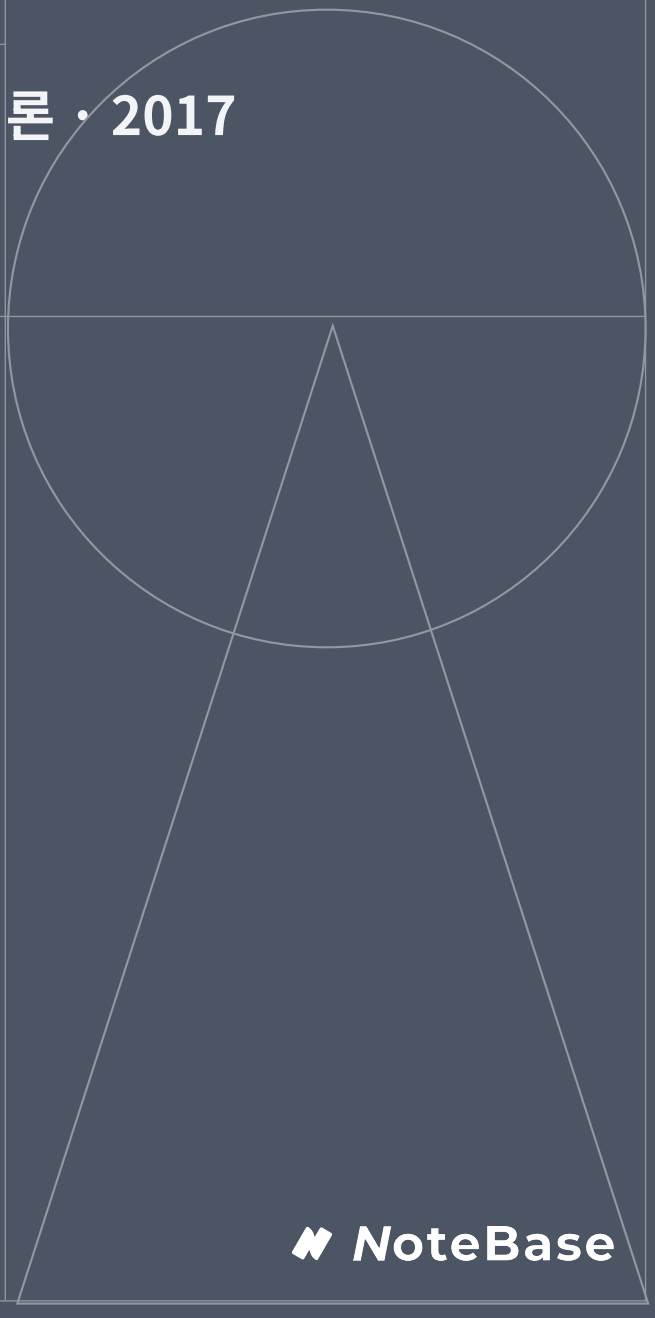
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 통신이론 · 2017



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 통신이론 · 2017

공무원/국가직/7급 · 통신이론 · 2017

문 1. 신호 $x(t)$의 푸리에 변환을 $X(f)$라고 할 때, 옳지 않은 것은? (단, *는 컨벌루션 연산이다)

① $x(t-t_0) \Longleftrightarrow X(f)e^{-j2\pi ft_0}$

② $x(t)e^{j2\pi f_0 t} \Longleftrightarrow X(f-f_0)$

③ $x(t) * x(t) \Longleftrightarrow X^2(f)$

④ $x(t)\cos(2\pi f_0 t) \Longleftrightarrow X(f-f_0)+X(f+f_0)$

정답 4번

출제 포인트

푸리에 변환의 기본 성질(시간 이동, 주파수 이동, 컨벌루션 정리, 변조 정리)을 정확한 계수까지 포함해 알고 있는지를 묻는다. 특히 코사인 변조에서 나타나는 $\frac{1}{2}$ 계수를 빠뜨리기 쉬운 함정이 핵심이다.

조건 정리

신호 $x(t)$의 푸리에 변환을 $X(f)$라 한다. $*$는 컨벌루션 연산이다. 각 선지가 나타내는 시간영역 연산과 그에 대응하는 주파수영역 결과가 실제 변환 성질과 일치하는지를 하나씩 확인한다.

사용할 공식

시간 이동: $x(t-t_0) \Leftrightarrow X(f)e^{-j2\pi ft_0}$. 주파수 이동(변조): $x(t)e^{j2\pi f_0 t} \Leftrightarrow X(f-f_0)$. 컨벌루션 정리: $x(t)*x(t) \Leftrightarrow X^2(f)$. 코사인 변조(오일러 공식 이용): $\cos(2\pi f_0 t)=\frac{1}{2}(e^{j2\pi f_0 t}+e^{-j2\pi f_0 t})$이므로 $x(t)\cos(2\pi f_0 t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}[X(f-f_0)+X(f+f_0)]$.

계산 과정

①은 시간 이동 성질 그대로이므로 옳다. ②는 주파수 이동 성질 그대로이므로 옳다. ③은 시간영역 컨벌루션이 주파수영역 곱으로 바뀌는 컨벌루션 정리 그대로이므로 옳다. ④는 $x(t)\cos(2\pi f_0 t)$를 오일러 공식으로 전개하면 $x(t)\cos(2\pi f_0 t)=\frac{1}{2}x(t)e^{j2\pi f_0 t}+\frac{1}{2}x(t)e^{-j2\pi f_0 t}$가 되고, 각 항에 주파수 이동 성질을 적용하면 $\frac{1}{2}X(f-f_0)+\frac{1}{2}X(f+f_0)$가 된다. 즉 $\frac{1}{2}$ 계수가 반드시 붙어야 하는데 선지 ④에는 이 계수가 빠져 있으므로 옳지 않다.

NoteBase

선지 판단

① x(t-t0) ⇔ X(f)e^{-j2πft0} — O. 시간 이동 성질과 정확히 일치한다.
② x(t)e^{j2πf0t} ⇔ X(f-f0) — O. 주파수 이동 성질과 정확히 일치한다.
③ x(t)*x(t) ⇔ X^2(f) — O. 컨벌루션 정리와 정확히 일치한다.
④ x(t)cos(2πf0t) ⇔ X(f-f0)+X(f+f0) — X. 틀린 표현 → 올바른 표현: $X(f-f_0)+X(f+f_0) \rightarrow \frac{1}{2}[X(f-f_0)+X(f+f_0)]$. 코사인 변조에는 $\frac{1}{2}$ 계수가 반드시 곱해져야 하므로, 계수가 빠진 이 선지가 옳지 않은 것이다.

오답 포인트

코사인 변조 성질을 주파수 이동 성질과 혼동해 계수를 누락하는 경우가 가장 흔한 실수다. cos를 오일러 공식으로 풀면 두 개의 지수함수 항이 각각 $\frac{1}{2}$의 계수를 가지므로, 이를 더한 결과에도 $\frac{1}{2}$이 남아야 한다. 이 계수를 빠뜨리면 정답을 놓치게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

코사인이나 사인으로 변조된 신호의 푸리에 변환이 나오면, 먼저 오일러 공식으로 지수함수 형태로 바꾼 뒤 각 항에 주파수 이동 성질을 적용하고 마지막에 계수($\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{1}{2j}$)가 붙어 있는지를 확인한다.

암기 포인트

$x(t)\cos(2\pi f_0 t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}[X(f-f_0)+X(f+f_0)]$, $x(t)\sin(2\pi f_0 t) \Leftrightarrow \frac{1}{2j}[X(f-f_0)-X(f+f_0)]$로 계수까지 함께 외워 둔다.

NoteBase

문 2. FM 수신기의 주파수 판별기(Frequency Discriminator)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 수신신호의 순시주파수에 따라 선형적으로 변화하는 출력 전압을 발생한다.

② 적분기 역할을 수행한다.

③ 판별기의 출력신호를 포락선 검파하여 본래의 정보신호를 검출할 수 있다.

④ FM 신호를 AM 신호로 변환하는 역할을 수행한다.

정답 2번

출제 포인트

FM 주파수 판별기(discriminator)가 순시주파수 변화를 어떤 수학적 연산과 회로 동작으로 진폭 변화로 바꾸어 정보신호를 복원하는지를 정확히 이해하는지 묻는다. 판별기를 미분기로 보는지 적분기로 잘못 보는지가 정오를 가른다.

핵심 개념

FM 신호는 순시주파수에 정보신호가 실려 있으므로, 이를 복조하려면 순시주파수 변화를 진폭(전압) 변화로 바꾸는 회로가 필요하다.
주파수 판별기는 입력신호를 시간에 대해 미분하는 미분기(differentiator) 특성을 가진다. FM 신호를 미분하면 순시주파수에 비례하는 진폭을 갖는 신호로 바뀌는데, 이는 각 변조된 신호의 위상을 시간미분하면 각주파수(순시주파수)가 얻어진다는 원리에 근거한다.
미분기를 거쳐 순시주파수에 선형 비례하는 진폭변조(AM) 신호로 변환된 후, 포락선 검파기로 그 진폭 변화를 검출하면 본래의 정보신호가 복원된다. 즉 주파수 판별기는 '미분기 + 포락선 검파기'의 조합으로 동작하며, 전체적으로는 FM 신호를 AM 신호로 바꾸어 검파 가능하게 만드는 역할을 한다.

NoteBase

선지별 해설

① 순시주파수에 따라 선형적으로 변화하는 출력 전압을 발생한다.
O. 주파수 판별기의 정의 그 자체이다. 입력의 순시주파수 변화에 선형으로 비례하는 출력 전압을 만들어 내는 것이 판별기의 핵심 기능이다.

② 적분기 역할을 수행한다.
X. 판별기는 적분기가 아니라 미분기 역할을 수행한다 → 틀린 표현 '적분기 역할을 수행한다' → 올바른 표현 '미분기 역할을 수행한다'. 순시주파수는 위상의 시간미분이므로, 위상 정보를 담은 신호로부터 주파수(따라서 정보신호)를 얻으려면 미분 연산이 필요하다.

③ 판별기의 출력신호를 포락선 검파하여 본래의 정보신호를 검출할 수 있다.
O. 미분기를 거쳐 얻어진 신호는 순시주파수에 따라 진폭이 변하는 형태이므로, 이 진폭 변화를 포락선 검파기로 검출하면 정보신호가 복원된다. 대표적인 판별기(예: Foster-Seeley 판별기, 비검파기)가 이러한 미분+포락선 검파 구조로 동작한다.

④ FM 신호를 AM 신호로 변환하는 역할을 수행한다.
O. 미분 연산을 거치면 주파수 변화가 진폭 변화로 바뀌므로, 결과적으로 FM 신호가 AM 신호로 변환된 것과 같은 형태가 된다. 이후 포락선 검파로 정보신호를 얻을 수 있는 것도 이 때문이다.

오답 포인트

'미분'과 '적분'을 반대로 기억하기 쉬운데, 순시주파수는 위상을 시간에 대해 미분한 값이라는 관계를 기억해 두면 판별기가 미분기라는 사실이 자연스럽게 도출된다. 판별기를 단순히 '주파수를 전압으로 바꾸는 장치'로만 암기하면 미분기인지 적분기인지 헷갈릴 수 있으므로, '위상 미분 → 순시주파수 → 진폭변화(AM화) → 포락선 검파'라는 신호 흐름 전체를 함께 기억해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

주파수 판별기·주파수 검파기 관련 문항에서 '적분기'라는 단어가 나오면 우선 의심한다. 판별기는 미분기이고, 반대로 위상변조(PM) 복조에서는 미분기 출력을 다시 적분해 주파수변조 신호로 되돌리는 등 미분/적분이 혼용되는 문맥이 있으니, 어떤 변조 방식의 어느 단계인지부터 확인한 뒤 판단한다.

암기 포인트

주파수 판별기 = 미분기 + 포락선 검파기. 미분기가 FM 신호를 AM 신호로 바꾸고, 포락선 검파기가 그 진폭변화에서 정보신호를 뽑아낸다.

NoteBase

문 3. 비트전송률이 32,000[bits/s]인 정보를 16-PAM을 통해 전송할 때, 심벌전송률 [symbols/s]은?

① 2,000

② 4,000

③ 6,000

④ 8,000

정답 4번

출제 포인트

M진 변조 방식에서 비트전송률과 심벌전송률의 관계를 구하는 문제이다. 한 심벌이 몇 비트를 실어 나르는지를 진수 M으로부터 구한 뒤, 비트전송률을 그 값으로 나누어 심벌전송률을 계산할 수 있는지 확인한다.

조건 정리

비트전송률 $R_b = 32{,}000$ [bits/s], 변조 방식은 16-PAM이므로 진수 $M = 16$이다. 한 심벌이 표현하는 비트 수는 $\log_2 M$이다.

사용할 공식

심벌당 비트 수 $k = \log_2 M$이고, 심벌전송률 R_s와 비트전송률 R_b의 관계는 $R_b = R_s \times k$, 즉 $R_s = \frac{R_b}{k} = \frac{R_b}{\log_2 M}$이다.

계산 과정

16-PAM은 $M = 16 = 2^4$이므로 한 심벌이 $k = \log_2 16 = 4$비트를 전달한다. 따라서 심벌전송률은 $R_s = \frac{32{,}000}{4} = 8{,}000$ [symbols/s]이다.

선지 판단

① 2,000 → X, 비트전송률을 16으로 나눈 값으로 심벌당 비트 수 대신 진수 M을 그대로 나눈 오답이다(32,000 ÷ 16 = 2,000).
② 4,000 → X, 32,000을 8로 나눈 값으로 심벌당 비트 수를 잘못 3이 아닌 8로 놓거나 계산을 잘못한 경우에 나오는 값이다.
③ 6,000 → X, 올바른 나눗셈 관계를 따르지 않고 임의로 계산한 값으로 어떤 정상적인 산식으로도 나오지 않는 오답이다.
④ 8,000 → O, 심벌당 4비트($\log_2 16 = 4$)를 전달하므로 32,000 ÷ 4 = 8,000 [symbols/s]로 올바르게 계산된 값이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 심벌당 비트 수 $\log_2 M$ 대신 진수 M 자체를 나누는 것이다(32,000 ÷ 16 = 2,000으로 계산해 ①을 고르는 경우). 16-PAM에서 '16'은 심벌의 개수(진수)이지 비트 수가 아니며, 실제로 나눠야 할 값은 $\log_2 16 = 4$이다.

다시 나오면 이렇게 판단

M-PAM, M-PSK, M-QAM 등 M진 변조 문제를 만나면 먼저 $k = \log_2 M$로 심벌당 비트 수를 구한다. 그 다음 비트전송률이 주어지면 심벌전송률 $=$ 비트전송률 $\div k$, 심벌전송률이 주어지면 비트전송률 $=$ 심벌전송률 $\times k$로 환산한다.

암기 포인트

M진 변조에서 심벌당 비트 수는 $k = \log_2 M$이다. 심벌전송률 $=$ 비트전송률 $\div \log_2 M$이라는 관계식을 기억해 둔다. 16-PAM은 $k = 4$, 8진 변조는 $k = 3$, 4진 변조는 $k = 2$임을 함께 정리해 둔다.

NoteBase

문 4. Shannon의 채널용량(Channel Capacity)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 채널의 입력신호와 출력신호 사이의 최소 상호정보(Mutual Information)로 표현된다.

② 대역 제한된 AWGN 채널에서는 채널의 대역폭에 대하여 선형적으로 증가한다.

③ 전송률의 한계를 정하는 것이지 오류의 한계를 정하는 것은 아니다.

④ 어떤 채널을 통해 전송할 수 있는 최대의 정보량을 나타내는 것이다.

정답 1번

출제 포인트

Shannon의 채널용량(Channel Capacity) 개념을 얼마나 정확히 이해하고 있는지를 묻는다. 채널용량의 정의(상호정보의 최댓값), 대역 제한 AWGN 채널에서 대역폭과의 관계, 그리고 채널용량이 전송률의 한계를 의미하지 오류율 자체를 규정하는 값이 아니라는 점을 구분할 수 있어야 한다.

핵심 개념

채널용량 C는 입력신호 X와 출력신호 Y 사이의 상호정보 $I(X;Y)$를 입력 확률분포 $p(x)$에 대해 최대화한 값으로 정의된다: $C = \max_{p(x)} I(X;Y)$ 즉 여러 입력분포 중에서 상호정보를 가장 크게 만드는 경우의 값이 채널용량이며, 최소값이 아니라 최댓값이다.
대역 제한된 AWGN 채널의 경우 Shannon-Hartley 정리에 따라 $C = B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$ 로 주어지며, 신호전력 S와 잡음전력 N이 일정할 때 대역폭 B가 커질수록 채널용량도 함께 증가하는 관계를 가진다.
또한 채널용량은 그 값 이하의 전송률로는 오류확률을 임의로 작게 만드는 부호화가 존재함을 보장하는 전송률의 한계이며, 오류 자체가 전혀 없다는 것이나 오류의 크기를 정하는 개념이 아니다.

선지별 해설

① X — 채널용량은 입력신호와 출력신호 사이의 상호정보의 최댓값으로 표현된다. 지문의 '최소 상호정보'는 정의를 반대로 서술한 것으로, 옳지 않은 설명이다.
② O — 대역 제한된 AWGN 채널에서 채널용량은 대역폭이 커질수록 함께 증가하는 관계를 가지며, 대역폭에 대한 채널용량의 이러한 증가 경향을 설명한 것으로 옳은 설명이다.
③ O — 채널용량은 통신 시 오류확률을 임의로 작게 만들 수 있는 전송률의 상한을 의미할 뿐, 오류의 한계(오류율 자체)를 규정하는 값은 아니므로 옳은 설명이다.
④ O — 채널용량은 주어진 채널을 통해 신뢰성 있게 전송할 수 있는 최대의 정보량을 나타내는 값이므로 옳은 설명이다.

NoteBase

오답 포인트

채널용량의 정의에서 '최댓값'과 '최소값'을 혼동하기 쉽다. 채널용량은 여러 입력분포 중 상호정보를 가장 크게 만드는 경우를 택한 값이지, 가장 작은 경우를 택한 값이 아니다. 이 지점을 뒤집어 서술하면 정의 자체가 틀린 설명이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

채널용량 관련 문항에서는 먼저 정의식 $C = \max_{p(x)} I(X;Y)$에서 '최대'라는 조건이 그대로 서술되어 있는지부터 확인한다. '최소'로 바뀌어 있으면 그 선지가 오답이다. 이어서 전송률의 한계와 오류율의 한계를 구분하는 서술, 그리고 대역폭 증가에 따른 채널용량 증가 관계가 올바르게 서술되어 있는지 순서대로 점검한다.

암기 포인트

채널용량 $C = \max_{p(x)} I(X;Y)$ — 상호정보의 '최댓값'이다. 채널용량은 전송률의 한계이지 오류의 한계가 아니며, 대역 제한 AWGN 채널에서는 대역폭이 커질수록 채널용량도 커진다.

NoteBase

문 5. 이진 대칭 채널에서 송신 측에서 정보 0과 1을 각각 0.8과 0.2의 확률로 전송한다고 한다. 송신기가 0을 전송했을 때 수신기가 1로 오판할 확률과 1을 전송했을 때 0으로 오판할 확률이 둘 다 0.1이라고 할 때, 송신기에서 10,000 비트를 송신하였을 경우 오류가 난 수신 비트 개수는?

① 100

② 1,000

③ 2,000

④ 8,000

정답 2번

출제 포인트

이진 대칭 채널(BSC)에서 전체 비트 오류 확률을 구하고, 이를 총 송신 비트 수에 곱해 오류 비트 개수를 계산할 수 있는지를 묻는다. 핵심은 0을 보냈을 때 오류가 날 확률과 1을 보냈을 때 오류가 날 확률을 각 기호가 나올 확률로 가중 평균해야 한다는 점이다.

조건 정리

0을 전송할 확률 $P(0) = 0.8$, 1을 전송할 확률 $P(1) = 0.2$이다. 0을 보냈을 때 1로 오판할 확률(교차 확률) $P(1|0) = 0.1$, 1을 보냈을 때 0으로 오판할 확률 $P(0|1) = 0.1$이다. 총 송신 비트 수는 10,000비트이다.

사용할 공식

이진 대칭 채널의 평균 비트 오류 확률은 다음과 같이 전체확률의 법칙으로 구한다.
$P_e = P(0) \cdot P(1|0) + P(1) \cdot P(0|1)$ 오류가 난 비트의 기대 개수는 $N_{err} = N \times P_e$ 이다(여기서 N은 총 송신 비트 수).

계산 과정

먼저 평균 비트 오류 확률을 구한다. $P_e = 0.8 \times 0.1 + 0.2 \times 0.1 = 0.08 + 0.02 = 0.1$ 이 채널에서는 두 교차 확률이 모두 0.1로 같기 때문에, 송신 심볼의 분포(0.8, 0.2)와 무관하게 평균 오류 확률이 그대로 0.1이 된다. 이제 총 송신 비트 수 10,000에 오류 확률을 곱하면 $N_{err} = 10{,}000 \times 0.1 = 1{,}000$ 이 되어 오류가 난 수신 비트 개수는 1,000개이다.

NoteBase

선지 판단

① 100 → 오답. 이 값은 오류 확률을 0.01로 잘못 적용하거나 자릿수를 한 자리 잘못 계산한 경우에 나오는 값으로, 실제 계산 결과인 1,000과 다르다.
② 1,000 → 정답. $10{,}000 \times (0.8 \times 0.1 + 0.2 \times 0.1) = 10{,}000 \times 0.1 = 1{,}000$으로 계산이 정확히 일치한다.
③ 2,000 → 오답. 오류 확률을 0.1이 아니라 0.2로 잘못 계산했을 때(예: 두 교차 확률 0.1을 더하기만 하고 가중치를 두 번 곱하는 등 오류)나오는 값으로, 올바른 가중 평균과 다르다.
④ 8,000 → 오답. 이는 전송 확률 0.8을 오류 개수와 혼동하여 $10{,}000 \times 0.8$로 잘못 계산한 값으로, 오류 확률 계산과 무관하다.

오답 포인트

이 문제에서 자주 하는 실수는 두 교차 확률(0.1, 0.1)이 같다고 해서 곧바로 오류 확률을 0.1로 단정하고 가중 평균 계산 과정을 생략하는 것이다. 결과값은 같더라도 반드시 $P(0) \cdot P(1|0) + P(1) \cdot P(0|1)$ 형태로 각 경우의 확률을 곱하고 더하는 과정을 거쳐야 하며, 송신 확률(0.8, 0.2)과 교차 확률(0.1, 0.1)을 혼동해 곱셈 대신 덧셈만 하거나 하나의 확률만 사용하는 경우 2,000이나 100 같은 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

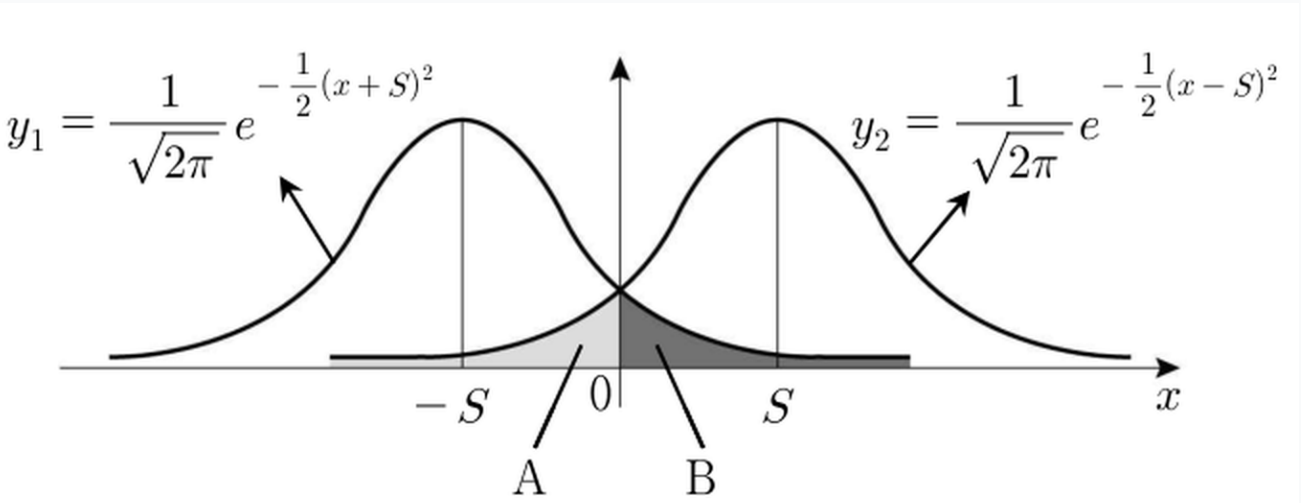
이진 대칭 채널 문제가 나오면 먼저 송신 심볼별 발생 확률과 각 심볼에 대한 교차(오류) 확률을 표시로 정리한 뒤, 평균 오류 확률 $P_e = P(0)P(1|0) + P(1)P(0|1)$을 구하고 여기에 총 비트 수를 곱하는 두 단계로 접근한다. 교차 확률이 서로 같은 값(대칭)이면 최종 평균 오류 확률이 그 값과 같아진다는 점도 함께 확인하면 검산에 도움이 된다.

암기 포인트

이진 대칭 채널(BSC)의 평균 비트 오류 확률: $P_e = P(0)P(1|0) + P(1)P(0|1)$, 오류 비트 개수 = 총 비트 수 $\times P_e$.

NoteBase

문 6. 진폭항이 $-S$와 S의 이산 값만을 갖는 이진 진폭변조 방식에서 수신 신호가 평균이 0이고 분산이 1인 AWGN에 의해서만 영향을 받는다고 한다. 다음 그림에서 y_1과 y_2는 각각 $-S$와 S의 우도(Likelihood) 함수라고 할 때, 최소 비트 오류 확률은? (단, 두 이진 데이터의 발생 확률은 같으며, A와 B는 각각 음영된 부분의 면적이다)



① $A + B$

② $\frac{1}{2}(A + B)$

③ $\frac{1}{2}A$

④ $1 - A$

정답 2번

출제 포인트

이진 진폭변조(값이 −S 또는 S인 이산 신호)를 AWGN 채널로 보내고, 등확률(사전확률 동일) 조건에서 최소 오류확률을 주는 판정을 했을 때 전체 비트 오류확률을 그림에 나온 두 넓이 A, B로 어떻게 조합해야 하는지를 묻는 문제이다. 판정 문제 자체보다 P_b = P(-S)· P(오류 -S) + P(S)· P(오류 S)라는 전체확률 공식을 정확히 세우는지가 핵심이다.

NoteBase

조건 정리

송신 신호는 −S, S 두 값만 가능하고 두 값의 발생 확률은 같다(각각 1/2). 수신 신호는 송신값에 평균 0, 분산 1인 AWGN이 더해진 것이며, y1은 −S가 송신되었을 때의 우도함수(평균 −S인 정규분포), y2는 S가 송신되었을 때의 우도함수(평균 S인 정규분포)이다. 두 우도함수가 같은 값을 갖는 교차점이 x=0이므로, 등확률·등분산 조건에서 최소 오류확률을 주는 최적 판정 경계는 x=0이다(x>0이면 S로, x<0이면 −S로 판정). 그림에서 A는 y2(평균 S인 곡선)가 x<0 영역에서 갖는 넓이, 즉 S를 보냈는데 잡음 때문에 x<0로 밀려나 −S로 오판되는 조건부 오류확률에 해당하는 넓이이고, B는 y1(평균 −S인 곡선)이 x>0 영역에서 갖는 넓이, 즉 −S를 보냈는데 x>0로 밀려나 S로 오판되는 조건부 오류확률에 해당하는 넓이이다.

사용할 공식

전체 비트 오류확률은 각 송신 심볼에 대한 사전확률과 그 심볼을 보냈을 때의 조건부 오류확률을 곱해 더한 값이다: P_b = P(-S) P(오류 -S) + P(S) P(오류 S) 여기서 P(오류 -S)=B, P(오류 S)=A이고 $P(-S) = P(S) = \frac{1}{2}$ 이다.

계산 과정

위 공식에 값을 대입하면 $P_b = \frac{1}{2} \cdot B + \frac{1}{2} \cdot A = \frac{1}{2}(A + B)$ 이다. 참고로 y1과 y2는 −S, S를 중심으로 완전히 대칭인 정규분포이고 판정 경계 x=0도 두 평균의 정중앙이므로 실제로는 A=B가 성립하지만(둘 다 표준정규분포의 꼬리확률 $Q(S)$), 문제는 A, B라는 기호로 표현된 값 자체를 묻고 있으므로 답은 대칭성을 쓰지 않은 형태인 $\frac{1}{2}(A + B)$로 남겨 두는 것이 정확하다.

선지 판단

① A+B: 각 조건부 오류확률에 사전확률 1/2을 곱하는 과정을 빠뜨리고 두 넓이를 그대로 더한 값이다. 이는 등확률 가중 평균이 아니라 단순 합이므로 실제 오류확률의 2배가 되어 틀렸다.
② 1/2(A+B): 두 심볼이 등확률로 송신되므로 전체 오류확률은 두 조건부 오류확률(A, B)의 평균이다. 계산 과정에서 유도한 결과와 정확히 일치하므로 옳다.
③ 1/2 A: A 하나(즉 S를 보냈을 때의 오류확률)에만 1/2을 곱한 값으로, B로 표시된 −S 송신 시의 오류확률 기여분을 완전히 누락하고 있어 틀렸다.
④ 1−A: A는 하나의 조건부 오류확률(넓이)일 뿐 전체 확률 1에서 뺄 수 있는 여집합 형태가 아니며, B 성분도 반영되지 않으므로 틀렸다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 첫째, ①처럼 사전확률에 의한 가중치(1/2)를 빼먹고 넓이를 단순히 더하는 실수를 하기 쉽다. 둘째, ③처럼 두 조건부 오류확률 중 하나(A 또는 B)만 반영하고 나머지 심볼에서 발생하는 오류를 빠뜨리는 실수를 하기 쉽다. 전체 비트 오류확률은 반드시 '각 송신 심볼별 사전확률 × 그 심볼에서의 조건부 오류확률'을 모든 심볼에 대해 더한 값이어야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

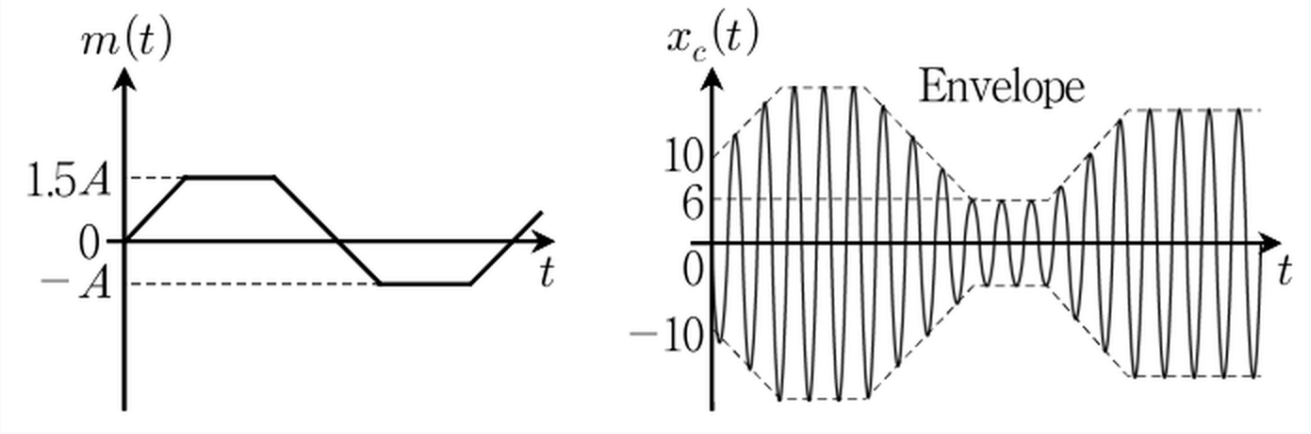
등확률로 송신되는 두 이진 심볼이 AWGN을 거쳐 최소 오류확률 판정(최적 판정 경계)으로 검출될 때, 전체 비트 오류확률은 항상 P_b=(1)/(2)[P(오류 심볼 0)+P(오류 심볼 1)] 형태로 세운다. 그림에서 두 조건부 오류확률이 각각 어떤 문자(A, B 등)로 표시되었는지만 정확히 매칭하면 답은 자동으로 그 둘의 평균이 된다.

암기 포인트

등확률 이진 신호 + AWGN + 최소오류(ML) 판정: P_b = (1)/(2)(P(오류 -S)+P(오류 S)) 신호가 −S, S로 대칭이면 이 값은 결국 $Q\left(\frac{2S}{2\sigma}\right) = Q(S/\sigma)$ 형태의 꼬리확률 하나로 정리된다는 점도 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 7. 다음 그림은 AM 변조의 정보신호 $m(t)$와 전송신호 $x_c(t) = A[1 + Bm_n(t)]\cos(2\pi f_c t)$이다. 이 변조 방식에서 A와 B는? (단, $m_n(t) = m(t)/|\min m(t)|$이다)



① A: 10, B: 0.4

② A: 10, B: 0.6

③ A: 6, B: 0.4

④ A: 6, B: 0.6

정답 1번

출제 포인트

AM(진폭변조) 신호 $x_c(t) = A[1 + Bm_n(t)]\cos(2\pi f_c t)$에서 포락선(envelope)이 정보신호 $m_n(t)$의 값에 따라 어떻게 변하는지를 파악하고, 그래프에 표시된 포락선의 특정 값들로부터 반송파 진폭 A와 변조 지수 B를 역산하는 문제이다. 정규화된 신호 $m_n(t) = m(t)/|\min m(t)|$가 갖는 값의 범위를 정확히 읽어내는 것이 핵심이다.

조건 정리

정보신호 m(t)는 0에서 시작해 1.5A까지 올라가 잠시 유지되고, 이후 -A까지 내려가 잠시 유지된 뒤 다시 올라가는 사다리꼴 형태이다. 따라서 m(t)의 최솟값은 -A이므로 $|\min m(t)| = A$이고, $m_n(t) = m(t)/A$는 -1(=m(t)=-A일 때)부터 1.5(=m(t)=1.5A일 때) 사이의 값을 갖는다. 오른쪽 x_c(t) 그래프에서 t=0 부근, 즉 m(t)=0(따라서 m_n=0)인 지점의 포락선 값이 10으로 표시되어 있고, m(t)가 -A로 내려가 평탄하게 유지되는 구간(따라서 m_n=-1)의 포락선 값은 6으로 표시되어 있다.

사용할 공식

포락선 크기는 $A[1 + Bm_n(t)]$이다. m_n=0일 때 포락선은 $A(1 + 0) = A$가 되고, m_n=-1일 때 포락선은 $A(1 - B)$가 된다.

NoteBase

계산 과정

m_n=0인 지점(t=0 부근)의 포락선 값이 10이므로 $A = 10$이다. m_n=-1인 지점(m(t)가 -A로 평탄한 구간)의 포락선 값이 6이므로 $A(1 - B) = 6$이 되어 $10(1 - B) = 6$, 즉 $1 - B = 0.6$이므로 $B = 0.4$이다. 검산: m_n=1.5인 지점(m(t)가 1.5A로 평탄한 구간)의 포락선은 $A(1 + 1.5B) = 10(1 + 0.6) = 16$이 되는데, 실제 그래프에서도 포락선이 위쪽 평탄 구간에서 눈금 10을 넘어 더 높게(약 16 수준으로) 솟아 있는 모습과 일치한다.

선지 판단

① A=10, B=0.4: m_n=0에서 포락선=10, m_n=-1에서 포락선=10(1-0.4)=6으로 그래프와 정확히 일치한다. 정답이다.
② A=10, B=0.6: m_n=-1에서 포락선=10(1-0.6)=4가 되어 그래프의 6과 맞지 않는다. 오답이다.
③ A=6, B=0.4: m_n=0에서 포락선이 A=6이 되어 그래프의 10과 맞지 않는다. 오답이다.
④ A=6, B=0.6: 마찬가지로 A=6은 그래프의 10과 맞지 않고, m_n=-1에서 포락선도 6(1-0.6)=2.4로 6과 다르다. 오답이다.

오답 포인트

②는 A는 맞게 읽었으나 포락선 최솟값 6을 이용해 B를 구하는 과정에서 계산을 잘못하거나 다른 지점의 값을 대입해 생기는 오답이다. ③, ④는 t=0 부근에서 m_n=0일 때 포락선 값이 곧 A라는 사실을 놓치고 그래프의 최솟값 6을 A로 착각했을 때 나오는 오답이다. m(t)의 최댓값이 1.5A로 최솟값 -A보다 절댓값이 크기 때문에, 포락선의 실제 최댓값은 그래프의 눈금 10보다 더 높은 지점(약 16)에서 형성된다는 점도 함께 확인해 두어야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

AM 포락선 그래프 문제는 우선 m(t)=0이 되는 지점(포락선=A)과 m(t)가 최솟값에 도달해 평탄하게 유지되는 지점(포락선=A(1-B), m_n=-1)의 두 값을 그래프에서 찾는다. 이 두 값을 이용해 A를 먼저 확정하고, 이어서 B를 구하면 오차 없이 풀린다. m(t)의 최댓값이 최솟값의 절댓값보다 큰 경우(이 문제처럼 1.5A vs A) 포락선의 실제 최댓값이 그래프에 표시된 임의의 눈금보다 더 높게 형성될 수 있다는 점도 함께 검산에 활용한다.

암기 포인트

$x_c(t) = A[1 + Bm_n(t)]\cos(2\pi f_c t)$에서 포락선은 $A[1 + Bm_n(t)]$이며, $m_n(t) = 0$일 때 포락선=A(반송파 진폭 그 자체), $m_n(t) = -1$일 때 포락선=A(1-B)이다. 정규화 기준이 $|\min m(t)|$이면 m_n의 범위는 항상 -1에서 시작하므로, 포락선의 최솟값 지점을 이용해 B를 구하는 것이 가장 안전하다.

NoteBase

문 8. 스펙트럼확산통신방식(Spread-Spectrum Technology) 중에서 직접확산(Direct Sequence : DS) 방식과 주파수도약(Frequency Hopping : FH) 방식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① DS방식은 PN부호 발생기가 필요하며, 송신기와 수신기는 같은 PN부호를 사용한다.

② DS방식은 원근문제(Near-Far Problem)가 발생하므로 정밀한 전력제어가 필요하다.

③ FH방식의 주파수 도약 속도는 심벌 속도보다 반드시 느려야 한다.

④ FH방식은 주파수 합성기가 필요하다.

정답 3번

출제 포인트

스펙트럼 확산통신의 두 대표 방식인 직접확산(DS)과 주파수도약(FH)의 동작 원리와 구조상 필요 요소를 정확히 구분할 수 있는지를 묻는다. DS는 PN부호를 이용해 넓은 대역으로 신호를 직접 곱해 확산시키는 방식이고, FH는 반송 주파수 자체를 PN부호에 따라 여러 채널로 빠르게 바꿔가며 전송하는 방식이라는 점에서 필요 장치와 문제점이 서로 다르다.

핵심 개념

DS방식=송신기와 수신기가 동일한 PN부호를 공유해 신호를 확산·역확산하며, 여러 사용자가 같은 대역을 동시에 쓰므로 가까운 사용자의 신호가 먼 사용자의 신호를 묻어버리는 원근문제가 발생해 정밀한 전력제어가 필수이다. FH방식=반송 주파수를 PN부호 순서에 따라 도약시키며, 도약 속도가 심벌 속도보다 느린 완속도약(Slow FH, 한 심벌 동안 여러 도약이 아니라 여러 심벌 동안 한 주파수 유지)과 도약 속도가 심벌 속도보다 빠른 고속도약(Fast FH, 한 심벌을 여러 주파수로 나누어 전송)으로 나뉜다. 즉 FH의 도약 속도는 응용 목적에 따라 심벌 속도보다 빠를 수도, 느릴 수도 있으며 국소적으로 발생하는 협대역 재밍이나 페이딩에 대한 강인성을 높이려면 오히려 도약 속도를 심벌 속도보다 빠르게 설계한다. 또한 FH방식은 매 도약마다 반송 주파수를 신속히 바꿔 생성해야 하므로 주파수 합성기가 반드시 필요하다.

NoteBase

선지별 해설

① O — DS방식은 송신 측에서 데이터에 PN부호를 곱해 확산시키고 수신 측에서 동일한 PN부호로 역확산해야 원래 신호를 복원할 수 있으므로, 송신기와 수신기가 같은 PN부호를 사용하는 PN부호 발생기가 필요하다.
② O — DS방식은 여러 사용자가 동일 대역을 공유하므로 송신기와 기지국 사이 거리 차이로 인해 가까운 사용자의 강한 신호가 먼 사용자의 약한 신호를 간섭하는 원근문제가 발생하며, 이를 해소하기 위해 각 사용자의 수신 전력이 균일해지도록 정밀한 전력제어가 필요하다.
③ X — FH방식의 주파수 도약 속도가 심벌 속도보다 반드시 느려야 한다는 설명은 틀렸다. 완속도약(도약 속도<심벌 속도)뿐 아니라 도약 속도가 심벌 속도보다 빠른 고속도약(Fast FH) 방식도 존재하며, 강한 재밍이나 페이딩 환경에서는 오히려 도약 속도를 심벌 속도보다 빠르게 하여 강인성을 높인다. → 올바른 표현: FH방식의 주파수 도약 속도는 심벌 속도보다 느릴 수도, 빠를 수도 있다.
④ O — FH방식은 매 도약 구간마다 PN부호가 지정하는 새로운 반송 주파수를 신속하게 생성해야 하므로 주파수 합성기가 필요하다.

오답 포인트

이 문항에서 틀리기 쉬운 지점은 FH방식을 완속도약만 있는 것으로 단정하는 것이다. 도약 속도와 심벌 속도의 대소 관계를 하나로 고정해 암기하면 고속도약(Fast FH) 방식의 존재를 놓치게 되어 ③번을 옳은 설명으로 착각하기 쉽다. 또한 DS방식의 원근문제를 FH방식의 특징으로 혼동하지 않도록 두 방식의 문제점과 필요 장치를 짝지어 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

DS와 FH를 비교하는 문제가 나오면 먼저 각 방식의 필요 장치(DS=PN부호 발생기, FH=주파수 합성기)를 짝짓고, 이어서 각 방식의 대표 문제점(DS=원근문제·전력제어 필요, FH=협대역 재밍에 상대적으로 강함)을 확인한다. 도약 속도와 심벌 속도의 관계를 다루는 선지는 '반드시', '항상' 같은 단정적 표현이 나오면 완속도약과 고속도약 두 경우를 모두 떠올려 예외가 있는지부터 점검한다.

암기 포인트

DS = PN부호 발생기 필요 + 원근문제로 정밀 전력제어 필요. FH = 주파수 합성기 필요 + 도약 속도는 완속(느림)·고속(빠름) 두 종류 모두 가능(반드시 느린 것은 아님).

NoteBase

문 9. 어떤 DPSK(Differential Phase Shift Keying) 부호화기 회로의 입출력 특성을 설계할 때 입력비트 x_n에 대한 출력비트 y_n을 $y_n = \overline{x_n \oplus y_{n-1}}$로 정하였다. DPSK 전송위상은 출력비트 값이 1일 때는 0으로, 출력비트 값이 0일 때는 π로 만들어 전송한다고 할 때, 다음 표 빈칸(굵은 선)의 값은? (단, ⊕는 XOR 연산이며, 표에서 * 표시는 임의의 첫 비트이다)

x_n		1	0	0	1	0	0	1
y_n	1^*							
DPSK전송위상	0							

① y_n: 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0; DPSK전송위상: π, π, 0, 0, π, π, π

② y_n: 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1; DPSK전송위상: 0, π, 0, 0, π, π, 0

③ y_n: 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1; DPSK전송위상: 0, π, 0, 0, π, 0, 0

④ y_n: 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0; DPSK전송위상: π, 0, π, π, 0, π, π

정답 3번

출제 포인트

DPSK(차동위상편이변조) 부호화기의 재귀식 $y_n = \overline{x_n \oplus y_{n-1}}$을 이용해 입력비트열로부터 출력비트열을 순차적으로 구하고, 다시 출력비트 값을 전송위상(출력 1이면 위상 0, 출력 0이면 위상 π)으로 변환할 수 있는지를 확인하는 문제이다. 표 안에서 기준이 되는 $y_{-1} = 1$(표의 1*)에서 출발해 한 칸씩 앞의 결과를 이용해 다음 칸을 구해 나가는 방식이 핵심이다.

조건 정리

입력비트 x_n: 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1 (왼쪽부터 순서대로 7개). 기준 출력비트 $y_{-1} = 1$(표의 1*), 이때 전송위상은 0(출력비트 1에 대응). 부호화 규칙은 $y_n = \overline{x_n \oplus y_{n-1}}$, 즉 x_n과 직전 출력 y_{n-1}이 같으면 $y_n = 1$, 다르면 $y_n = 0$이다(XOR의 부정, 즉 XNOR). 전송위상 변환 규칙은 출력비트 1 → 위상 0, 출력비트 0 → 위상 π이다.

사용할 공식

$y_n = \overline{x_n \oplus y_{n-1}}$ (XNOR 연산과 동일: $x_n = y_{n-1}$이면 $y_n = 1$, $x_n \neq y_{n-1}$이면 $y_n = 0$). 전송위상은 $y_n = 1 \Rightarrow 0$, $y_n = 0 \Rightarrow \pi$로 매핑한다.

NoteBase

계산 과정

기준값 $y_{-1}=1$에서 시작해 x_n을 하나씩 대입한다.
1번째 칸: $x_1=1, y_{-1}=1$로 같으므로 $y_1=1 \rightarrow$ 위상 0.
2번째 칸: $x_2=0, y_1=1$로 다르므로 $y_2=0 \rightarrow$ 위상 π.
3번째 칸: $x_3=0, y_2=0$으로 같으므로 $y_3=1 \rightarrow$ 위상 0.
4번째 칸: $x_4=1, y_3=1$로 같으므로 $y_4=1 \rightarrow$ 위상 0.
5번째 칸: $x_5=0, y_4=1$로 다르므로 $y_5=0 \rightarrow$ 위상 π.
6번째 칸: $x_6=0, y_5=0$으로 같으므로 $y_6=1 \rightarrow$ 위상 0.
7번째 칸: $x_7=1, y_6=1$로 같으므로 $y_7=1 \rightarrow$ 위상 0.
따라서 빈칸의 출력비트열은 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1이고 이에 대응하는 전송위상은 0, π, 0, 0, π, 0, 0이다.

선지 판단

①(X): 출력비트가 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0으로 계산 결과(1, 0, 1, 1, 0, 1, 1)와 1번째·6번째 칸부터 어긋난다. 특히 첫 칸에서 $x_1=y_{-1}=1$이면 XNOR 결과는 1이어야 하는데 0으로 두어 XOR과 XNOR을 혼동한 형태이다.
②(X): 앞의 다섯 칸(1, 0, 1, 1, 0)까지는 계산 결과와 같지만 6번째 칸에서 $x_6=0$, 직전 $y_5=0$으로 같으므로 $y_6=1$이어야 하는데 0으로 잘못 표시되어 있고, 그 여파로 7번째 칸의 위상도 0이 아닌 π여야 함에도 0으로 되어 있어 6·7번째 칸에서 전체 논리가 어긋난다.
③(O): 출력비트 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1과 전송위상 0, π, 0, 0, π, 0, 0이 계산 과정의 결과와 정확히 일치한다.
④(X): 출력비트가 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0으로, 계산 결과의 정반대(전부 반전된) 값이다. 이는 규칙을 XOR(부정 없이)로 적용했을 때 나오는 결과이며, 마지막에 부정을 취하지 않아 생기는 전형적인 오류이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 하나는 규칙식의 오버라인(부정)을 빠뜨려 XOR 결과를 그대로 출력비트로 쓰는 것(④의 오류), 다른 하나는 재귀 계산 중간에 직전 출력값을 잘못 이어받아 한 칸 이후부터 전체가 밀리는 것(①·②의 오류)이다. 매 칸을 계산할 때 반드시 바로 앞 칸에서 새로 구한 y_{n-1} 값을 사용해야 하며, 표의 기준값 x_n을 대입하기 전 원래 표에 있는 값과 헷갈리지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

이런 재귀식 표 채우기 문제는 처음 한두 칸만 정확히 계산해 각 선지와 대조하면 오답을 빠르게 걸러낼 수 있다. 첫 칸에서 x_1과 기준 y_{-1}이 같은지 다른지를 보고 XNOR 결과(같으면 1, 다르면 0)를 확인한 뒤, 이를 전부 반전한 값을 내놓는 선지(전 칸이 반대인 경우)와 XOR 그대로인 선지를 우선 제외한다. 이후 중간 지점(4~5번째 칸)까지 이어서 계산해 남은 선지 간의 차이가 나는 지점을 집중적으로 검산한다.

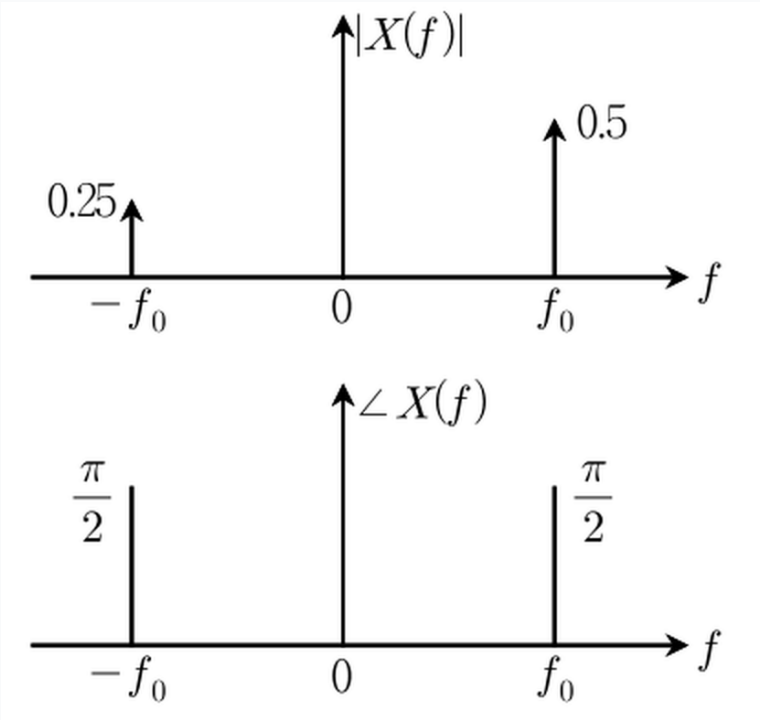
NoteBase

암기 포인트

DPSK 차동부호화 규칙 $y_n = \overline{x_n \oplus y_{n-1}}$은 '입력과 직전 출력이 같으면 유지(1), 다르면 반전(0)'을 의미하는 XNOR 연산이며, 전송위상은 출력비트 1 → 위상 0, 출력비트 0 → 위상 π로 대응한다는 매핑을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 10. 다음 푸리에 변환된 신호 $X(f)$의 시간 영역 표현으로 옳은 것은?



① $\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) + j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$

② $\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) - j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$

③ $-\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) + j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$

④ $-\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) - j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 주파수 영역에서 주어진 크기 스펙트럼 $|X(f)|$와 위상 스펙트럼 $\angle X(f)$로부터 역푸리에 변환을 수행해 시간 영역 신호 $x(t)$를 구하는 문제이다. 그래프에서 $f = 0$ 위치에 그려진 화살표는 세로축($|X(f)|$ 축, $\angle X(f)$ 축) 자체를 나타내는 표시일 뿐 별도의 스펙트럼 성분이 아니라는 점을 먼저 파악해야 한다. 실제 스펙트럼 성분은 $f = -f_0$와 $f = f_0$에만 존재한다.

조건 정리

크기 스펙트럼: $f = -f_0$에서 $|X(-f_0)| = 0.25$, $f = f_0$에서 $|X(f_0)| = 0.5$.
위상 스펙트럼: $f = -f_0$에서 $\angle X(-f_0) = \pi/2$, $f = f_0$에서 $\angle X(f_0) = \pi/2$.
따라서 $X(f) = 0.25e^{j\pi/2}\delta(f + f_0) + 0.5e^{j\pi/2}\delta(f - f_0)$이며, $e^{j\pi/2} = j$이므로
$X(f) = 0.25j\delta(f + f_0) + 0.5j\delta(f - f_0)$이다.

NoteBase

사용할 공식

역푸리에 변환 공식 $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}df$를 임펄스(델타함수)에 적용하면
$\int X_0\delta(f-f_1)e^{j2\pi ft}df = X_0e^{j2\pi f_1 t}$가 된다. 또한 오일러 공식 $e^{\pm j\theta} = \cos\theta \pm j\sin\theta$를 사용한다.

계산 과정

역푸리에 변환을 적용하면
$x(t) = 0.25je^{-j2\pi f_0 t} + 0.5je^{j2\pi f_0 t}$
오일러 공식으로 전개하면
$e^{-j2\pi f_0 t} = \cos(2\pi f_0 t) - j\sin(2\pi f_0 t), \quad e^{j2\pi f_0 t} = \cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t)$
대입하면
$x(t) = 0.25j[\cos(2\pi f_0 t) - j\sin(2\pi f_0 t)] + 0.5j[\cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t)]$
$= 0.25j\cos(2\pi f_0 t) + 0.25\sin(2\pi f_0 t) + 0.5j\cos(2\pi f_0 t) - 0.5\sin(2\pi f_0 t)$
실수부와 허수부를 정리하면
$= (0.25 - 0.5)\sin(2\pi f_0 t) + j(0.25 + 0.5)\cos(2\pi f_0 t)$
$= -\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) + j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$
이므로 $x(t) = -\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) + j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$이다.

선지 판단

① $\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) + j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$: X, sin항 부호가 반대이다(계산 결과는 음수 계수).
② $\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) - j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$: X, sin항과 cos항 부호가 모두 계산 결과와 다르다.
③ $-\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) + j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$: O, 계산 과정에서 도출한 결과와 정확히 일치한다.
④ $-\frac{1}{4}\sin(2\pi f_0 t) - j\frac{3}{4}\cos(2\pi f_0 t)$: X, cos항 부호가 반대이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 $f = 0$에서 그려진 세로축 화살표를 크기 0.5(또는 그 이상)의 DC 성분(상수항)으로 오인해 $x(t)$에 실수 상수항을 추가하는 것이다. 이 그래프의 $f = 0$ 화살표는 $|X(f)|$ 축과 $\angle X(f)$ 축 자체를 나타내는 표시이며 숫자 라벨이 없으므로 스펙트럼 성분이 아니다. 또 다른 실수는 $-f_0$와 f_0의 크기(0.25, 0.5)를 바꿔서 대입하거나, $e^{j\pi/2} = j$를 적용할 때 부호를 혼동해 sin과 cos 항의 부호를 잘못 정리하는 것이다.

다시 나오면 이렇게 판단

주파수 스펙트럼 그래프에서 축 화살표(라벨만 있고 숫자 크기가 없는 화살표)와 실제 임펄스 스펙트럼 선(숫자 크기가 표시된 화살표)을 먼저 구분한다. 그 다음 각 임펄스의 크기와 위상을 극형식 $|X(f_k)|e^{j\angle X(f_k)}$로 묶어 역푸리에 변환 공식에 대입하고, 오일러 공식으로 전개해 실수부(허수부가 아닌 cos, sin 결합)와 허수부를 각각 정리하면 부호 실수를 줄일 수 있다.

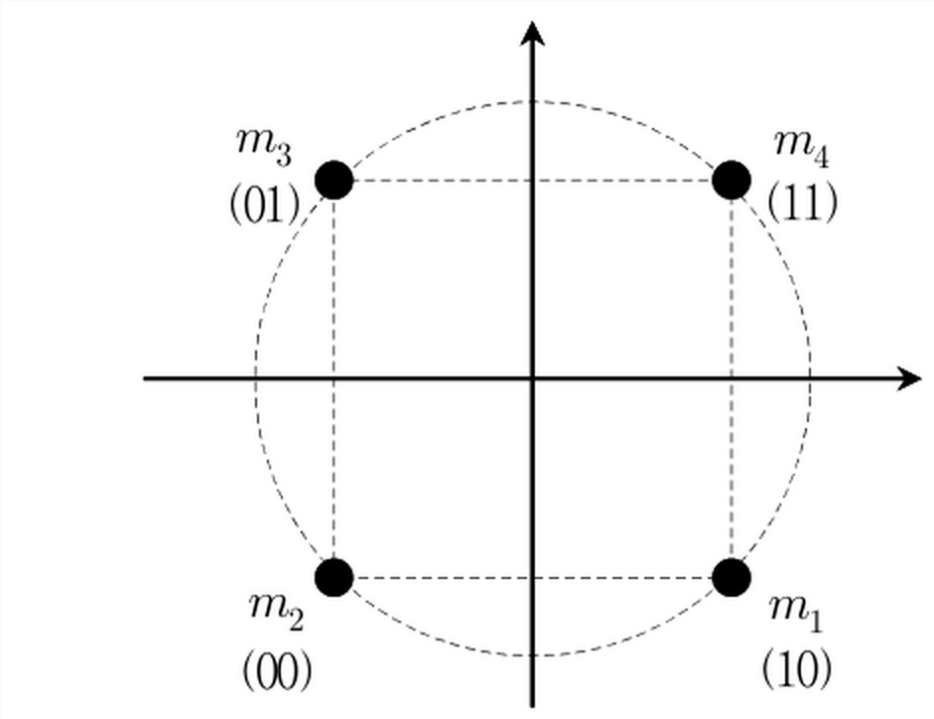
NoteBase

암기 포인트

역푸리에 변환에서 임펄스 하나는 $X_0\delta(f-f_1) \rightarrow X_0 e^{j2\pi f_1 t}$로 바로 변환된다는 것과, $e^{j\pi/2} = j$라는 사실을 기억해 둔다. 또한 켤레 대칭이 아닌 비대칭 크기·위상 스펙트럼은 복소수 값의 시간 신호 $x(t)$를 만든다는 점도 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 11. 다음은 QPSK의 위상선도이다. 전송할 디지털 신호가 $x[n]=\{0,1,1,0,1,0,0,0\}$, $n=0,1,2,\cdots,7$일 때, 변조된 QPSK 심벌의 순서가 옳은 것은? (단, 괄호 안의 신호의 순서는 좌에서 우로 진행한다)



① $\{m_2, m_1, m_4, m_3\}$

② $\{m_1, m_2, m_3, m_4\}$

③ $\{m_1, m_3, m_3, m_4\}$

④ $\{m_3, m_1, m_1, m_2\}$

정답 4번

출제 포인트

QPSK는 2비트를 한 묶음으로 묶어 하나의 심벌로 변조하는 방식이다. 이 문제는 입력 비트열을 순서대로 2비트씩 끊어 각 비트쌍이 위상선도 상의 어느 신호점(m1~m4)에 대응하는지를 정확히 매칭하는 능력을 묻는다. 위상선도에 표시된 괄호 안 비트값과 실제 비트쌍을 혼동하지 않는 것이 핵심이다.

조건 정리

전송 비트열은 $x[n]=\{0,1,1,0,1,0,0,0\}$, $n=0,1,\cdots,7$이며 좌에서 우로 진행한다. 위상선도의 신호점 대응은 $m_1=(10)$, $m_2=(00)$, $m_3=(01)$, $m_4=(11)$이다.

NoteBase

사용할 공식

QPSK 매핑 규칙: 입력 비트열을 앞에서부터 2비트씩 순서대로 묶어 $(b_1 b_0)$ 형태의 비트쌍을 만들고, 이 비트쌍과 동일한 값을 갖는 신호점을 위상선도에서 찾아 해당 심벌 기호로 치환한다.

계산 과정

비트열 0,1,1,0,1,0,0,0을 앞에서부터 2비트씩 묶으면 (0,1), (1,0), (1,0), (0,0)의 네 개 비트쌍이 된다.
첫 번째 비트쌍 (01)은 $m_3 = (01)$과 일치하므로 m_3이다.
두 번째 비트쌍 (10)은 $m_1 = (10)$과 일치하므로 m_1이다.
세 번째 비트쌍 (10)은 $m_1 = (10)$과 일치하므로 m_1이다.
네 번째 비트쌍 (00)은 $m_2 = (00)$과 일치하므로 m_2이다.
따라서 변조된 심벌의 순서는 $\{m_3, m_1, m_1, m_2\}$이다.

선지 판단

① {m2, m1, m4, m3} → X, 비트쌍 순서와 맞지 않는다.
② {m1, m2, m3, m4} → X, 첫 비트쌍 (01)을 m1로 잘못 대응시킨 경우에 해당한다.
③ {m1, m3, m3, m4} → X, 비트쌍 대응이 뒤섞여 있다.
④ {m3, m1, m1, m2} → O, 계산 과정에서 구한 순서와 정확히 일치한다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 비트쌍을 (첫 비트, 두 번째 비트) 순서로 읽지 않고 위상선도의 괄호 표기 순서를 거꾸로 적용하거나, 비트열을 2비트씩 끊지 않고 임의로 나누는 것이다. 또한 m1=(10), m3=(01)처럼 비슷해 보이는 비트쌍을 서로 바꿔 읽는 오류도 자주 발생하므로 각 신호점의 괄호 안 비트값을 하나씩 대조해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 비트열을 앞에서부터 2비트씩 순서대로 묶어 몇 개의 비트쌍이 나오는지 확인한다. 그다음 위상선도에서 각 신호점에 표시된 괄호 안 비트값을 하나씩 확인하며 비트쌍과 정확히 일치하는 신호점을 찾아 순서대로 나열한다.

암기 포인트

QPSK는 2비트=1심벌이므로 비트열을 2개씩 끊어 순서대로 신호점에 대응시킨다는 원칙을 기억해 둔다. 이 문제에서는 $m_1 = (10)$, $m_2 = (00)$, $m_3 = (01)$, $m_4 = (11)$의 대응 관계를 정확히 매칭하면 답을 구할 수 있다.

NoteBase

문 12. 디지털 신호의 기저대역 전송을 위한 라인 코드에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① NRZ(Non-Return-to-Zero) 방식은 RZ(Return-to-Zero) 방식에 비해 더 넓은 대역폭을 사용한다.

② RZ 방식은 NRZ 방식에 비해 동기 정보를 추출하기가 쉽다.

③ 동일한 진폭과 펄스 구간을 사용한다고 가정할 때, 양극성(Polar) NRZ 방식이 양극성 RZ 방식보다 잡음에 강하다.

④ 동일한 신호전력을 사용한다고 가정할 때, 단극성(Unipolar) 방식이 양극성 방식에 비해 비트오류 확률이 높다.

정답 1번

출제 포인트

기저대역(baseband) 전송에 쓰이는 라인 코드(line code)들의 대역폭 요구량, 동기(클럭) 정보 추출 용이성, 잡음 및 오류 특성을 서로 비교해 이해하고 있는지를 묻는다. NRZ와 RZ, 극성(polar)과 단극성(unipolar) 방식의 차이를 정확히 짝지어 기억하는 것이 핵심이다.

핵심 개념

NRZ(Non-Return-to-Zero)는 한 비트 구간 내내 신호 레벨을 유지하는 방식이고, RZ(Return-to-Zero)는 한 비트 구간의 절반만 신호를 유지하고 나머지 절반은 0으로 복귀하는 방식이다. RZ는 한 비트 구간 안에서도 레벨 전이가 생기므로 NRZ보다 더 높은 주파수 성분을 포함해 더 넓은 대역폭을 필요로 한다. 반대로 RZ는 전이가 잦아 수신단에서 클럭(동기) 정보를 추출하기가 NRZ보다 쉽다. 한편 극성(polar) 방식은 0과 1을 서로 반대 부호의 레벨로 표현하고, 단극성(unipolar) 방식은 0을 무신호(0레벨)로, 1만 양의 레벨로 표현한다. 같은 신호전력을 쓴다면 극성 방식이 단극성 방식보다 두 심볼 사이의 거리가 커서 잡음에 더 강하고 비트오류 확률이 더 낮다.

NoteBase

선지별 해설

① NRZ 방식이 RZ 방식에 비해 더 넓은 대역폭을 사용한다는 설명은 틀린 표현이다. 실제로는 RZ 방식이 한 비트 구간 내에서도 신호가 0으로 복귀하는 추가 전이를 가지므로 NRZ보다 더 높은 주파수 성분을 포함해 더 넓은 대역폭을 사용한다 → 올바른 표현은 'RZ 방식이 NRZ 방식에 비해 더 넓은 대역폭을 사용한다'이다. 따라서 이 선지가 옳지 않은 설명이다.
② RZ 방식이 NRZ 방식보다 동기 정보를 추출하기 쉽다는 설명은 옳다. RZ는 매 비트마다 레벨이 0으로 복귀하는 전이가 포함되어 있어 신호 자체에 클럭 성분이 더 풍부하게 담기므로 수신단의 타이밍 복원이 NRZ보다 용이하다.
③ 동일한 진폭과 펄스 구간을 사용할 때 양극성 NRZ가 양극성 RZ보다 잡음에 강하다는 설명은 옳다. NRZ는 한 비트 구간 전체를 신호 에너지로 채우는 반면 RZ는 절반만 신호를 유지하므로, 같은 진폭과 펄스 구간 조건에서는 NRZ가 비트당 신호 에너지가 더 커서 잡음에 더 강하다.
④ 동일한 신호전력을 사용할 때 단극성 방식이 양극성 방식보다 비트오류 확률이 높다는 설명은 옳다. 단극성 방식은 두 심볼(0과 1) 사이의 유클리드 거리가 양극성 방식의 절반에 불과해 같은 전력 조건에서 잡음에 의한 오류가 더 쉽게 발생한다.

오답 포인트

이 문항은 'NRZ와 RZ 중 무엇이 더 넓은 대역폭을 쓰는가'를 반대로 외워 틀리기 쉽다. 신호 전이(transition)가 잦을수록 더 높은 주파수 성분이 필요하다는 원리로 접근하면, 한 비트 구간 안에서도 전이가 발생하는 RZ가 NRZ보다 더 넓은 대역폭을 요구한다는 점이 자연스럽게 정리된다. 반대로 '동기 추출 용이성'은 전이가 많은 RZ가 유리하다는 점, '잡음 특성'과 '오류 확률'은 극성/단극성 및 펄스 유지 구간에 따라 신호 에너지 차이로 결정된다는 점을 서로 혼동하지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

라인 코드 비교 문제가 나오면 먼저 '전이가 잦은 방식일수록 대역폭이 넓고 동기 추출이 쉽다'는 원리를 기준으로 NRZ와 RZ를 대조하고, 그다음 '신호 에너지(진폭×유지 구간, 또는 심볼 간 거리)가 클수록 잡음에 강하고 오류율이 낮다'는 원리로 극성과 단극성, NRZ와 RZ의 잡음·오류 특성을 판단한다. 두 원리를 헷갈리지 않고 각 선지에 순서대로 대입하면 옳고 그름을 빠르게 가릴 수 있다.

암기 포인트

대역폭: RZ > NRZ(RZ가 더 넓음). 동기 추출 용이성: RZ > NRZ(RZ가 더 쉬움). 잡음 강도(동일 진폭·펄스 구간): NRZ > RZ(NRZ가 더 강함). 오류 확률(동일 신호전력): 단극성 > 극성(단극성이 더 높음).

NoteBase

문 13. 어떤 CDMA 시스템의 하향링크(Downlink)에서 Pilot Channel에 길이가 8인 (+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1) 코드를 곱하여 전송한다고 가정하자. 이 시스템에서 하향링크의 다른 채널들은 이 코드와 직교(Orthogonal)하는 코드를 사용한다고 할 때, 사용할 수 없는 코드는?

① (+1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, +1)

② (+1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, +1)

③ (-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1)

④ (+1, +1, -1, -1, -1, -1, +1, +1)

정답 1번

출제 포인트

두 코드가 직교(Orthogonal)한다는 것은 두 코드를 같은 자리끼리 곱한 값들의 합, 즉 내적(inner product)이 0이 된다는 뜻이다. 이 문제는 Pilot Channel 코드 (+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1)과 선지의 각 코드를 실제로 내적해서 0이 나오지 않는, 즉 직교하지 않아 같은 하향링크에서 함께 쓸 수 없는 코드를 찾는 문제이다.

조건 정리

기준 코드(Pilot Channel) A = (+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1). 선지 코드 B가 A와 직교하려면 A와 B의 여덟 자리를 각각 곱한 값을 모두 더했을 때 0이 되어야 한다. 합이 0이 아니면 두 코드는 직교하지 않으므로 같은 시스템에서 서로 다른 채널에 배정해 함께 사용할 수 없다.

사용할 공식

두 길이 8 코드 A=(a1,...,a8), B=(b1,...,b8)의 내적은 $\sum_{i=1}^{8} a_i b_i$이며, 직교 조건은 $\sum_{i=1}^{8} a_i b_i = 0$이다.

계산 과정

A = (+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1)로 두고 각 선지와 자리별로 곱한 뒤 더한다.

① B=(+1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, +1): 곱은 순서대로 +1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, -1이며 합은 1-1+1-1-1+1-1-1=-2이다. 0이 아니므로 직교하지 않는다.

② B=(+1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, +1): 곱은 +1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1이며 합은 1+1+1+1-1-1-1-1=0이다. 직교한다.

③ B=(-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1): 곱은 -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, -1이며 합은 -1+1+1-1-1+1+1-1=0이다. 직교한다.

④ B=(+1, +1, -1, -1, -1, -1, +1, +1): 곱은 +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, -1이며 합은 1-1-1+1-1+1+1-1=0이다. 직교한다.

따라서 내적이 0이 아닌 코드는 ①뿐이다.

NoteBase

선지 판단

① 내적이 -2로 0이 아니어서 Pilot Channel 코드와 직교하지 않는다. 같은 하향링크에서 다른 채널 코드로 사용할 수 없으므로 정답이다.
② 내적이 0이어서 Pilot Channel 코드와 직교한다. 사용 가능한 코드이므로 정답이 아니다.
③ 내적이 0이어서 Pilot Channel 코드와 직교한다. 사용 가능한 코드이므로 정답이 아니다.
④ 내적이 0이어서 Pilot Channel 코드와 직교한다. 사용 가능한 코드이므로 정답이 아니다.

오답 포인트

부호를 하나라도 잘못 옮기면 내적 합이 뒤바뀌어 엉뚱한 선지가 정답처럼 보인다. 특히 ①은 앞쪽 네 자리(+1,+1,+1,+1)가 Pilot 코드의 교대 패턴(+1,-1,+1,-1)과 자리마다 절반씩만 부호가 일치해 상쇄가 되지 않는다는 점을 놓치기 쉽다. 직교 여부는 부호가 비슷해 보인다고 판단하는 것이 아니라 여덟 자리를 모두 곱해서 실제로 더해 보아야 확정된다.

다시 나오면 이렇게 판단

CDMA 직교 코드 문제는 항상 기준 코드와 선지 코드를 자리별로 곱한 값의 합, 즉 내적을 직접 계산해 0인지 아닌지로 판단한다. 합이 0이면 직교(함께 사용 가능), 0이 아니면 비직교(함께 사용 불가)라는 점을 기준으로 선지를 하나씩 소거해 나간다.

암기 포인트

직교 코드 조건: 두 코드의 대응 원소를 곱해 모두 더한 값(내적)이 0이면 직교, 0이 아니면 비직교이다.
CDMA에서 서로 다른 채널은 반드시 서로 직교하는 코드(예: Walsh 코드)를 사용해야 간섭 없이 분리된다.

NoteBase

문 14. 신호 $x(t)$의 주파수 영역에서의 스펙트럼을 $X(f)$라고 할 때, $x(t)$를 T_s의 주기로 샘플링한 신호 $x_s(t)$의 주파수 영역 스펙트럼은?

① $X_s(f) = \frac{1}{T_s} X(f)$
② $X_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f)\delta(f - nT_s)$
③ $X_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$
④ $X_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f)\delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$

정답 3번

출제 포인트

연속시간 신호 $x(t)$를 임펄스열로 샘플링했을 때, 주파수 영역 스펙트럼이 어떤 형태로 나타나는지를 묻는 문제이다. 시간 영역에서 임펄스열을 곱하는 연산이 주파수 영역에서는 컨벌루션이 되어, 원래 스펙트럼 $X(f)$가 샘플링 주파수 간격마다 반복되어 나타난다는 표본화(샘플링) 정리의 핵심을 이해하는지 확인한다.

조건 정리

$x(t)$의 스펙트럼은 $X(f)$이다. $x(t)$를 주기 T_s로 샘플링한 신호를 $x_s(t)$라 하고, 그 스펙트럼을 $X_s(f)$라 한다. 샘플링은 시간 영역에서 $x(t)$에 임펄스열 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$를 곱하는 것으로 모델링된다.

사용할 공식

시간 영역 곱셈은 주파수 영역 컨벌루션에 대응한다: $x(t) \cdot p(t) \leftrightarrow X(f) * P(f)$. 임펄스열 $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$의 푸리에 변환은 주파수 영역에서도 임펄스열이 되며, $P(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$이다. 또한 임펄스와의 컨벌루션은 이동(shift) 연산이 된다: $X(f) * \delta(f - a) = X(f - a)$.

계산 과정

샘플링 신호는 $x_s(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$로 쓸 수 있다. 시간 영역 곱은 주파수 영역 컨벌루션이므로 $X_s(f) = X(f) * P(f) = X(f) * \left[\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right)\right]$가 된다. 컨벌루션의 각 항에서 $X(f)$와 임펄스 $\delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$의 컨벌루션은 $X(f)$를 $\frac{n}{T_s}$만큼 이동시킨 $X\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$가 된다. 따라서 $X_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$가 되어, 원래 스펙트럼 $X(f)$가 주파수 축에서 $\frac{1}{T_s}$ 간격마다 반복되는 형태로 얻어진다.

NoteBase

선지 판단

① $X_s(f) = \frac{1}{T_s}X(f)$: X, 샘플링에 의해 스펙트럼이 반복(주기적으로 겹쳐 나타남)되는 효과가 전혀 반영되지 않고 단순히 크기만 조정된 형태이므로 틀린 표현이다 → 반복합 형태 $\frac{1}{T_s}\sum X\left(f-\frac{n}{T_s}\right)$가 되어야 한다.
② $X_s(f) = \frac{1}{T_s}\sum_n X(f)\delta(f-nT_s)$: X, 컨벌루션 결과 함수 인자가 이동해야 하는데 $X(f)$의 인자가 그대로 남아 있고, 델타함수도 그대로 곱해진 형태이며 이동 간격도 nT_s로 잘못되어 있다 → 올바른 형태는 $X\left(f-\frac{n}{T_s}\right)$이다.
③ $X_s(f) = \frac{1}{T_s}\sum_n X\left(f-\frac{n}{T_s}\right)$: O, 시간 영역 곱셈-주파수 영역 컨벌루션 관계와 임펄스와의 컨벌루션이 이동이 된다는 성질을 정확히 반영한 표현이다.
④ $X_s(f) = \frac{1}{T_s}\sum_n X(f)\delta\left(f-\frac{n}{T_s}\right)$: X, 컨벌루션의 결과로 $X(f)$의 인자가 $f-\frac{n}{T_s}$로 바뀌어야 하는데 인자는 그대로 f로 남아 있고 델타함수가 곱해진 형태로 남아 있어 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 $X\left(f-\frac{n}{T_s}\right)$이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 임펄스열과의 컨벌루션 결과를 임펄스가 곱해진 형태(②, ④)로 착각하거나, 반복 현상 자체를 빠뜨리고 단순 배율(①)로 착각하는 것이다. 컨벌루션 $X(f) * \delta(f-a)$의 결과는 $X(f)\delta(f-a)$가 아니라 $X(f-a)$임을 정확히 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

샘플링 관련 문제가 나오면 먼저 시간 영역 곱셈은 주파수 영역 컨벌루션이라는 원칙을 적용하고, 임펄스열의 푸리에 변환도 임펄스열이 된다는 사실, 그리고 임의의 함수와 임펄스의 컨벌루션은 그 임펄스 위치만큼 함수를 이동시킨다는 성질을 순서대로 적용해 답을 도출한다. 곱셈 형태(델타 함수가 그대로 곱해진 선지)가 보이면 즉시 오답으로 배제할 수 있다.

암기 포인트

시간 영역에서 T_s 간격으로 샘플링하면 주파수 영역에서는 스펙트럼이 $\frac{1}{T_s}$ 간격으로 반복되어 나타난다: $X_s(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f-\frac{n}{T_s}\right)$. 시간 간격이 좁을수록(샘플링 주파수가 높을수록) 주파수 영역에서 반복 간격이 넓어진다는 역수 관계도 함께 기억해 둔다.

문 15. 1부터 10까지 서로 다른 숫자가 적힌 10장의 카드가 있다. X와 Y 두 사람이 있으며, X가 고른 한 장의 카드를 Y에게 보여주지 않고 Y가 그 카드를 맞히는 게임을 하고 있다고 할 때, 옳은 것은?

① Y가 가장 맞히기 힘들게 하기 위해서는 X는 엔트로피 값이 최저가 되도록 카드를 선택하면 된다.

② X가 카드 한 장을 꺼내고 그 카드에 적힌 숫자가 짝수인지 홀수인지 힌트를 줬을 경우가 아무런 힌트를 주지 않는 경우보다 평균 정보량이 더 높아진다.

③ 각 숫자가 적힌 카드를 동일한 확률로 꺼낼 때 최대의 엔트로피 값을 얻을 수 있다.

④ 10장의 카드 중 항상 3 또는 4가 적힌 카드만 동일 확률로 꺼낸다면, 즉 3이 적힌 카드를 꺼낼 확률과 4가 적힌 카드를 꺼낼 확률이 각각 0.5이고 나머지 경우는 0이라면, 엔트로피 값은 $0.5\log 2$가 된다.

정답 3번

출제 포인트

정보이론에서 엔트로피가 확률분포의 불확실성을 나타내는 척도라는 점, 균등분포일 때 엔트로피가 최대가 된다는 성질, 힌트(부가 정보)가 주어지면 불확실성이 줄어든다는 점, 그리고 두 값만 0.5의 확률을 갖는 경우의 이진 엔트로피 계산을 함께 묻는 문항이다.

조건 정리

1부터 10까지 서로 다른 숫자가 적힌 10장의 카드 중 X가 한 장을 고르고 Y가 그 숫자를 맞히는 상황이다. X가 어떤 확률분포로 카드를 고르는지에 따라 Y가 느끼는 불확실성, 즉 엔트로피 값이 달라진다.

사용할 공식

엔트로피의 정의는 $H(X) = -\sum_i p_i \log p_i$이다. 균등분포(모든 경우가 동일한 확률)일 때 엔트로피는 최댓값 $H_{\max} = \log n$을 가지며, 이는 n가지 경우 중 어느 하나도 다른 것보다 예측하기 쉽지 않을 때 불확실성이 가장 크다는 사실에서 비롯된다. 두 가지 경우만 확률 0.5, 0.5를 갖는다면
$H = -(0.5\log 0.5 + 0.5\log 0.5) = -\log 0.5 = \log 2$이다.

계산 과정

④의 상황처럼 3이 적힌 카드와 4가 적힌 카드만 각각 확률 0.5로 나오고 나머지는 확률 0이라면, 카드가 실질적으로 두 가지 경우만 존재하는 것과 같다. 이때 엔트로피는
$H = -(0.5\log 0.5) - (0.5\log 0.5) = -\log 0.5 = \log 2$이다. 즉 계산 결과는 $\log 2$이지 $0.5\log 2$가 아니다. 절반씩 두 항을 더하면 $-\log 0.5$ 전체가 남고, 이는 $\log 2$와 같다.

NoteBase

선지 판단

① X: 옳지 않다. Y가 가장 맞히기 어렵게 하려면 X는 오히려 엔트로피 값이 최대가 되도록, 즉 모든 카드를 동일한 확률로 고르도록 해야 한다. '최저'가 아니라 '최대'가 되어야 Y의 불확실성이 커진다.
② 옳지 않다. 짝수/홀수 힌트를 주면 Y가 가진 정보(부가 정보)가 늘어나므로 카드를 맞히는 데 남아 있는 불확실성, 즉 조건부 엔트로피는 힌트를 주지 않은 경우보다 낮아진다. 힌트는 평균 정보량(불확실성)을 높이는 것이 아니라 낮춘다.
③ 옳다. 각 숫자가 적힌 카드를 동일한 확률로 꺼낼 때, 즉 확률분포가 균등분포일 때 엔트로피는 가능한 값들 중 최댓값 $\log n$을 얻는다. 이는 엔트로피의 기본 성질이다.
④ 옳지 않다. 3과 4가 적힌 카드만 각각 확률 0.5로 나오는 경우 엔트로피는 $\log 2$이며, 이는 $0.5\log 2$가 아니라 그 두 배에 해당하는 값이다.

오답 포인트

①과 같이 '맞히기 어렵게 하려면 엔트로피를 낮춘다'는 방향을 반대로 착각하기 쉬운데, 불확실성을 키우는 쪽이 엔트로피를 최대화하는 쪽임을 기억해야 한다. ②는 힌트(부가 정보)가 있으면 불확실성이 줄어든다는 조건부 엔트로피의 기본 성질을 반대로 적용한 오류이다. ④는 이진 엔트로피 계산에서 $0.5\log 0.5$ 항이 두 개 더해진다는 사실을 놓치고 한 항만 계산해 절반 값으로 착각하는 실수이다.

다시 나오면 이렇게 판단

엔트로피 문제가 나오면 먼저 '균등분포일 때 엔트로피가 최대'라는 원칙을 떠올리고, 불확실성을 키우려면 균등하게, 줄이려면 특정 값에 확률을 몰아주면 된다고 판단한다. 힌트나 부가 정보가 주어지는 상황에서는 항상 불확실성(엔트로피)이 감소하거나 최소한 늘어나지 않는다는 점을 확인한다. 확률이 몇 가지로 나뉜 경우의 엔트로피는 반드시 공식에 각 확률을 직접 대입해 항을 모두 더해 계산한다.

암기 포인트

$H(X) = -\sum_i p_i \log p_i$, 균등분포일 때 $H_{\max} = \log n$이다. 조건부 정보(힌트)가 주어지면 엔트로피는 감소하거나 유지되며 증가하지 않는다. 확률이 0.5, 0.5인 두 경우의 엔트로피는 $\log 2$이다.

NoteBase

문 16. OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 이산 푸리에 역변환을 사용하여 부반송파들 간의 직교성을 유지하는 OFDM 신호를 생성할 수 있다.

② FDM의 일종으로 부반송파들 간의 간섭을 방지하기 위하여 인접한 부반송파들 사이에 주파수 보호대역(Guard Band)이 필요하다.

③ 신호의 큰 PAPR(Peak-to-Average Power Ratio)은 송신기의 전력증폭기를 포화시킬 수 있다.

④ 동일한 전송 대역폭의 단일 반송파 전송에 비하여 다중 경로로 인한 ISI(Inter Symbol Interference)의 영향을 덜 받으며, 심벌 사이에 보호시간을 삽입함으로써 ISI를 줄일 수 있다.

정답 2번

출제 포인트

OFDM(직교 주파수 분할 다중화)의 원리와 특성을 정확히 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 핵심은 OFDM이 부반송파들 사이의 직교성(orthogonality)을 이용하여 스펙트럼을 서로 겹치게(overlap) 배치함으로써 대역폭 효율을 높인다는 점이다. 즉 기존 FDM과 달리 부반송파 사이에 별도의 주파수 보호대역이 필요하지 않다는 것이 OFDM의 가장 큰 특징이며, 이 부분이 옳지 않은 선지로 출제되었다.

핵심 개념

OFDM은 전송할 데이터를 여러 개의 저속 부채널로 나누어 서로 직교하는 부반송파에 실어 동시에 전송하는 다중화 방식이다. 부반송파 간격을 심벌 주기의 역수로 설정하면 한 부반송파의 스펙트럼이 다른 부반송파의 중심 주파수에서 0이 되어 서로 간섭 없이 겹칠 수 있다(직교성). 이 신호 생성과 복조는 IFFT(역이산푸리에변환)/FFT로 효율적으로 구현한다. 다만 부반송파 스펙트럼이 완전한 구형(rectangular)이 아니라 sinc 형태로 퍼져 있어 진폭이 시간·주파수에 따라 크게 변동하는 신호들이 합쳐지므로 순간 최대전력과 평균전력의 비인 PAPR이 커지는 단점이 있다. 또한 심벌 사이에 순환 전치(Cyclic Prefix) 형태의 보호구간(guard interval)을 삽입하여 다중 경로에 의한 지연 확산이 있어도 심벌 간 간섭(ISI)을 억제할 수 있으며, 단일 반송파 방식보다 부호 구간이 길어져 다중 경로 지연에 더 강인하다.

NoteBase

선지별 해설

① O — OFDM 신호는 송신단에서 IFFT를 이용해 생성하며, 이 변환 과정이 부반송파들 사이의 직교성을 유지시켜 준다. 실제로 OFDM은 IFFT/FFT 기반 구현이 핵심 특징이므로 옳은 설명이다.
② X — OFDM은 FDM의 일종이지만, 일반 FDM과 달리 부반송파들이 서로 직교하도록 설계되어 스펙트럼이 겹쳐도 간섭이 발생하지 않는다. 따라서 인접 부반송파 사이에 별도의 주파수 보호대역이 필요하지 않다는 것이 OFDM의 핵심 장점이다. '인접한 부반송파들 사이에 주파수 보호대역이 필요하다'는 설명은 틀린 표현이며, 올바른 표현은 '부반송파 간 직교성 덕분에 보호대역 없이 스펙트럼을 겹쳐 사용할 수 있어 대역폭 효율이 높다'이다.
③ O — OFDM 신호는 여러 부반송파 성분이 특정 순간에 위상이 맞아 겹치면 순간 진폭이 크게 솟아오를 수 있어 PAPR이 커지고, 이는 송신단 전력증폭기의 비선형 동작 영역(포화)을 유발할 수 있다. 옳은 설명이다.
④ O — OFDM은 하나의 심벌 구간이 상대적으로 길고, 심벌 사이에 보호시간(순환 전치)을 삽입하므로 다중경로에 의한 지연 확산이 있어도 동일 대역폭의 단일 반송파 전송보다 ISI 영향을 덜 받으며, 보호시간 삽입 자체로 ISI를 줄일 수 있다. 옳은 설명이다.

오답 포인트

OFDM을 단순히 '여러 반송파를 나누어 쓰는 FDM'으로만 이해하면 ②를 옳은 설명으로 착각하기 쉽다. 그러나 OFDM과 일반 FDM의 결정적 차이는 부반송파 간 직교성 유무이며, 직교성이 있기 때문에 오히려 보호대역이 필요 없다는 점이 시험에서 반복적으로 다뤄지는 포인트이다. '보호대역'과 '보호시간(guard interval)'을 혼동하지 않는 것도 중요하다 — 보호대역은 주파수축에서 불필요하고, 보호시간(순환 전치)은 시간축에서 ISI 방지를 위해 실제로 필요하다.

다시 나오면 이렇게 판단

선지에 '부반송파 사이에 보호대역이 필요하다'는 문구가 나오면 우선 의심한다. OFDM의 정의상 부반송파는 서로 직교하므로 스펙트럼이 겹쳐도 되고, 그래서 보호대역이 불필요한 것이 표준적인 특징이다. 반대로 '보호시간(guard interval, cyclic prefix)을 심벌 사이에 삽입해 ISI를 줄인다'는 문구는 옳은 설명으로 판단한다.

암기 포인트

OFDM = 직교 부반송파 + IFFT/FFT 구현 + 보호대역 불필요(주파수축) + 보호시간(순환 전치) 필요(시간축, ISI 방지) + 큰 PAPR이 단점이라는 네 가지 특징을 하나의 세트로 묶어 기억해 둔다.

NoteBase

문 17. 무선 이동 통신 채널에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 한 송신기로부터 장소는 다르지만 거리가 같은 곳에 있는 수신기들의 평균 수신전력은 서로 다를 수 있다.

② 경로손실에 영향을 미치는 요인들로 기지국 안테나 높이, 이동국 안테나 높이, 반송파의 주파수 등이 있다.

③ 전송신호가 서로 다른 시간 지연을 갖는 다중 전파 경로를 통해 수신기에 도달한다.

④ 도플러 주파수 변이는 이동성으로 인하여 발생하고 반송파의 주파수가 낮을수록 변이 값이 크다.

정답 4번

출제 포인트

무선 이동 통신 채널의 특성(그림자 페이딩, 경로손실, 다중경로, 도플러 변이)에 대한 기본 개념을 정확히 아는지 묻는 문제이다. 특히 도플러 주파수 변이가 반송파 주파수와 어떤 관계를 갖는지가 핵심 쟁점이다.

핵심 개념

이동 통신 채널에는 크게 세 가지 감쇠 요인이 함께 작용한다. 첫째, 경로손실은 송수신기 사이 거리 및 기지국·이동국 안테나 높이, 반송파 주파수 등에 좌우되는 평균적인 신호 감쇠이다. 둘째, 그림자 페이딩(섀도잉)은 건물·지형 등 장애물에 의해 같은 거리라도 위치에 따라 평균 수신전력이 달라지는 현상이다. 셋째, 다중경로 페이딩은 반사·회절·산란으로 인해 서로 다른 시간 지연을 갖는 여러 경로의 신호가 합쳐져 수신기에 도달하면서 생기는 빠른 변동이다. 도플러 주파수 변이는 송신기와 수신기 사이의 상대적인 이동(속도)으로 인해 발생하며, 그 크기는 $f_d = \frac{v}{\lambda}\cos\theta = \frac{vf_c}{c}\cos\theta$로 주어진다. 여기서 v는 이동 속도, f_c는 반송파 주파수, c는 빛의 속도, θ는 이동 방향과 전파 도달 방향 사이의 각도이다. 이 식에서 도플러 변이 f_d는 반송파 주파수 f_c에 비례하므로, 반송파 주파수가 낮을수록 도플러 변이 값은 오히려 작아지고, 반송파 주파수가 높을수록 도플러 변이 값이 커진다.

선지별 해설

① O — 같은 송신기로부터 거리가 같더라도 지형지물이나 건물 배치 등 위치에 따른 그림자 페이딩(섀도잉) 효과 때문에 수신기들의 평균 수신전력은 서로 달라질 수 있다.
② O — 경로손실은 기지국 안테나 높이, 이동국 안테나 높이, 반송파의 주파수 등 여러 요인에 의해 영향을 받는다는 것은 경로손실 모델(예: 지형별 경로손실 공식)의 일반적인 특징이다.
③ O — 이동 통신 채널에서는 신호가 여러 경로(직접파, 반사파, 회절파 등)를 통해 서로 다른 시간 지연을 가지고 수신기에 도달하며, 이것이 다중경로 페이딩의 원인이 된다.
④ X — 도플러 주파수 변이가 이동성으로 인해 발생한다는 부분은 맞지만, 변이 값은 반송파 주파수에 비례하므로 반송파 주파수가 낮을수록 변이 값이 커지는 것이 아니라 오히려 작아진다 → "반송파의 주파수가 낮을수록 변이 값이 크다"는 "반송파의 주파수가 높을수록(또는 클수록) 변이 값이 크다"로 고쳐야 옳은 설명이 된다.

NoteBase

오답 포인트

도플러 변이 공식 $f_d = \frac{v f_c}{c} \cos\theta$에서 분자에 반송파 주파수 f_c가 있다는 점을 놓치면 반비례 관계로 착각하기 쉽다. 도플러 변이는 반송파 주파수에 정비례하므로, 주파수가 낮을수록 변이가 작아지고 주파수가 높을수록 변이가 커진다는 방향을 반드시 반대로 기억하지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

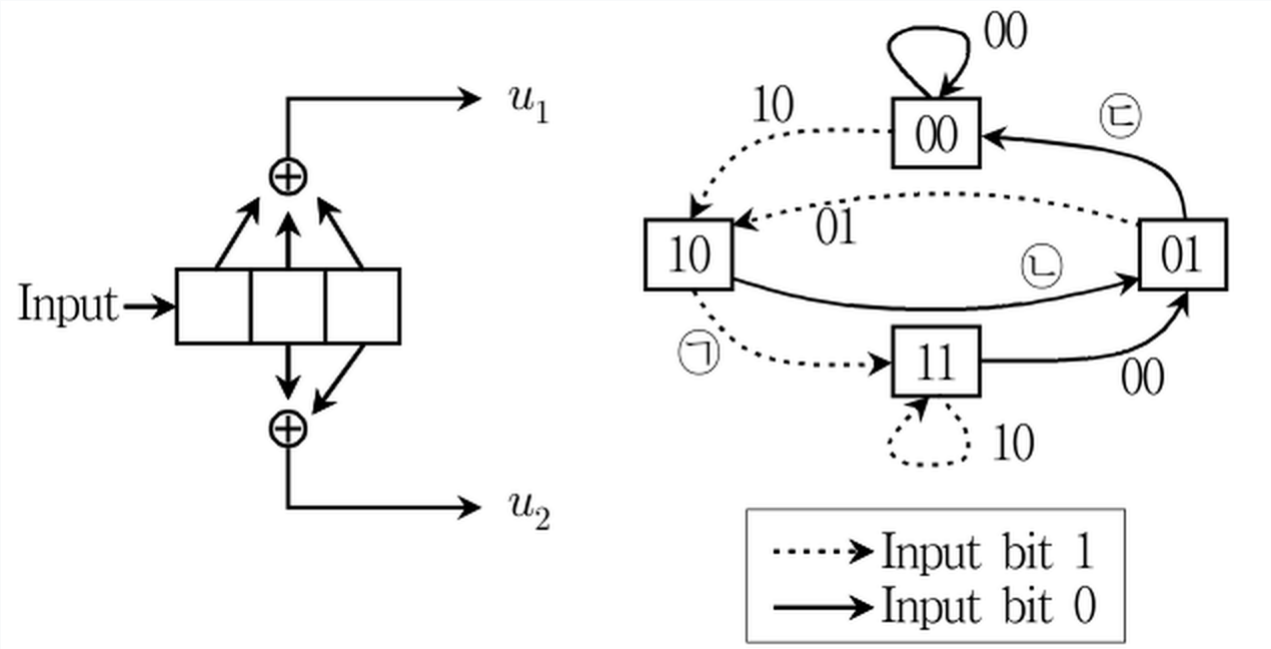
'도플러 변이'와 '반송파 주파수'가 함께 나오면 곧바로 $f_d = \frac{v f_c}{c} \cos\theta$ 식을 떠올려 비례 관계(주파수가 높을수록 변이도 커짐)를 확인한다. 그 외 선지에서 경로손실 요인, 그림자 페이딩에 의한 위치별 수신전력 차이, 다중경로에 의한 시간 지연 도달은 이동 통신 채널의 표준적인 특징이므로 옳은 설명으로 분류한다.

암기 포인트

도플러 변이 $f_d = \frac{v f_c}{c} \cos\theta$: 이동 속도·반송파 주파수에 비례, 이동 방향과 전파 도달 방향의 각도의 코사인에 비례. 경로손실 요인=거리·안테나 높이(기지국/이동국)·반송파 주파수. 그림자 페이딩=같은 거리라도 위치별 평균 수신전력 차이. 다중경로 페이딩=서로 다른 시간 지연을 갖는 경로들의 합.

NoteBase

문 18. 다음 그림은 부호화율이 $\frac{1}{2}$인 컨벌루션 부호(Convolutional Code)를 위한 부호화기(Encoder)와 해당 부호화기의 동작을 나타내는 상태도(State Diagram)이다. 상태도에서 사각형 안의 숫자는 부호화기의 상태(State)를 의미하고, 화살표 중간에 적혀 있는 숫자는 화살표에 따른 상태 천이(Transition) 시 발생되는 부호(Codeword)인 u_1u_2를 나타낸다. ㉠, ㉡, ㉢에 들어갈 부호 값은?



① ㉠: 01, ㉡: 11, ㉢: 11

② ㉠: 00, ㉡: 11, ㉢: 01

③ ㉠: 01, ㉡: 10, ㉢: 01

④ ㉠: 00, ㉡: 10, ㉢: 11

정답 1번

출제 포인트

부호화율 1/2, 구속장(constraint length) 3인 컨벌루션 부호화기의 회로 연결(어느 칸이 어느 덧셈기에 연결되는지)을 상태도의 표기 규칙과 연결해 실제 코드워드 u1u2를 계산할 수 있는지를 묻는다. 회로도를 보고 출력식을 세운 뒤 이를 각 상태 천이에 대입해 계산하는 문제이므로, 상태도 자체를 눈으로만 판독하는 것이 아니라 회로 규칙에 따라 값을 직접 산출해야 한다.

NoteBase

조건 정리

레지스터는 3칸이며 맨 앞 칸에 새 입력 x가 들어간다. 위쪽 덧셈기(u1)에는 3칸 모두에서 화살표가 연결되어 있고, 아래쪽 덧셈기(u2)에는 가운데 칸과 마지막 칸 두 곳에서만 화살표가 연결되어 있다(맨 앞 칸, 즉 새 입력은 u2에 직접 관여하지 않는다). 새 입력이 들어오기 직전 가운데 칸의 내용을 D1(한 클럭 전 입력), 마지막 칸의 내용을 D2(두 클럭 전 입력)라고 하면, 상태도의 상태 표시 두 자리 숫자는 바로 이 (D1, D2)이다. 화살표는 실선이면 입력 0, 점선이면 입력 1을 의미하고, 새 입력이 들어가면 상태는 (x, D1)로 바뀐다.

사용할 공식

회로 연결에 따라 $u_1 = x \oplus D_1 \oplus D_2$, $u_2 = D_1 \oplus D_2$이다(⊕는 XOR, 즉 mod-2 덧셈). 천이 후의 새 상태는 (x, D_1)이다.

계산 과정

먼저 이미 값이 주어진 천이로 위 공식이 맞는지 확인한다. 상태 00(D1=0, D2=0)에서 입력 1(점선)이 들어오면 u1=1⊕0⊕0=1, u2=0⊕0=0이므로 코드워드는 10이고, 새 상태는 (1,0)=10이다. 이는 그림에 00→10 점선 화살표에 적힌 '10'과 일치하여 공식이 옳음을 확인해 준다.
같은 방식으로 ㄱ을 구한다. ㄱ은 상태 10(D1=1, D2=0)에서 입력 1(점선)이 들어가 상태 11로 가는 천이의 코드워드이다. u1=1⊕1⊕0=0, u2=1⊕0=1이므로 코드워드는 01이다. 따라서 ㄱ=01이다.
ㄴ은 상태 10(D1=1, D2=0)에서 입력 0(실선)이 들어가 상태 01로 가는 천이의 코드워드이다. u1=0⊕1⊕0=1, u2=1⊕0=1이므로 코드워드는 11이다. 따라서 ㄴ=11이다.
ㄷ은 상태 01(D1=0, D2=1)에서 입력 0(실선)이 들어가 상태 00으로 가는 천이의 코드워드이다. u1=0⊕0⊕1=1, u2=0⊕1=1이므로 코드워드는 11이다. 따라서 ㄷ=11이다.
검산 삼아 나머지 두 천이도 확인하면, 상태 01에서 입력 1(점선)이 들어가면 u1=1⊕0⊕1=0, u2=0⊕1=1로 코드워드 01, 새 상태 10이 되어 그림의 '01' 표시와 일치하고, 상태 11에서 입력 0(실선)이 들어가면 u1=0⊕1⊕1=0, u2=1⊕1=0으로 코드워드 00, 새 상태 01이 되어 그림의 '00' 표시와 일치한다. 모든 이미 주어진 값과 어긋남이 없으므로 계산이 맞다.

선지 판단

① ㄱ=01, ㄴ=11, ㄷ=11 → 계산 결과와 정확히 일치한다. (O)
② ㄱ=00, ㄴ=11, ㄷ=01 → ㄱ이 00이면 u2=1⊕0=1이 되어야 하는데 이는 계산상 01(ㄱ)의 두 번째 자리와 맞지 않고, ㄷ도 실제 계산값 11과 다르다. (X)
③ ㄱ=01, ㄴ=10, ㄷ=01 → ㄴ이 10이면 u1=0⊕1⊕0=1과 맞지 않고(u1은 1이어야 하는데 10의 첫 자리는 1이라 얼핏 맞아 보이나 u2 자리가 0이 되어 실제 계산값 1과 어긋난다), ㄷ도 계산값 11과 다르다. (X)
④ ㄱ=00, ㄴ=10, ㄷ=11 → ㄱ, ㄴ이 각각 계산값 01, 11과 다르다. (X)

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 아래쪽 덧셈기(u2)에도 입력 칸(맨 앞 칸)이 연결된다고 착각해 u2를 x⊕D1⊕D2로 계산하는 것이다. 그림에서 아래쪽 덧셈기로 가는 화살표는 가운데 칸과 마지막 칸 두 개뿐이므로 입력 x는 u2 계산에서 빠져야 한다. 또한 상태도의 상태 표기(D1D2)와 새 상태 계산식 (x, D1)을 혼동해 어떤 자리가 먼저 들어온 비트인지 뒤바꾸면 전체 결과가 틀어지므로, 반드시 회로도의 칸 순서와 상태도의 화살표 방향(실선=0, 점선=1)을 짝지어 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

컨벌루션 부호화기 상태도 문제는 먼저 회로도에서 어느 칸이 어느 덧셈기에 연결되는지부터 정확히 세어 u1, u2 식을 XOR로 세운다. 그다음 이미 코드워드가 적힌 천이 한두 개에 그 식을 대입해 계산값과 그림의 값이 일치하는지 검산한 뒤, 같은 식을 미지의 천이(ㄱ, ㄴ, ㄷ 등)에 그대로 적용한다. 실선/점선이 입력 0/1을 나타낸다는 범례를 반드시 먼저 확인한다.

암기 포인트

구속장 3인 레지스터에서 상태는 (최근 입력, 그 전 입력) 두 비트로 표현되고, 새 입력이 들어오면 상태는 (새 입력, 이전 최근 입력)으로 갱신된다. 각 코드워드는 덧셈기에 실제로 연결된 칸들만 XOR한 값이며, 어떤 칸이 어느 덧셈기에 연결되어 있는지는 회로도의 화살표 개수로 직접 세어 확인해야 한다.

NoteBase

문 19. 대역폭이 3[kHz]로 대역 제한(Band Limited)된 10개의 기저대역(Baseband) 음성신호를 1[kHz]의 채널 간 보호대역(Guard Band)을 고려하여 FDM 하려고 한다. 변조 방식으로 양측파대(Double Side Band : DSB)를 사용할 때, 변조 후 FDM된 신호의 대역폭[kHz]은?

① 30

② 39

③ 60

④ 69

정답 4번

출제 포인트

DSB(양측파대) 변조가 기저대역 신호의 대역폭을 2배로 넓힌다는 사실과, FDM에서 여러 채널을 주파수축에 나열할 때 채널 간 보호대역까지 합산해야 전체 점유 대역폭이 나온다는 점을 함께 적용할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

기저대역 음성신호 대역폭은 채널당 3 kHz이고 채널 수는 10개이다. 변조 방식은 DSB이며, 인접 채널 사이에는 1 kHz의 보호대역을 둔다.

사용할 공식

DSB 변조 후 한 채널의 대역폭은 기저대역 대역폭의 2배이다: $B_{DSB} = 2f_m$. 전체 FDM 대역폭은 각 채널의 변조 후 대역폭의 합에 채널 사이에 들어가는 보호대역의 합을 더한 값이다: $B_{total} = n \times B_{DSB} + (n-1) \times B_{guard}$.

계산 과정

채널당 DSB 변조 후 대역폭은 2×3 kHz $= 6$ kHz이다. 채널이 10개이므로 변조된 신호들의 대역폭 합은 10×6 kHz $= 60$ kHz이다. 10개의 채널이 주파수축에 나란히 배치되면 채널 사이의 경계는 9군데이므로 보호대역은 9×1 kHz $= 9$ kHz만큼 추가된다. 따라서 전체 대역폭은 60 kHz + 9 kHz = 69 kHz이다.

NoteBase

선지 판단

① 30 → X: 이는 보호대역과 DSB의 2배 효과를 모두 반영하지 않고 기저대역 대역폭만 10배 한 값($3 \times 10 = 30$)이므로 틀린 값이다.
② 39 → X: 기저대역 기준으로 10채널을 합산한 30에 보호대역 9를 더한 값이며, DSB로 인한 2배 확장을 빠뜨린 값이므로 틀린 값이다.
③ 60 → X: DSB로 2배 확장한 채널 대역폭 10개를 합산한 값이지만 채널 사이의 보호대역 9 kHz를 빠뜨렸으므로 틀린 값이다.
④ 69 → O: DSB 변조로 채널당 대역폭이 6 kHz가 되고, 10개 채널의 합 60 kHz에 9개의 보호대역 9 kHz를 더한 값이 정확히 일치하므로 옳다.

오답 포인트

이 문제에서 자주 놓치는 부분은 두 가지이다. 첫째, DSB 변조는 기저대역 신호의 대역폭을 그대로 쓰는 것이 아니라 2배로 넓힌다는 점이다(상측파대와 하측파대가 모두 존재하기 때문). 둘째, 채널이 n개일 때 채널 사이의 보호대역 개수는 n개가 아니라 n-1개라는 점이다. 이 두 가지 중 하나만 빠뜨려도 30, 39, 60처럼 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

FDM 대역폭 계산 문제를 만나면 먼저 변조 방식이 DSB인지 SSB인지부터 확인한다. DSB이면 채널당 대역폭을 2배로, SSB이면 그대로 사용한다. 그다음 채널 수를 곱해 변조된 신호들의 총 대역폭을 구하고, 마지막으로 채널 사이의 보호대역 개수(채널 수보다 1개 적음)를 곱해 더하면 된다.

암기 포인트

DSB는 대역폭 2배, SSB는 대역폭 그대로. FDM 전체 대역폭 = (채널당 변조 후 대역폭 $\times$ 채널 수) + (보호대역 $\times$ (채널 수 − 1)).

NoteBase

문 20. 두 확률변수 X와 Y의 결합확률밀도함수가 다음과 같을 때, 옳지 않은 것은? (단, 상수 A와 B는 0이 아니다)

$f_{XY}(x,y) = A\exp[-B(x+y)],\ 0 \le x < \infty,\ 0 \le y < \infty$

① $A = 2B$를 항상 만족한다.

② $f_X(x) = \frac{A}{B}\exp(-Bx)$이다.

③ $f_{XY}(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$를 항상 만족한다.

④ A와 B는 항상 양수이다.

정답 1번

출제 포인트

결합확률밀도함수가 지수함수의 곱 형태로 주어졌을 때, 전체 확률의 합이 1이 되는 정규화 조건으로부터 상수 A, B 사이의 관계를 도출하고, 이를 이용해 주변확률밀도함수·독립성·부호 조건까지 함께 판단하는 문제이다.

조건 정리

$f_{XY}(x,y) = A\exp[-B(x+y)]$, $0 \le x < \infty$, $0 \le y < \infty$이고 상수 A, B는 0이 아니다. 확률밀도함수이므로 전체 영역에서 적분값이 1이어야 한다는 정규화 조건이 핵심이다.

사용할 공식

정규화 조건: $\int_0^\infty \int_0^\infty f_{XY}(x,y)dxdy = 1$ 지수함수의 적분: $\int_0^\infty e^{-Bx}dx = \frac{1}{B}$ $(B > 0)$ 주변확률밀도함수: $f_X(x) = \int_0^\infty f_{XY}(x,y)dy$

계산 과정

결합밀도함수가 x와 y에 대해 각각 지수함수로 분리되므로 $f_{XY}(x,y) = Ae^{-Bx}e^{-By} = (\sqrt{A}e^{-Bx})(\sqrt{A}e^{-By})$ 형태로 항상 곱 형태로 분리된다. 정규화 조건을 적용하면 $\int_0^\infty \int_0^\infty Ae^{-Bx}e^{-By}dxdy = A \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{B} = \frac{A}{B^2} = 1$ 이므로 $A = B^2$이 성립한다(2B가 아니다). 또한 이 적분이 유한한 양수 1로 수렴하려면 $B > 0$이어야 하고, 이때 $A = B^2 > 0$이므로 A도 항상 양수이다. 주변확률밀도함수는 $f_X(x) = \int_0^\infty Ae^{-Bx}e^{-By}dy = Ae^{-Bx} \cdot \frac{1}{B} = \frac{A}{B}e^{-Bx}$로 계산되어 ②의 식과 정확히 일치한다.

NoteBase

선지 판단

① X - 정규화 조건으로 도출되는 관계는 $A = B^2$이며 $A = 2B$는 일반적으로 성립하지 않는다(특정 $B = 2$일 때만 우연히 성립). 틀린 표현 → 올바른 표현: "A = 2B를 항상 만족한다" → "A = B^2을 항상 만족한다".
② O - 주변확률밀도함수 계산 결과 $f_X(x) = (A/B)e^{-Bx}$로 정확히 도출된다.
③ O - $f_{XY}(x, y) = Ae^{-Bx}e^{-By}$는 x만의 함수와 y만의 함수의 곱으로 항상 분리되므로 X와 Y는 항상 독립이고 $f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$가 항상 성립한다.
④ O - 확률밀도함수가 유한한 양의 값(1)으로 적분되려면 $B > 0$이어야 하고, 정규화 관계식 $A = B^2$에 의해 A도 항상 양수이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 정규화 조건을 직접 계산하지 않고 얼핏 보이는 계수 형태(지수함수 두 개가 곱해진 모양)만 보고 A와 B의 관계를 임의로 짐작하는 것이다. 반드시 이중적분을 실제로 계산해서 $A = B^2$이라는 정확한 관계를 얻어야 하며, 이를 생략하면 ①처럼 그럴듯해 보이는 오답에 속기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

결합확률밀도함수가 $f_{XY}(x, y) = Ag(x)h(y)$ 형태(지수함수 곱)로 주어지면, 먼저 전체 적분이 1이 되는 정규화 조건을 세워 상수들 사이의 정확한 관계식을 도출한다. 그 다음 이 식이 분리된 곱 형태이므로 두 변수는 항상 독립이라는 점, 주변확률밀도함수는 나머지 변수에 대해 적분해 얻는다는 점, 적분이 수렴하려면 지수의 계수(B)가 양수여야 한다는 점을 함께 확인한다.

암기 포인트

결합밀도함수가 $f_{XY}(x, y) = Ae^{-B(x+y)}$ 형태이면 정규화 조건에서 $A = B^2$이 나오고, 주변밀도는 $f_X(x) = (A/B)e^{-Bx} = Be^{-Bx}$이며, 지수함수의 곱으로 분리되는 결합밀도는 항상 독립을 의미한다는 것을 기억해 둔다.

NoteBase