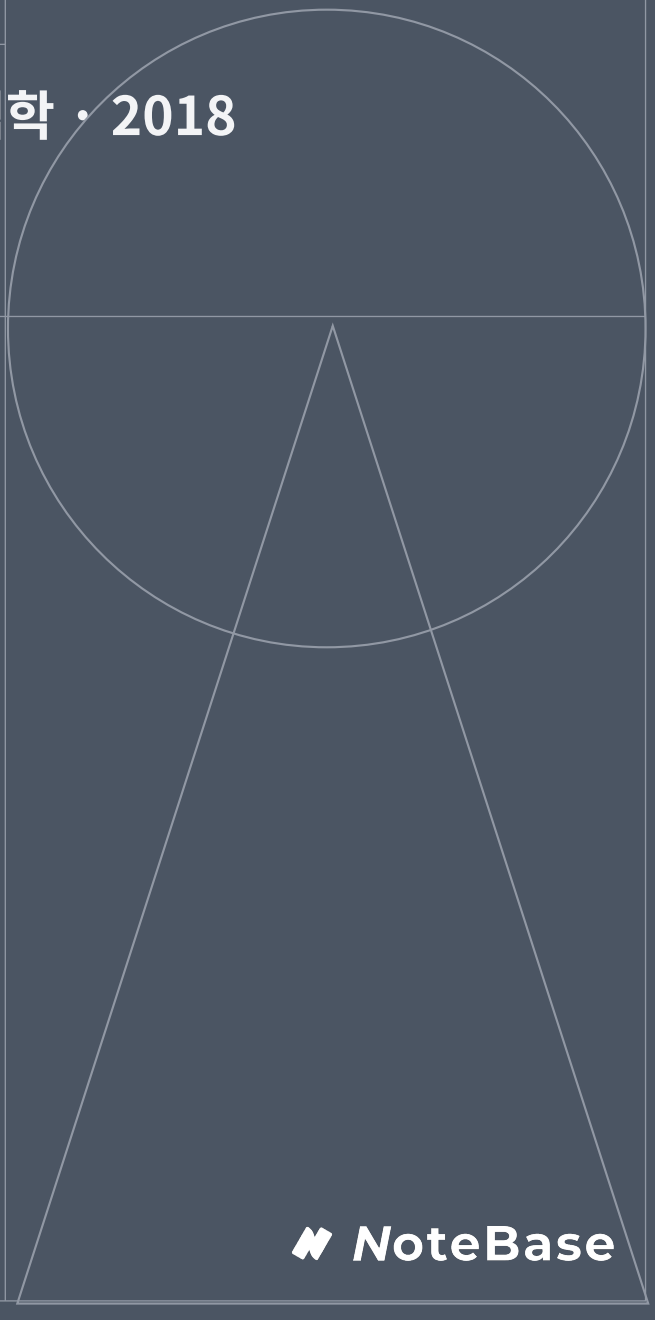
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2018



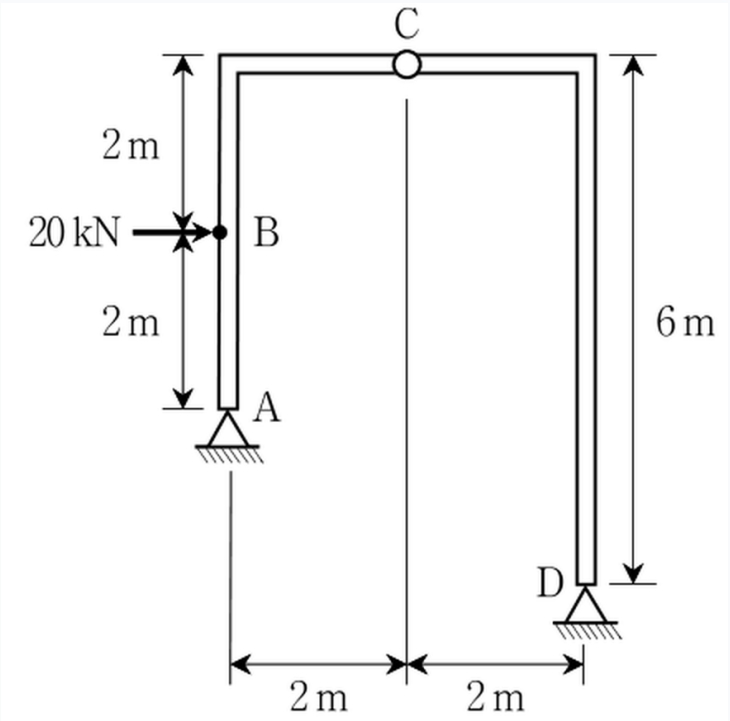
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2018

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2018

문 1. 그림과 같이 C점에 내부힌지를 포함하는 라멘구조물의 B점에 20 kN의 수평하중이 작용하고 있을 때, 구조물에 발생하는 최대 휨모멘트[$kN \cdot m$]의 크기는? (단, 자중은 무시한다)



① 32

② 28

③ 24

④ 20

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 내부힌지가 있는 라멘을 좌우로 나누어 평형조건을 세운 뒤, 각 부재의 휨모멘트 분포에서 최대값을 찾는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

주어진 값: B점에 수평하중 $20kN$, A-B $2m$, B-좌상단 절점 $2m$, 좌상단 절점-C $2m$, C-우상단 절점 $2m$, 우상단 절점-D $6m$이다.
구해야 할 값: 구조물 전체에서 발생하는 최대 휨모멘트의 크기이다.
주의할 조건: A와 D는 핀지지이므로 단부모멘트가 0이고, C는 내부힌지이므로 C점 모멘트도 0이다.

사용할 공식

좌우 부분을 분리한 뒤 정적평형식을 적용한다.
$\sum M_A = 0 : 2C_y - 4C_x - 20 \times 2 = 0$
$\sum M_D = 0 : 2C_y + 6C_x = 0$
이 공식을 쓰는 이유: 내부힌지 C에서 모멘트가 전달되지 않으므로, 좌측 부분과 우측 부분을 각각 독립된 강체처럼 보아 힘과 모멘트 평형을 직접 세울 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 우측 부분에서 $2C_y + 6C_x = 0$이므로 $C_y = -3C_x$이다.
2. 이를 좌측 부분의 식 $2C_y - 4C_x - 40 = 0$에 대입하면 $2(-3C_x) - 4C_x - 40 = 0$, 따라서 $C_x = -4kN$, $C_y = 12kN$이다.
3. 좌측 부분의 수평평형에서 $A_x + C_x + 20 = 0$이므로 $A_x = -16kN$이다.
4. A-B 구간에는 중간하중이 없으므로 휨모멘트는 선형으로 증가하며, B점 바로 아래의 모멘트는 $M_B = 16 \times 2 = 32kN \cdot m$이다.
5. B점 위쪽 좌측 기둥 상단 모멘트는 $16 \times 4 - 20 \times 2 = 24kN \cdot m$이고, 우측 상단 절점 모멘트도 $4 \times 6 = 24kN \cdot m$이다.
6. 따라서 구조물의 최대 휨모멘트는 B점의 $32kN \cdot m$이다.

선지별 해설

① O: 좌측 하부기둥의 B점 바로 아래에서 $M_B = 16 \times 2 = 32kN \cdot m$가 되어 가장 크다. 최대 휨모멘트는 $32kN \cdot m$이므로 옳다.
② X: 평형식으로 구한 최대 휨모멘트는 $28kN \cdot m$가 아니라 $32kN \cdot m$이다. 정정하면 최대 휨모멘트는 $28kN \cdot m$이 아니라 $32kN \cdot m$이다.
③ X: $24kN \cdot m$는 좌상단 절점이나 우상단 절점에서의 휨모멘트 크기이고, 최대값은 아니다. 정정하면 최대 휨모멘트는 $24kN \cdot m$이 아니라 B점의 $32kN \cdot m$이다.
④ X: $20kN \cdot m$는 이 구조의 어느 주요 절점에서도 나오지 않는 값이며, 하중 크기 $20kN$를 모멘트와 혼동한 수치에 가깝다. 정정하면 최대 휨모멘트는 $20kN \cdot m$이 아니라 $32kN \cdot m$이다.

NoteBase

오답 포인트

내부힌지가 있으면 C점 모멘트가 0이라는 사실만 보고 끝내기 쉽지만, 실제 최대모멘트는 C점이 아니라 좌측 하부기둥의 B점 아래에서 생긴다. 상단 절점모멘트 $24kN \cdot m$를 최대값으로 착각하거나, 하중 크기 $20kN$와 모멘트 크기를 혼동하는 함정이 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

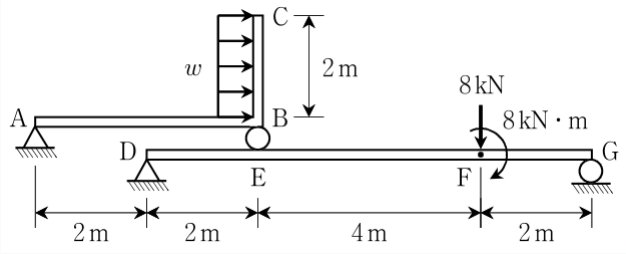
내부힌지가 있는 라멘 계산형은 먼저 힌지에서 구조를 분리하고, 각 부분에 대해 모멘트 평형을 세워 반력을 구한 다음, 모멘트가 0인 핀·힌지점과 하중 작용점 사이에서 어느 단면의 모멘트가 가장 커지는지 비교하면 된다.

암기 포인트

내부힌지 라멘은 힌지에서 분리 평형, 최대모멘트는 각 구간의 선형 모멘트분포 끝값 비교로 찾는다.

NoteBase

문 2. 그림과 같은 구조물에서 EF구간의 전단력이 0이 되기 위한 등분포하중 w[kN/m]의 크기는? (단, 자중은 무시한다)



① 4

② 8

③ 12

④ 16

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상부 구조가 하부 보에 전달하는 집중하중을 먼저 구한 뒤, EF구간의 전단력이 0이 되는 조건과 하부 보의 평형을 함께 풀어 w를 역산하는 문제이다.

조건 정리

- 하부 보의 위치는 왼쪽 끝을 기준으로 D가 $2m$, E가 $4m$, F가 $8m$, G가 $10m$ 지점이다. 상부 보의 A점은 왼쪽 끝(0 m) 위에 있고, 상부 구조가 하부 보에 얹히는 접점 B는 E(4 m) 바로 위에 있다.
- 상부 구조는 A점이 핀 지점(수평·수직 반력 모두 발생)이고, B점은 하부 보 E점에 얹혀 수직력만 주고받는 접점(내부 힌지)이다. 그래서 상부 구조의 수직 접점 B가 하부 보에 힘을 전달하는 위치는 E이다.
- BC 높이는 $2m$이고, 여기에 오른쪽 방향 등분포하중 w가 작용한다.
- 하부 보는 D(핀), G(롤러)에서 지지되고, F에는 아래로 $8kN$과 시계방향 모멘트 $8kN \cdot m$가 작용한다.
- 구해야 할 값은 EF구간의 전단력이 0이 되게 하는 w의 크기이다.

NoteBase

사용할 공식

먼저 상부 구조(AB 보 + BC 기둥)의 자유물체도를 본다. A점은 핀 지점이라 수평·수직 반력이 모두 생기고, B점은 하부 보 E점에 얹힌 접점이라 수직력 B_y만 주고받는다. BC 기둥에 작용하는 수평 등분포하중 w의 합력은 $2w$이고, 그 작용점은 기둥 중앙, 즉 B에서 위로 $1m$ 지점이다. 이 수평 합력이 A점을 중심으로 회전 모멘트를 만들고, 그 회전을 막기 위해 B점에 수직반력 B_y가 생긴다.

상부 구조 평형(A점 모멘트):

$\sum M_A = 0, \quad B_y \cdot 4 - (2w) \cdot 1 = 0 \;\Rightarrow\; B_y = \frac{w}{2}$

여기서 B_y에 곱한 $4m$는 A에서 B까지의 수평거리이고, $2w$에 곱한 $1m$는 수평 합력의 작용선이 A보다 위에 있는 연직거리(모멘트 팔)이다. 작용·반작용에 의해 상부 구조는 하부 보 E점을 아래로 $\frac{w}{2}$만큼 누른다.

다음으로 하부 보에서 EF구간 전단력 조건을 세운다. E와 F 사이에는 하중이 없어 전단력이 일정하므로, D쪽에서 본 전단력은

$V_{EF} = R_D - \frac{w}{2}$

이다. 이 식 하나만으로는 R_D와 w 두 미지수가 남으므로, 하부 보 전체의 연직평형과 D점 모멘트 평형을 추가로 세워 두 조건을 연립해야 w가 결정된다.

계산 과정

1. BC에 작용하는 등분포하중의 합력은 $2wkN$이고, 작용점은 B에서 위로 $1m$ 지점이다.
2. 상부 구조의 A점 모멘트 평형 $B_y \cdot 4 = (2w) \cdot 1$에서 $B_y = \frac{w}{2}$이므로, 하부 보 E점에는 아래로 $\frac{w}{2}kN$가 전달된다.
3. EF구간 전단력이 0이려면 $V_{EF} = R_D - \frac{w}{2} = 0$, 즉 $R_D = \frac{w}{2}$이어야 한다. 다만 이 식에는 미지수 R_D, w가 함께 들어 있으므로 아래 평형식을 연립해야 한다.
4. 하부 보 연직평형 $R_D + R_G = \frac{w}{2} + 8$에 $R_D = \frac{w}{2}$를 대입하면 $R_G = 8kN$이다.
5. D점 모멘트 평형(반시계방향을 +로)을 세우면 $8R_G - 2 \cdot \frac{w}{2} - 6 \cdot 8 - 8 = 0$이다. 여기서 $2 \cdot \frac{w}{2}$는 E점 전달하중의 D에 대한 모멘트, $6 \cdot 8$은 F점 $8kN$의 모멘트, 마지막 8은 F점 시계방향 모멘트 $8kN \cdot m$이다.
6. $R_G = 8$을 대입하면 $64 - w - 48 - 8 = 0$, 따라서 $w = 8kN/m$이다.

NoteBase

선지별 해설

주어진 w에 대해 하부 보 평형을 풀면 $R_G = \frac{w+56}{8}$, $R_D = \frac{3w}{8} + 1$이므로, EF구간 전단력은 $V_{EF} = R_D - \frac{w}{2} = 1 - \frac{w}{8}(kN)$로 정리된다. 이 값이 0이 되는 w만 정답이다.

① X
- $w = 4kN/m$이면 $V_{EF} = 1 - \frac{4}{8} = 0.5kN \neq 0$이다. 전단력이 남으므로 EF구간 전단력 0 조건을 만족하지 않는다.

② O
- $w = 8kN/m$이면 $V_{EF} = 1 - \frac{8}{8} = 0$이다. EF구간 전단력이 정확히 0이 되어 조건을 만족하며 계산 결과와 일치한다.

③ X
- $w = 12kN/m$이면 $V_{EF} = 1 - \frac{12}{8} = -0.5kN \neq 0$이다. 전단력의 부호만 반대로 바뀔 뿐 0이 아니다.

④ X
- $w = 16kN/m$이면 $V_{EF} = 1 - \frac{16}{8} = -1kN \neq 0$이다. F점의 작용모멘트 $8kN \cdot m$를 빠뜨리거나 B점 반력을 $\frac{w}{2}$가 아닌 w로 잘못 잡으면 이런 큰 값이 나오기 쉬운 전형적 오답이다.

오답 포인트

상부 구조의 B점 반력을 바로 w로 두거나, 하부 보 F점의 작용모멘트 $8kN \cdot m$를 빼먹으면 오답이 된다. 또 EF구간 전단력 0 조건 $R_D = \frac{w}{2}$만으로는 미지수가 둘이라 값이 결정되지 않고, 반드시 하부 보의 연직평형과 D점 모멘트 평형을 함께 연립해야 한다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

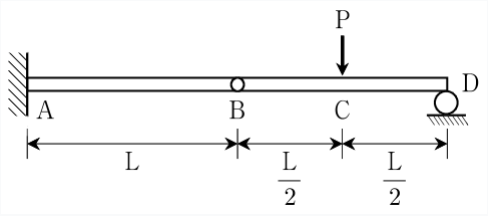
연결구조 계산형 문제는 상부 구조와 하부 구조를 분리해서 본다. 먼저 상부 구조의 접점반력을 구하고, 그 반력을 하부 보의 외력으로 옮긴 뒤, 요구된 구간의 전단력이나 모멘트 조건을 전체 평형식과 연립해 미지하중을 역산하면 된다.

암기 포인트

연결구조는 접점반력을 먼저 구하고, 구간 전단력 0 조건은 그 구간 한쪽 힘의 합을 0으로 두되, 미지수가 남으면 전체 보의 평형식을 함께 연립한다.

NoteBase

문 3. 그림과 같이 내부힌지가 있는 보에서 하중 P에 의해 부재 AB에 발생하는 변형에너지는 부재 BD에 발생하는 변형에너지의 몇 배인가? (단, 휨에 의한 변형에너지만을 고려하고, 보의 휨강성은 균일하며, 자중은 무시한다)



① 4

② 8

③ 9

④ 12

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 내부힌지가 있는 보를 두 부재로 나눈 뒤, 휨에 의한 변형에너지 $U = \int M^2/(2EI)dx$를 각각 계산하여 비를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건:

- $AB = L, BD = L$이다.
- C는 BD의 중앙이고, C에 하중 P가 작용한다.
- B는 내부힌지이므로 $M_B = 0$이다.
- 보의 휨강성 EI는 전 구간에서 일정하다.

구해야 할 값:

- 부재 AB의 변형에너지와 부재 BD의 변형에너지의 비

주의할 조건:

- 축변형과 전단변형은 무시하고 휨에 의한 에너지만 비교한다.

NoteBase

사용할 공식

변형에너지는 $U = \int \frac{M^2}{2EI} dx$로 계산한다.
또한 대표식으로는 끝단집중하중 W를 받는 길이 L의 캔틸레버에서 $U = \frac{W^2 L^3}{6EI}$, 중앙집중하중 P를 받는 길이 L의 단순보에서 $U = \frac{P^2 L^3}{96EI}$이다.
이 공식을 쓰는 이유:
- 내부힌지 B 때문에 BD는 단순보처럼 거동하고, 그 반력 $P/2$가 AB 끝단하중으로 전달되기 때문이다.

계산 과정

1. 우측 부재 BD만 보면 길이 L의 단순보 중앙에 하중 P가 작용하므로 반력은 $R_B = R_D = P/2$이다.
2. 따라서 좌측 부재 AB는 길이 L의 캔틸레버 끝 B에 하중 $P/2$가 작용하는 형태가 된다.
3. 부재 AB의 변형에너지는
$U_{AB} = \frac{(P/2)^2 L^3}{6EI} = \frac{P^2 L^3}{24EI}$
이다.
4. 부재 BD의 변형에너지는 중앙집중하중을 받는 단순보이므로
$U_{BD} = \frac{P^2 L^3}{96EI}$
이다.
5. 따라서 비는
$\frac{U_{AB}}{U_{BD}} = \frac{P^2 L^3/(24EI)}{P^2 L^3/(96EI)} = 4$
이다.

선지별 해설

① O
- 계산 결과 $U_{AB}/U_{BD} = 4$이므로 옳다.

② X
- 8배라는 판단은 내부힌지 B에서 AB로 전달되는 하중을 $P/2$가 아니라 더 크게 잡을 때 나오는 오답이다.
- 올바르게는 AB 끝단하중이 $P/2$이므로 비는 4배이다.

③ X
- 9배라는 판단은 최대모멘트만 대충 비교하고 $\int M^2 dx$ 적분 효과를 반영하지 못한 오답이다.
- 올바르게는 두 부재의 휨에너지를 각각 적분하면 비는 4배이다.

④ X
- 12배라는 판단은 길이비와 모멘트비를 선형적으로 섞어 계산한 경우에 생기기 쉬운 오답이다.
- 올바르게는 변형에너지가 모멘트의 제곱 적분량에 비례하므로 결과는 4배이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문항의 핵심 함정은 내부힌지 때문에 구조를 AB와 BD로 분리해서 봐야 한다는 점이다. BD를 중앙집중하중 단순보로 보지 못하거나, B에서 전달되는 힘을 $P/2$로 처리하지 못하면 AB의 에너지를 크게 잘못 계산한다. 또 변형에너지는 최대모멘트의 비가 아니라 $\int M^2 dx$의 비로 비교한다는 점도 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

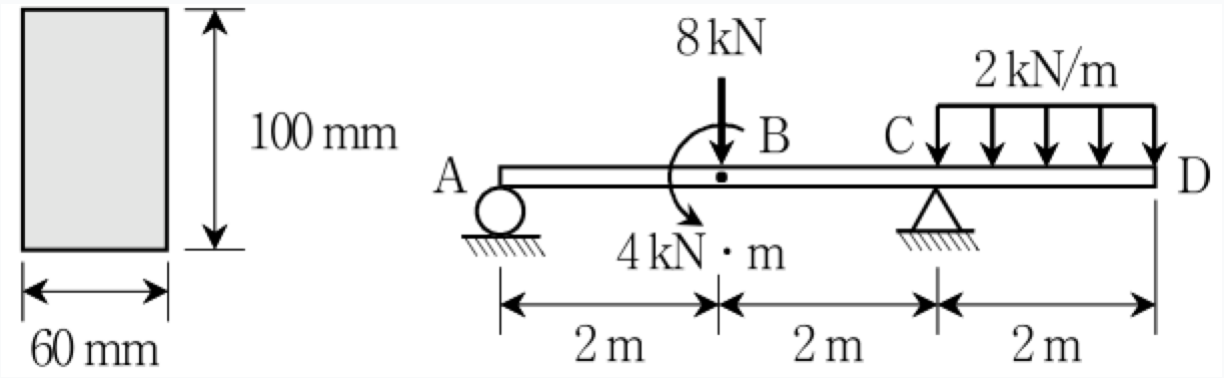
내부힌지가 있는 보의 에너지비 문제는 먼저 힌지에서 구조를 분리해 각 부재의 지점조건과 전달하중을 다시 정리한다. 그다음 각 부재의 모멘트도 또는 대표 변형에너지 공식을 적용해 $U = \int M^2/(2EI)dx$ 값을 구하고 마지막에 비를 비교하면 된다.

암기 포인트

내부힌지 보 에너지비는 힌지 분리 후 각 부재의 하중형태를 다시 잡고, 변형에너지는 M이 아니라 M^2 적분으로 비교한다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 직사각형 단면 보에 발생하는 최대휨인장응력[MPa]의 크기는? (단, 자중은 무시한다)



① 40

② 80

③ 100

④ 120

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 지점반력을 구한 뒤 최대 휨모멘트를 찾고, 직사각형 단면의 단면계수로 최대 휨인장응력을 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값

- 단면: 폭 $60mm$, 높이 $100mm$인 직사각형이다.
- 하중: B점 집중하중 $8kN$, B점 집중모멘트 $4kN \cdot m$, C-D 구간 등분포하중 $2kN/m$가 작용한다.
- 거리: $AB = 2m$, $BC = 2m$, $CD = 2m$이다.

구해야 할 값

- 보에 발생하는 최대 휨인장응력이다.

주의할 조건

- 등분포하중 $2kN/m$는 길이 $2m$에 작용하므로 합력은 $4kN$이다.
- 집중모멘트는 모멘트도에 직접 반영해야 한다.

사용할 공식

사용할 공식은 $\sigma = \frac{M}{Z}$, $Z = \frac{bh^2}{6}$이다.

이 공식을 쓰는 이유는 직사각형 단면 보의 최대 휨응력은 최대 휨모멘트를 단면계수로 나누어 구하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 지점반력을 구한다.

$\Sigma V = 0 :\ R_A + R_C = 8 + 2 \times 2 = 12kN$

$\Sigma M_A = 0 :\ 4R_C + 4 - 8 \times 2 - (2 \times 2) \times 5 = 0$

따라서 $R_C = 8kN, R_A = 4kN$이다.

2. 주요 단면의 휨모멘트를 구한다.

- B점 바로 왼쪽에서 $M_{B^-} = R_A \times 2 = 4 \times 2 = 8kN \cdot m$이다.
- B점 집중모멘트 $4kN \cdot m$를 지나면 모멘트가 $4kN \cdot m$만큼 감소하므로 $M_{B^+} = 4kN \cdot m$이다.
- B-C 구간 전단력은 $4 - 8 = -4kN$이므로 $M_C = 4 + (-4) \times 2 = -4kN \cdot m$이다.

따라서 절댓값이 가장 큰 휨모멘트는 $|M|_{max} = 8kN \cdot m$이다.

3. 단면계수를 구한다.

$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{60 \times 100^2}{6} = 100000mm^3$

4. 최대 휨인장응력을 구한다.

$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{Z} = \frac{8 \times 10^6}{100000} = 80MPa$

따라서 최대 휨인장응력은 $80MPa$이다.

선지별 해설

① X

- $40MPa$는 $|M| = 4kN \cdot m$일 때의 응력값이다.
- 이 값은 B점 오른쪽이나 C점의 휨모멘트 크기에 해당할 뿐, 최대 휨모멘트는 B점 왼쪽의 $8kN \cdot m$이다.
- 올바르게는 최대 휨인장응력이 $40MPa$가 아니라 $80MPa$이다.

② O

- 최대 휨모멘트가 $8kN \cdot m$, 단면계수가 $100000mm^3$이므로 $\sigma_{max} = 80MPa$가 된다.
- 따라서 정답 선택지는 ②이다.

③ X

- $100MPa$는 최대 휨모멘트를 $10kN \cdot m$ 정도로 잘못 잡았을 때 나오는 값이다.
- 이 보의 최대 휨모멘트는 $10kN \cdot m$가 아니라 $8kN \cdot m$이다.
- 올바르게는 최대 휨인장응력이 $100MPa$가 아니라 $80MPa$이다.

④ X

- $120MPa$는 B점 집중모멘트의 반영 방향을 잘못 처리하여 최대모멘트를 $12kN \cdot m$로 오산할 때의 값이다.
- 실제로는 B점을 지나며 모멘트가 $4kN \cdot m$만큼 감소하므로 최대 절댓값 모멘트는 $12kN \cdot m$가 아니라 $8kN \cdot m$이다.
- 올바르게는 최대 휨인장응력이 $120MPa$가 아니라 $80MPa$이다.

NoteBase

오답 포인트

집중모멘트를 일반 하중처럼 전단력에만 반영하거나, B점을 지난 뒤 모멘트도의 점프를 빼먹으면 최대모멘트를 잘못 잡게 된다. 또한 음의모멘트가 생긴다고 해서 그 절댓값이 항상 최대인 것은 아니므로 각 단면의 모멘트 크기를 끝까지 비교해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

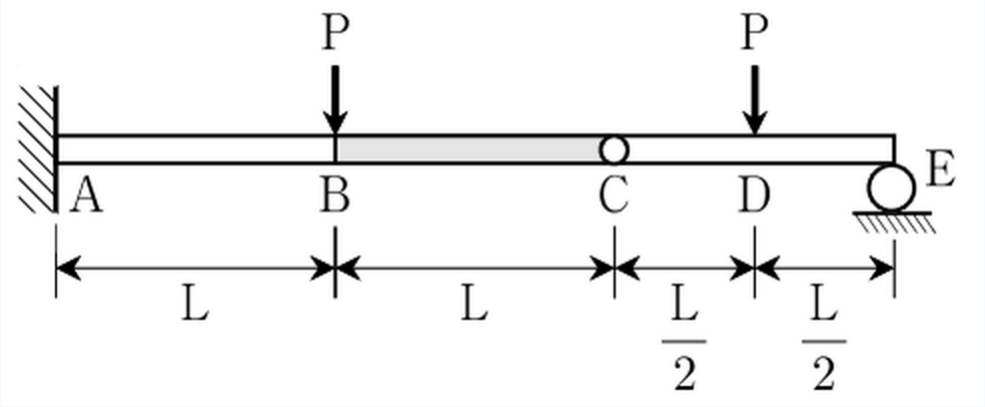
보의 휨응력 문제는 먼저 반력을 구하고, 다음으로 전단력 변화와 집중모멘트에 따른 모멘트도 점프를 반영하여 최대 $|M|$를 찾은 뒤, 마지막에 $\sigma = M/Z$를 적용하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

직사각형 단면의 최대 휨응력은 $\sigma = \frac{M}{Z}$, $Z = \frac{bh^2}{6}$이며, 집중모멘트가 있으면 모멘트도는 그 크기만큼 즉시 점프한다.

NoteBase

문 5. 그림과 같은 하중을 받는 게르버보에서 D점에 발생하는 수직변위의 크기는? (단, AB 및 CE구간의 휨강성은 EI이고, BC구간은 강체로 가정하며, 자중은 무시한다)



① $\frac{47PL^3}{48EI}$
② $\frac{49PL^3}{48EI}$
③ $\frac{17PL^3}{16EI}$
④ $\frac{53PL^3}{48EI}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 게르버보를 C힌지에서 분리한 뒤, 좌측 강체팔이 만드는 지점처짐과 우측 단순보의 휨처짐을 합성하여 D점 수직변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $AB = L$, $BC = L$, $CD = DE = L/2$, AB와 CE의 휨강성은 EI, BC는 강체이다.
구해야 할 값: D점의 수직변위이다.
주의할 조건: BC는 강체이므로 휨변형은 0이지만, AB의 처짐과 회전에 따라 C점이 함께 내려간다. 따라서 D점 변위는 CE의 휨처짐만이 아니라 C점 지점처짐의 영향도 포함한다.

NoteBase

사용할 공식

우측 CE는 중앙 집중하중 P를 받는 단순보이므로 반력은 $R_C = R_E = P/2$이고, 중앙점 D의 상대처짐은 $\delta_{D,rel} = PL^3/(48EI)$이다.
좌측 AB는 자유단 B에 등가하중과 단부모멘트를 받는 외팔보로 바꾸어 계산할 수 있으므로
$\delta_B = \frac{WL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI}, \qquad \theta_B = \frac{WL^2}{2EI} + \frac{ML}{EI}$
를 사용한다.
이 공식을 쓰는 이유: C점 반력 $P/2$가 강체구간 BC를 통해 B점에 전단력 $P/2$와 모멘트 $PL/2$로 전달되기 때문이다.

계산 과정

1. 우측 단순보 CE를 보면 중앙하중 P 때문에 $R_C = R_E = P/2$이다.
2. 이 반력은 좌측 보에는 C점 하향하중 $P/2$로 작용한다. 따라서 B점에는 기존 하중 P와 함께 총 전단력 $W = P + P/2 = 3P/2$, 단부모멘트 $M = (P/2)L = PL/2$가 작용한다.
3. 외팔보 AB의 B점 처짐과 회전은
$\delta_B = \frac{(3P/2)L^3}{3EI} + \frac{(PL/2)L^2}{2EI} = \frac{3PL^3}{4EI}$
$\theta_B = \frac{(3P/2)L^2}{2EI} + \frac{(PL/2)L}{EI} = \frac{5PL^2}{4EI}$
이다.
4. BC는 길이 L의 강체이므로 C점 처짐은
$\delta_C = \delta_B + L\theta_B = \frac{3PL^3}{4EI} + \frac{5PL^3}{4EI} = \frac{2PL^3}{EI}$
이다.
5. D점은 CE의 중앙이므로 C점 지점처짐이 절반만 전달된다. 따라서 강체이동분은
$\delta_{D,settle} = \frac{\delta_C}{2} = \frac{PL^3}{EI}$
이다.
6. 여기에 CE의 중앙 집중하중에 의한 상대처짐을 더하면
$\delta_D = \delta_{D,settle} + \delta_{D,rel} = \frac{PL^3}{EI} + \frac{PL^3}{48EI} = \frac{49PL^3}{48EI}$
가 된다.

NoteBase

선지별 해설

① X
계산 결과 D점 처짐은 $49PL^3/(48EI)$이므로 $47PL^3/(48EI)$는 계수가 부족한 값이다. BC를 강체로 볼 때 생기는 C점 지점처짐 전달분을 과소평가한 오답이다.
틀린 값 $47PL^3/(48EI)$ → 올바르게는 $49PL^3/(48EI)$이다.

② O
C점 지점처짐 전달분 PL^3/EI와 CE의 중앙 집중하중 처짐 $PL^3/(48EI)$를 합하면 $49PL^3/(48EI)$가 된다. 따라서 정답과 일치한다.

③ X
17/16 = 51/48이므로 정답보다 2/48만큼 큰 값이다. 이는 CE 중앙점 처짐 공식을 $PL^3/(48EI)$가 아니라 더 큰 값으로 잘못 외운 경우에 나오는 전형적인 오답이다.
틀린 값 $17PL^3/(16EI)$ → 올바르게는 $49PL^3/(48EI)$이다.

④ X
53/48은 정답보다 큰 계수이다. CE는 중앙 집중하중을 받는 단순보이므로 D점의 상대처짐은 정확히 $PL^3/(48EI)$이어야 하며, 이보다 크게 더하면 과대평가가 된다.
틀린 값 $53PL^3/(48EI)$ → 올바르게는 $49PL^3/(48EI)$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 BC를 강체라고 했을 때 이를 변위가 0이라는 뜻으로 오해하는 데 있다. 강체는 휨변형만 0일 뿐이며, AB의 회전에 따라 C점과 D점은 함께 이동한다. 또한 CE의 D점 처짐은 단순보 자체의 휨처짐과 C점 지점처짐에 따른 강체이동을 함께 더해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

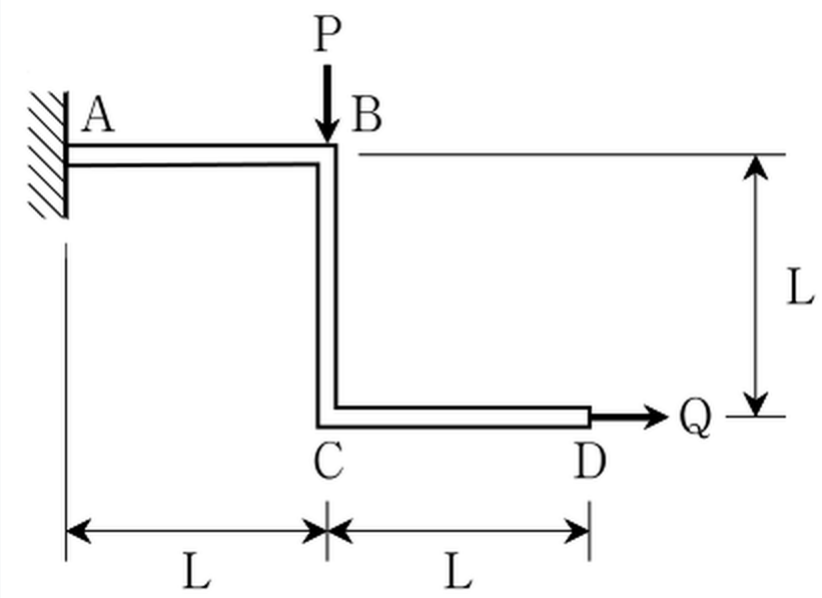
게르버보 변위 문제는 먼저 힌지에서 절단하여 반력을 구하고, 강체구간이 있으면 이를 인접 탄성부재의 끝단 등가하중과 모멘트로 바꾼다. 그다음 지점처짐이 다른 경간에 어떻게 선형 전달되는지 계산한 뒤, 해당 경간의 자체 휨처짐을 마지막에 합산하면 된다.

암기 포인트

힌지로 자르고, 강체구간은 휨 0이지만 변위 전달은 남는다. D점 변위는 지점처짐 전달분 + 해당 경간 휨처짐의 합이다.

NoteBase

문 6. 그림과 같은 구조물에서 B점에 하중 P가 작용할 때, D점의 수평변위가 0이 되기 위한 하중 Q의 크기는? (단, 부재의 휨변형만을 고려하고, 휨강성은 균일하며, 자중은 무시한다)



① $\frac{3}{4}P$

② $\frac{5}{4}P$

③ $\frac{3}{8}P$

④ $\frac{5}{8}P$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단위하중법을 이용해 D점의 수평변위를 0으로 만드는 Q를 구하는 계산형 문제이다.

조건 정리

부재 길이는 모두 L이고, 휨강성은 전 구간에서 EI로 일정하다. 축변형과 자중은 무시하므로 변위는 휨변형에 의해서만 결정된다. P는 B점에 아래로 작용하고, Q는 D점에 오른쪽으로 작용한다.

사용할 공식

수평변위는 단위하중법으로 $\delta_{Dx} = \sum\int \frac{Mm}{EI} ds$로 계산한다. 여기서 M은 실제하중에 의한 휨모멘트, m은 D점 수평방향 단위하중에 의한 휨모멘트이다. D점 수평변위가 0이 되는 조건은 $\delta_{Dx} = 0$이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 좌표를 정한다. AB 부재는 고정단 A를 원점으로 하여 B쪽으로 거리 x를 잡고($0 \le x \le L$), BC 부재는 B를 원점으로 하여 C쪽으로 거리 y를 잡는다($0 \le y \le L$). 구조물은 A에서 고정되고 D가 자유단이므로, 각 단면의 휨모멘트는 그 단면에서 자유단(D쪽)에 있는 하중만으로 계산한다.

AB 부재에서는 단면의 D쪽에 B의 P와 D의 Q가 모두 있으므로 실제모멘트는 $M_{AB} = P(L-x) - QL$이다. 여기서 $P(L-x)$는 단면에서 P까지의 수평거리 $(L-x)$에 의한 항이고, QL은 수평하중 Q의 작용선과 AB 사이의 연직거리 L에 의한 항이다.

BC 부재는 연직 부재이고 P는 연직 하중이라 P의 작용선이 BC의 부재축과 일치한다. 따라서 P는 BC에 축력만 만들고 휨모멘트를 만들지 않으며, 휨은 수평하중 Q에 의해서만 생겨 $M_{BC} = -Q(L-y)$이다. CD 부재는 Q와 단위하중이 모두 부재축(수평)과 일치하므로 휨모멘트가 없어 변위에 기여하지 않는다.

단위하중모멘트 m은 D점에 수평방향 단위하중 1(즉 Q와 같은 방향)을 걸었을 때의 휨모멘트이므로, 실제모멘트에서 Q 항의 크기를 $Q \to 1$로 바꾼 것과 같다. 즉 $m_{AB} = -L$, $m_{BC} = -(L-y)$이다.

따라서 $\delta_{Dx} = \frac{1}{EI}\left[\int_0^L \{P(L-x) - QL\}(-L)dx + \int_0^L \{-Q(L-y)\}\{-(L-y)\}dy\right]$이다.

AB 적분은 $\int_0^L \{P(L-x) - QL\}(-L)dx = -L\int_0^L \{P(L-x) - QL\}dx = -L\left[\frac{PL^2}{2} - QL^2\right] = -\frac{PL^3}{2} + QL^3$이고, BC 적분은 $\int_0^L \{-Q(L-y)\}\{-(L-y)\}dy = Q\int_0^L (L-y)^2 dy = \frac{QL^3}{3}$이다. 두 항을 더하면 $\delta_{Dx} = \frac{L^3}{EI}\left(-\frac{P}{2} + Q + \frac{Q}{3}\right) = \frac{L^3}{EI}\left(-\frac{P}{2} + \frac{4Q}{3}\right)$이다. 이를 0으로 두면 $-\frac{P}{2} + \frac{4Q}{3} = 0$, 따라서 $Q = \frac{3}{8}P$이다.

선지별 해설

① X: $Q = \frac{3}{4}P$를 대입하면 $-\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{2}$가 되어 수평변위가 0이 되지 않는다. 틀린 표현은 $Q = \frac{3}{4}P$이고, 올바르게는 $Q = \frac{3}{8}P$이다. 이 값은 Q의 기여를 두 배로 크게 잡을 때 나오는 오답이다. ② X: $Q = \frac{5}{4}P$를 대입하면 $-\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4} = \frac{7}{6}$이 되어 조건을 만족하지 않는다. 틀린 표현은 $Q = \frac{5}{4}P$이고, 올바르게는 $Q = \frac{3}{8}P$이다. 이 값은 부호와 계수를 함께 잘못 처리했을 때 생기는 오답이다. ③ O: $Q = \frac{3}{8}P$를 대입하면 $-\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{8} = 0$이 되어 D점 수평변위가 정확히 0이 된다. 따라서 이 선택지가 옳다. ④ X: $Q = \frac{5}{8}P$를 대입하면 $-\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\cdot\frac{5}{8} = \frac{1}{3}$이 되어 조건을 만족하지 않는다. 틀린 표현은 $Q = \frac{5}{8}P$이고, 올바르게는 $Q = \frac{3}{8}P$이다. 이 값은 BC 부재의 적분항 계수 $\frac{1}{3}$을 정확히 반영하지 못했을 때 자주 나온다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 P가 BC 부재에 굽힘을 만든다고 착각하는 점과, CD 부재도 휨에너지에 기여한다고 잘못 넣는 점이다. 실제로 P는 BC에서 축력으로만 작용하고, CD는 하중과 단위하중이 모두 부재축 방향이라 휨항에서 빠진다.

다시 나오면 이렇게 판단

프레임 변위 문제는 구하려는 변위 방향에 단위하중 1을 먼저 놓고, 각 부재별 실제모멘트 M과 가상모멘트 m를 적은 뒤, $\sum\int Mm/EIds$에서 휨이 없는 부재를 제외하는 순서로 판단한다.

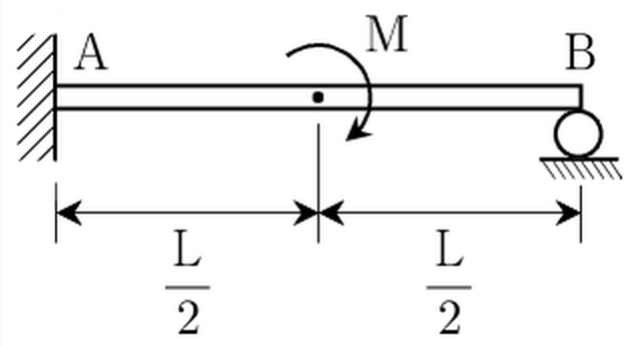
NoteBase

암기 포인트

단위하중법은 관심방향 단위하중 설정, 각 부재의 M와 m 작성, $\sum\int Mm/EI ds$ 계산의 세 단계로 정리된다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 중앙에 모멘트 M을 받는 부정정 캔틸레버보에서 B점에 발생하는 처짐각의 크기는? (단, 보의 휨강성 EI는 균일하며, 자중은 무시한다)



① $\frac{ML}{6EI}$

② $\frac{ML}{12EI}$

③ $\frac{ML}{16EI}$

④ $\frac{ML}{32EI}$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 중앙 집중모멘트를 받는 부정정 캔틸레버보에서 적합조건 $v_B = 0$을 이용해 B점 처짐각을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 조건: 좌단 A는 고정, 우단 B는 롤러 지지이며 전체 길이는 L, 중앙 $x = L/2$ 지점에 모멘트 M이 작용한다.
구해야 할 값: B점 처짐각의 크기이다.
주의할 조건: 롤러 지점 B에서는 처짐은 0이지만 회전은 구속되지 않는다. 따라서 $v_B = 0$ 적합조건으로 지점반력을 먼저 구한 뒤 처짐각을 계산한다.

사용할 공식

적합조건은 $v_B^{(M)} + v_B^{(R_B)} = 0$ 이다.
중앙 모멘트만 있을 때 자유단 B의 처짐은 $v_B^{(M)} = \int_0^{L/2} \frac{M(L-x)}{EI} dx$ 이고, 지점반력 R_B만 있을 때 캔틸레버 자유단 처짐은 $v_B^{(R_B)} = -\frac{R_B L^3}{3EI}$ 이다.
또한 B점 처짐각은 $\theta_B = \theta_B^{(M)} + \theta_B^{(R_B)}$ 로 합성한다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 보가 1차 부정정보이므로 미지 반력 R_B를 도입해 롤러 지점의 변위 조건 $v_B = 0$을 먼저 맞춰야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 중앙 모멘트 M만 작용하는 기본계 캔틸레버에서 B점 처짐은 $v_B^{(M)} = \int_0^{L/2} \frac{M(L-x)}{EI} dx = \frac{M}{EI}\left[Lx - \frac{x^2}{2}\right]_0^{L/2} = \frac{3ML^2}{8EI}$ 이다.
2. B점 반력 R_B에 의한 자유단 처짐은 $v_B^{(R_B)} = -\frac{R_B L^3}{3EI}$ 이므로 적합조건 $v_B = 0$에서 $\frac{3ML^2}{8EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = 0$ 이고, 따라서 $R_B = \frac{9M}{8L}$ 이다.
3. 중앙 모멘트에 의한 B점 처짐각은 $\theta_B^{(M)} = \int_0^{L/2} \frac{M}{EI} dx = \frac{ML}{2EI}$ 이다.
4. 반력 R_B에 의한 B점 처짐각은 $\theta_B^{(R_B)} = -\frac{R_B L^2}{2EI} = -\frac{9ML}{16EI}$ 이다.
5. 따라서 $\theta_B = \frac{ML}{2EI} - \frac{9ML}{16EI} = -\frac{ML}{16EI}$ 이고, 문제는 크기를 물으므로 $|\theta_B| = \frac{ML}{16EI}$ 이다.

선지별 해설

① X: $\frac{ML}{6EI}$는 정답 $\frac{ML}{16EI}$보다 크다. B점 롤러 반력에 의한 구속효과를 충분히 반영하지 못한 값이다. 올바르게는 적합조건으로 R_B를 먼저 구한 뒤 $\theta_B = \frac{ML}{16EI}$로 계산된다.
② X: $\frac{ML}{12EI}$도 정답보다 크다. 중앙 모멘트에 의한 회전만 일부 줄여 잡고 부정정 반력의 영향을 정확히 합성하지 못하면 나오는 오답이다. 올바르게는 $\frac{ML}{16EI}$이다.
③ O: 적합조건 $v_B = 0$에서 $R_B = \frac{9M}{8L}$를 구하고, $\theta_B^{(M)}$와 $\theta_B^{(R_B)}$를 합성하면 크기는 정확히 $\frac{ML}{16EI}$가 된다.
④ X: $\frac{ML}{32EI}$는 정답의 절반이다. B점 구속효과를 중복 반영하거나 최종 회전각을 한 번 더 절반으로 줄이면 이런 값이 나온다. 올바르게는 $\frac{ML}{16EI}$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 롤러 지점 B를 보고 회전도 0이라고 착각하거나, 반대로 B의 지점반력을 무시하고 단순 캔틸레버처럼 처리하는 데 있다. 롤러는 처짐만 구속하고 회전은 자유이므로 $v_B = 0$ 적합조건과 θ_B 계산을 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

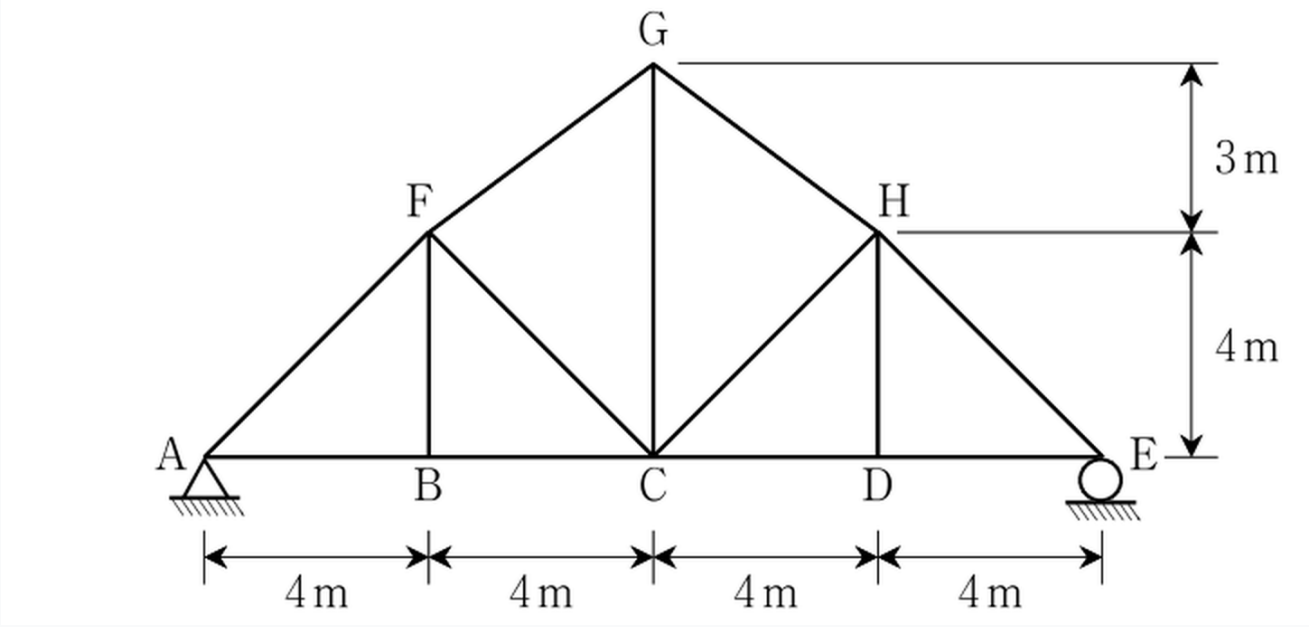
고정단과 이동지점이 함께 있는 부정정보에서 회전각을 물으면 먼저 미지 반력을 두고 지점변위 적합조건을 세운다. 그다음 실제 하중에 의한 회전과 미지 반력에 의한 회전을 합성해 최종 회전각을 구하면 된다.

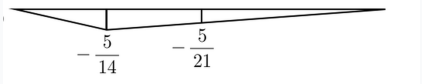
암기 포인트

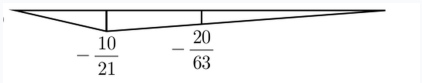
롤러 지점은 처짐 0, 회전 자유이다. 부정정보의 처짐각은 적합조건으로 반력을 먼저 맞춘 뒤 계산한다.

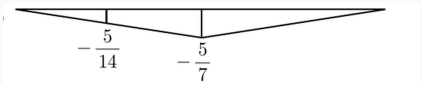
NoteBase

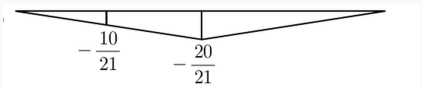
문 8. 그림과 같은 트러스에서 부재 FG의 영향선으로 옳은 것은?



① 

② 

③ 

④ 

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 단면법으로 부재 *FG*의 절점하중 기준 영향선 절점값을 구한 뒤, 그 점들을 직선으로 이어 올바른 영향선을 고르는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

- 하부 절점 간격은 $AB = BC = CD = DE = 4m$이다.
- 좌표로 두면 $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(8, 0)$, $D(12, 0)$, $E(16, 0)$이고, 상현 절점은 $F(4, 4)$, $G(8, 7)$, $H(12, 4)$이다.
- 대칭 형상으로 수직재 $BF = DH = 4m$이며, 중앙 수직재 CG의 길이(즉 G의 높이)는 $4 + 3 = 7m$이다. 여기서 $CG = 7m$는 부재 길이이자 수직 높이를 뜻한다.
- 상현재 FG는 $F(4, 4)$에서 $G(8, 7)$로 올라가므로 수평 4, 수직 3의 기울기 3 : 4(부재 길이 5)를 가진다.
- 절점하중이 이동할 때 부재 영향선은 각 절점에서의 부재력 값을 구한 뒤 패널 사이를 직선으로 잇는다.
- 구해야 할 값은 부재 FG의 축력 영향선 절점값이다.

사용할 공식

절단면을 FG, FC, BC를 지나도록 잡고 왼쪽 부분을 자유물체로 둔다. C점을 모멘트 중심으로 잡는 이유는 대각재 FC와 하현재 BC가 모두 C를 지나 그 부재력이 C점 모멘트에서 소거되어 미지수 FG만 남기 때문이다.

FG가 C점에 대해 갖는 모멘트 팔(수직거리)을 구한다. N_{FG}를 $G(8, 7)$에서 부재 방향 단위벡터 $(4, 3)/5$로 분해하면 수평성분은 $\frac{4}{5}N_{FG}$, 수직성분은 $\frac{3}{5}N_{FG}$이다. G는 $C(8, 0)$의 바로 위(같은 $x = 8$)에 있으므로 수직성분의 팔은 0이고, 수평성분만 높이 $CG = 7m$를 팔로 가진다. 따라서 FG가 C에 만드는 모멘트의 크기는

$$\frac{4}{5}N_{FG} \times 7 = \frac{28}{5}N_{FG}$$

이고, 이때 유효 모멘트 팔이 $\frac{28}{5}m$임을 확인할 수 있다.

이를 왼쪽 자유물체의 외력모멘트 M_C와 평형시키면

$$-\frac{28}{5}N_{FG} + M_C = 0$$

이므로

$$N_{FG} = \frac{5}{28}M_C$$

이다.

NoteBase

계산 과정

1. 이동하중을 각 절점에 놓고 반력을 구한다. 전체 경간이 $16m$이므로 단위하중이 왼쪽 지점 A에서 x만큼 떨어진 곳에 있을 때 $R_A = (16 - x)/16$이다.
2. A절점에 하중이 있을 때는 하중이 지점과 겹쳐 왼쪽 자유물체의 외력모멘트가 없어 $M_C = 0$이므로 $N_{FG} = 0$이다. E절점도 $R_A = 0$이어서 $N_{FG} = 0$이다.
3. B절점에 단위하중이 있을 때는 $R_A = 3/4$이다. C점 기준 왼쪽 자유물체의 외력모멘트는, 지점반력 R_A(작용점 A가 C의 왼쪽 $8m$)의 기여 $-8 \times 3/4$와, C의 왼쪽 $4m$에 놓인 단위하중의 기여 $+1 \times 4$를 더한 값이다. 즉 $M_C = -8 \times 3/4 + 4 = -2$이고, 여기서 $+4$ 항은 B에 놓인 하중이 C에서 $4m$ 떨어져 만드는 모멘트를 뜻한다. 따라서 $N_{FG} = (5/28)(-2) = -5/14$이다.
4. C절점에서는 $R_A = 1/2$이고, 하중 자체는 C점을 지나므로 모멘트를 만들지 않는다. 따라서 $M_C = -8 \times 1/2 = -4$, $N_{FG} = (5/28)(-4) = -5/7$이다.
5. D절점에서는 하중이 절단면 오른쪽에 있어 왼쪽 자유물체에는 반력만 남는다. $R_A = 1/4$이므로 $M_C = -8 \times 1/4 = -2$, $N_{FG} = -5/14$이다. 따라서 영향선 절점값은 $A = 0$, $B = -5/14$, $C = -5/7$, $D = -5/14$, $E = 0$이고 이를 직선으로 이은 도형이 정답이다.

선지별 해설

① X
- $B = -5/14$는 맞지만 C값을 $-5/21$로 그린 것이 틀렸다. C에서는 $M_C = -4$이므로 $N_{FG} = -5/7$가 되어 가장 크게 내려가야 한다.
- 틀린 표현은 '중앙 절점의 값이 $-5/21$'인 부분이고, 올바르게는 '중앙 절점의 값이 $-5/7$'이다.

② X
- B값을 $-10/21$, C값을 $-20/63$로 그린 것이 모두 틀렸다. 실제 절점값은 $B = D = -5/14$, $C = -5/7$이다.
- 틀린 표현은 '양 끝에서 중앙으로 갈수록 조금만 내려가는 영향선'이고, 올바르게는 '중앙 C에서 $-5/7$까지 더 크게 내려가는 영향선'이다.

③ O
- $A = 0$, $B = -5/14$, $C = -5/7$, $D = -5/14$, $E = 0$를 직선으로 이은 형상과 일치한다.
- C에서 최솟값을 갖고, 좌우 패널에서는 직선으로 변하는 정정트러스 부재 영향선의 성질도 맞다.

④ X
- $B = -10/21$, $C = -20/21$로 잡아 전체 크기를 과대평가하였다. 실제 값은 각각 $-5/14$, $-5/7$이다.
- 틀린 표현은 '절점값의 크기'이고, 올바르게는 '반력과 C점 모멘트로 계산한 정확한 절점값'을 써야 한다.

NoteBase

오답 포인트

부재 영향선을 연속보 영향선처럼 감으로 그리거나, C절점 하중이 C점을 지나므로 모멘트가 0이라는 사실만 보고 부재력도 작아진다고 착각하면 ①이나 ②로 흐르기 쉽다. 이 문항은 C점 하중일 때도 반력 R_A가 가장 큰 내부모멘트를 만들어 FG 압축력이 가장 크게 나온다는 점이 핵심 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

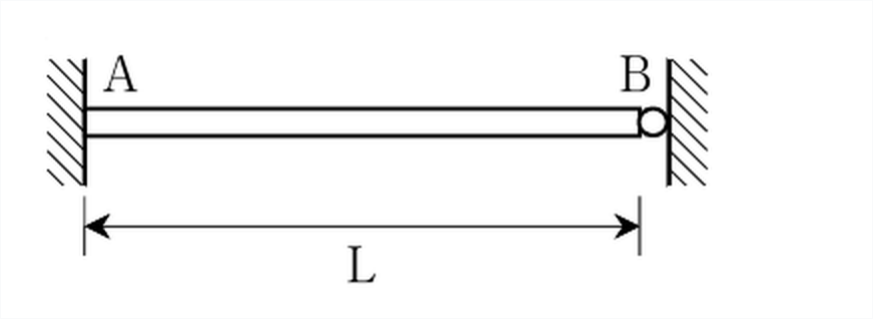
정정트러스 부재 영향선은 절점하중법으로 각 절점에 단위하중을 놓고 반력을 구한 뒤, 절단면 모멘트로 해당 부재력을 계산한다. 이렇게 얻은 절점값을 패널 사이에서 직선으로 연결하면 보기의 형상을 안정적으로 판별할 수 있다.

암기 포인트

트러스 부재 영향선은 절점별 부재력 값을 먼저 구하고, 패널 사이는 직선으로 잇는다. 이 문항의 FG는 $0,\ -5/14,\ -5/7,\ -5/14, 0$ 순서이다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 A점은 고정되고, B점은 이동지점으로 지지된 직경 D의 원형단면을 갖는 부재가 있다. 온도가 ΔT만큼 상승할 때, 부재에 탄성좌굴이 발생하지 않기 위한 최소직경은? (단, 열팽창계수는 α이며, 자중은 무시한다)



① $\frac{16L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$
② $\frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$
③ $\frac{4L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$
④ $\frac{2L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 온도 상승으로 생기는 축압축력과 고정-자유 기둥의 오일러 좌굴하중을 같게 두어 최소직경을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 길이 L, 열팽창계수 α, 온도상승량 ΔT, 원형단면 직경 D이다.
구해야 할 값: 탄성좌굴이 발생하지 않는 최소직경 D이다.
주의할 조건: B는 이동지점이며 그림에서 오른쪽 수직벽에 롤러로 접해 있다. 롤러의 반력은 접촉면에 수직으로 생기는데, 수직벽에 붙은 이 롤러의 반력은 벽면에 수직인 수평(축)방향으로만 작용하고 벽면을 따라가는 연직(횡)방향으로는 부재가 자유롭게 움직인다. 즉 B는 축력을 전달하여 온도에 의한 축압축력을 만들지만, 좌굴 시 부재가 옆으로 휘어지는 횡방향 변위는 붙잡지 못하고 롤러이므로 모멘트도 전달하지 못한다. 따라서 좌굴 방향에서 보면 A는 고정단, B는 자유단이 되어 경계조건은 고정-자유이다.

NoteBase

사용할 공식

온도 상승으로 생기는 압축력은 $P_t = EA\alpha\Delta T$이다.
고정-자유 기둥의 오일러 좌굴하중은 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$이다. 고정단에서 처짐과 기울기가 0이고 자유단에서 모멘트가 0인 좌굴 형상은 사인곡선의 1/4파에 해당하는데, 이는 길이 $2L$인 양단힌지 기둥의 반파장(사인 반주기)과 같은 모양이다. 그래서 유효길이는 $L_e = 2L$(유효길이계수 $k = 2$)이 된다.
원형단면은 $A = \frac{\pi D^2}{4}$, $I = \frac{\pi D^4}{64}$이므로 $I/A = \frac{D^2}{16}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 온도 상승으로 부재 길이가 늘어나려 하지만 양 끝 간 수평거리가 유지되어 축압축력이 생기고, 좌굴이 막 발생하는 한계에서 그 압축력이 오일러 좌굴하중과 같아지기 때문이다.

계산 과정

1. 좌굴이 발생하지 않는 최소조건은 $P_t = P_{cr}$이다.
$EA\alpha\Delta T = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$
2. E를 소거하고 A, I를 대입한다.
$\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\alpha\Delta T = \frac{\pi^2}{4L^2}\left(\frac{\pi D^4}{64}\right)$
3. 정리하면
$\alpha\Delta T = \frac{\pi^2 D^2}{64L^2}$
$D^2 = \frac{64L^2}{\pi^2}\alpha\Delta T$
$D = \frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$
따라서 최소직경은 $\frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- $\frac{16L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$는 올바른 값 $\frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$의 2배로, 유효길이를 $L_e = 4L$로 과다하게 잡거나 I/A를 잘못 대입했을 때 나오는 값이다.
- 고정-자유($L_e = 2L$)와 원형단면 $I/A = \frac{D^2}{16}$을 바르게 적용하면 이 값은 나오지 않는다.

② O
- $P_t = EA\alpha\Delta T$와 고정-자유($L_e = 2L$)의 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$를 같게 두면 $D = \frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$가 된다.
- 계산 결과와 일치하므로 옳다.

③ X
- $\frac{4L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$는 B를 힌지로 보아 양단힌지($L_e = L$)로 계산한 값이다. 실제로 $EA\alpha\Delta T = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$로 두면 $\alpha\Delta T = \frac{\pi^2}{L^2}\cdot\frac{D^2}{16}$, 즉 $D = \frac{4L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$가 나와 ③와 같아진다.
- 그러나 B는 이동지점이어서 횡방향으로 자유로우므로 힌지가 아니라 자유단으로 보아야 하고, 옳은 값은 $\frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$이다.

④ X
- $\frac{2L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$는 유효길이를 $L_e = \frac{L}{2}$(양단고정)로 짧게 본 값이다. $EA\alpha\Delta T = \frac{\pi^2 EI}{(L/2)^2}$로 두면 $\alpha\Delta T = \frac{4\pi^2}{L^2}\cdot\frac{D^2}{16}$, 즉 $D = \frac{2L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$가 나와 ④과 같아진다.
- 그러나 B는 횡방향 변위와 회전을 모두 구속하지 못하는 이동지점이므로 고정단이나 고정-이동단이 될 수 없고, 옳은 값은 $\frac{8L}{\pi}\sqrt{\alpha\Delta T}$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 B를 힌지나 고정단으로 착각하는 데 있다. 이 이동지점은 축력은 전달하지만 좌굴 방향 변위를 잡아주지 않으므로 고정-자유 기둥으로 봐야 하며, 이 판단이 틀리면 유효길이 계수가 전부 바뀐다.

다시 나오면 이렇게 판단

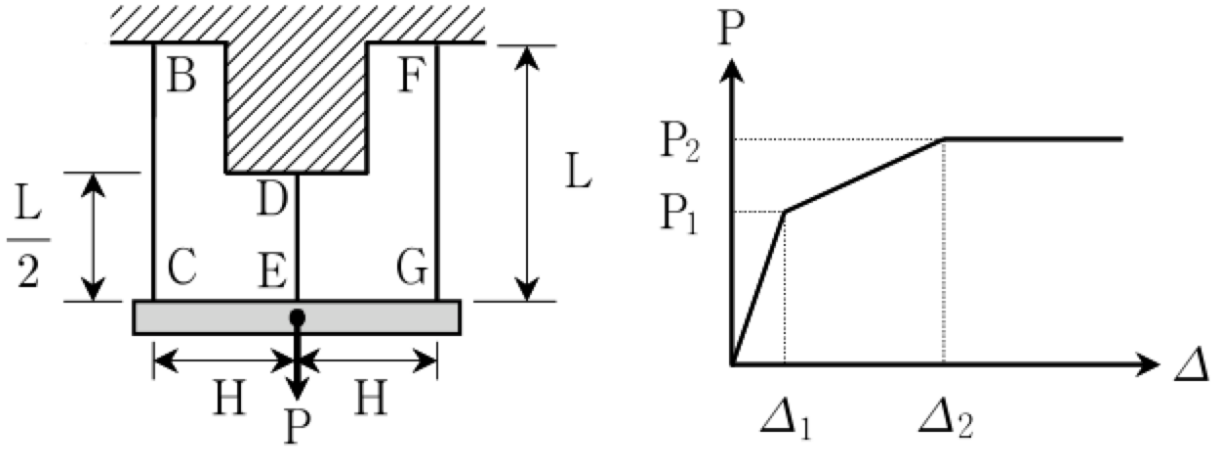
온도좌굴 문제는 먼저 열응력으로 생기는 축압축력 $EA\alpha\Delta T$를 적고, 다음에 실제 좌굴 방향에서의 경계조건으로 유효길이를 정한 뒤 오일러 하중과 같게 두어 판단한다.

암기 포인트

이동지점이 좌굴 방향을 잡아주지 않으면 자유단으로 본다. 원형단면은 $I/A = D^2/16$이므로 온도좌굴 최소직경은 유효길이 판단이 핵심이다.

NoteBase

문 10. 그림과 같이 길이가 L인 강선 BC 및 FG와 길이가 $\frac{L}{2}$인 강선 DE로 지지된 강체보의 중앙에 하중 P를 가하였다. 하중 P와 강체의 수직변위 Δ의 관계를 표시한 그래프에서 하중 P_1과 변위 Δ_1의 크기는? (단, 모든 강선은 탄성-완전소성거동을 하고 단면적, 탄성계수, 항복응력은 각각 A, E, σ_y이며, 모든 자중은 무시한다)



① P_1: $3\sigma_y A$, Δ_1: $\frac{\sigma_y L}{E}$
② P_1: $2\sigma_y A$, Δ_1: $\frac{\sigma_y L}{E}$
③ P_1: $3\sigma_y A$, Δ_1: $\frac{\sigma_y L}{2E}$
④ P_1: $2\sigma_y A$, Δ_1: $\frac{\sigma_y L}{2E}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 강체보가 대칭으로 수직 이동할 때 세 강선의 변형 적합조건과 탄성-완전소성 거동을 이용하여 첫 항복점의 P_1, Δ_1을 구하는 문제이다.

조건 정리

좌우 강선 BC, FG의 길이는 L, 중앙 강선 DE의 길이는 $L/2$이다.
강체보와 하중이 대칭이므로 C, E, G의 수직변위는 모두 Δ로 같다.
따라서 좌우 강선의 변형률은 Δ/L, 중앙 강선의 변형률은 $\Delta/(L/2) = 2\Delta/L$이다.
중앙 강선은 길이가 절반이므로 같은 변위에서 응력과 축력이 더 빨리 증가한다.

NoteBase

사용할 공식

탄성구간에서 강선의 축력은 $N = AE\delta/\ell$, 응력은 $\sigma = E\delta/\ell$이다.
첫 항복은 어떤 강선의 응력이 먼저 σ_y에 도달하는지로 판단한다.
이 문제는 세 강선이 강체보를 병렬 지지하므로 각 강선의 변위는 같고, 길이가 다른 만큼 강성이 달라져 이 공식을 그대로 적용할 수 있다.

계산 과정

1. 좌우 강선의 축력은 각각 $N_s = AE\Delta/L$이다.
2. 중앙 강선의 축력은 $N_c = AE\Delta/(L/2) = 2AE\Delta/L$이다.
3. 중앙 강선이 먼저 항복하므로 $\sigma_c = E\Delta_1/(L/2) = 2E\Delta_1/L = \sigma_y$이다. 따라서 $\Delta_1 = \sigma_y L/(2E)$이다.
4. 이때 좌우 강선의 응력은 $\sigma_s = E\Delta_1/L = \sigma_y/2$이므로 축력은 각각 $\sigma_y A/2$이다.
5. 따라서 $P_1 = N_c + 2N_s = \sigma_y A + 2(\sigma_y A/2) = 2\sigma_y A$이다.

선지별 해설

① X
Δ_1을 $\sigma_y L/E$로 두면 좌우 길이 L 강선이 먼저 항복하는 것으로 본 셈이어서 틀리다. 실제로는 길이가 $L/2$인 중앙 강선이 먼저 항복하므로 $\Delta_1 = \sigma_y L/(2E)$이다. 또한 이때 좌우 강선은 아직 $\sigma_y/2$ 상태이므로 $P_1 = 3\sigma_y A$가 아니라 $2\sigma_y A$이다.
② X
$P_1 = 2\sigma_y A$는 맞지만 $\Delta_1 = \sigma_y L/E$는 첫 항복 변위가 아니라 좌우 강선까지 항복하는 Δ_2에 해당한다. 틀린 표현은 $\Delta_1 = \sigma_y L/E$이고, 올바르게는 $\Delta_1 = \sigma_y L/(2E)$이다.
③ X
$\Delta_1 = \sigma_y L/(2E)$는 맞지만 $P_1 = 3\sigma_y A$는 틀리다. $3\sigma_y A$는 중앙 강선이 이미 항복한 뒤 좌우 강선까지 항복했을 때의 P_2이다. 올바르게는 첫 항복하중 $P_1 = 2\sigma_y A$이다.
④ O
중앙 강선이 먼저 항복하므로 $\Delta_1 = \sigma_y L/(2E)$이다. 그때 중앙 강선 축력은 $\sigma_y A$, 좌우 강선 축력은 각각 $\sigma_y A/2$이어서 $P_1 = 2\sigma_y A$가 된다.

오답 포인트

①, ②는 길이가 $L/2$인 중앙 강선의 응력 증가율이 좌우 강선의 2배라는 점을 놓치면 나오는 오답이다. ③은 첫 항복점 P_1, Δ_1과 모든 강선이 항복한 점 P_2, Δ_2를 뒤섞은 경우이다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체보-복수강선 문제는 먼저 대칭 여부로 각 지점의 변위를 같게 두고, 각 부재 길이로 변형률과 응력을 계산한 뒤, 가장 짧거나 강성이 큰 부재의 첫 항복을 먼저 찾으면 된다. 그 다음 해당 변위에서 나머지 부재 응력을 다시 계산해 전체 하중을 합산한다.

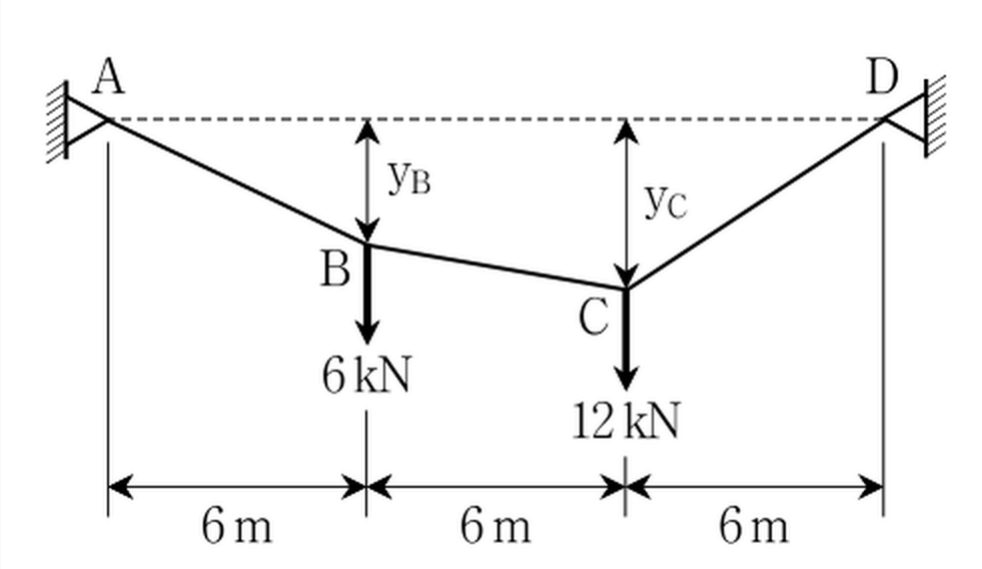
NoteBase

암기 포인트

같은 처짐이면 축강성은 AE/ℓ에 비례하므로 길이가 절반인 강선은 강성 2배, 같은 변위에서 응력도 2배이다.

NoteBase

문 11. 그림과 같은 케이블 구조물에서 지점부 수평반력이 12kN인 경우 수평인 선분 AD에서 B점 및 C점까지의 수직거리 y_B와 y_C를 더한 값[m]은? (단, 자중은 무시한다)



① 7

② 8

③ 9

④ 12

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 케이블의 처짐과 단순보의 휨모멘트 관계 $y = M/H$를 이용해 $y_B + y_C$를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 경간은 A부터 D까지 $18m$이다.
- 집중하중은 B점 $6kN$, C점 $12kN$이다.
- 지점부 수평반력은 $H = 12kN$이다.
- 구해야 할 값은 수평선 AD로부터의 처짐 $y_B + y_C$이다.

사용할 공식

케이블의 각 점 처짐은 같은 하중을 받는 단순보의 휨모멘트를 수평반력으로 나눈 값과 같다.

$y = \frac{M}{H}$

이 공식을 쓰는 이유는 자중을 무시한 케이블이 집중하중만 받을 때 케이블 형상이 대응 단순보의 모멘트도와 대응되기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 대응 단순보의 수직반력을 구하면 $R_A + R_D = 18kN$, $R_D \times 18 = 6 \times 6 + 12 \times 12 = 180kN \cdot m$이므로 $R_D = 10kN$, $R_A = 8kN$이다.
2. B점 모멘트는 $M_B = R_A \times 6 = 8 \times 6 = 48kN \cdot m$ 이므로 $y_B = \frac{M_B}{H} = \frac{48}{12} = 4m$ 이다.
3. C점 모멘트는 $M_C = R_A \times 12 - 6 \times 6 = 96 - 36 = 60kN \cdot m$ 이므로 $y_C = \frac{M_C}{H} = \frac{60}{12} = 5m$ 이다.
4. 따라서 $y_B + y_C = 4 + 5 = 9m$ 이다.

선지 판단

① X
- ①의 수치 $7m$는 실제 합 $9m$와 다르다. y_B 또는 y_C를 과소평가한 값이다. 올바르게는 $y_B + y_C = 9m$이다.

② X
- ②의 수치 $8m$는 C점 모멘트에서 B점의 $6kN$ 하중 영향을 빠뜨려 y_C를 작게 잡을 때 나오기 쉽다. 올바르게는 $M_C = 60kN \cdot m$, $y_C = 5m$이므로 $y_B + y_C = 9m$이다.

③ O
- 계산 결과 $y_B = 4m$, $y_C = 5m$이므로 합은 $9m$이다. 따라서 ③이 옳다.

④ X
- ④의 수치 $12m$는 실제 합보다 크다. $y_B + y_C = 12m$가 되려면 $M_B + M_C = 144kN \cdot m$이어야 하지만 실제는 $48 + 60 = 108kN \cdot m$이다. 올바르게는 $9m$이다.

오답 포인트

케이블 문제에서 바로 기울기만 따라가면 식이 꼬이기 쉽다. 이 문항은 대응 단순보를 만든 뒤 B, C점 모멘트를 각각 구해 $y = M/H$를 적용하면 가장 안정적으로 풀린다. 특히 C점 모멘트에는 왼쪽의 $6kN$ 하중 영향이 함께 들어간다는 점이 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

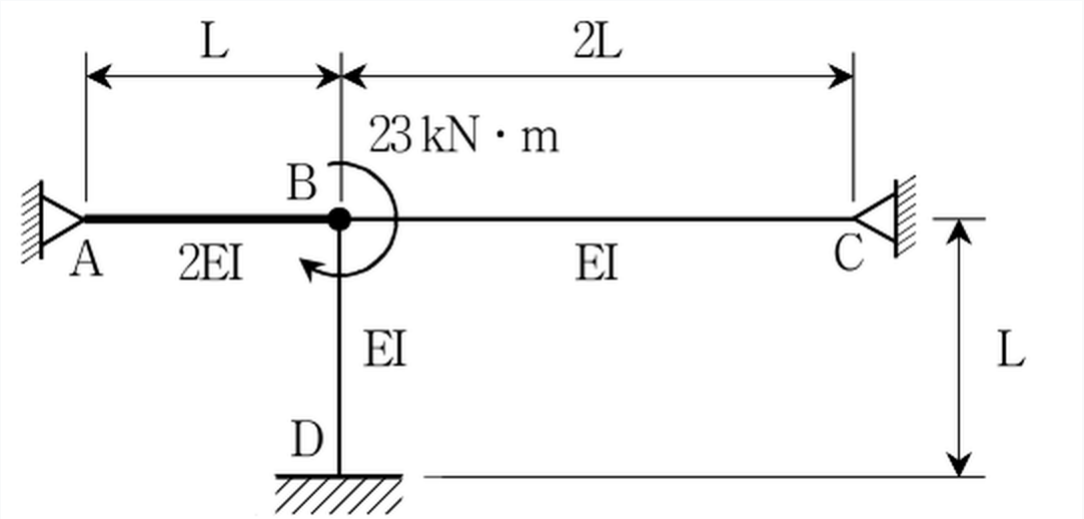
집중하중 케이블에서 지점 높이가 같고 수평반력 H가 주어지면 먼저 대응 단순보의 반력을 구하고, 필요한 점의 모멘트를 계산한 뒤 각 처짐을 $y = M/H$로 바꿔 판단한다.

암기 포인트

같은 높이의 케이블은 대응 단순보 모멘트도를 H로 나누면 처짐이 된다.

NoteBase

문 12. 그림과 같은 하중을 받는 부정정 구조물이 있다. 고정단 D점에 발생하는 반력모멘트 [$kN \cdot m$]의 크기 및 방향은? (단, 부재 AB의 휨강성은 $2EI$이고, 부재 BC 및 BD의 휨강성은 EI이며, 휨변형만을 고려하고, 자중은 무시한다)



① 8, 시계방향

② 8, 반시계방향

③ 4, 시계방향

④ 4, 반시계방향

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 절점 B에 작용하는 모멘트를 각 부재의 회전강성으로 분배하고, BD 부재의 carry-over까지 반영하여 D점 반력모멘트를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: AB의 휨강성은 $2EI$, BC와 BD의 휨강성은 EI이다. 길이는 $AB = L$, $BC = 2L$, $BD = L$이다. 절점 B에 시계방향 $23kN \cdot m$의 모멘트가 작용한다.
구해야 할 값: 고정단 D점의 반력모멘트의 크기와 방향이다.
주의할 조건: A와 C는 힌지단이므로 절점 B에서의 강성은 $3EI/L$형이고, D는 고정단이므로 BD의 절점강성은 $4EI/L$, carry-over 계수는 1/2이다. 축변형과 자중은 무시한다.

NoteBase

사용할 공식

절점 B의 분배강성은 다음과 같다.

$K_{BA} = \frac{3 \cdot 2EI}{L} = \frac{6EI}{L}, \quad K_{BC} = \frac{3 \cdot EI}{2L} = \frac{1.5EI}{L}, \quad K_{BD} = \frac{4EI}{L}$

전체 강성은

$\sum K = \frac{6EI}{L} + \frac{1.5EI}{L} + \frac{4EI}{L} = \frac{11.5EI}{L}$

이 공식을 쓰는 이유는 이 구조가 절점 B의 회전에 대해 각 부재가 회전스프링처럼 저항하는 형태이기 때문이다. 따라서 외력모멘트는 각 부재 강성비대로 분배되고, 고정단이 있는 BD는 분배된 절점모멘트의 절반이 D점으로 carry-over된다.

계산 과정

1. 절점 B에서 BD의 분배율을 구한다.

$DF_{BD} = \frac{4}{11.5}$

2. 절점 B에서 BD로 분배되는 모멘트를 구한다.

$M_{BD} = 23 \times \frac{4}{11.5} = 8kN \cdot m$

이 모멘트는 외력 시계방향을 평형시키는 방향이므로 부재 BD에는 반시계방향으로 생긴다.

3. 고정단 D로 carry-over된 모멘트를 구한다.

$M_{DB} = 8 \times \frac{1}{2} = 4kN \cdot m$

부재가 D점에 전달하는 모멘트는 반시계방향이므로, 지점 반력모멘트는 그 반대인 시계방향 $4kN \cdot m$이다.

선지별 해설

① X: $8kN \cdot m$ 시계방향은 B절점에서 BD에 분배된 모멘트만 본 값이다. D점 반력모멘트는 고정단 carry-over를 한 번 더 적용해야 하므로 올바르게는 시계방향 $4kN \cdot m$이다.

② X: $8kN \cdot m$ 반시계방향은 크기도 틀리고 방향도 틀리다. $8kN \cdot m$는 D점 값이 아니라 B단의 부재모멘트이며, 지점 반력은 그 절반이면서 방향은 시계방향이다.

③ O: BD에 분배된 $8kN \cdot m$가 고정단 D로 1/2 carry-over되어 $4kN \cdot m$가 된다. 부재가 D점에 반시계방향 모멘트를 전달하므로 지점 반력모멘트는 시계방향이다.

④ X: 크기 $4kN \cdot m$까지는 맞지만 방향이 틀렸다. D점에서의 반력모멘트는 부재단 모멘트와 반대방향이므로 올바르게는 시계방향이다.

오답 포인트

가장 흔한 함정은 B절점에서 BD에 분배된 모멘트 $8kN \cdot m$를 그대로 D점 반력모멘트로 착각하는 실수이다. 또 부재단 모멘트의 방향과 지점 반력모멘트의 방향을 같은 것으로 보는 경우 ④처럼 방향을 반대로 고르게 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

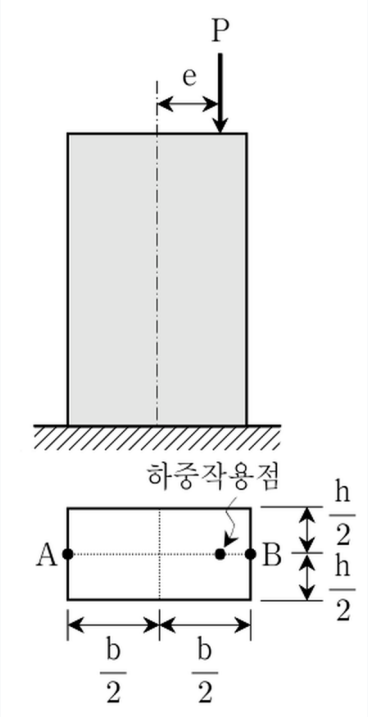
절점모멘트 분배 문제는 먼저 각 부재의 절점강성을 정리하고, 다음에 분배율로 절점모멘트를 구한 뒤, 고정단 부재만 carry-over 1/2를 적용하여 지점 반력까지 연결하면 된다. 마지막에는 부재단 모멘트와 지점 반력모멘트의 방향이 서로 반대라는 점을 다시 확인하면 된다.

암기 포인트

힌지 원단 강성은 $3EI/L$, 고정 원단 강성은 $4EI/L$, 고정단 carry-over는 1/2라는 순서로 기억하면 된다.

NoteBase

문 13. 그림과 같이 편심하중 P를 받는 짧은 기둥에서 바닥면의 A점과 B점에 발생하는 압축응력의 비율($\sigma_A : \sigma_B$)이 1 : 3이 되는 편심거리 e는? (단, 기둥의 좌굴 및 자중은 무시한다)



① $\frac{b}{6}$
② $\frac{b}{8}$
③ $\frac{b}{9}$
④ $\frac{b}{12}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 짧은 기둥의 편심하중에서 축압축응력과 휨응력을 합성해 가장자리 응력비로 편심거리 e를 구하는 문제이다.

조건 정리

단면은 가로 b, 세로 h인 직사각형이다.
A점과 B점은 폭 방향 양 끝점이다.
축하중은 P, 편심거리는 e, 휨모멘트는 $M = Pe$이다.
압축응력의 비는 $\sigma_A : \sigma_B = 1 : 3$이다.

NoteBase

사용할 공식

짧은 기둥의 편심압축 응력은
$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$
이다.
이 문제는 하중이 단면 중심에서 오른쪽으로 e만큼 치우쳐 작용하므로 축압축응력 $\frac{P}{A}$와 폭 방향 휨응력 $\frac{Mc}{I}$를 합성해야 한다.

계산 과정

단면적은 $A = bh$, 폭 방향 단면2차모멘트는 $I = \frac{hb^3}{12}$, 가장자리 거리는 $c = \frac{b}{2}$이다.
따라서
$\sigma_A = \frac{P}{bh} - \frac{Pe(b/2)}{hb^3/12} = \frac{P}{bh}\left(1 - \frac{6e}{b}\right)$
$\sigma_B = \frac{P}{bh} + \frac{Pe(b/2)}{hb^3/12} = \frac{P}{bh}\left(1 + \frac{6e}{b}\right)$
이다.
응력비가 $1 : 3$이므로
$\frac{1 - 6e/b}{1 + 6e/b} = \frac{1}{3}$
이고, 정리하면
$3\left(1 - \frac{6e}{b}\right) = 1 + \frac{6e}{b}$
$2 = \frac{24e}{b}$
$e = \frac{b}{12}$
이다.

선지 판단

1번 X: $e = \frac{b}{6}$을 대입하면 $\sigma_A = 0$, $\sigma_B = \frac{2P}{bh}$가 되어 응력비는 $0 : 2$이다. 중간핵 경계값에 해당할 뿐이며, 올바르게는 $e = \frac{b}{12}$이다.
2번 X: $e = \frac{b}{8}$을 대입하면 $\sigma_A : \sigma_B = (1 - \frac{3}{4}) : (1 + \frac{3}{4}) = \frac{1}{4} : \frac{7}{4} = 1 : 7$이다. 제시된 $1 : 3$과 다르며, 올바르게는 $e = \frac{b}{12}$이다.
3번 X: $e = \frac{b}{9}$을 대입하면 $\sigma_A : \sigma_B = (1 - \frac{2}{3}) : (1 + \frac{2}{3}) = \frac{1}{3} : \frac{5}{3} = 1 : 5$이다. 제시된 $1 : 3$과 다르며, 올바르게는 $e = \frac{b}{12}$이다.
4번 O: 계산 결과 $e = \frac{b}{12}$이고, 이때 $\sigma_A : \sigma_B = (1 - \frac{1}{2}) : (1 + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} : \frac{3}{2} = 1 : 3$이므로 맞다.

오답 포인트

직사각형 단면의 폭 방향 단면2차모멘트를 $I = \frac{hb^3}{12}$로 두지 않고 $I = \frac{bh^3}{12}$로 바꾸면 휨축을 잘못 잡게 된다.
σ_A와 σ_B의 부호를 반대로 두면 응력비 식이 뒤집혀 틀린다.
$e = \frac{b}{6}$은 한쪽 응력이 0이 되는 경계값인데, 이를 $1 : 3$ 비와 혼동하기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

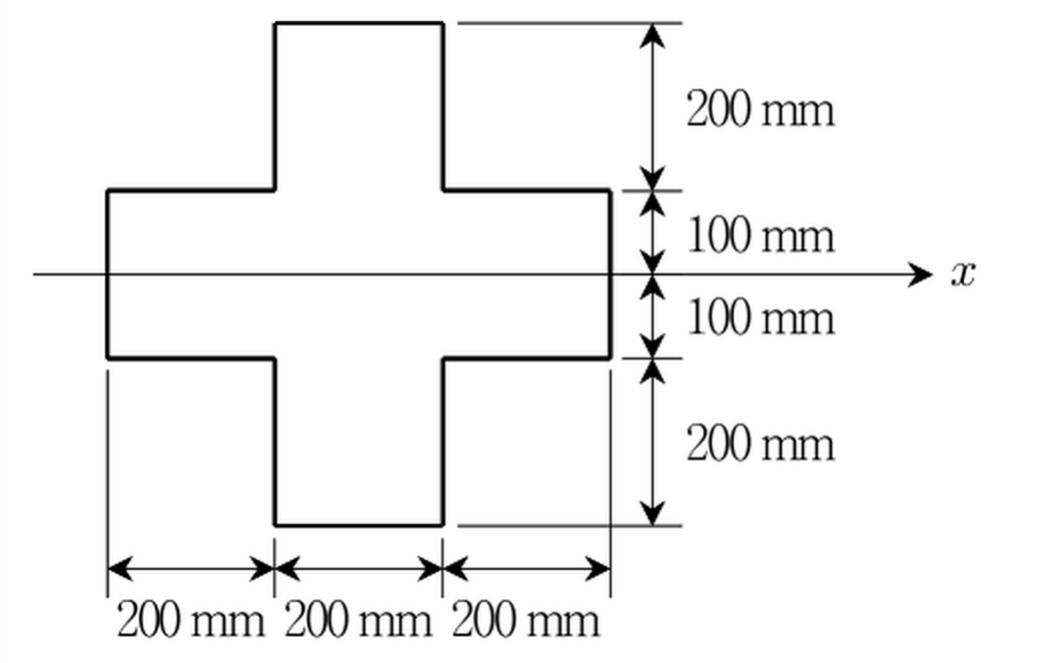
편심압축 문제는 먼저 A, I, c를 정리한 뒤 $\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$로 양 끝 응력을 쓰고, 마지막에 응력비를 식으로 세워 e를 구하면 된다.

암기 포인트

직사각형 편심압축의 가장자리 응력은 $\sigma = \frac{P}{bh}\left(1 \pm \frac{6e}{b}\right)$ 꼴로 정리된다.

NoteBase

문 14. 그림과 같은 단면을 가지는 보의 수평축 x에 대한 소성모멘트 [kN · m]의 크기는? (단, 보의 재료는 탄성-완전소성거동을 하고, 항복응력은 100MPa이다)



① 220

② 240

③ 2,200

④ 2,400

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 대칭 단면의 소성중립축을 잡고 소성단면계수 Z_p를 구한 뒤 소성모멘트 $M_p = \sigma_y Z_p$를 계산하는 문제이다.

NoteBase

조건 정리

주어진 값:
- 항복응력은 $\sigma_y = 100MPa = 100N/mm^2$이다.
- 단면은 x축 대칭이다.
- 전체 높이는 $600mm$, 전체 폭은 $600mm$이다.
- 가운데 가로부는 높이 $200mm$, 폭 $600mm$이다.
- 위아래 돌출부는 각각 폭 $200mm$, 높이 $200mm$이다.

구해야 할 값:
- 수평축 x에 대한 소성모멘트이다.

주의할 조건:
- 대칭 단면이므로 소성중립축은 단면 중심의 x축과 일치한다.

사용할 공식

사용 공식은 $M_p = \sigma_y Z_p$이다.
또한 대칭 단면의 소성단면계수는 상반부 일차모멘트의 두 배이므로
$Z_p = 2\sum A_i \bar{y}_i$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 이 단면이 x축에 대해 완전 대칭이어서 소성상태에서 상부는 전부 압축 항복, 하부는 전부 인장 항복을 하며, 소성중립축이 단면 중심을 지나기 때문이다.

계산 과정

1. 상반부를 두 직사각형으로 나눈다.
- 가운데 가로부의 상반부: $600 \times 100mm^2$, 도심거리 $50mm$
- 위 돌출부: $200 \times 200mm^2$, 도심거리 $200mm$

2. 상반부의 일차모멘트를 구한다.
Q_상=(600×100)×50+(200×200)×200 =3,000,000+8,000,000 =11,000,000 mm^3

3. 소성단면계수와 소성모멘트를 구한다.
Z_p=2Q_상=22,000,000 mm^3
$M_p = \sigma_y Z_p = 100 \times 22{,}000{,}000 = 2.2 \times 10^9 N \cdot mm$
$2.2 \times 10^9 N \cdot mm = 2200kN \cdot m$
따라서 계산 결과는 $2200kN \cdot m$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $2200kN \cdot m$이므로 $220kN \cdot m$는 틀리다.
- 이 값은 $N \cdot mm$를 $kN \cdot m$로 바꿀 때 10^6 대신 10^7로 나누는 단위환산 오류에서 나오기 쉽다.
- 틀린 표현은 수치 220이고, 올바르게는 $2200kN \cdot m$이다.

② X
- 계산 결과는 $2200kN \cdot m$이므로 $240kN \cdot m$는 틀리다.
- 이 값은 상반부 일차모멘트를 과대계산한 뒤 다시 단위환산까지 한 번 더 잘못했을 때 나오는 수치이다.
- 위 돌출부 $200 \times 200mm^2$의 도심은 x축에서 $200mm$ 떨어져 있으며, 이를 더 크게 잡으면 안 된다.
- 틀린 표현은 수치 240이고, 올바르게는 $2200kN \cdot m$이다.

③ O
- 상반부 일차모멘트가 $11{,}000{,}000mm^3$, 소성단면계수가 $22{,}000{,}000mm^3$이므로 소성모멘트는 $2200kN \cdot m$이다.
- 항복응력 $100MPa$를 곱한 뒤 $N \cdot mm$를 $kN \cdot m$로 바르게 환산하면 ③이 맞다.

④ X
- 계산 결과는 $2200kN \cdot m$이므로 $2400kN \cdot m$는 틀리다.
- 이 값은 상반부 도형의 도심거리, 특히 위 돌출부의 도심거리를 $200mm$보다 크게 잘못 잡아 Z_p를 $24{,}000{,}000mm^3$처럼 계산할 때 나오는 오답이다.
- 틀린 표현은 수치 2400이고, 올바르게는 $2200kN \cdot m$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 탄성단면계수 문제가 아니라 소성단면계수 문제라는 점과, 상반부 일차모멘트를 구한 뒤 반드시 두 배를 해야 한다는 점이다. 또 $N \cdot mm$를 $kN \cdot m$로 바꿀 때 10^6으로 나누는 환산을 빠뜨리거나 한 자리 더 나누면 220, 240 같은 오답으로 흐르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

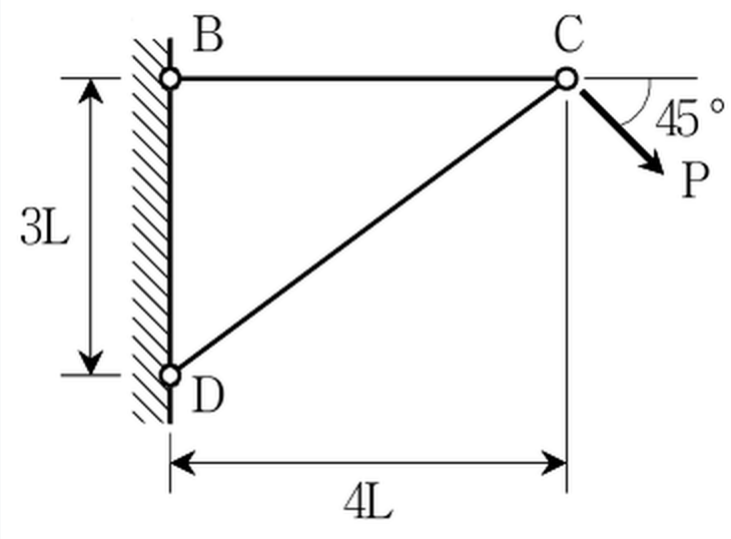
소성모멘트 문제는 먼저 단면의 대칭 여부를 보고 소성중립축 위치를 정한다. 그다음 상반부 또는 하반부의 면적과 도심거리로 일차모멘트 Q를 구하고, 대칭이면 $Z_p = 2Q$, 마지막에 $M_p = \sigma_y Z_p$와 단위환산까지 한 번에 검산하면 된다.

암기 포인트

대칭단면 소성모멘트는 상반부 일차모멘트의 두 배에 항복응력을 곱한 값이다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 하중을 받는 트러스에서 C점에 발생하는 수평변위의 크기는? (단, 모든 부재의 단면적은 A이고, 탄성계수는 E이며, 자중은 무시한다)



① $\frac{14\sqrt{2}PL}{3EA}$
② $\frac{11\sqrt{2}PL}{3EA}$
③ $\frac{11\sqrt{2}PL}{2EA}$
④ $\frac{7\sqrt{2}PL}{2EA}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 트러스 절점 C의 수평변위를 가상일의 원리로 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 부재는 수평재 BC와 대각재 DC이다.
부재 길이는 $BC = 4L$, $DC = \sqrt{(4L)^2 + (3L)^2} = 5L$이다.
하중 P는 수평, 수직 성분이 각각 $P/\sqrt{2}$이다.
구해야 할 값은 C점의 수평변위 크기이다.

NoteBase

사용할 공식

가상일의 원리는

$\delta_x = \sum \frac{N_i n_i L_i}{EA}$

이다.

여기서 N_i는 실제하중에 의한 부재력, n_i는 C점에 수평방향 단위하중을 작용시켰을 때의 가상부재력이다.

트러스의 절점 변위는 각 부재의 축변형만 기여하므로 이 공식을 사용한다.

계산 과정

1. 실제하중 상태에서 절점 C의 평형을 잡으면

$\sum V = 0 : \ -\frac{3}{5}N_{DC} - \frac{P}{\sqrt{2}} = 0$

이므로

$N_{DC} = -\frac{5P}{3\sqrt{2}}$

이다.

2. 수평방향 평형에서

$\sum H = 0 : \ -N_{BC} - \frac{4}{5}N_{DC} + \frac{P}{\sqrt{2}} = 0$

이므로

$N_{BC} = \frac{7P}{3\sqrt{2}}$

이다.

3. C점에 오른쪽으로 단위하중 1을 작용시키면 가상상태의 절점 C 평형에서

$\sum V = 0 : \ -\frac{3}{5}n_{DC} = 0 \Rightarrow n_{DC} = 0$

$\sum H = 0 : \ -n_{BC} + 1 = 0 \Rightarrow n_{BC} = 1$

이다.

4. 따라서 수평변위는

$\delta_x = \frac{N_{BC} n_{BC} L_{BC}}{EA} + \frac{N_{DC} n_{DC} L_{DC}}{EA}$

$= \frac{\left(\frac{7P}{3\sqrt{2}}\right)(1)(4L)}{EA} + 0$

$= \frac{28PL}{3\sqrt{2}EA} = \frac{14\sqrt{2}PL}{3EA}$

이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
계산 결과가 $\frac{14\sqrt{2}PL}{3EA}$이므로 옳다.

② X
선지값 $\frac{11\sqrt{2}PL}{3EA}$는 실제 계산 결과와 계수가 다르므로 틀리다. 수평변위는 가상상태에서 $n_{DC}=0$이 되어 수평재 BC의 기여만 남아야 한다. 올바르게는 $\frac{14\sqrt{2}PL}{3EA}$이다.

③ X
선지값 $\frac{11\sqrt{2}PL}{2EA}$는 분모와 계수가 모두 맞지 않는다. 실제 부재력 $N_{BC}=\frac{7P}{3\sqrt{2}}$와 부재길이 $4L$를 넣으면 이 값이 나오지 않는다. 올바르게는 $\frac{14\sqrt{2}PL}{3EA}$이다.

④ X
선지값 $\frac{7\sqrt{2}PL}{2EA}$도 계산 결과보다 작다. 단위하중법에서 BC의 길이 $4L$와 실제 부재력을 정확히 곱해야 하며, 그 결과는 이 값이 아니라 $\frac{14\sqrt{2}PL}{3EA}$이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 실제하중 상태의 부재력과 단위하중 상태의 가상부재력을 섞는 데 있다. 특히 수평변위를 구할 때 대각재는 가상상태에서 $n_{DC}=0$이므로 변위 합에 들어가지 않는데, 이를 넣거나 수평재 길이 $4L$를 빠뜨리면 오답으로 흐르기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

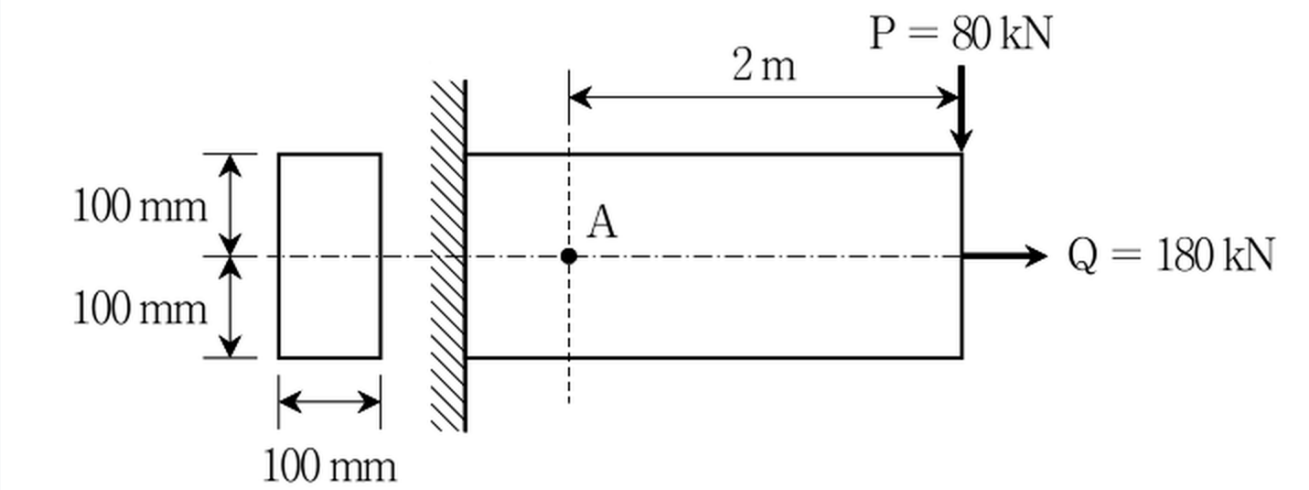
트러스 절점변위 문제는 먼저 실제하중으로 부재력 N_i를 구하고, 다음에 구하려는 방향으로 단위하중을 넣어 가상부재력 n_i를 구한 뒤 $\sum N_i n_i L_i/EA$에 대입하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

단위하중법은 실제부재력 N, 가상부재력 n, 부재길이 L를 곱해 $\delta=\sum NnL/EA$로 정리한다.

NoteBase

문 16. 그림과 같은 하중을 받는 캔틸레버보에서 A점에 발생하는 최대주응력[MPa]의 크기는? (단, 자중은 무시한다)



① 12.0

② 11.0

③ 9.5

④ 7.5

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 중립축 위의 점 A에서 축응력과 전단응력을 합성하여 최대수응력, 즉 주응력을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값은 $P = 80kN$, $Q = 180kN$, 단면 폭 $b = 100mm$, 단면 높이 $h = 200mm$이다.
단면적은 $A = bh = 100 \times 200 = 20000mm^2$이다.
A점은 단면의 중립축 위에 있으므로 휨에 의한 수직응력은 0이다.
직사각형 단면의 중립축에서는 전단응력이 최대가 된다.

사용할 공식

축응력은 $\sigma = Q/A$이다.
직사각형 단면의 최대 전단응력은 $\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$이다.
평면응력 상태의 최대수응력은 $\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ 이다.
이 문제의 A점에서는 $\sigma_x = Q/A$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = \tau_{max}$로 두면 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 축응력을 구하면 $\sigma = Q/A = 180000/20000 = 9MPa$이다.
2. A점은 중립축 위이므로 휨수직응력은 0이고, 전단력은 $V = P = 80kN$이므로 $\tau_{max} = \frac{3V}{2A} = \frac{3 \times 80000}{2 \times 20000} = 6MPa$이다.
3. 최대수응력은 $\sigma_1 = \frac{9}{2} + \sqrt{(\frac{9}{2})^2 + 6^2} = 4.5 + 7.5 = 12.0MPa$이다.

선지별 해설

① O: A점에서는 축응력 $9MPa$와 전단응력 $6MPa$를 함께 고려한 주응력이 최대수응력이다. 계산값이 $12.0MPa$이므로 옳다.
② X: 틀린 표현은 최대수응력을 $11.0MPa$로 본 점이다. 올바르게는 주응력식에 $\sigma = 9MPa$, $\tau = 6MPa$를 대입하여 $12.0MPa$가 된다.
③ X: 틀린 표현은 A점의 최대수응력을 $9.5MPa$로 본 점이다. 이 값은 축응력만 보거나 전단응력 영향을 불완전하게 반영한 오답에 가깝고, 올바르게는 전단응력을 함께 합성해 $12.0MPa$가 된다.
④ X: 틀린 표현은 최대수응력을 $7.5MPa$로 본 점이다. 이는 $\sigma/2$나 평균응력 수준만 본 오답이며, 올바르게는 주응력식으로 $12.0MPa$를 구해야 한다.

오답 포인트

캔틸레버보라는 이유만으로 PL/I 형태의 휨수직응력을 바로 적용하면 A점의 위치를 놓치게 된다. A점은 중립축 위이므로 휨수직응력은 0이고, 대신 직사각형 단면의 최대 전단응력을 반드시 포함해야 한다는 점이 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

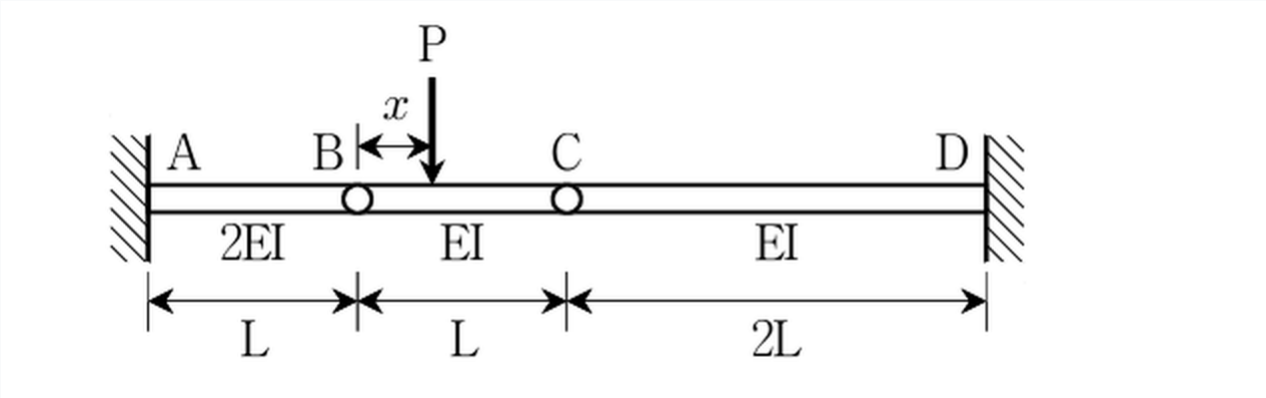
단면 안에서 점의 위치를 먼저 본다. 중립축 위의 점이면 휨수직응력은 0이고, 직사각형 단면의 중립축에서는 전단응력이 최대이므로 Q/A와 $3V/(2A)$를 구한 뒤 주응력식으로 최대수응력을 판단한다.

암기 포인트

중립축의 점은 휨수직응력 0, 직사각형 단면의 전단응력 최대, 최대수응력은 주응력식으로 계산한다.

NoteBase

문 17. 그림과 같은 보의 B점에서 x만큼 떨어진 위치에 하중 P를 가하였더니, C점의 수직변위가 B점 수직변위의 3배만큼 발생하였다. 거리 x는? (단, 부재 AB의 휨강성은 $2EI$이고, 부재 BC 및 CD의 휨강성은 EI이며, 휨변형만을 고려하고, 자중은 무시한다)



① $\frac{L}{10}$
② $\frac{3L}{11}$
③ $\frac{3L}{13}$
④ $\frac{3L}{19}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 내부힌지로 연결된 보에서 각 부재를 외팔보와 단순보로 나누어 반력을 구하고, 힌지점 B와 C의 수직변위 관계로 x를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $AB = L$, $BC = L$, $CD = 2L$, $EI_{AB} = 2EI$, $EI_{BC} = EI$, $EI_{CD} = EI$이다.
구해야 할 값: B점에서 하중 작용점까지의 거리 x이다.
주의할 조건: B, C는 내부힌지이므로 BC는 단순보처럼 반력을 구하고, B와 C의 실제 수직변위는 각각 AB, CD 외팔보의 자유단 처짐으로 계산한다.

사용할 공식

BC 구간의 반력은 $R_B = P\frac{L-x}{L}$, $R_C = P\frac{x}{L}$이다.
외팔보 자유단 집중하중 처짐은 $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 내부힌지 때문에 AB와 CD는 각각 힌지점에서 전단력만 전달받는 외팔보가 되고, B와 C의 수직변위는 각 외팔보 자유단의 처짐으로 바로 구할 수 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. BC를 단순보로 보면 하중 P에 대한 반력은 $R_B = P\frac{L-x}{L}$, $R_C = P\frac{x}{L}$이다.
2. AB는 길이 L, 강성 $2EI$인 외팔보이므로 B점 처짐은 $\delta_B = \frac{R_B L^3}{3\cdot 2EI} = \frac{P(L-x)L^2}{6EI}$이다.
3. CD는 길이 $2L$, 강성 EI인 외팔보이므로 C점 처짐은 $\delta_C = \frac{R_C (2L)^3}{3EI} = \frac{8PxL^2}{3EI}$이다.
4. 조건 $\delta_C = 3\delta_B$를 대입하면 $\frac{8PxL^2}{3EI} = 3\cdot\frac{P(L-x)L^2}{6EI}$이고, 이를 정리하면 $\frac{8x}{3} = \frac{L-x}{2}$, $16x = 3(L-x)$, $19x = 3L$이므로 $x = \frac{3L}{19}$이다.

선지별 해설

① X: $x = \frac{L}{10}$을 대입하면 $\delta_C/\delta_B = 16x/(L-x) = 16/9$가 되어 조건인 3이 되지 않는다. 올바르게는 $x = \frac{3L}{19}$이다.

② X: $x = \frac{3L}{11}$을 대입하면 $\delta_C/\delta_B = 6$이 되어 C점 변위가 B점의 3배가 아니라 6배가 된다. 올바르게는 $x = \frac{3L}{19}$이다.

③ X: $x = \frac{3L}{13}$을 대입하면 $\delta_C/\delta_B = \frac{24}{5}$가 되어 역시 조건을 만족하지 않는다. 올바르게는 $x = \frac{3L}{19}$이다.

④ O: $x = \frac{3L}{19}$을 대입하면 $\delta_C/\delta_B = 16x/(L-x) = 3$이 되어 주어진 변위 조건을 정확히 만족한다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 CD 길이가 $2L$인데 처짐식에서 길이의 세제곱 효과를 놓치는 경우와, AB의 휨강성 $2EI$를 반영하지 않는 경우이다. 이 두 조건을 빼먹으면 반력은 맞아도 변위비가 달라져 오답 선지 쪽으로 흐른다.

다시 나오면 이렇게 판단

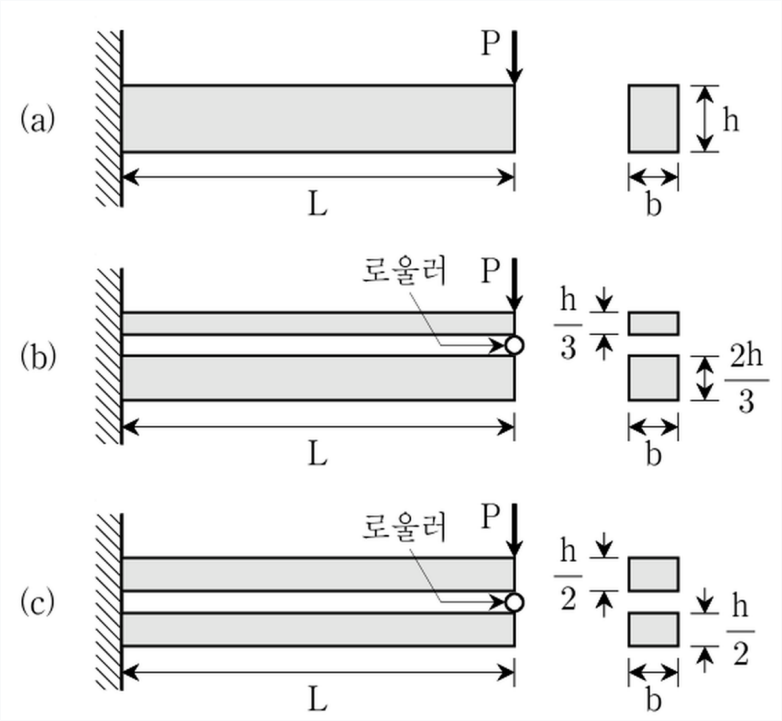
내부힌지가 있는 변위 문제는 먼저 힌지 구간을 단순보로 보아 반력을 구하고, 그 반력이 연결된 외팔보 자유단에 어떻게 작용하는지 분리해서 본다. 그다음 각 점 처짐을 $\delta = PL^3/(3EI)$ 형태로 구해 비율식을 세우면 된다.

암기 포인트

내부힌지 변위 문제는 반력은 단순보, 힌지점 처짐은 연결 외팔보의 자유단 처짐으로 계산한다.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 동일한 재료로 만들어진 캔틸레버보 (a), (b), (c)에 같은 크기의 하중 P가 각각 작용하여 하중작용점에 수직변위 Δ_a, Δ_b, Δ_c가 발생한 경우, 그 비율 $\Delta_a : \Delta_b : \Delta_c$은? (단, 보의 휨변형만을 고려하고, 자중은 무시한다)



① 1 : 2 : 4

② 1 : 3 : 2

③ 1 : 3 : 4

④ 2 : 3 : 4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 캔틸레버보의 끝단 처짐식 $\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$와 롤러 접합부의 변위 적합조건을 이용해 $\Delta_a : \Delta_b : \Delta_c$를 비교하는 문제이다.

조건 정리

(a)는 단면이 $b \times h$인 일체형 보이다.
(b), (c)는 층 사이에 롤러가 있어 모멘트를 전달하지 못하므로 각 층이 독립적으로 휜다.
세 경우 모두 P, L, E가 같으므로 처짐 비교는 단면2차모멘트 또는 등가강성 비교로 정리할 수 있다.

NoteBase

사용할 공식

캔틸레버보 자유단 집중하중의 처짐은 $\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$이다.
직렬이 아니라 같은 끝단 변위를 공유하는 병렬 휨계이므로 롤러로 연결된 경우의 등가강성은 $k_1 + k_2$이고, $k_i = \frac{3EI_i}{L^3}$이므로 $\Delta = \frac{P}{k_1 + k_2} = \frac{PL^3}{3E(I_1 + I_2)}$가 된다.
이 공식을 쓰는 이유는 롤러가 전단력만 전달하고 각 층의 회전과 휨모멘트는 서로 구속하지 않기 때문이다.

계산 과정

1. (a)의 단면2차모멘트는 $I_a = \frac{bh^3}{12}$이므로 $\Delta_a = \frac{PL^3}{3EI_a}$이다.
2. (b)는 위층 두께가 $\frac{h}{3}$, 아래층 두께가 $\frac{2h}{3}$이므로
$I_b' = \frac{b(h/3)^3}{12} + \frac{b(2h/3)^3}{12} = \frac{bh^3}{324} + \frac{8bh^3}{324} = \frac{bh^3}{36}$.
따라서
$\Delta_b = \frac{PL^3}{3EI_b'} = \frac{PL^3}{3E(bh^3/36)} = 3\Delta_a$.
3. (c)는 두 층이 각각 $\frac{h}{2}$이므로
$I_c' = 2 \times \frac{b(h/2)^3}{12} = 2 \times \frac{bh^3}{96} = \frac{bh^3}{48}$.
따라서
$\Delta_c = \frac{PL^3}{3EI_c'} = \frac{PL^3}{3E(bh^3/48)} = 4\Delta_a$.
4. 따라서 비는 $\Delta_a : \Delta_b : \Delta_c = 1 : 3 : 4$이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 1 : 2 : 4는 (b)의 강성을 $I_a/2$ 정도로 잘못 본 값이다.
- (b)는 $I_b' = \frac{bh^3}{36}$이므로 $\Delta_b = 3\Delta_a$가 되어야 한다.
- 틀린 표현은 '1:2:4'이고, 올바르게는 '1:3:4'이다.

② X
- 1 : 3 : 2는 (c)의 처짐을 (a)보다 작게 잡은 값인데, 층을 둘로 나누면 일체형보다 강성이 더 작아져 처짐은 더 커진다.
- (c)는 $I_c' = \frac{bh^3}{48}$이므로 $\Delta_c = 4\Delta_a$이다.
- 틀린 표현은 '1:3:2'이고, 올바르게는 '1:3:4'이다.

③ O
- (a) 기준으로 (b)는 3배, (c)는 4배 처짐이므로 $\Delta_a : \Delta_b : \Delta_c = 1 : 3 : 4$가 맞다.
- 롤러 접합은 합성보가 아니라 독립 보의 병렬 강성 합으로 처리하는 점이 핵심이다.

④ X
- 2 : 3 : 4는 (a)를 1로 정규화하지 못한 값이다.
- 비는 공통배수로 바꿀 수 있지만 가장 간단한 비로 쓰면 1 : 3 : 4이다.
- 틀린 표현은 '2:3:4'이고, 올바르게는 '1:3:4'이다.

오답 포인트

롤러가 있다고 해서 전체 높이 h에 대한 일체형 단면2차모멘트를 그대로 쓰면 오답이 된다. 이 문항의 함정은 층이 나뉜 보를 합성단면으로 착각하는 점과, 두께가 줄어들면 $I \propto h^3$로 급격히 작아진다는 점을 놓치는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

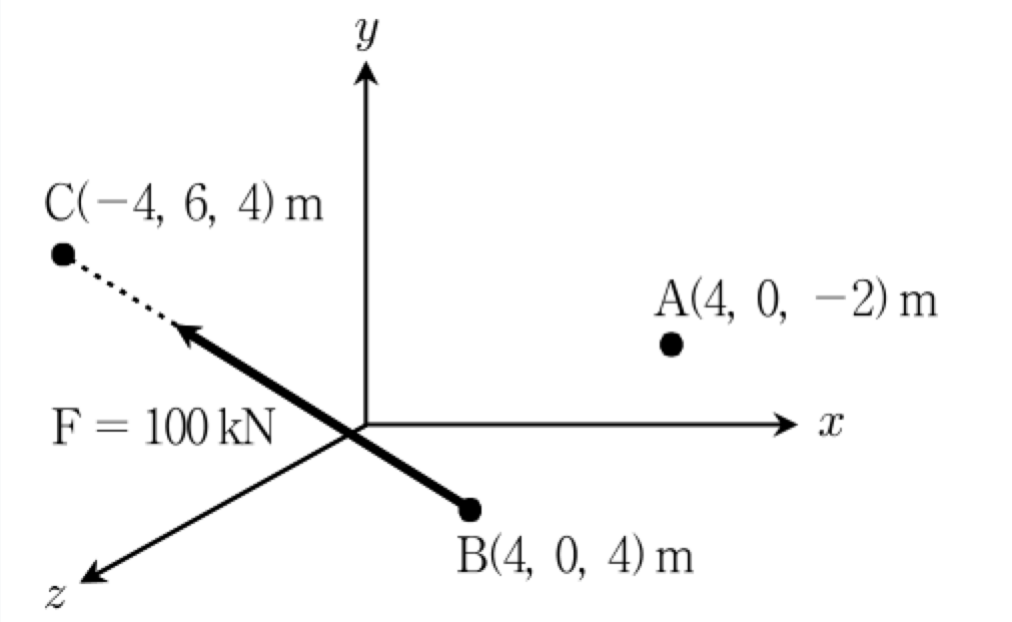
분리된 보가 롤러나 핀으로만 접촉하면 먼저 '모멘트 전달이 되는지'를 본다. 모멘트 전달이 없으면 각 부재의 I를 자기 단면 기준으로 따로 구하고, 같은 하중점 변위를 공유하면 강성 $k = \frac{3EI}{L^3}$를 합해 전체 처짐을 판단한다.

암기 포인트

캔틸레버 자유단 처짐은 $\Delta \propto \frac{1}{I}$이고, 직사각형 단면은 $I \propto h^3$이다. 롤러 분리 단면은 합성효과가 없어 처짐이 크게 늘어난다.

NoteBase

문 19. 그림과 같이 크기가 100kN인 힘 F가 B점에서 C점 방향으로 작용하고 있다. 힘 F에 의한 A점에서의 모멘트 M_A[kN · m]를 벡터로 표현하면? (단, i, j, k는 각각 x, y, z축에 대한 방향단위벡터이다)



① $M_A = -360i - 480j$

② $M_A = -360i + 480k$

③ $M_A = -360i + 240k$

④ $M_A = -360i - 240j$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 힘의 작용선 방향벡터로 힘의 성분을 구한 뒤 $\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F}$로 A점 모멘트를 계산하는 문제이다.

조건 정리

주어진 점은 $A(4, 0, -2)m, B(4, 0, 4)m, C(-4, 6, 4)m$이다.
힘은 B점에서 C점 방향으로 작용하며 크기는 $100kN$이다.
구해야 할 값은 A점에서의 모멘트 벡터 $\mathbf{M}_A$이다.

사용할 공식

점 A에 대한 모멘트는 $\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F}$이다.
여기서 $\mathbf{r}_{AB} = \overrightarrow{AB}$는 A점에서 힘의 작용점 B까지의 위치벡터이다.
힘은 크기와 방향이 주어졌으므로 $\mathbf{F} = 100\frac{\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}$로 구한다.

NoteBase

계산 과정

먼저 $\overrightarrow{BC} = (-8, 6, 0)$이고, $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = 10$이므로 힘벡터는
$\mathbf{F} = 100\left(-\frac{8}{10}\mathbf{i} + \frac{6}{10}\mathbf{j}\right) = -80\mathbf{i} + 60\mathbf{j} kN$이다.
또한 $\mathbf{r}_{AB} = B - A = (0, 0, 6) = 6\mathbf{k} m$이다.
외적을 성분으로 계산하면 $\mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F} = 6\mathbf{k} \times (-80\mathbf{i} + 60\mathbf{j}) = -360\mathbf{i} - 480\mathbf{j} kN \cdot m$이다.

선지별 해설

① O. 계산 결과가 $-360\mathbf{i} - 480\mathbf{j} kN \cdot m$이므로 일치한다.
② X. 모멘트는 $\mathbf{r}_{AB} = 6\mathbf{k}$와 $\mathbf{F} = -80\mathbf{i} + 60\mathbf{j}$의 외적이므로 결과는 xy평면 성분만 가진다. 따라서 $+480\mathbf{k}$가 나올 수 없다. 틀린 표현은 $+480\mathbf{k}$이고, 올바르게는 $-480\mathbf{j}$이다.
③ X. k성분이 생길 수 없는 점은 ②와 같고, 240도 값이 맞지 않는다. j성분은 $-6 \times 60 = -480$이어야 한다. 틀린 표현은 $+240\mathbf{k}$이고, 올바르게는 $-480\mathbf{j}$이다.
④ X. i성분 $-360\mathbf{i}$는 맞지만 j성분의 크기가 절반으로 잘못되었다. $F_y = 60kN$이므로 j성분은 $-6 \times 60 = -480$이다. 틀린 표현은 $-240\mathbf{j}$이고, 올바르게는 $-480\mathbf{j}$이다.

오답 포인트

힘의 방향벡터 $\overrightarrow{BC}$를 단위벡터로 바꾸지 않거나, 외적 결과의 축을 잘못 읽으면 ②, ③ 같은 k성분 오답이 나온다. 또한 $F_y = 60kN$를 $30kN$처럼 잘못 잡으면 ④처럼 $-240\mathbf{j}$가 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

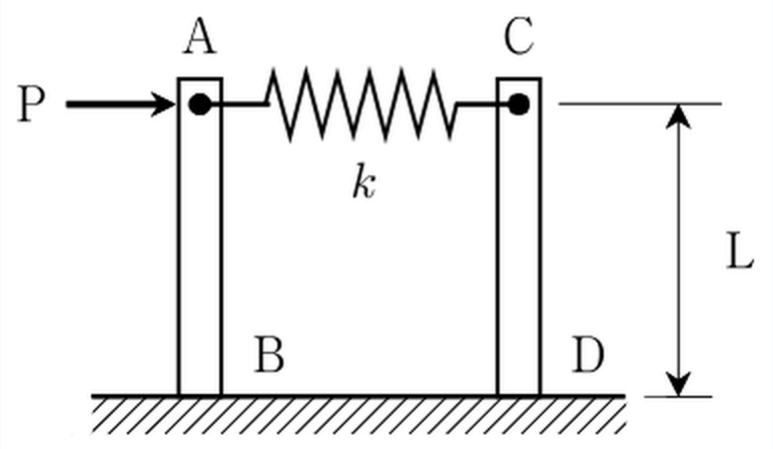
공간 모멘트 문제는 먼저 힘의 작용점과 방향으로 힘벡터를 만든 뒤, 기준점에서 작용점까지의 위치벡터를 잡고, 마지막에 $\mathbf{r} \times \mathbf{F}$의 축과 부호를 확인하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

모멘트는 기준점에서 작용점까지의 위치벡터와 힘벡터의 외적이며, 작용선 방향은 반드시 단위벡터로 바꾼다.

NoteBase

문 20. 그림과 같이 두 개의 캔틸레버보를 스프링으로 연결한 구조에 하중 P가 작용하고 있다. C점의 수평변위 크기는? (단, 모든 캔틸레버보의 휨강성은 EI이고, 스프링의 강성 k는 $\frac{6EI}{L^3}$이다)



① $\frac{PL^3}{7EI}$
② $\frac{2PL^3}{15EI}$
③ $\frac{2PL^3}{13EI}$
④ $\frac{3PL^3}{13EI}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 각 캔틸레버보의 자유단 휨강성 $3EI/L^3$과 스프링 강성 $6EI/L^3$을 이용해 C점 수평변위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 각 캔틸레버보의 자유단 휨강성은 $k_b = 3EI/L^3$이다.
- 연결 스프링의 강성은 $k = 6EI/L^3$이다.
- A점에 오른쪽으로 하중 P가 작용한다.

구해야 할 값:
- C점의 수평변위 δ_C

주의할 조건:
- 두 자유단 A, C는 서로 스프링으로 연결되어 있으므로 한쪽 변위만 따로 계산하면 안 된다.

NoteBase

사용할 공식

캔틸레버 자유단에 수평력 F가 작용하면 자유단 변위는 $\delta = FL^3/(3EI)$이므로, 자유단의 등가 횡강성은 $k_b = F/\delta = 3EI/L^3$이다.

두 절점 A, C에 대해 평형식을 세우면

$P = k_b\delta_A + k(\delta_A - \delta_C), \qquad 0 = k_b\delta_C + k(\delta_C - \delta_A)$

가 된다.

이 공식을 쓰는 이유는 실제 구조가 자유단 2개와 연결 스프링 1개로 이루어진 선형 탄성계이기 때문이다.

계산 과정

1. 각 보의 자유단 횡강성을 $k_b = 3EI/L^3$, 연결 스프링 강성을 $k = 6EI/L^3$로 둔다.

2. C점 평형식에서

$0 = k_b\delta_C + k(\delta_C - \delta_A)$

이므로

$0 = \frac{3EI}{L^3}\delta_C + \frac{6EI}{L^3}(\delta_C - \delta_A)$

$3\delta_C + 6\delta_C - 6\delta_A = 0 \Rightarrow 9\delta_C = 6\delta_A \Rightarrow \delta_C = \frac{2}{3}\delta_A$

가 된다.

3. A점 평형식에 대입하면

$P = k_b\delta_A + k(\delta_A - \delta_C)$

$P = \frac{3EI}{L^3}\delta_A + \frac{6EI}{L^3}\left(\delta_A - \frac{2}{3}\delta_A\right) = \frac{5EI}{L^3}\delta_A$

이므로

$\delta_A = \frac{PL^3}{5EI}$

이다.

4. 따라서

$\delta_C = \frac{2}{3}\delta_A = \frac{2}{3}\cdot\frac{PL^3}{5EI} = \frac{2PL^3}{15EI}$

가 된다.

NoteBase

선지 판단

① X
- $PL^3/(7EI)$는 계산 결과와 다르다. C점 수평변위는 $PL^3/(7EI)$가 아니라 $2PL^3/(15EI)$이다.
- 이 값은 두 보와 스프링의 연성거동을 충분히 반영하지 않고 등가강성을 임의로 합성할 때 나올 수 있는 오답이다.

② O
- 계산 결과 $\delta_C = 2PL^3/(15EI)$이므로 옳다.

③ X
- $2PL^3/(13EI)$는 계산 결과와 다르다. C점 수평변위는 $2PL^3/(13EI)$가 아니라 $2PL^3/(15EI)$이다.
- 이 값은 A점 평형식에서 $\delta_C = 2\delta_A/3$ 관계를 잘못 대입하거나, 스프링력과 보의 복원력을 중복 가산할 때 생기기 쉽다.

④ X
- $3PL^3/(13EI)$는 계산 결과와 다르다. C점 수평변위는 $3PL^3/(13EI)$가 아니라 $2PL^3/(15EI)$이다.
- 이 값은 C점 변위를 A점 변위와 거의 같은 크기로 잘못 보는 착오에서 나올 수 있다. 실제로는 $\delta_C = 2\delta_A/3$이다.

계산 결과 $\delta_C = 2PL^3/(15EI)$이므로 정답은 2번이다.

오답 포인트

캔틸레버보를 각각 독립된 보로만 보고 끝내면 오답이 된다. 이 문제의 함정은 자유단 강성 $3EI/L^3$은 알고 있어도, A와 C가 스프링으로 연결되어 있어 δ_A와 δ_C를 연립해야 한다는 점을 놓치기 쉽다는 데 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

보-스프링 결합 계산형 문제는 각 부재를 먼저 등가강성으로 바꾸고, 절점마다 평형식을 세워 연립한 뒤 구하려는 변위를 정한다는 순서로 판단한다.

암기 포인트

캔틸레버 자유단 횡강성은 $3EI/L^3$이고, 연결 스프링이 있으면 절점 변위는 단독 계산이 아니라 연립평형으로 구한다.

NoteBase