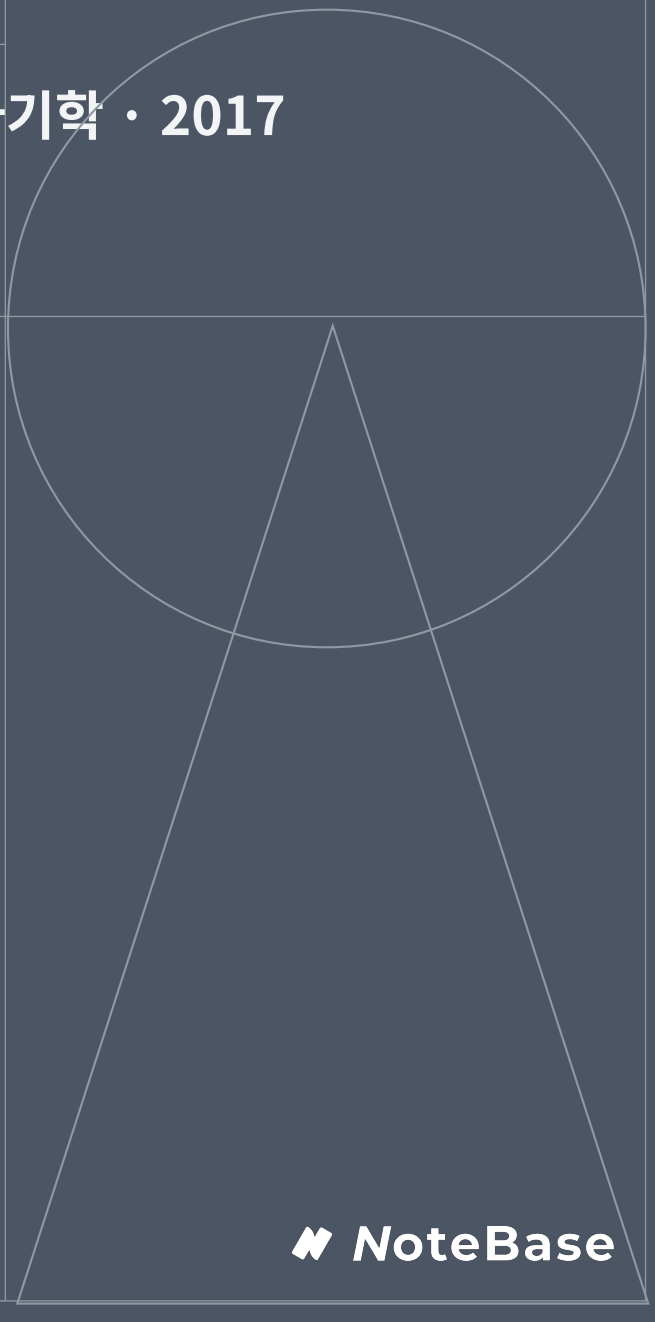
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 전기자기학 · 2017



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 전기자기학 · 2017

공무원/국가직/7급 · 전기자기학 · 2017

문 1. 완전도체에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 완전도체는 도전율이 무한대인 이상적인 도체이다.

② 외부 전계에 의해 대전된 완전도체의 표면은 등전위가 된다.

③ 완전도체의 내부에서 전계의 크기는 0이다.

④ 완전도체와 자유공간의 경계면에서 전계의 법선 성분은 0이다.

정답 4번

출제 포인트

완전도체(perfect conductor)가 갖는 정전기적 성질을 정확히 알고 있는지 확인하는 문항이다. 도전율, 표면 전위, 내부 전계, 경계면에서의 전계 성분이라는 네 가지 성질을 각각 옳고 그름으로 판정해야 한다.

핵심 개념

완전도체는 도전율 $\sigma \to \infty$인 이상적인 도체를 말한다. 정전계에서 완전도체 내부의 전계는 0이며, 이 때문에 도체 표면은 등전위면이 된다. 도체 표면에서 전계는 항상 표면에 수직(법선 방향)으로만 존재하고 접선 성분은 0이다. 이 법선 성분의 크기는 표면 전하 밀도 ρ_s와 매질의 유전율 ε_0에 의해 $E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}$로 결정되며, 표면에 전하가 대전되어 있으면 이 값은 0이 아니다. 즉 완전도체 표면에서 0이 되는 것은 법선 성분이 아니라 접선 성분이다.

선지별 해설

① 완전도체는 도전율이 무한대인 이상적인 도체이다 → O. 완전도체의 정의 그대로이며, 도전율이 무한대이므로 내부에 유한한 전계가 존재하면 전류가 무한대가 되어야 하므로 정전계에서는 내부 전계가 반드시 0이 되어야 한다.

② 외부 전계에 의해 대전된 완전도체의 표면은 등전위가 된다 → O. 도체 내부 전계가 0이므로 내부의 모든 점의 전위가 같고, 표면도 도체의 일부이므로 등전위면이 된다.

③ 완전도체의 내부에서 전계의 크기는 0이다 → O. 정전계 평형 상태에서 완전도체 내부에는 자유전하가 표면으로 이동해 재배치되므로 내부 전계는 0이 된다.

④ 완전도체와 자유공간의 경계면에서 전계의 법선 성분은 0이다 → X. 경계면에서 0이 되는 것은 전계의 접선 성분이며, 법선 성분은 표면 전하 밀도에 비례하는 값 $E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}$을 가진다. 대전된 완전도체라면 표면 전하가 존재하므로 법선 성분은 0이 아니다.

NoteBase

오답 포인트

완전도체 경계면에서 '접선 성분이 0'이라는 사실과 '법선 성분이 존재한다(경계조건에 따라 표면전하에 비례)'는 사실을 서로 바꿔서 기억하면 이 문제에서 틀리기 쉽다. 내부 전계가 0이라는 것과 표면(경계면)에서의 전계가 0이라는 것도 서로 다른 이야기이므로 혼동하지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

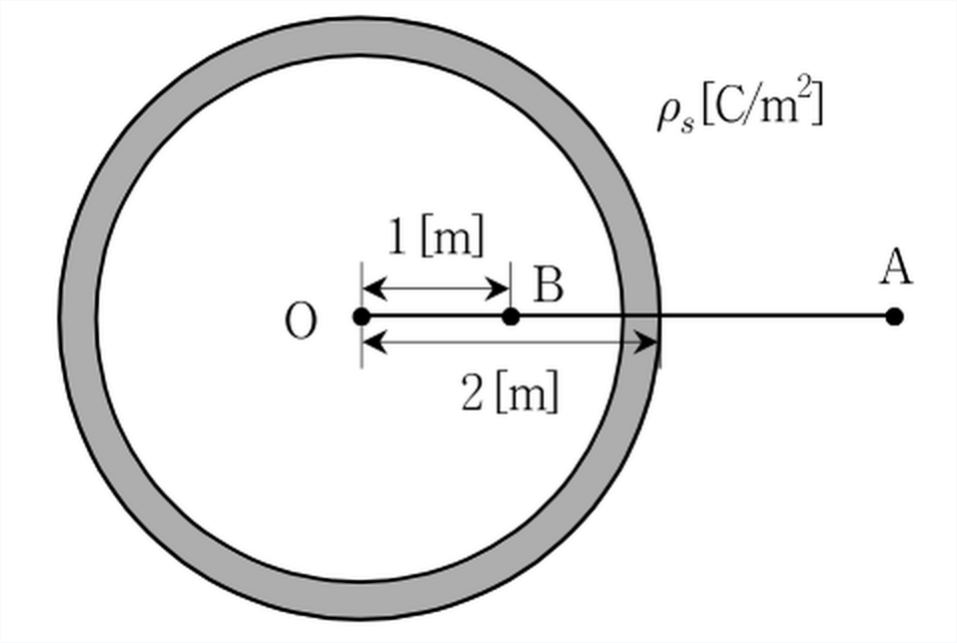
완전도체 관련 지문이 나오면 내부 전계=0, 표면=등전위, 접선 성분=0이라는 세 가지는 항상 성립하는 참인 진술로 우선 표시해 두고, 법선 성분에 관한 진술만 별도로 표면 전하 밀도와 연결해 판단한다.

암기 포인트

완전도체 표면: 접선 성분 0, 법선 성분 $E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}$(0이 아닐 수 있음). 완전도체 내부: 전계 0, 등전위.

NoteBase

문 2. 그림과 같이 반지름이 $2[m]$인 도체구각(conductor shell) 위에 면전하 밀도 $\rho_s[C/m^2]$인 전하가 분포해 있다. 원점 O로부터 $4[m]$ 떨어진 점 A에서 전계의 크기를 $E[V/m]$라 할 때, 원점 O로부터 $1[m]$ 떨어진 점 B에서 전계의 크기 $[V/m]$는?



① $-E$

② $-0.5E$

③ 0

④ $0.5E$

정답 3번

출제 포인트

속이 빈 도체구각(도체 껍질) 표면에 전하가 분포할 때, 구각 내부와 외부에서 전계가 어떻게 달라지는지를 가우스 법칙으로 판단하는 문제이다. 반지름 2m인 구각 표면에만 면전하밀도 ρ_s의 전하가 분포하고, 점 A(반지름 4m, 구각 바깥)와 점 B(반지름 1m, 구각 안쪽) 각각에서 전계의 크기를 비교한다.

조건 정리

도체구각의 반지름은 2m이고, 표면에만 면전하밀도 ρ_s의 전하가 균일하게 분포한다(구각 내부는 빈 공간이고 전하가 없다). 점 A는 원점 O로부터 4m 떨어진 구각 외부의 점이고, 점 B는 원점 O로부터 1m 떨어진 구각 내부의 점이다.

NoteBase

사용할 공식

구대칭 전하분포에 가우스 법칙을 적용하면 반지름 r인 가우스 폐곡면을 지나는 전계는 다음과 같다.
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$
여기서 Q_{enc}는 그 가우스 폐곡면 내부에 실제로 둘러싸인 전하량이다.

계산 과정

점 A($r = 4\text{m}$)는 구각(반지름 2m) 바깥에 있으므로, 반지름 4m인 가우스 구면 안에는 구각 표면의 전체 전하 $Q = \rho_s \cdot 4\pi(2)^2$가 모두 들어온다. 따라서
$E_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(4)^2} = E$
로 주어진 것과 같다.
반면 점 B($r = 1\text{m}$)는 구각(반지름 2m)보다 안쪽에 있으므로, 반지름 1m인 가우스 구면 안에는 전하가 전혀 들어오지 않는다(전하는 반지름 2m인 구각 표면에만 있기 때문이다). 즉 $Q_{enc} = 0$이므로
$E_B \cdot 4\pi(1)^2 = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_B = 0$
이 된다. 얇은 대전 구각의 내부 전계는 항상 0이며, 이는 A에서의 값 E와 무관하게 성립한다.

선지 판단

① -E : X. 점 B는 구각 내부이므로 전계가 0이 되어야 하는데, A에서의 전계 크기 E에 부호만 반대인 값을 답으로 고른 것은 내부 전계가 0이라는 사실을 반영하지 못한 오답이다.
② -0.5E : X. 마찬가지로 구각 내부에서 전계가 0이 되어야 함을 반영하지 않은 값이다.
③ 0 : O. 점 B는 도체구각(반지름 2m)보다 안쪽인 반지름 1m 지점이므로, 그 안에는 둘러싸인 전하가 없어 전계가 0이 된다.
④ 0.5E : X. 거리비(4m 대 1m)로부터 단순히 비례식을 세워 얻은 값으로 보이나, B가 전하가 없는 구각 내부에 있다는 점을 놓친 오답이다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 A와 B의 거리비(4m와 1m)를 보고 쿨롱의 법칙처럼 거리 제곱에 반비례하는 비례식을 세우려는 데 있다. 그러나 이 비례식은 두 점이 모두 전하 분포의 바깥쪽에 있을 때만 성립한다. B는 구각(반지름 2m)보다 안쪽에 있으므로 그 안에 둘러싸인 전하가 없고, 가우스 법칙에 따라 전계는 항상 0이다. 즉 A에서의 전계 E 값 자체는 B에서의 답을 구하는 데 전혀 필요하지 않다.

다시 나오면 이렇게 판단

구각(껍질) 형태의 전하 분포 문제를 보면 가장 먼저 관찰점이 구각의 반지름보다 안쪽인지 바깥쪽인지부터 구분한다. 바깥쪽이면 전체 전하가 한 점에 모인 것처럼 취급해 쿨롱의 법칙(또는 가우스 법칙)을 그대로 적용하고, 안쪽이면 둘러싸인 전하가 없으므로 별도 계산 없이 전계는 0이라고 즉시 판단한다.

NoteBase

암기 포인트

얇은 대전 구각(도체구각 또는 절연 구각 모두) 내부의 전계는 항상 0이다. 구각 외부에서는 전체 전하가 중심에 모인 점전하처럼 행동해 전계가 $1/r^2$에 비례해 감소한다.

NoteBase

문 3. 저항 $24[\Omega]$의 코일을 지나는 자속이 $0.3\cos(800t)[\mathrm{Wb}]$일 때, 코일에 흐르는 유도 전류의 최대값$[A]$은?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

정답 1번

출제 포인트

패러데이 법칙으로 유도 기전력을 구하고, 옴의 법칙으로 유도 전류의 최댓값을 계산하는 문제이다. 자속이 코사인 함수로 주어질 때 이를 시간에 대해 미분해 기전력의 순시값을 구하는 과정이 핵심이다.

조건 정리

저항 $R = 24[\Omega]$, 자속 $\phi(t) = 0.3\cos(800t)[\mathrm{Wb}]$이다. 코일 권수는 별도로 주어지지 않았으므로 1회 감김(권수 $N = 1$)으로 본다.

사용할 공식

패러데이 법칙에 의한 유도 기전력은 $e(t) = -\frac{d\phi}{dt}$이며, 유도 전류는 옴의 법칙에 의해 $i(t) = \frac{e(t)}{R}$이다.

계산 과정

자속을 시간으로 미분하면 $\frac{d\phi}{dt} = 0.3 \times (-800)\sin(800t) = -240\sin(800t)$이다. 따라서 유도 기전력은 $e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = 240\sin(800t)[\mathrm{V}]$이고, 기전력의 최댓값은 $240[\mathrm{V}]$이다. 유도 전류의 최댓값은 $I_{max} = \frac{E_{max}}{R} = \frac{240}{24} = 10[\mathrm{A}]$이다.

선지 판단

① 10: 계산 결과와 일치하여 정답이다.
② 20: 기전력 최댓값을 240이 아닌 480 등으로 잘못 구하거나 저항을 12로 잘못 나눈 경우에 나오는 값으로, 옳지 않다.
③ 30: 계수 800과 0.3을 곱하는 과정에서 자릿수나 배수를 잘못 계산한 경우 나오는 값으로, 옳지 않다.
④ 40: 미분 없이 자속의 최댓값 0.3을 그대로 쓰거나 각주파수를 곱하지 않고 다른 값을 대입한 경우 나오는 값으로, 옳지 않다.

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 자속을 미분하지 않고 자속의 최댓값 0.3을 그대로 저항으로 나누는 것이다. 유도 전류를 구하려면 반드시 자속을 시간에 대해 미분해 기전력을 먼저 얻어야 하며, 이 과정에서 각주파수 800이 곱해진다는 점을 놓치지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

자속이 $\phi(t) = \Phi_m \cos(\omega t)$ 형태로 주어지면 기전력의 최댓값은 $E_{max} = \omega \Phi_m$임을 바로 떠올린다. 여기에 저항을 나누면 전류의 최댓값 $I_{max} = \frac{\omega \Phi_m}{R}$이 곧바로 나온다.

암기 포인트

자속 $\phi(t) = \Phi_m \cos(\omega t)$일 때 유도 기전력의 최댓값은 $E_{max} = \omega \Phi_m$이고, 유도 전류의 최댓값은 $I_{max} = \frac{\omega \Phi_m}{R}$이다. 미분에 의해 코사인이 사인으로 바뀌고 각주파수 ω가 곱해진다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 4. 전자기파에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, ε은 유전율, μ는 투자율이다)

① 일반적인 전자기파의 물리적인 현상을 맥스웰 방정식으로 설명할 수 있다.

② 균일하고 등방성의 일반 매질에서 전자기파의 전파속도 v는 $\sqrt{\varepsilon\mu}$이다.

③ 균일하고 등방성의 일반 매질에서 고유 임피던스 η는 $\sqrt{\mu/\varepsilon}$이다.

④ 균일 평면파는 전계와 자계의 진동방향에 대하여 수직인 방향으로 진행한다.

정답 2번

출제 포인트

균일하고 등방성인 일반 매질에서 전자기파의 전파속도와 고유 임피던스 공식을 정확히 알고 있는지, 그리고 맥스웰 방정식과 평면파의 기본 성질을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 옳지 않은 것을 고르는 문제이므로 각 선지의 공식과 서술을 하나씩 검증해야 한다.

조건 정리

ε은 매질의 유전율, μ는 매질의 투자율이다. 균일하고 등방성인 일반 매질(무손실, 비도전성 매질)에서 전자기파가 전파될 때의 속도 v와 고유 임피던스 η를 구하는 공식이 필요하다.

사용할 공식

전자기파의 전파속도는 $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$이다. 고유 임피던스는 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$이다. 자유공간에서는 $\varepsilon = \varepsilon_0, \mu = \mu_0$를 대입하면 $v = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{m/s}$가 되어 빛의 속도와 일치한다.

계산 과정

전파속도 공식은 맥스웰 방정식으로부터 유도되는 파동방정식에서 나온다. 균일 평면파에 대한 파동방정식을 세우면 위상속도가 $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$로 나오며, 이는 매질의 유전율과 투자율이 클수록(즉 매질의 저항성이 클수록) 속도가 느려짐을 의미한다. ②번 선지는 이를 $v = \sqrt{\varepsilon\mu}$로 제시하여 역수 관계를 뒤집어 놓았으므로 옳지 않다. 반면 고유 임피던스는 전계와 자계의 진폭비로 정의되며 $\eta = E/H = \sqrt{\mu/\varepsilon}$로 유도되므로 ③번의 식은 올바르다.

선지 판단

① 일반적인 전자기파의 물리적 현상(전계와 자계의 상호 유도, 전파 등)은 맥스웰 방정식(패러데이 법칙, 앙페르-맥스웰 법칙, 가우스 법칙 등)으로 완전히 설명된다 → 옳은 설명이다.

② 균일하고 등방성인 일반 매질에서 전자기파의 전파속도는 $v = \sqrt{\varepsilon\mu}$가 아니라 $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$이다 → 틀린 표현이며, 이 문제에서 찾는 옳지 않은 선지이다.

③ 균일하고 등방성인 일반 매질에서 고유 임피던스는 $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$이다 → 옳은 공식이다.

④ 균일 평면파에서 전계와 자계는 서로 수직이며, 전파 방향은 전계와 자계 각각의 진동방향에 모두 수직인 방향(가로파, 횡파)이다 → 옳은 설명이다.

NoteBase

오답 포인트

전파속도 공식과 고유 임피던스 공식을 혼동하기 쉽다. 임피던스는 $\sqrt{\mu/\varepsilon}$ 처럼 분수 형태의 제곱근이고, 속도는 $1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ 처럼 곱의 제곱근의 역수라는 점에서 형태가 다르다. ②번처럼 역수 관계를 놓치고 그냥 $\sqrt{\varepsilon\mu}$ 로 착각하면 오답을 정답으로 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

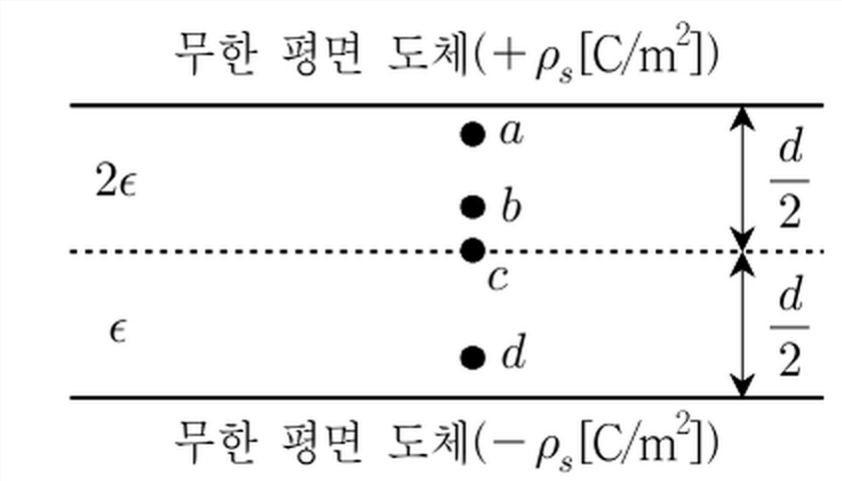
전자기파 관련 문제에서 속도, 임피던스, 파장, 위상상수 등의 공식이 선지로 나오면 각 공식의 분자·분모 위치와 제곱근 안팎의 곱셈·나눗셈 관계를 하나씩 짚어 확인한다. 특히 $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ 와 $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ 은 형태가 비슷해 보이므로 서로 바꿔치기한 오답이 자주 출제된다는 점을 염두에 둔다.

암기 포인트

전파속도 $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, 고유 임피던스 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ 로 구분하여 암기한다. 균일 평면파는 전계, 자계, 진행방향이 서로 수직인 횡파라는 점도 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 5. 그림과 같이 표면전하밀도 $+\rho_s[C/m^2]$, $-\rho_s[C/m^2]$가 각각 분포하고 있는 두 개의 무한 도체 평판이 거리 d로 서로 평행하게 놓여 있고, 평판 사이에 유전율이 ε, 2ε인 두 유전체가 각각 존재하고 있다. 점 a, b, c, d에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, 점 c는 두 유전체의 경계면에 있다)



① 점 a에서의 전계의 크기는 점 b에서의 전계의 크기보다 크다.

② 점 a에서의 전계의 크기는 점 d에서의 전계의 크기보다 크다.

③ 점 b와 점 d에서 전속 밀도의 크기는 동일하다.

④ 점 c에서 전위는 불연속이다.

정답 3번

출제 포인트

서로 다른 유전체가 직렬로 채워진 무한 평행판 사이에서 전속밀도(D)와 전계(E) 중 어느 것이 경계면을 지날 때 연속이고 어느 것이 불연속인지, 그리고 전위(V)가 경계면에서 어떻게 되는지를 구분해 아는지 확인하는 문제이다.

조건 정리

무한 평면 도체 평판 두 장이 거리 d로 평행하게 놓여 있고 각각 표면전하밀도 $+\rho_s$, $-\rho_s$를 가진다. 위쪽 절반(두께 d/2)에는 유전율 2ε인 유전체, 아래쪽 절반(두께 d/2)에는 유전율 ε인 유전체가 채워져 있다. 점 a, b는 위쪽 2ε 유전체 내부에 있고(a가 b보다 위), 점 c는 두 유전체의 경계면에, 점 d는 아래쪽 ε 유전체 내부에 있다.

NoteBase

사용할 공식

무한 평판 사이의 전속밀도는 자유 표면전하밀도로 정해진다: $D = \rho_s$. 전계는 $E = \frac{D}{\varepsilon}$이다. 자유전하가 없는 유전체 경계면에서는 전속밀도의 수직 성분이 연속이다: $D_1 = D_2$. 전위는 전계를 적분한 물리량이므로 경계면에서도 항상 연속이다.

계산 과정

무한 평판 사이에서 전속밀도 D는 매질의 종류와 무관하게 표면전하밀도로만 결정되며 판 사이 전 구간(a, b, c, d 어느 점이든)에서 균일하게 $D = \rho_s$이다. 반면 전계는 $E = D/\varepsilon$이므로 유전율에 반비례해 매질마다 달라진다. 위쪽 2ε 영역에서는 E_위=(_s)/(2ε)이고, 아래쪽 ε 영역에서는 E_아래=(_s)/(ε)=2E_위이다. 같은 매질 내부에 있는 a와 b는 유전율이 같으므로 전계의 크기도 서로 같다: $E_a = E_b$. 전위는 전계가 유전율에 따라 값이 바뀌더라도 적분된 결과이므로 경계면 c에서 끊어지지 않고 이어진다.

선지 판단

① 점 a에서의 전계의 크기는 점 b에서의 전계의 크기보다 크다 → X. a와 b는 모두 유전율 2ε인 같은 유전체 내부에 있으므로 전계의 크기는 $E_a = E_b$로 동일하며 더 크지 않다.
② 점 a에서의 전계의 크기는 점 d에서의 전계의 크기보다 크다 → X. $E_a = \frac{\rho_s}{2\varepsilon}$, $E_d = \frac{\rho_s}{\varepsilon}$이므로 오히려 E_d가 E_a의 2배로 더 크다.
③ 점 b와 점 d에서 전속 밀도의 크기는 동일하다 → O. 무한 평판 사이에서 전속밀도는 매질과 무관하게 표면전하밀도로 결정되어 전 구간에서 $D = \rho_s$로 균일하므로 b와 d에서 전속밀도의 크기는 같다.
④ 점 c에서 전위는 불연속이다 → X. 전위는 유전체 경계면을 지날 때도 항상 연속이며, 매질에 따라 불연속적으로 값이 바뀌는 것은 전계(E)이다.

오답 포인트

유전체 경계면을 지날 때 전속밀도(D)와 전계(E) 가운데 무엇이 연속이고 무엇이 불연속인지를 반대로 기억하기 쉽다. 자유전하가 없는 경계면에서는 D의 수직 성분이 연속이고, 매질의 유전율이 다르면 오히려 E가 매질마다 다른 값을 가진다. 또한 전위는 전계가 매질별로 다르더라도 적분값이므로 경계면에서 항상 연속이라는 점을 놓치면 ④를 옳은 것으로 잘못 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행판 사이에 서로 다른 유전체가 층을 이루며 채워진 구조가 나오면 먼저 전속밀도 $D = \rho_s$가 판 사이 전 구간에서 일정하다는 점부터 확인한다. 그다음 각 영역의 전계는 $E = D/\varepsilon$로 유전율에 반비례해서 구하고, 전위는 항상 연속이라는 점을 기본 전제로 두고 선지를 판단한다.

암기 포인트

자유전하가 없는 유전체 경계면에서는 전속밀도 D는 연속, 전계 E는 매질이 다르면 불연속(값이 다름), 전위 V는 항상 연속이다.

NoteBase

문 6. 무손실의 자유공간을 진행하고 있는 균일 평면파의 시변 전계가 $\vec{E} = -E_0\cos(\omega t - kz)\vec{a}_y\ [V/m]$이다. 평면파의 전계 크기 E_0는 $2[V/m]$, 주파수는 $300[MHz]$일 때, 균일 평면파가 갖는 시평균 전력밀도 $[W/m^2]$는? (단, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}[F/m]$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$이다)

① $\frac{1}{180\pi}$
② $\frac{1}{120\pi}$
③ $\frac{1}{60\pi}$
④ $\frac{1}{30\pi}$

정답 3번

출제 포인트

자유공간(무손실 매질)을 진행하는 균일 평면파에서 전계의 진폭 E_0만 주어졌을 때 시평균 전력밀도(포인팅 벡터의 시간평균 크기)를 구하는 문제이다. 진공(자유공간)의 파동임피던스 값을 정확히 계산해 적용할 수 있는지를 묻는다. 문제에 주어진 ε_0, μ_0 수치는 파동임피던스 $\eta_0 = 120\pi$를 유도하기 위한 단서이며, 주파수 300[MHz]는 이 문제(전력밀도만 구하는 경우)의 계산에는 사용되지 않는 값이다.

조건 정리

무손실 자유공간이므로 전도전류가 없고 매질은 순수 유전율 ε_0과 투자율 μ_0만 갖는다. 전계 $\vec{E} = -E_0\cos(\omega t - kz)\vec{a_y}$에서 전계 진폭은 $E_0 = 2$[V/m]이다. 부호(음의 부호)와 진행 방향은 전력밀도의 크기(스칼라)에는 영향을 주지 않으므로 크기 계산에서는 무시한다.

사용할 공식

무손실 자유공간에서의 파동임피던스는 $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$이고, 균일 평면파의 시평균 전력밀도(포인팅 벡터 크기의 시간평균)는 $S_{avg} = \frac{E_0^2}{2\eta_0}$이다.

계산 과정

먼저 파동임피던스를 구한다. $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7}}{\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}}} = \sqrt{4\pi \times 36\pi \times 10^2} = \sqrt{144\pi^2 \times 10^2} = 120\pi$ [Ω]이다. 다음으로 시평균 전력밀도에 대입한다. $S_{avg} = \frac{E_0^2}{2\eta_0} = \frac{2^2}{2 \times 120\pi} = \frac{4}{240\pi} = \frac{1}{60\pi}$[W/m^2]이다.

NoteBase

선지 판단

① 1/(180π) — 틀렸다. $2\eta_0 = 240\pi$를 잘못 계산해 분모가 더 커진 값이다 → 올바른 분모는 240π이고 결과는 $1/60\pi$이다.
② 1/(120π) — 틀렸다. $E_0^2 = 4$를 곱하지 않고 η_0 값 자체를 분모에만 쓴 값이다 → $S_{avg} = E_0^2/(2\eta_0)$로 분자 4를 반드시 반영해야 한다.
③ 1/(60π) — 옳다. $S_{avg} = 4/(2 \times 120\pi) = 1/60\pi$로 계산 과정과 정확히 일치한다.
④ 1/(30π) — 틀렸다. $2\eta_0$ 대신 $\eta_0/2$를 쓰는 등의 계산으로 분모가 더 작아진 값이다 → 분모는 $2\eta_0 = 240\pi$가 되어야 한다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 시평균 전력밀도 공식에서 분모의 2를 빠뜨리거나(첨두값 그대로 사용), 분자의 E_0^2을 곱하는 것을 잊고 파동임피던스 값만 답으로 착각하는 것이다. 또한 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ 계산에서 근호 안의 10^{-7}과 10^{-9}의 지수 처리를 틀려 자릿수를 잘못 맞추는 경우도 많다. 주파수 300[MHz] 값에 이끌려 파장이나 위상속도를 구하려 하면 불필요한 계산으로 시간만 소모하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

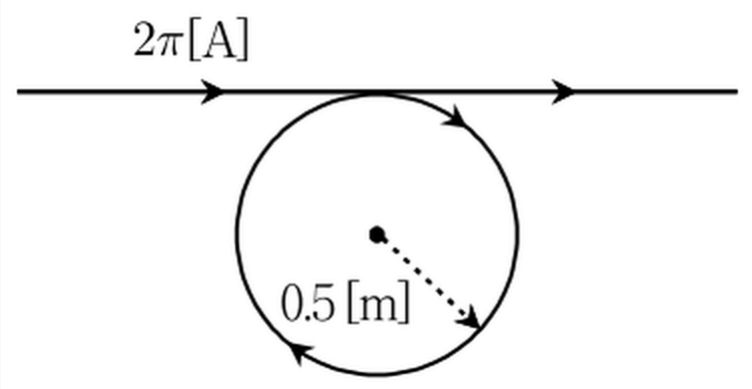
무손실 자유공간에서 전계 진폭만 주어지고 시평균 전력밀도를 묻는 문제는 곧바로 $\eta_0 = 120\pi$(약 377Ω)를 상수로 떠올리고 $S_{avg} = E_0^2/(2\eta_0)$에 대입한다. ε_0, μ_0의 구체적 수치가 주어진 경우는 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$임을 재확인시키려는 의도일 뿐 별도의 값으로 바뀌는 경우는 드물다. 주파수나 파장이 함께 제시되어도 전력밀도만 묻는다면 그 값들은 사용하지 않는다는 것을 먼저 판단한다.

암기 포인트

자유공간 파동임피던스 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi[\Omega]$ (약 377Ω)로 고정 기억해 둔다. 균일 평면파의 시평균 전력밀도 공식 $S_{avg} = \frac{E_0^2}{2\eta_0} = \frac{H_0^2\eta_0}{2}$의 두 형태를 함께 외워 두면 전계 진폭이든 자계 진폭이든 바로 대입할 수 있다.

NoteBase

문 8. 그림과 같이 전류 $2\pi[A]$가 흐르는 무한 직선 도선이 반지름 $0.5[m]$인 원을 한 번 이룬 후 다시 직진할 때, 원의 중심점에서의 자계 $\vec{H}[A/m]$의 크기는?



① $2(\pi+1)$

② $2(\pi-1)$

③ $\frac{\pi+1}{2}$

④ $\frac{\pi-1}{2}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 무한 직선 도선이 중간에 원을 한 번 감고 다시 직진하는 특수한 도선 배치에서, 원의 중심점에 생기는 자계의 크기를 구하는 문제이다. 도선을 두 부분으로 나누어 생각해야 한다. 하나는 원형 루프(반지름 0.5m)이고, 다른 하나는 그 원에 접하며 지나가는 무한 직선 부분이다. 각 부분이 중심점에 만드는 자계를 따로 구한 뒤, 두 자계의 방향이 같은지 확인하여 크기를 합산하거나 뺀다.

조건 정리

전류 $I = 2\pi$ [A], 원의 반지름 $R = 0.5$ [m]. 원의 중심에서 직선 도선까지의 수직 거리도 원의 반지름과 같은 $R = 0.5$ [m]이다(직선 도선이 원에 접하는 형태이므로 중심에서 직선까지 거리는 반지름과 같다). 원형 루프 전류와 직선 도선 전류의 방향은 그림상 서로 이어진 하나의 도선이며, 화살표 방향을 따라가면 두 자계가 중심점에서 모두 같은 방향(지면 안쪽)으로 형성된다.

사용할 공식

원형 루프 중심의 자계: $H_{loop} = \frac{I}{2R}$
무한 직선 도선으로부터 수직 거리 R만큼 떨어진 점의 자계: $H_{line} = \frac{I}{2\pi R}$
두 자계의 방향이 같으므로 전체 자계는 $H = H_{loop} + H_{line}$이다.

NoteBase

계산 과정

원형 루프에 의한 자계: $H_{loop} = \frac{I}{2R} = \frac{2\pi}{2 \times 0.5} = 2\pi$ [A/m]
직선 도선에 의한 자계: $H_{line} = \frac{I}{2\pi R} = \frac{2\pi}{2\pi \times 0.5} = 2$ [A/m]
두 자계는 같은 방향이므로 더한다.
$H = H_{loop} + H_{line} = 2\pi + 2 = 2(\pi + 1)$ [A/m]

선지 판단

① 2(π+1) — O. 원형 루프 자계 2π와 직선 도선 자계 2가 같은 방향으로 더해져 나온 값과 정확히 일치한다.
② 2(π-1) — X. 두 자계를 빼면 나오는 값인데, 이 문제에서는 두 자계의 방향이 같으므로 빼는 것이 아니라 더해야 한다.
③ (π+1)/2 — X. 원형 루프 자계 공식을 $H_{loop} = \frac{I}{2R}$이 아니라 $\frac{I}{4R}$ 등으로 잘못 적용하거나 단위를 잘못 나눈 경우 나오는 값으로, 실제 계산 결과의 4분의 1에 해당한다.
④ (π-1)/2 — X. ③과 같은 계산 오류에 방향을 반대로(뺄셈으로) 적용했을 때 나오는 값이다.

오답 포인트

이 문제의 핵심 함정은 원의 중심에서 직선 도선까지의 수직 거리를 잘못 잡는 것이다. 직선 도선이 원에 접하며 지나가므로 중심에서 직선까지의 거리는 원의 반지름과 같은 0.5m이다. 또한 원형 루프 자계 공식 $H = \frac{I}{2R}$와 무한 직선 도선 자계 공식 $H = \frac{I}{2\pi R}$를 혼동하여 반대로 적용하면 답이 틀어진다. 마지막으로 그림에서 전류가 흐르는 방향을 따라가 보면 원형 루프 자계와 직선 도선 자계가 중심점에서 같은 방향(지면 안쪽)으로 형성되므로, 두 값을 빼지 않고 더해야 한다는 점을 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

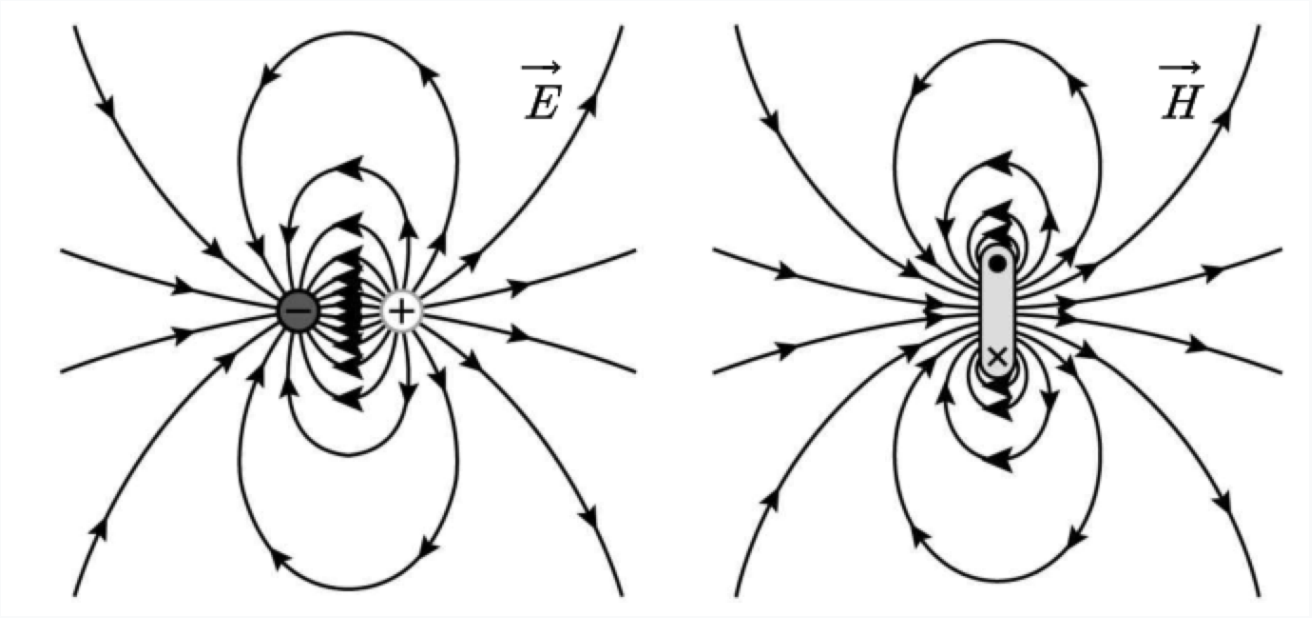
직선 도선이 원을 한 번 감고 다시 직진하는 형태의 문제가 나오면, 도선을 원형 루프와 무한 직선 두 부분으로 분리하여 각각의 자계 공식을 적용한 뒤, 전류의 흐름 방향을 따라가며 두 자계의 방향이 같은지 반대인지를 먼저 판단한다. 방향이 같으면 더하고, 반대이면 뺀다. 이때 원의 중심에서 직선까지의 거리는 원이 직선에 접하는 구조이므로 반지름과 같다는 점을 기억한다.

암기 포인트

원형 루프 중심 자계 공식: $H = \frac{I}{2R}$
무한 직선 도선 자계 공식: $H = \frac{I}{2\pi R}$
두 공식의 분모에 π가 있고 없고의 차이를 혼동하지 않도록 주의한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 전기쌍극자와 자기쌍극자에 의해 발생하는 전계($\vec{E}$)와 자계($\vec{H}$)를 나타내었다. 전기쌍극자의 스칼라 전위(V)와 자기쌍극자의 벡터 자위($\vec{A}$)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $\vec{E} = -\vec{\nabla}V, \vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{\nabla} \times \vec{A}$ 이며, μ는 투자율이다)



① 자기쌍극자의 루프 반지름이 증가하면 발생하는 벡터 자위의 크기가 증가한다.

② 전기쌍극자의 두 점전하 사이의 거리가 증가하면 발생하는 스칼라 전위가 증가한다.

③ 주위 매질의 투자율이 증가하면 자기쌍극자에 의해 발생하는 벡터 자위의 크기가 증가한다.

④ 주위 매질의 유전율이 증가하면 전기쌍극자에 의해 발생하는 스칼라 전위가 증가한다.

정답 4번

출제 포인트

전기쌍극자의 스칼라 전위 V와 자기쌍극자의 벡터 자위 A가 각각 어떤 변수에 비례·반비례하는지, 즉 두 공식의 매질 상수·기하학적 변수 의존성을 정확히 구분하는지 묻는다. 특히 V는 매질의 유전율 ε에 반비례하고 A는 매질의 투자율 μ에 비례한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

전기쌍극자 모멘트를 $p = qd$(점전하 q, 두 전하 사이 거리 d)라 하고, 자기쌍극자(전류 루프) 모멘트를 $m = Ia^2\pi$(전류 I, 루프 반지름 a)라 한다. 관측점까지의 거리 r, 관측각 θ는 고정된 상태에서 각 변수 하나씩만 증가시켰을 때 전위·자위가 어떻게 변하는지 판단한다.

NoteBase

사용할 공식

전기쌍극자의 스칼라 전위: $V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$ 자기쌍극자의 벡터 자위: $A = \frac{\mu m\sin\theta}{4\pi r^2}$ 여기서 ε은 주위 매질의 유전율, μ는 주위 매질의 투자율이다.

계산 과정

① 루프 반지름 a가 증가하면 자기쌍극자 모멘트 $m = Ia^2\pi$가 a^2에 비례해 커지므로, $A = \frac{\mu m\sin\theta}{4\pi r^2}$도 함께 증가한다. → 옳은 설명이다.
② 두 점전하 사이 거리 d가 증가하면 전기쌍극자 모멘트 $p = qd$가 커지므로 $V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$도 함께 증가한다. → 옳은 설명이다.
③ $A = \frac{\mu m\sin\theta}{4\pi r^2}$에서 A는 매질의 투자율 μ에 정비례하므로, μ가 증가하면 A의 크기도 증가한다. → 옳은 설명이다.
④ $V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$에서 V는 매질의 유전율 ε에 반비례한다. 따라서 ε이 증가하면 분모가 커져 V는 오히려 감소한다. 증가한다는 설명은 틀렸다.

선지 판단

① 자기쌍극자의 루프 반지름이 증가하면 벡터 자위의 크기가 증가한다 → O, 모멘트 $m \propto a^2$이므로 A도 함께 증가한다.
② 전기쌍극자의 두 점전하 사이 거리가 증가하면 스칼라 전위가 증가한다 → O, 모멘트 $p \propto d$이므로 V도 함께 증가한다.
③ 주위 매질의 투자율이 증가하면 벡터 자위의 크기가 증가한다 → O, $A \propto \mu$이므로 옳다.
④ 주위 매질의 유전율이 증가하면 스칼라 전위가 증가한다 → X, 실제로는 $V \propto \frac{1}{\varepsilon}$이므로 유전율이 증가하면 스칼라 전위는 오히려 감소한다 → 감소한다로 고쳐야 한다.

오답 포인트

전기쌍극자의 전위 공식과 자기쌍극자의 자위 공식에서 매질 상수의 위치를 반대로 외우면 이 문제에서 바로 걸린다. V는 유전율이 분모에 있어 반비례하고, A는 투자율이 분자에 있어 정비례한다는 대칭적 차이를 혼동하지 않아야 한다. 또한 쌍극자 모멘트가 커지면(전하 간 거리 증가, 루프 반지름 증가) 전위·자위 모두 증가한다는 점은 두 경우 모두 공통이므로 ①②③은 자연스럽게 옳은 설명이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

전기쌍극자 전위와 자기쌍극자 자위 문제가 나오면 먼저 두 공식을 나란히 적어 놓고 유전율과 투자율이 각각 분모·분자 중 어디에 있는지부터 확인한다. 유전율이 커지면 전위는 작아지고, 투자율이 커지면 자위는 커진다는 반대 방향성을 기준으로 선지를 하나씩 대조하면 오답을 빠르게 찾을 수 있다.

NoteBase

암기 포인트

전기쌍극자 전위 $V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$는 유전율에 반비례, 자기쌍극자 자위 $A = \frac{\mu m\sin\theta}{4\pi r^2}$는 투자율에 정비례한다. "유전율 ↑ → 전위 ↓, 투자율 ↑ → 자위 ↑"로 짝지어 외워 둔다.

NoteBase

문 10. 원천(source)이 없는 ($\rho_v = \vec{J} = 0$) 무손실 자유공간을 진행하는 시변전계가 $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\vec{a}_x$ $[V/m]$일 때, 시변자계 $\vec{H}[A/m]$는? (단, ω는 각주파수, k는 파수(wave number), ρ_v는 체적전하밀도, $\vec{J}$는 전류밀도, μ_0는 자유공간의 투자율이다)

① $E_0\frac{k}{\mu_0\omega}\cos(\omega t - kz)\vec{a}_y$
② $E_0\frac{\mu_0\omega}{k}\sin(\omega t - kz)\vec{a}_y$
③ $E_0\frac{k}{\mu_0\omega}\sin(\omega t - kz)\vec{a}_z$
④ $E_0\frac{\mu_0\omega}{k}\cos(\omega t - kz)\vec{a}_z$

정답 1번

출제 포인트

소스가 없는($\rho_v = \vec{J} = 0$) 무손실 자유공간에서 맥스웰 방정식 중 패러데이 법칙을 이용해 주어진 시변 전계로부터 시변 자계를 유도할 수 있는지를 묻는 문제이다.

조건 정리

무손실 자유공간이고 원천이 없으므로 전류밀도와 체적전하밀도가 모두 0이다. 전계는 $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\vec{a_x}$로 x방향 성분만 가지며 z방향으로 진행하는 평면파이다. μ_0는 자유공간의 투자율이다.

사용할 공식

자유공간에서 패러데이 법칙은 $\nabla \times \vec{E} = -\mu_0\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$이다. 또한 무손실 자유공간을 진행하는 평면파의 파동임피던스는 $\eta = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = \frac{\mu_0\omega}{k}$이며 이는 전계와 자계 진폭의 비 E_0/H_0와 같다.

계산 과정

전계는 x성분만 있고 z에만 의존하므로 회전을 성분별로 전개하면 $\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial z}\vec{a_y}$만 남는다.
$E_x = E_0\cos(\omega t - kz)$를 z로 미분하면 $\frac{\partial E_x}{\partial z} = E_0 k\sin(\omega t - kz)$이므로 $\nabla \times \vec{E} = E_0 k\sin(\omega t - kz)\vec{a_y}$이다.
이를 패러데이 법칙에 대입하면 $-\mu_0\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = E_0 k\sin(\omega t - kz)\vec{a_y}$이므로 $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{E_0 k}{\mu_0}\sin(\omega t - kz)\vec{a_y}$가 된다.
양변을 시간에 대해 적분하면 $\vec{H} = \frac{E_0 k}{\mu_0\omega}\cos(\omega t - kz)\vec{a_y}$를 얻는다. 파동임피던스 $\eta = \mu_0\omega/k$를 이용해 $H_0 = E_0/\eta = E_0 k/(\mu_0\omega)$로 구해도 같은 결과가 나오며, 진행방향이 +z이고 $\vec{a_x} \times \vec{a_y} = \vec{a_z}$이므로 자계 방향이 $\vec{a_y}$라는 것도 함께 확인된다.

NoteBase

선지 판단

① $E_0\frac{k}{\mu_0\omega}\cos(\omega t - kz)\vec{a_y}$: 계산 결과와 계수, 위상함수(코사인), 방향($\vec{a_y}$)이 모두 일치한다. 정답이다.
② $E_0\frac{\mu_0\omega}{k}\sin(\omega t - kz)\vec{a_y}$: 방향은 맞으나 계수가 $\frac{k}{\mu_0\omega}$ 대신 그 역수인 $\frac{\mu_0\omega}{k}$로 되어 있고 위상함수도 코사인이 아닌 사인이다. 틀린 표현 → 계수는 $\frac{k}{\mu_0\omega}$, 위상함수는 코사인이어야 한다.
③ $E_0\frac{k}{\mu_0\omega}\sin(\omega t - kz)\vec{a_z}$: 계수는 맞지만 위상함수가 사인이고 방향이 $\vec{a_z}$로 되어 있다. 틀린 표현 → 위상함수는 코사인, 방향은 $\vec{a_y}$이어야 한다.
④ $E_0\frac{\mu_0\omega}{k}\cos(\omega t - kz)\vec{a_z}$: 위상함수는 코사인으로 맞지만 계수가 역수이고 방향도 $\vec{a_z}$로 잘못되어 있다. 틀린 표현 → 계수는 $\frac{k}{\mu_0\omega}$, 방향은 $\vec{a_y}$이어야 한다.

오답 포인트

파동임피던스 $\eta = \mu_0\omega/k$와 그 역수 $k/(\mu_0\omega)$를 혼동하기 쉬운데, 자계 진폭은 전계 진폭을 임피던스로 나눈 것이므로 계수는 η의 역수인 $k/(\mu_0\omega)$가 되어야 한다. 또한 전계가 $\vec{a_x}$, 진행방향이 +z일 때 자계 방향은 $\vec{a_x} \times \vec{a_H}$가 +z를 향하도록 정해지므로 $\vec{a_y}$가 되어야 하는데, 방향을 $\vec{a_z}$로 착각하기 쉽다. 아울러 회전 계산 과정에서 위상함수가 코사인에서 사인으로 미분되었다가 시간적분을 통해 다시 코사인으로 돌아온다는 점을 놓치면 위상함수를 사인으로 잘못 고를 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 전계 방향과 진행방향의 외적으로 자계 방향을 정한다. $\vec{a_x} \times \vec{a_y} = \vec{a_z}$이므로 전계가 $\vec{a_x}$이고 +z로 진행하면 자계는 $\vec{a_y}$ 방향이다. 그 다음 자계의 위상함수는 전계의 위상함수와 같은 형태(여기서는 코사인)를 유지하며, 계수는 전계 진폭을 파동임피던스 $\eta = \mu_0\omega/k$로 나눈 값, 즉 $E_0k/(\mu_0\omega)$로 정리한다.

암기 포인트

무손실 자유공간에서 평면파의 파동임피던스는 $\eta = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = \mu_0\omega/k$이며 이는 전계와 자계 진폭의 비 E_0/H_0와 같다. 전계와 자계는 서로 직교하고 두 벡터의 외적 $\vec{E} \times \vec{H}$는 파의 진행방향을 가리킨다.

NoteBase

문 11. 자유공간에서 시변전계와 시변자계에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 전속밀도의 시간 변화율 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$의 단위는 $[A/m^3]$이다.

② 시변전계와 시변자계는 독립적으로 서로 무관하다.

③ 자계가 시간에 따라 변화가 있을 때 $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$이다.

④ 전계가 시간에 따라 변화가 있을 때 $\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$이 된다.

정답 3번

출제 포인트

자유공간에서 시변전계와 시변자계를 지배하는 맥스웰 방정식의 형태를 정확히 아는지를 묻는다. 특히 시간에 따라 변하는 장이라 해도 여전히 성립하는 관계식(자기장의 발산이 0이라는 것)과, 오히려 시간에 따라 변하기 때문에 성립하지 않게 되는 관계식(정전계에서만 성립하는 전계의 폐경로 적분이 0이라는 것)을 구분해야 한다.

핵심 개념

자유공간에서 맥스웰 방정식은 다음과 같다. 가우스 자기 법칙 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$은 자기단극자가 존재하지 않는다는 것을 나타내며, 자유공간에서는 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$이므로 $\nabla \cdot \vec{H} = 0$도 항상 성립한다. 이는 자계가 시간에 따라 변하든 변하지 않든 관계없이 항상 성립하는 항등식이다. 반면 패러데이 법칙 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$에 따르면 자속이 시간에 따라 변할 때 전계는 폐곡선을 따라 회전 성분을 가지게 되어 $\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \neq 0$이 된다. 또한 전속밀도의 시간 변화율 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$는 변위전류밀도로서 전류밀도와 같은 단위 $[A/m^2]$를 가지며, 시변전계와 시변자계는 앙페르 법칙과 패러데이 법칙에 의해 서로 결합되어 있어 독립적일 수 없다.

선지별 해설

① X. 전속밀도의 시간 변화율 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$는 변위전류밀도로서 단위는 $[A/m^2]$이다. $[A/m^3]$는 체적전류밀도의 시간 변화율이나 다른 물리량의 단위이지 이 변화율의 단위가 아니므로 틀린 표현이다. → 올바른 표현은 단위 $[A/m^2]$이다.

② X. 앙페르-맥스웰 법칙과 패러데이 법칙에 의해 시변전계와 시변자계는 서로를 유도하며 결합되어 있으므로 독립적으로 무관하다는 설명은 틀렸다. → 올바른 표현은 시변전계와 시변자계는 서로 연관되어 있다이다.

③ O. 자유공간에서 $\nabla \cdot \vec{H} = 0$은 자기단극자가 없다는 가우스 자기 법칙에서 나온 관계식으로, 자계가 시간에 따라 변화하는 경우에도 항상 성립한다.

④ X. 패러데이 법칙에 의해 전계와 결합된 자속이 시간에 따라 변화하면 $\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$로 일반적으로 0이 아니게 된다. → 올바른 표현은 $\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} \neq 0$이 된다이다.

NoteBase

오답 포인트

①은 변위전류밀도의 단위를 전류밀도의 단위 [A/m^2]가 아닌 다른 단위로 착각하기 쉽다. ②는 전계와 자계가 시간에 따라 변할 때 서로 독립이라고 오해하기 쉬우나 실제로는 맥스웰 방정식으로 강하게 결합되어 있다. ④는 정전계에서 성립하는 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$을 시변전계에도 그대로 적용하는 실수를 유발하는 함정이다.

다시 나오면 이렇게 판단

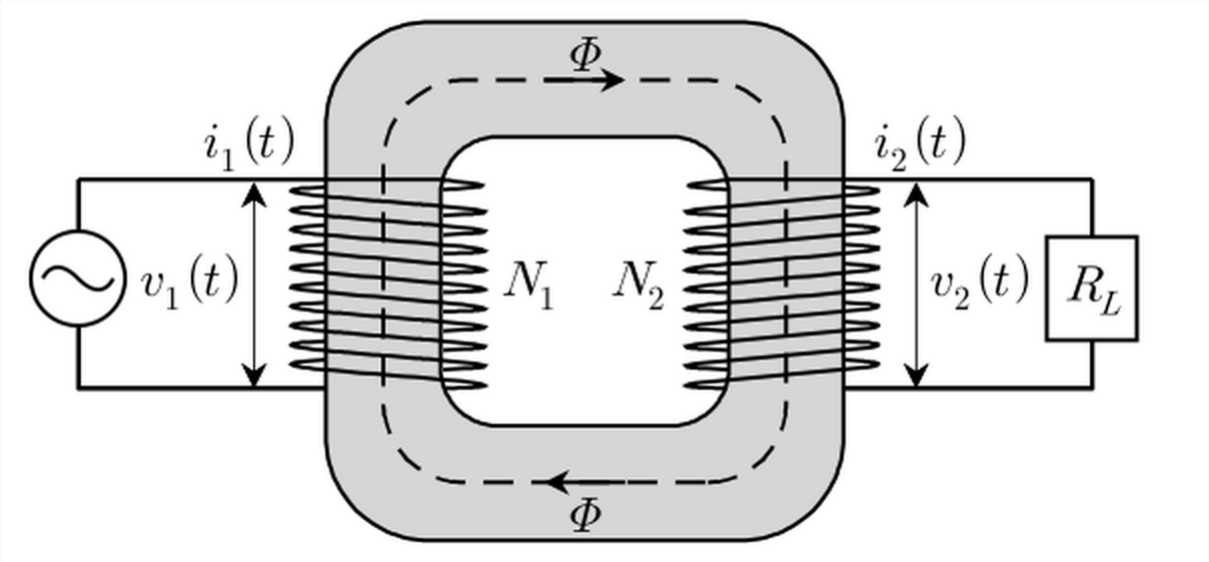
선지에 '독립적', '무관하다'라는 표현이 나오면 시변전계와 시변자계는 결합되어 있다는 점을 먼저 떠올린다. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$이라는 식이 나오면 이것이 정전계에서만 성립하는 조건인지, 시변자계가 존재하는 상황에서도 성립한다고 주장하는지를 확인한다. $\nabla \cdot \vec{H} = 0$과 같이 발산에 관한 식은 시간 변화 여부와 무관하게 항상 성립하는 항등식임을 기억한다.

암기 포인트

가우스 자기 법칙 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (또는 자유공간에서 $\nabla \cdot \vec{H} = 0$)은 시간에 관계없이 항상 성립한다. 패러데이 법칙 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$에 의해 자속이 변하면 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$이다. 변위전류밀도 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$의 단위는 전류밀도와 같은 [A/m^2]이다. 시변전계와 시변자계는 서로 독립이 아니라 결합되어 있다.

NoteBase

문 12. 그림과 같이 각각 권선수 N_1과 N_2를 가지는 변압기가 존재한다. 이상적인 변압기일 경우, 부하 저항과 전원 쪽에 작용하는 유효 부하저항 $(R_1)_{\text{eff}}$ 간의 관계식은? (단, $i_1(t)$, $i_2(t)$는 전류, $v_1(t)$, $v_2(t)$는 전압, R_L는 부하 저항이다)



① $(R_1)_{\text{eff}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L$
② $(R_1)_{\text{eff}} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 R_L$
③ $(R_1)_{\text{eff}} = \frac{N_1}{N_2} R_L$
④ $(R_1)_{\text{eff}} = \frac{N_2}{N_1} R_L$

정답 1번

출제 포인트

이상적인 변압기에서 2차측 부하저항 RL이 1차측(전원측)에서는 어떤 값의 저항으로 환산되어 보이는지, 즉 유효 부하저항(반사 임피던스) (R1)eff를 권선비 N1, N2로 표현하는 문제이다. 전압·전류의 권선비 관계를 정확히 적용해 두 번 곱해지는 방향(제곱의 방향)을 헷갈리지 않는 것이 핵심이다.

조건 정리

이상적인 변압기이므로 누설자속과 권선저항, 철손이 없고 결합계수는 1이다. 1차 권선수는 N1, 2차 권선수는 N2이며, 1차측 전압·전류는 v1(t), i1(t), 2차측 전압·전류는 v2(t), i2(t)이다. 2차측에는 부하저항 RL이 연결되어 있고, 구하는 값은 1차측(전원)에서 바라본 유효 부하저항 (R1)eff = v1(t)/i1(t)이다.

사용할 공식

이상적인 변압기의 전압 관계: v1(t)/v2(t) = N1/N2. 전류 관계(전력 보존, 즉 v1 i1 = v2 i2로부터): i1(t)/i2(t) = N2/N1. 부하 관계: v2(t) = RL * i2(t).

NoteBase

계산 과정

유효 부하저항은 1차측에서 본 전압 대 전류의 비이므로 $(R_1)_{eff} = \frac{v_1(t)}{i_1(t)}$이다. 전압비 $v_1 = \frac{N_1}{N_2}v_2$와 전류비 $i_1 = \frac{N_2}{N_1}i_2$를 대입하면 $(R_1)_{eff} = \frac{\frac{N_1}{N_2}v_2}{\frac{N_2}{N_1}i_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\frac{v_2}{i_2}$가 된다. 여기서 $v_2/i_2 = R_L$이므로 $(R_1)_{eff} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L$이 성립한다. 즉 2차측 부하저항은 권선비의 제곱만큼 1차측으로 반사되며, 이때 제곱 안의 비는 반드시 (전원측 권선수)/(부하측 권선수)인 N1/N2가 되어야 한다.

선지 판단

① (R1)eff = (N1/N2)^2 RL: 계산 과정과 정확히 일치한다. 참(정답).
② (R1)eff = (N2/N1)^2 RL: 제곱 안의 분자·분모를 반대로 뒤집은 값이다. 이렇게 되면 N1이 N2보다 커서 1차측 권선이 더 많은 승압용 변압기(N1>N2, 강압과 반대) 상황에서 유효저항이 오히려 작아지는 등 물리적으로 반사 임피던스의 방향이 뒤바뀐다. 거짓.
③ (R1)eff = (N1/N2) RL: 제곱이 아니라 1차식으로 되어 있다. 반사 임피던스는 권선비의 제곱에 비례하므로 거짓.
④ (R1)eff = (N2/N1) RL: 제곱도 없고 비율도 뒤바뀐 형태이다. 거짓.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 전압비 N1/N2를 그대로 제곱해 저항비에 적용하되, 분자·분모를 반대로 쓰는 것이다(②). 또한 전압 관계식만 떠올리고 제곱해야 한다는 사실을 놓쳐 1차식으로 답하는 경우도 있다(③, ④). 반사 임피던스는 항상 '전원측 권선수/부하측 권선수'의 제곱이 부하저항에 곱해진다는 형태로 기억해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

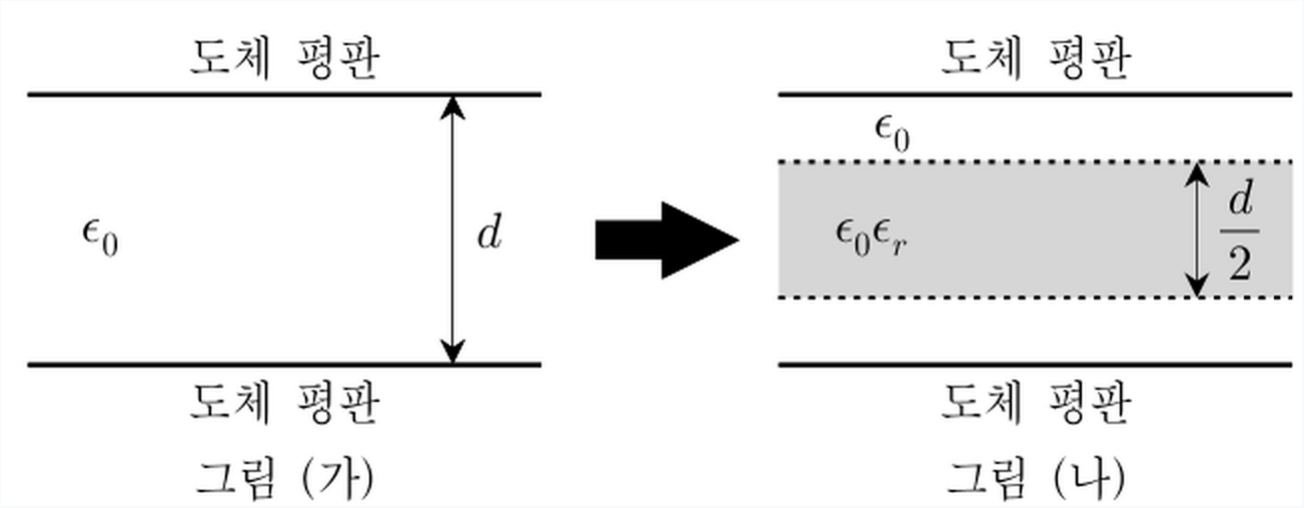
변압기 반사 임피던스 문제는 전압비(v1/v2 = N1/N2)와 전류비(i1/i2 = N2/N1)를 각각 따로 적어 놓고, 구하고자 하는 쪽(1차측)의 전압을 전류로 나누는 방식으로 직접 유도하면 실수를 줄일 수 있다. 결과는 항상 (구하는 쪽 권선수/반대쪽 권선수)의 제곱 곱하기 반대쪽 저항의 형태가 된다.

암기 포인트

1차측에서 본 유효저항 (R1)eff = (N1/N2)^2 RL, 반대로 2차측에서 1차측 저항을 볼 때는 (R2)eff = (N2/N1)^2 R1처럼 항상 '보는 쪽 권선수를 분자에, 반대쪽 권선수를 분모에' 놓고 제곱한 뒤 상대측 저항에 곱한다.

NoteBase

문 13. 그림 (가)와 같이 정전용량이 1[pF]인 평행판 커패시터가 있다. 이 커패시터의 평행판 사이에 비유전율 ε_r이 3이고, 두께가 평행판 사이 간격의 $\frac{1}{2}$이 되는 유전체 평판이 그림 (나)와 같이 삽입되었을 때, 정전용량[pF]은?



① $\frac{3}{2}$
② $\frac{2}{3}$
③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{4}{3}$

정답 1번

출제 포인트

평행판 커패시터의 간격을 절반씩 나누어 서로 다른 유전체(진공과 유전체)를 채우면, 이는 극판에 평행한 경계면을 기준으로 커패시터 두 개가 직렬로 연결된 것과 같아진다는 점을 이용해 정전용량을 구하는 문제이다. 극판과 평행하게 유전체 경계가 놓이면 직렬, 극판에 수직으로(옆으로 나란히) 놓이면 병렬이 된다는 구분이 핵심이다.

조건 정리

그림 (가): 극판 간격 d 전체가 진공(유전율 ε_0)이고 이때 정전용량은 $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 1[\text{pF}]$이다. 그림 (나): 극판 간격 중 위쪽 절반(두께 $d/2$)은 그대로 진공(ε_0)이고, 아래쪽 절반(두께 $d/2$)에 비유전율 $\varepsilon_r = 3$인 유전체(유전율 $\varepsilon_0\varepsilon_r$)가 채워진다. 두 층의 경계면이 극판과 평행하므로 두 층은 직렬로 연결된 두 개의 커패시터로 볼 수 있다.

사용할 공식

평행판 커패시터: $C = \frac{\varepsilon A}{d}$. 직렬연결 합성 정전용량: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$, 즉 $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

NoteBase

계산 과정

진공층(두께 $d/2$)의 정전용량: $C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d/2} = \frac{2\varepsilon_0 A}{d} = 2C_0$. 유전체층(두께 $d/2$, 유전율 $\varepsilon_0\varepsilon_r$)의 정전용량: $C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d/2} = \frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0 A}{d} = 2\varepsilon_r C_0 = 6C_0$. 두 층은 직렬이므로 합성 정전용량은 $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(2C_0)(6C_0)}{2C_0 + 6C_0} = \frac{12C_0}{8} = \frac{3}{2}C_0$. $C_0 = 1[\text{pF}]$이므로 $C = \frac{3}{2}[\text{pF}]$이다.

선지 판단

① $\frac{3}{2}$: 두 층을 직렬로 올바르게 합성한 값과 일치한다. 정답이다.
② $\frac{2}{3}$: 직렬 합성 공식에서 분자와 분모를 뒤바꾸거나 두 정전용량의 비를 잘못 취했을 때 나오는 값이다. 틀린 표현이다.
③ $\frac{3}{4}$: 유전체층의 정전용량을 $6C_0$가 아니라 $3C_0$로(즉 두께 감소에 따른 배가를 빠뜨리고 비유전율만 곱한 값으로) 잘못 계산했을 때 나올 수 있는 값이다. 틀린 표현이다.
④ $\frac{4}{3}$: 두 층을 직렬이 아니라 병렬로 잘못 합성하거나(이 경우 실제로는 $C_1 + C_2 = 8C_0$가 되어야 하므로 이것도 아니다) 다른 항을 혼동해 나온 값으로, 직렬 관계식과 맞지 않는다. 틀린 표현이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 유전체가 삽입된 부분의 두께가 절반으로 줄었다는 사실을 반영하지 않고 유전율만 ε_r배 하는 것이다. 두께가 $d/2$로 줄면 정전용량은 그 자체로 2배가 되므로, 유전체층은 진공 전체층 대비 $2\varepsilon_r = 6$배가 되어야 한다. 또한 극판과 평행한 경계면으로 나뉜 유전체는 직렬 연결이라는 점을 병렬로 착각하지 않도록 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

평행판 사이에 유전체가 극판과 나란한 층으로 채워지면 직렬, 극판에 수직인 벽처럼 옆으로 나누어 채워지면 병렬이라는 기준으로 우선 구조를 판별한다. 그다음 각 층의 두께와 유전율을 각각 $C = \varepsilon A/d$에 대입해 개별 정전용량을 구하고, 직렬이면 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$로, 병렬이면 $C = C_1 + C_2$로 합성한다.

암기 포인트

극판에 평행한 유전체 층 분할 → 직렬 합성 $\left(\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$, 극판에 수직인 유전체 분할(면적 분할) → 병렬 합성 $(C = C_1 + C_2)$. 두께가 $1/n$로 줄면 그 부분의 정전용량은 n배가 된다는 점도 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 14. 선형, 등방성과 균질성(linear homogeneous isotropic) 물질에서 도전율이 $5[S/m]$이고 비유전율이 ε_r이다. 주파수 $1[GHz]$에서 이 물질에 대해 전도전류밀도(conduction current density)의 크기와 변위전류밀도(displacement current density)의 크기가 같다. 이 물질의 비유전율은? (단, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}[F/m]$이다)

① 1

② 18

③ 30

④ 90

정답 4번

출제 포인트

전도전류밀도와 변위전류밀도의 크기 비(손실 탄젠트 개념)를 이용해 도전율과 각주파수로부터 비유전율을 구하는 문제이다. 손실 탄젠트 $\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$가 1이 되는 조건을 세울 수 있는지가 핵심이다.

조건 정리

도전율 $\sigma = 5[\mathrm{S/m}]$, 주파수 $f = 1[\mathrm{GHz}] = 10^9[\mathrm{Hz}]$, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}[\mathrm{F/m}]$이다. 전도전류밀도의 크기와 변위전류밀도의 크기가 같다는 조건이 주어져 있고, 구하는 값은 비유전율 ε_r이다.

사용할 공식

전도전류밀도는 $J_c = \sigma E$이고, 변위전류밀도의 크기는 $J_d = \omega\varepsilon E$ (여기서 $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, $\omega = 2\pi f$)이다. 두 크기가 같다는 조건에서 $\sigma E = \omega\varepsilon_0\varepsilon_r E$, 즉 $\varepsilon_r = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$가 성립한다.

계산 과정

각주파수는 $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^9$이다. 이를 이용해 $\omega\varepsilon_0$를 계산하면
$\omega\varepsilon_0 = 2\pi \times 10^9 \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이 된다. 따라서 비유전율은 $\varepsilon_r = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = \frac{5}{\frac{1}{18}} = 5 \times 18 = 90$ 이 된다.

선지 판단

① 1: $\varepsilon_r = 1$이면 $\omega\varepsilon_0\varepsilon_r = \frac{1}{18}$이 되어 $\sigma = 5$와 크기가 맞지 않는다. X
② 18: $\omega\varepsilon_0$의 역수인 18을 그대로 답으로 착각한 경우로, σ를 반영하지 않아 틀린 값이다. X
③ 30: 계산 과정에서 π나 10의 지수를 잘못 정리했을 때 나올 수 있는 값으로, $\sigma/(\omega\varepsilon_0) = 90$과 맞지 않는다. X
④ 90: $\varepsilon_r = \sigma/(\omega\varepsilon_0) = 5 \times 18 = 90$으로 계산 결과와 정확히 일치한다. O

NoteBase

오답 포인트

이 문제는 ε_0의 값을 $\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$로 준 이유를 파악해야 한다. $2\pi \times 10^9$와 곱했을 때 π가 소거되도록 설계된 값이므로, 이 소거를 놓치고 π를 남긴 채 계산하면 90이 아닌 다른 값이 나온다. 또한 전도전류밀도와 변위전류밀도가 같다는 조건을 $\sigma = \omega\varepsilon$이 아니라 $\sigma = \varepsilon$처럼 단순화하면 18이라는 오답이 나올 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

전도전류와 변위전류의 크기가 같다는 조건이 나오면 항상 $\sigma = \omega\varepsilon_0\varepsilon_r$로 식을 세우고, $\varepsilon_r = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\pi f\varepsilon_0}$로 정리한다. ε_0가 $\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ 형태로 주어지면 $2\pi f$와 곱할 때 π가 소거되는 것을 이용해 계산을 단순화한다.

암기 포인트

손실 탄젠트 $\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$는 전도전류밀도와 변위전류밀도의 크기 비를 나타내며, 두 크기가 같으면 $\tan\delta = 1$이다. $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$[F/m]는 $2\pi f$와 결합될 때 π가 소거되는 대표적 계산 트릭으로 기억해 둔다.

NoteBase

문 15. 선형, 등방성과 균질성(linear homogeneous isotropic) 자성체에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, χ_m는 자화율, μ_0는 자유공간의 투자율, μ_r는 비투자율, $\vec{M}$은 자화, $\vec{B}$는 자속밀도, $\vec{J}_b$는 속박전하에 의한 체적전류밀도, $\vec{J}_f$는 자유전하에 의한 체적전류밀도이다)

① 자화율과 비투자율이 상수이다.

② $\nabla \cdot \vec{M} = 0$

③ $\vec{J}_b = \mu_r \vec{J}_f$

④ $\vec{M} = \frac{\chi_m}{(1+\chi_m)\mu_0}\vec{B}$

정답 3번

출제 포인트

선형, 균질, 등방성(linear homogeneous isotropic) 자성체에서 자화율 χ_m, 비투자율 μ_r, 자화 $\vec{M}$, 자속밀도 $\vec{B}$, 속박전류밀도 $\vec{J}_b$, 자유전류밀도 $\vec{J}_f$ 사이의 관계식을 정확히 유도할 수 있는지를 묻는다. 네 선지 모두 겉보기에는 그럴듯한 공식이므로, 기본 정의식($\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$, $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$, $\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}$, $\vec{J}_f = \vec{\nabla} \times \vec{H}$)에서 직접 계산해 맞는지 확인해야 한다.

조건 정리

선형·균질·등방성 자성체이므로 χ_m과 $\mu_r = 1 + \chi_m$은 위치와 방향에 무관한 상수이다. 기본 관계식은 다음과 같다.

$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}, \qquad \vec{M} = \chi_m \vec{H}$

또한 자기장의 회전으로부터 속박전류밀도와 자유전류밀도가 정의된다.

$\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}, \qquad \vec{J}_f = \vec{\nabla} \times \vec{H}$

사용할 공식

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$이 항상 성립하므로 $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$이 된다. 이를 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$에 대입하면 $\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$의 값을 구할 수 있다. 전류밀도 관계는 $\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M} = \chi_m(\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \chi_m \vec{J}_f$로 계산된다.

계산 과정

① χ_m, μ_r은 선형·균질·등방성의 정의에 의해 위치에 관계없이 일정한 상수이다.

② $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$에서 $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$이고, $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$이므로 $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = \chi_m \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\chi_m \vec{\nabla} \cdot \vec{M}$이다. 정리하면 $(1+\chi_m)\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$이고 $1 + \chi_m = \mu_r \neq 0$이므로 $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$이 항상 성립한다.

③ $\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{\nabla} \times (\chi_m \vec{H}) = \chi_m(\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \chi_m \vec{J}_f$이다. 계수는 μ_r이 아니라 χ_m이며, $\mu_r = 1 + \chi_m$이므로 $\chi_m \neq \mu_r$(단, $\chi_m = 0$인 자유공간 제외)이다. 따라서 $\vec{J}_b = \mu_r \vec{J}_f$는 틀린 식이다.

④ $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H}$에서 $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1+\chi_m)}$이고, $\vec{M} = \chi_m \vec{H} = \frac{\chi_m}{(1+\chi_m)\mu_0}\vec{B}$이므로 이 식은 성립한다.

NoteBase

선지 판단

① 자화율과 비투자율이 상수이다 → O, 선형·균질·등방성 자성체의 정의 자체가 χ_m과 μ_r이 위치·방향에 무관한 상수임을 의미한다.
② $\vec{\nabla}\cdot\vec{M}=0$ → O, $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$과 $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$로부터 항상 유도되는 결과이다.
③ $\vec{J}_b=\mu_r\vec{J}_f$ → X, 올바른 관계는 $\vec{J}_b=\chi_m\vec{J}_f$이다. 계수가 μ_r이 아니라 χ_m이므로 틀린 표현이다.
④ $\vec{M}=\frac{\chi_m}{(1+\chi_m)\mu_0}\vec{B}$ → O, $\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}$와 $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$에서 $\vec{H}$를 소거하면 그대로 얻어지는 식이다.

오답 포인트

속박전류밀도와 자유전류밀도의 비례상수를 비투자율 $\mu_r=1+\chi_m$으로 착각하기 쉬운데, 실제로는 자화율 χ_m이 비례상수이다. $\vec{J}_b=\vec{\nabla}\times\vec{M}$이고 $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$이므로 회전 연산을 거치면 계수가 χ_m만 남고 1은 사라진다는 점을 놓치지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

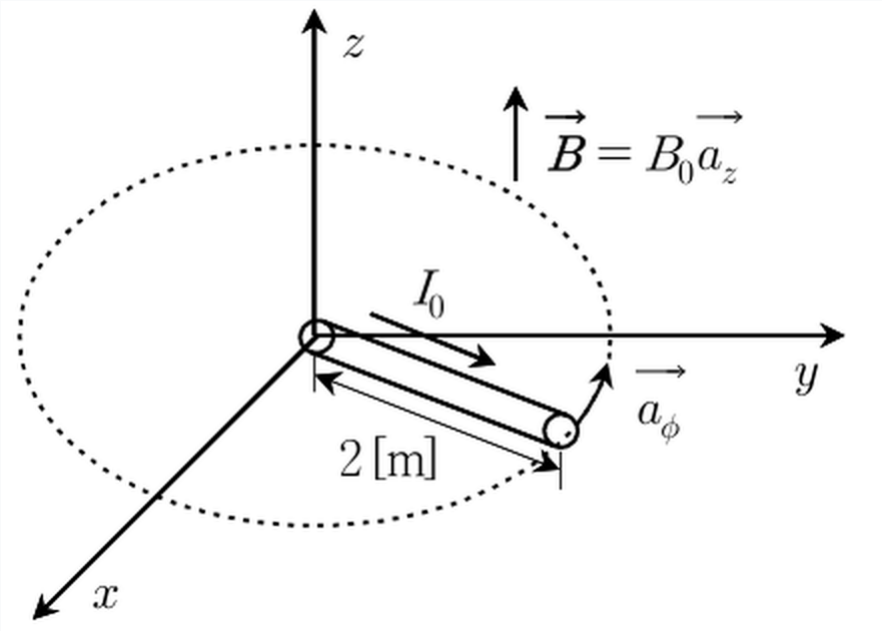
속박전류밀도·자유전류밀도·자화·자속밀도 사이의 관계를 묻는 문제는 각 선지를 $\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})$, $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$, $\vec{J}_b=\vec{\nabla}\times\vec{M}$, $\vec{J}_f=\vec{\nabla}\times\vec{H}$라는 네 기본식에서 직접 유도해 대조하는 방식으로 접근한다. 특히 χ_m과 $\mu_r=1+\chi_m$을 헷갈리게 만드는 선지가 자주 출제되므로 두 값을 혼동하지 않는다.

암기 포인트

$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})$, $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$, $\mu_r=1+\chi_m$을 기본으로 외워 둔다. 속박전류밀도는 $\vec{J}_b=\chi_m\vec{J}_f$(자화율 배수), 자화의 발산은 선형 균질 등방 매질에서 항상 $\vec{\nabla}\cdot\vec{M}=0$임을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 16. 그림과 같이 xy평면에 놓인 길이 $2[m]$인 도선에 전류 $I_0 = 2[A]$가 원통 좌표계 ρ축 방향을 따라 흐르고, 일정한 크기 $B_0 = 2[T]$인 균일 자속밀도가 z방향으로 존재한다. 이때, 도선이 일정한 속도를 가지고 반시계방향으로 한 바퀴 회전하여, 제자리로 오도록 하는데 필요한 일[J]은? (단, 중력은 무시한다)



① 4π

② 16π

③ 24π

④ 32π

정답 2번

출제 포인트

균일 자속밀도 속에서 전류가 흐르는 직선 도선에 작용하는 힘 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$을 원통좌표계에서 세워, 도선을 한 바퀴 회전시키는 데 필요한 일을 위치(반지름)에 따라 적분으로 구하는 문제이다. 도선의 각 위치마다 반지름이 다르므로 힘의 작용점이 이동하는 거리(원둘레)도 반지름에 따라 달라진다는 점이 핵심이다.

조건 정리

도선은 원점에서 ρ방향(그림상 y축 방향)으로 뻗어 있고 길이는 L=2 [m], 전류는 I_0=2 [A]로 $\vec{a}_\rho$ 방향(바깥쪽)으로 흐른다. 자속밀도는 $\vec{B} = B_0\vec{a}_z$, B_0=2 [T]로 일정하다. 도선은 xy평면 위에서 원점을 중심으로 반시계방향으로 등속 회전하여 한 바퀴(=제자리로 복귀) 돈다.

NoteBase

사용할 공식

전류 요소가 자기장 속에서 받는 힘: $d\vec{F} = I_0 d\vec{l} \times \vec{B}$. 도선 위의 반지름 ρ에 위치한 미소 길이 $d\rho$에 대해 $d\vec{l} = d\rho\vec{a}_\rho$이므로 $d\vec{F} = I_0 B_0 d\rho(\vec{a}_\rho \times \vec{a}_z) = -I_0 B_0 d\rho\vec{a}_\phi$이다. 이 힘은 도선의 회전 방향(반시계, $+\vec{a}_\phi$)과 반대이므로, 등속 회전을 유지하려면 외부에서 크기가 같고 방향이 반대인 힘 $I_0 B_0 d\rho\vec{a}_\phi$를 가해야 한다. 반지름 ρ에 있는 미소 요소가 한 바퀴 도는 동안 이동하는 거리는 원둘레 $2\pi\rho$이므로, 이 요소에 대한 일은 $dW = I_0 B_0 d\rho \cdot 2\pi\rho$이다.

계산 과정

전체 도선($\rho = 0$에서 $\rho = L$까지)에 대해 적분하면 $W = \int_0^L 2\pi I_0 B_0 \rho d\rho = 2\pi I_0 B_0 \cdot \frac{L^2}{2} = \pi I_0 B_0 L^2$ 이다. 여기에 $I_0 = 2, B_0 = 2, L = 2$를 대입하면 W = π × 2 × 2 × 2^2 = 16π [J] 이다.

선지 판단

①4π: 반지름에 따라 힘의 작용점이 이동하는 거리(원둘레 $2\pi\rho$)가 달라진다는 것을 반영하지 않고 도선 전체를 하나의 점으로 단순화해 계산하면 실제보다 훨씬 작은 값이 나온다 → 오답.
②16π: $W = \pi I_0 B_0 L^2 = \pi \times 2 \times 2 \times 4 = 16\pi$로, 반지름에 대한 적분을 정확히 수행한 값과 일치한다 → 정답.
③24π: 적분에서 $\rho d\rho$의 계수나 상수 배를 다르게 처리했을 때 나올 수 있는 값으로, 올바른 적분 결과와 다르다 → 오답.
④32π: $L^2/2$ 대신 L^2을 그대로 사용하는 등 적분에서 나오는 12 계수를 빠뜨리면 정답의 2배인 이 값이 나온다 → 오답.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 도선을 반지름 L에 있는 하나의 점(또는 도선 전체)으로 보고 힘 $I_0 B_0 L$에 원둘레 $2\pi L$을 곱하는 것이다. 이렇게 하면 $2\pi I_0 B_0 L^2$가 되어 정답의 2배(32π)가 나온다. 도선은 원점부터 반지름 L까지 분포되어 있으므로, 각 위치 ρ마다 힘도 다르고 그 위치가 이동하는 원둘레도 다르다는 것을 반영해 반드시 ρ에 대해 적분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

회전하는 유한 길이 도선이 등장하면, 도선 전체에 작용하는 힘을 대표점(끝점 등)으로 뭉뚱그리지 않는다. 먼저 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$로 미소 힘의 방향과 크기를 구하고, 그 위치가 회전하며 그리는 원둘레($2\pi\rho$)를 곱해 미소 일을 만든 뒤, 도선의 길이 방향($\rho = 0$에서 L까지)으로 적분한다. 결과는 항상 ρ 자체가 아니라 $\rho d\rho$의 적분이므로 최종식에 $L^2/2$ 형태의 계수가 남는다는 것을 기억해 둔다.

암기 포인트

원점에서 뻗어나온 길이 L인 회전 도선이 균일 자기장 B_0(도선과 수직) 속에서 한 바퀴 도는 데 필요한 일은 $W = \pi I_0 B_0 L^2$로 정리해 둔다. 힘의 방향은 $\vec{a}_\rho \times \vec{a}_z = -\vec{a}_\phi$이며, 이는 항상 회전 방향과 반대이므로 외부에서 같은 크기의 정(+)의 일을 해 주어야 등속 회전이 유지된다.

NoteBase

문 17. 자유공간에서 균일 자속밀도가 $\vec{B} = B_1\vec{a}_x + B_2\vec{a}_z[T]$이고, 한 변의 길이가 $a[m]$인 정사각형 루프가 $z = 0$인 xy평면에 놓여 있다. 이 루프에 반시계방향으로 전류 $I[A]$가 흐를 때, 이 루프에 작용하는 힘$[N]$과 토크(torque)$[N \cdot m]$의 크기는?

① $Ia|B_1 - B_2|,\ Ia^2B_1$

② $Ia|B_1 - B_2|,\ Ia^2B_2$

③ $0,\ Ia^2B_1$

④ $0,\ Ia^2B_2$

정답 3번

출제 포인트

균일한 자속밀도 안에 놓인 전류 루프에 작용하는 알짜 힘과 자기 토크를 구분해서 구하는 문제이다. 힘은 전류 루프 전체에 걸쳐 적분한 결과이고 토크는 자기모멘트와 자속밀도의 벡터곱으로 구한다는 점을 구분해서 적용해야 한다.

조건 정리

자속밀도는 $\vec{B} = B_1\vec{a}_x + B_2\vec{a}_z$로 위치에 관계없이 균일하다. 한 변의 길이가 a인 정사각형 루프가 $z = 0$인 xy 평면에 놓여 있고 전류 I가 반시계방향(오른손 법칙으로 볼 때 $+z$방향을 향해 감는 방향)으로 흐른다.

사용할 공식

균일 자속밀도 안에 놓인 폐루프에 작용하는 알짜 힘은 $\vec{F} = I\oint d\vec{l} \times \vec{B} = 0$이다(폐경로를 따라 $d\vec{l}$을 적분하면 항상 0이 되기 때문). 루프에 작용하는 토크는 자기모멘트 $\vec{m} = Ia^2\vec{a}_z$를 이용해 $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$로 구한다.

계산 과정

먼저 힘을 본다. $\vec{B}$가 위치에 무관한 균일한 벡터이므로 $\vec{F} = I\left(\oint d\vec{l}\right) \times \vec{B}$이고, 닫힌 경로를 한 바퀴 도는 $d\vec{l}$의 합은 항상 $\vec{0}$이다. 따라서 힘은 $\vec{F} = 0$이다.

다음으로 토크를 구한다. 루프가 xy평면에 놓여 있고 전류가 반시계방향으로 흐르므로 오른손 법칙에 의해 자기모멘트는 $+z$방향을 향하고 크기는 (전류)×(면적) = Ia^2이다. 즉 $\vec{m} = Ia^2\vec{a}_z$이다.

토크는 $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = Ia^2\vec{a}_z \times (B_1\vec{a}_x + B_2\vec{a}_z)$이다. 단위벡터의 외적에서 $\vec{a}_z \times \vec{a}_x = \vec{a}_y$이고 $\vec{a}_z \times \vec{a}_z = 0$이므로, $\vec{\tau} = Ia^2B_1\vec{a}_y$가 된다. 따라서 토크의 크기는 Ia^2B_1이다.

NoteBase

선지 판단

① 힘 $Ia|B_1 - B_2|$, 토크 Ia^2B_1 → 힘 부분이 틀렸다. 균일 자속밀도에서 폐루프에 작용하는 알짜 힘은 항상 0이므로 $Ia|B_1 - B_2|$라는 힘은 나올 수 없다 → 올바른 값은 힘 0.
② 힘 $Ia|B_1 - B_2|$, 토크 Ia^2B_2 → 힘과 토크 모두 틀렸다. 힘은 0이어야 하고, 토크는 자기모멘트가 $+z$ 방향이므로 $\vec{a}_z \times \vec{a}_z = 0$이 되어 B_2 성분은 토크에 기여하지 않는다 → 올바른 토크는 Ia^2B_1.
③ 힘 0, 토크 Ia^2B_1 → 옳다. 균일 자속밀도에서 알짜 힘은 0이고, 토크는 $\vec{m} \times \vec{B}$ 계산 결과 B_1 성분만 남아 Ia^2B_1이 된다.
④ 힘 0, 토크 Ia^2B_2 → 힘은 맞지만 토크가 틀렸다. $\vec{a}_z \times \vec{a}_x = \vec{a}_y$로 B_1 성분이 토크를 만들고 $\vec{a}_z \times \vec{a}_z = 0$이므로 B_2는 토크에 기여하지 않는다 → 올바른 토크는 Ia^2B_1.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 힘을 0이 아닌 값으로 계산하는 것이다. 자속밀도가 위치에 따라 변하지 않는 균일한 장이라면 폐루프에 작용하는 알짜 힘은 항상 0이 된다는 점을 놓치면 안 된다. 또 다른 실수는 토크를 구할 때 B_1과 B_2 중 어느 성분이 기여하는지 헷갈리는 것인데, 자기모멘트가 $\vec{a}_z$방향이므로 같은 $\vec{a}_z$방향 성분인 B_2는 외적에서 사라지고 수직 성분인 B_1만 토크에 기여한다.

다시 나오면 이렇게 판단

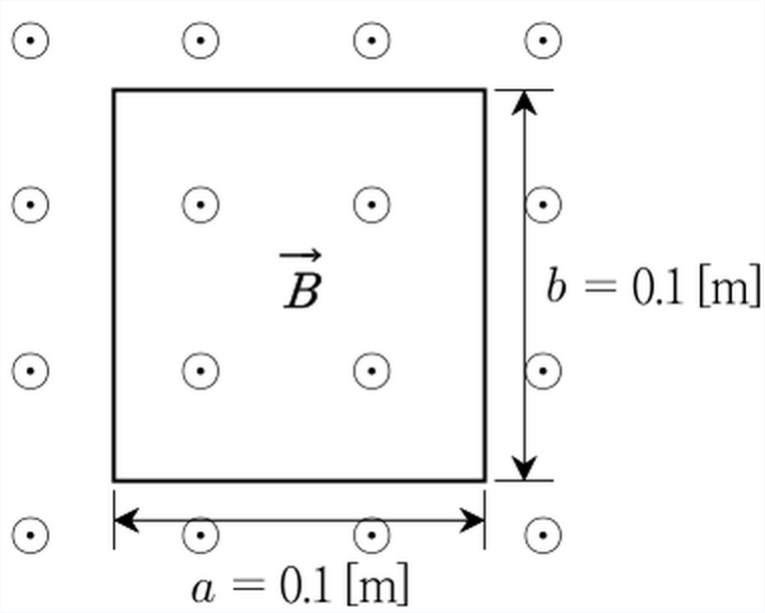
균일한 자속밀도 안에 있는 폐루프 문제가 나오면 먼저 힘은 항상 0이라는 사실부터 떠올린다. 그 다음 토크는 자기모멘트 m=I×(면적)×(법선방향 단위벡터)를 구하고 $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$로 계산하되, 자기모멘트와 같은 방향의 자속밀도 성분은 외적에서 사라져 토크에 기여하지 않는다는 점을 이용해 빠르게 소거한다.

암기 포인트

균일 자속밀도 속 폐루프의 알짜 힘은 항상 0이다. 루프의 토크는 $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$이며 자기모멘트 방향과 나란한 자속밀도 성분은 토크에 기여하지 않는다. 반시계방향 전류는 오른손 법칙으로 루프 법선(자기모멘트) 방향을 정한다.

NoteBase

문 18. 그림과 같이 정지해 있는 사각형 루프를 균일 시변 자속밀도가 수직으로 통과하고 있다. 시변 자속밀도가 $B = 0.1\sin(100\pi t)[T]$이며, $a = 0.1[m]$, $b = 0.1[m]$일 때, 루프상의 유도 기전력[V]은? (단, ⊙는 균일 자속밀도가 지면에서 나오는 방향이다)



① $-0.1\pi\sin(100\pi t)$

② $-0.1\pi\cos(100\pi t)$

③ $-\pi\cos(100\pi t)$

④ $-\pi\sin(100\pi t)$

정답 2번

출제 포인트

루프의 위치가 고정된 상태에서 자속밀도 자체가 시간에 따라 변할 때 패러데이 법칙으로 유도 기전력을 구하는 문제이다. 루프가 움직이지 않으므로 운동 기전력(동기전력) 성분은 없고, 오직 자속밀도의 시간 변화율에 의한 변압기 기전력만 발생한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

자속밀도 $B = 0.1\sin(100\pi t)$[T]가 루프 면에 수직으로 균일하게 분포한다. 루프는 정지해 있는 정사각형이며 한 변의 길이는 $a = 0.1$[m], $b = 0.1$[m]이다. 따라서 루프의 면적은 $S = a \times b = 0.1 \times 0.1 = 0.01[\text{m}^2]$로 시간에 따라 변하지 않는 상수이다.

NoteBase

사용할 공식

패러데이 법칙에 의한 유도 기전력은 $e = -\frac{d\Phi}{dt}$이며, 자속 $\Phi = B \cdot S$이다. 루프가 정지해 있어 면적 S가 상수이므로 $e = -S\frac{dB}{dt}$로 정리된다.

계산 과정

자속밀도를 시간에 대해 미분하면 $\frac{dB}{dt} = 0.1 \times 100\pi\cos(100\pi t) = 10\pi\cos(100\pi t)$이다. 여기에 면적 $S = 0.01[\mathrm{m}^2]$를 곱하고 음의 부호를 붙이면
$e = -S\frac{dB}{dt} = -0.01 \times 10\pi\cos(100\pi t) = -0.1\pi\cos(100\pi t)[\mathrm{V}]$가 된다.

선지 판단

① -0.1π sin(100πt): X, sin 함수로 남아 있어 자속밀도를 미분하지 않고 그대로 가져온 값과 형태가 같다. 미분하면 sin이 cos으로 바뀌어야 하므로 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 -0.1π cos(100πt)이다.
② -0.1π cos(100πt): O, 계산 과정에서 도출한 값과 정확히 일치한다.
③ -π cos(100πt): X, 계수가 π로 되어 있는데 이는 면적 $S = 0.01$을 곱하지 않고 각주파수 100π에 진폭 0.1만 곱한 값($0.1 \times 100\pi \times 0.1 = \pi$ 형태의 계산 오류)에 해당한다. 면적을 곱하는 과정이 누락된 틀린 표현이다 → 올바른 표현은 -0.1π cos(100πt)이다.
④ -π sin(100πt): X, ③과 같은 계수 오류에 더해 미분 없이 sin을 그대로 사용한 오류까지 겹친 값이다 → 올바른 표현은 -0.1π cos(100πt)이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 두 가지이다. 첫째, 자속밀도를 시간에 대해 미분하지 않고 원래의 sin 형태를 그대로 답에 남기는 것이다(①, ④). 둘째, 루프의 면적 $S = a \times b = 0.01[\mathrm{m}^2]$를 곱하는 과정을 빠뜨리고 진폭과 각주파수만으로 계수를 구성하는 것이다(③, ④). 두 실수가 겹치면 부호와 함수 형태만 맞고 계수가 틀린 답을 고르게 되므로, 계산 과정에서 면적과 미분을 모두 거쳤는지 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

루프가 정지해 있고 자속밀도만 시간 함수로 주어지면 곧바로 $e = -S\frac{dB}{dt}$ 공식을 적용한다. 먼저 $S = a \times b$를 구하고, $B(t)$를 시간에 대해 미분한 뒤 마지막에 음의 부호와 함께 곱셈을 정리하는 순서로 풀면 계수와 함수 형태를 동시에 놓치지 않는다.

암기 포인트

정지 루프 + 시변 자속밀도 → 변압기 기전력 $e = -S\frac{dB}{dt}$. sin을 미분하면 cos이 되고 각주파수가 계수로 곱해진다는 점, 그리고 면적 $S = a \times b$를 반드시 곱해야 한다는 점을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 19. 원점을 기준으로 반지름이 a[m]인 도체구가 자유공간에 놓여 있고, 전위 분포가 다음과 같이 주어져 있을 때, 저장된 정전에너지[J]는? (단, ε_0는 자유공간의 유전율이다)

V=casesV_0 [V],&r≤ a\\(aV_0)/(3r^3) [V],&r>acases

① $\frac{2\pi\varepsilon_0 V_0^2}{5a^4}$
② $\frac{2\pi\varepsilon_0 V_0^2}{5a^3}$
③ $2\pi\varepsilon_0 V_0^2$
④ $2\pi a\varepsilon_0 V_0^2$

정답 2번

출제 포인트

주어진 전위 분포 $V(r)$로부터 전기장 $E=-\frac{dV}{dr}$를 구한 뒤, 정전에너지 $W=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int E^2 dv$를 전체 공간에 대해 적분하여 계산하는 문제이다. 도체구 내부는 등전위라 전기장이 0이므로, 에너지는 도체구 바깥 영역(r>a)에서만 적분하면 된다는 점이 핵심이다.

조건 정리

도체구 반지름은 a이고 내부($r\le a$)의 전위는 $V=V_0$로 일정하다. 도체구 표면과 내부는 등전위이므로 내부 전기장은 0이다. 외부($r>a$)의 전위는 $V=\frac{aV_0}{3r^3}$로 주어지며, 이 영역에서만 전기장이 존재하고 에너지가 저장된다.

사용할 공식

구 대칭 전위에서 전기장은 $E=-\frac{dV}{dr}$이다. 정전에너지는 전체 공간의 전기장 에너지밀도를 적분한 값으로 $W=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int E^2 dv=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_a^\infty E^2 4\pi r^2 dr$로 쓸 수 있다(내부는 $E=0$이므로 적분 구간은 a부터 무한대까지이다).

계산 과정

외부 전위 $V=\frac{aV_0}{3}r^{-3}$를 r로 미분하면 $\frac{dV}{dr}=-aV_0r^{-4}$이므로 전기장은 $E=-\frac{dV}{dr}=\frac{aV_0}{r^4}$이다.
이를 에너지 적분식에 대입하면 $W=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_a^\infty\left(\frac{aV_0}{r^4}\right)^2 4\pi r^2 dr=2\pi\varepsilon_0 a^2V_0^2\int_a^\infty r^{-6}dr$이 된다.
$\int_a^\infty r^{-6}dr=\left[-\frac{1}{5r^5}\right]_a^\infty=\frac{1}{5a^5}$이므로,
$W=2\pi\varepsilon_0 a^2V_0^2\cdot\frac{1}{5a^5}=\frac{2\pi\varepsilon_0V_0^2}{5a^3}$ [J]이 된다.

NoteBase

선지 판단

① $\frac{2\pi\varepsilon_0 V_0^2}{5a^4}$ — X, a의 지수를 하나 더 나누는 계산 실수에서 나오는 값으로 실제 값보다 a배 작다.
② $\frac{2\pi\varepsilon_0 V_0^2}{5a^3}$ — O, 위 계산 과정과 정확히 일치하는 값이다.
③ $2\pi\varepsilon_0 V_0^2$ — X, 적분 결과인 $1/(5a^5)$ 항과 앞의 a^2을 반영하지 않고 상수항만 남긴 경우에 나오는 값이다.
④ $2\pi a\varepsilon_0 V_0^2$ — X, a에 대한 지수 처리를 잘못하여 분모의 a^3 대신 분자에 a를 곱한 형태로, 차원과 크기가 모두 맞지 않는다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 곳에서 지수 계산을 틀리기 쉽다는 점이다. 첫째, $V = \frac{aV_0}{3} r^{-3}$을 미분할 때 지수 -3에 계수를 곱하면 $-3 \times \frac{1}{3} = -1$이 되어 r^{-4}항의 계수가 정확히 aV_0로 정리되는데, 이 과정에서 1/3을 빠뜨리거나 남겨 계수를 틀리면 ①이나 ③ 같은 답이 나온다. 둘째, 전기장을 제곱하면 r^{-4}가 r^{-8}이 되고 여기에 부피요소 r^2을 곱하면 피적분함수가 r^{-6}이 되는데, 이 지수 변환을 놓치면 적분 결과의 a 차수가 어긋난다. 또한 도체구 내부는 등전위라 전기장이 0이므로 적분 구간에 내부(0부터 a)를 포함시키지 않아야 한다는 점도 놓치기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

구간별로 전위가 주어지면 먼저 각 구간의 전기장을 $E = -dV/dr$로 구하고, 등전위 구간(전기장 0인 구간)을 확인해 적분 구간에서 제외한다. 그다음 정전에너지 공식 $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int E^2 4\pi r^2 dr$에 대입하여 지수를 하나씩 차근히 정리하면서 계산한다. 지수 계산은 미분, 제곱, 부피요소 곱, 적분의 네 단계를 거치므로 각 단계마다 지수를 다시 확인하는 것이 실수를 줄이는 방법이다.

암기 포인트

구 대칭 전위에서 전기장은 $E = -\frac{dV}{dr}$이고, 정전에너지는 $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int E^2 dv = 2\pi\varepsilon_0 \int E^2 r^2 dr$로 정리해 두면 편리하다. 또한 $\int_a^\infty r^{-n} dr = \frac{1}{(n-1)a^{n-1}} (n > 1)$이라는 적분 결과를 기억해 두면 이런 유형의 계산 속도를 높일 수 있다.

NoteBase

문 20. 균일 평면파가 매우 큰 도전율을 갖는 양도체(good conductor)에 입사되었을 때의 설명으로 옳지 않은 것은?

① 양도체에 큰 전도전류가 흘러 저항성 손실이 발생한다.

② 양도체에서 감쇠상수(attenuation constant)와 위상상수(phase constant)는 같은 값을 갖는다.

③ 양도체의 표피두께(skin depth)는 주파수의 제곱근에 반비례한다.

④ 전계의 최대점과 자계의 최대점은 90도 위상차가 난다.

정답 4번

출제 포인트

양도체(good conductor)에 균일 평면파가 입사될 때 나타나는 전파상수, 표피두께, 전계·자계의 위상 관계를 정확히 알고 있는지를 묻는 문항이다. 특히 양도체 내부에서 전계와 자계 사이의 위상차가 몇 도인지를 정확히 구분하는 것이 핵심이다.

핵심 개념

양도체에서 전파상수는 $\gamma = \alpha + j\beta$이고, 전도전류가 변위전류보다 매우 크므로($\sigma \gg \omega\varepsilon$) 근사적으로 $\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\pi f \mu \sigma}$가 성립한다. 표피두께는 $\delta = 1/\alpha = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$로 정의되며 주파수 f의 제곱근에 반비례한다. 한편 양도체의 고유임피던스는 $\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j45^\circ}$로 크기와 45도의 위상각을 가지는 복소수가 된다. 이는 전계와 자계 사이에 45도의 위상차가 존재함을 의미하며, 90도가 아니다.

선지별 해설

① O — 양도체는 도전율 σ가 매우 크므로 전계에 의해 큰 전도전류($J = \sigma E$)가 흐르고, 이로 인해 도체 내부에서 저항성 손실(줄열 손실)이 발생한다. 옳은 설명이다.

② O — 양도체 근사 조건($\sigma \gg \omega\varepsilon$)에서는 감쇠상수 α와 위상상수 β가 모두 $\sqrt{\pi f \mu \sigma}$로 같은 값을 갖는다. 옳은 설명이다.

③ O — 표피두께 $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$이므로 주파수 f가 커질수록 δ는 작아지며, 이는 $\delta \propto 1/\sqrt{f}$, 즉 주파수의 제곱근에 반비례하는 관계이다. 옳은 설명이다.

④ X — 양도체의 고유임피던스 η는 위상각이 45도인 복소수이므로, 전계와 자계 사이의 위상차는 45도이다. 90도가 아니므로 틀린 표현 → 올바른 표현은 "전계의 최대점과 자계의 최대점은 45도 위상차가 난다"이다.

오답 포인트

양도체에서 전계·자계의 위상차를 유전체의 위상차(0도)나 다른 특수한 매질의 위상차(90도)와 혼동하는 경우가 많다. 양도체의 고유임피던스가 45 °의 위상각을 갖는다는 사실 자체를 정확히 암기하지 못하면, 감쇠상수와 위상상수가 같다는 ②의 성질과 위상차를 서로 뒤섞어 착각하기 쉽다. 감쇠상수·위상상수가 같다는 것(②)과 전계·자계의 위상차(④)는 별개의 성질임을 구분해야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

양도체 관련 문제에서는 먼저 근사 조건($\sigma \gg \omega\varepsilon$)을 떠올리고, 이로부터 파생되는 세 가지 성질 — 감쇠상수=위상상수, 표피두께는 주파수의 제곱근에 반비례, 전계·자계는 45도 위상차 — 을 순서대로 점검한다. 선지에 90도라는 숫자가 나오면 일단 의심하고 45도인지 확인한다.

암기 포인트

양도체 3대 성질: 감쇠상수=위상상수($\alpha = \beta = \sqrt{\pi f \mu \sigma}$), 표피두께 $\delta \propto 1/\sqrt{f}$, 전계·자계 위상차는 45도(고유임피던스 위상각 45 °)로 정리해 세트로 외워 둔다.

NoteBase