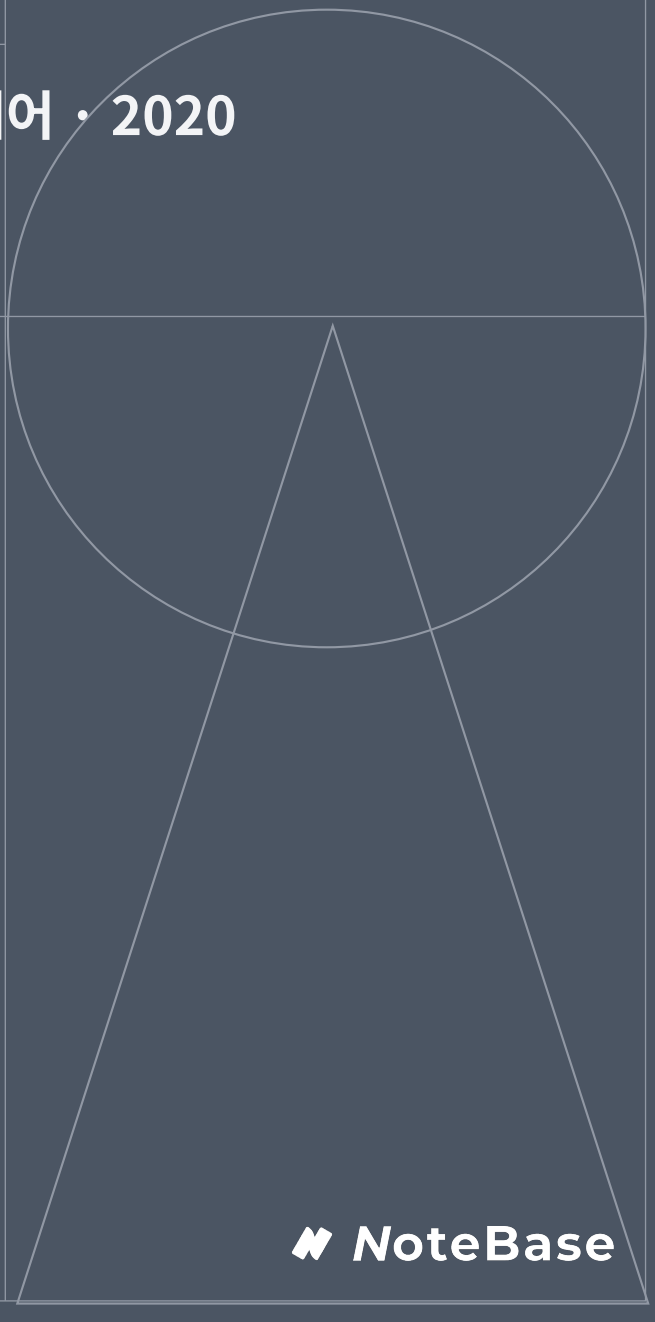
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2020



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2020

공무원/국가직/7급 · 자동제어 · 2020

문 1. 다음 선형시스템에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, A = bmatrix1 & 0 \ 0 & 1bmatrix, B = bmatrix1 \ 1bmatrix, C = bmatrix1 & 0bmatrix이다)

$\dot{x} = Ax + Bu,\ y = Cx$

① 관측 가능하고 제어 가능하다.

② 관측 가능하나 제어 가능하지 않다.

③ 제어 가능하나 관측 가능하지 않다.

④ 제어 가능하지도 관측 가능하지도 않다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 상태방정식 $\dot{x} = Ax + Bu,\ y = Cx$에서 제어 가능성과 관측 가능성을 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $A = I_2, B = [1; 1], C = [1\&0]$이다.
상태 차수는 $n = 2$이다.
제어 가능성은 제어가능행렬의 계수(rank)가 2인지로 보고, 관측 가능성은 관측가능행렬의 계수(rank)가 2인지로 본다.

사용할 공식

제어 가능성 판별은 $\mathcal{C} = [B\ AB]$, 관측 가능성 판별은 O=[C]를 사용한다.
이 문제에서는 $A = I_2$이므로 $AB = B, CA = C$가 되어 두 행렬의 중복 여부만 확인하면 된다.

계산 과정

1. $AB = I_2B = B = [1; 1]$이므로 $\mathcal{C} = [B\ AB] = [1\&1; 1\&1]$이다.
2. $\mathcal{C}$의 두 열이 서로 같으므로 $\text{rank}(\mathcal{C}) = 1 < 2$이다. 따라서 제어 가능하지 않다.
3. $CA = CI_2 = C = [1\&0]$이므로 O=[C]=[1 & 0; 1 & 0]이다.
4. $\mathcal{O}$의 두 행이 서로 같으므로 $\text{rank}(\mathcal{O}) = 1 < 2$이다. 따라서 관측 가능하지 않다.

NoteBase

선지별 해설

① X: 관측 가능과 제어 가능이 모두 성립하려면 두 rank가 모두 2여야 한다. 실제로는 둘 다 rank가 1이므로 틀리다. 틀린 표현은 "관측 가능하고 제어 가능하다"이고, 올바르게는 "관측 가능하지도 제어 가능하지도 않다"이다.
② X: 관측 가능하다는 부분이 틀리다. $\mathcal{O}$의 rank가 1이므로 관측 가능하지 않다. 틀린 표현은 "관측 가능하나"이고, 올바르게는 "관측 가능하지도 않고"이다.
③ X: 제어 가능하다는 부분이 틀리다. $\mathcal{C}$의 rank가 1이므로 제어 가능하지 않다. 틀린 표현은 "제어 가능하나"이고, 올바르게는 "제어 가능하지도 않고"이다.
④ O: $AB = B, CA = C$가 되어 제어가능행렬과 관측가능행렬이 각각 중복 열, 중복 행으로 이루어진다. 따라서 제어 가능하지도 관측 가능하지도 않다는 설명이 맞다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 $A = I$이면 시스템이 단순해 보인다는 이유로 자동으로 제어 가능 또는 관측 가능하다고 오해하는 점이다. 그러나 $A = I$에서는 오히려 $AB = B, CA = C$가 되어 제어가능행렬과 관측가능행렬이 쉽게 중복되므로 rank를 반드시 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

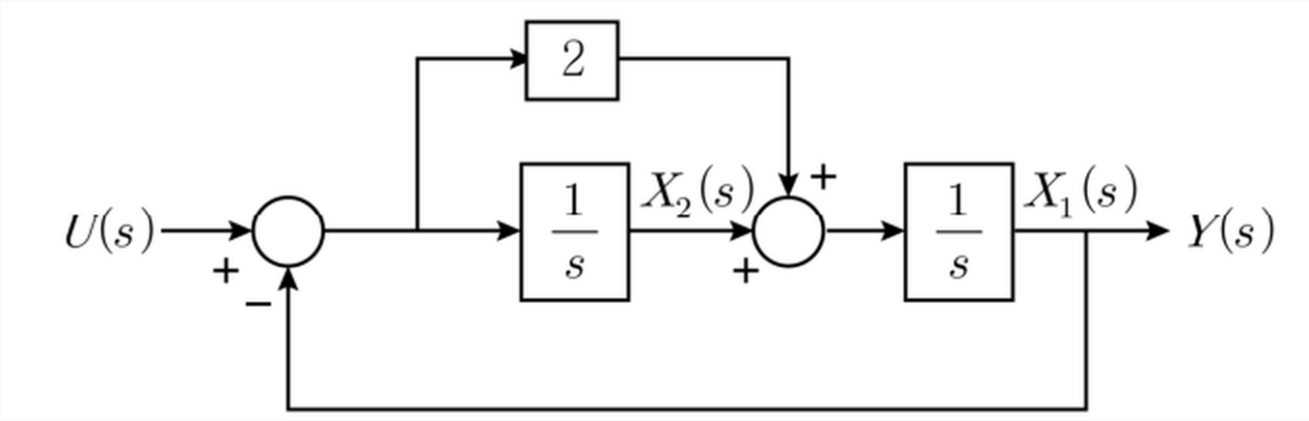
상태공간 문제에서 제어 가능성과 관측 가능성을 함께 물으면 먼저 AB, A^2B와 CA, CA^2가 기존 열·행을 반복하는지 본다. 반복되면 rank가 상태 차수 n에 못 미치기 쉬우므로 제어 불가 또는 관측 불가로 판단한다.

암기 포인트

$A = I$이면 $AB = B, CA = C$가 되어 중복이 생기기 쉽고, 중복이면 rank 부족으로 제어 불가·관측 불가가 된다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 블록선도를 갖는 폐루프 시스템의 극점은? (단, $U(s)$는 입력, $Y(s)$는 출력을 나타낸다)



① -1, -1

② 1, -1

③ 1, 1

④ 1, 2

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 상태방정식을 세운 뒤 폐루프 특성방정식을 구해 극점을 판단하는 문제이다.

조건 정리

입력과 출력의 관계는 첫 번째 합점에서 $e(s) = U(s) - Y(s)$이다.
첫 번째 적분기 출력은 $X_2(s)$이므로 $sX_2(s) = e(s)$이다.
두 번째 적분기 입력은 $X_2(s) + 2e(s)$이고 출력은 $X_1(s) = Y(s)$이므로 $sX_1(s) = X_2(s) + 2e(s)$이다.

사용할 공식

상태변수를 $x_1 = X_1, x_2 = X_2$로 두면
$\dot{x}_1 = x_2 + 2(u - x_1), \dot{x}_2 = u - x_1$
이다.
따라서 상태방정식은
$[\dot{x}_1; \dot{x}_2] = [-2\&1;\ -1\&0][x_1; x_2] + [2; 1]u$
이다.
극점은 상태행렬 A의 고유값, 즉 $\det(sI - A) = 0$의 해로 구한다.
이 공식을 쓰는 이유는 블록선도가 적분기 출력 X_1, X_2를 바로 상태변수로 읽을 수 있는 전형적인 상태방정식 형태이기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $Y(s)=X_1(s), e(s)=U(s)-Y(s)=U(s)-X_1(s)$로 둔다.
2. 적분기 관계로부터 $\dot{x}_2=u-x_1, \dot{x}_1=x_2+2(u-x_1)=-2x_1+x_2+2u$를 얻는다.
3. 따라서 $A=[-2\&1;\ -1\&0]$이다.
4. 특성방정식은
$\det(sI-A)=\det[s+2\&-1;\ 1\&s]=s(s+2)+1=s^2+2s+1=(s+1)^2$
이다.
5. 극점은 $s=-1,\ -1$이다.

선지별 해설

① O
극점은 $s=-1,\ -1$이므로 옳은 선지이다. 중근 형태로 두 극점이 모두 -1에 있다.

② X
선지의 $1,\ -1$ 중 1이 틀렸다. 폐루프 특성방정식은 $(s+1)^2=0$이므로 양의 극점은 나오지 않는다. 올바르게는 $-1,\ -1$이다.

③ X
선지의 1, 1은 두 극점이 모두 우반평면에 있다는 뜻이어서 틀렸다. 이 시스템의 극점은 둘 다 -1이다.
올바르게는 $-1,\ -1$이다.

④ X
선지의 1, 2는 부호와 값이 모두 틀렸다. 특성방정식을 전개하면 s^2+2s+1이므로 근은 $-1,\ -1$뿐이다.
올바르게는 $-1,\ -1$이다.

오답 포인트

첫 번째 합점의 피드백 부호를 반대로 읽으면 상태행렬의 부호가 뒤집혀 오답이 된다. 또 $X_1=Y$라는 관계를 놓치면 특성방정식을 잘못 세워 $1,\ -1$처럼 대칭인 근을 찍기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

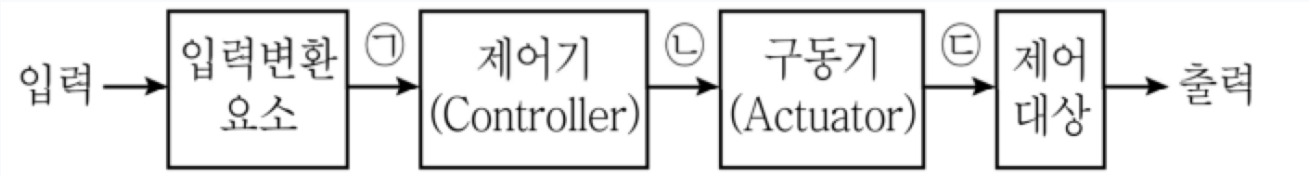
블록선도에서 적분기가 보이면 적분기 출력들을 상태변수로 두고, 각 합점의 부호를 먼저 확정한 뒤 상태행렬 A를 만든다. 그다음 $\det(sI-A)=0$로 특성방정식을 구하면 극점을 안정적으로 판단할 수 있다.

암기 포인트

적분기 출력이 상태변수이고, 극점은 $\det(sI-A)=0$의 근이다.

NoteBase

문 3. 다음 그림은 제어시스템의 구성도를 나타낸 것이다. ㉠ ~ ㉢에 해당하는 신호를 옳게 짝 지은 것은?



① (㉠): 조작량, (㉡): 동작신호, (㉢): 제어신호

② (㉠): 제어신호, (㉡): 조작량, (㉢): 동작신호

③ (㉠): 동작신호, (㉡): 제어신호, (㉢): 조작량

④ (㉠): 조작량, (㉡): 제어신호, (㉢): 동작신호

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 제어시스템 구성도에서 제어기 입력, 제어기 출력, 구동기 출력을 각각 동작신호, 제어신호, 조작량으로 구분하는지를 묻는다.

선지별 해설

1번: X. 'ㄱ=조작량'이 틀리며 올바르게는 'ㄱ=동작신호'이다. ㄱ은 입력변환요소에서 제어기로 들어가는 신호이기 때문이다. 'ㄷ=제어신호'도 틀리며 올바르게는 'ㄷ=조작량'이다. ㄷ은 구동기에서 제어대상으로 전달되는 양이다.

2번: X. 'ㄱ=제어신호'가 틀리며 올바르게는 'ㄱ=동작신호'이다. 제어신호는 제어기에서 구동기로 보내는 신호이므로 ㄴ에 해당한다. 'ㄴ=조작량'도 틀리며 올바르게는 'ㄴ=제어신호'이다. 조작량은 구동기 출력인 ㄷ이다.

3번: O. ㄱ은 제어기를 작동시키는 동작신호이고, ㄴ은 제어기에서 구동기로 보내는 제어신호이며, ㄷ은 구동기가 제어대상에 가하는 조작량이므로 옳다.

4번: X. 'ㄱ=조작량'이 틀리며 올바르게는 'ㄱ=동작신호'이다. 조작량은 제어대상 바로 앞의 구동기 출력이어야 한다. 'ㄷ=동작신호'도 틀리며 올바르게는 'ㄷ=조작량'이다. 동작신호는 제어기 입력 쪽의 신호이다.

오답 포인트

제어기 출력과 구동기 출력을 같은 것으로 보면 틀린다. 제어기와 구동기 사이의 ㄴ은 제어신호이고, 제어대상 바로 앞의 ㄷ은 실제로 조작되는 양인 조작량이라는 점을 위치로 구분해야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

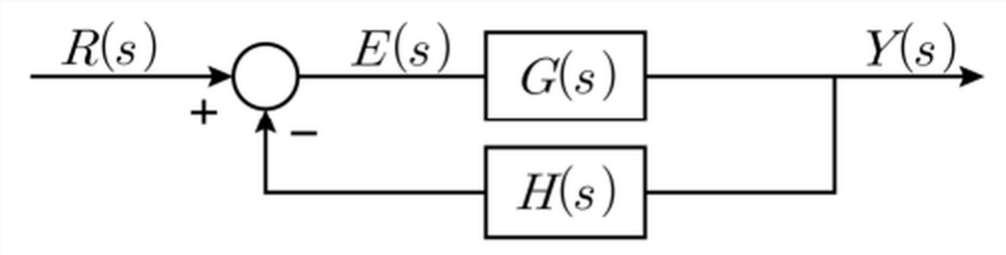
블록도의 위치를 왼쪽에서 오른쪽으로 따라가며 판단하면 된다. 제어기 앞은 동작신호, 제어기와 구동기 사이는 제어신호, 제어대상 바로 앞은 조작량으로 보면 된다.

암기 포인트

제어기 입력은 동작신호, 제어기 출력은 제어신호, 구동기 출력은 조작량이다.

NoteBase

문 4. 다음과 같은 피드백 시스템의 블록선도에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 피드백 제어의 목적은 입력과 출력 사이의 오차를 최소화하는 것이다.

② 피드백 시스템은 잡음과 외란에 민감하고 기준 입력에는 둔감하도록 설계되어야 한다.

③ 폐루프 시스템의 전달함수는 $\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$이다.

④ 개루프 전달함수의 변화에 대한 폐루프 시스템의 감도(sensitivity)는 $\frac{1}{1+G(s)H(s)}$이다.

정답 2번

출제 포인트

음의 피드백 블록선도에서 폐루프 전달함수와 감도식을 읽고, 피드백 제어의 목적이 기준입력 추종성과 외란 억제에 있다는 점을 구분하는 문제이다.

선지별 해설

① O: 피드백 제어는 기준입력 $R(s)$와 출력 $Y(s)$의 차이인 오차를 줄이도록 동작하므로 입력과 출력 사이의 오차를 최소화하는 것이 기본 목적에 해당한다.

② X: '잡음과 외란에 민감하고 기준 입력에는 둔감'하다는 부분이 틀렸다. 실제로는 잡음과 외란의 영향을 줄이고 기준입력에는 잘 추종하도록 설계하여야 한다.

③ O: 그림은 음의 피드백 구조이므로 기준입력에 대한 폐루프 전달함수는 $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$가 된다.

④ O: 개루프 전달함수 $G(s)H(s)$의 변화에 대한 폐루프 시스템의 감도는 $\frac{1}{1+G(s)H(s)}$이므로 맞는 설명이다.

오답 포인트

②는 피드백의 장점을 정반대로 뒤집어 놓은 선지이다. 피드백은 기준입력 추종성은 높이고 외란, 잡음, 파라미터 변화의 영향은 줄이는 방향으로 이해하여야 하는데, '민감'과 '둔감'의 대상을 바꾸면 바로 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도에서 합점의 부호가 음의 피드백인지 먼저 확인한 뒤, $T = \frac{G}{1+GH}$, $S = \frac{1}{1+GH}$를 바로 떠올리면 된다. 그다음 선택지가 기준입력 추종에는 민감하고 외란과 잡음 영향에는 둔감하다는 원칙과 맞는지만 대조하면 빠르게 판단할 수 있다.

NoteBase

암기 포인트

음의 피드백은 $T = \frac{G}{1+GH}$, $S = \frac{1}{1+GH}$이며, 기준입력에는 잘 따르고 외란에는 덜 흔들린다.

NoteBase

문 5. 제어시스템의 특성방정식 $Q(s)$가 다음과 같이 주어질 때 임계안정이 되도록 하는 K값과 이때의 극점 p의 값은? (단, $j=\sqrt{-1}$이다)

$Q(s)=s^3+2s^2+4s+K=0$

① K: 8, p: $-2,\ \pm 2j$

② K: 8, p: $-2, 1\pm 2j$

③ K: 4, p: $-2, 1\pm 2j$

④ K: 4, p: $-2,\ \pm 2j$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 3차 특성방정식의 임계안정 조건을 라우스 판별로 구하고, 그때의 극점을 인수분해로 확인하는 문제이다.

조건 정리

주어진 특성방정식은 $Q(s)=s^3+2s^2+4s+K=0$이다.
구해야 할 값은 임계안정이 되는 K와 그때의 극점 p이다.
임계안정은 극점이 허수축 위에 존재하고 나머지 극점은 좌반평면에 있는 경우이다.

사용할 공식

3차식 $s^3+a_1s^2+a_2s+a_3=0$의 라우스 배열 첫 열은 $1, a_1, \frac{a_1a_2-a_3}{a_1}, a_3$이다.
이 문제에서는 $a_1=2, a_2=4, a_3=K$이므로 임계안정 조건은 $a_1a_2-a_3=0$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 임계안정이 되는 경계에서 라우스 배열의 한 행 원소가 0이 되기 때문이다.

계산 과정

라우스 조건에 대입하면 $2\cdot 4-K=0$이므로 $K=8$이다.
따라서 특성방정식은 $s^3+2s^2+4s+8=0$이 된다.
이를 인수분해하면 $(s+2)(s^2+4)=0$이다.
따라서 극점은 $p=-2,\ \pm 2j$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 O: 라우스 판별로 $K=8$이 나오고, $Q(s)=(s+2)(s^2+4)$이므로 극점은 $-2,\ \pm 2j$이다.
2번 X: 틀린 표현은 "$1\pm 2j$"이다. $K=8$일 때 올바른 극점은 $-2,\ \pm 2j$이다. $1\pm 2j$는 인수분해 결과와 맞지 않는다.
3번 X: 틀린 표현은 "$K=4$"이다. 올바르게는 $K=8$이다. $K=4$이면 라우스 배열 첫 열이 모두 양수여서 안정일 뿐 임계안정은 아니다.
4번 X: 틀린 표현은 "$K=4$"이다. 극점을 $-2,\ \pm 2j$로 가지려면
$Q(s)=(s+2)(s^2+4)=s^3+2s^2+4s+8$이어야 하므로 올바른 값은 $K=8$이다.

오답 포인트

임계안정 조건에서 K만 맞추고 극점을 다시 확인하지 않으면 2번에 흔들리기 쉽다. 또 $-2,\ \pm 2j$라는 극점을 보고도 상수항이 8이라는 점을 연결하지 못하면 4번처럼 K를 잘못 고르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

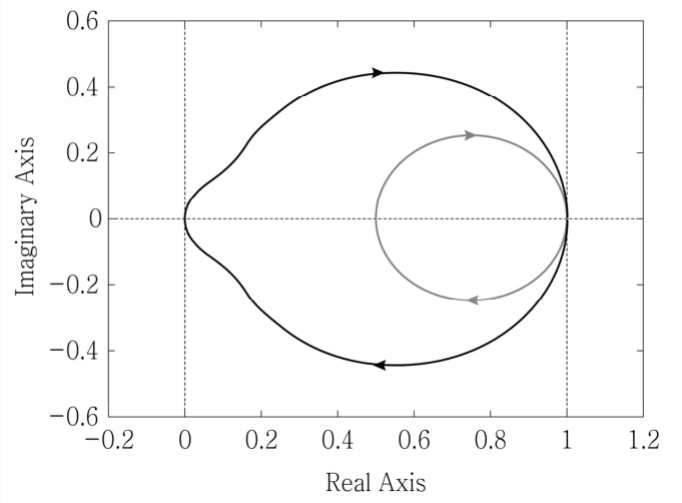
3차 특성방정식의 임계안정 문제는 먼저 라우스 배열에서 경계조건 $a_1a_2=a_3$를 세워 K를 구한 뒤, 그 값을 다시 식에 넣어 인수분해하거나 보조방정식으로 허수축 극점을 확인하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

3차식 $s^3+a_1s^2+a_2s+a_3$의 임계안정 경계는 $a_1a_2=a_3$이고, 구한 K는 다시 대입해 극점까지 검산한다.

NoteBase

문 6. 다음 그림은 어떤 전달함수 $G(s)$와 $(s+1)G(s)$의 나이퀴스트 (Nyquist) 선도를 동시에 보여 주고 있다. 이 선도들에 부합하는 전달함수 $G(s)$는?



① $\frac{s-1}{s^2+6s+2}$
② $\frac{2}{s^2+6s+2}$
③ $\frac{s}{s^2-6s+2}$
④ $\frac{s+2}{s^2+6s+2}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 두 나이퀴스트 선도의 공통 시작점과 작은 원형 궤적의 형상을 보고, $G(s)$와 $(s+1)G(s)$를 동시에 만족하는 전달함수를 식별하는 문제이다. 그림에서 바깥쪽의 큰 물방울형 선도(검정)가 $G(s)$이고, 안쪽의 작은 원형 선도(회색)가 $(s+1)G(s)$에 해당한다. 나이퀴스트 선도는 $\omega = 0$에서 시작점 $G(0)$을, $\omega \to \infty$에서 종점 $G(j\infty)$를 가지므로, 두 선도가 모두 $(1, 0)$을 지난다는 것은 곧 $G(0) = 1$을 뜻한다.

NoteBase

선지별 해설

① X. $G(s)=\frac{s-1}{s^2+6s+2}$이면 $G(0)=-\frac{1}{2}$이므로 선도가 실축의 -0.5에서 시작한다. 그림의 두 선도는 모두 $(1,0)$을 지나므로 맞지 않는다. 올바르게는 $G(0)=1$이 되어 공통 시작점이 $(1,0)$이어야 한다.

② X. $G(s)=\frac{2}{s^2+6s+2}$이면 $G(0)=1$은 맞지만, $(s+1)G(s)=\frac{2(s+1)}{s^2+6s+2}$는 분자가 1차, 분모가 2차여서 $\omega\to\infty$일 때 크기가 0으로 수렴한다. 즉 작은 선도가 $(1,0)$에서 출발한 뒤 원점으로 빨려 들어가 버려, 그림처럼 다시 $(1,0)$으로 돌아와 닫히는 작은 원형 궤적이 만들어지지 않는다. 실제로 $(s+1)G(j\omega)=\frac{2+j2\omega}{(2-\omega^2)+j6\omega}$의 허수부는 $-2\omega(4+\omega^2)$에 비례하여 양의 ω에서 항상 음수이므로 위쪽 반원조차 만들지 못한다. 올바르게는 $(s+1)G(s)$가 다시 $(1,0)$으로 돌아오는 폐곡선을 만들어야 한다.

③ X. $G(s)=\frac{s}{s^2-6s+2}$이면 $G(0)=0$이므로 선도가 원점에서 시작하여, 두 선도의 공통점 $(1,0)$과 맞지 않는다. 게다가 분모 s^2-6s+2의 근은 $3\pm\sqrt{7}$로 둘 다 양수, 즉 우반평면(RHP) 극점이어서 안정한 물방울형 선도와도 부합하지 않는다. 올바르게는 $G(0)=1$이어야 하며, 원점은 큰 선도가 중간에 스치는 점이어야 한다.

④ O. $G(s)=\frac{s+2}{s^2+6s+2}$이면 $G(0)=1$, $G(j\infty)=0$이므로 큰 선도는 $(1,0)$에서 시작해 원점 쪽으로 접근하는 물방울형 궤적이 된다. 작은 선도 $(s+1)G(s)$는 분자 $(s+1)(s+2)$와 분모가 모두 2차라, $\omega\to\infty$에서 크기가 1로 남아 다시 $(1,0)$으로 돌아와 닫힌 원을 이룬다. 구체적으로 분자는 $(j\omega+1)(j\omega+2)=(j\omega)^2+3j\omega+2=(2-\omega^2)+j3\omega$, 분모는 $(j\omega)^2+6j\omega+2=(2-\omega^2)+j6\omega$이므로 $(j\omega+1)G(j\omega)=\frac{(2-\omega^2)+j3\omega}{(2-\omega^2)+j6\omega}$이다. 이 값을 $x+jy$로 두고 ω를 소거하면 $2x^2-3x+2y^2+1=0$을 얻는다. 양변을 2로 나눈 뒤 완성제곱하면 $x^2-\frac{3}{2}x+y^2+\frac{1}{2}=0\Rightarrow\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+y^2=\frac{9}{16}-\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{4}\right)^2$이 된다. 이는 중심 $(3/4,\,0)$, 반지름 $1/4$인 작은 원으로 x 범위가 $0.5\sim1.0$이라, 그림 안쪽 회색 선도와 정확히 일치한다.

오답 포인트

시작점 $G(0)$만 보고 ②와 ④를 끝까지 구분하지 않으면 오답이 된다. ②와 ④는 둘 다 $G(0)=1$이고 $(s+1)G(0)=1$이라 시작점이 같으므로, 결정적 차이는 $(s+1)G(s)$의 상대차수에 있다. 분자·분모의 차수가 같은 ④는 종점이 $(1,0)$으로 되돌아와 닫힌 작은 원을 만들지만, 분자 차수가 낮은 ②는 종점이 원점으로 수렴해 작은 원을 닫지 못한다. 이 종점 형상까지 함께 확인해야 한다는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

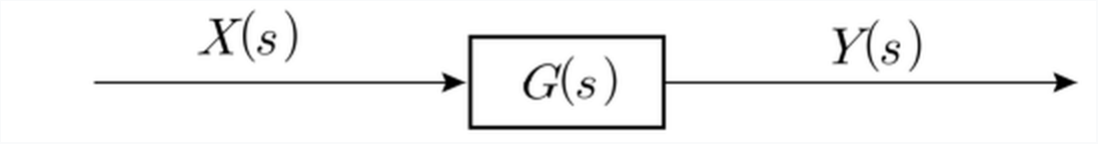
나이퀴스트 선도 식별 문제는 먼저 $G(0)$와 $G(j\infty)$로 시작점과 종점을 본다. 그다음 추가 인자 $(s+1)$을 곱한 선도가 원, 직선, 원점 수렴 중 무엇이 되는지는 그 유리함수의 상대차수(분자 대 분모 차수 차이)로 판별한다. 차수가 같으면 종점이 유한한 값으로 남아 닫힌 원을, 분자 차수가 낮으면 종점이 0(원점)으로 수렴한다.

암기 포인트

$G(0)$는 시작점, $G(j\infty)$는 종점, $(s+1)G(s)$의 상대차수로 궤적이 닫힌 원인지 원점 수렴인지를 가른다. 이것이 최종 식별 기준이다.

NoteBase

문 7. 어떤 제어시스템의 임펄스 응답 $g(t)$가 다음과 같이 주어질 때, 안정하지 않은 제어시스템은? (단, $u(t)$는 단위 계단 함수이다)



① $g(t) = u(t)$

② $g(t) = e^{-2t}u(t)$

③ $g(t) = t^3e^{-2t}u(t)$

④ $g(t) = 10e^{-t}\cos(5t)u(t)$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 연속시간 LTI 제어시스템이 안정하려면 임펄스 응답 $g(t)$가 절대적분 가능해야 한다는 기준을 적용할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값은 각 시스템의 임펄스 응답 $g(t)$이다.
구해야 할 값은 안정하지 않은 시스템이다.
주의할 조건은 $u(t)$가 붙어 있으므로 모두 $t \geq 0$에서의 응답으로 보고, $|g(t)|$의 적분이 유한한지를 판단해야 한다는 점이다.

사용할 공식

연속시간 LTI 시스템의 BIBO 안정 조건은 $\int_0^\infty |g(t)|dt < \infty$ 이다.
문제에서 전달함수 대신 임펄스 응답 $g(t)$를 직접 주었으므로 각 선지의 절대적분이 수렴하는지만 보면 안정 여부를 바로 판정할 수 있다.

계산 과정

① $g(t) = u(t)$이면 $t \geq 0$에서 $|g(t)| = 1$이므로 $\int_0^\infty |g(t)|dt = \int_0^\infty 1dt = \infty$ 이다.
② $g(t) = e^{-2t}u(t)$이면 $\int_0^\infty e^{-2t}dt = \frac{1}{2}$ 이므로 수렴한다.
③ $g(t) = t^3e^{-2t}u(t)$이면 다항식 t^3보다 지수감쇠 e^{-2t}가 훨씬 빠르게 줄어들므로 $\int_0^\infty t^3e^{-2t}dt$ 는 유한하다.
④ $g(t) = 10e^{-t}\cos(5t)u(t)$이면 $|\cos(5t)| \leq 1$이므로 $|g(t)| \leq 10e^{-t}$이고, $\int_0^\infty 10e^{-t}dt = 10$ 이므로 절대적분도 수렴한다.

NoteBase

선지 판단

1번: O. $g(t) = u(t)$는 시간이 지나도 0으로 감쇠하지 않아 절대적분값이 무한대가 된다. 따라서 안정하지 않은 제어시스템이라는 발문에 맞는 선지이다.
2번: X. e^{-2t}는 지수적으로 감쇠하므로 절대적분이 유한하다. 틀린 표현은 안정하지 않은 시스템으로 보는 판단이며, 올바르게는 안정한 제어시스템이다.
3번: X. t^3 항이 있어도 e^{-2t}가 함께 있어 전체 응답은 충분히 빠르게 감쇠하므로 절대적분이 유한하다. 틀린 표현은 다항식 항만 보고 불안정하다고 판단하는 것이며, 올바르게는 안정한 제어시스템이다.
4번: X. $\cos(5t)$ 때문에 진동은 하지만 앞의 e^{-t}가 진폭을 계속 줄이므로 절대적분이 유한하다. 틀린 표현은 진동한다는 이유만으로 불안정하다고 보는 것이며, 올바르게는 감쇠진동이므로 안정한 제어시스템이다.

오답 포인트

③과 ④를 불안정으로 착각하기 쉽다. ③은 다항식 t^3만 보고 커진다고 오해하기 쉽지만 실제로는 지수감쇠가 더 지배적이다. ④는 진동한다는 사실보다 진폭이 e^{-t}로 줄어드는지가 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

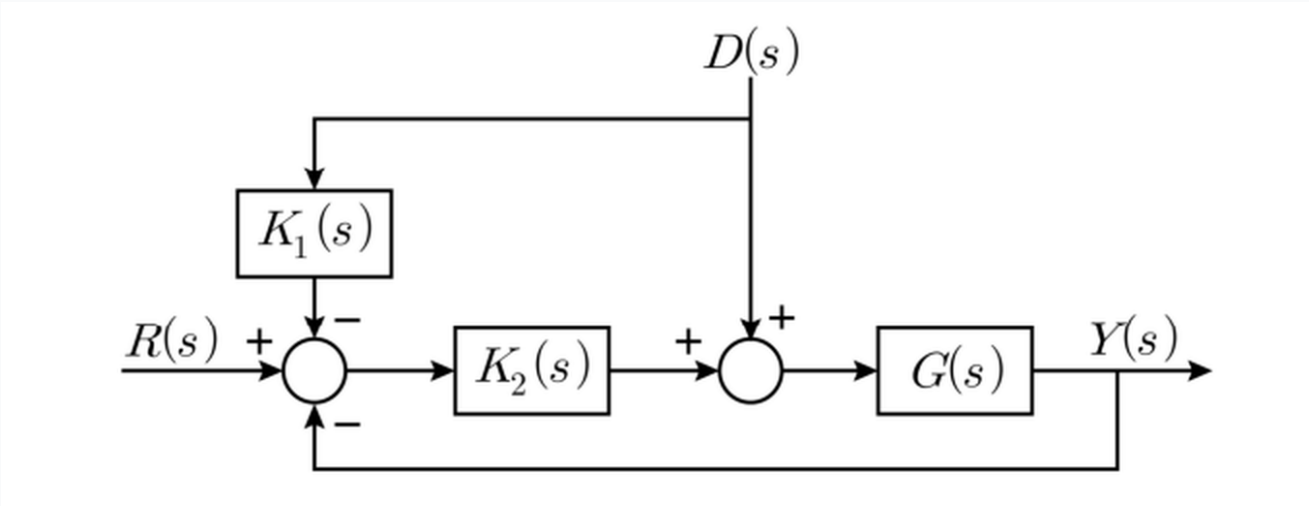
임펄스 응답으로 안정도를 묻는 문제는 먼저 $\int_0^\infty |g(t)|dt$의 수렴 여부를 본다. 상수처럼 감쇠가 없으면 불안정이고, 지수감쇠가 붙으면 다항식이나 진동항이 함께 있어도 대부분 안정으로 판단된다.

암기 포인트

안정성은 임펄스 응답의 절대적분 가능성으로 본다. 감쇠 없는 $u(t)$는 불안정이고, e^{-at}가 붙은 응답은 보통 안정이다.

NoteBase

문 8. 다음 블록선도에서 단일 입력 $R(s)$, $D(s)$와 단일 출력 $Y(s)$ 간의 전달함수로 옳은 것은?



① $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)K_2(s)}{1+G(s)K_1(s)K_2(s)}, \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)\{1-K_1(s)K_2(s)\}}{1+G(s)K_1(s)K_2(s)}$

② $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)K_1(s)K_2(s)}{1+G(s)K_2(s)}, \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1-G(s)K_1(s)K_2(s)}{1+G(s)K_2(s)}$

③ $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)K_2(s)}{1+G(s)K_1(s)K_2(s)}, \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1-G(s)K_1(s)K_2(s)}{1+G(s)K_1(s)K_2(s)}$

④ $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)K_2(s)}{1+G(s)K_2(s)}, \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)\{1-K_1(s)K_2(s)\}}{1+G(s)K_2(s)}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 첫 번째 가산점의 음의 피드백과 외란 $D(s)$의 두 경로를 함께 반영하여 $Y(s)/R(s)$, $Y(s)/D(s)$를 유도하는 문제이다.

조건 정리

첫 번째 가산점 출력은 $e(s) = R(s) - K_1(s)D(s) - Y(s)$이다.
두 번째 가산점 입력은 $K_2(s)e(s)$와 $D(s)$의 합이다.
최종 출력은 $Y(s) = G(s)\{K_2(s)e(s) + D(s)\}$이다.

사용할 공식

블록선도의 각 가산점에서 부호를 반영해 연립한 뒤 $Y(s)$를 한쪽으로 모은다.
특히 외란 $D(s)$는 $K_1(s)$를 거쳐 첫 번째 가산점에는 음으로, 두 번째 가산점에는 직접 양으로 들어간다.

NoteBase

계산 과정

$e(s) = R(s) - K_1(s)D(s) - Y(s)$

$Y(s) = G(s)\{K_2(s)e(s) + D(s)\}$

이를 대입하면

$Y(s) = G(s)K_2(s)R(s) - G(s)K_1(s)K_2(s)D(s) - G(s)K_2(s)Y(s) + G(s)D(s)$

따라서

$Y(s)\{1 + G(s)K_2(s)\} = G(s)K_2(s)R(s) + G(s)\{1 - K_1(s)K_2(s)\}D(s)$

이므로

$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)K_2(s)}{1 + G(s)K_2(s)}, \quad \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)\{1 - K_1(s)K_2(s)\}}{1 + G(s)K_2(s)}$

선지별 해설

1번: X. $Y(s)/R(s)$의 분모를 $1 + G(s)K_1(s)K_2(s)$로 본 점이 틀리다. $K_1(s)$는 외란 경로에만 걸려 있어 기준입력에 대한 폐루프 분모를 만들지 않는다. 틀린 표현은 분모의 $G(s)K_1(s)K_2(s)$이며, 올바르게는 $1 + G(s)K_2(s)$이다.

2번: X. $Y(s)/R(s)$의 분자에 $K_1(s)$를 곱한 점이 틀리다. 기준입력 $R(s)$는 $K_1(s)$를 거치지 않으므로 올바르게는 $G(s)K_2(s)/(1 + G(s)K_2(s))$이다. 또한 $Y(s)/D(s)$의 분자도 $1 - G(s)K_1(s)K_2(s)$가 아니라 $G(s)\{1 - K_1(s)K_2(s)\}$이다.

3번: X. $Y(s)/R(s)$는 맞지만 $Y(s)/D(s)$의 분모를 $1 + G(s)K_1(s)K_2(s)$로 쓴 점이 틀리다. 출력 $Y(s)$를 한쪽으로 모으면 공통 분모는 항상 $1 + G(s)K_2(s)$가 된다. 틀린 표현은 분모의 $1 + G(s)K_1(s)K_2(s)$이다.

4번: O. $Y(s)/R(s) = G(s)K_2(s)/(1 + G(s)K_2(s))$, $Y(s)/D(s) = G(s)\{1 - K_1(s)K_2(s)\}/(1 + G(s)K_2(s))$로 유도되므로 두 식이 모두 맞다.

오답 포인트

외란 $D(s)$가 $K_1(s)$ 경로와 직접 가산 경로로 동시에 들어간다는 점을 놓치거나, 첫 번째 가산점의 음의 피드백 때문에 생기는 폐루프 분모를 $1 + G(s)K_2(s)$ 대신 $1 + G(s)K_1(s)K_2(s)$로 잘못 쓰기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 문제는 각 가산점의 부호를 먼저 식으로 적고, 기준입력 $R(s)$와 외란 $D(s)$가 각각 어떤 경로를 지나는지 분리해 본 뒤, 마지막에 $Y(s)$ 항을 한쪽으로 모아 공통 분모를 확인하면 된다.

암기 포인트

이 도식에서는 $K_1(s)$가 외란 경로를 바꾸고, 폐루프 분모는 출력이 되먹임되는 $G(s)K_2(s)$로 결정된다.

NoteBase

문 9. 피드백 시스템의 루프 전달함수 $L(s)$가 다음과 같이 시간 지연계를 포함한다고 가정하자. 보드(Bode) 선도에서 K와 T_d 값이 각각 1일 때 이득여유가 10 dB이라고 한다면 이득여유를 0 dB로 만들기 위한 임계값 K는? (단, a와 b는 실수이며, T_d값은 일정하다)

$$L(s) = \frac{Ke^{-T_d s}}{s(s+a)(s+b)}$$

① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{10}$
③ $\sqrt{15}$
④ $\sqrt{20}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 보드선도에서 이득여유와 루프이득 K의 dB 관계를 이용해 임계이득을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $K = 1$, $T_d = 1$일 때 이득여유가 10 dB이다.
구해야 할 값: 이득여유를 0 dB로 만드는 임계이득 K이다.
주의할 조건: 시간지연항 $e^{-T_d s}$은 크기를 바꾸지 않고 위상만 바꾸므로, K만 바뀌면 위상교차주파수는 그대로이고 크기만 K배 변한다.

사용할 공식

이득여유는 $GM_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{1}{|L(j\omega_{pc})|}\right)$이다.
따라서 같은 위상교차주파수 ω_{pc}에서 루프이득을 K배 키우면 이득여유는 $20\log_{10} K$만큼 감소한다.
이 문제에는 $GM_{new} = 10 - 20\log_{10} K$를 바로 적용할 수 있다.

계산 과정

1. $K = 1$일 때 이득여유가 10 dB이므로 위상교차주파수에서의 크기는 $|L(j\omega_{pc})| = 10^{-10/20} = \frac{1}{\sqrt{10}}$이다.
2. 이득여유가 0 dB가 되려면 같은 위상교차주파수에서 $|L(j\omega_{pc})| = 1$이어야 한다.
3. 따라서 $K \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = 1$이므로 $K = \sqrt{10}$이다.
4. 같은 내용을 dB로 쓰면 $10 - 20\log_{10} K = 0$이고, 여기서도 $K = 10^{10/20} = \sqrt{10}$이 된다.

NoteBase

선지 판단

1번 X: $K=\sqrt{5}$이면 이득 증가량은 $20\log_{10}\sqrt{5}=10\log_{10}5\approx 6.99dB$이다. 새 이득여유는 약 3.01 dB로 아직 남아 있다. 틀린 표현은 "임계값"이고, 올바르게는 "이득여유가 아직 0 dB에 도달하지 않은 값"이다.
2번 O: $K=\sqrt{10}$이면 이득 증가량이 정확히 10 dB이므로 기존 이득여유 10 dB가 정확히 사라진다. 위상교차주파수에서 크기가 1이 되어 임계값이 된다.
3번 X: $K=\sqrt{15}$이면 이득 증가량은 $10\log_{10}15\approx 11.76dB$이다. 새 이득여유는 약 -1.76 dB로 0 dB를 지나쳤다. 틀린 표현은 "임계값"이고, 올바르게는 "임계값을 초과하여 이득여유를 음수로 만드는 값"이다.
4번 X: $K=\sqrt{20}$이면 이득 증가량은 $10\log_{10}20\approx 13.01dB$이다. 새 이득여유는 약 -3.01 dB가 된다. 틀린 표현은 "임계값"이고, 올바르게는 "임계값보다 더 큰 과대한 이득"이다.

오답 포인트

10 dB를 선형이득 10배로 착각하면 오답이 된다. 보드선도의 크기 dB는 $20\log_{10}(\cdot)$를 쓰므로 10 dB는 $\sqrt{10}$배에 해당한다. 또 시간지연항은 위상에는 영향을 주지만 크기에는 영향을 주지 않는다는 점을 놓치면 계산 방향이 흔들린다.

다시 나오면 이렇게 판단

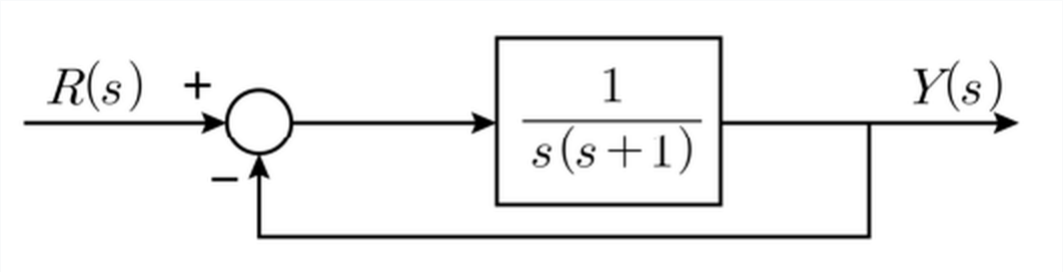
보드선도에서 K만 바뀌는 문제는 먼저 위상교차주파수가 그대로인지 확인하고, 현재 이득여유 GM dB를 선형배수 $10^{GM/20}$로 바꿔 필요한 K를 정한다. 이 문제처럼 목표가 0 dB이면 기존 여유를 정확히 상쇄하는 배수만 곱하면 된다.

암기 포인트

이득여유 10 dB를 없애는 임계이득은 선형배수로 $10^{10/20}=\sqrt{10}$이다.

NoteBase

문 10. 다음과 같은 단위 피드백 시스템의 폐루프 극점이 $-1 \pm 1j$에 위치하도록 진상보상기(lead compensator)를 설계하여 제어하고자 한다. 진상보상기의 영점을 -1에 배치할 경우, 진상보상기 극점의 위치는? (단, $j = \sqrt{-1}$이다)



① -1

② -2

③ -3

④ -4

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 원하는 폐루프 극점 $s = -1 + j$가 근궤적 위에 오도록 진상보상기의 극점을 각도조건으로 정하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템은 단위 피드백과 $\frac{1}{s(s+1)}$이다.
진상보상기의 영점은 -1에 둔다.
구해야 할 값은 진상보상기 극점 위치이다.

사용할 공식

진상보상기를 $G_c(s) = K\frac{s+1}{s+p}$로 두면 열린루프 전달함수는 $L(s) = K\frac{s+1}{s+p}\frac{1}{s(s+1)} = \frac{K}{s(s+p)}$가 된다.
원하는 점이 근궤적 위에 있으려면 각도조건 $\angle L(s) = (2k+1)180^\circ$를 만족해야 한다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 원하는 폐루프 극점 위치를 직접 주었으므로, 그 점이 열린루프 근궤적 조건을 만족하도록 보상기 극점을 정하면 되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

원하는 극점을 $s_d = -1 + j$로 둔다.
영점 -1은 플랜트의 극점 -1과 상쇄되므로 남는 열린루프 극점은 0과 $-p$이다.
극점 0에서 s_d를 본 각은 135°이다.
극점 $-p$에서 s_d를 본 각을 θ라 두면 각도조건으로 $135^\circ + \theta = 180^\circ$이므로 $\theta = 45^\circ$이다.
이때 $\tan\theta = \frac{1}{p-1} = 1$이므로 $p - 1 = 1$, 따라서 $p = 2$이다.
따라서 진상보상기 극점은 -2에 위치한다.

선지별 해설

1번 X: 극점이 -1이면 원하는 점에서 본 각은 90°가 되어 전체 각이 225°가 된다. 각도조건을 만족하지 못하므로 틀리다. 올바르게는 극점이 -2이어야 한다.
2번 O: 극점이 -2이면 원하는 점까지의 벡터가 $1 + j$가 되어 각이 45°이다. 극점 0의 135°와 합하면 180°가 되어 근궤적 각도조건을 만족하므로 옳다.
3번 X: 극점이 -3이면 원하는 점에서 본 각은 $\tan^{-1}(1/2) \approx 26.6^\circ$이다. 전체 각이 161.6° 정도로 맞지 않으므로 틀리다. 올바르게는 극점이 -2이어야 한다.
4번 X: 극점이 -4이면 원하는 점에서 본 각은 $\tan^{-1}(1/3) \approx 18.4^\circ$이다. 전체 각이 153.4° 정도로 더 멀어져 각도조건을 만족하지 못한다. 올바르게는 극점이 -2이어야 한다.

오답 포인트

영점 -1을 둔 뒤에도 원래 플랜트의 극점 -1을 계속 각도 계산에 넣으면 오답이 된다. 이 문제의 함정은 상쇄된 극점을 남겨 두고 각도를 세거나, $-1 + j$에서 극점 $-p$까지의 수평거리 $p - 1$을 잘못 잡는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

보상기 설계에서 원하는 폐루프 극점이 주어지면 먼저 영점과 기존 극점의 상쇄 여부를 확인하고, 그다음 남는 열린루프 극점과 영점만으로 각도조건을 맞춘다. 마지막에는 계산한 위치가 진상보상기처럼 영점보다 왼쪽에 있는지도 함께 확인한다.

암기 포인트

리드 보상기 극점은 영점보다 더 왼쪽에 오며, 원하는 복소극점에서는 남는 극점들의 각도 합이 180°가 되도록 잡는다.

NoteBase

문 11. 루프 전달함수가 $\frac{K(s+10)}{(s+1)(s+9)}$인 피드백 시스템의 근궤적(root locus)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 근궤적의 점근선은 2개이다.

② 근궤적이 시작하는 점은 극점 -1과 -9이다.

③ $s=-3$은 근궤적 상에 존재한다.

④ 근궤적의 분지(branch) 수는 2개이다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 근궤적의 시작점, 분지 수, 점근선 수, 실축 구간 판정을 개루프 극점과 영점으로 판단하는 문제이다.

조건 정리

개루프 전달함수는 $G(s)H(s)=\frac{K(s+10)}{(s+1)(s+9)}$이다.
극점은 $s=-1,\ -9$이고 영점은 $s=-10$이다.
극점 수는 2, 영점 수는 1이므로 점근선 수는 $2-1=1$이다.

사용할 공식

근궤적의 분지 수는 개루프 극점 수와 같다.
근궤적은 개루프 극점에서 시작하여 개루프 영점 또는 무한대로 끝난다.
점근선 수는 $n-m$이다.
실축의 한 점 오른쪽에 있는 실수축상의 극점과 영점 개수가 홀수이면 그 점은 근궤적 위에 있다.

계산 과정

1. 분모 $(s+1)(s+9)$에서 극점 $-1,\ -9$를 읽고, 분자 $(s+10)$에서 영점 -10을 읽는다.
2. 극점 수가 2이므로 근궤적의 분지 수는 2이다.
3. 점근선 수는 극점 수에서 영점 수를 뺀 값이므로 $2-1=1$이다.
4. $s=-3$의 오른쪽에는 실수축상의 극점 -1만 1개 있으므로 홀수 조건을 만족하여 근궤적 위에 있다.

선지별 해설

① X: 근궤적의 점근선 수는 $n-m=2-1=1$이므로 2개라는 표현이 틀리다. 틀린 표현은 '2개'이고, 올바르게는 '1개'이다.
② O: 근궤적은 개루프 극점에서 시작하므로 시작점은 $s=-1$과 $s=-9$이다.
③ O: $s=-3$은 -9와 -1 사이에 있으므로 그 오른쪽에는 -1만 있다. 오른쪽의 실수축 극점·영점 수가 1개로 홀수이므로 $s=-3$은 근궤적 상에 존재한다.
④ O: 근궤적의 분지 수는 개루프 극점 수와 같으므로 2개이다.

NoteBase

오답 포인트

극점이 2개이면 분지 수도 2개이지만 점근선 수까지 2개라고 착각하기 쉽다. 이 문항은 분지 수와 점근선 수를 구분하는지, 그리고 실축 구간을 오른쪽 홀수 개수 규칙으로 판단하는지를 함께 묻는다.

다시 나오면 이렇게 판단

근궤적 문항은 먼저 극점 수와 영점 수를 적고, 분지 수는 극점 수, 점근선 수는 극점 수에서 영점 수를 뺀 값으로 나눈다. 실축 위 점의 포함 여부는 그 점 오른쪽의 극점·영점 개수가 홀수인지로 판단한다.

암기 포인트

분지 수는 극점 수, 점근선 수는 극점 수-영점 수, 실축 근궤적은 오른쪽 개수 홀수이다.

NoteBase

문 12. 단위 피드백 제어시스템의 루프 전달함수 $G(s)=\frac{K}{(s+1)^2}$에서 $K=4$일 때, 위상여유는?

① -60°

② -30°

③ 60°

④ 30°

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 이득 교차 주파수에서 개루프 위상을 구한 뒤 위상여유를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 단위 피드백 루프 전달함수 $G(s)=\frac{K}{(s+1)^2}$, $K=4$이다.
구해야 할 값: 위상여유이다.
주의할 조건: 위상여유는 $|G(j\omega)|=1$이 되는 이득 교차 주파수에서 $180^\circ+\angle G(j\omega)$로 구한다.

사용할 공식

$G(j\omega)=\frac{4}{(1+j\omega)^2}$
$|G(j\omega)|=\frac{4}{|1+j\omega|^2}=\frac{4}{1+\omega^2}$
$\angle G(j\omega)=-2\tan^{-1}(\omega)$
이 공식을 쓰는 이유는 위상여유가 이득 교차 주파수에서의 개루프 위상으로 결정되기 때문이다.

계산 과정

1. 이득 교차 주파수 ω_{gc}는 $|G(j\omega)|=1$에서 구한다.
$\frac{4}{1+\omega^2}=1$
$1+\omega^2=4\Rightarrow\omega^2=3\Rightarrow\omega_{gc}=\sqrt{3}$
2. 이 주파수에서 개루프 위상은 다음과 같다.
$\angle G(j\omega_{gc})=-2\tan^{-1}(\sqrt{3})=-2\times60^\circ=-120^\circ$
3. 위상여유는 180°에 개루프 위상을 더한 값이다.
$PM=180^\circ+(-120^\circ)=60^\circ$

NoteBase

선지 판단

① X: $-60\,^\circ$는 위상여유가 아니다. $-120\,^\circ$는 개루프 위상이고, 위상여유는 여기에 $180\,^\circ$를 더해 구하므로 $60\,^\circ$이다. 틀린 표현 `-60°` → 올바르게는 `위상여유는 60 °이다.`
② X: $-30\,^\circ$는 부호를 잘못 붙인 오답이다. 이 문제의 위상여유는 음수가 아니라 $60\,^\circ$이다. 틀린 표현 `-30°` → 올바르게는 `위상여유는 60 °이다.`
③ O: $|G(j\omega)| = 1$에서 $\omega_{gc} = \sqrt{3}$, 그때 위상은 $-120\,^\circ$이므로 위상여유는 $60\,^\circ$이다.
④ X: $30\,^\circ$는 계산 결과와 맞지 않는다. 이 문제는 두 개의 같은 극이 있으므로 위상이 $-2\tan^{-1}(\omega)$로 계산되어야 하며, 최종 위상여유는 $60\,^\circ$이다. 틀린 표현 `30°` → 올바르게는 `위상여유는 60 °이다.`

오답 포인트

개루프 위상 $-120\,^\circ$와 위상여유를 혼동하면 부호가 뒤집힌 오답을 고르게 된다. 또한 극이 두 개라는 점을 놓치고 위상을 한 번만 계산하면 전체 각도를 잘못 잡게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

위상여유 문제는 먼저 $|L(j\omega)| = 1$이 되는 주파수를 찾고, 그 주파수에서 각 극과 영점의 위상을 모두 합한 뒤 $180\,^\circ$를 더해 판단한다.

암기 포인트

위상여유는 $PM = 180\,^\circ + \angle L(j\omega_{gc})$이고, ω_{gc}는 반드시 $|L(j\omega)| = 1$에서 찾는다.

NoteBase

문 13. 입력이 x, 출력이 y인 시스템의 입출력 관계가 다음과 같은 2차 미분방정식으로 주어질 때, 이 시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 9\frac{d}{dt}y(t) + 20y(t) = 20x(t)$$

① 2차 선형시스템이며 안정하다.

② 시스템의 감쇠비가 1 미만이며, 출력의 과도응답에 진동하는 파형을 포함한다.

③ 단위 계단 입력신호에 대한 이 시스템의 정상상태 출력은 1이다.

④ 이 시스템의 고유주파수는 $2\sqrt{5}$ rad/sec이다.

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 2차 시스템의 미분방정식을 표준형과 비교하여 고유주파수, 감쇠비, 안정성, 정상상태 이득을 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 시스템은 $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 9\frac{d}{dt}y(t) + 20y(t) = 20x(t)$이다.
입력은 단위 계단입력으로 본다.
판단해야 할 값은 시스템 차수, 안정성, 감쇠비, 진동 여부, 정상상태 출력, 고유주파수이다.

사용할 공식

전달함수는 $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{20}{s^2 + 9s + 20}$이다.
표준 2차형은 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$이다.
정상상태 출력은 안정한 시스템에서 $G(0)$로 판단할 수 있다.
이 공식을 쓰는 이유는 주어진 식이 입력과 출력의 선형 2차 미분방정식이므로 표준 2차계의 계수 비교만으로 핵심 특성을 바로 읽을 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 분모를 표준형과 비교하면 $\omega_n^2 = 20$, $2\zeta\omega_n = 9$이다.
2. 따라서 $\omega_n = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ rad/sec이다.
3. 감쇠비는 $\zeta = \frac{9}{2\omega_n} = \frac{9}{4\sqrt{5}} \approx 1.006$이다.
4. $\zeta > 1$이므로 과도응답은 진동하지 않는 과감쇠 응답이다.
5. 분모는 $s^2 + 9s + 20 = (s + 4)(s + 5)$이므로 극점은 모두 좌반평면에 있어 안정하다.
6. $G(0) = \frac{20}{20} = 1$이므로 단위 계단 입력에 대한 정상상태 출력은 1이다.

NoteBase

선지 판단

1번 O: 미분방정식의 최고차 미분이 2차이므로 2차 선형시스템이다. 극점이 -4, -5이므로 안정하다는 판단도 맞다.
2번 X: 틀린 표현은 "감쇠비가 1 미만"과 "과도응답에 진동하는 파형을 포함한다"이다. 실제로는 $\zeta = \frac{9}{4\sqrt{5}} > 1$이므로 감쇠비가 1보다 크고, 과도응답은 진동 없이 단조롭게 수렴한다.
3번 O: 단위 계단 입력의 정상상태 출력은 DC 이득 $G(0) = 1$과 같으므로 1이 맞다.
4번 O: 표준형 비교에서 $\omega_n^2 = 20$이므로 고유주파수는 $\omega_n = 2\sqrt{5}\,\text{rad/sec}$이다.

오답 포인트

감쇠비 ζ를 계산하지 않고 계수가 2차라는 이유만으로 무조건 진동형으로 오해하면 2번에 끌린다. 2차 시스템은 모두 진동하는 것이 아니며, $\zeta < 1$일 때만 진동성 과도응답이 나타난다.

다시 나오면 이렇게 판단

2차 미분방정식이 보이면 먼저 전달함수 분모를 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 비교한다. 그다음 ω_n, ζ, 극점 부호, $G(0)$를 차례로 확인하면 안정성, 진동 여부, 정상상태 출력까지 한 번에 판단할 수 있다.

암기 포인트

표준 2차계에서 $\zeta < 1$이면 진동, $\zeta = 1$이면 임계감쇠, $\zeta > 1$이면 무진동 과감쇠이다.

NoteBase

문 14. 다음 제어시스템의 상태공간 방정식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $t \geq 0$이다)

(dx(t))/(dt)=bmatrix0&1\\-6&-5bmatrixx(t)+bmatrix0\\1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix1&1bmatrixx(t)

① 특성방정식은 $s^2 + 5s + 6 = 0$이다.

② $u(t) = 1$일 때, 정상상태오차는 $\frac{5}{6}$이다.

③ 상태천이행렬은 bmatrix3e^-2t-2e^-3t&e^-2t-e^-3t\\-6e^-2t+6e^-3t&-2e^-2t-3e^-3tbmatrix이다.

④ 제어 가능하고 관측 가능하다.

정답 3번

출제 포인트

상태공간모형에서 A행렬로 특성방정식과 상태천이행렬을 구하고, B, C행렬로 정상상태오차와 제어가능성·관측가능성을 판정하는 문제이다.

조건 정리

주어진 상태방정식은 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$이고, $A = [0\&1;\ -6\&-5]$, $B = [0; 1]$, $C = [1\&1]$이다.
발문은 옳지 않은 것을 찾는 형태이므로 네 선지 중 계산 결과와 모순되는 하나를 찾으면 된다.

사용할 공식

특성방정식은 $\det(sI - A) = 0$이다.
전달함수는 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$이다.
상수입력 $u(t) = 1$에 대한 정상상태오차는 $e_{ss} = 1 - y(\infty) = 1 - G(0)$이다.
상태천이행렬은 $\Phi(t) = e^{At}$이다.
제어가능성은 $\mathcal{C} = [B\ AB]$, 관측가능성은 O=[C]의 rank로 판정한다.
이 공식들을 쓰는 이유는 각 선지가 이 네 가지 판정량을 직접 묻고 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $\det(sI-A)=\det[s\&-1;6\&s+5]=s(s+5)+6=s^2+5s+6$이므로 ①은 맞는 후보이다.
2. $(sI-A)^{-1}=\frac{1}{s^2+5s+6}[s+5\&1;\ -6\&s]$이므로 G(s)=[1&1](1)/(s^2+5s+6)[1]=(s+1)/((s+2)(s+3))이다. 따라서 $y(\infty)=G(0)=\frac{1}{6}$, $e_{ss}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이다.
3. A의 고유값은 -2, -3이고, 계산하면 $\Phi(t)=e^{At}=[3e^{-2t}-2e^{-3t}\&e^{-2t}-e^{-3t};\ -6e^{-2t}+6e^{-3t}\&-2e^{-2t}+3e^{-3t}]$이다.
4. $AB=[1;\ -5]$, $CA=[-6\&-4]$이므로 $\mathcal{C}=[0\&1;1\&-5]$, $\mathcal{O}=[1\&1;\ -6\&-4]$이다. 두 행렬의 rank가 모두 2이므로 제어 가능하고 관측 가능하다.

선지별 해설

① O: $\det(sI-A)=s^2+5s+6$이므로 특성방정식이 $s^2+5s+6=0$라는 설명은 맞다.
② O: 상수입력 $u(t)=1$에 대해 정상상태 출력은 $y(\infty)=G(0)=\frac{1}{6}$이므로 정상상태오차는 $e_{ss}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이다. 따라서 맞는 설명이다.
③ X: 상태천이행렬의 우하단 성분이 틀렸다. 올바른 상태천이행렬은 $[3e^{-2t}-2e^{-3t}\&e^{-2t}-e^{-3t};\ -6e^{-2t}+6e^{-3t}\&-2e^{-2t}+3e^{-3t}]$이므로, 선지의 $-2e^{-2t}-3e^{-3t}$는 $-2e^{-2t}+3e^{-3t}$로 고쳐야 한다.
④ O: 제어가능행렬과 관측가능행렬의 rank가 모두 2이므로 이 시스템은 제어 가능하고 관측 가능하다.

오답 포인트

③은 상태천이행렬의 마지막 항 부호를 바꿔 놓은 함정이다. 우하단 성분이 $-2e^{-2t}+3e^{-3t}$이어야 $t=0$에서 $\Phi(0)=I$를 만족해 값이 1이 된다. 선지처럼 $-2e^{-2t}-3e^{-3t}$로 두면 $t=0$에서 값이 -5가 되어 기본 성질 자체를 만족하지 못한다.

다시 나오면 이렇게 판단

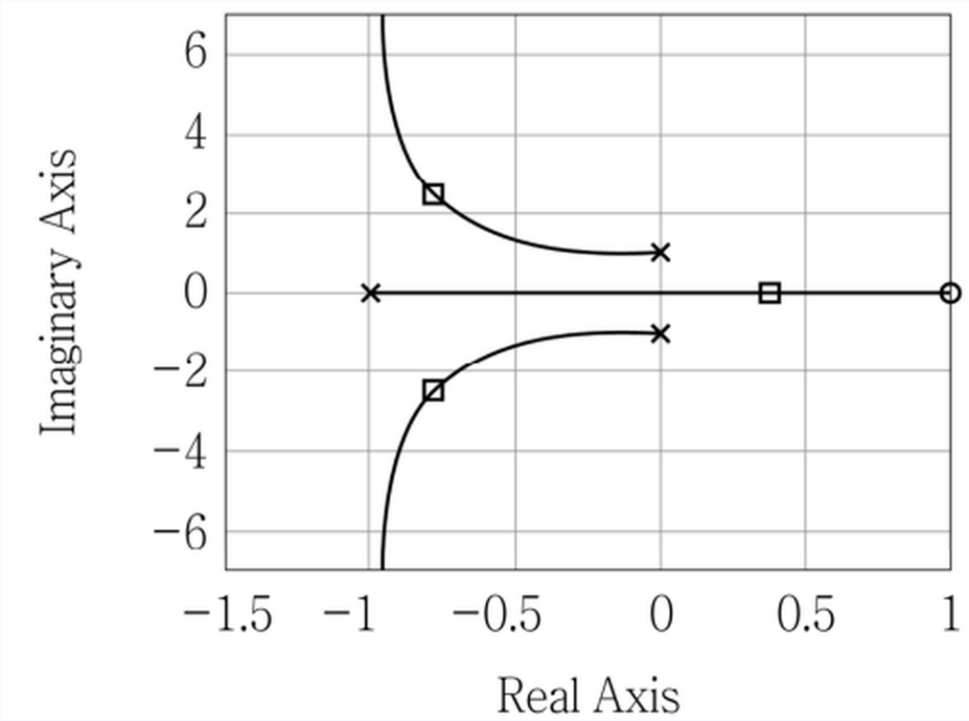
상태공간 선지는 $\det(sI-A)$로 극을 먼저 확인하고, $G(0)$로 정상상태값을 본 뒤, 상태천이행렬은 $\Phi(0)=I$가 되는지로 부호를 검산하면 빠르게 걸러진다. 마지막으로 $[B\ AB]$, [C]의 rank를 보면 제어가능성과 관측가능성을 바로 판정할 수 있다.

암기 포인트

상태공간 기본 검산은 $\det(sI-A)$, $G(0)$, $\Phi(0)=I$, rank 판정 2개이다.

NoteBase

문 15. 다음 그림은 개루프 전달함수 $G(s)=\frac{k(s-1)}{s^3+s^2+s+1}$를 가지는 단위 피드백 시스템의 근궤적(root locus)을 나타내며 이득이 $k=3$일 때의 폐루프 전달함수 극점 3개가 사각형()으로 표시되어 있다. 이들 3개 극점을 α, β, γ라 할 때, $\alpha\beta\gamma$의 값은? (단, 그림에서 ∘와 ×는 각각 개루프 전달함수의 영점과 극점을 표시함)



① 0

② 1

③ 2

④ 3

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 루트 궤적 그림에서 $k=3$일 때의 폐루프 극점 3개를 확인한 뒤, 폐루프 특성방정식의 근과 계수 관계로 $\alpha\beta\gamma$를 구하는 문제이다.

조건 정리

개루프 전달함수는 $G(s)=\frac{k(s-1)}{s^3+s^2+s+1}$이다.
단위 피드백이므로 폐루프 특성방정식은 $1+G(s)=0$이다.
그림의 사각형 3개가 $k=3$일 때의 폐루프 극점 α, β, γ이다.

NoteBase

계산 과정

폐루프 특성방정식은
$1+\frac{k(s-1)}{s^3+s^2+s+1}=0$
이므로
$s^3+s^2+s+1+k(s-1)=0$
이다.
$k=3$을 대입하면
$s^3+s^2+4s-2=0$
이다.
이 방정식의 세 근이 α,β,γ이므로 비에타 정리에 따라
$\alpha\beta\gamma=-(-2)=2$
이다.

선지별 해설

① X
- $\alpha\beta\gamma$는 폐루프 특성방정식의 근의 곱이므로 0이 아니다.
- 틀린 표현은 값이 0이라는 점이다. 올바르게는 $\alpha\beta\gamma=2$이다.

② X
- $s^3+s^2+4s-2=0$의 상수항이 -2이므로 근의 곱은 1이 아니라 2이다.
- 틀린 표현은 값이 1이라는 점이다. 올바르게는 $\alpha\beta\gamma=2$이다.

③ O
- 그림의 사각형 3개가 $k=3$일 때의 폐루프 극점이고, 이 극점들은 $s^3+s^2+4s-2=0$의 세 근이다.
- 따라서 근의 곱 $\alpha\beta\gamma$는 2이므로 ③이 옳다.

④ X
- 3은 폐루프 특성방정식을 세울 때 분모의 상수항 $+1$을 빠뜨려
$s^3+s^2+s+3(s-1)=s^3+s^2+4s-3=0$으로 잘못 전개하면 나오는 값이다. 이 경우 근의 곱은
$-(-3)=3$이 된다.
- 그러나 분모의 상수항 $+1$을 온전히 반영한 올바른 특성방정식은 $s^3+s^2+4s-2=0$이므로 $\alpha\beta\gamma=2$이다.

오답 포인트

루트 궤적 그림의 좌표를 직접 곱해서 값을 구하려고 하면 계산이 복잡해진다. 이 문항의 함정은 그림을 보고도 근과 계수 관계를 바로 연결하지 못하거나, monic 3차식 $s^3+as^2+bs+c=0$에서 근의 곱이 $-c$라는 부호를 놓치는 점이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

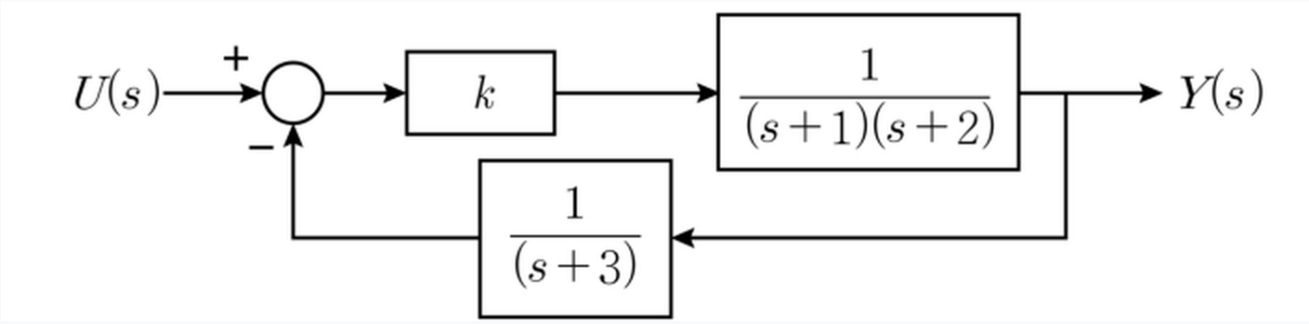
루트 궤적에서 특정 k의 폐루프 극점 값을 묻고 곱이나 합을 요구하면, 먼저 그 극점들이 폐루프 특성방정식의 근이라는 점을 확인한 뒤 $1 + G(s) = 0$으로 특성방정식을 만들고 비에타 정리를 적용하면 된다.

암기 포인트

단위 피드백의 폐루프 극점은 $1 + G(s) = 0$의 근이며, monic 3차식의 세 근의 곱은 상수항의 부호를 바꾼 값이다.

NoteBase

문 16. 다음과 같은 폐루프 시스템이 안정하기 위한 제어이득 k의 범위는? (단, $k \geq 0$이다)



① $0 \leq k < 66$

② $0 \leq k < 60$

③ $k > 60$

④ $60 \leq k < 66$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 폐루프 특성방정식을 세운 뒤 3차 Routh 안정판별법으로 제어이득 k의 안정 범위를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

전진 경로는 $G(s) = \frac{k}{(s+1)(s+2)}$이고 피드백 경로는 $H(s) = \frac{1}{s+3}$이다.
폐루프 특성방정식은 $1 + G(s)H(s) = 0$이다.
문제의 추가 조건은 $k \geq 0$이다.

사용할 공식

음의 피드백 폐루프의 안정도는 특성방정식 $1 + G(s)H(s) = 0$으로 판단한다.
3차 다항식 $s^3 + as^2 + bs + c$가 안정하려면 $a > 0, b > 0, c > 0, ab > c$를 만족해야 한다.
이 문제는 블록선도에서 폐루프 특성다항식을 바로 만들 수 있으므로 이 기준이 적합하다.

계산 과정

$(s+1)(s+2)(s+3) + k = 0$
$s^3 + 6s^2 + 11s + (6+k) = 0$
따라서 $a = 6, b = 11, c = 6 + k$이다.
안정조건 $ab > c$를 적용하면 $6 \cdot 11 > 6 + k$이므로 $66 > 6 + k$, 즉 $k < 60$이다.
또한 $k \geq 0$이므로 안정한 범위는 $0 \leq k < 60$이다.

NoteBase

선지별 해설

1번 X: 상한을 66으로 본 것이 틀리다. $ab > c$는 $66 > 6 + k$이므로 바로 $k < 60$으로 정리되어야 한다. 틀린 표현은 \"$0 \le k < 66$\"이고, 올바르게는 \"$0 \le k < 60$\"이다.
2번 O: Routh 판별 결과 $k < 60$과 문제 조건 $k \ge 0$을 함께 반영한 범위이므로 옳다.
3번 X: $k > 60$이면 $ab > c$ 조건이 깨져 안정하지 않다. 틀린 표현은 \"$k > 60$\"이고, 올바르게는 \"$0 \le k < 60$\"이다.
4번 X: 60 이상 구간을 안정 범위로 본 것이 틀리다. $k = 60$에서는 경계 안정이고 $k > 60$에서는 불안정하므로 \"$60 \le k < 66$\"는 성립하지 않는다. 올바르게는 \"$0 \le k < 60$\"이다.

오답 포인트

상수항이 $6 + k$라는 점을 놓치거나, $66 > 6 + k$에서 양변의 6을 정리하지 않아 $k < 66$으로 잘못 계산하기 쉽다. ④처럼 60과 66을 모두 봤더라도 부등식 정리를 끝까지 하지 못하면 틀리게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 안정도 문제는 먼저 $1 + G(s)H(s) = 0$으로 특성방정식을 만든다. 그다음 다항식을 표준형 $s^3 + as^2 + bs + c$로 정리하고, 3차 안정조건 $a > 0, b > 0, c > 0, ab > c$를 순서대로 대입하면 된다.

암기 포인트

3차 계의 안정조건은 양의 계수와 $ab > c$이다. 이 문제에서는 $6 \times 11 > 6 + k \Rightarrow k < 60$만 정확히 정리하면 된다.

NoteBase

문 17. 폐루프 전달함수 $T(s)=\frac{100}{s^2+10s+100}$인 시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 시스템의 감쇠비는 1 미만으로, 단위 계단 입력에 대한 출력신호는 과도응답에 진동파형을 포함한다.

② 입력 $10\cos(10t)$에 대한 정상상태 출력은 입력신호와 같은 주파수이고 $\frac{\pi}{2}$만큼 지연된(delayed) 코사인 신호이다.

③ 시스템의 대역폭은 1Hz보다 크다.

④ 각주파수 20 rad/sec인 정현파 입력신호에 대한 정상상태 출력의 진폭은 입력신호의 진폭의 $\frac{1}{2}$ 이상이다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 2차 표준형 전달함수에서 감쇠비, 주파수응답, 대역폭을 계산해 각 선지를 판단하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $T(s)=\frac{100}{s^2+10s+100}$이다.
표준 2차형 $\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$와 비교하면 $\omega_n=10rad/s, \zeta=0.5$이다.
직류이득은 1이므로 대역폭은 $|T(j\omega)|=1/\sqrt{2}$가 되는 주파수로 판단한다.

사용할 공식

주파수응답은 $T(j\omega)=\frac{100}{(100-\omega^2)+j10\omega}$로 계산한다.
크기는 $|T(j\omega)|=\frac{100}{\sqrt{(100-\omega^2)^2+(10\omega)^2}}$이고, 위상은 분모의 각도만큼 지연된다.
이 공식을 쓰는 이유는 선지 ②, ③, ④가 모두 특정 주파수에서의 정상상태 진폭과 위상을 묻기 때문이다.

계산 과정

1. 분모를 표준형과 비교하면 $2\zeta\omega_n=10, \omega_n^2=100$이므로 $\omega_n=10rad/s, \zeta=0.5$이다.
2. $\omega=10rad/s$에서 $T(j10)=\frac{100}{-100+j100+100}=\frac{100}{j100}=-j$이므로 크기는 1, 위상은 $-\pi/2$이다.
3. 대역폭은 $|T(j\omega)|=1/\sqrt{2}$를 풀어 구한다. $(100-\omega^2)^2+100\omega^2=20000$에서 $\omega_B\approx 12.7rad/s$이므로 $\omega_B/(2\pi)\approx 2.02Hz$이다.
4. $\omega=20rad/s$에서 $|T(j20)|=\frac{100}{\sqrt{(-300)^2+200^2}}=\frac{1}{\sqrt{13}}\approx 0.277$이다. 따라서 출력 진폭은 입력 진폭의 절반보다 작다.

NoteBase

선지 판단

① O: $\zeta = 0.5 < 1$인 언더댐프드 2차계이므로 단위 계단응답에는 과도응답의 오버슈트와 감쇠진동 성분이 포함된다.
② O: $T(j10) = -j$이므로 정상상태 출력은 입력과 같은 각주파수 $10 rad/s$를 가지며 위상만 $\pi/2$만큼 지연된 코사인 신호가 된다.
③ O: 대역폭은 약 $12.7 rad/s$, 즉 약 2.02 Hz이므로 1 Hz보다 크다.
④ X: $\omega = 20 rad/s$에서 진폭비는 $1/\sqrt{13} \approx 0.277$이므로 출력 진폭은 입력 진폭의 1/2 이상이 아니다. 틀린 표현은 '1/2 이상'이며, 올바르게는 '입력 진폭의 약 0.277배이다'이다.

오답 포인트

③과 ④를 감으로 판단하면 틀리기 쉽다. 특히 ④는 공진 주파수 부근이 지난 $20 rad/s$에서 진폭비가 크게 떨어진다는 점을 놓치면 '절반 이상'으로 오판하기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

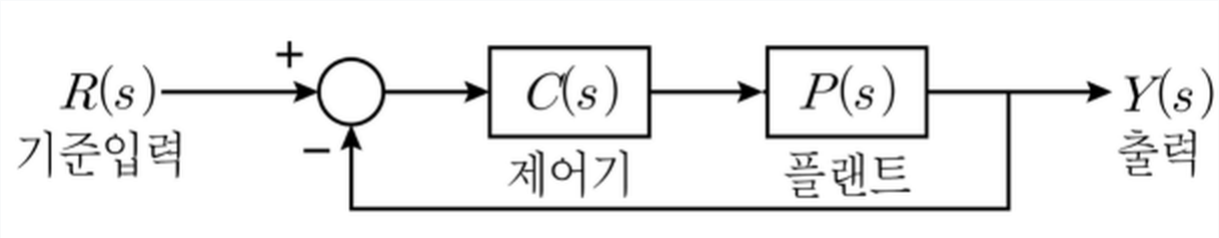
2차 전달함수 문제는 먼저 ω_n과 ζ를 표준형에서 읽고, 그다음 필요한 각주파수에 대해 $T(j\omega)$의 크기와 위상을 계산해 선지를 판정한다.

암기 포인트

표준 2차계에서 $0 < \zeta < 1$이면 감쇠진동이 나타나고, 정상상태 사인응답은 항상 같은 주파수에 크기와 위상만 바뀐다.

NoteBase

문 18. 다음과 같은 피드백 제어시스템의 개루프 전달함수 $L(s)$가
$L(s) = C(s)P(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$
와 같이 주어질 때, 이득여유와 위상여유를 각각 0 dB, 0°로 만드는 K와 이와 같은 이득여유와 위상여유가 발생하는 주파수(ω_c)[rad/sec]를 옳게 짝 지은 것은?



① K: 10, ω_c: 1

② K: 20, ω_c: 2

③ K: 40, ω_c: 4

④ K: 80, ω_c: 8

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 이득여유가 $0dB$, 위상여유가 0°가 되도록 하는 임계 이득 K와 그때의 주파수 ω_c를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 개루프 전달함수는 $L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$이다.
이득여유가 $0dB$, 위상여유가 0°이면 나이퀴스트 궤적이 $-1 + j0$점을 지난다.
따라서 같은 주파수에서 $\angle L(j\omega_c) = -180^\circ$와 $|L(j\omega_c)| = 1$을 동시에 만족해야 한다.

NoteBase

사용할 공식

위상 조건은
$\angle L(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1}(\omega) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{4}\right)$
이다.
따라서 임계점에서는
$\tan^{-1}(\omega_c) + \tan^{-1}\left(\frac{\omega_c}{4}\right) = 90^\circ$
가 된다.
양수 범위에서 두 각의 합이 90°이면 곱이 1이므로
$\omega_c \cdot \frac{\omega_c}{4} = 1$
이다.
크기 조건은
$|L(j\omega)| = \frac{K}{\omega\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{\omega^2+16}} = 1$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 여유가 모두 0인 순간이 위상 조건과 크기 조건을 동시에 만족하는 경계 안정점이기 때문이다.

계산 과정

1. 위상 조건에서 $\omega_c^2/4 = 1$이므로 $\omega_c = 2$이다.
2. $\omega_c = 2$를 크기식에 대입하면
$1 = \frac{K}{2\sqrt{2^2+1}\sqrt{2^2+16}} = \frac{K}{2\sqrt{5}\sqrt{20}} = \frac{K}{20}$
이다.
3. 따라서 $K = 20$이다. 계산 결과 $(K, \omega_c) = (20, 2)$이므로 정답은 2번이다.

선지별 해설

① X: $(K, \omega_c) = (10, 1)$은 위상 조건부터 맞지 않는다. $\omega = 1$이면 위상은 $-90^\circ - 45^\circ - \tan^{-1}(1/4)$로 -180°가 아니다. 틀린 표현은 "_c=1"이며, 올바르게는 "_c=2, K=20"이다.
② O: $\omega_c = 2$에서 위상이 정확히 -180°가 되고, 그때 크기 조건 $|L(j\omega_c)| = 1$을 만족시키는 이득이 $K = 20$이다. 따라서 (20, 2)가 맞다.
③ X: $(K, \omega_c) = (40, 4)$는 $\omega = 4$에서 위상이 이미 -180°보다 더 작고, 크기 조건으로 계산해도 필요한 이득은 약 93.3이다. 틀린 표현은 "_c=4, K=40"이며, 올바르게는 "_c=2, K=20"이다.
④ X: $(K, \omega_c) = (80, 8)$는 위상이 훨씬 더 지연된 구간의 값이어서 임계 주파수가 아니다. $\omega = 8$에서 필요한 이득도 80이 아니라 훨씬 크다. 틀린 표현은 "_c=8, K=80"이며, 올바르게는 "_c=2, K=20"이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 함정은 이득여유 $0dB$와 위상여유 $0\,^\circ$를 서로 따로 보는 데 있다. 먼저 위상 조건으로 ω_c를 정한 뒤 그 주파수에서 크기 조건으로 K를 구해야 한다. ω_c를 임의로 1, 4, 8로 찍거나, 위상식에서 s의 적분기 항이 만드는 $-90\,^\circ$를 빼먹으면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

개루프 주파수응답에서 여유가 모두 0인 문제는 $\angle L(j\omega) = -180\,^\circ$를 먼저 풀어 임계 주파수를 찾고, 그다음 $|L(j\omega)| = 1$을 대입해 임계 이득을 구하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

여유가 모두 0이면 -1점을 지난다. 즉 $\angle L(j\omega_c) = -180\,^\circ$, $|L(j\omega_c)| = 1$을 동시에 만족한다.

NoteBase

문 19. 전달함수 $G(s)=\frac{5}{3+2s}$에 대해서 각주파수 $\omega=2$rad/sec인 정현파를 입력으로 주었을 때, 전달함수의 이득[dB]은?

① 0

② -0.7

③ 0.7

④ -14

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 주파수응답에서 $s=j\omega$를 대입해 전달함수의 크기를 구하고 이를 dB로 환산할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 값: 전달함수 $G(s)=\frac{5}{3+2s}$, 각주파수 $\omega=2rad/sec$이다.
구해야 할 값: 이득 $20\log_{10}|G(j\omega)|$이다.
주의할 조건: 분모 $3+2s$에 $s=j\omega$를 대입하면 허수부가 $j4$가 되며, 복소수의 크기는 실수부와 허수부를 제곱합의 제곱근으로 계산한다.

사용할 공식

$G(j\omega)=\frac{5}{3+j2\omega}$, $|a+jb|=\sqrt{a^2+b^2}$, 이득(dB)=$20\log_{10}|G(j\omega)|$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 정현파 입력에 대한 주파수응답 이득은 해당 각주파수에서 전달함수의 복소수 크기를 구한 뒤 이를 dB로 바꾼 값이기 때문이다.

계산 과정

1. $s=j\omega$, $\omega=2$를 대입하면 $G(j2)=\frac{5}{3+j4}$이다.
2. 분모의 크기는 $|3+j4|=\sqrt{3^2+4^2}=5$이다.
3. 따라서 $|G(j2)|=\frac{5}{5}=1$이다.
4. 이득은 $20\log_{10}1=0dB$이다.

NoteBase

선지 판단

1번 O: 계산 결과가 $0dB$이므로 맞다.
2번 X: 계산 결과가 $-0.7dB$가 아니라 $0dB$이다. 틀린 표현은 "이득이 -0.7 dB이다"이고, 올바르게는 "이득이 0 dB이다"이다.
3번 X: 계산 결과가 $0.7dB$가 아니라 $0dB$이다. 틀린 표현은 "이득이 0.7 dB이다"이고, 올바르게는 "이득이 0 dB이다"이다.
4번 X: 계산 결과가 $-14dB$가 아니라 $0dB$이다. 틀린 표현은 "이득이 -14 dB이다"이고, 올바르게는 "이득이 0 dB이다"이다. 이 값은 분모의 크기 5 대신 제곱합 25를 그대로 나누는 실수에서 자주 나온다.

오답 포인트

복소수 분모의 크기를 $\sqrt{3^2+4^2}$가 아니라 3^2+4^2로 잘못 계산하면 큰 오차가 난다. 또한 $s=j\omega$ 대입 뒤 허수부가 $j4$라는 점을 놓치면 처음부터 다른 값이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

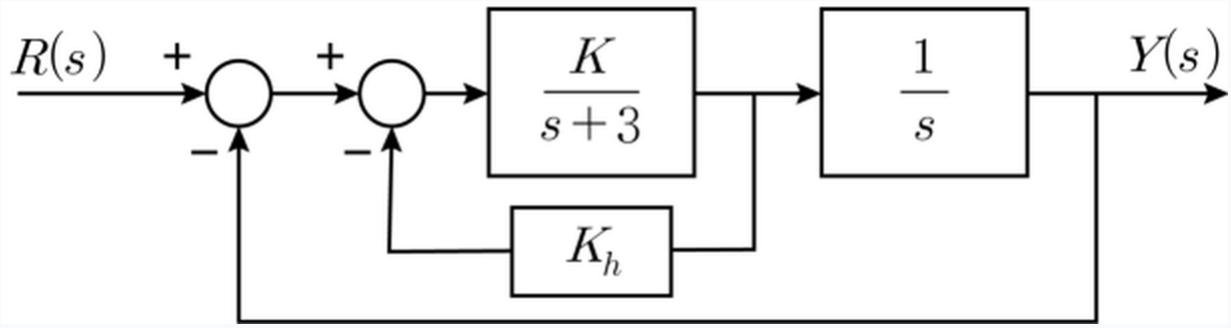
주파수응답 이득 문제는 $s=j\omega$ 대입 → 분모와 분자의 복소수 크기 계산 → $20\log_{10}$ 변환 순서로 판단하면 된다. 계산 중에는 실수부, 허수부, 제곱근 사용 여부를 끝까지 분리해 확인한다.

암기 포인트

$3+j4$가 보이면 크기는 5이고, $\frac{5}{5}=1$이면 이득은 $0dB$이다.

NoteBase

문 20. 다음 블록선도와 같이 속도 피드백을 가지는 서보(servo) 시스템에서 감쇠비가 $\zeta = 0.5$이고 고유주파수가 $\omega_n = 4\text{rad/sec}$가 되도록 하는 K와 K_h의 값을 옳게 짝 지은 것은?



① $K = 4,\ K_h = \frac{1}{4}$

② $K = \frac{1}{4},\ K_h = 4$

③ $K = \frac{1}{16},\ K_h = 16$

④ $K = 16,\ K_h = \frac{1}{16}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 블록선도의 내측 피드백을 먼저 정리한 뒤 폐루프 특성방정식을 표준 2차형과 비교하여 K와 K_h를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 감쇠비 $\zeta = 0.5$, 고유주파수 $\omega_n = 4rad/sec$이다.
구해야 할 값은 K와 K_h이다.
주의할 조건은 내측 피드백이 $\frac{K}{s+3}$ 블록에만 걸리고, 그 다음에 적분기 $\frac{1}{s}$와 외측 단위피드백이 이어진다는 점이다.

사용할 공식

내측 피드백을 정리하면 전진경로는 $\frac{K}{s(s+3+KK_h)}$가 된다.
따라서 외측 단위피드백을 포함한 폐루프 특성방정식은 $s^2 + (3+KK_h)s + K = 0$ 이다.
표준 2차계의 특성방정식은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ 이다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제에서 감쇠비와 고유주파수를 직접 주었으므로 실제 폐루프 분모를 표준 2차형 계수와 일치시키면 K와 K_h를 바로 정할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 내측 피드백을 먼저 정리하면 $V(s) = \frac{K}{s+3}(E(s) - K_h V(s))$ 이므로 $V(s) = \frac{K}{s+3+KK_h}E(s)$ 이다.
2. 적분기 $\frac{1}{s}$를 지나면 외측 루프의 전진경로는 $G(s) = \frac{K}{s(s+3+KK_h)}$ 이다.
3. 외측 단위피드백의 폐루프 분모는 $s(s+3+KK_h) + K = s^2 + (3+KK_h)s + K$ 이다.
4. 이를 표준형 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 4s + 16$ 과 비교하면 $K = 16, 3 + KK_h = 4$ 이다.
5. 따라서 $16K_h = 1$ 이므로 $K_h = \frac{1}{16}$ 이다.

선지 판단

1번 X: $K = 4, K_h = \frac{1}{4}$ 는 감쇠항 계수 4를 그대로 K로 착각한 값이다. 올바르게는 $K = 16, K_h = \frac{1}{16}$ 이다.
2번 X: $K = \frac{1}{4}, K_h = 4$ 는 $\omega_n = 4$ 에서 $\omega_n^2 = 16$ 이 되어야 한다는 점을 놓치고 역수 관계로 잘못 읽은 값이다. 올바르게는 $K = 16, K_h = \frac{1}{16}$ 이다.
3번 X: $K = \frac{1}{16}, K_h = 16$ 는 K와 K_h의 역할을 뒤집고 $3 + KK_h = 4$ 조건도 잘못 푼 값이다. 올바르게는 $K = 16, K_h = \frac{1}{16}$ 이다.
4번 O: 폐루프 특성방정식을 $s^2 + 4s + 16$ 에 맞추면 $K = 16, K_h = \frac{1}{16}$ 이므로 옳다.

오답 포인트

내측 피드백을 무시하고 바로 전체 전달함수를 쓰면 KK_h가 붙는 위치를 틀리기 쉽다. 또 표준 2차형에서 상수항은 ω_n^2, 일차항은 $2\zeta\omega_n$ 이라는 대응을 바꾸면 1번이나 2번 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

블록선도 계산 문제는 가장 안쪽 피드백부터 등가화한 뒤 폐루프 분모를 만든다. 그 다음 표준 2차형의 일차항과 상수항을 각각 대응시켜 미지수를 정하면 된다.

암기 포인트

표준 2차형은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$ 이고, 이 문제의 폐루프 분모는 $s^2 + (3+KK_h)s + K$ 이므로 $K = \omega_n^2$, $3 + KK_h = 2\zeta\omega_n$ 로 맞춘다.

NoteBase