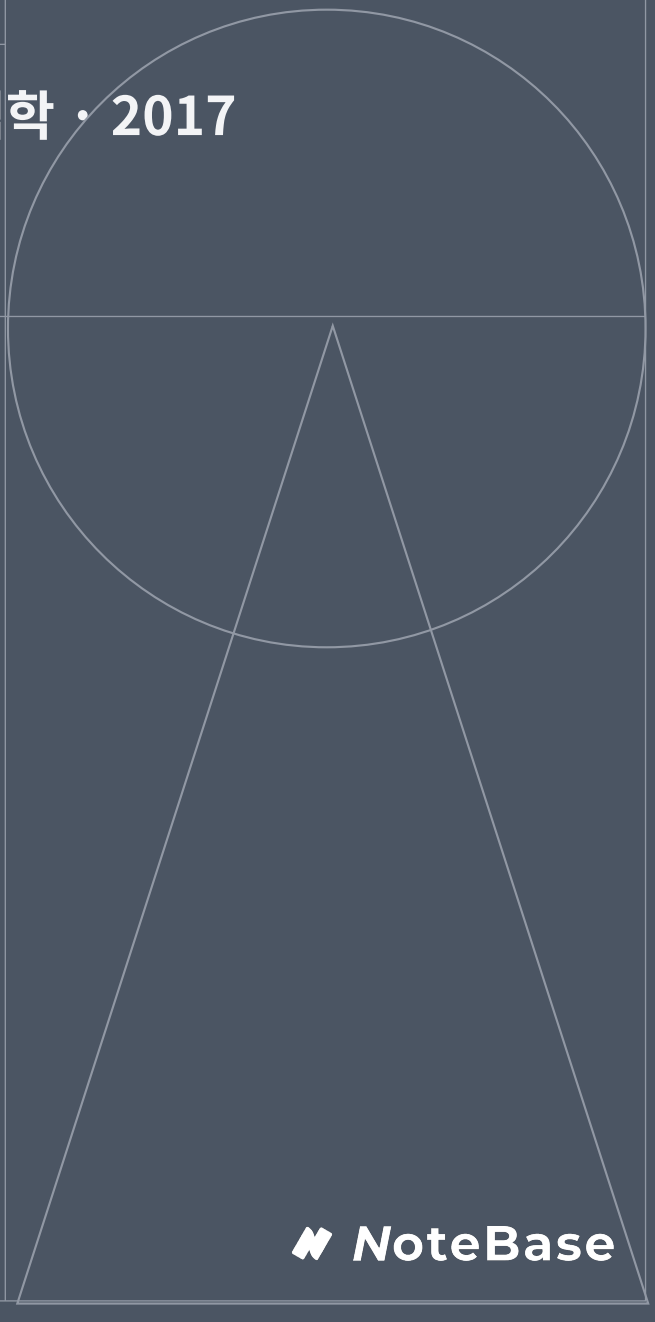
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2017



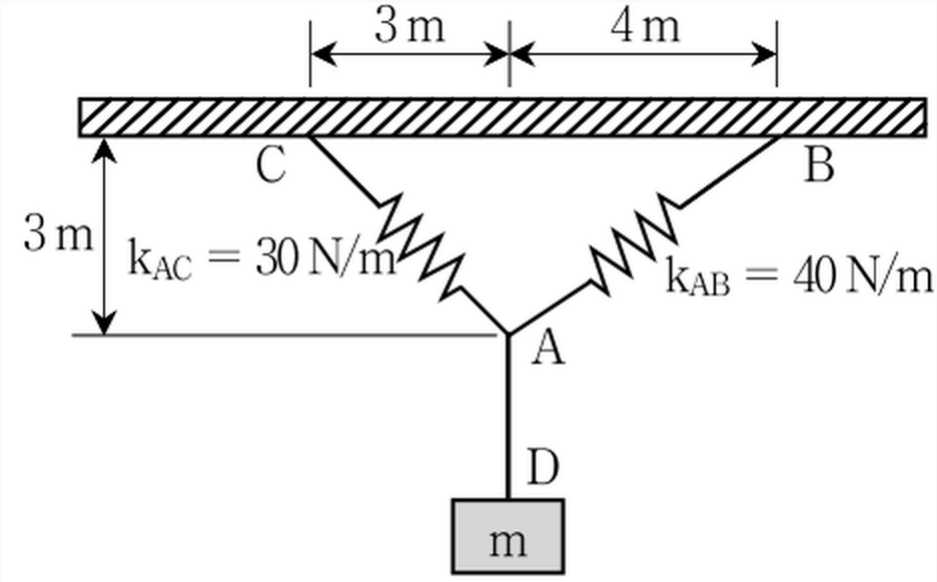
NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2017

공무원/국가직/7급 · 응용역학 · 2017

문 1. 그림과 같이 질량 m인 블록이 스프링에 매달려 평형 상태에 있을 때, 블록의 질량 m[kg]은? (단, 블록을 설치하기 전 스프링 AB의 길이는 4m이고, 중력가속도 $g = 10\text{m/s}^2$이며, 모든 스프링 및 부재의 자중은 무시한다)



① 4.0

② 5.6

③ 8.0

④ 10.5

정답 2번

출제 포인트

천장의 두 점 C, B에서 내려온 스프링이 A점에서 만나고, A에 강체 부재로 블록이 매달린 구조이다. 스프링 AB는 설치 전 길이(자연길이)가 주어져 있어 실제 변형된 형상과 비교하면 늘어난 길이(변형량)를 구할 수 있고, 이로부터 스프링력을 계산한 뒤 A점의 힘 평형으로 블록의 질량을 구하는 문제이다. 스프링 AC의 자연길이는 주어지지 않으므로 AC의 스프링력은 평형식에서 미지수로 남겨 두고 AB의 스프링력을 지렛대 삼아 구해야 한다.

NoteBase

조건 정리

C는 A의 연직 위쪽으로 수평 3m, 연직 3m 떨어진 천장 위 점이므로 변형 후 AC의 길이는 $\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$ m이고, AC가 연직선과 이루는 각은 45°이다.
B는 A로부터 수평 4m, 연직 3m 떨어진 천장 위 점이므로 변형 후 AB의 길이는 $\sqrt{4^2+3^2}=5$m이다(3-4-5 직각삼각형, 수평성분 4/5, 연직성분 3/5).
문제 조건에서 블록 설치 전(무하중 상태) 스프링 AB의 길이는 4m이므로, 블록을 매단 뒤 늘어난 길이는 $5-4=1$m이다.
AD는 강체 부재이고 자중을 무시하므로 A점에는 블록의 무게 mg가 그대로 연직 아래로 작용한다.

사용할 공식

스프링력: $F=k\Delta L$
A점 힘의 평형(수평·연직 각 방향): $\sum F_x=0,\ \sum F_y=0$

계산 과정

스프링 AB의 늘어난 길이가 1m이므로 AB에 걸리는 장력은 $F_{AB}=k_{AB}\Delta L_{AB}=40\times1=40$N이다.
A점에서 AC 방향 장력을 T_{AC}, AB 방향 장력을 $T_{AB}=40$N이라 하면,
수평 방향 평형: $T_{AC}\sin45^\circ=F_{AB}\times\frac{4}{5}=40\times0.8=32$N, 즉 T_AC×(1)/(2)=32N.
연직 방향 평형: $T_{AC}\cos45^\circ+F_{AB}\times\frac{3}{5}=mg$.
여기서 T_AC45^=T_AC×(1)/(2)=32N(수평 방향 값과 동일한 성분)이므로,
$mg=32+40\times0.6=32+24=56$N.
$g=10$m/s^{2}이므로 $m=\frac{56}{10}=5.6$kg이다.

선지 판단

① 4.0 → 오답. AB의 늘어난 길이를 자연길이 그대로(변형 없음)로 두거나 힘 성분을 잘못 배분한 경우에 나오는 값으로, 실제로는 AB가 1m 늘어난 상태에서 40N의 장력이 걸린다.
② 5.6 → 정답. AB의 변형량 1m로부터 스프링력 40N을 구하고, A점의 힘 평형(수평·연직)으로 $mg=56$N, $m=5.6$kg을 얻는다.
③ 8.0 → 오답. AB의 스프링력을 그대로 mg로 취급(수평 성분을 무시)하는 등 성분 분해를 빠뜨리면 나올 수 있는 값이다.
④ 10.5 → 오답. AC의 자연길이를 임의로 가정하거나 두 스프링력을 단순히 더하는 등 잘못된 접근에서 나오는 값이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 핵심은 스프링 AB의 '설치 전 길이(자연길이) 4m'과 그림에 나타난 '변형 후 길이 5m(수평 4m, 연직 3m의 빗변)'를 구분하는 것이다. 두 값을 혼동하면 변형량을 0으로 두거나 다른 값으로 오인해 스프링력 계산이 틀어진다. 또한 스프링력은 항상 스프링이 놓인 방향(빗변 방향)으로 작용하므로, A점 평형식을 세울 때 수평·연직 성분으로 정확히 분해해야 하며, 수평 방향 평형식(비하중 방향)을 반드시 함께 사용해야 미지수인 T_AC를 소거하고 답을 구할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

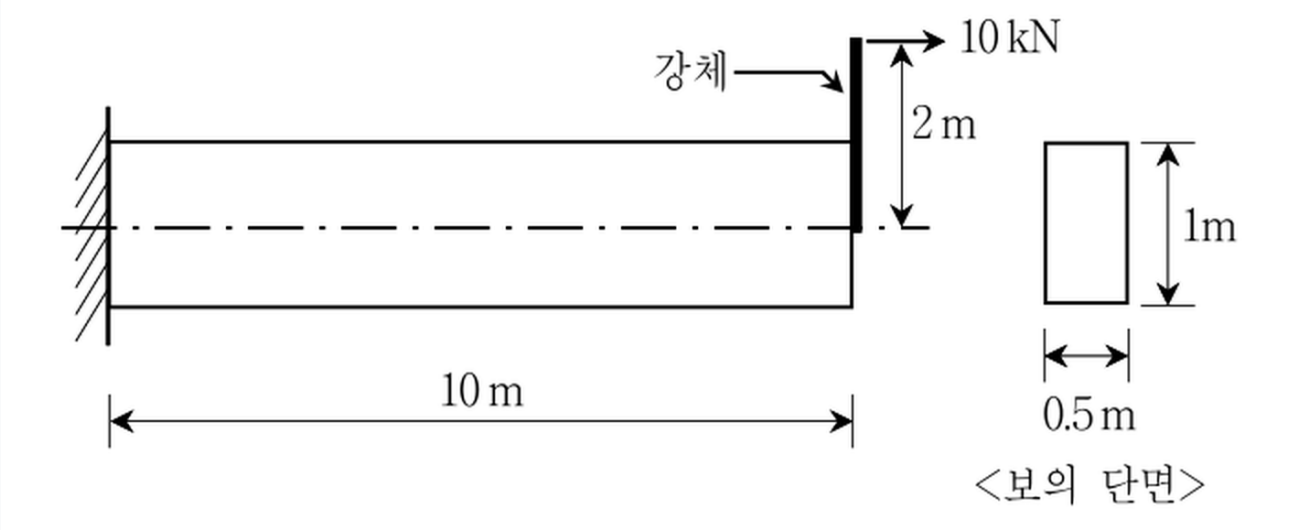
여러 스프링이 한 점에서 만나 하중을 지지하는 구조에서 '설치 전 길이'가 주어지면, 그 스프링이 변형 후 얼마나 늘어났는지부터 계산한다. 늘어난 길이에 강성 k를 곱해 스프링력을 구한 뒤, 나머지 스프링(자연길이를 모르는 스프링)은 힘 평형식의 미지수로 두고 수평·연직 두 방향 평형식을 세워 미지수를 소거하면서 하중(mg)을 구한다. 강체 부재(자중 무시)는 힘을 그대로 전달하는 역할만 한다는 점도 함께 확인한다.

암기 포인트

스프링력 $F = k\Delta L$에서 ΔL은 '변형 후 길이 − 자연길이'이다. 3-4-5 직각삼각형은 빗변 5, 수평성분 비 4/5, 연직성분 비 3/5로 바로 활용한다. 한 점에 모이는 두 스프링과 하중이 있으면 수평·연직 평형식 2개로 미지수 2개(스프링력 또는 하중)를 항상 풀 수 있다.

NoteBase

문 2. 그림과 같이 캔틸레버보에 10kN의 하중이 작용하고 있을 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, 강체와 보의 단면은 보의 도심에서 접합되어 있으며, 강체와 보의 자중은 무시한다)



① 보에 작용하는 휨모멘트는 모든 단면에서 균일하다.

② 보의 수직단면에는 전단력이 작용하지 않는다.

③ 보의 수직단면에 대한 최대 인장응력은 0.25 MPa이다.

④ 보의 수직단면에 대한 최대 압축응력은 0.22 MPa이다.

정답 3번

출제 포인트

보의 자유단에 강체가 도심에서 접합되어 있고, 그 강체 끝에서 보의 축과 나란한(수평) 하중이 도심에서 벗어난 위치에 작용하는 문제이다. 이런 경우 하중을 보의 도심으로 옮기면 축력과 우력(모멘트)이 동시에 발생한다는 점을 이해해야 하고, 축력에 의한 응력과 휨응력을 중첩하여 최대 인장응력과 최대 압축응력을 각각 구할 수 있어야 한다.

조건 정리

하중 P=10 kN이 보의 도심으로부터 e=2 m 떨어진 위치에서 보의 축 방향(수평, 바깥쪽)으로 작용한다. 보의 단면은 폭 b=0.5 m, 높이 h=1 m인 직사각형이며, 단면적 $A=0.5\ m^2$, 단면 2차모멘트 $I=bh^3/12$, 도심에서 상·하연까지 거리 c=0.5 m이다. 하중이 강체를 통해 보의 도심으로 전달되므로, 보에는 축력 N=P=10 kN(인장)과 우력 $M=P\times e=10\times 2=20\ kN\cdot m$이 동시에 작용하고, 보의 축과 나란한 하중이므로 별도의 횡하중(전단을 유발하는 하중)은 없다.

NoteBase

사용할 공식

단면 2차모멘트: $I = \frac{bh^3}{12}$. 축응력: $\sigma_N = \frac{N}{A}$. 휨응력: $\sigma_M = \frac{Mc}{I}$. 합성응력(도심에서 하중 작용점 쪽 연단은 인장이 커지고 반대쪽 연단은 인장이 작아지거나 압축으로 전환): $\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{Mc}{I}$.

계산 과정

단면 2차모멘트: $I = \frac{0.5 \times 1^3}{12} = 0.041667\text{m}^4$.
축응력: $\sigma_N = \frac{10{,}000}{0.5} = 20{,}000\text{Pa} = 0.02\text{MPa}$ (인장, 단면 전체에 균일).
휨모멘트: $M = 10 \times 2 = 20\text{kN·m} = 20{,}000\text{N·m}$.
휨응력: $\sigma_M = \frac{Mc}{I} = \frac{20{,}000 \times 0.5}{0.041667} = 240{,}000\text{Pa} = 0.24\text{MPa}$.
하중이 도심보다 위쪽(하중 작용점과 같은 쪽)에서는 축응력과 휨응력이 같은 방향(인장)으로 더해지고, 반대쪽(아래쪽) 연단에서는 휨의 압축 성분이 축인장 성분보다 커서 순압축이 된다.
상연(최대 인장): $\sigma_{top} = 0.02 + 0.24 = 0.26\text{MPa}$(인장).
하연(최대 압축): $\sigma_{bottom} = 0.24 - 0.02 = 0.22\text{MPa}$(압축).

선지 판단

① 보에 작용하는 휨모멘트는 모든 단면에서 균일하다 → O. 보에는 하중에 의한 횡방향 힘(전단을 유발하는 힘) 없이 강체를 통해 전달된 우력 20 kN·m만 작용하므로, 이 모멘트는 위치와 무관하게 보의 전 구간에서 일정하다.
② 보의 수직단면에는 전단력이 작용하지 않는다 → O. 하중이 보의 축과 나란한 수평 방향으로만 작용하므로 보의 수직단면(단면과 수직인 방향, 즉 보의 횡방향)에 대한 전단력은 0이다.
③ 보의 수직단면에 대한 최대 인장응력은 0.25 MPa이다 → X. 계산 결과 최대 인장응력은 축응력 0.02 MPa와 휨응력 0.24 MPa가 합쳐진 0.26 MPa이므로, 0.25 MPa라는 값은 틀렸다. 틀린 표현 0.25 MPa → 올바른 표현 0.26 MPa.
④ 보의 수직단면에 대한 최대 압축응력은 0.22 MPa이다 → O. 휨응력 0.24 MPa에서 축인장응력 0.02 MPa를 뺀 순압축응력이 0.22 MPa로 정확히 일치한다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 강체를 통해 전달되는 하중을 단순한 횡하중(전단·휨만 유발)으로 오인하는 것이다. 하중이 보의 축 방향(수평)으로 작용하고 그 작용선이 도심에서 벗어나 있으므로, 실제로는 축력과 우력이 동시에 도심에 작용하는 것으로 치환해야 한다. 이를 놓치면 축응력을 빠뜨리고 휨응력만으로 0.24 MPa를 인장·압축 양쪽에 동일하게 적용하는 오류(④는 우연히 맞지만 ③에서 0.25라는 근사값에 속기 쉬움)를 범하게 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

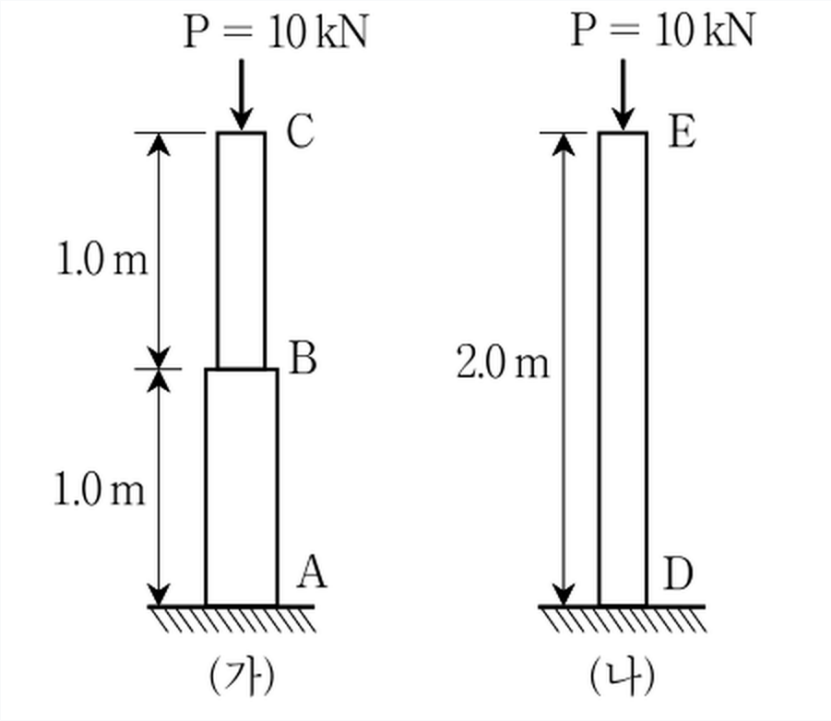
강체(리지드 암)가 보의 도심에 접합되고 그 끝에서 축 방향 하중이 편심되어 작용하는 그림이 나오면, 먼저 편심거리 e와 하중 P를 곱해 우력 M=P·e를 구하고, 축응력 N/A과 휨응력 Mc/I를 각각 계산한 뒤 하중이 작용하는 쪽 연단에서는 두 응력을 더하고 반대쪽 연단에서는 뺀다. 전단력 유무는 하중이 보의 축에 수직인 성분을 갖는지만 확인하면 된다.

암기 포인트

편심 축하중은 $\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{Mc}{I}$로 중첩하고, 하중 작용점과 같은 쪽 연단은 (+), 반대쪽 연단은 (-)로 부호를 적용한다. 직사각형 단면의 $I = \frac{bh^3}{12}$, $c = \frac{h}{2}$는 반드시 암기해 둔다.

NoteBase

문 3. 그림과 같이 기둥의 단면 도심에 각각 $P = 10\text{kN}$의 하중이 작용하고 있다. 기둥 (가)에서 부재 AB의 단면적은 300mm^2이고, 부재 BC의 단면적은 100mm^2이다. 기둥 (가)의 C점과 기둥 (나)의 E점의 수직변위가 같도록 하려면 기둥 (나)의 단면적$[\text{mm}^2]$은? (단, 기둥의 자중은 무시하며, 두 기둥의 재료는 동일하다)



① 150

② 155

③ 160

④ 165

정답 1번

출제 포인트

직렬로 연결된 두 부재(단면적이 다른 계단형 기둥)의 축방향 변위를 각 구간의 신장량 합으로 구하는 능력과, 서로 다른 두 기둥의 상단 변위를 같게 만드는 등가 단면적을 역산하는 능력을 함께 묻는다. 기둥 자중은 무시하므로 각 구간에는 하중 P가 그대로 전달되는 순수 축인장(또는 축소성) 부재로 본다.

NoteBase

조건 정리

기둥 (가): AB구간 길이 $L_{AB} = 1.0$ m, 단면적 $A_{AB} = 300\ \text{mm}^2$; BC구간 길이 $L_{BC} = 1.0$ m, 단면적 $A_{BC} = 100\ \text{mm}^2$; 하중 $P = 10$ kN이 C점(상단)에 작용한다. 기둥 (나): 길이 $L = 2.0$ m, 단면적 A(미지수), 동일한 하중 $P = 10$ kN이 E점(상단)에 작용한다. 두 기둥은 같은 재료이므로 탄성계수 E가 동일하고, A점과 D점은 고정단이다. 조건: C점의 수직변위 = E점의 수직변위.

사용할 공식

축하중을 받는 부재의 신장량은 $\delta = \frac{PL}{EA}$이다. 직렬 연결된 여러 구간으로 이루어진 부재의 전체 변위는 각 구간 신장량의 합 $\delta = \sum \frac{P_i L_i}{E A_i}$으로 구한다.

계산 과정

기둥 (가)의 C점 수직변위는 AB구간과 BC구간 신장량의 합이다.

_(가) = (PL_AB)/(EA_AB) + (PL_BC)/(EA_BC) = (P)/(E)≤ft((1.0)/(300) + (1.0)/(100))

괄호 안을 통분하면 $\frac{1}{300} + \frac{3}{300} = \frac{4}{300} = \frac{1}{75}$이므로

_(가) = (P)/(75E)

기둥 (나)의 E점 수직변위는 단일 구간이므로

_(나) = (PL)/(EA) = (P× 2.0)/(EA)

두 변위가 같아야 하므로 _(가)=_(나)를 놓으면

$\frac{P}{75E} = \frac{2.0P}{EA}$

양변에서 P와 E가 소거되어

$\frac{1}{75} = \frac{2.0}{A} \Rightarrow A = 2.0 \times 75 = 150\ \text{mm}^2$

선지 판단

① 150: 계산 결과와 정확히 일치한다. 옳음.

② 155: 통분이나 나눗셈 과정에서 오차가 섞였을 때 나오는 값으로, 옳지 않다.

③ 160: $\frac{1}{300} + \frac{1}{100}$을 $\frac{1}{300} + \frac{1}{100} = \frac{4}{300}$이 아니라 잘못 통분(예: 분모를 400으로 오인)했을 때 나올 수 있는 값으로, 옳지 않다.

④ 165: AB, BC 두 구간 신장량을 더하지 않고 한 구간만 반영하거나 길이·단면적을 뒤바꿔 계산했을 때 나오는 값으로, 옳지 않다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 $\frac{1}{300} + \frac{1}{100}$을 통분할 때 분모를 잘못 잡아 $\frac{4}{300} = \frac{1}{75}$를 정확히 얻지 못하는 것이다. 또한 기둥 (나)는 구간이 하나뿐이므로 신장량 공식에 길이 2.0 m를 그대로 넣어야 하는데, 이를 (가)의 구간 길이(1.0 m)와 혼동하지 않도록 주의한다. 마지막으로 등식 양변에서 P와 E가 소거된다는 점을 놓쳐 하중값이나 탄성계수를 임의로 대입하는 실수를 피해야 한다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

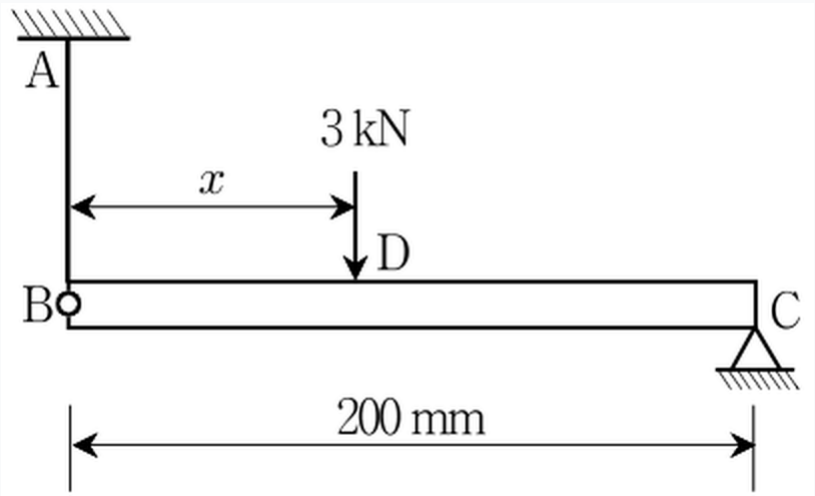
직렬 연결된 계단형 부재가 나오면 먼저 각 구간의 L과 A를 표로 정리하듯 나열한 뒤 $\delta = \sum \frac{PL}{EA}$로 전체 변위를 구한다. 이후 비교 대상 부재의 변위식과 등호로 연결하면 대부분 P와 E가 소거되어 순수한 기하 비례식(길이와 단면적의 관계식)만 남으므로, 이 식을 정리해 미지의 단면적이나 길이를 구하면 된다.

암기 포인트

축부재 신장량 공식 $\delta = \frac{PL}{EA}$과, 직렬 구간이 여러 개면 신장량을 단순히 더한다는 원칙을 기억해 둔다. 같은 재료·같은 하중 조건에서 변위를 비교할 때는 E와 P가 소거되어 $\frac{L}{A}$의 비교로 귀결된다는 점도 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 4. 그림과 같은 구조물에서 부재 BC는 D점에서 3kN의 외력을 받고 있다. 케이블 AB가 받는 인장응력과 C점의 탄성받침에서 받는 압축응력의 크기(절대값)가 같아지기 위한 외력의 작용위치 x[mm]는? (단, 케이블 AB의 단면적은 200mm^2이고, C점에서 탄성받침과 보의 접촉면적은 400mm^2이며, 부재 및 케이블의 자중은 무시한다)



① $\frac{200}{3}$

② 100

③ $\frac{400}{3}$

④ $\frac{500}{3}$

정답 3번

출제 포인트

케이블(인장부재)과 탄성받침(압축부재)이 각각 다른 단면적을 가질 때, 두 부재에 작용하는 힘을 응력(힘/단면적)으로 환산하여 크기를 비교하는 문제이다. 부재 BC를 B점의 케이블 반력과 C점의 탄성받침 반력으로 지지되는 단순보로 보고, 하중 위치에 따른 두 반력을 먼저 구한 뒤 각 부재의 단면적으로 나누어 응력을 비교하는 것이 핵심이다.

조건 정리

부재 BC는 길이 200 mm의 수평 부재로, B점은 케이블 AB에 의해 매달려 있고 C점은 탄성받침으로 지지된다. B점에서 x만큼 떨어진 D점에 3 kN의 하향 외력이 작용한다. 케이블 AB의 단면적은 200 mm^2, C점 탄성받침과 보의 접촉면적은 400 mm^2이다. 케이블은 인장력만, 탄성받침은 압축력만 저항하며, 두 지점의 반력은 모두 위 방향(케이블은 위로 당기는 인장력, 받침은 위로 미는 압축반력)이다.

NoteBase

사용할 공식

부재 BC를 B, C 두 점에서 지지되는 단순보로 보면, B점 반력(=케이블 인장력) T와 C점 반력(=받침 압축력) R은 모멘트 평형으로 구해진다. C점에 대한 모멘트 평형: $T \times 200 = 3 \times (200 - x)$. B점에 대한 모멘트 평형: $R \times 200 = 3x$. 응력은 σ = 힘단면적이며, 두 응력의 크기가 같다는 조건은 $\frac{T}{200} = \frac{R}{400}$이다.

계산 과정

모멘트 평형으로부터 $T = \frac{3(200-x)}{200}$, $R = \frac{3x}{200}$이다. 응력이 같다는 조건 $\frac{T}{200} = \frac{R}{400}$에 대입하면 $2T = R$이 되고, 이는 $2 \times \frac{3(200-x)}{200} = \frac{3x}{200}$로 정리된다. 양변에 200을 곱하고 3으로 나누면 $2(200 - x) = x$이고, $400 - 2x = x$에서 $3x = 400$, 따라서 $x = \frac{400}{3}$ mm이다.

선지 판단

① 200/3 → X, C점 반력만으로 세운 식을 잘못 정리하거나 응력 비교 시 단면적 비를 반대로 적용하면 나오는 값으로, 실제 계산 결과와 다르다.
② 100 → X, 단순히 전체 길이의 절반으로 두는 값으로 응력 조건을 반영하지 않은 값이다.
③ 400/3 → O, 모멘트 평형식과 응력 동일 조건을 함께 풀면 $x = 400/3$ mm이 정확히 도출된다.
④ 500/3 → X, 모멘트 평형식에서 부호나 단면적 비를 반대로 적용했을 때 나올 수 있는 값으로 옳지 않다.

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 첫째, 케이블(단면적 200)과 탄성받침(단면적 400)의 단면적이 서로 다르므로 힘이 같다고 착각하면 안 되고 반드시 힘을 각자의 단면적으로 나눈 응력으로 비교해야 한다. 둘째, B점과 C점의 반력을 구할 때 하중 D의 위치 x를 기준으로 모멘트 평형식을 정확히 세워야 하며, B에 가까울수록(작은 팔길이) C의 반력이 작아지고 B의 반력(케이블 힘)이 커진다는 방향성을 헷갈리지 않아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

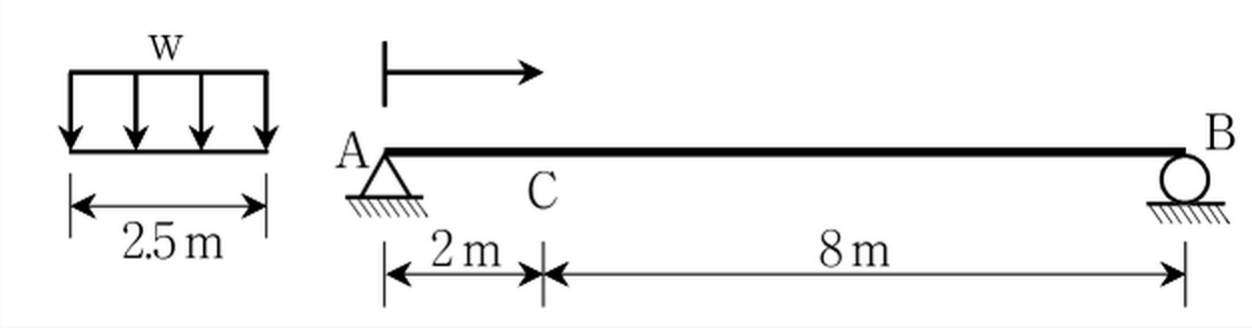
지지점의 단면적이 서로 다르게 주어지고 응력(또는 압력)이 같아지는 조건을 묻는 문제는, 먼저 정역학적 평형(모멘트 평형)으로 각 지지점의 반력을 하중 위치의 함수로 표현한 뒤, 마지막 단계에서만 각 반력을 해당 단면적으로 나누어 응력 등식을 세운다. 힘의 평형과 응력 조건을 섞어서 한 번에 풀려고 하면 실수하기 쉬우므로 단계를 분리해서 접근한다.

암기 포인트

응력 = 힘 / 단면적이며, 서로 다른 단면적을 가진 두 부재의 응력이 같다는 조건은 힘이 같다는 뜻이 아니라 힘의 비가 단면적의 비와 같다는 뜻이다(이 문제에서는 받침의 힘이 케이블 힘의 2배가 되어야 응력이 같아진다, 단면적이 2배이므로).

NoteBase

문 5. 그림과 같이 단순보에서 등분포하중이 화살표 방향으로 이동하고 있다. C점의 최대휨모멘트가 7kN · m 일 때, 등분포하중 w[kN/m]는? (단, 단순보의 자중은 무시한다)



① 1.0

② 1.5

③ 2.0

④ 2.5

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 길이가 유한한 등분포하중(폭 2.5 m)이 단순보 위를 이동할 때, 보 위 한 점(C점)에 발생하는 휨모멘트의 최댓값을 구하는 이동하중 문제이다. 하중의 크기 자체는 변하지 않지만 보 위에서의 위치가 바뀌므로, C점의 영향선(influence line)을 이용해 휨모멘트가 최대가 되는 하중 위치를 먼저 찾고, 그 위치에서의 모멘트 식을 세워 w를 역산하는 것이 핵심이다.

조건 정리

보의 전체 길이는 $L = 10$ m이고 A는 힌지지점, B는 롤러지점인 단순보이다. C점은 A로부터 $x = 2$ m, B로부터 $L - x = 8$ m 떨어져 있다. 이동하는 등분포하중의 폭은 $a = 2.5$ m이고 크기는 w [kN/m]이며, 화살표 방향(A에서 B 쪽)으로 이동한다. C점에서 발생 가능한 휨모멘트의 최댓값이 $M_{C,\max} = 7$ kN · m로 주어져 있다.

사용할 공식

단순보에서 A로부터 거리 ξ인 위치에 단위하중이 놓였을 때 C점(A로부터 x)의 휨모멘트 영향선 종거는 다음과 같다. $y(\xi) = \frac{\xi(L-x)}{L}$ $(\xi \le x)$, $y(\xi) = \frac{x(L-\xi)}{L}$ $(\xi \ge x)$ 폭이 a인 등분포하중이 이 영향선 위를 이동할 때 C점의 모멘트는 하중이 덮는 구간의 영향선 아래 면적에 w를 곱한 값이다: $M_C = w \cdot A(s)$, 여기서 $A(s)$는 하중이 $[s, s+a]$에 놓였을 때 영향선 아래 면적이다. 이 면적이 최대가 되는 위치는 하중 양 끝에서의 영향선 종거가 같아지는 지점, 즉 $y(s) = y(s+a)$를 만족하는 s이며, 이는 정점(C점)이 하중 구간을 원래 C점이 보를 나누는 비율과 같은 비율로 나누도록 하중을 배치하는 것과 같다.

NoteBase

계산 과정

먼저 C점에서 영향선의 최대 종거는 $y_{\max} = y(x) = \frac{x(L-x)}{L} = \frac{2 \times 8}{10} = 1.6$이다. 좌측 기울기는 $k_1 = \frac{L-x}{L} = 0.8$, 우측 기울기 크기는 $k_2 = \frac{x}{L} = 0.2$이다. 하중의 양 끝 종거가 같아지는 위치 s는 $y(s) = y(s+a)$에서 $s = x\left(1 - \frac{a}{L}\right) = 2 \times \left(1 - \frac{2.5}{10}\right) = 2 \times 0.75 = 1.5$ m 즉 하중은 A로부터 1.5 m~4.0 m 구간(폭 2.5 m)에 걸쳐 있을 때 C점의 모멘트가 최대가 된다. 이때 하중 양 끝의 종거는 $y(1.5) = 0.8 \times 1.5 = 1.2$, $y(4.0) = 0.2 \times (10-4) = 1.2$로 서로 같아 조건을 만족한다. 이 구간의 영향선 아래 면적은 두 사다리꼴로 나누어 계산한다. 좌측(1.5 m~2 m, 폭 0.5 m, 종거 1.2에서 1.6으로 증가): $A_1 = \frac{1.2+1.6}{2} \times 0.5 = 0.7$ 우측(2 m~4.0 m, 폭 2.0 m, 종거 1.6에서 1.2로 감소): $A_2 = \frac{1.6+1.2}{2} \times 2.0 = 2.8$ 전체 면적은 $A = A_1 + A_2 = 0.7 + 2.8 = 3.5$이다. 따라서 $M_{C,\max} = w \times A = 7 = w \times 3.5$ $w = \frac{7}{3.5} = 2.0$ kN/m

선지 판단

① 1.0 → X, 이 값을 대입하면 $M_C = 1.0 \times 3.5 = 3.5$ kN · m로 조건인 7 kN · m에 미달한다.
② 1.5 → X, $M_C = 1.5 \times 3.5 = 5.25$ kN · m로 7 kN · m에 미달한다.
③ 2.0 → O, $M_C = 2.0 \times 3.5 = 7.0$ kN · m로 주어진 조건과 정확히 일치한다.
④ 2.5 → X, $M_C = 2.5 \times 3.5 = 8.75$ kN · m로 7 kN · m를 초과한다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 하중이 C점 바로 위(2 m 지점)에 중심을 맞추고 폭 2.5 m를 균등하게 배분해 계산하는 것이다. 즉 [0.75 m, 3.25 m]처럼 C점을 하중 폭의 정중앙에 놓는 방식인데, 이는 C점이 보 전체를 2 m:8 m로 비대칭 분할하는 상황에서는 최대 모멘트 위치가 아니다. 영향선의 좌우 기울기가 다르므로(좌측 0.8, 우측 0.2), 최대 위치는 하중 양 끝의 영향선 종거가 같아지는 지점이며 이는 C점을 정중앙이 아니라 A 쪽으로 치우친 지점에 놓는 배치가 된다. 또한 등분포하중을 집중하중으로 착각해 $M = P \cdot \frac{x(L-x)}{L}$ 형태로 바로 계산하면 폭의 영향이 반영되지 않아 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

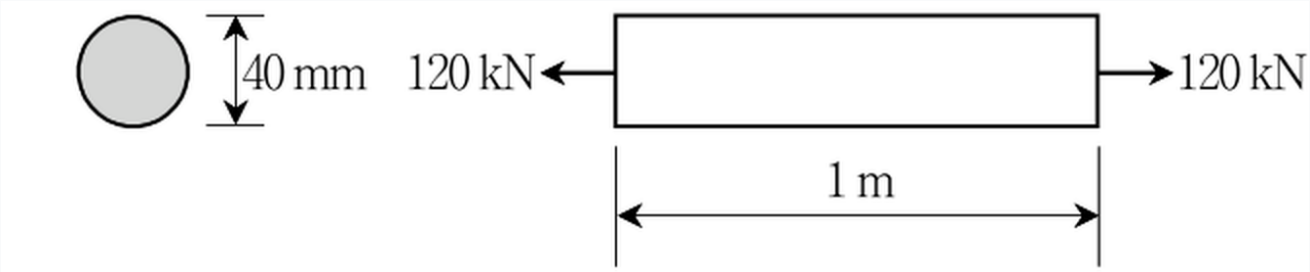
폭이 있는 이동 등분포하중이 특정 단면의 최대 휨모멘트를 만드는 문제는, 먼저 그 단면의 영향선을 그리고 정점의 좌우 기울기를 구한다. 그다음 하중 양 끝에서의 영향선 종거가 같아지는 위치(정점이 하중 폭을 보의 분할 비율과 같은 비율로 나누는 위치)를 구해 하중을 그 위치에 놓는다. 마지막으로 그 구간의 영향선 아래 면적을 사다리꼴 두 개로 나누어 합산한 뒤, 모멘트=하중×면적 관계로 미지수를 구한다.

암기 포인트

이동 등분포하중이 단면 C에서 최대 모멘트를 만드는 조건은 '하중 양 끝의 영향선 종거가 같아지는 위치'이며, 이는 정점이 하중 폭을 $x : (L-x)$와 같은 비율로 나누는 배치와 같다. 좌측 이동 거리는 $s = x\left(1 - \frac{a}{L}\right)$로 구할 수 있고, 모멘트는 항상 '하중 크기×영향선 아래 면적'으로 계산한다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 6. 그림과 같이 직경 40 mm, 길이 1 m인 원형 봉의 단면 도심에 축방향 인장력 120 kN이 작용하여, 봉의 길이가 2 mm 늘어났고 직경이 0.02 mm 감소되었다. 이때 봉을 구성하는 재료의 전단탄성계수 G[GPa]는? (단, 봉의 자중은 무시하고, π는 3으로 계산한다)



① 20

② 22

③ 25

④ 28

정답 1번

출제 포인트

축인장을 받는 원형 봉의 세로변형(신장)과 가로변형(직경 감소)을 각각 측정해 세로탄성계수 E와 푸아송비 ν를 구하고, 이를 이용해 전단탄성계수 G를 구하는 문제이다. E, ν, G 사이의 관계식 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$를 알고 있어야 한다.

조건 정리

직경 $d = 40$ mm, 길이 $L = 1$ m $= 1000$ mm, 축방향 인장력 $P = 120$ kN $= 120{,}000$ N, 신장량 $\Delta L = 2$ mm, 직경 감소량 $\Delta d = 0.02$ mm, $\pi = 3$으로 계산한다.

사용할 공식

단면적 $A = \frac{\pi d^2}{4}$, 축응력 $\sigma = \frac{P}{A}$, 세로변형률 $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$, 세로탄성계수 $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$, 가로변형률 $\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$, 푸아송비 $\nu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$, 전단탄성계수 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

NoteBase

계산 과정

단면적: $A = \frac{3 \times 40^2}{4} = \frac{3 \times 1600}{4} = 1200\ \text{mm}^2$.
축응력: $\sigma = \frac{120{,}000}{1200} = 100\ \text{N/mm}^2 = 100\ \text{MPa}$.
세로변형률: $\varepsilon = \frac{2}{1000} = 0.002$.
세로탄성계수: $E = \frac{100}{0.002} = 50{,}000\ \text{MPa} = 50\ \text{GPa}$.
가로변형률: $\varepsilon' = \frac{0.02}{40} = 0.0005$.
푸아송비: $\nu = \frac{0.0005}{0.002} = 0.25$.
전단탄성계수: $G = \frac{50}{2(1+0.25)} = \frac{50}{2.5} = 20\ \text{GPa}$.

선지 판단

① 20 → 계산 결과와 정확히 일치한다. 정답이다.
② 22 → 푸아송비나 변형률 계산 과정에서 오차가 있을 때 나올 수 있는 값으로, 실제 계산값과 다르다.
③ 25 → 세로탄성계수 $E = 50$ GPa를 그대로 답으로 착각하거나 나눔 과정에서 2로만 나누는 등의 실수를 하면 나올 수 있는 값이다. G를 구하려면 반드시 $1 + \nu$로 나누어야 한다.
④ 28 → 푸아송비를 잘못 계산하거나 가로·세로 변형률을 바꿔 대입했을 때 나올 수 있는 값으로, 옳지 않다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 세로탄성계수 $E = 50$ GPa를 전단탄성계수로 착각하는 것이다. E와 G는 다른 물리량이며, 반드시 푸아송비 ν를 먼저 구한 뒤 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$로 환산해야 한다. 또한 가로변형률 ε'을 직경 감소량이 아닌 직경 자체로 나누는 것을 잊거나, 세로변형률과 가로변형률의 분자·분모를 바꿔 대입하지 않도록 단위(mm)를 통일해 계산해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

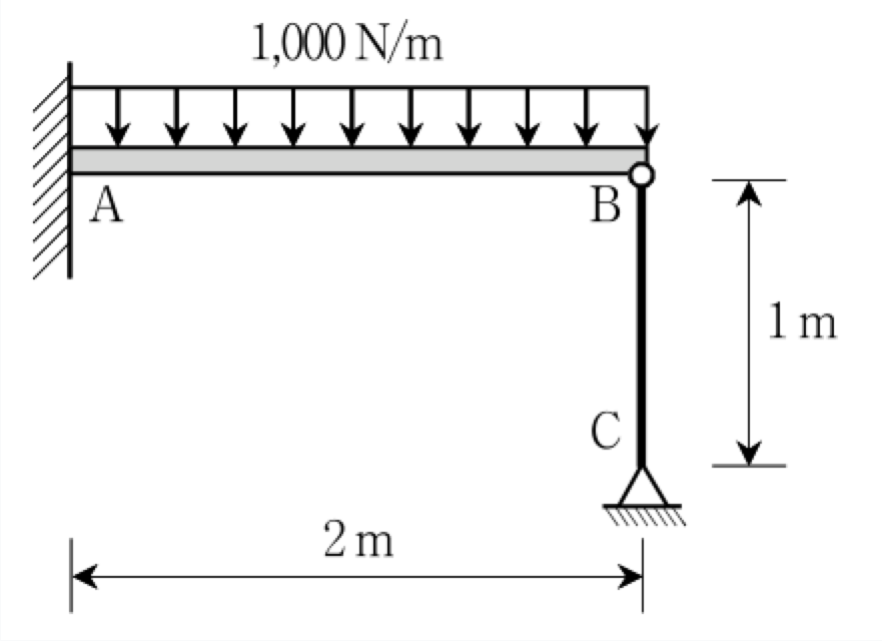
축인장 시험형 문제는 순서가 정해져 있다:
단면적→응력→세로변형률→세로탄성계수→가로변형률→푸아송비→전단탄성계수. 이 순서를 그대로 적용하면 값이 복잡해 보여도 실수 없이 풀 수 있다. 특히 신장량과 직경 감소량이 함께 주어지면 푸아송비를 거쳐 G를 묻는 문제임을 바로 알아챈다.

암기 포인트

탄성계수 관계식 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$를 외워 둔다. 여기서 ν=가로변형률세로변형률=(Δ d/d)/(Δ L/L)이다.

NoteBase

문 7. 그림과 같이 길이 $2m$인 캔틸레버보 AB가 B점에서 길이 $1m$인 수직 봉에 의해 지지되고 있다. 보 AB에 등분포하중 $1{,}000N/m$가 작용할 때, C점의 수직반력$[N]$은? (단, 모든 부재의 자중은 무시하며, 보의 휨강성 $EI = 1.0 \times 10^4 kN \cdot m^2$이고, 수직 봉의 축강성 $EA = 1.0 \times 10^4 kN$이며, 수직봉의 좌굴은 고려하지 않는다)



① 400
② $\frac{6{,}000}{11}$
③ $\frac{2{,}000}{3}$
④ $\frac{6{,}000}{7}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 캔틸레버보 끝단이 탄성(축강성이 유한한) 수직 봉으로 추가 지지되는 부정정 구조에서, 처짐 적합조건(변형 일치조건)을 이용해 봉의 축력, 즉 C점의 수직반력을 구하는 문제이다. 봉이 강체가 아니라 탄성체이므로 봉 자체의 신축량을 처짐 조건식에 포함시켜야 한다는 점이 핵심이다.

NoteBase

조건 정리

보 AB: A점 고정단, 길이 $L = 2\text{m}$, 등분포하중 $w = 1{,}000\text{N/m} = 1\text{kN/m}$, 휨강성 $EI = 1.0 \times 10^4\text{kN} \cdot \text{m}^2$.
수직 봉 BC: 길이 $\ell = 1\text{m}$, 축강성 $EA = 1.0 \times 10^4\text{kN}$, 양단 힌지(B점에서 보와 힌지 연결, C점은 지면에 핀 지지).
봉은 축부재이므로 봉이 전달하는 힘은 곧 C점의 수직반력 R_C와 같고, 이 힘이 그대로 B점에서 보를 떠받치는 상향 반력이 된다. 미지수가 1개(부정정 차수 1차)이므로 봉의 반력 R_C를 여분력(중복력)으로 놓고 적합조건 하나로 풀 수 있다.

사용할 공식

1) 등분포하중을 받는 캔틸레버보의 자유단 처짐(하향): $\delta_w = \frac{wL^4}{8EI}$.
2) 캔틸레버 자유단에 집중하중(상향) R이 작용할 때 자유단 처짐(상향, 하중을 상쇄하는 방향): $\delta_R = \frac{RL^3}{3EI}$.
3) 축부재(봉)의 신축량: _봉=(R)/(EA).
4) 적합조건: B점에서 보의 실제 처짐량(하향)과 봉이 눌려 줄어드는 양(= B점이 내려가는 양)이 서로 같아야 한다.
$\frac{wL^4}{8EI} - \frac{RL^3}{3EI} = \frac{R\ell}{EA}$

계산 과정

먼저 하중만 받을 때 B점(자유단)의 하향 처짐을 구하면 $\frac{wL^4}{8EI} = \frac{1 \times 2^4}{8 \times 1.0 \times 10^4} = \frac{16}{80{,}000} = 2.0 \times 10^{-4}\text{m}$이다.
다음으로 상향 반력 R에 의한 B점의 상향 처짐 계수는 $\frac{L^3}{3EI} = \frac{2^3}{3 \times 1.0 \times 10^4} = \frac{8}{30{,}000} = 2.6\overline{6} \times 10^{-4}\text{m/kN}$이다.
봉의 신축 계수는 $\frac{\ell}{EA} = \frac{1}{1.0 \times 10^4} = 1.0 \times 10^{-4}\text{m/kN}$이다.
적합조건식에 대입하면 $2.0 \times 10^{-4} - 2.6\overline{6} \times 10^{-4}R = 1.0 \times 10^{-4}R$이 되고, 이를 정리하면
$2.0 \times 10^{-4} = 3.6\overline{6} \times 10^{-4}R$이다.
따라서 $R = \frac{2.0 \times 10^{-4}}{3.6\overline{6} \times 10^{-4}} = \frac{2}{11/3} = \frac{6}{11}\text{kN}$이다.
단위를 N으로 환산하면 $R_C = \frac{6}{11} \times 1{,}000 = \frac{6{,}000}{11}\text{N}$이 된다.

선지 판단

① 400 → 오답. 이 값은 봉을 강체(변형 없음)로 보고 단순히 등분포하중 전체를 재분배하거나 잘못된 처짐비로 계산했을 때 나올 수 있는 값으로, 봉의 탄성 신축을 반영하지 않은 계산이다.
② 6,000/11 → 정답. 등분포하중에 의한 캔틸레버 자유단 처짐과 봉의 신축량을 같다고 놓는 적합조건식을 정확히 세워 풀면 이 값이 나온다.
③ 2,000/3 → 오답. 이는 봉을 무한강성(변형 없는 단순 지점)으로 간주해 $\frac{wL^4}{8EI} = \frac{RL^3}{3EI}$만 놓고 풀었을 때 나오는 값으로, 봉의 신축항 $\frac{R\ell}{EA}$을 누락한 오류이다.
④ 6,000/7 → 오답. 적합조건식의 계수를 잘못 합산(예: 분모 항을 잘못 더하거나 처짐 공식의 지수·분모를 혼동)했을 때 나올 수 있는 값이다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 B점의 수직 봉을 강체 지점(변위 없는 단순 지지)으로 처리해 버리는 것이다. 그렇게 하면 봉의 축강성 EA 조건이 아예 쓰이지 않게 되어 ③번(2,000/3)과 같은 틀린 값이 나온다. 문제에서 굳이 EA값을 제시한 것은 봉의 신축량을 처짐 적합조건에 포함시키라는 신호이므로, 주어진 수치가 왜 주어졌는지를 항상 되짚어 보아야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

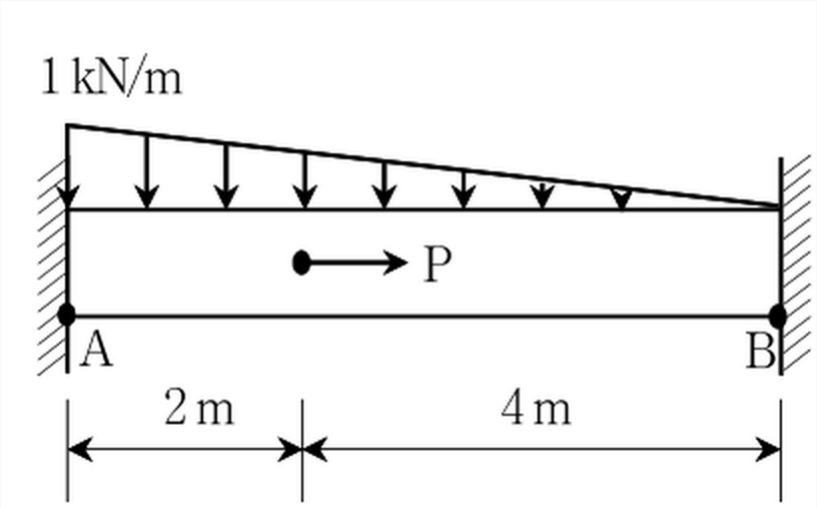
지지점이 강체 지지가 아니라 탄성 부재(스프링, 봉, 케이블 등)로 표현된 부정정보 문제는, 그 탄성부재를 여분력으로 놓고 적합조건식을 세울 때 항상 '보의 처짐 = 탄성부재의 변형량'이라는 등식을 기본 틀로 삼는다. 탄성부재의 변형량 항 $\frac{R\ell}{EA}$을 빠뜨리지 않는 것이 핵심이며, 캔틸레버 자유단의 처짐 공식(등분포하중 $wL^4/8EI$, 집중하중 $RL^3/3EI$)도 함께 정확히 기억해 두어야 한다.

암기 포인트

캔틸레버 자유단 처짐 공식: 등분포하중 $wL^4/8EI$, 자유단 집중하중 $RL^3/3EI$. 축부재 신축량: $R\ell/EA$. 탄성지지 부정정보는 '보 처짐=지지부재 변형량'의 적합조건식으로 여분력을 구한다.

NoteBase

문 8. 그림과 같이 하중이 작용하는 보가 있다. 양단 하부의 지점 A, B의 응력 크기가 같게 되는 하중 P[kN]는? (단, 부재의 자중은 무시하며, 단면적 A = $100cm^2$, 단면계수 S = $600cm^3$이고, 축하중은 단면의 도심에 작용한다)



① 1

② 10

③ 15

④ 150

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 양단이 벽에 완전히 고정된 부정정보에서 축하중 P에 의한 축응력과 삼각형 분포하중에 의한 휨응력을 각각 구해 지점 A, B 단면의 응력을 합성한 뒤, 두 지점의 응력 크기가 같아지는 조건으로 P를 역산하는 문제이다. 축하중 문제와 휨(모멘트) 문제를 각각 부정정 해석으로 푼 다음 한 단면에서 합성응력(N/A ± M/S)으로 겹쳐야 한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

보의 전체 길이는 6 m이며 A에서 2 m, B에서 4 m 되는 지점에 축하중 P가 작용한다. 동시에 A에서 1 kN/m로 시작해 B에서 0으로 선형 감소하는 삼각형 분포하중(수직하중)이 작용한다. 단면적 A = 100 cm^2, 단면계수 S = 600 cm^3이며 축하중은 도심에 작용하므로 편심에 의한 추가 모멘트는 없다.

NoteBase

사용할 공식

1) 양단 고정된 축방향 부재에 중간점 하중 P가 작용할 때, 짧은 구간과 긴 구간에 걸리는 축력은 구간 길이에 반비례하여 분배된다: 짧은 구간(A쪽, 길이 a)의 축력 $N_1 = \frac{bP}{a+b}$, 긴 구간(B쪽, 길이 b)의 축력 $N_2 = \frac{aP}{a+b}$이며 두 힘의 방향(인장/압축)은 서로 반대이다.
2) 양단이 고정된 보에 A에서 최대값 w, B에서 0으로 선형 감소하는 삼각형 분포하중이 작용할 때 고정단 모멘트는 하중이 최대인 쪽이 더 크다: $M_A = \frac{wL^2}{20}$(하중이 최대인 A쪽), $M_B = \frac{wL^2}{30}$(하중이 0인 B쪽). 두 모멘트 모두 상단 섬유에 인장, 하단(하부) 섬유에 압축을 일으키는 부(-)모멘트이다.
3) 한 단면의 응력은 축응력과 휨응력을 더한 값이다: $\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{S}$.

계산 과정

축하중에 의한 축력: a = 2 m(짧은 구간, A쪽), b = 4 m(긴 구간, B쪽)이므로 $N_A = \frac{4P}{6} = \frac{2P}{3}$(A쪽 구간, 인장), $N_B = \frac{2P}{6} = \frac{P}{3}$(B쪽 구간, 압축). 두 힘의 방향이 반대이므로 축응력의 부호도 서로 반대이다.
분포하중에 의한 고정단 모멘트: $w = 1\text{kN/m}$, $L = 6\text{m}$이므로 $M_A = \frac{1 \times 6^2}{20} = 1.8\text{kN·m} = 180\text{kN·cm}$, $M_B = \frac{1 \times 6^2}{30} = 1.2\text{kN·m} = 120\text{kN·cm}$.
문제에서 묻는 것은 하부(하단) 섬유의 응력이고, 고정단 부모멘트는 하단에 압축을 일으키므로 휨응력을 $-M/S$로 넣는다. 축응력은 A쪽 구간이 인장(+), B쪽 구간이 압축(-)이므로 하부 합성응력은 $\sigma_A = \frac{2P}{3 \times 100} - \frac{180}{600} = \frac{2P}{300} - 0.3$, $\sigma_B = -\frac{P}{3 \times 100} - \frac{120}{600} = -\frac{P}{300} - 0.2$이다.
두 지점의 하부 응력이 같아지는 조건 $\frac{2P}{300} - 0.3 = -\frac{P}{300} - 0.2$(두 값 모두 압축이라 음수로 같음)을 정리하면 $\frac{3P}{300} = 0.1$, $P = 10\text{kN}$이다. 이때 $\sigma_A = \sigma_B = -0.233\text{kN/cm}^2$로 크기와 부호가 모두 같다.

선지 판단

① $1 \rightarrow$ 대입 시 $\sigma_A = \frac{2}{300} - 0.3 \approx -0.293$, $\sigma_B = -\frac{1}{300} - 0.2 \approx -0.203$로 크기가 서로 다르므로 조건을 만족하지 못한다. X
② $10 \rightarrow \sigma_A = \frac{2 \times 10}{300} - 0.3 = 0.0667 - 0.3 = -0.233$, $\sigma_B = -\frac{10}{300} - 0.2 = -0.0333 - 0.2 = -0.233$으로 두 하부 응력이 부호까지 같다. 조건을 만족한다. O
③ $15 \rightarrow \sigma_A = \frac{30}{300} - 0.3 = -0.2$, $\sigma_B = -\frac{15}{300} - 0.2 = -0.25$로 크기가 서로 달라 조건을 만족하지 못한다. X
④ $150 \rightarrow \sigma_A = \frac{300}{300} - 0.3 = +0.7$(인장), $\sigma_B = -\frac{150}{300} - 0.2 = -0.7$(압축)로, 크기는 0.7로 같아 보이지만 한쪽은 인장·한쪽은 압축이어서 응력이 같다고 볼 수 없다. 크기만 맞추고 부호를 놓치면 고르기 쉬운 함정 선지이다. X

NoteBase

오답 포인트

가장 흔한 실수는 축하중에 의한 두 구간의 축력을 같은 부호(둘 다 압축 또는 둘 다 인장)로 놓는 것이다. 실제로는 하중 작용점을 기준으로 짧은 구간과 긴 구간의 축력 방향이 서로 반대(하나는 인장, 하나는 압축)이므로 합성응력 식에서 부호를 반드시 다르게 넣어야 한다. 또한 삼각형 분포하중의 고정단 모멘트는 하중이 최대인 쪽(A)이 더 큰 모멘트($wL^2/20$)를, 하중이 0인 쪽(B)이 더 작은 모멘트($wL^2/30$)를 받는데, 이 크기 관계를 거꾸로 외우면 답이 달라진다. 그리고 문제가 요구하는 것은 하부(하단) 섬유의 응력이므로 휨응력을 압축($-M/S$)으로 넣어야 하며, '크기가 같다'를 부호 없이 절댓값만 맞추면 인장·압축이 뒤섞인 P=150 같은 값을 정답으로 오인할 수 있다.

다시 나오면 이렇게 판단

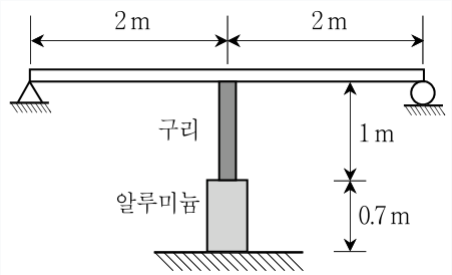
양단 고정보에서 축하중과 횡하중이 동시에 작용해 두 지점의 응력을 비교하는 유형이 나오면, 먼저 축하중 문제와 휨 문제를 완전히 분리해서 각각 부정정 해석(축력은 구간 길이 반비례 분배, 모멘트는 고정단 모멘트 공식)으로 푼 뒤, 마지막 단계에서만 $\sigma = N/A + M/S$로 합쳐 조건식을 세운다. 이때 축력의 인장/압축 부호가 구간마다 다를 수 있다는 점을 항상 먼저 점검한다.

암기 포인트

삼각형(직각삼각형) 분포하중이 A에서 최대, B에서 0으로 걸린 고정보의 고정단 모멘트는 $M_A = wL^2/20$(하중이 큰 쪽, 큰 모멘트), $M_B = wL^2/30$(하중이 0인 쪽, 작은 모멘트)로 암기한다. 즉 하중이 큰 단부일수록 고정단 모멘트도 크다. 또한 축방향으로 양단 고정된 부재에 중간점 하중이 작용하면 축력은 구간 길이에 반비례하여 분배되고(짧은 구간이 더 큰 힘), 두 구간의 힘의 방향은 서로 반대라는 점을 함께 암기한다.

NoteBase

문 9. 그림과 같이 단순지지보의 중앙에 구리와 알루미늄으로 이루어진 봉이 수직으로 연결되어 있다. 구리와 알루미늄 봉 모두 온도가 $40^\circ C$만큼 감소할 때, 이 봉들에 작용하는 축력 [kN]은? (단, 구리 봉의 단면적은 $500mm^2$, 탄성계수는 100GPa, 온도팽창계수는 $20 \times 10^{-6}/^\circ C$이고, 알루미늄 봉의 단면적은 $1{,}000mm^2$, 탄성계수는 70GPa, 온도팽창계수는 $25 \times 10^{-6}/^\circ C$이다. 보의 탄성계수는 200GPa이고, 단면2차모멘트는 $\frac{1}{18} \times 10^9 mm^4$이다. 또한, 최초에 보는 수평상태, 구리봉과 알루미늄 봉은 수직상태로 접합되어 있으며, 온도에 의한 변형은 구리와 알루미늄 봉의 축방향으로만 발생하며, 보와 봉들의 자중은 무시한다)



① 7

② 8

③ 9

④ 10

정답 4번

출제 포인트

지면에 고정된 구리·알루미늄 직렬봉이 단순지지보 중앙과 연결된 부정정 구조에서, 온도 감소로 봉이 수축하려 하지만 보에 의해 구속되어 발생하는 축력을 구하는 문제이다. 봉의 자유수축량과 보의 처짐(스프링 작용)을 적합조건(변위 일치)으로 묶어 미지 축력 P를 구하는 전형적인 부정정 열응력 문제이다.

NoteBase

조건 정리

구리봉: 길이 $L_c = 1{,}000\text{mm}$, 단면적 $A_c = 500\text{mm}^2$, 탄성계수 $E_c = 100{,}000\text{MPa}$, 열팽창계수 $\alpha_c = 20 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$.
알루미늄봉: 길이 $L_a = 700\text{mm}$, 단면적 $A_a = 1{,}000\text{mm}^2$, 탄성계수 $E_a = 70{,}000\text{MPa}$, 열팽창계수 $\alpha_a = 25 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$.
온도변화 $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ 감소(수축).
보: 경간 $L = 4{,}000\text{mm}$(2m+2m 중앙 집중하중), 탄성계수 $E_b = 200{,}000\text{MPa}$, 단면2차모멘트 $I = \frac{1}{18} \times 10^9\text{mm}^4$.
봉의 하단은 지면에 고정, 상단은 보의 중앙과 결합되어 있으므로 봉이 수축하면 결합점을 아래로 끌어내리려 하고, 이를 보가 저항하면서 봉에는 인장 축력 P가, 보 중앙에는 아래 방향 집중하중 P가 작용하는 부정정계가 된다.

사용할 공식

자유 열수축량(구속 없을 때 결합점이 아래로 내려가는 양): $\delta_T = \Delta T(\alpha_c L_c + \alpha_a L_a)$.
축력 P에 의한 봉의 인장 신장량(자유수축을 상쇄하는 방향): $\delta_P = P\left(\frac{L_c}{A_c E_c} + \frac{L_a}{A_a E_a}\right)$.
중앙 집중하중 P를 받는 단순보 중앙처짐: $\delta_{beam} = \frac{PL^3}{48E_bI}$.
적합조건(봉 상단의 순수 하강량 = 보 중앙의 처짐량): $\delta_T - \delta_P = \delta_{beam}$.

계산 과정

① 자유 열수축량: $\delta_T = 40(20 \times 10^{-6} \times 1000 + 25 \times 10^{-6} \times 700) = 40(0.02 + 0.0175) = 1.5\text{mm}$.
② 봉의 축방향 유연도: $\frac{L_c}{A_c E_c} = \frac{1000}{500 \times 100000} = 2 \times 10^{-5}\text{mm/N}$, $\frac{L_a}{A_a E_a} = \frac{700}{1000 \times 70000} = 1 \times 10^{-5}\text{mm/N}$. 합= $3 \times 10^{-5}\text{mm/N}$.
③ 보의 처짐 유연도: $\frac{L^3}{48E_bI} = \frac{4000^3}{48 \times 200000 \times (\frac{1}{18} \times 10^9)} = \frac{6.4 \times 10^{10}}{5.333 \times 10^{14}} = 1.2 \times 10^{-4}\text{mm/N}$.
④ 적합조건에 대입: $1.5 = P(3 \times 10^{-5} + 1.2 \times 10^{-4}) = P \times 1.5 \times 10^{-4}$.
⑤ $P = \frac{1.5}{1.5 \times 10^{-4}} = 10{,}000\text{N} = 10\text{kN}$.

선지 판단

① 7 → X, 봉의 유연도 또는 보의 처짐 유연도 계산에서 항을 누락하거나 잘못 더하면 나오는 값으로 실제 축력과 다르다.
② 8 → X, 마찬가지로 계산 과정 일부(예: 열팽창 항 하나만 반영)를 빠뜨렸을 때 나올 수 있는 값이며 정답이 아니다.
③ 9 → X, 근사치이나 정확한 적합조건식 계산 결과와 일치하지 않는다.
④ 10 → O, 자유수축량 1.5mm를 봉의 유연도(3×10^{-5})와 보의 처짐 유연도(1.2×10^{-4})의 합인 $1.5 \times 10^{-4}\text{mm/N}$으로 나누면 $P = 10\text{kN}$이 되어 정확히 일치한다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제의 함정은 두 가지이다. 첫째, 구리봉과 알루미늄봉을 병렬이 아니라 직렬(위아래로 이어진 하나의 봉)로 보아 유연도를 단순히 더해야 하는데, 이를 혼동해 병렬 스프링처럼 처리하면 값이 틀어진다. 둘째, 보를 강체로 오인해 봉의 신장량과 자유수축량만 같다고 놓으면(즉 보의 처짐 유연도를 0으로 두면) $P = 1.5/3 \times 10^{-5} = 50\text{kN}$처럼 훨씬 큰 값이 나와 보기와 맞지 않게 되므로, 보 역시 스프링처럼 처짐을 일으킨다는 점을 반드시 적합조건식에 포함해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

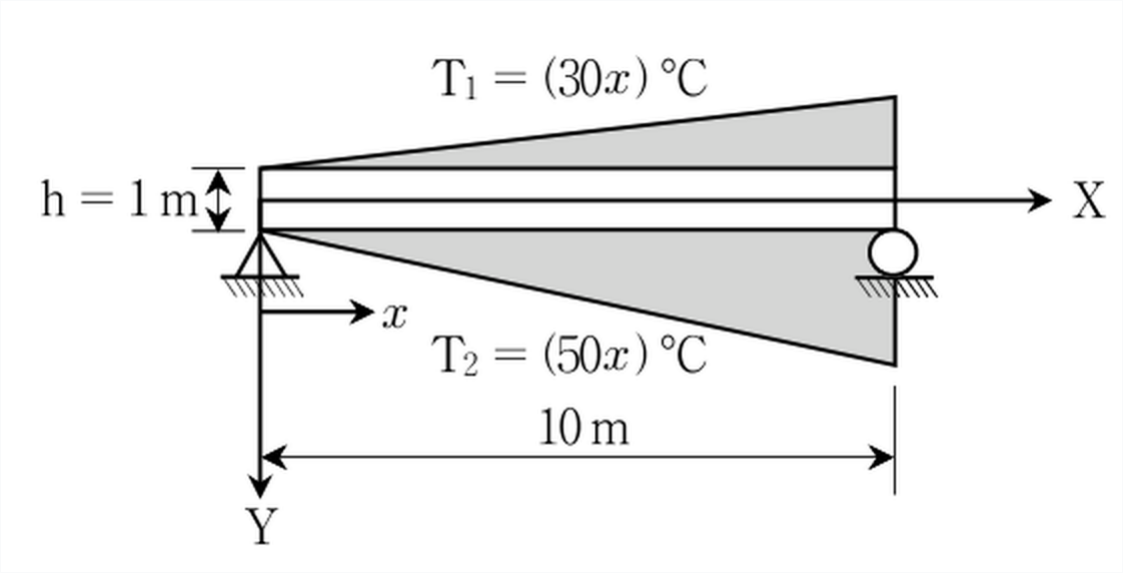
지면에 고정된 봉과 보가 함께 있는 열응력 부정정 문제는 항상 '자유 열변형량 = 축력에 의한 봉의 변형량 + 보(또는 다른 부재)의 변위'라는 적합조건식부터 세운다. 직렬로 연결된 이종재료 봉은 유연도(L/AE)를 그대로 더하고, 중앙 집중하중을 받는 단순보는 $PL^3/48EI$ 공식으로 처짐 유연도를 구해 더한 뒤, 전체 자유수축량을 이 합으로 나누어 축력을 구한다.

암기 포인트

자유 열변형량 $\delta_T = \Delta T \sum \alpha_i L_i$, 봉의 유연도 $\sum L_i/(A_i E_i)$, 단순보 중앙 집중하중 처짐 $PL^3/48EI$를 각각 별도로 계산한 뒤, 적합조건 _T=P≤ft(봉 유연도+보 유연도)로 축력을 구하는 절차를 하나의 세트로 암기해 둔다.

NoteBase

문 10. 그림과 같이 화재가 발생하여 단순보의 상·하부에 온도 상승이 발생되었다. 발생된 상·하부의 온도분포는 그림과 같이 선형 분포로 각각 발생하고 있다. 연직방향 최대 변위가 발생되는 위치 x[m]는? (단, 보의 자중은 무시하며, 보의 높이 $h = 1\text{m}$, 온도팽창계수 $\alpha = 10^{-5}/^\circ\text{C}$이다)



① $\frac{10}{\sqrt{3}}$

② 6.0

③ $\frac{15}{\sqrt{6}}$

④ 6.5

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 정정(statically determinate) 단순보에 상·하부 온도차가 선형으로 작용할 때 생기는 열팽창 곡률을 이용해 연직처짐이 최대가 되는 위치를 구하는 문제이다. 단순보는 좌측 힌지, 우측 롤러로 지지되어 정정 구조이므로, 온도차에 의한 곡률이 생겨도 이를 구속하는 부재력(모멘트)이 발생하지 않는다. 따라서 온도차로 생기는 곡률을 그대로 처짐의 2계 미분방정식에 대입해 적분하면 처짐곡선을 구할 수 있다.

조건 정리

보 길이 $L = 10$ m, 높이 $h = 1$ m, 온도팽창계수 $\alpha = 10^{-5}/°\text{C}$이다. 상단 온도분포 $T_1 = 30x$, 하단 온도분포 $T_2 = 50x$로 모두 위치 x에 선형으로 증가한다. 위치 x에서 상·하부 온도차는 $\Delta T(x) = T_2(x) - T_1(x) = 50x - 30x = 20x$이다. 좌측 지점($x = 0$)과 우측 지점($x = 10$)에서는 두 지점 모두 연직 변위가 0이다(단순보의 경계조건).

NoteBase

사용할 공식

정정보에서 상·하부 온도차만 있을 때 단면에 생기는 곡률은 $\kappa(x) = \frac{\alpha \Delta T(x)}{h}$ 이며, 처짐 $y(x)$는 $\frac{d^2y}{dx^2} = \kappa(x)$를 만족한다. 곡률이 x에 대해 선형이므로 $\kappa(x) = kx$로 두고 두 번 적분한 뒤, 양쪽 지점에서 $y = 0$인 경계조건으로 적분상수를 정하고, 처짐이 최대가 되는 위치는 기울기 $y'(x) = 0$인 지점에서 구한다.

계산 과정

곡률은 $\kappa(x) = \frac{\alpha(20x)}{h} = 20\alpha x (h = 1)$이므로 kx 꼴에서 $k = 20\alpha$이다.

1차 적분: $y'(x) = \frac{k}{2}x^2 + C_1$

2차 적분: $y(x) = \frac{k}{6}x^3 + C_1 x + C_2$

좌측 지점 $x = 0$에서 $y = 0$이므로 $C_2 = 0$이다.

우측 지점 $x = L = 10$에서 $y = 0$이므로 $\frac{k}{6}L^3 + C_1 L = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{kL^2}{6}$

연직방향 최대 변위는 기울기가 0인 지점에서 발생하므로 $y'(x) = 0$을 풀면
$\frac{k}{2}x^2 + C_1 = 0 \Rightarrow \frac{k}{2}x^2 = \frac{kL^2}{6} \Rightarrow x^2 = \frac{L^2}{3}$

$x = \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}\text{m}$

여기서 곡률의 크기 k(즉 α, h, 온도계수 30, 50 등의 구체적인 값)는 계산 과정에서 모두 소거되며, 오직 곡률이 한쪽 지점에서 0, 반대쪽 지점에서 최대인 선형(삼각형) 분포라는 형태만으로 최대처짐 위치가 결정된다. 즉 선형 곡률 분포를 가진 단순보의 최대처짐 위치는 항상 $x = L/\sqrt{3}$이 되며, 여기서는 $L = 10$ m이므로 $x = 10/\sqrt{3}$ m 이다.

선지 판단

① $10/\sqrt{3}$ (≈ 5.77 m): O, 경계조건 $y(0) = y(10) = 0$과 곡률 $\kappa(x) = kx$를 적분해 $y'(x) = 0$이 되는 위치를 구하면 정확히 $x = L/\sqrt{3} = 10/\sqrt{3}$이 나온다.
② 6.0: X, 단순히 보 길이의 60% 지점 등 임의의 값을 취한 오답으로, 곡률의 선형(삼각형) 분포를 적분해 얻은 값이 아니다.
③ $15/\sqrt{6}$ (≈ 6.12 m): X, 계수와 적분 과정에서 분모나 계수를 잘못 설정했을 때 나올 수 있는 값으로, 정확한 경계조건 적용 결과와 다르다.
④ 6.5: X, 마찬가지로 적분식을 정확히 세우지 않고 어림잡은 값으로, 실제 최대처짐 위치가 아니다.

NoteBase

오답 포인트

이 문제에서 흔히 하는 실수는 최대처짐 위치를 보의 중앙($x = 5$ m)으로 착각하는 것이다. 온도차가 양쪽 지점에서 대칭(예: 중앙에서 최대)이라면 최대처짐도 중앙에서 발생하지만, 이 문제처럼 온도차가 한쪽 지점($x = 0$)에서 0이고 반대쪽 지점($x = L$)에서 최대가 되는 비대칭(선형) 분포에서는 최대처짐 위치가 중앙이 아니라 $L/\sqrt{3}$ 지점에서 발생한다. 또한 곡률 공식에서 ΔT를 상단에서 하단을 뺀 부호로 잘못 설정하거나, 경계조건 $y(0) = y(L) = 0$ 중 하나를 빠뜨리고 적분상수를 구하면 다른 값이 나올 수 있으므로 주의한다.

다시 나오면 이렇게 판단

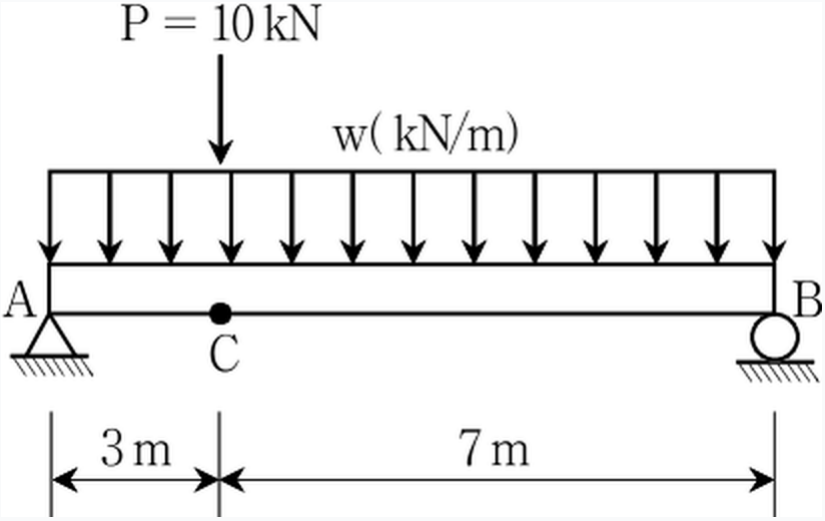
정정(단순보·정정 트러스 등)인 구조물에 온도차만 작용하는 문제를 보면, 온도차로 인한 저항모멘트는 발생하지 않고 순수하게 곡률만 생긴다는 점을 먼저 떠올린다. 곡률 $\kappa(x) = \alpha\Delta T(x)/h$를 처짐의 2계 미분방정식에 대입해 두 번 적분하고, 양쪽 지지점에서 처짐이 0이라는 경계조건으로 적분상수를 구한 뒤, 기울기가 0이 되는 지점을 최대처짐 위치로 판단한다. 곡률이 한쪽에서 0이고 반대쪽에서 최대인 선형(삼각형) 분포라면 최대처짐 위치는 항상 $x = L/\sqrt{3}$이라는 결과를 암기해 빠르게 검산할 수 있다.

암기 포인트

정정보의 온도차 곡률은 $\kappa(x) = \alpha\Delta T(x)/h$이며, 이를 두 번 적분하고 양단 처짐 0 조건을 적용해 최대처짐 위치를 구한다. 곡률이 한쪽 지점에서 0, 반대쪽 지점에서 최대인 선형 분포일 때 단순보의 최대처짐 위치는 보 길이 L에 대해 $x = L/\sqrt{3}$이 됨을 기억해 둔다.

NoteBase

문 11. 그림과 같이 단순보에 집중하중(P)과 등분포하중(w)이 작용하고 있다. C점의 발생응력이 140MPa이 되기 위한 w[kN/m]는? (단, 단면계수 $S = 300{,}000\text{mm}^3$이고, 보의 자중은 무시한다)



① 2.0

② 2.5

③ 2.7

④ 3.0

정답 1번

출제 포인트

단순보에 집중하중과 등분포하중이 함께 작용할 때 특정 단면(C점)의 휨모멘트를 구하고, 이를 굽힘응력식 $\sigma = \frac{M}{S}$에 대입해 미지의 등분포하중 크기를 역산하는 문제이다. 지점 반력 계산, 특정 단면에서의 휨모멘트 계산, 응력-모멘트 관계식 적용을 한 문제 안에서 순서대로 처리할 수 있는지를 확인한다.

조건 정리

단순보 AB, 전체 경간 10 m(A-C 3 m, C-B 7 m). A점은 힌지(핀) 지점, B점은 롤러 지점이다. C점 바로 위에 집중하중 $P = 10$ kN이 작용하고, 보 전 구간(A~B)에 등분포하중 w [kN/m]가 작용한다. 단면계수 $S = 300{,}000$ mm^3, C점의 발생응력이 140 MPa이 되도록 하는 w를 구한다. 보의 자중은 무시한다.

사용할 공식

지점반력: 모멘트 평형 $\sum M_A = 0$으로 R_B를 구하고 힘의 평형으로 R_A를 구한다. 임의 단면의 휨모멘트: $M_C = R_A \cdot x - \frac{wx^2}{2}$ (A에서 C까지 구간, C점 좌측 단면 기준, 집중하중 P는 C점에 작용하므로 이 구간 모멘트식에는 포함되지 않는다). 굽힘응력식: $\sigma = \frac{M}{S}$.

NoteBase

계산 과정

먼저 A점 기준 모멘트 평형으로 반력을 구한다. $\sum M_A = 0$: $R_B \times 10 = P \times 3 + w \times 10 \times 5$이므로
$R_B = 3 + 5w$이고, 연직 평형 $R_A + R_B = P + 10w = 10 + 10w$에서
$R_A = 10 + 10w - (3 + 5w) = 7 + 5w$.
다음으로 A에서 3 m 떨어진 C점의 휨모멘트를 구한다. C점 좌측 구간에는 등분포하중만 걸리고 집중하중 P는 C점에 바로 작용하므로 A~C 구간 모멘트식에는 P가 들어가지 않는다.
$M_C = R_A \times 3 - \frac{w \times 3^2}{2} = 3(7 + 5w) - 4.5w = 21 + 15w - 4.5w = 21 + 10.5w$ [kN · m].
한편 응력식에서 요구되는 모멘트 값은
$M = \sigma \times S = 140 \times 10^6$ Pa $\times\ 300{,}000 \times 10^{-9}$ m^3 $= 42{,}000$ N · m $= 42$ kN · m.
두 식을 같게 놓으면 $21 + 10.5w = 42$이므로 $10.5w = 21$, 따라서 $w = 2.0$ kN/m.

선지 판단

① 2.0 - 옳다. $21 + 10.5w = 42$를 풀면 $w = 2.0$으로 정확히 맞아떨어진다.
② 2.5 - 틀리다. 이 값을 대입하면 $M_C = 21 + 10.5 \times 2.5 = 47.25$ kN · m로 요구 모멘트 42 kN · m를 넘어서므로 조건을 만족하지 않는다.
③ 2.7 - 틀리다. 대입 시 $M_C = 21 + 10.5 \times 2.7 = 49.35$ kN · m로 42 kN · m와 맞지 않는다.
④ 3.0 - 틀리다. 대입 시 $M_C = 21 + 10.5 \times 3.0 = 52.5$ kN · m로 42 kN · m와 맞지 않는다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 C점 모멘트를 구할 때 집중하중 P를 A~C 구간 모멘트식에 함께 넣어버리는 것이다. P는 C점에 바로 작용하는 하중이므로 C점 좌측 단면의 모멘트에는 등분포하중의 효과만 반영되고, P는 C점에서의 전단력 불연속(계단변화)만 만들 뿐 그 지점 모멘트 값 자체에는 아직 기여하지 않는다. 또한 단위환산에서 mm^{3}를 m^{3}로 바꿀 때 10^{-9} 배를 빠뜨리거나, MPa를 Pa로 바꿀 때 10^6배를 빠뜨리면 모멘트 목표값이 틀어져 다른 보기를 답으로 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

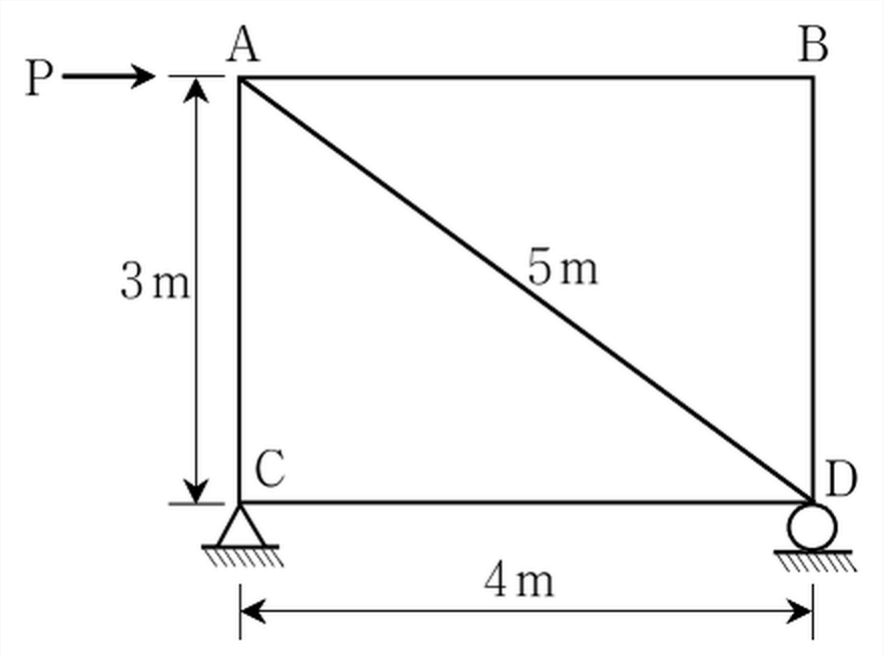
먼저 반력을 지점 모멘트 평형으로 구하고, 응력이 주어진 지점의 휨모멘트를 그 지점 좌측(또는 우측) 구간의 하중만으로 식을 세운다. 그 다음 응력식 $\sigma = M/S$을 이용해 필요한 모멘트 값을 kN · m 단위로 환산한 뒤, 두 식을 등호로 연결해 미지수를 구한다. 단위환산(MPa↔Pa, mm^3↔m^3)을 먼저 정리해두면 계산 중 실수를 줄일 수 있다.

암기 포인트

집중하중이 작용하는 바로 그 지점의 모멘트를 구할 때는 그 하중 자체를 모멘트식에 넣지 않고, 그 지점까지의 반력과 분포하중만으로 식을 세운다는 점을 기억해 둔다. 굽힘응력 공식 $\sigma = M/S$에서 1 MPa $= 10^6$ Pa, 1 mm^3 $= 10^{-9}$ m^{3}이라는 단위환산도 함께 정리해 둔다.

NoteBase

문 12. 그림과 같은 평면 트러스에서 절점 D의 수평변위가 0.8mm로 제한되고 있다. 부재 AB와 부재 BD에 온도변화($\triangle T$)가 $(+)30\,^{\circ}\mathrm{C}$ 발생할 때, 절점 A에 작용하는 최대수평하중 P[kN]는? (단, 부재의 자중은 무시하며, 부재의 단면적을 A, 탄성계수를 E라 할 때, 모든 부재의 축강성 $EA = 1.0 \times 10^4$kN이고, 온도팽창계수 $\alpha = 10^{-5}/\,^{\circ}\mathrm{C}$이다)



① 1.5

② 2.0

③ 2.5

④ 3.0

정답 2번

출제 포인트

정정(statically determinate) 트러스에서 실하중과 온도변화가 동시에 작용할 때, 단위하중법(가상일법)으로 특정 절점의 변위를 구하고 허용변위 조건으로부터 최대하중을 역산하는 문제이다. 특히 영행부재(zero-force member)를 먼저 찾아내면 온도항이 저절로 소거되는 구조적 함정을 포함한다.

NoteBase

조건 정리

절점: A(0,3), B(4,3), C(0,0), D(4,0) [m]. 부재: AB(수평, 4 m), AC(수직, 3 m), CD(수평, 4 m), BD(수직, 3 m), AD(대각선, 5 m) 총 5개. 지점: C는 핀(수평·수직 반력), D는 롤러(수직 반력만, 수평 이동 자유). 절점 A에 수평하중 P 작용, 부재 AB·BD에 온도변화 $\Delta T = +30\,^\circ\mathrm{C}$ 발생. 모든 부재 $EA = 1.0 \times 10^4$ kN, $\alpha = 10^{-5}/^\circ\mathrm{C}$. 절점 D 수평변위 제한: 0.8 mm. 판별식: 절점수 $n = 4$, 부재수 $m = 5$, 반력수 $r = 3$이므로 $m + r = 8 = 2n \rightarrow$ 정정구조(온도변화가 있어도 부재에 응력은 생기지 않고 변위만 발생).

사용할 공식

단위하중법(가상일의 원리)에 의한 변위: $\delta_D = \sum \frac{NnL}{EA} + \sum n\alpha\Delta TL$ 여기서 N은 실제하중에 의한 부재력, n은 구하고자 하는 절점(D)에 작용시킨 가상 단위하중에 의한 부재력이다. 절점에 하중이 없고 비공선(직각) 두 부재만 모이면 그 두 부재는 항상 영행부재(부재력 0)이다.

계산 과정

1) 절점 B에는 AB(수평)와 BD(수직) 두 부재만 모이고 외부하중이 없으며 두 부재가 서로 직각이므로, 실하중 P 재하 시와 가상 단위하중 재하 시 모두 $F_{AB} = F_{BD} = 0$이다(영행부재).
2) 실하중 P(절점 A, 수평) 재하 시 절점법으로 나머지 부재력을 구하면: 절점 A에서 $F_{AB} + \frac{4}{5}F_{AD} + P = 0$, $-F_{AC} - \frac{3}{5}F_{AD} = 0$이고 $F_{AB} = 0$이므로 $F_{AD} = -\frac{5}{4}P$(압축), $F_{AC} = \frac{3}{4}P$(인장). 절점 D에서 $F_{CD} = -\frac{4}{5}F_{AD} = P$(인장).
3) 가상 단위하중(절점 D, 수평 1 kN) 재하 시 같은 방법으로 구하면 $n_{AB} = n_{BD} = n_{AC} = n_{AD} = 0$이고 오직 $n_{CD} = 1$(인장)만 남는다(D의 반력이 수직뿐이고 D가 C와 같은 높이에 있어 대각선·수직부재에는 힘이 전달되지 않기 때문).
4) 두 결과를 가상일 공식에 대입한다. 온도항은 $n_{AB} = n_{BD} = 0$이므로 항상 0이 되어 완전히 소거되고, 하중항도 $n_{AC} = n_{AD} = 0$이므로 오직 CD 부재만 기여한다.
$\delta_D = \frac{N_{CD}n_{CD}L_{CD}}{EA} = \frac{P \times 1 \times 4}{1.0 \times 10^4} = 4 \times 10^{-4}P\ \mathrm{m} = 0.4P\ \mathrm{mm}$
5) 허용변위 조건 $0.4P \le 0.8$을 적용하면 $P \le 2.0$ kN이다. 따라서 절점 A에 작용시킬 수 있는 최대수평하중은 2.0 kN이다.

NoteBase

선지 판단

① 1.5 — X. 온도항이 실제로는 영행부재(AB, BD)에서만 발생해 변위식에서 소거된다는 점을 놓치고 온도에 의한 변위를 추가로 더하면 실제보다 작은 값이 나와 이 값이 얻어질 수 있으나, 검산 결과 조건을 만족하는 최대값이 아니다.
② 2.0 — O. CD 부재 하나만으로 구한 $\delta_D = 0.4P$ mm에 허용변위 0.8 mm를 대입하면 $P = 2.0$ kN으로 정확히 일치한다.
③ 2.5 — X. 부재 길이나 축강성을 다른 부재(예: AD의 5 m)로 잘못 대입하면 나올 수 있는 값이나, 실제 변위에 기여하는 부재는 CD(4 m)뿐이다.
④ 3.0 — X. 온도변화 항을 부호를 반대로 넣거나 영행부재를 걸러내지 않고 AB, BD의 열변형을 그대로 더해 계산하면 나올 수 있는 값이나, 이 트러스에서는 그 항이 항상 0이다.

오답 포인트

이 문제의 핵심 함정은 '온도변화가 주어졌으니 반드시 변위 계산에 반영해야 한다'는 선입견이다. 실제로는 절점 B가 비공선 두 부재(AB, BD)만 모이고 하중이 없는 절점이므로 이 두 부재는 실하중이든 가상 단위하중이든 항상 부재력이 0인 영행부재이고, 가상일 공식에서 온도항은 반드시 가상 단위하중에 의한 부재력 n이 곱해지므로 $n = 0$이면 온도변화 크기(30°C)나 α 값과 무관하게 그 항은 사라진다. 이를 놓치고 온도변형을 더하거나 빼면 오답(①, ④)이 나온다. 또한 대각선 AD는 실하중에 의해 부재력이 있지만 가상 단위하중에서는 부재력이 0이므로 역시 변위식에 기여하지 못한다는 점도 함께 확인해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

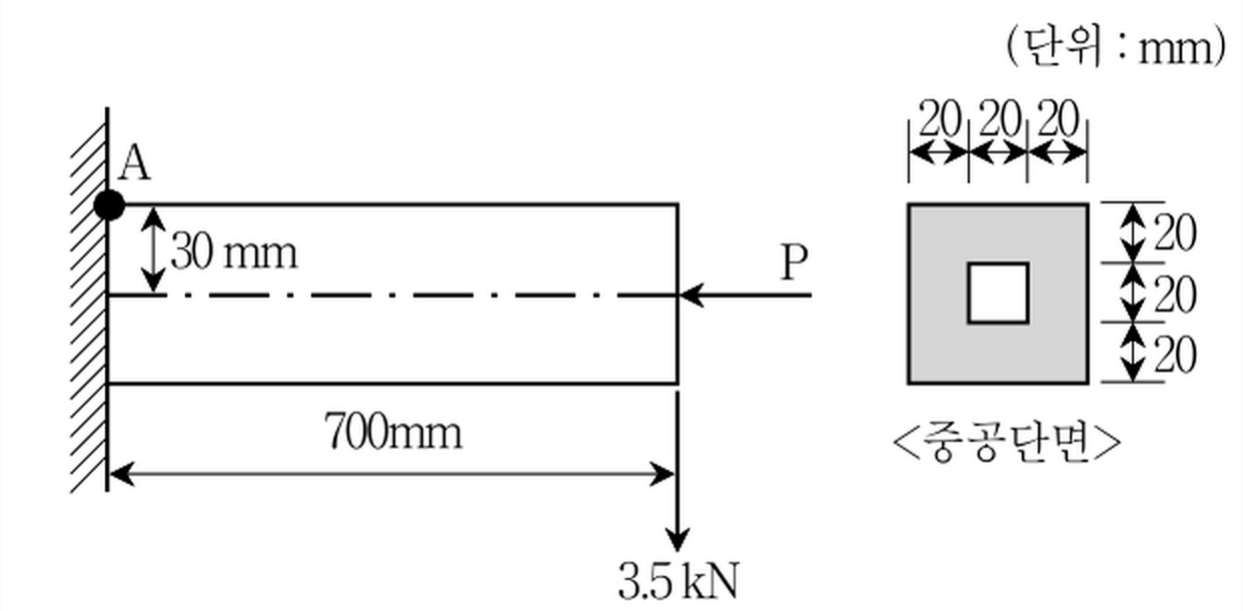
여러 부재에 하중·온도조건이 섞여 나오면, 먼저 절점별로 모이는 부재 수와 하중 유무를 확인해 영행부재를 골라낸다. 그 다음 실제하중과 가상 단위하중 두 번의 절점법 계산을 각각 수행해 N과 n을 표로 정리한다. 가상일 공식 $\delta = \sum NnL/EA + \sum n\alpha\Delta TL$에서 온도가 주어진 부재라도 $n = 0$이면 그 항은 계산할 필요 없이 소거된다는 점을 항상 먼저 점검한다. 마지막으로 허용변위(부등식) 조건에 구한 δ를 대입해 하중의 한계값을 역산한다.

암기 포인트

정정트러스에서 온도변화는 응력을 만들지 않고 변위만 만든다. 절점에 하중이 없고 비공선(서로 직각) 두 부재만 모이면 그 두 부재는 항상 영행부재이다. 단위하중법 가상일 공식의 온도항은 반드시 가상 단위하중에 의한 부재력 n이 곱해지므로, $n = 0$인 부재의 온도변화는 목표 절점의 변위에 아무 영향을 주지 않는다.

NoteBase

문 13. 그림과 같이 하중을 받는 중공단면의 캔틸레버 부재가 있다. A점의 응력이 0이 되는 하중 P[kN]는? (단, 부재의 자중은 무시한다)



① 217.8

② 220.5

③ 245.0

④ 254.2

정답 2번

출제 포인트

축하중(압축)과 휨하중이 동시에 작용하는 부재 단면의 한 점에서 두 응력이 서로 상쇄되어 합응력이 0이 되는 조건을 세우는 문제이다. 도심축에 작용하는 수평하중 P는 단면 전체에 균등한 압축응력을 만들고, 자유단의 연직하중 3.5kN은 고정단에서 휨모멘트를 만들어 A점(상단, 도심축에서 30mm 위)에 휨응력을 만든다. 두 응력의 크기가 같아 서로 상쇄되는 P를 구해야 한다.

조건 정리

부재는 좌측 벽에 고정된 캔틸레버이고 자유단까지 길이는 700mm이다. 자유단에는 연직 방향으로 3.5kN이 아래로 작용하여 고정단에 휨모멘트를 만든다. 자유단에는 수평 방향으로 P가 도심축(1점쇄선) 높이에서 벽 쪽으로 작용하여 부재 전단면에 축방향 압축력으로 작용한다. A점은 도심축으로부터 위로 30mm 떨어진 상단 표면의 점이다. 단면은 중공 정사각형으로 외곽 한 변이 20 + 20 + 20 = 60mm이고 내부 구멍 한 변은 20mm이며 구멍은 중앙에 위치한다.

NoteBase

사용할 공식

부재 단면에 축력과 휨모멘트가 동시에 작용할 때 한 점의 응력은 $\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{My}{I}$로 나타난다. 여기서 A는 단면적, M은 고정단에서의 휨모멘트, y는 도심축으로부터 응력을 구하려는 점까지의 거리, I는 도심축에 대한 단면 2차모멘트이다. A점의 응력이 0이 되려면 축응력과 휨응력의 크기가 같아야 한다: $\frac{P}{A} = \frac{My}{I}$.

계산 과정

단면적은 외곽 정사각형에서 내부 구멍을 뺀 값이다. $A = 60^2 - 20^2 = 3600 - 400 = 3200\text{mm}^2$.
도심축(수평축)에 대한 단면 2차모멘트는 $I = \frac{60^4 - 20^4}{12} = \frac{12{,}960{,}000 - 160{,}000}{12} = \frac{12{,}800{,}000}{12}\text{mm}^4$.
고정단의 휨모멘트는 자유단 연직하중 3.5kN이 700mm 거리에서 만드는 것이므로
$M = 3.5 \times 700 = 2450\text{kN·mm}$이다.
연직하중은 자유단을 아래로 처지게 하므로 고정단 단면에서는 상단이 인장, 하단이 압축을 받는다. A점은 상단(도심축 위 30mm)에 있으므로 이 휨에 의해 인장응력을 받는다.
_휨 = (M y)/(I) = 2450 × 3012,800,000/12 = 2450×30×1212,800,000 = 882,00012,800,000 ≈ 0.068906 kN/mm^2 (인장).
P는 자유단에서 벽 쪽(부재 안쪽)으로 작용하므로 부재 전체에 압축 축응력을 만든다. A점의 인장 휨응력과 상쇄되려면 축응력의 크기가 같아야 한다.
_축 = (P)/(A) = _휨 이므로 P = _휨 × A = 0.068906 × 3200 ≈ 220.5 kN.

선지 판단

① 217.8 → 단면적이나 단면 2차모멘트, 혹은 y값을 잘못 대입했을 때 나오는 값에 가까운 오답이다. X
② 220.5 → $A = 3200\text{mm}^2$, $I = 12{,}800{,}000/12\text{mm}^4$, $M = 2450\text{kN·mm}$, $y = 30\text{mm}$을 정확히 대입하면 $P = 220.5\text{kN}$이 정확히 산출된다. O
③ 245.0 → 단면적을 외곽 단면적(중공을 빼지 않은 값)으로 잘못 사용하거나 y값을 다르게 잡았을 때 나오는 값에 가까운 오답이다. X
④ 254.2 → 단면 2차모멘트를 잘못 계산(예: 중공을 고려하지 않거나 계수 실수)했을 때 나올 수 있는 오답이다. X

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 중공단면임을 놓치고 외곽 단면적 60×60만 사용하거나, 단면 2차모멘트에서 내부 구멍을 빼지 않는 것이다. 또한 A점의 y값을 도심축에서 상단까지의 30mm가 아니라 단면 전체 높이(60mm)로 잘못 대입하는 경우도 있다. 마지막으로 P가 만드는 축응력과 연직하중이 만드는 휨응력의 부호(인장/압축)를 헷갈리면 상쇄가 아니라 더하는 식으로 잘못 세우게 된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

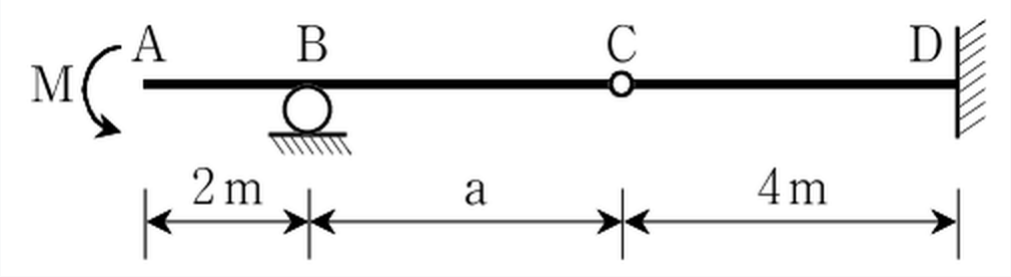
축력과 휨이 함께 작용하는 문제는 먼저 어느 하중이 축력이고 어느 하중이 휨모멘트를 만드는지부터 구분한다. 도심축 높이에서 작용하는 하중은 순수 축력, 부재 축과 수직으로 자유단에 작용하는 하중은 고정단에 휨모멘트를 만든다. 다음으로 중공단면은 반드시 (외곽 단면 성질) - (내부 구멍 단면 성질)로 계산하고, 응력이 0이 되는 조건은 두 응력의 부호가 반대인 지점에서 크기를 같게 놓아 P를 구한다.

암기 포인트

축력+휨을 동시에 받는 단면의 응력은 $\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{My}{I}$로 계산한다. 중공 정사각형 단면의 성질은 (외곽 변)^4에서 (내부 변)^4을 뺀 값을 12로 나누어 I를 구하고, 단면적도 외곽 면적에서 내부 면적을 뺀다. 캔틸레버 자유단의 연직하중은 고정단에서 상단 인장·하단 압축의 휨을 만든다는 점을 기억해 둔다.

NoteBase

문 14. 그림과 같은 게르버보의 자유단(A점)에 반시계방향 모멘트(M)가 작용할 때, D점에서 모멘트 크기(절대값)가 A점의 모멘트 크기(절대값)의 2배가 되는 거리 a[m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 2

② 4

③ 6

④ 8

정답 1번

출제 포인트

내부힌지(C점)를 가진 게르버보에서, 자유단에 작용하는 집중모멘트만으로 각 부재를 어떻게 분리하여 해석하는지를 묻는다. 힌지에서는 모멘트가 전달되지 않고 전단력(수직력)만 전달된다는 성질을 이용해 A-B-C 구간과 C-D 구간을 별도의 자유물체로 나누어 풀어야 한다.

조건 정리

A점(자유단)에 반시계방향 모멘트 M이 작용한다. B점은 롤러 지지(수직반력만 발생), C점은 내부힌지, D점은 고정단이다. 구간 길이는 AB=2m, BC=a, CD=4m이며 보의 자중은 무시한다. A점의 모멘트 크기는 적용된 집중모멘트 그 자체이므로 M이다. 구하는 조건은 D점의 모멘트 크기(절대값)가 A점 모멘트 크기(절대값)의 2배, 즉 M_D=2M이 되는 a이다.

사용할 공식

게르버보는 힌지에서 분리하여 두 개의 정정 구조로 나눈다. A-B-C 구간은 하중이 모멘트 M뿐이고 지점이 롤러 B 하나뿐이므로, 힘의 평형($\Sigma F_y = 0$)과 모멘트 평형($\Sigma M = 0$)을 만족하려면 B점 반력과 C점(힌지)에서 받는 힘이 크기가 같고 방향이 반대인 우력을 이루어야 한다. 두 힘 사이의 거리가 a이므로 힘의 크기를 F라 하면 $F \cdot a = M$, 즉 $F = \frac{M}{a}$이다. 이 힘 F는 뉴턴의 제3법칙에 의해 C-D 구간에는 반대 방향(위쪽)으로 작용하며, C-D 구간은 D에 고정된 캔틸레버에 C점(D로부터 4m 떨어진 지점)에서 집중하중 F가 작용하는 형태이므로 고정단 모멘트는 $M_D = F \times 4 = \frac{4M}{a}$이다.

NoteBase

계산 과정

① A-B-C 구간: 자유단 A에 모멘트 M만 작용하고 지점은 B(롤러) 하나뿐이므로, 이 구간이 평형을 이루려면 B의 반력과 C에서 전달되는 힘이 서로 반대 방향의 한 쌍(우력)을 이루어야 한다. 이 우력의 모멘트가 외력 M과 평형을 이루므로 $F \cdot a = M \Rightarrow F = \frac{M}{a}$이다.
② C-D 구간: 힌지 C를 통해 A-B-C 구간으로부터 받는 반작용력(크기 $F = \frac{M}{a}$)이 위쪽으로 작용하고, D에서 4m 떨어져 있다. D는 고정단이므로 이 하중에 의한 고정단 모멘트는 $M_D = F \times 4 = \frac{4M}{a}$이다.
③ 조건 대입: A점 모멘트 크기는 $M_A = M$이므로, $M_D = 2M_A$에서 $\frac{4M}{a} = 2M$이 되어 $a = 2$이다.

선지 판단

① 2 → 옳다. $\frac{4M}{a} = 2M$을 풀면 a=2m으로 조건을 정확히 만족한다.
② 4 → 틀리다. a=4를 대입하면 $M_D = \frac{4M}{4} = M$이 되어 A점 모멘트의 1배에 그치므로 2배 조건을 만족하지 못한다.
③ 6 → 틀리다. a=6이면 $M_D = \frac{4M}{6} = \frac{2M}{3}$로 오히려 A점 모멘트보다 작아진다.
④ 8 → 틀리다. a=8이면 $M_D = \frac{4M}{8} = \frac{M}{2}$로 A점 모멘트의 절반에 불과하다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 A점의 모멘트 크기를 별도로 계산해야 한다고 생각하는 것인데, 자유단에 집중모멘트가 직접 작용하는 경우 그 지점의 모멘트 크기는 작용된 하중 M 자체이다. 또 다른 실수는 힌지 C에서 모멘트가 전달된다고 착각하는 것으로, 내부힌지는 모멘트를 전달하지 못하고 전단력(수직력)만 전달한다는 점을 놓치면 A-B-C 구간과 C-D 구간을 분리하지 못해 식을 세울 수 없다. a와 M_D가 반비례($M_D = 4M/a$)라는 점도 헷갈리기 쉬운데, a가 커질수록 힌지에 전달되는 힘 F가 작아져 D의 모멘트도 함께 작아진다.

다시 나오면 이렇게 판단

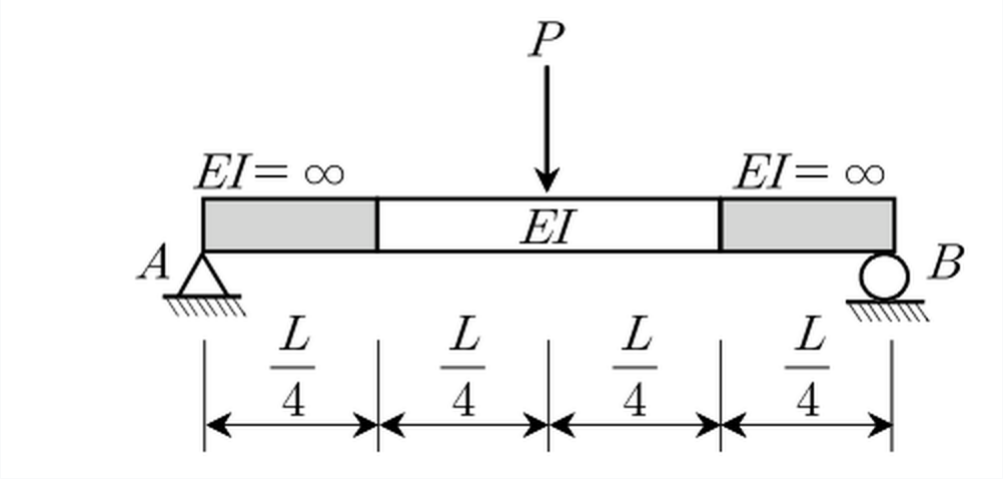
게르버보 문제에서는 먼저 내부힌지를 기준으로 구조를 두 개의 자유물체로 분리한다. 지점 수가 부족한 쪽(여기서는 A-B-C, 롤러 하나뿐)은 그 자체로 하중과 반력이 평형을 이루도록 식을 세우고, 힌지에서 받는 힘을 미지수로 둔다. 이렇게 구한 힌지 반력을 반작용으로 다른 구간(C-D, 고정단 D를 가진 캔틸레버)에 적용하여 원하는 지점의 모멘트를 구한다. 자유단에 순수 모멘트만 작용하면 그 지점의 모멘트 크기는 항상 작용된 모멘트 값과 같다는 것도 기억한다.

암기 포인트

내부힌지는 모멘트=0, 전단력(수직력)은 전달됨. 지점이 하나뿐인 구간에 우력(모멘트)만 작용하면 그 구간의 두 힘은 크기가 같고 방향이 반대이며 두 힘 사이 거리 × 힘 크기 = 작용 모멘트. 캔틸레버 끝에서 거리 L만큼 떨어진 곳에 집중하중 F가 작용하면 고정단 모멘트는 F×L이다.

NoteBase

문 15. 그림과 같은 단순보에서 집중하중 P이 작용하는 위치에서 발생하는 처짐의 크기는? (단, 단순보의 자중은 무시한다)



① $\frac{PL^3}{96EI}$
② $\frac{5PL^3}{384EI}$
③ $\frac{PL^3}{64EI}$
④ $\frac{7PL^3}{384EI}$

정답 4번

출제 포인트

전체 길이가 L인 단순보(A: 힌지, B: 롤러)에서 양쪽 끝 $L/4$씩은 강체($EI = \infty$, 휨변형이 전혀 생기지 않음)이고 가운데 $L/2$ 구간만 유한강성 EI를 가진다. 이런 보에서 중앙(하중 작용점)의 처짐을 구하려면, 강체 구간은 휨변형에 전혀 기여하지 않으므로 단위하중법(가상일법)의 적분을 오직 유한강성 구간($L/4$부터 $3L/4$까지)에 대해서만 수행해야 한다는 점이 핵심이다.

조건 정리

보의 전체 길이는 L이고 A(힌지)-B(롤러) 단순지지이다. 집중하중 P는 정중앙($x = L/2$)에 작용하며 대칭이므로 양쪽 반력은 $R_A = R_B = P/2$이다. $0 \le x \le L/4$와 $3L/4 \le x \le L$ 구간은 $EI = \infty$(강체)이고, $L/4 \le x \le 3L/4$ 구간만 유한강성 EI를 가진다. 자중은 무시한다.

사용할 공식

단위하중법(가상일법)에 의한 처짐: $\delta = \int \frac{M(x)m(x)}{EI} dx$ 여기서 $M(x)$는 실제하중 P에 의한 굽힘모멘트, $m(x)$는 처짐을 구하려는 점(중앙)에 가상의 단위하중 1을 작용시켰을 때의 굽힘모멘트이다. $EI = \infty$인 구간은 적분값이 0이 되므로, 실제로는 $x = L/4$에서 $x = 3L/4$까지만 적분하면 된다.

NoteBase

계산 과정

실제하중 P에 의한 굽힘모멘트: $0 \le x \le L/2$에서 $M(x) = \frac{P}{2}x$ (대칭이므로 반대쪽도 같은 형태). 가상의 단위하중 1을 중앙에 작용시켰을 때: $0 \le x \le L/2$에서 $m(x) = \frac{x}{2}$. 대칭성을 이용하여 $L/4$부터 $L/2$까지만 적분하고 그 결과를 2배 한다.

$\int_{L/4}^{L/2} M(x)m(x)dx = \int_{L/4}^{L/2} \frac{P}{2}x \cdot \frac{x}{2}dx = \frac{P}{4}\int_{L/4}^{L/2} x^2 dx = \frac{P}{4}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{L/4}^{L/2}$

$= \frac{P}{12}\left(\frac{L^3}{8} - \frac{L^3}{64}\right) = \frac{P}{12} \cdot \frac{7L^3}{64} = \frac{7PL^3}{768}$

대칭인 반쪽($L/2$부터 $3L/4$까지)도 같은 값을 가지므로 2배 하면

$\delta = \frac{2}{EI} \cdot \frac{7PL^3}{768} = \frac{7PL^3}{384EI}$

따라서 하중 작용점(중앙)의 처짐은 $\frac{7PL^3}{384EI}$이다.

선지 판단

① $PL^3/(96EI)$: 이는 강성이 전 구간에 걸쳐 균일한 일반 단순보(전 구간 EI)에서 중앙 집중하중에 의한 중앙처짐 공식 $PL^3/(48EI)$의 절반 크기로, 강체 구간이 있다는 조건을 반영하지 않은 값이라 틀린 값이다.

② $5PL^3/(384EI)$: 이는 전 구간이 균일한 강성 EI를 가진 단순보에 등분포하중이 작용할 때 중앙처짐 공식과 같은 형태의 숫자로, 이 문제의 집중하중·강체구간 조건과 맞지 않아 틀린 값이다.

③ $PL^3/(64EI)$: 앞의 적분 계산에서 강체 구간의 길이 $L/4$를 적분범위에서 제외하지 않고 다른 방식으로 단순화했을 때 나올 수 있는 근사값으로, 실제 적분 결과와 일치하지 않아 틀린 값이다.

④ $7PL^3/(384EI)$: 강체 구간(0부터 $L/4$, $3L/4$부터 L)을 적분에서 제외하고 유한강성 구간($L/4$부터 $3L/4$)에 대해서만 단위하중법 적분을 수행하면 정확히 이 값이 나오므로 옳은 값이다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 강체 구간을 무시하지 않고 보 전체 길이 L에 대해 균일강성 공식($PL^3/48EI$ 등)을 그대로 적용하는 것이다. $EI = \infty$인 구간은 굽힘변형에 전혀 기여하지 않으므로, 단위하중법 적분은 반드시 유한강성 구간($L/4$에서 $3L/4$까지)에 대해서만 수행해야 한다는 점을 놓치면 ①이나 ③ 같은 틀린 값을 고르게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

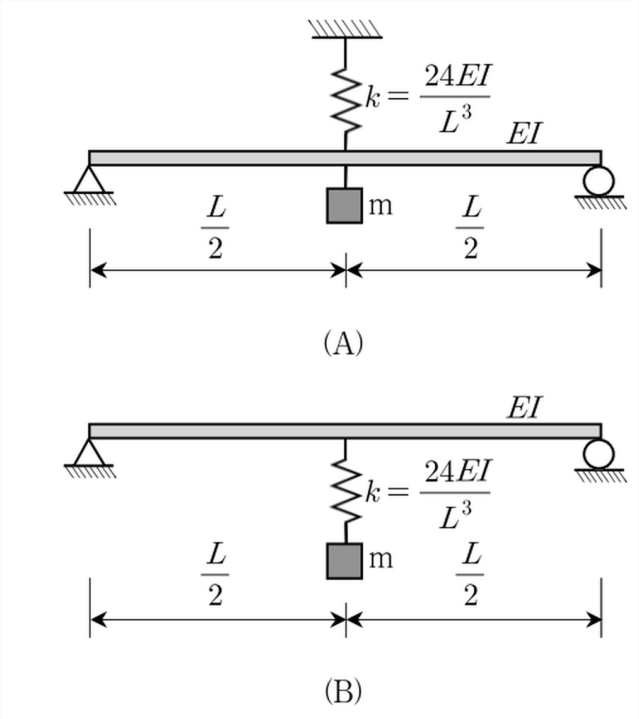
보의 일부 구간에 $EI = \infty$ 표시가 있으면 그 구간은 휨변형이 없는 강체로 취급하고, 단위하중법(또는 모멘트-면적법)의 적분 구간에서 완전히 제외한 뒤 유한강성 구간에 대해서만 $M(x)m(x)/EI$를 적분한다. 대칭 구조이면 절반만 적분하고 2배 하면 계산이 간단해진다.

암기 포인트

균일 단순보 중앙 집중하중의 중앙처짐 공식은 $PL^3/(48EI)$이지만, 강체 구간이 포함된 보에서는 이 공식을 그대로 쓸 수 없고 유한강성 구간만 적분해야 하며, 그 결과 이 문제처럼 $7PL^3/(384EI)$와 같은 다른 계수가 나올 수 있다.

NoteBase

문 16. 그림과 같이 길이 L인 단순보의 중앙에 질량이 m인 물체가 매달려 있다. 시스템 (A)에서는 보가 스프링과 물체의 가운데에 연결되어 있고, 시스템 (B)에서는 물체가 보의 중앙에 매달린 스프링의 끝에 연결되어 있다. 두 시스템의 고유진동수 비 $(\omega_A : \omega_B)$는? (단, 보와 모든 스프링의 자중은 무시하며, 보의 휨강성은 EI이고, 물체의 질량 m과 스프링 상수 k는 두 시스템의 경우 모두 동일하며, 스프링 상수 $k = \frac{24EI}{L^3}$ 이다)



① $\omega_A : \omega_B = 1 : \sqrt{2}$

② $\omega_A : \omega_B = \sqrt{2} : 1$

③ $\omega_A : \omega_B = \frac{3}{\sqrt{2}} : 1$

④ $\omega_A : \omega_B = 1 : \frac{3}{\sqrt{2}}$

정답 3번

출제 포인트

스프링과 보의 휨강성이 하나의 질량을 지지할 때, 두 요소가 병렬로 연결되었는지 직렬로 연결되었는지에 따라 등가 강성이 어떻게 달라지는지를 묻는 문제이다. 병렬 연결은 강성이 더해지고, 직렬 연결은 강성의 역수가 더해진다는 원리를 적용해 각 시스템의 등가 스프링 상수를 구한 뒤 고유진동수 비를 계산한다.

NoteBase

조건 정리

길이 L인 단순보(양단 핀-롤러 지지)의 중앙에 집중하중이 작용할 때 보 자체의 중앙점 강성은 $k_{beam} = \frac{48EI}{L^3}$이다. 스프링 상수는 $k = \frac{24EI}{L^3}$로 주어져 있으며 질량 m과 k는 두 시스템에서 동일하다. 시스템 (A)는 천장과 보의 중앙 절점을 스프링으로 연결하고, 그 같은 절점에 질량이 매달려 있다. 즉 보의 굽힘 강성과 스프링 강성이 같은 절점의 변위를 함께 억제하므로 병렬 연결이다. 시스템 (B)는 보 중앙에서 스프링이 아래로 매달리고 그 스프링의 끝에 질량이 걸려 있으므로, 보와 스프링이 차례로 늘어나는 직렬 연결이다.

사용할 공식

병렬 연결(시스템 A): $k_A = k_{beam} + k$. 직렬 연결(시스템 B): $\frac{1}{k_B} = \frac{1}{k_{beam}} + \frac{1}{k}$. 고유진동수: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 따라서 $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \sqrt{\frac{k_A}{k_B}}$.

계산 과정

시스템 (A): $k_A = \frac{48EI}{L^3} + \frac{24EI}{L^3} = \frac{72EI}{L^3}$. 시스템 (B): $\frac{1}{k_B} = \frac{L^3}{48EI} + \frac{L^3}{24EI} = \frac{L^3}{48EI} + \frac{2L^3}{48EI} = \frac{3L^3}{48EI} = \frac{L^3}{16EI}$, 따라서 $k_B = \frac{16EI}{L^3}$. 고유진동수 비는 $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \sqrt{\frac{k_A}{k_B}} = \sqrt{\frac{72}{16}} = \sqrt{4.5} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}$. 따라서 $\omega_A : \omega_B = \frac{3}{\sqrt{2}} : 1$이다.

선지 판단

① $\omega_A : \omega_B = 1 : \sqrt{2}$ → X. 이는 병렬·직렬 관계를 반대로 적용하거나 강성비 계산을 뒤집었을 때 나오는 값으로, 실제 값(약 2.12:1)과 맞지 않는다.

② $\omega_A : \omega_B = \sqrt{2} : 1$ → X. $\sqrt{2} \approx 1.41$로 계산값 $3/\sqrt{2} \approx 2.12$와 다르다.

③ $\omega_A : \omega_B = \frac{3}{\sqrt{2}} : 1$ → O. 병렬 강성 $k_A = 72EI/L^3$와 직렬 강성 $k_B = 16EI/L^3$의 비로부터 정확히 도출되는 값이다.

④ $\omega_A : \omega_B = 1 : \frac{3}{\sqrt{2}}$ → X. ③의 비율을 뒤집어 놓은 값으로, 시스템 A와 B의 역할이 바뀌어 있다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 두 시스템의 연결 방식을 반대로 파악하는 것이다. 스프링과 물체가 보의 같은 절점에 함께 연결된 (A)는 병렬(강성을 더함)이고, 스프링을 통해 물체가 보에 매달린 (B)는 직렬(강성의 역수를 더함)임을 그림에서 정확히 구분해야 한다. 또한 보의 중앙점 강성 공식을 $48EI/L^3$ 대신 다른 하중 조건의 공식(예: 캔틸레버 $3EI/L^3$)으로 착각하면 답이 크게 달라진다.

다시 나오면 이렇게 판단

보와 스프링이 결합된 진동 문제는 먼저 그림에서 두 요소가 같은 절점의 변위를 동시에 구속하는지(병렬) 아니면 하중이 한 요소를 거쳐 다음 요소로 순차적으로 전달되는지(직렬)를 구분한다. 병렬이면 강성을 더하고, 직렬이면 강성의 역수를 더해 등가 강성을 구한 뒤 $\omega = \sqrt{k/m}$에 대입해 비교한다.

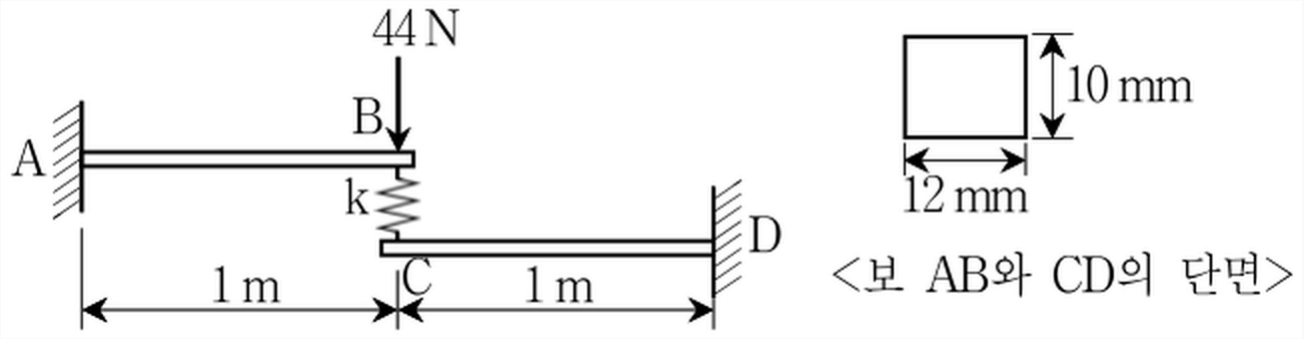
NoteBase

암기 포인트

단순보 중앙 집중하중의 처짐 강성은 $48EI/L^3$, 캔틸레버 끝단 집중하중의 처짐 강성은 $3EI/L^3$이다. 병렬 연결 등가강성 $k_{eq} = k_1 + k_2$, 직렬 연결 등가강성 $1/k_{eq} = 1/k_1 + 1/k_2$, 고유진동수 $\omega = \sqrt{k_{eq}/m}$.

NoteBase

문 17. 그림과 같이 보 AB의 지점 B에 44N의 힘이 작용할 때, 스프링의 변형량[mm]은? (단, 스프링 상수(k)는 3kN/m이고, 보의 탄성계수(E)는 200GPa이며, 보와 스프링의 자중은 무시한다)



① $\frac{20}{3}$

② $\frac{25}{3}$

③ 10

④ $\frac{40}{3}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 캔틸레버보 AB, 스프링 k, 캔틸레버보 CD가 B-C 지점에서 연결된 복합 구조에서 하중 전달 경로를 나누어 각 경로의 등가강성을 구하고, 이를 병렬·직렬로 합성해 스프링에 실제로 걸리는 힘과 변형량을 구하는 능력을 묻는다. 보 AB는 A에서 고정되어 있고 자유단 B에서 하중을 직접 받으므로 그 자체가 하나의 캔틸레버 스프링처럼 거동하고, 동시에 B는 스프링을 통해 C로, C는 다시 캔틸레버 CD를 통해 D의 고정단으로 힘을 전달한다는 점을 파악하는 것이 핵심이다.

조건 정리

보 AB, CD는 각각 길이 $L = 1\text{m} = 1000\text{mm}$의 캔틸레버이고 단면은 가로 12mm, 세로(하중 방향) 10mm의 직사각형으로 동일하다. 탄성계수 $E = 200\text{GPa} = 200{,}000\text{N/mm}^2$, 스프링 상수 $k = 3\text{kN/m} = 3\text{N/mm}$이다. B에는 44N의 하중이 아래 방향으로 작용하고, B와 C는 스프링으로 연결되어 있으며 A와 D는 벽에 고정되어 있다.

사용할 공식

직사각형 단면의 단면 2차 모멘트는 $I = \frac{bh^3}{12}$이다(하중 방향 치수가 h). 캔틸레버보의 자유단에 집중하중 P가 작용할 때 자유단 처짐은 $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$이므로, 자유단을 하나의 스프링으로 보면 등가강성은 $k_{beam} = \frac{3EI}{L^3}$이다. 여러 스프링이 직렬로 연결되면 $\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$, 병렬로 연결되면 $k_{eq} = k_1 + k_2$이다.

NoteBase

계산 과정

단면 2차 모멘트는 $I = \frac{12 \times 10^3}{12} = 1000\text{mm}^4$이다. 따라서 $EI = 200{,}000 \times 1000 = 2 \times 10^8 \text{N} \cdot \text{mm}^2$이다.
보 AB, CD의 자유단 등가강성은 각각 $k_{AB} = k_{CD} = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \times 2 \times 10^8}{1000^3} = 0.6\text{N/mm}$이다.
B에 작용한 하중 44N은 두 경로로 나뉜다. 하나는 보 AB 자체의 휨저항(등가강성 k_{AB})이고, 다른 하나는 스프링 k를 지나 보 CD의 자유단(등가강성 k_{CD})으로 이어지는 경로이다. 스프링과 CD는 같은 힘을 전달하며 변형이 누적되므로 직렬 합성이다.
$\frac{1}{k_{series}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k_{CD}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{0.6} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = 2$ 이므로 $k_{series} = 0.5\text{N/mm}$이다.
이 직렬 경로와 보 AB의 경로는 같은 점 B의 처짐을 공유하며 하중을 나누어 받으므로 병렬 합성이다.
$k_{total} = k_{AB} + k_{series} = 0.6 + 0.5 = 1.1\text{N/mm}$이다.
B점의 처짐은 $\delta_B = \frac{P}{k_{total}} = \frac{44}{1.1} = 40\text{mm}$이다.
직렬 경로(스프링+CD)로 전달되는 힘은 $F_2 = \delta_B \times k_{series} = 40 \times 0.5 = 20\text{N}$이다.
스프링에 실제로 걸리는 힘도 $F_2 = 20\text{N}$이므로 스프링의 변형량은 $\delta_{spring} = \frac{F_2}{k} = \frac{20}{3}\text{mm}$이다.

선지 판단

① 20/3: O. 위 계산 과정과 같이 보 AB의 자체 휨강성과 스프링-보 CD 직렬 경로의 병렬 조합으로 하중을 분배해 구한 스프링 변형량과 정확히 일치한다.
② 25/3: X. 두 경로의 힘 분배를 고려하지 않고 44N 전체 또는 다른 비율이 스프링에 그대로 걸린다고 잘못 가정하면 나오는 값으로, 보 AB의 병렬 저항을 축소 반영한 오산이다.
③ 10: X. 스프링과 보 CD만 고려하고 보 AB의 자체 휨강성(병렬 경로)을 완전히 무시한 채 44N이 스프링-CD 직렬 경로에만 전부 실린다고 계산하면 나오는 값이다(44N을 k_series=0.5로 나누는 대신 다른 조합을 쓴 값과 혼동하기 쉽다).
④ 40/3: X. 단면 2차 모멘트에서 폭과 높이를 서로 바꿔 대입하거나 강성 조합 과정에서 직렬과 병렬을 반대로 적용했을 때 나올 수 있는 값이다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 보 AB가 자유단 B에서 스스로 휨 변형을 일으켜 하중의 일부를 직접 부담한다는 사실을 놓치고, 44N 전부가 스프링과 보 CD로만 전달된다고 가정하는 것이다. 또한 단면 2차 모멘트 계산 시 하중 방향 치수(세로 10mm)가 h가 되어야 하는데 가로 12mm를 h로 잘못 대입하면 강성 값이 달라져 최종 답이 어긋난다.

다시 나오면 이렇게 판단

고정단에서 나온 보의 자유단이 스프링을 거쳐 다른 고정단 보의 자유단과 연결된 구조가 나오면, 먼저 각 보를 자유단 집중하중에 대한 등가스프링(강성 $3EI/L^3$)으로 바꾸고, 스프링과 직렬로 연결된 보는 직렬 합성, 하중이 걸리는 절점에서 병렬로 힘을 나누어 받는 부분은 병렬 합성으로 처리한 뒤, 전체 강성으로 절점 처짐을 구하고 그 처짐으로부터 원하는 경로에 걸리는 힘을 역산해 변형량을 구한다.

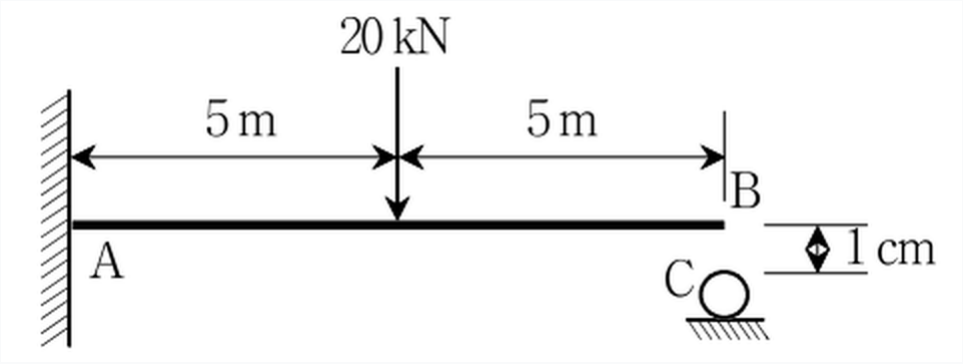
NoteBase

암기 포인트

직사각형 단면 2차 모멘트 $I = \frac{bh^3}{12}$에서 h는 항상 하중(휨) 방향 치수임을 기억한다. 캔틸레버 자유단 처짐 $\delta = \frac{PL^3}{3EI}$로부터 등가강성 $k_{beam} = \frac{3EI}{L^3}$을 얻고, 스프링 합성은 직렬일 때 $\frac{1}{k_{eq}} = \sum \frac{1}{k_i}$, 병렬일 때 $k_{eq} = \sum k_i$임을 함께 기억해 둔다.

NoteBase

문 18. 그림과 같은 캔틸레버보에서 하중을 받기 전 B점의 1 cm 아래에 지점 C가 있다. 집중하중 20 kN이 보의 중앙에 작용할 때, 지점 C에 발생하는 수직반력의 크기[kN]는? (단, 보의 자중은 무시하며, $EI = 2.0 \times 10^5 \text{kN} \cdot \text{m}^2$이다)



① 0.2

② 0.25

③ 0.3

④ 0.35

정답 2번

출제 포인트

지점 C가 원래 위치보다 낮게(간극 1cm) 설치되어 있어, 하중을 받은 보가 먼저 그 간극만큼 처진 뒤에야 지점 C에 닿아 반력이 발생하는 부정정보 문제이다. 이런 경우 지점 반력은 힘의 평형만으로 구할 수 없고, B점(자유단이자 C점 위치)의 처짐이 간극 값과 같아진다는 적합조건식을 세워서 구해야 한다.

조건 정리

A점 고정단, 보의 전체 길이 $L = 10$ m이다. 집중하중 $P = 20$ kN이 A점으로부터 $a = 5$ m 되는 보의 중앙에 작용한다. B점(자유단) 아래 1cm(=0.01m) 떨어진 곳에 지점 C가 있으며, $EI = 2.0 \times 10^5$ kN · m²이다. 하중이 작용하면 자유단(B점)이 아래로 처지다가 0.01m만큼 처진 순간 지점 C에 닿아 위 방향 반력 R을 받는다.

사용할 공식

캔틸레버보에서 고정단으로부터 a 떨어진 지점에 집중하중 P가 작용할 때 자유단(길이 L)의 처짐은 $\delta_P = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI}$ 이다. 한편 자유단에 위 방향 집중하중 R이 작용할 때 자유단 자신의 처짐(같은 방향 기준)은 $\delta_R = \frac{RL^3}{3EI}$ 이다. 실제 B점의 최종 처짐은 하중에 의한 처짐에서 지점 C의 반력에 의한 들어올림을 뺀 값이며, 이 값이 간극 Δ와 같아야 한다는 적합조건은 $\delta_P - \delta_R = \Delta$ 이다.

NoteBase

계산 과정

하중에 의한 B점 처짐을 구하면 $\delta_P = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI} = \frac{20\times 5^2\times(3\times 10-5)}{6EI} = \frac{20\times 25\times 25}{6EI} = \frac{12500}{6EI}$ 이다. 반력 R에 의한 B점의 들어올림은 $\delta_R = \frac{RL^3}{3EI} = \frac{R\times 10^3}{3EI} = \frac{1000R}{3EI}$ 이다. 적합조건 $\delta_P - \delta_R = \Delta = 0.01$ m에 대입하고 양변에 $EI = 2.0\times 10^5$를 곱하면 $\frac{12500}{6} - \frac{1000R}{3} = 0.01\times 2.0\times 10^5$ 이 되어 $2083.33 - 333.33R = 2000$ 이고, 이를 정리하면 $333.33R = 83.33$ 이므로 $R = 0.25$ kN 이다.

선지 판단

① 0.2 - X, 간극에 의한 처짐 보정을 실제보다 크게 잡아 반력을 과소 계산한 값으로 위 계산 과정의 결과와 다르다.
② 0.25 - O, 적합조건식 $\delta_P - \delta_R = \Delta$에 주어진 수치를 대입해 풀면 $R = 0.25$ kN로 정확히 일치한다.
③ 0.3 - X, 간극을 고려하지 않거나 처짐 공식의 계수를 잘못 적용했을 때 나오는 값으로 옳지 않다.
④ 0.35 - X, 하중점 위치 a와 전체 길이 L을 혼동하여 처짐을 과대 계산했을 때 나오는 값으로 옳지 않다.

오답 포인트

가장 흔한 실수는 지점 C의 간극(1cm)을 무시하고 이 보를 단순히 양단 지지(고정단+롤러)된 1차 부정정보로 취급해 반력을 구하는 것이다. 이 경우 간극이 전혀 반영되지 않아 답이 크게 달라진다. 또한 처짐 공식에서 하중 위치 $a = 5$m와 자유단까지의 전체 길이 $L = 10$m를 서로 바꿔 대입하거나, 간극 0.01m의 단위를 cm 그대로(1) 대입하는 실수도 자주 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

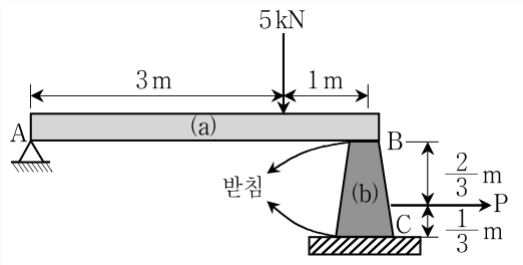
지점에 간극(틈새)이 주어진 부정정보 문제는 항상 '간극에 닿기 전까지는 그 지점이 없는 구조(이 문제에서는 순수 캔틸레버)'로 먼저 처짐을 구하고, 그 지점에 반력이 생겼을 때의 처짐을 뺀 값이 간극과 같다는 적합조건식을 세운다. 지점이 없을 때의 처짐이 간극보다 작으면 그 지점은 애초에 닿지 않아 반력이 0이라는 점도 함께 확인한다.

암기 포인트

캔틸레버보 자유단 처짐 공식 두 가지를 기억해 둔다. 자유단에서 a 떨어진 위치(전체 길이 L)에 하중 P가 작용할 때 자유단 처짐은 $\delta = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI}$이고, 자유단에 직접 하중 R이 작용할 때 자유단 처짐은 $\delta = \frac{RL^3}{3EI}$이다. 간극이 있는 지점 문제는 '적합조건식 = 처짐 차이가 간극과 같다'는 한 문장으로 정리해 둔다.

NoteBase

문 19. 그림과 같이 하중을 받는 부재(a)의 오른쪽 지점이 강체 부재(b)에 올려져 있다. 받침 B와 받침 C는 마찰력으로 지지되어 있다. 받침 B 또는 받침 C가 움직이게 되는 최소하중 P[kN]는? (단, 모든 부재의 자중은 무시하며 받침 B의 정지마찰계수는 0.2, 받침 C의 정지마찰계수는 0.4이고 받침의 두께는 무시한다. 또한 P는 강체 부재(b)의 도심에 작용하는 수평하중이다)



① 0.75

② 1.5

③ 1.875

④ 2.25

정답 4번

출제 포인트

부재(a)에 작용하는 하중을 전달받는 강체 부재(b)가 서로 다른 높이의 두 마찰 지지점(B, C)으로 지지될 때, 각 지지점의 수직반력과 그 지점에 실제로 분배되는 수평력을 모멘트평형으로 구한 뒤 최대정지마찰력과 비교하여 미끄러짐이 시작되는 최소 수평하중을 구하는 문제이다.

조건 정리

부재(a)는 A점에서 핀으로 지지되고 오른쪽 끝은 강체 부재(b) 위에 단순히 얹혀 있다. A점으로부터 3m 지점에 5kN 연직하중이 작용하고, 그 지점에서 다시 1m 더 가면 부재(a)의 오른쪽 끝(=B)에 닿으므로 A에서 B까지 거리는 4m이다. 부재(b)는 자중이 없는 강체이며 상단 B와 하단 C 두 곳에서 마찰로 지지된다(B-C 사이 높이 1m). 받침 B의 정지마찰계수는 $\mu_B = 0.2$, 받침 C의 정지마찰계수는 $\mu_C = 0.4$이다. 수평하중 P는 부재(b)의 도심, 즉 C로부터 1/3 m(같은 뜻으로 B로부터 2/3 m) 높이에 작용한다.

사용할 공식

부재(a)에 대한 모멘트평형 $\sum M_A = 0$으로 B점에서 부재(a)가 부재(b)에 전달하는 연직력을 구한다. 부재(b)의 자중이 없으므로 이 연직력이 그대로 지반(C)까지 전달된다. 부재(b)에 대한 수평 방향 힘평형 $\sum F_x = 0$과 한 점(예: C)에 대한 모멘트평형 $\sum M_C = 0$으로 B, C 각 지점이 실제로 분담하는 수평력을 구한다. 각 지점의 최대정지마찰력은 $f_{max} = \mu N$이며, 분담 수평력이 이 값에 먼저 도달하는 지점에서 미끄러짐이 시작된다.

NoteBase

계산 과정

1) 부재(a)의 A점 기준 모멘트평형: $5 \times 3 = R_B \times 4$에서 $R_B = \frac{15}{4} = 3.75$ kN. 이는 부재(a)가 B점에서 부재(b)에 가하는 연직력이므로 B점의 수직반력(마찰면 수직력) $N_B = 3.75$ kN이다. 부재(b)의 자중을 무시하므로 이 힘이 그대로 지반까지 전달되어 $N_C = 3.75$ kN이다.
2) 부재(b)에 대해 C점을 기준으로 모멘트평형을 세운다. B는 C로부터 높이 1m, P는 C로부터 높이 1/3 m에 작용하므로 $f_B \times 1 = P \times \frac{1}{3}$에서 $f_B = \frac{P}{3}$이다. 수평 방향 힘평형 $f_B + f_C = P$에서 $f_C = P - \frac{P}{3} = \frac{2P}{3}$이다.
3) 각 지점의 최대정지마찰력은 $f_{B,max} = \mu_B N_B = 0.2 \times 3.75 = 0.75$ kN,
$f_{C,max} = \mu_C N_C = 0.4 \times 3.75 = 1.5$ kN이다.
4) 미끄러짐 조건을 각각 적용하면 B에서는 $\frac{P}{3} = 0.75$에서 $P = 2.25$ kN, C에서는 $\frac{2P}{3} = 1.5$에서 $P = 2.25$ kN로 두 지점이 동시에 마찰한계에 도달한다. 따라서 받침 B 또는 받침 C가 움직이게 되는 최소하중은 $P = 2.25$ kN이다.

선지 판단

① 0.75(X): 받침 B의 최대정지마찰력 값(0.2 × 3.75)일 뿐이며, 이 값을 P로 대입하면 B에 실제로 걸리는 수평력은 $P/3 = 0.25$ kN에 불과해 아직 미끄러지지 않는다.
② 1.5(X): 받침 C의 최대정지마찰력 값(0.4 × 3.75)일 뿐이며, 모멘트평형으로 C에 실제 분배되는 수평력($2P/3$)을 반영하지 않은 값이다.
③ 1.875(X): 두 받침의 최대마찰력을 단순 평균하거나 잘못 배분한 값으로, 부재(b)의 높이별 모멘트평형을 거치지 않아 나올 수 있는 오답이다.
④ 2.25(O): B, C 각각에 실제로 분배되는 수평력 $P/3$, $2P/3$이 각 지점의 최대정지마찰력 0.75kN, 1.5kN과 동시에 같아지는 값으로, 두 받침 모두 이 하중에서 미끄러지기 시작하므로 정답이다.

오답 포인트

두 받침의 최대정지마찰력을 단순히 더한 값(0.75 + 1.5 = 2.25)이 우연히 정답과 같은 숫자로 나오지만, 이는 근거 없는 우연의 일치이지 올바른 풀이 과정이 아니다. 실제로는 부재(b)에 작용하는 수평력이 두 지지점의 높이 차이 때문에 균등하게 나뉘지 않고 모멘트평형에 따라 $P/3$(B)과 $2P/3$(C)로 불균등하게 분배된다는 점을 놓치면, 지지점 높이가 달라지는 다른 문제에서는 틀린 답을 내게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

강체가 서로 다른 높이의 두 마찰 지지점으로 지지되고 그 사이의 한 점에 수평하중이 작용하는 문제는, 먼저 상부 구조(부재 a)의 모멘트평형으로 지지점에 전달되는 연직반력(마찰면 수직력)을 구하고, 다음으로 강체(부재 b)에 대해 한 지지점을 기준으로 모멘트평형을 세워 각 지지점이 분담하는 수평력을 구한 뒤, 각 지점의 μN 값과 비교해 먼저 한계에 도달하는 지점(또는 동시에 도달하는지)을 확인하는 순서로 접근한다.

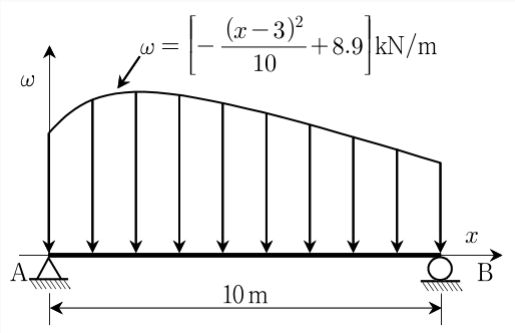
NoteBase

암기 포인트

최대정지마찰력은 $f_{max} = \mu N$이며, 높이가 다른 두 지지점에 걸리는 수평하중은 단순 합이나 평균이 아니라 모멘트평형으로 분배 비율이 정해진다.

NoteBase

문 20. 그림과 같은 분포하중을 받는 단순보에서 B점의 수직반력[kN]은? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 32.5

② 35

③ 37.5

④ 40

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 등분포하중이 아닌 x에 대한 2차함수 형태의 비선형 분포하중을 받는 단순보에서 지점반력을 구하는 문제이다. 분포하중이 함수식으로 주어질 때는 전체 하중의 합력 크기와 그 작용 위치(도심)를 적분으로 구한 뒤, 이를 등가의 집중하중으로 치환하여 정역학적 평형조건(모멘트 평형)을 적용하면 된다.

조건 정리

단순보 AB, 전체 길이 $L = 10$ m, A점은 힌지 지점, B점은 롤러 지점이다. 분포하중은 $\omega(x) = -\frac{(x-3)^2}{10} + 8.9$ [kN/m]이며, x는 A점을 원점으로 한다. 보의 자중은 무시하고, B점의 수직반력만 구하면 된다.

사용할 공식

분포하중의 합력(전체 하중) $W = \int_0^L \omega(x)dx$이고, 합력의 작용 위치(A점으로부터의 거리) $\bar{x} = \frac{1}{W}\int_0^L x\omega(x)dx$이다. 이 합력을 A와 B 사이의 한 점에 작용하는 집중하중으로 치환한 뒤, A점에 대한 모멘트 평형 $\sum M_A = 0$을 적용하면 $R_B \cdot L = W \cdot \bar{x}$, 즉 $R_B = \frac{W\bar{x}}{L}$이다.

NoteBase

계산 과정

먼저 전체 하중 W를 구한다.

$W = \int_0^{10} \left[-\frac{(x-3)^2}{10} + 8.9 \right] dx = -\frac{1}{10}\left[\frac{(x-3)^3}{3}\right]_0^{10} + 8.9 \times 10$

$\left[\frac{(x-3)^3}{3}\right]_0^{10} = \frac{7^3 - (-3)^3}{3} = \frac{343+27}{3} = \frac{370}{3}$이므로,

$W = -\frac{1}{10} \times \frac{370}{3} + 89 = -\frac{37}{3} + 89 = \frac{230}{3} \approx 76.67\ \text{kN}$

다음으로 A점에 대한 하중의 1차 모멘트(도심 계산용 분자)를 구한다.

$\int_0^{10} x\omega(x)dx = \int_0^{10} x\left[-\frac{(x-3)^2}{10} + 8.9\right]dx = -\frac{1}{10}\int_0^{10} x(x-3)^2 dx + 8.9\int_0^{10} x dx$

$x(x-3)^2 = x^3 - 6x^2 + 9x$이므로

$\int_0^{10} (x^3 - 6x^2 + 9x)dx = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4.5x^2\right]_0^{10} = 2500 - 2000 + 450 = 950.$

따라서 $-\frac{1}{10} \times 950 = -95$이고, $8.9 \times \frac{10^2}{2} = 8.9 \times 50 = 445$이므로 합은 $-95 + 445 = 350$이다.

도심 위치는 $\bar{x} = \frac{350}{230/3} = \frac{1050}{230} = \frac{105}{23} \approx 4.565$ m이다.

마지막으로 A점에 대한 모멘트 평형에서

$R_B = \frac{W\bar{x}}{L} = \frac{\frac{230}{3} \times \frac{105}{23}}{10} = \frac{350}{10} = 35\ \text{kN}$

이다.

선지 판단

① 32.5 → X. 전체 하중 W나 도심 위치를 계산할 때 적분 범위나 부호를 잘못 처리하면 나올 수 있는 값으로, 정확한 적분 결과인 35와 다르다.

② 35 → O. 하중함수를 정확히 적분하여 전체 하중 $W = 230/3$ kN과 도심 위치 $\bar{x} = 105/23$ m를 구하고 A점에 대한 모멘트 평형을 적용하면 $R_B = 35$ kN이 정확히 나온다.

③ 37.5 → X. 등분포하중으로 잘못 가정하여 평균값을 단순화하거나 도심 위치를 보의 중앙(5 m)으로 잘못 가정하면 나올 수 있는 값이다.

④ 40 → X. 전체 하중을 등분포로 오인해 $W/2$로 단순 계산하는 등 하중 형상의 비대칭성을 반영하지 않으면 나올 수 있는 값이다.

오답 포인트

이 문제에서 가장 흔한 실수는 분포하중이 등분포가 아니라 x에 대한 2차함수라는 점을 간과하고 산술평균이나 중앙점(5 m)을 도심으로 가정해 버리는 것이다. 반드시 적분을 통해 전체 하중과 정확한 도심 위치를 구해야 하며, 도심이 보의 중앙(5 m)이 아니라 A쪽으로 치우친 4.565 m라는 점에 유의해야 한다. 또한 $(x-3)^2$ 전개나 정적분 계산에서 부호나 지수 계산 실수를 하지 않도록 각 항을 순서대로 검산하는 것이 중요하다.

다시 나오면 이렇게 판단

분포하중이 함수식으로 주어지면 곧바로 등가 집중하중 개념을 떠올린다. 전체 하중은 하중함수를 구간에 대해 적분한 값이고, 그 작용점은 하중함수에 x를 곱해 적분한 값을 전체 하중으로 나눈 값이다. 이 등가 집중하중을 원래 자리에 놓고 한쪽 지점(여기서는 A)에 대한 모멘트 평형식을 세우면 반대편 지점의 반력을 바로 구할 수 있다.

NoteBase

암기 포인트

분포하중의 합력 $W = \int \omega(x)dx$, 합력 작용위치 $\bar{x} = \frac{\int x\omega(x)dx}{W}$, 모멘트 평형 $R_B = \frac{W\bar{x}}{L}$의 세 단계를 순서대로 적용하는 흐름을 기억해 둔다.