리 흡착 유도 결과와 정확히 일치한다.
② $C_{A\cdot S}/C_t = K_{A_2}P_{A_2}/[1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}]$ → X. 분자는 1차식을 그대로 쓰고 분모만 1/2제곱을 취한 형태로, 분자와 분모의 지수가 서로 맞지 않아 유도 결과와 다르다. 분자도 $(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}$이어야 한다.
③ $C_{A\cdot S}/C_t = K_{A_2}P_{A_2}/(1+K_{A_2}P_{A_2})$ → X. 이는 해리하지 않는 단순 흡착($A+S \rightleftharpoons A\cdot S$)의 등온식 형태이다. 이 문제처럼 활성점 2개를 동시에 차지하는 해리 흡착에는 1/2제곱이 필요하다.
④ $C_{A\cdot S}/C_t = K_{A_2}P_{A_2}^2/(1+K_{A_2}P_{A_2}^2)$ → X. 분압에 제곱을 취한 형태인데, 유도 과정에서 제곱이 걸리는 대상은 분압이 아니라 농도 C_v, $C_{A\cdot S}$이며 최종식에서는 오히려 1/2제곱이 나타나므로 형태가 반대이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 해리 흡착과 단순(비해리) 흡착의 등온식을 혼동하는 것이다. 반응식에서 활성점이 $2S$로 두 개 소모되는지, S 한 개만 소모되는지를 먼저 확인해야 한다. 활성점이 2개 소모되면 흡착·탈착 속도식에 농도의 제곱이 들어가고, 이를 정리하는 과정에서 제곱근(1/2제곱)이 등온식에 나타난다. 지수를 분자에만 붙이거나 분압에 붙이는 등 위치를 착각하지 않도록 유도 과정을 순서대로 따라가야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

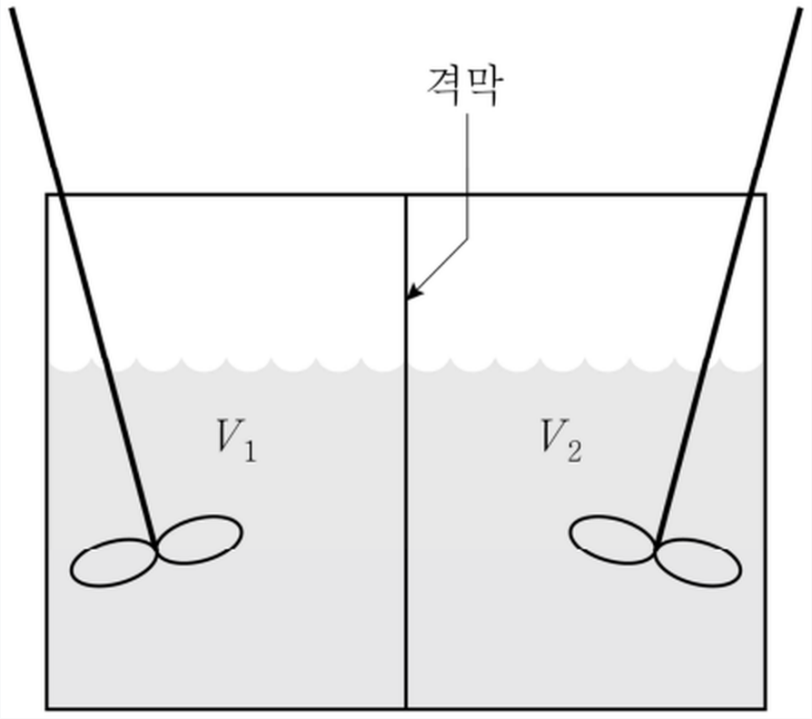
반응식에서 흡착되는 분자가 활성점을 몇 개 차지하는지부터 센다. $A+S \rightleftharpoons A\cdot S$처럼 활성점 1개면 등온식은 $KP/(1+KP)$ 형태가 되고, $A_2+2S \rightleftharpoons 2(A\cdot S)$처럼 활성점 2개를 동시에 차지하는 해리 흡착이면 등온식은 $(KP)^{1/2}/[1+(KP)^{1/2}]$ 형태가 된다. 이 규칙만 기억하면 유도 없이도 정답 형태를 바로 판별할 수 있다.

암기 포인트

비해리 흡착(활성점 1개 소모): $C_{A\cdot S}/C_t = K_AP_A/(1+K_AP_A)$. 해리 흡착(활성점 2개 소모): $C_{A\cdot S}/C_t = (K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}/[1+(K_{A_2}P_{A_2})^{1/2}]$. 해리 흡착에서는 분압 항 전체에 1/2제곱이 걸리고, 분자와 분모에 동일하게 적용된다는 점을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 25. 회분식반응기를 격막을 이용하여 같은 부피로 나눈 후 왼쪽 반응기에 초기농도 $20\text{mol}\text{L}^{-1}$, 오른쪽 반응기에 초기농도 $10\text{mol}\text{L}^{-1}$의 순수한 반응물 A를 동일한 부피로 $V_1 = V_2$ 주입하여 $A \rightarrow B$ 등온 비가역 액상 1차 반응을 동시에 진행한다. 왼쪽 반응기의 전환율이 0.7일 때 반응을 멈추고 두 반응기 사이의 격막을 제거하여 혼합하였다면 반응기 전체에서 A의 농도 $[\text{mol}\text{L}^{-1}]$는? (단, 두 반응기의 온도는 항상 같게 유지되고, 격막 제거 시 두 반응기 용액은 완전히 혼합된다)



① 3.0

② 4.5

③ 5.5

④ 6.0

정답 2번

출제 포인트

같은 온도(따라서 같은 속도상수 k)에서 초기농도만 다른 두 회분식반응기가 같은 시간 동안 등온 1차 비가역 반응을 진행했을 때, 한쪽의 전환율로부터 반응시간에 해당하는 잔존율 C_A/C_{A0}을 구하고, 이를 다른 쪽 반응기에도 동일하게 적용한 뒤 두 반응기를 같은 부피로 혼합했을 때의 평균농도를 구하는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

왼쪽 반응기: 초기농도 $C_{A0,1} = 20\ \text{mol}\text{L}^{-1}$, 전환율 $X_1 = 0.7$
오른쪽 반응기: 초기농도 $C_{A0,2} = 10\ \text{mol}\text{L}^{-1}$
두 반응기는 부피가 같고($V_1 = V_2$), 온도가 항상 같으므로 속도상수 k와 반응이 진행된 시간 t가 동일하다.
A → B는 등온 비가역 액상 1차 반응이므로 회분식반응기에서 $C_A = C_{A0}e^{-kt}$가 성립한다.

사용할 공식

1차 비가역 반응의 회분식반응기 설계식: $C_A = C_{A0}e^{-kt}$, 전환율과의 관계: $C_A = C_{A0}(1 - X)$
두 반응기의 부피가 같으므로 격막 제거 후 혼합농도는 단순 산술평균: $C_{A,\text{mix}} = \frac{C_{A,1} + C_{A,2}}{2}$

계산 과정

왼쪽 반응기의 전환율이 0.7이므로 반응이 멈춘 시점의 왼쪽 농도는
$C_{A,1} = C_{A0,1}(1 - X_1) = 20 \times (1 - 0.7) = 6\ \text{mol}\text{L}^{-1}$이다.
같은 시간 t 동안 e^{-kt}는 초기농도와 무관하게 동일하므로, $e^{-kt} = \frac{C_{A,1}}{C_{A0,1}} = \frac{6}{20} = 0.3$이다.
오른쪽 반응기도 같은 k, 같은 t로 반응했으므로 $C_{A,2} = C_{A0,2}e^{-kt} = 10 \times 0.3 = 3\ \text{mol}\text{L}^{-1}$이다.
두 반응기의 부피가 같으므로 격막을 제거해 혼합한 전체 농도는 $C_{A,\text{mix}} = \frac{C_{A,1} + C_{A,2}}{2} = \frac{6 + 3}{2} = 4.5\ \text{mol}\text{L}^{-1}$
이다.

선지 판단

① 3.0 → 오답: 이는 오른쪽 반응기만의 농도($C_{A,2} = 3$)이며, 왼쪽 반응기 값을 반영하지 않고 혼합을 생략한 값이다.
② 4.5 → 정답: 왼쪽 6, 오른쪽 3을 같은 부피로 평균한 값과 일치한다.
③ 5.5 → 오답: 왼쪽과 오른쪽의 초기농도를 그대로 평균((20 + 10)/2 = 15)한 뒤 전환율만 왼쪽 값(0.7)으로 잘못 적용하는 등 계산을 뒤섞으면 나올 수 있는 값으로, 반응 진행에 따른 각 반응기의 실제 농도 변화를 반영하지 않은 오답이다.
④ 6.0 → 오답: 이는 왼쪽 반응기만의 농도($C_{A,1} = 6$)이며, 오른쪽 반응기와의 혼합을 반영하지 않은 값이다.

오답 포인트

이 문제의 핵심은 두 반응기의 초기농도가 달라도 온도와 반응시간이 같으면 e^{-kt}(잔존율)는 동일하다는 점이다. 왼쪽 반응기의 전환율만 보고 오른쪽 반응기에도 같은 전환율(0.7)을 그대로 적용해 $10 \times (1 - 0.7) = 3$을 구하는 것은 결과적으로 맞는 값이 나오지만, 이는 잔존율이 같다는 논리($e^{-kt} = 0.3$)로 이해해야 하며 우연히 전환율 수치가 같다고 오해해서는 안 된다. 또한 혼합 후 농도를 구할 때 몰수를 부피로 나누는 과정을 빠뜨리고 단순히 두 농도를 더하기만 하는 실수(9라고 계산)를 하지 않도록 주의한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

여러 반응기가 같은 온도·같은 반응시간으로 진행되면 속도상수 k와 시간 t가 공통이므로, 하나의 반응기에서 얻은 전환율이나 잔존율(C_A/C_{A0})로부터 e^{-kt} 값을 먼저 구한다. 그다음 이 값을 다른 반응기의 초기농도에 곱해 그 반응기의 농도를 구하고, 마지막으로 부피비를 반영해(부피가 같으면 단순 평균) 혼합농도를 계산한다.

암기 포인트

등온 1차 비가역 회분식반응: $C_A = C_{A0}e^{-kt}$, 온도와 시간이 같으면 초기농도가 달라도 e^{-kt}는 공통값이다. 전환율 X와 농도의 관계는 $C_A = C_{A0}(1 - X)$이며, 같은 부피의 두 용액을 섞으면 혼합농도는 각 농도의 산술평균이다.

NoteBase