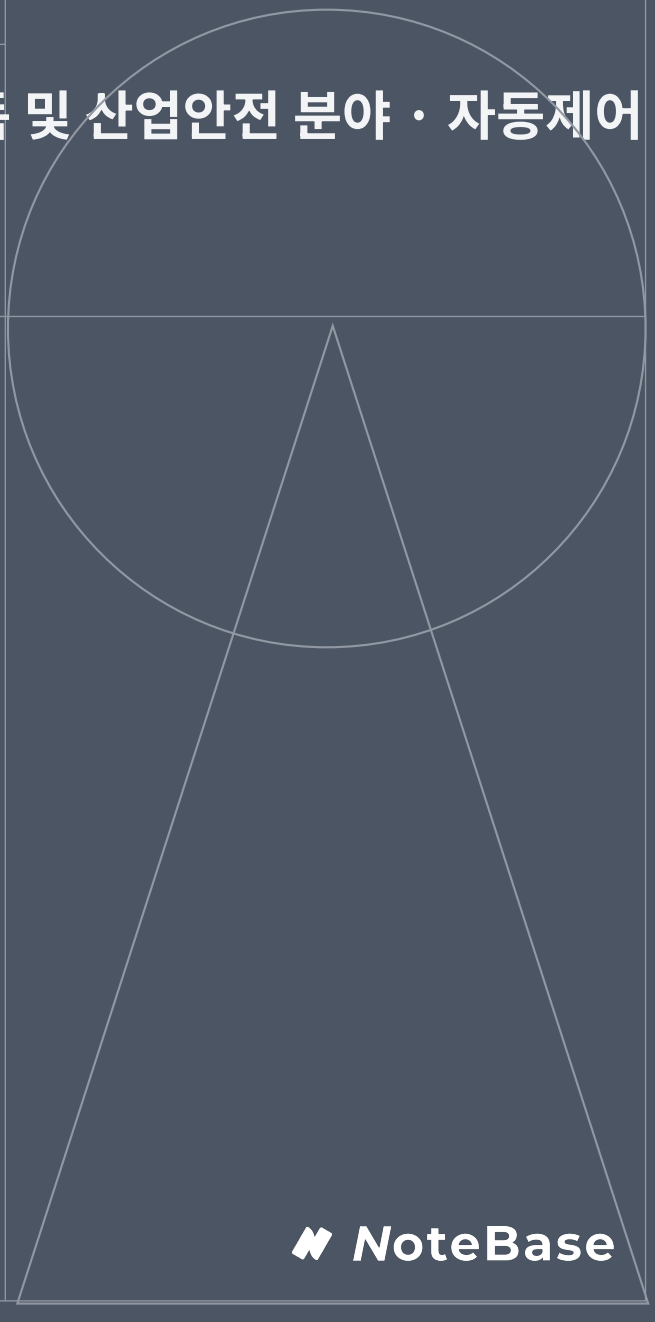
기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 근로감독 및 산업안전 분야 · 자동제어 · 202



NoteBase

기출OX 해설집

공무원/국가직/7급 근로감독 및 산업안전 분야 · 자동제어 · 2025 · 2차

공무원/국가직/7급 근로감독 및 산업안전 분야 · 자동제어 · 2025 · 2차

문 1. 제어시스템의 시간응답 특성을 나타내는 성능지표로 옳지 않은 것은?

① 정착 시간(settling time)

② 공진 최대값(resonance peak value)

③ 퍼센트 오버슈트(% overshoot)

④ 정상상태오차(steady-state error)

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 제어시스템의 시간응답 성능지표와 주파수응답 성능지표를 구분하는지를 묻는 문제이다.

핵심 개념

정착 시간은 응답이 최종값 근처의 허용범위 안에 들어가 계속 머무를 때까지의 시간이다.
퍼센트 오버슈트는 응답이 최종값을 얼마나 초과했는지를 백분율로 나타낸 값이다.
정상상태오차는 시간이 충분히 지난 뒤에도 남아 있는 목표값과 출력값의 차이이다.
공진 최대값은 주파수응답에서 특정 주파수 부근의 최대 이득을 뜻하므로 시간응답 지표가 아니다.

NoteBase

선지별 해설

① O
정착 시간은 단위계단응답 같은 시간영역 응답에서 응답이 안정적으로 수렴하는 속도를 나타내는 대표 성능지표이므로 옳다.

② X
공진 최대값은 주파수응답 특성에서 공진점 부근의 최대 진폭비를 뜻하므로 시간응답 특성의 성능지표가 아니다.
틀린 표현은 "시간응답 특성"이다.
올바르게는 "공진 최대값은 주파수응답 특성의 성능지표이다"이다.

③ O
퍼센트 오버슈트는 시간응답에서 출력이 최종값을 넘어서 솟아오르는 정도를 나타내므로 시간응답 성능지표에 해당한다.

④ O
정상상태오차는 시간이 충분히 지난 뒤 목표값과 실제 출력값 사이에 남는 오차이므로 시간응답의 최종 정확도를 평가하는 성능지표이다.

오답 포인트

공진 최대값과 퍼센트 오버슈트는 둘 다 "최대값"이나 "피크"의 느낌이 있어 비슷해 보이지만, 퍼센트 오버슈트는 시간축에서의 초과응답이고 공진 최대값은 주파수축에서의 최대 이득이라는 점이 다르다.

다시 나오면 이렇게 판단

지표가 시간에 따라 응답이 어떻게 변하는지, 최종값에 얼마나 빨리 수렴하는지, 얼마나 초과하는지, 오차가 남는지를 묻으면 시간응답 지표이다. 반대로 주파수를 바꾸어 가며 이득이나 위상, 공진점을 보는 값이면 주파수응답 지표로 판단한다.

암기 포인트

정착 시간·오버슈트·정상상태오차는 시간응답, 공진 최대값은 주파수응답이다.

NoteBase

문 2. 세 개의 극점 -1, -2, -3을 가지며 유한 영점을 가지지 않는 선형시불변 시스템 전달함수의 직류(DC) 이득이 2일 때, 이 시스템의 전달함수는?

① $\frac{2}{(s-1)(s-2)(s-3)}$
② $\frac{-2}{(s+1)(s+2)(s+3)}$
③ $\frac{-12}{(s-1)(s-2)(s-3)}$
④ $\frac{12}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 극점과 직류이득 조건으로 전달함수의 분모와 분자 상수 K를 동시에 결정하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 극점은 $-1,\ -2,\ -3$이다.
- 유한 영점이 없다.
- 직류이득은 2이다.

구해야 할 값:
- 전달함수 $G(s)$이다.

주의할 조건:
- 극점이 $-a$이면 분모 인수는 $s+a$이다.
- 유한 영점이 없으므로 분자는 상수 K만 남는다.

사용할 공식

전달함수는 $G(s)=\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)}$이다.
직류이득은 $G(0)$이므로 $G(0)=\frac{K}{(1)(2)(3)}=\frac{K}{6}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 극점 정보로 분모를 정하고, 유한 영점이 없다는 조건으로 분자를 상수로 둔 뒤, 직류이득 조건으로 K를 정할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 극점이 $-1,\ -2,\ -3$이므로 분모는 $(s+1)(s+2)(s+3)$이다.
2. 유한 영점이 없으므로 전달함수는 $G(s)=\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)}$이다.
3. 직류이득 2를 대입하면 $G(0)=\frac{K}{6}=2$이므로 $K=12$이다.
4. 따라서 $G(s)=\frac{12}{(s+1)(s+2)(s+3)}$이다.

NoteBase

선지 판단

① X: 분모가 $(s-1)(s-2)(s-3)$이어서 극점이 1, 2, 3이 된다. 틀린 표현은 분모 부호이며, 올바르게는 $(s+1)(s+2)(s+3)$이어야 한다.
② X: 분모는 맞지만 분자가 -2이므로 직류이득이 $G(0)=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$이 된다. 틀린 표현은 분자 -2이며, 올바르게는 12이어야 한다.
③ X: 분자 -12를 쓰면 $G(0)=\frac{-12}{-6}=2$로 직류이득은 맞지만, 분모가 $(s-1)(s-2)(s-3)$이어서 극점 조건을 만족하지 못한다. 틀린 표현은 분모 부호이며, 올바르게는 $(s+1)(s+2)(s+3)$이다.
④ O: 분모가 $(s+1)(s+2)(s+3)$이므로 극점이 $-1,\ -2,\ -3$이고, $G(0)=\frac{12}{6}=2$이므로 직류이득 조건도 만족한다.

오답 포인트

극점이 -1이면 인수를 $(s-1)$로 쓰는 부호 실수가 가장 흔하다. 또한 직류이득만 맞는 ③에 끌리기 쉬운데, 이 문제는 극점 조건과 직류이득 조건을 둘 다 만족해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

전달함수 선택 문제는 먼저 극점 부호로 분모 인수를 정하고, 다음에 영점 유무로 분자 형태를 정한 뒤, 마지막에 $G(0)$로 상수 K를 맞추는 순서로 판단한다.

암기 포인트

극점 $-a$는 분모 인수 $(s+a)$로 바뀌고, 직류이득은 $G(0)$으로 계산한다.

NoteBase

문 3. 이득여유와 위상여유에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 이득여유와 위상여유가 음인 시스템은 불안정하다.

② 이득여유와 위상여유는 시스템의 상대적 안정도를 나타내기 위한 방법 중 하나이다.

③ 이득여유는 나이퀴스트(Nyquist) 선도가 실수축과 만나는 점과 원점 간의 거리에 비례한다.

④ 보드선도(Bode diagram)에서 위상여유는 크기 보드선도가 0dB을 지나는 주파수의 위상각과 -180도의 차이로 정의된다.

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 이득여유와 위상여유의 정의와 보드선도·나이퀴스트 선도에서의 해석 기준을 구분하는지 묻는 문제이다.

핵심 개념

이득여유는 위상이 -180°가 되는 주파수에서 폐루프가 불안정해지기 전까지 개루프 이득을 얼마나 더 키울 수 있는지를 나타내는 값이다.
위상여유는 크기 보드선도가 0 dB를 지나는 주파수에서 위상이 -180°까지 얼마나 남아 있는지를 나타내는 값이다.
둘 다 시스템의 상대적 안정도를 나타내는 지표이며, 여유가 음수이면 안정 여유를 이미 잃은 상태이다.

NoteBase

선지별 해설

① O
이득여유와 위상여유가 모두 음수이면 현재 개루프 전달함수의 교차 조건이 이미 불안정 영역으로 넘어가 있으므로 폐루프 시스템은 불안정하다.

② O
이득여유와 위상여유는 안정·불안정만 이분법적으로 말하는 값이 아니라, 불안정 경계에서 얼마나 떨어져 있는지를 보여 주는 대표적인 상대 안정도 지표이다.

③ X
틀린 부분은 '원점 간의 거리에 비례한다'는 표현이다.
나이퀴스트 선도가 음의 실수축과 만나는 점의 원점까지 거리 $|G(j\omega_{pc})|$는 위상교차주파수에서의 크기이고, 이득여유는 그 값에 비례하는 것이 아니라 역수 $1/|G(j\omega_{pc})|$에 해당한다.
올바르게는 '이득여유는 나이퀴스트 선도가 음의 실수축과 만나는 점의 원점까지 거리의 역수에 해당한다'이다.

④ O
보드선도에서 위상여유는 크기 보드선도가 0 dB를 지나는 이득교차주파수에서의 위상각과 -180°의 차이로 정의된다. 따라서 ④의 설명은 위상여유의 정의에 맞다.

오답 포인트

③처럼 나이퀴스트 선도에서 보이는 '거리'를 그대로 이득여유라고 착각하기 쉽다. 실제로는 그 거리가 아니라 그 거리의 역수가 이득여유이며, 위상여유와 이득여유는 읽는 기준 주파수도 서로 다르다.

다시 나오면 이렇게 판단

0 dB에서 읽는 값은 위상여유이고, -180°에서 읽는 값은 이득여유이다. 보드선도에서는 '0 dB와 위상'을 짝지어 보고, 나이퀴스트 선도에서는 음의 실수축 교점의 원점거리 자체가 아니라 그 역수가 이득여유라는 점을 대입하면 판단이 정리된다.

암기 포인트

위상여유는 0 dB에서 남은 각도이고, 이득여유는 -180°에서 남은 이득이다.

NoteBase

문 4. 함수 $f(t)$의 라플라스 변환 $F(s)$가 다음과 같이 주어질 때, $f(\infty)$의 값은?

$$F(s) = \frac{3s+10}{s^3+2s^2+5s}$$

① 0

② 1

③ 2

④ ∞

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 최종값 정리를 이용해 $f(\infty)$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: $F(s) = \frac{3s+10}{s^3+2s^2+5s}$이다.
구해야 할 값: $f(\infty)$이다.
주의할 조건: 최종값 정리는 $sF(s)$의 극이 좌반평면에 있을 때 적용할 수 있다.

사용할 공식

$$f(\infty) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

이 공식을 쓰는 이유:
라플라스 변환이 주어졌고 시간영역의 정상값을 직접 묻고 있으므로 최종값 정리를 적용하는 형태이다.

계산 과정

1. $sF(s) = \frac{3s+10}{s^2+2s+5}$이다.
2. 분모 $s^2+2s+5 = (s+1)^2+4$의 근은 $-1 \pm 2j$이므로 모두 좌반평면에 있어 최종값 정리를 적용할 수 있다.
3. 따라서 $f(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{3s+10}{s^2+2s+5} = \frac{10}{5} = 2$이다.

선지별 해설

① X: 계산 결과는 0이 아니다. 틀린 표현은 '정상값이 0이다'이며, 올바르게는 '정상값은 2이다'이다.
② X: 계산 결과는 1이 아니다. 틀린 표현은 '정상값이 1이다'이며, 올바르게는 '정상값은 2이다'이다.
③ O: 최종값 정리를 적용하면 $f(\infty) = 2$가 된다. 따라서 ③이 정답이다.
④ X: 정상값은 무한대로 발산하지 않는다. 틀린 표현은 '정상값이 ∞이다'이며, 올바르게는 '정상값은 2이다'이다.

NoteBase

오답 포인트

분모에 s가 있으므로 바로 발산으로 오해하기 쉽다. 그러나 정상값은 $F(s)$ 자체가 아니라 $sF(s)$의 $s \to 0$ 극한으로 판단한다.

다시 나오면 이렇게 판단

라플라스 변환에서 정상값을 묻으면 먼저 $sF(s)$를 만든 뒤 안정 조건을 확인하고, 마지막에 $s \to 0$을 대입해 값을 정한다.

암기 포인트

정상값은 $\lim_{s \to 0} sF(s)$이고, 적용 전에는 $sF(s)$의 극 위치를 본다.

NoteBase

문 5. 단위궤환계통에서 전향경로(feed forward) 전달함수 G(s)가 다음과 같을 때, 단위램프입력에 대한 정상상태 오차가 0.01이 되는 K는?

$G(s) = \frac{K(s+5)}{s(s+2)(s^2+4)}$

① 130

② 160

③ 190

④ 210

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단위귀환 1형 시스템에서 속도오차정수 K_V를 이용해 단위램프 입력의 정상상태오차를 구할 수 있는지를 묻는다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $G(s) = \frac{K(s+5)}{s(s+2)(s^2+4)}$이다.
단위귀환계통이고 입력은 단위램프이므로 정상상태오차는 $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$를 사용한다.
목표 조건은 $e_{ss} = 0.01$이다.

사용할 공식

단위귀환 1형 시스템의 단위램프 정상상태오차는 $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$, $K_V = \lim_{s\to 0} sG(s)$이다.
이 문제의 전달함수는 분모에 s가 1개 있으므로 1형 시스템에 해당하여 위치오차정수 K_p가 아니라 속도오차정수 K_V를 써야 한다.

계산 과정

먼저 속도오차정수를 구하면
$K_V = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{K(s+5)}{s(s+2)(s^2+4)} = \lim_{s\to 0} \frac{K(s+5)}{(s+2)(s^2+4)} = \frac{5K}{2\cdot 4} = \frac{5K}{8}$
따라서 정상상태오차는
$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{8}{5K}$
조건 $e_{ss} = 0.01$을 대입하면
$\frac{8}{5K} = 0.01 \Rightarrow 8 = 0.05K \Rightarrow K = 160$
이므로 정답값은 160이다.

NoteBase

선지 판단

① X: $K=130$이면 $e_{ss}=\frac{8}{5\cdot 130}=\frac{8}{650}\approx 0.0123$이므로 0.01이 아니다. 틀린 값 130은 160으로 고쳐야 한다.
② O: $K=160$이면 $e_{ss}=\frac{8}{5\cdot 160}=\frac{8}{800}=0.01$이므로 조건을 정확히 만족한다.
③ X: $K=190$이면 $e_{ss}=\frac{8}{950}\approx 0.00842$이므로 오차가 0.01보다 작다. 틀린 값 190은 160으로 고쳐야 한다.
④ X: $K=210$이면 $e_{ss}=\frac{8}{1050}\approx 0.00762$이므로 오차가 0.01보다 작다. 틀린 값 210은 160으로 고쳐야 한다.

오답 포인트

단위램프인데 K_p를 쓰거나, $K_v=\lim_{s\to 0}G(s)$처럼 앞의 s를 빠뜨리면 틀린다. 또 s^2+4에 $s=0$을 대입한 값이 4라는 점을 놓치면 수치가 어긋난다.

다시 나오면 이렇게 판단

정상상태오차 문제는 먼저 입력 종류와 시스템 형을 확인한 뒤, 단위계단이면 K_p, 단위램프면 K_v, 단위포물선이면 K_a를 선택해서 $s\to 0$ 극한을 계산하면 된다.

암기 포인트

1형 시스템의 단위램프 정상상태오차는 $e_{ss}=1/K_v$, $K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)$이다.

NoteBase

문 6. 2% 정착시간 $T_s = 0.04[sec]$를 갖는 1차 시스템에 가장 가까운 전달함수 $G(s)$는?

① $\frac{1}{s+1}$
② $\frac{10}{s+10}$
③ $\frac{20}{s+20}$
④ $\frac{100}{s+100}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 1차 시스템의 2% 정착시간과 시정수의 관계를 이용해 극의 위치를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 2% 정착시간은 0.04초이다.
구해야 할 값: 이에 가장 가까운 1차 전달함수이다.
주의할 조건: 1차 시스템에서 $G(s) = \frac{a}{s+a}$이면 시정수는 $\tau = \frac{1}{a}$이다.

사용할 공식

2% 정착시간은 $T_s \approx 4\tau$이다. 정확식으로는 $T_s = -\tau \ln(0.02) \approx 3.912\tau$이다.
이 공식을 쓰는 이유: 문제에서 1차 시스템의 2% 정착시간을 직접 주었으므로 정착시간으로 시정수 τ를 먼저 구하면 전달함수의 극 $-a$를 바로 정할 수 있다.

계산 과정

1. $T_s \approx 4\tau$에서 $0.04 \approx 4\tau$이다.
2. 따라서 $\tau \approx 0.01sec$이다.
3. 1차 시스템 $G(s) = \frac{a}{s+a}$의 시정수는 $\tau = \frac{1}{a}$이므로 $a = 100$이다.
4. 따라서 전달함수는 $G(s) = \frac{100}{s+100}$에 가장 가깝다.

선지별 해설

① X: $\frac{1}{s+1}$은 극이 -1이므로 $\tau = 1$초, $T_s \approx 4$초이다. 0.04초와 차이가 매우 크다. 틀린 표현은 이 전달함수가 주어진 정착시간에 가깝다는 판단이고, 올바르게는 2% 정착시간이 약 4초인 1차 시스템이다.
② X: $\frac{10}{s+10}$은 $\tau = 0.1$초이므로 $T_s \approx 0.4$초이다. 0.04초보다 10배 크다. 올바르게는 2% 정착시간이 약 0.4초인 시스템이다.
③ X: $\frac{20}{s+20}$은 $\tau = 0.05$초이므로 $T_s \approx 0.2$초이다. 여전히 0.04초보다 크다. 올바르게는 2% 정착시간이 약 0.2초인 시스템이다.
④ O: $\frac{100}{s+100}$은 $\tau = 0.01$초이므로 $T_s \approx 4 \times 0.01 = 0.04$초이다. 문제의 조건과 일치한다.

NoteBase

오답 포인트

정착시간이 짧을수록 극의 절댓값이 커진다는 점을 놓치면 10, 20처럼 중간값을 고르기 쉽다. 분모의 상수 a를 그대로 정착시간으로 착각하는 것도 흔한 실수이다.

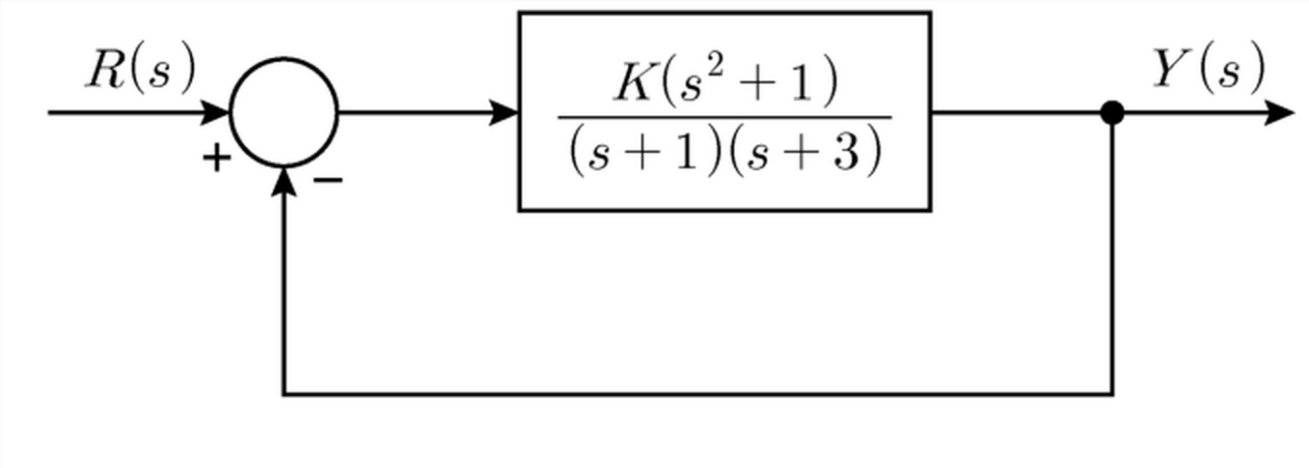
다시 나오면 이렇게 판단

1차 정착시간 문제는 먼저 $T_s \approx 4\tau$로 시정수를 구한 뒤, $\tau = \frac{1}{a}$에서 분모의 상수 a를 역수로 연결해 판단한다.

암기 포인트

1차 시스템은 2% 정착시간 $\approx 4\tau$, 그리고 $G(s) = \frac{a}{s+a}$이면 $\tau = \frac{1}{a}$이다.

문 7. 다음 폐루프 제어시스템이 안정하기 위한 K의 범위는?



① $K > -3$

② $K > -1$

③ $-2 < K < 1$

④ $-2 < K < 3$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단위 음의 되먹임 폐루프의 특성방정식을 세운 뒤 2차 Hurwitz 안정조건으로 K의 범위를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전달함수는 $G(s) = \frac{K(s^2+1)}{(s+1)(s+3)}$이다.
되먹임은 단위 음의 되먹임이다.
구해야 할 값은 폐루프 시스템이 안정하도록 하는 K의 범위이다.

사용할 공식

폐루프 특성방정식은 $1 + G(s)H(s) = 0$이다.
이 문제는 단위 음의 되먹임이므로 $H(s) = 1$이고, 2차 다항식 $a_2s^2 + a_1s + a_0$가 안정하려면 $a_2 > 0$, $a_1 > 0$, $a_0 > 0$를 만족해야 한다.

NoteBase

계산 과정

폐루프 특성방정식은
$1 + \frac{K(s^2+1)}{(s+1)(s+3)} = 0$
이다.

분모를 곱하면
$(s+1)(s+3) + K(s^2+1) = 0$
이다.

전개하면
$s^2 + 4s + 3 + Ks^2 + K = 0$
이므로
$(1+K)s^2 + 4s + (3+K) = 0$
를 얻는다.

2차 안정조건을 적용하면
$1+K > 0, \quad 4 > 0, \quad 3+K > 0$
이다.

따라서 $K > -1$이면 안정하고, $K > -3$ 조건은 그보다 약하므로 최종 범위는 $K > -1$이다.

선지별 해설

① X: $K > -3$만으로는 부족하다. 예를 들어 $K = -2$이면 특성방정식은 $-s^2 + 4s + 1 = 0$가 되어 안정조건을 만족하지 않는다. 틀린 표현은 "$K > -3$"이고, 올바르게는 "$K > -1$"이다.

② O: 계산 결과 안정조건은 $1+K > 0$와 $3+K > 0$이므로 최종적으로 $K > -1$이다. 2번이 폐루프 안정 범위를 정확히 나타낸다.

③ X: $-2 < K < 1$은 하한이 잘못되었다. $K = -1.5$이면 $1+K < 0$가 되어 안정하지 않으므로 포함될 수 없다. 틀린 표현은 "$-2 < K$"이고, 올바르게는 "$-1 < K$"이다.

④ X: $-2 < K < 3$은 상한을 임의로 둔 것이 틀렸다. $K = 5$여도 $(1+K)$, 4, $(3+K)$가 모두 양수이므로 안정하다. 틀린 표현은 "$K < 3$"이고, 올바르게는 "상한 없이 $K > -1$"이다.

오답 포인트

분자 $s^2 + 1$이 보여서 영점까지 안정조건에 넣는 실수가 잦다. 폐루프 안정은 특성방정식의 계수 조건으로 판단하며, 이 문제에서는 $(1+K)s^2 + 4s + (3+K)$의 계수 부호만 정확히 보면 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

폐루프 안정 범위 문제는 먼저 $1 + G(s)H(s) = 0$로 특성방정식을 만든 뒤, 전개한 다항식의 차수에 맞는 Hurwitz 조건을 바로 적용하면 된다. 2차식이면 세 계수의 양수 조건을 먼저 확인하면 된다.

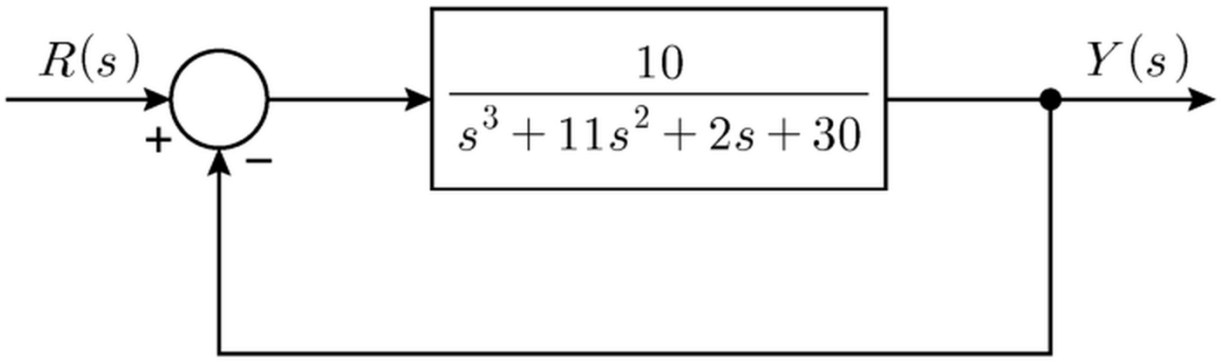
NoteBase

암기 포인트

단위 음의 되먹임 안정문제는 "특성방정식 작성 후 계수 부호 확인"으로 정리되며, 2차식은 세 계수가 모두 양수이면 안정이다.

NoteBase

문 8. 다음 폐루프 제어시스템의 특성방정식에서 양의 근과 음의 근의 개수를 바르게 연결한 것은?



① 양의 근 개수: 0, 음의 근 개수: 3

② 양의 근 개수: 1, 음의 근 개수: 2

③ 양의 근 개수: 2, 음의 근 개수: 1

④ 양의 근 개수: 3, 음의 근 개수: 0

정답 3번

출제 포인트

단위 음의 피드백 폐루프의 특성방정식을 만들고 라우스 배열의 첫 열 부호 변화로 우반평면 근과 좌반평면 근의 개수를 구하는 문제이다.

조건 정리

전달함수는 $G(s) = \frac{10}{s^3 + 11s^2 + 2s + 30}$이고 피드백은 단위 음의 피드백이다.
따라서 폐루프 특성방정식은 $1 + G(s) = 0$에서 구한다.
이 문항의 양의 근과 음의 근은 특성방정식 근의 실수부가 양수인 근과 음수인 근의 개수를 뜻한다.

사용할 공식

폐루프 특성방정식은 $1 + G(s)H(s) = 0$이다.
여기서는 $H(s) = 1$이므로
$1 + \frac{10}{s^3 + 11s^2 + 2s + 30} = 0$
$s^3 + 11s^2 + 2s + 40 = 0$
로 정리된다.
이 식의 우반평면 근 개수는 라우스 배열 첫 열의 부호 변화 수와 같다.

NoteBase

계산 과정

라우스 배열의 첫 두 행은 다음과 같다.

arrayc|cc s^3 & 1 & 2 s^2 & 11 & 40 array

다음 행의 첫 항은

$\frac{11 \cdot 2 - 1 \cdot 40}{11} = \frac{-18}{11}$

이므로 첫 열은 $1,\ 11,\ -\frac{18}{11},\ 40$가 된다.

부호 변화는 $+ \rightarrow + \rightarrow - \rightarrow +$로 2번이다.

따라서 양의 근은 2개이고, 3차식이므로 나머지 음의 근은 1개이다.

선지별 해설

① X

양의 근 0개, 음의 근 3개라면 모든 근이 좌반평면에 있어야 한다. 그러나 라우스 배열 첫 열의 부호 변화가 2번이므로 틀린 표현은 '양의 근 개수 0'이다. 올바르게는 양의 근 2개, 음의 근 1개이다.

② X

양의 근 1개, 음의 근 2개라면 첫 열의 부호 변화가 1번이어야 한다. 실제로는 2번이므로 틀린 표현은 '양의 근 개수 1'이다. 올바르게는 양의 근 2개, 음의 근 1개이다.

③ O

첫 열의 부호 변화가 2번이므로 우반평면 근이 2개이다. 전체 차수가 3차이므로 나머지 1개는 좌반평면 근이다. 따라서 양의 근 2개, 음의 근 1개의 연결이 옳다.

④ X

양의 근 3개, 음의 근 0개라면 모든 근이 우반평면에 있어야 한다. 실제로는 부호 변화가 2번뿐이므로 틀린 표현은 '양의 근 개수 3'이다. 올바르게는 양의 근 2개, 음의 근 1개이다.

오답 포인트

개루프 전달함수의 분모 $s^3 + 11s^2 + 2s + 30$를 그대로 특성방정식으로 보는 실수가 가장 흔하다. 단위 음의 피드백에서는 분모에 10이 더해져 $s^3 + 11s^2 + 2s + 40 = 0$가 된다. 또 '양의 근'을 양의 실근 개수로 오해하면 복소근의 실수부 부호를 놓치게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

폐루프 블록선도가 보이면 먼저 $1 + G(s)H(s) = 0$로 특성방정식을 만든다. 그다음 라우스 배열 첫 열만 정리해 부호 변화 수를 세면 양의 근 개수가 바로 나온다. 남는 개수는 전체 차수에서 빼서 음의 근 개수로 정리된다.

NoteBase

암기 포인트

단위 음의 피드백은 '특성방정식 = 분모 + 분자', 라우스 첫 열의 부호 변화 수는 우반평면 근 개수이다.

NoteBase

문 9. 표준형 2차 시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 감쇠비가 증가하면 대역폭이 증가한다.

② 대역폭이 증가하면 상승시간이 감소한다.

③ 최대오버슈트가 증가하면 감쇠비는 감소한다.

④ 고유주파수가 증가하면 대역폭이 증가한다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 표준형 2차 시스템에서 감쇠비, 대역폭, 상승시간, 최대오버슈트, 고유주파수 사이의 기본 관계를 묻는 문제이다.

핵심 개념

감쇠비는 진동이 얼마나 빨리 가라앉는지를 나타내는 값이고, 최대오버슈트와는 반비례 관계를 가진다.
대역폭은 시스템이 유효하게 응답하는 주파수 범위의 크기이며, 일반적으로 커질수록 응답은 빨라지고 상승시간은 짧아진다.
고유주파수는 시스템 고유의 진동 특성을 나타내는 값이며, 같은 감쇠비에서 고유주파수가 커지면 대역폭도 함께 커지는 경향을 가진다.

선지별 해설

① X: 감쇠비가 증가하면 일반적으로 대역폭은 증가하지 않고 감소하는 쪽으로 본다. 틀린 표현은 "대역폭이 증가한다"이다. 올바르게는 "감쇠비가 증가하면 대역폭은 감소하는 경향을 가진다"이다.
② O: 대역폭이 증가하면 시스템의 응답 속도가 빨라지므로 상승시간은 감소한다. 대역폭과 상승시간은 대체로 반비례 관계로 정리한다.
③ O: 최대오버슈트가 증가했다는 것은 응답의 진동성이 커졌다는 뜻이므로 감쇠비는 작아졌다고 본다. 최대오버슈트와 감쇠비는 반대 방향으로 움직인다.
④ O: 같은 감쇠비에서 고유주파수가 증가하면 시스템의 응답 속도가 빨라지고 대역폭도 증가한다. 고유주파수 증가는 전체 주파수 특성을 높은 쪽으로 이동시키는 효과를 낸다.

오답 포인트

①은 감쇠비가 커지면 더 안정적이고 더 좋다는 인상 때문에 대역폭도 함께 커진다고 착각하기 쉽다. 그러나 표준형 2차 시스템에서는 감쇠비 증가는 보통 진동성과 대역 특성을 줄이는 방향으로 연결된다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

표준형 2차 시스템 문제에서는 먼저 감쇠비와 최대오버슈트의 반비례 관계를 확인하고, 대역폭이 커지면 응답이 빨라져 상승시간이 줄어든다는 관계를 본다. 그다음 고유주파수 증가는 대역폭 증가와 연결된다고 정리하면 된다.

암기 포인트

감쇠비 ↑ → 오버슈트 ↓, 대역폭 ↓ / 대역폭 ↑ → 상승시간 ↓ / 고유주파수 ↑ → 대역폭 ↑ 이다.

NoteBase

문 10. 제어시스템에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 폐루프 제어시스템은 과도응답을 개선할 수 있다.

② 개루프 제어시스템은 외란의 영향을 줄일 수 있다.

③ 개루프 제어시스템은 폐루프 제어시스템보다 구조가 복잡하다.

④ 폐루프 제어시스템은 입력에 대한 출력의 이득을 조절할 수 없다.

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 개루프 제어와 폐루프 제어의 구조와 성능 차이를 구별할 수 있는지를 묻는다.

핵심 개념

개루프 제어시스템은 출력값을 다시 입력에 비교하지 않고 미리 정한 입력만으로 제어하는 방식이다. 키워드는 구조가 단순하고 외란 보정이 약하다는 점이다.
폐루프 제어시스템은 출력값을 피드백하여 목표값과의 오차에 따라 제어하는 방식이다. 키워드는 외란 보정, 정확도 향상, 구조 복잡화이다.

선지별 해설

1번: O. 폐루프 제어시스템은 출력 오차를 피드백하므로 감쇠 특성을 개선하여 과도응답을 더 바람직하게 만들 수 있다. 오버슈트 감소나 응답 안정화가 가능하므로 옳다.
2번: X. 틀린 부분은 "개루프 제어시스템은 외란의 영향을 줄일 수 있다"이다. 개루프는 출력 피드백이 없어 외란이 생겨도 자동으로 보정하지 못한다. 올바르게는 "폐루프 제어시스템은 외란의 영향을 줄이기 쉽다"이다.
3번: X. 틀린 부분은 "개루프 제어시스템은 폐루프 제어시스템보다 구조가 복잡하다"이다. 실제로는 피드백 경로와 검출 요소가 추가되는 폐루프 제어시스템이 더 복잡하다. 올바르게는 "개루프 제어시스템은 폐루프 제어시스템보다 구조가 단순하다"이다.
4번: X. 틀린 부분은 "폐루프 제어시스템은 입력에 대한 출력의 이득을 조절할 수 없다"이다. 폐루프는 피드백 설계를 통해 전체 이득과 응답 특성을 바꾸어 원하는 성능으로 조정할 수 있다. 올바르게는 "폐루프 제어시스템은 피드백에 의해 전체 이득과 응답 특성을 조절할 수 있다"이다.

오답 포인트

개루프와 폐루프의 장단점을 서로 뒤바꾸면 틀리기 쉽다. 외란 억제와 정확도 향상은 폐루프의 장점이고, 구조 단순성과 저비용은 개루프의 장점이다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

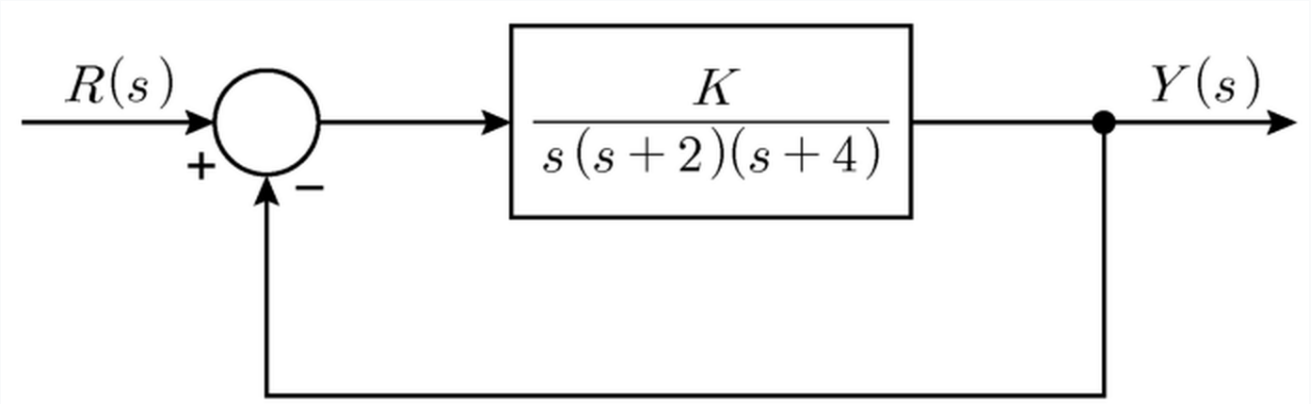
선지에 외란 보정, 오차 비교, 피드백, 정확도 향상 같은 표현이 나오면 폐루프 쪽 성질로 본다. 반대로 구조 단순, 값싼 구성, 피드백 없음이 나오면 개루프 쪽 성질로 판단한다.

암기 포인트

개루프는 단순하지만 외란에 약하고, 폐루프는 복잡하지만 오차와 외란을 보정한다.

NoteBase

문 11. 다음 피드백 제어시스템에서 나이퀴스트 선도가 실수축과 만나는 주파수 ω [rad/sec]는? (단, $K > 0$ 이고, $\omega > 0$이다)



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
② $\sqrt{2}$
③ 2
④ $2\sqrt{2}$

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 개루프 전달함수 $G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$에 $s = j\omega$를 대입한 뒤 허수부를 0으로 두어 나이퀴스트 선도가 실수축과 만나는 주파수를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값: 단위 음의 피드백계의 개루프 전달함수는 $G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$이다.
구해야 할 값: 나이퀴스트 선도 $G(j\omega)$가 실수축과 만나는 ω이다.
주의할 조건: 실수축과 만난다는 말은 $G(j\omega)$의 허수부가 0이 된다는 뜻이며, $K > 0$인 실수 상수는 교차 주파수 조건을 바꾸지 않는다.

사용할 공식

$G(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)(j\omega+2)(j\omega+4)}$
실수축 교차 조건은 분모 $D(\omega) = (j\omega)(j\omega+2)(j\omega+4)$의 허수부가 0이 되는 것이다.
K는 양의 실수이므로 분모가 실수가 되면 $G(j\omega)$도 실수가 된다.

NoteBase

계산 과정

1. 먼저 두 항을 곱하면 $(j\omega+2)(j\omega+4)=8+6j\omega-\omega^2$이다.
2. 여기에 $j\omega$를 곱하면 분모는 $D(\omega)=j\omega(8+6j\omega-\omega^2)=-6\omega^2+j\omega(8-\omega^2)$가 된다.
3. 실수축 교차 조건은 분모의 허수부가 0인 것이므로 $\omega(8-\omega^2)=0$이다.
4. 조건에서 $\omega>0$이므로 $\omega=0$은 제외되고, $8-\omega^2=0\Rightarrow\omega^2=8\Rightarrow\omega=2\sqrt{2}$이다.

선지별 해설

① X
$\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}$이면 $8-\omega^2=8-\frac{1}{2}eq0$이므로 분모의 허수부가 0이 되지 않는다. 틀린 표현은 주파수 값이며, 올바르게는 $2\sqrt{2}\,\mathrm{rad/sec}$이다.

② X
$\omega=\sqrt{2}$이면 $8-\omega^2=8-2eq0$이므로 나이퀴스트 선도는 실수축과 만나지 않는다. 틀린 표현은 주파수 값이며, 올바르게는 $2\sqrt{2}\,\mathrm{rad/sec}$이다.

③ X
$\omega=2$이면 $8-\omega^2=8-4eq0$이므로 허수부가 남는다. 틀린 표현은 주파수 값이며, 올바르게는 $2\sqrt{2}\,\mathrm{rad/sec}$이다.

④ O
$\omega=2\sqrt{2}$이면 $8-\omega^2=0$이 되어 분모의 허수부가 사라지고 $G(j\omega)$가 실수가 된다. 따라서 나이퀴스트 선도는 이 주파수에서 실수축과 만난다.

오답 포인트

분모 $s(s+2)(s+4)$에서 맨 앞의 s를 빠뜨리거나, 실수축 교차 조건을 크기 조건으로 착각하면 오답이 나온다. 이 문항은 크기를 구하는 문제가 아니라 $s=j\omega$ 대입 후 허수부를 0으로 만드는 문제라는 점이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

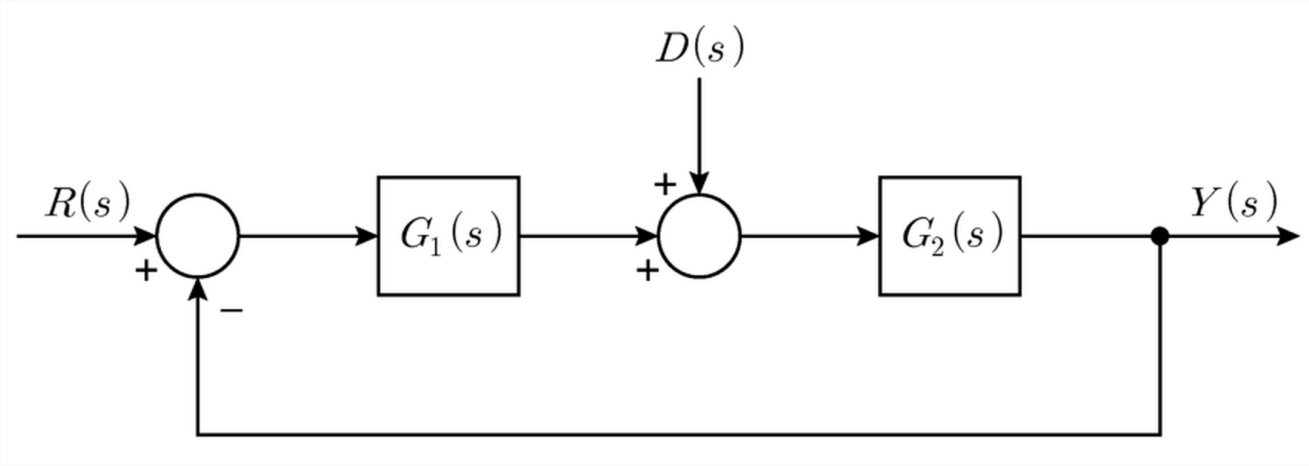
나이퀴스트 선도가 실수축과 만나는 주파수를 묻는 문제는 $s=j\omega$를 대입하고 실수부와 허수부를 분리한 뒤 허수부 0 조건을 먼저 푼다. 전달함수 앞의 양의 실수 이득 K는 교차 위치를 바꾸지 않는다는 점까지 함께 확인하면 된다.

암기 포인트

실수축 교차는 $G(j\omega)$의 허수부 0 조건으로 찾고, 이 문항은 $\omega(8-\omega^2)=0$에서 $\omega=2\sqrt{2}$만 남는다.

NoteBase

문 12. 다음 피드백 제어시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 폐루프 전달함수는 $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$이다.

② $R(s) = D(s) = \frac{1}{s}$이고, $G_1(s)$는 형 1 (Type 1)인 시스템, $G_2(s)$는 형 0 (Type 0)인 시스템일 때, 정상상태오차는 0이다.

③ $R(s) = \frac{1}{s^2}$이고, $D(s) = 0$일 때, 정상상태오차의 수렴성은 $G_1(s)G_2(s)$의 형(Type)에 따라 결정된다.

④ $R(s) = \frac{1}{s^2}$, $D(s) = \frac{1}{s}$이고, $G_1(s)$는 형 0 (Type 0)인 시스템, $G_2(s)$는 형 1 (Type 1)인 시스템일 때, 정상상태오차는 발산한다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 $E(s) = \frac{R(s) - G_2(s)D(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$를 구하고, 폐루프 형(Type)에 따라 정상상태오차를 판단하는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

① O: $D(s)=0$으로 두고 기준입력에 대한 폐루프 전달함수를 구하면 $Y(1+G_1G_2)=G_1G_2R$이므로 $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$이다.
② O: $R(s)=D(s)=\frac{1}{s}$이면 $e_{ss}=\lim_{s\to0}sE(s)=\lim_{s\to0}\frac{1-G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$이다. $G_1(s)$이 형 1, $G_2(s)$가 형 0이면 $G_1(s)G_2(s)$는 형 1이라 분모는 무한대로 커지고 분자는 유한하므로 정상상태오차는 0이다.
③ O: $D(s)=0, R(s)=\frac{1}{s^2}$이면 $e_{ss}=\lim_{s\to0}\frac{1}{s\{1+G_1(s)G_2(s)\}}$가 된다. 따라서 $G_1(s)G_2(s)$가 형 0이면 발산하고, 형 1이면 유한한 상수로 수렴하며, 형 2 이상이면 0으로 수렴하므로 수렴성은 전체 개루프 $G_1(s)G_2(s)$의 형에 따라 결정된다.
④ X: $R(s)=\frac{1}{s^2}, D(s)=\frac{1}{s}, G_1(s)$ 형 0, $G_2(s)$ 형 1이면 전체 $G_1(s)G_2(s)$는 형 1이다. 이때 램프 기준입력에 대한 오차는 유한하고, 계단 외란에 대한 오차도 $\lim_{s\to0}\frac{-G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}=-\frac{1}{G_1(0)}$로 유한하다. 따라서 정상상태오차는 일반적으로 발산하지 않는다. 틀린 표현은 "정상상태오차는 발산한다"이고, 올바르게는 "정상상태오차는 유한한 상수값으로 수렴한다"이다.

오답 포인트

④의 함정은 램프 입력 $\frac{1}{s^2}$만 보고 형 1 시스템이면 무조건 오차가 커진다고 단정하는 데 있다. 이 문제는 외란 $D(s)$가 $G_2(s)$ 앞에 들어가므로 $E(s)$를 직접 세운 뒤 기준입력 항과 외란 항을 분리해서 봐야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

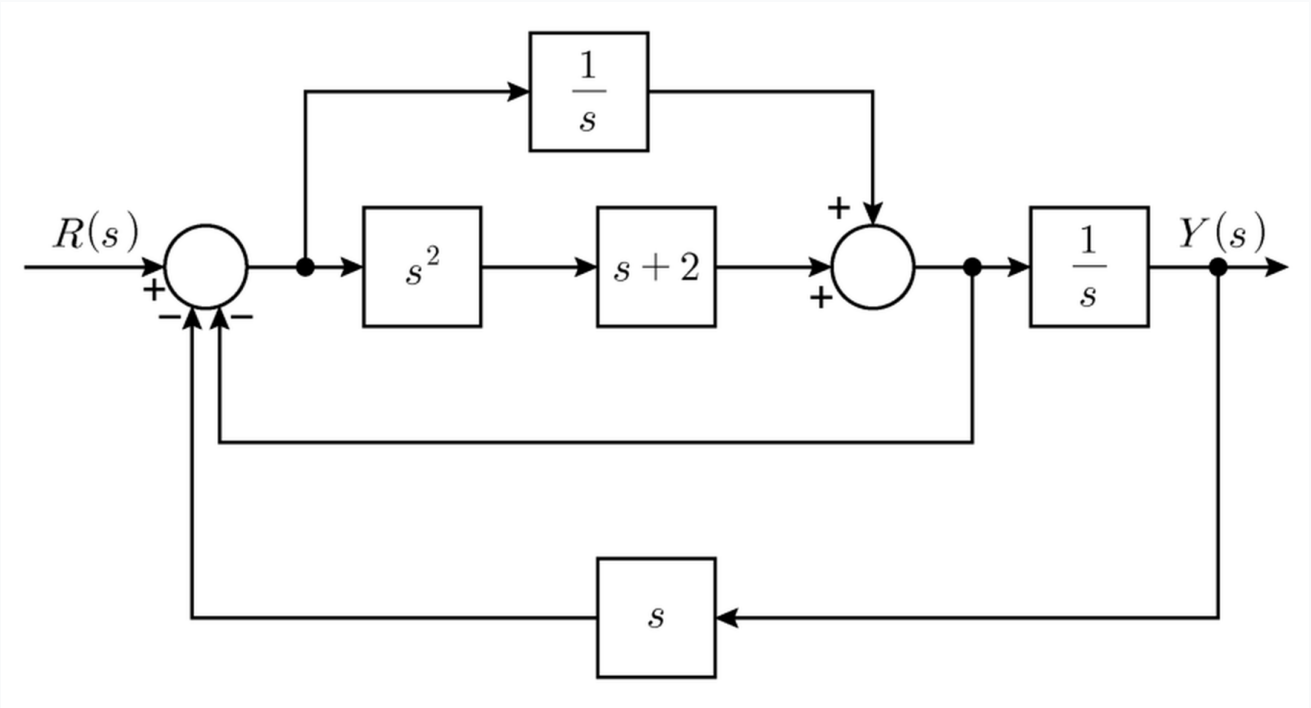
먼저 블록선도에서 $E(s)$ 또는 $Y(s)$ 식을 직접 세운다. 그다음 기준입력 경로와 외란 경로를 분리하고, $R(s)=\frac{1}{s^2}$이면 전체 형 0은 발산, 형 1은 유한, 형 2 이상은 0이라는 기준으로 판단한다.

암기 포인트

단위 피드백에서 램프 입력은 형 1이면 유한오차, 형 2이면 0오차이며, 외란은 주입 위치를 반영한 전달경로로 따로 판단한다.

NoteBase

문 13. 다음 귀환 제어시스템의 폐루프 전달함수 $\frac{Y(s)}{R(s)}$는?



① $\frac{s^4+2s^3+1}{2s^5+4s^4+s^2+2s}$
② $\frac{s^4+2s^3}{2s^5+4s^4+s^2+2s}$
③ $\frac{s^4+2s^3+1}{s^5+4s^4+s^2+2s+1}$
④ $\frac{s^4+2s^3}{s^5+4s^4+s^2+2s+1}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 각 신호의 관계를 정리한 뒤 음의 되먹임이 두 번 걸린 구조를 반영하여 폐루프 전달함수 $Y(s)/R(s)$를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 블록 관계는 $v(s) = [s^2(s+2) + 1/s]e(s)$이다.
최종 출력은 $Y(s) = v(s)/s$이다.
왼쪽 합산점에서는 $e(s) = R(s) - v(s) - sY(s)$이고, $sY(s) = v(s)$이므로 $e(s) = R(s) - 2v(s)$가 된다.

NoteBase

사용할 공식

먼저 전진부를 $e(s)$에서 $v(s)$까지의 등가 전달함수로 묶으면
$G(s) = s^2(s+2) + \frac{1}{s} = \frac{s^4 + 2s^3 + 1}{s}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 오른쪽 합산점 이전까지의 두 병렬 경로를 하나의 전달함수로 합친 뒤, 왼쪽 합산점의 두 음의 되먹임을 한 번에 처리할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. $v(s) = G(s)e(s) = \frac{s^4 + 2s^3 + 1}{s} e(s)$이다.
2. $Y(s) = \frac{v(s)}{s} = \frac{s^4 + 2s^3 + 1}{s^2} e(s)$이고, $sY(s) = v(s)$이므로 $e(s) = R(s) - 2v(s) = R(s) - 2G(s)e(s)$이다.
3. 따라서 $e(s)/R(s) = 1/[1 + 2G(s)]$이고,
$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{s^4 + 2s^3 + 1}{s^2}}{1 + 2\frac{s^4 + 2s^3 + 1}{s}} = \frac{s^4 + 2s^3 + 1}{2s^5 + 4s^4 + s^2 + 2s}$
가 된다.

선지별 해설

① O: 계산 결과가 $\frac{s^4 + 2s^3 + 1}{2s^5 + 4s^4 + s^2 + 2s}$이므로 맞는 식이다.
② X: 틀린 표현은 분자에서 상수항 $+1$이 빠진 점이다. 위쪽 병렬 경로의 전달함수 $1/s$를 포함하면 $G(s) = \frac{s^4 + 2s^3 + 1}{s}$가 되므로, 올바르게는 분자가 $s^4 + 2s^3 + 1$이어야 한다.
③ X: 틀린 표현은 분모에서 두 음의 되먹임이 하나만 반영된 것처럼 최고차항 계수 2가 사라지고 상수항 1이 추가된 점이다. 실제로는 $v(s)$와 $sY(s) = v(s)$가 모두 감산되므로, 올바르게는 분모가 $2s^5 + 4s^4 + s^2 + 2s$가 된다.
④ X: 틀린 표현은 ②의 분자 누락과 ③의 분모 오판이 동시에 들어간 점이다. 올바르게는 분자에 $+1$이 포함되어야 하고 분모도 $2s^5 + 4s^4 + s^2 + 2s$이어야 한다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 오른쪽 합산점 이전의 병렬 경로를 하나 빼먹거나, 아래쪽 s 블록을 별도 신호로 착각하는 데 있다. 최종 출력이 $1/s$를 지난 뒤 다시 s 블록을 통과하므로 $sY(s) = v(s)$가 되어 같은 신호가 두 번 음의 되먹임된다는 점을 놓치면 ③, ④ 같은 분모 오답이 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

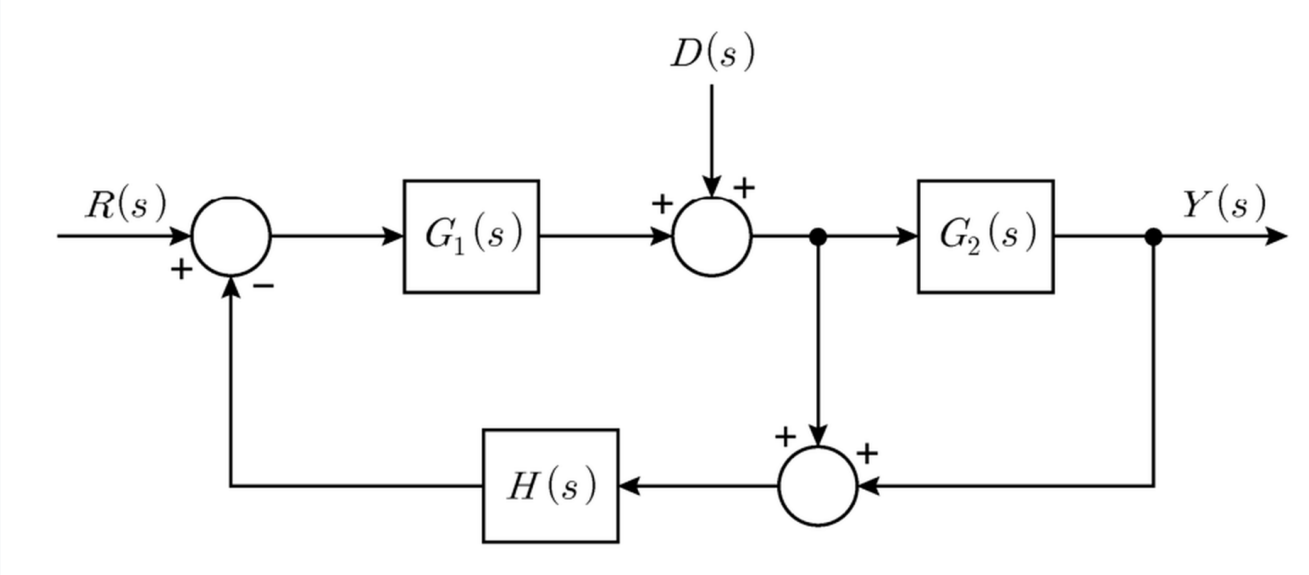
블록선도 전달함수 문제는 먼저 각 합산점 사이의 신호를 변수로 두고, 병렬 경로는 합치고, 되먹임 경로는 실제로 합산점에 들어가는 신호가 무엇인지 같은 변수로 다시 써 본 뒤 정리하면 된다.

암기 포인트

병렬 경로는 더하고, 되먹임은 합산점 입력 신호 기준으로 다시 쓴다. 이 문항에서는 $sY(s) = v(s)$이므로 음의 되먹임이 두 번이다.

NoteBase

문 14. 다음은 외란이 포함된 제어시스템에 대한 블록선도이다. 외란 $D(s)$에 대한 출력 $Y(s)$의 전달함수는? (단, $R(s) = 0$이다)



① $-\frac{G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) - G_1(s)H(s) + 1}$

② $\frac{G_2(s)}{G_1(s)H(s) + G_2(s)H(s) + 1}$

③ $\frac{G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) + G_1(s)H(s) + 1}$

④ $\frac{1 + G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) + G_2(s)H(s) + 1}$

정답 3번

출제 포인트

R(s) = 0 조건에서 외란 D(s)에 대한 출력 Y(s)의 전달함수를 블록선도 신호 방정식으로 유도하는 문제이다. 외란이 전향 경로 중간(G1(s)와 G2(s) 사이)에 더해지고, G2(s) 입력 신호 C(s)와 출력 Y(s)가 모두 H(s) 귀환 경로로 들어가는 구조임을 파악하는 것이 핵심이다.

조건 정리

R(s) = 0이므로 첫 번째 합산접합점에 기준입력은 없다.
신호 정의:
· E(s): 첫 번째 합산접합점 출력 (G1(s)의 입력)
· C(s): G1(s) 출력과 D(s)가 더해진 두 번째 합산접합점 출력 = G2(s)의 입력 = 분기점 신호
· Y(s): G2(s) 출력
피드백 구조: C(s)와 Y(s)가 하단 합산접합점(+/+)에서 합산된 후 H(s)를 거쳐 첫 번째 합산접합점의 (-) 단자로 귀환한다.

NoteBase

사용할 공식

블록선도 신호 방정식 연립. 각 합산접합점과 전달함수 블록에서 다음 세 식을 세운다.

$E(s) = R(s) - H(s)[C(s) + Y(s)]$

$C(s) = G_1(s) \cdot E(s) + D(s)$

$Y(s) = G_2(s) \cdot C(s)$

R(s) = 0을 대입하고 E(s)를 C(s)로 표현하여 소거하면 C(s)/D(s), 이어서 Y(s)/D(s)를 얻는다.

계산 과정

① R(s) = 0 대입:

$E(s) = -H(s)[C(s) + Y(s)]$

② Y(s) = G2(s)·C(s) 대입하여 피드백 신호 정리:

$C(s) + Y(s) = C(s) + G_2(s) \cdot C(s) = (1 + G_2(s)) \cdot C(s)$

따라서 $E(s) = -H(s)(1 + G_2(s)) \cdot C(s)$

③ C(s) 방정식에 E(s) 대입:

$C(s) = G_1(s) \cdot [-H(s)(1 + G_2(s)) \cdot C(s)] + D(s)$

$C(s) + G_1(s)H(s)(1 + G_2(s)) \cdot C(s) = D(s)$

$C(s)[1 + G_1(s)H(s) + G_1(s)G_2(s)H(s)] = D(s)$

$C(s) = \frac{D(s)}{1 + G_1(s)H(s) + G_1(s)G_2(s)H(s)}$

④ 전달함수:

$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) + G_1(s)H(s) + 1}$

선지 판단

① $\frac{-G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) - G_1(s)H(s) + 1}$ — 분자가 음수(-G2)이고, 분모의 G1H 항이 빼기(−)로 되어 있다. 분자는 양수 G2(s)이어야 하고, 분모의 G1H 항도 더하기(+)이어야 한다. 틀림.

② $\frac{G_2(s)}{G_1(s)H(s) + G_2(s)H(s) + 1}$ — 분모에 G1G2H 항이 없고 G2H 항이 있다. 피드백 신호가 C(s) + Y(s)임을 간과하고 Y(s)만 귀환된다고 보면 이 결과가 나온다. 틀림.

③ $\frac{G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) + G_1(s)H(s) + 1}$ — 계산 결과와 일치한다. 맞음.

④ $\frac{1 + G_2(s)}{G_1(s)G_2(s)H(s) + G_2(s)H(s) + 1}$ — 분자가 1 + G2(s)이다. 피드백 합산점에서 나온 (1 + G2) 인수가 분자에 그대로 노출된 오류이며, 실제로는 C(s)를 소거하는 과정에서 약분되어 분자에는 G2(s)만 남는다. 틀림.

NoteBase

오답 포인트

피드백 신호가 G2(s) 출력 Y(s)만이 아니라 G2(s) 입력 C(s)와 Y(s)가 모두 합산되어 H(s)로 귀환된다. Y(s)만 귀환된다고 보면 분모에서 G1H 항만 생기고 G1G2H 항이 빠져 ②번 오답이 된다. 또한 첫 합산접합점은 음의 귀환(−)이지만 외란 D(s) 자체는 양의 부호로 더해지므로 분자는 양수 G2(s)이다. 부호를 잘못 추적하면 ①번 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

외란 전달함수 문제는 ① D(s) 입력점과 피드백 합산점 구성을 정확히 파악하고, ② 주요 신호에 이름을 붙인 뒤 신호 방정식 3개를 세우고, ③ E(s)를 C(s)로 표현하여 C(s) 방정식에 대입·소거하고, ④ Y(s) = G2(s)·C(s)로 마무리하는 순서로 풀어낸다. 분기점 이후 신호가 피드백에 포함되면 분모에 G1G2H 항이 반드시 등장한다.

암기 포인트

이 블록선도의 분모는 $1 + G_1(s)H(s)(1 + G_2(s))$로 정리되며, 전개하면 $G_1(s)G_2(s)H(s) + G_1(s)H(s) + 1$이다. G2(s) 입력 분기점이 피드백 합산점에 연결되어 있으면 분모에 G1H와 G1G2H 항이 함께 나타나는 구조임을 기억해 둔다.

NoteBase

문 15. 다음 상태궤환 제어시스템에서 폐루프시스템 특성방정식의 감쇠비가 1이고, 고유주파수가 3 [rad/sec]이 되는 k_1과 k_2를 바르게 연결한 것은?

x(t)=bmatrix0 & 1 \ -5 & -6bmatrixx(t)+bmatrix0 \ 1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix2 & 1bmatrixx(t)
u(t)=-bmatrixk_1 & k_2bmatrixx(t)+r(t)

① k_1: 1, k_2: 4

② k_1: 2, k_2: 3

③ k_1: 3, k_2: 1

④ k_1: 4, k_2: 0

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 상태궤환 후 폐루프 특성방정식을 만든 뒤 표준 2차계 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$와 계수 비교로 k_1, k_2를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
A=bmatrix0&1\\-5&-6bmatrix, B=bmatrix0\\1bmatrix, $u(t) = -[k_1\ k_2]x(t) + r(t)$
구해야 할 값:
감쇠비 $\zeta = 1$, 고유주파수 $\omega_n = 3[rad/sec]$일 때의 k_1, k_2
주의할 조건:
상태궤환이므로 폐루프 상태행렬은 $A - BK$이고, 특성방정식의 각 계수를 표준형과 직접 비교해야 한다.

사용할 공식

폐루프 상태행렬은 $A_{cl} = A - BK$이다.
따라서 특성방정식은
$\det(sI - (A - BK)) = 0$
이고, 표준 2차계는
$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$
이다.
이 공식을 쓰는 이유:
문제에서 감쇠비와 고유주파수를 함께 주었으므로 원하는 폐루프 극의 표준 2차 특성방정식을 먼저 정한 뒤, 상태궤환으로 바뀐 특성방정식과 계수 비교를 해야 하기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. $K = [k_1\ k_2]$이므로
BK=bmatrix0\\1bmatrix[k_1 k_2]=bmatrix0&0_1&k_2bmatrix
이다.
2. 따라서 폐루프 상태행렬은
A-BK=bmatrix0&1\\-5&-6bmatrix-bmatrix0&0_1&k_2bmatrix=bmatrix0&1\\-(5+k_1)&-(6+k_2)bmatrix
이다.
3. 특성방정식은
≤ft(sI-(A-BK))=vmatrixs&-1\\5+k_1&s+6+k_2vmatrix=s^2+(6+k_2)s+(5+k_1)=0
이다.
4. 감쇠비 $\zeta = 1$, 고유주파수 $\omega_n = 3$이므로 원하는 특성방정식은
$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 6s + 9 = 0$
이다.
5. 계수 비교를 하면
$6 + k_2 = 6 \Rightarrow k_2 = 0$
$5 + k_1 = 9 \Rightarrow k_1 = 4$
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X
- 계산 결과는 $k_1 = 4, k_2 = 0$이다.
- 틀린 표현은 $k_1 = 1, k_2 = 4$이다. 올바르게는 $k_1 = 4, k_2 = 0$이다.
- 이 값은 상수항과 s항 계수를 모두 반대로 맞춘 경우와 다르다.

② X
- 계산 결과는 $k_1 = 4, k_2 = 0$이다.
- 틀린 표현은 $k_1 = 2, k_2 = 3$이다. 올바르게는 $k_1 = 4, k_2 = 0$이다.
- k_2를 3으로 두면 s항 계수가 9가 되어 원하는 6과 맞지 않는다.

③ X
- 계산 결과는 $k_1 = 4, k_2 = 0$이다.
- 틀린 표현은 $k_1 = 3, k_2 = 1$이다. 올바르게는 $k_1 = 4, k_2 = 0$이다.
- $k_1 = 3$이면 상수항이 8이 되어 원하는 9와 맞지 않고, $k_2 = 1$이면 s항 계수가 7이 되어 틀린다.

④ O
- $k_1 = 4, k_2 = 0$을 대입하면 특성방정식은 $s^2 + 6s + 9 = 0$이 된다.
- 이는 $\zeta = 1, \omega_n = 3$인 표준형과 정확히 일치하므로 옳다.

오답 포인트

상태궤환에서 $A - BK$의 부호를 $A + BK$로 잘못 두거나, 표준형 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$에서 $2\zeta\omega_n$ 항을 빠뜨리면 k_2를 잘못 구하기 쉽다. 또한 상수항 $5 + k_1$와 s항 계수 $6 + k_2$를 따로 비교하지 않고 감으로 고르면 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

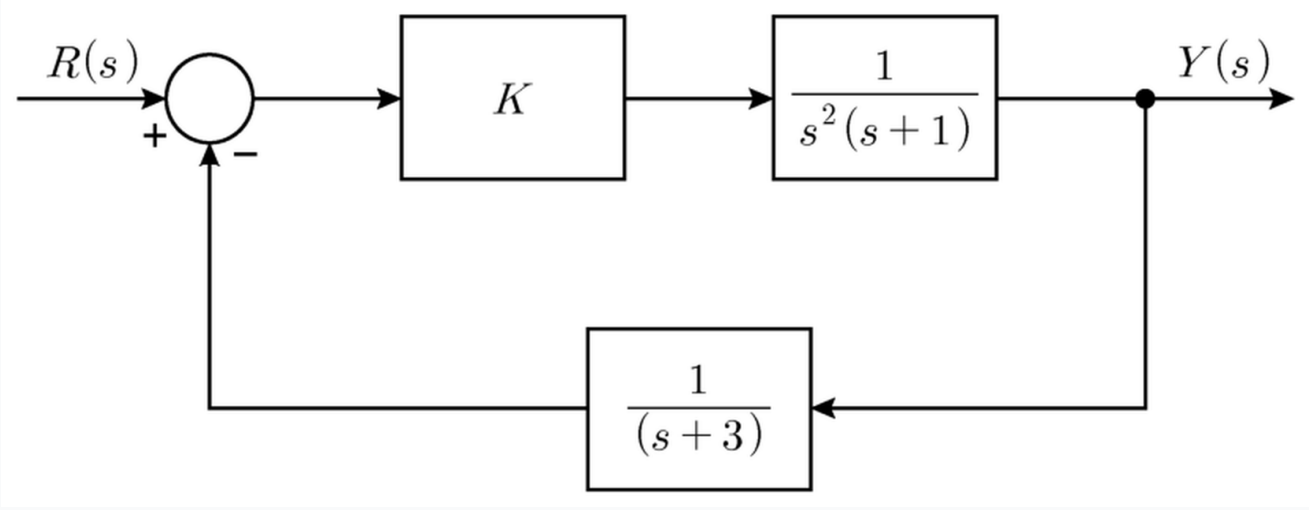
상태궤환 계산형은 $A - BK$를 먼저 정확히 만든 뒤 특성방정식을 전개하고, 마지막에 표준형의 s항 계수와 상수항을 각각 비교하는 순서로 판단하면 된다.

암기 포인트

상태궤환은 $A - BK$, 표준 2차계는 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$로 연결된다.

NoteBase

문 16. 다음 피드백 제어시스템에서 K의 변화에 따른 근궤적의 점근선 개수를 a라 하고, 점근선의 실수축 교차점을 b라고 할 때, $a+b$는? (단, $K>0$이다)



① 1

② 2

③ 3

④ 4

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 블록선도에서 개루프 전달함수의 극과 영점을 읽어 근궤적 점근선의 개수 $a=n-m$와 실수축 교차점 $b=\frac{\sum p-\sum z}{n-m}$를 구하는 문제이다.

조건 정리

전진 경로는 $\frac{K}{s^2(s+1)}$이고 되먹임 경로는 $\frac{1}{s+3}$이다.
따라서 개루프 전달함수는 $L(s)=\frac{K}{s^2(s+1)(s+3)}$이다.
개루프 극은 $s=0$에서 2개, $s=-1$, $s=-3$으로 모두 4개이고 영점은 없다.
구해야 할 값은 점근선 개수 a, 실수축 교차점 b, 그리고 $a+b$이다.

사용할 공식

점근선 개수는 $a=n-m$이고, 실수축 교차점은 $b=\frac{\sum p-\sum z}{n-m}$이다.
이 공식을 쓰는 이유는 근궤적의 점근선이 개루프 극의 수가 영점 수보다 많을 때 그 차이만큼 생기며, 점근선의 중심은 극과 영점의 대수합으로 정해지기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 블록선도에서 개루프 전달함수를 읽으면 $L(s) = \frac{K}{s^2(s+1)(s+3)}$이다.
2. 개루프 극의 수는 $n = 4$, 영점의 수는 $m = 0$이다.
3. 점근선 개수는 $a = n - m = 4$이다.
4. 실수축 교차점은 $b = \frac{0+0-1-3}{4} = -1$이다.
5. 따라서 $a + b = 4 + (-1) = 3$이다.

선지별 해설

① X

1은 계산값과 다르다.

1은 점근선 개수와 실수축 교차점을 제대로 합하지 못했을 때의 오답이다. 올바르게는 $a = 4$, $b = -1$이므로 $a + b = 3$이다.

② X

2는 계산값과 다르다.

2는 교차점 계산에서 극의 합 -4를 점근선 개수 4로 나누지 않거나 평균을 잘못 잡았을 때의 오답이다.

올바르게는 $b = -1$이므로 최종값은 3이다.

③ O

개루프 극 4개, 영점 0개이므로 점근선 개수는 $a = 4$이다.

실수축 교차점은 $b = \frac{-4}{4} = -1$이므로 $a + b = 3$이 되어 정답에 해당한다.

④ X

4는 계산값과 다르다.

4는 점근선 개수 $a = 4$만 구하고 실수축 교차점 $b = -1$을 더하지 않았을 때의 오답이다. 올바르게는 두 값을 모두 반영하여 3이 된다.

오답 포인트

되먹임 요소 $\frac{1}{s+3}$도 개루프 전달함수의 극 계산에 포함해야 한다는 점이 핵심 함정이다.

또한 원점의 중복극 $s = 0$은 2개로 세어야 하며, 실수축 교차점은 극의 절댓값 합이 아니라 대수합을 점근선 개수로 나눈 값이라는 점을 놓치기 쉽다.

이 함정 때문에 점근선 개수만 보고 ④를 고르거나, 교차점을 잘못 계산해 ① 또는 ②를 고르기 쉽다.

NoteBase

다시 나오면 이렇게 판단

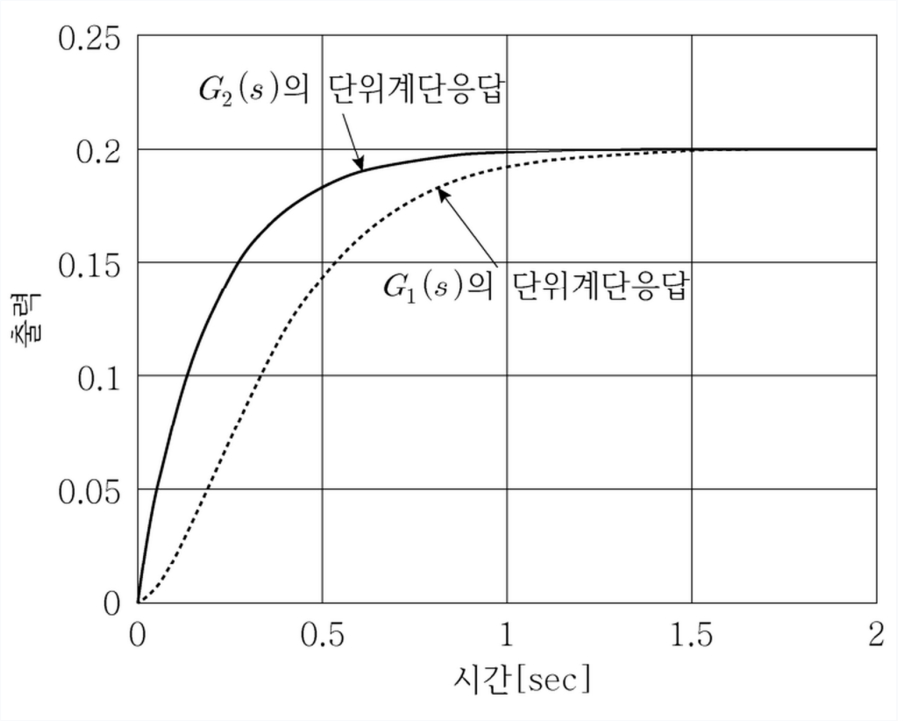
근궤적 점근선 문제는 먼저 블록선도에서 $G(s)H(s)$를 한 식으로 묶고, 그다음 개루프 극과 영점의 개수를 센 뒤 $a = n - m$, $b = \frac{\sum p - \sum z}{n - m}$ 순서로 계산하면 된다.
중복극은 개수만큼 반드시 반영한다.

암기 포인트

점근선은 극 수와 영점 수의 차이이고, 중심은 극의 합에서 영점의 합을 뺀 값을 그 차이로 나눈 값이다.

NoteBase

문 17. 다음은 전달함수 $\frac{1}{s+a}$과 $\frac{a}{(s+a)^2}$의 단위계단응답을 그린 것이다. 전달함수 $G_1(s)$와 $G_2(s)$를 바르게 연결한 것은?



① $G_1(s)$: $\frac{1}{s+5}$, $G_2(s)$: $\frac{5}{(s+5)^2}$

② $G_1(s)$: $\frac{5}{(s+5)^2}$, $G_2(s)$: $\frac{1}{s+5}$

③ $G_1(s)$: $\frac{1}{s+0.2}$, $G_2(s)$: $\frac{0.2}{(s+0.2)^2}$

④ $G_1(s)$: $\frac{0.2}{(s+0.2)^2}$, $G_2(s)$: $\frac{1}{s+0.2}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 단위계단응답의 종값과 초기 상승 형태를 보고 $\frac{1}{s+a}$와 $\frac{a}{(s+a)^2}$를 구분할 수 있는지를 묻는 문제이다.

NoteBase

선지별 해설

1번 X: 종값이 0.2이므로 $\frac{1}{a} = 0.2$, 따라서 $a = 5$인 점은 맞다. 그러나 G2는 그림에서 초기에 더 빨리 올라가므로 1차계 응답 $\frac{1}{s+5}$이어야 하고, G1은 초기 기울기가 0에 가까운 느린 응답이므로 $\frac{5}{(s+5)^2}$이어야 한다. 틀린 표현은 G1과 G2의 대응이다. 올바르게는 G1(s)=5/(s+5)^2, G2(s)=1/(s+5)이다.
2번 O: 두 전달함수의 단위계단응답 종값은 모두 $\frac{1}{a}$이다. 그래프의 정상상태 출력이 0.2이므로 $a = 5$이다. 또한 $\frac{1}{s+5}$의 응답은 $0.2(1 - e^{-5t})$로 원점에서 바로 상승하고, $\frac{5}{(s+5)^2}$의 응답은 $0.2[1 - (1 + 5t)e^{-5t}]$로 초기 기울기가 0이어서 더 완만하게 시작한다. 따라서 느린 점선 G1이 $\frac{5}{(s+5)^2}$, 빠른 실선 G2가 $\frac{1}{s+5}$이다.
3번 X: $a = 0.2$라고 두면 두 응답의 종값은 $\frac{1}{a} = 5$가 되어 그림의 최종값 0.2와 전혀 맞지 않는다. 시정수도 5초가 되어 2초 안에 거의 수렴한 그림과도 맞지 않는다. 틀린 표현은 $s + 0.2$를 사용한 점이다. 올바르게는 $a = 5$여야 하므로 G1(s)=5/(s+5)^2, G2(s)=1/(s+5)이다.
4번 X: $a = 0.2$를 사용한 점부터 종값이 5가 되어 그래프와 맞지 않고, G1과 G2의 대응도 반대로 적혀 있다. 틀린 표현은 0.2를 a로 본 점과 G1, G2의 연결이다. 올바르게는 $a = 5$이고, G1(s)=5/(s+5)^2, G2(s)=1/(s+5)이다.

오답 포인트

두 응답의 종값이 모두 $\frac{1}{a}$라는 점을 놓치면 0.2를 그대로 a로 오해하기 쉽다. 또 종값만 맞춘 뒤 초기 상승 속도를 보지 않으면 1번처럼 G1과 G2를 서로 바꾸어 연결하게 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

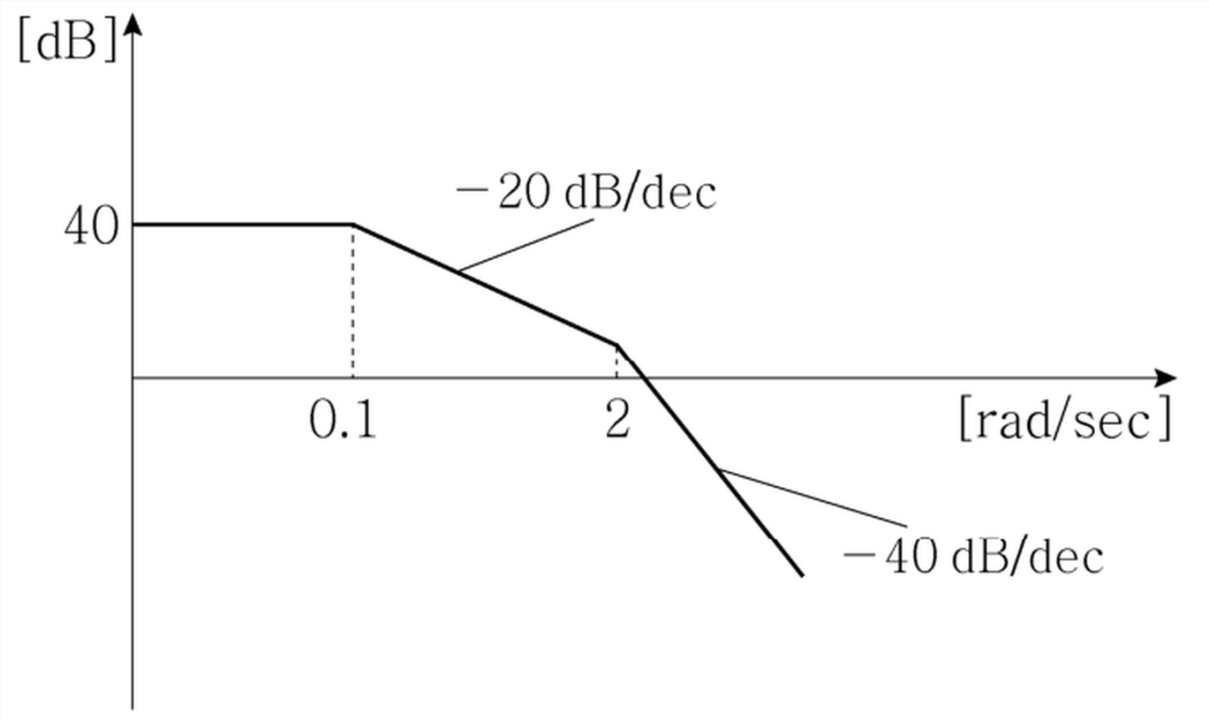
먼저 최종값으로 $\frac{1}{a}$를 맞춰 a를 구한다. 그다음 원점 부근에서 바로 올라가는 곡선은 $\frac{1}{s+a}$, 처음이 더 평평하게 시작하는 곡선은 $\frac{a}{(s+a)^2}$로 판단한다.

암기 포인트

종값은 둘 다 $\frac{1}{a}$이고, 빠른 출발은 $\frac{1}{s+a}$, 평평한 출발은 $\frac{a}{(s+a)^2}$이다.

NoteBase

문 18. 다음과 같은 크기 보드 점근선도의 특성을 가지는 전달함수 $G(s)$는?



① $\frac{100}{(10s+1)(0.5s+1)}$
② $\frac{40}{(0.1s+1)(2s+1)}$
③ $\frac{100}{(0.1s+1)(2s+1)}$
④ $\frac{40}{(10s+1)(0.5s+1)}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 크기 보드 점근선도에서 저주파 이득과 절점 주파수를 읽어 두 개의 극을 가진 전달함수를 판별할 수 있는지를 묻는다.

NoteBase

선지별 해설

① O: $\frac{100}{(10s+1)(0.5s+1)}$는 저주파 이득이 100이어서 40 dB이고, 극이 0.1rad/s, 2rad/s에 있어 보드선도의 절점과 기울기 변화가 그림과 일치한다.

② X: 분자 40은 저주파 이득이 약 32 dB이므로 그림의 40 dB와 맞지 않고, $(0.1s+1)(2s+1)$의 극은 10rad/s, 0.5rad/s라서 절점 위치도 다르다. 틀린 표현은 분자 40과 분모 계수 0.1, 2이고, 올바르게는 $\frac{100}{(10s+1)(0.5s+1)}$이다.

③ X: 분자 100은 맞지만 $(0.1s+1)(2s+1)$의 극 위치가 10rad/s, 0.5rad/s이므로 그림의 절점 0.1rad/s, 2rad/s와 반대로 들어가 있다. 틀린 표현은 분모 계수이고, 올바르게는 $(10s+1)(0.5s+1)$이다.

④ X: 분모 $(10s+1)(0.5s+1)$는 절점 위치가 맞지만 분자 40이면 저주파 이득이 40 dB가 아니라 약 32 dB이다. 틀린 표현은 분자 40이고, 올바르게는 분자 100이다.

오답 포인트

절점 주파수 ω_b와 분모 계수를 바로 같은 숫자로 적으면 틀린다. $(Ts+1)$의 절점은 $\omega_b = 1/T$이므로 0.1 rad/s이면 $T=10$, 2 rad/s이면 $T=0.5$가 된다. 또 40 dB를 분자 40으로 착각하면 32 dB가 되어 오답이 된다.

다시 나오면 이렇게 판단

먼저 평탄 구간 높이에서 $20\log_{10}K$를 이용해 이득 K를 구하고, 이후 기울기가 내려갈 때마다 극 1개로 본다. 각 절점 주파수 ω_b는 $(Ts+1)$에서 $T=1/\omega_b$로 바꾸어 분모 인수를 적으면 된다.

암기 포인트

보드선도는 평탄 구간에서 이득을 읽고, 절점에서는 $\omega_b = 1/T$, 기울기 -20dB/dec당 극 1개로 연결한다.

NoteBase

문 19. 다음 상태공간 방정식에서 단위계단입력에 대한 정상상태오차는?

x(t)=bmatrix-2 & 1 \ 0 & -3bmatrixx(t)+bmatrix0 \ 1bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix3 & 0bmatrixx(t)

① 0
② 0.5
③ 1
④ 2

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상태방정식의 정상상태 $\dot{x} = 0$ 조건을 이용해 출력의 정상값과 정상상태오차를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 상태방정식은 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), y(t) = Cx(t)$이다.
단위계단입력이므로 정상상태에서 $u = 1$이다.
구해야 할 값은 $e_{ss} = 1 - y_{ss}$이다.

사용할 공식

정상상태에서는 상태가 더 이상 변하지 않으므로 $\dot{x} = 0$이다.
따라서
$Ax_{ss} + Bu_{ss} = 0$
를 풀어 x_{ss}를 구한 뒤 $y_{ss} = Cx_{ss}, e_{ss} = 1 - y_{ss}$를 계산한다.
이 공식을 쓰는 이유는 문제가 상태공간식과 단위계단입력에 대한 정상상태오차를 직접 묻기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 정상상태에서 $u_{ss}=1, \dot{x}=0$이므로
bmatrix-2 & 1 \ 0 & -3bmatrixx_ss+bmatrix0 \ 1bmatrix=0
이다.
2. 둘째 식에서 $-3x_2+1=0$이므로 $x_2=\frac{1}{3}$이다.
3. 첫째 식에서 $-2x_1+x_2=0$이므로 $x_1=\frac{x_2}{2}=\frac{1}{6}$이다.
4. 따라서
y_ss=bmatrix3 & 0bmatrixx_ss=3·(1)/(6)=(1)/(2)
이다.
5. 정상상태오차는
$e_{ss}=1-y_{ss}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$
이므로 0.5이다.

선지 판단

① X: 0이 되려면 출력의 정상값이 1이어야 한다. 실제로는 $y_{ss}=0.5$이므로 정상상태오차는 0이 아니다. 틀린 표현은 "오차가 없다"이고, 올바르게는 "오차는 0.5이다"이다.
② O: 계산 결과 $e_{ss}=0.5$이므로 옳다.
③ X: 1은 출력이 정상상태에서 0으로 수렴할 때의 오차값이다. 이 계는 $y_{ss}=0.5$이므로 틀리다. 틀린 표현은 "오차가 1이다"이고, 올바르게는 "오차는 0.5이다"이다.
④ X: 2는 단위계단입력에 대한 오차로 맞지 않는다. 이 문제의 정상출력은 0.5이므로 오차는 $1-0.5=0.5$이다. 틀린 표현은 "오차가 2이다"이고, 올바르게는 "오차는 0.5이다"이다.

오답 포인트

정상상태오차를 묻는데 정상출력 y_{ss} 자체를 답으로 쓰거나, y_{ss}를 구해 놓고 마지막에 $e_{ss}=1-y_{ss}$를 빼지 않는 경우가 많다. 이 문제는 출력과 오차를 끝까지 구분해야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

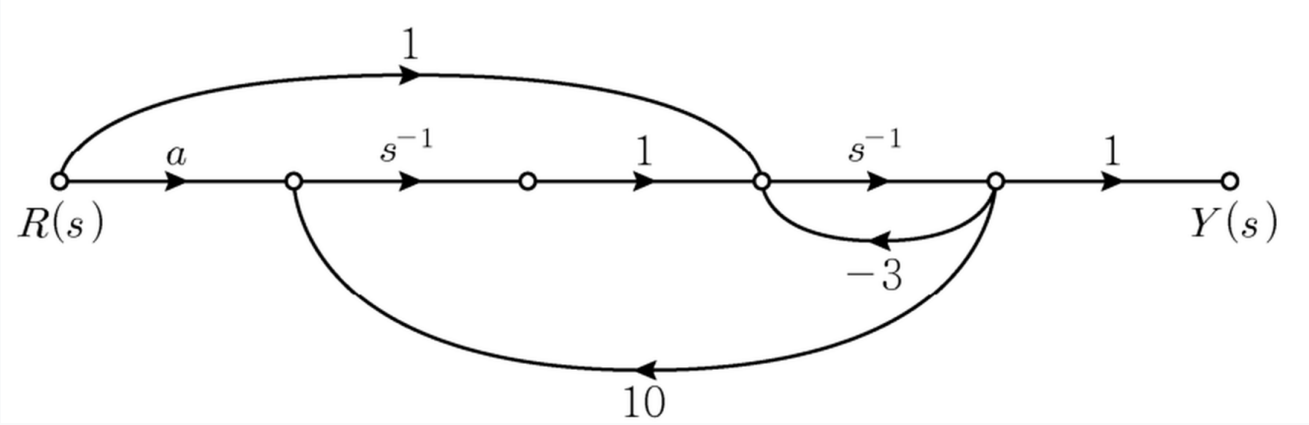
상태공간식에서 정상상태오차를 물으면 먼저 $\dot{x}=0$을 두고 x_{ss}를 구한 다음, $y_{ss}=Cx_{ss}$를 계산하고 마지막에 $e_{ss}=r-y_{ss}$를 구하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

상태공간 정상상태오차는 $\dot{x}=0 \rightarrow x_{ss} \rightarrow y_{ss} \rightarrow e_{ss}$ 순서로 계산한다.

NoteBase

문 20. 다음 신호흐름선도로 표시되는 시스템이 가제어(controllable)하기 위한 a의 조건은? (단, $a > 0$ 이다)



① $a = 1$을 제외한 양의 실수

② $a = 3$을 제외한 양의 실수

③ $a = 5$를 제외한 양의 실수

④ $a = 10$을 제외한 양의 실수

정답 3번

출제 포인트

이 문제는 신호흐름선도에서 상태방정식을 세운 뒤 가제어행렬의 행렬식이 0이 아닌 조건을 구하는 문제이다.

조건 정리

주경로에 적분기 s^{-1}가 두 개이므로 2차 시스템이다.
상태변수는 첫 번째 적분기 출력 x_1, 두 번째 적분기 출력 x_2로 둔다.
도식에서 읽으면 $\dot{x}_1 = ar + 10x_2, \dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 + r, y = x_2$이다.

사용할 공식

가제어 조건은 가제어행렬 $\mathcal{C} = [B\ AB]$의 랭크가 상태차수와 같은지로 판정한다.
이 문제는 2차 시스템이므로 $\det \mathcal{C} \neq 0$이면 가제어이다.

NoteBase

계산 과정

1. 상태방정식을 행렬형으로 쓰면
x=Ax+Br, A=bmatrix0&10\\1&-3bmatrix, B=bmatrixa\\1bmatrix
이다.
2. AB를 구하면
AB=bmatrix0&10\\1&-3bmatrixbmatrixa\\1bmatrix=bmatrix10\-3bmatrix
이다.
3. 따라서 가제어행렬은
C=[B AB]=bmatrixa&10\\1&a-3bmatrix
이고,
$\det \mathcal{C} = a(a-3) - 10 = a^2 - 3a - 10 = (a-5)(a+2)$
이다.
4. $a > 0$이므로 $a + 2 > 0$는 항상 성립한다. 따라서 가제어가 아니게 되는 경우는 $a = 5$뿐이고, 가제어 조건은 $a \neq 5$이다.

선지별 해설

① X: 틀린 표현은 'a=1을 제외한'이다. 계산 결과 비가제어 조건은 $a = 5$뿐이므로 올바르게는 'a=5를 제외한 양의 실수'이다.
② X: 틀린 표현은 'a=3을 제외한'이다. $a = 3$이면 $\det \mathcal{C} = -10 \neq 0$이므로 여전히 가제어이다. 올바르게는 'a=5를 제외한 양의 실수'이다.
③ O: $\det \mathcal{C} = (a-5)(a+2)$이고 $a > 0$ 조건에서 0이 되는 값은 $a = 5$뿐이므로 옳다.
④ X: 틀린 표현은 'a=10을 제외한'이다. $a = 10$이면 $\det \mathcal{C} = 60 \neq 0$이므로 가제어이다. 올바르게는 'a=5를 제외한 양의 실수'이다.

오답 포인트

적분기 출력이 아니라 적분기 입력을 상태로 잡으면 A, B를 잘못 세우기 쉽다. 또한 AB 계산에서 가지 이득 10과 -3의 반영 위치를 뒤바꾸거나, $a > 0$ 조건을 빼먹어 비가제어 값을 $a = 5,\ -2$로 함께 적는 실수가 자주 나온다.

다시 나오면 이렇게 판단

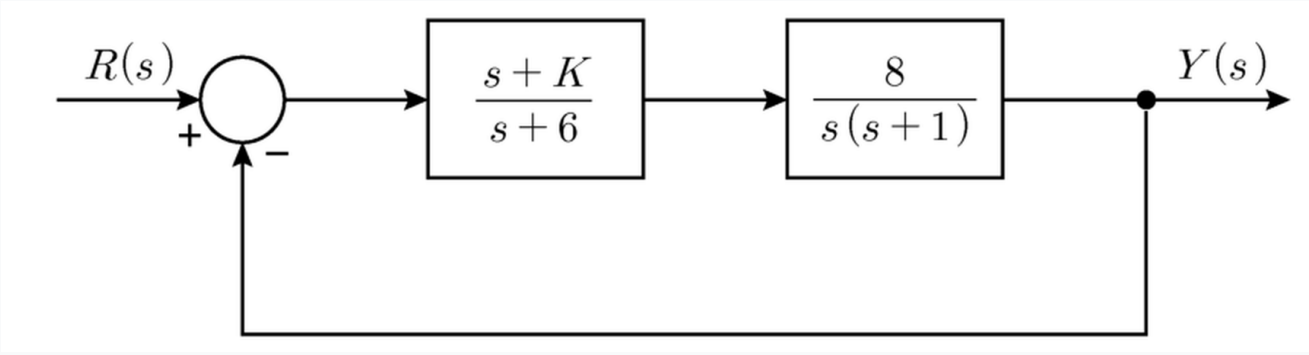
신호흐름선도 가제어 문제는 적분기 개수로 차수를 정하고, 각 적분기 출력을 상태로 둔 뒤, 입력 가지와 되먹임 가지를 읽어 A, B를 만든 다음 $\mathcal{C} = [B\ AB]$의 행렬식을 확인하면 된다.

암기 포인트

2차 시스템의 가제어 판정은 $\det[B\ AB] \neq 0$이다. 이 문제는 $(a-5)(a+2)$에서 $a > 0$를 적용해 $a \neq 5$만 남는다.

NoteBase

문 21. 다음 폐루프 제어시스템에서 우세극점(dominant pole)의 실수부가 -1이고, 감쇠비가 0.5가 되기 위한 K의 값과 비우세극점(nondominant pole) s_3의 값을 바르게 연결한 것은?



① K: $\frac{3}{2}$, s_3: -10

② K: $\frac{3}{2}$, s_3: -5

③ K: $\frac{5}{2}$, s_3: -10

④ K: $\frac{5}{2}$, s_3: -5

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 폐루프 특성방정식을 세운 뒤 우세 2차항의 감쇠비와 실수부 조건으로 K와 비우세극점을 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 값:
- 개루프 전달함수는 $G(s) = \frac{8(s+K)}{(s+6)s(s+1)}$이다.
- 우세극점의 실수부는 -1이다.
- 감쇠비는 $\zeta = 0.5$이다.

구해야 할 값:
- K
- 비우세극점 s_3

주의할 조건:
- 우세극점은 2차 복소극점쌍이고, 비우세극점은 이보다 왼쪽에 있는 실근이어야 한다.

NoteBase

사용할 공식

폐루프 특성방정식은

$1 + G(s) = 0$

이다.

감쇠비가 ζ, 자연진동수가 ω_n인 2차 극점쌍의 표준형은

$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

이다.

이 공식을 쓰는 이유:

- 우세극점의 실수부와 감쇠비가 주어졌으므로 먼저 우세 2차항을 복원한 뒤, 전체 3차 특성방정식과 계수를 비교하면 K와 s_3를 동시에 구할 수 있다.

계산 과정

1. 단위피드백이므로 폐루프 특성방정식은

$1 + \frac{8(s+K)}{(s+6)s(s+1)} = 0$

이고, 정리하면

$(s+6)s(s+1) + 8(s+K) = 0$

$s^3 + 7s^2 + 14s + 8K = 0$

이다.

2. 우세극점의 실수부가 -1이고 $\zeta = 0.5$이므로

$\zeta\omega_n = 1$

에서 $\omega_n = 2$이다. 따라서 우세 2차항은

$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 2s + 4$

이다. 우세극점은 $-1 \pm j\sqrt{3}$이다.

3. 비우세극점을 $s_3 = -a$라 두면 전체 특성방정식은

$(s^2 + 2s + 4)(s + a) = s^3 + (a+2)s^2 + (2a+4)s + 4a$

이다. 이를 $s^3 + 7s^2 + 14s + 8K$와 비교하면

$a + 2 = 7 \Rightarrow a = 5$

이므로 $s_3 = -5$이다. 또

$4a = 8K \Rightarrow 20 = 8K \Rightarrow K = \frac{5}{2}$

이다.

NoteBase

선지 판단

① X
- 계산 결과는 $K=\frac{5}{2}$, $s_3=-5$이므로 $K=\frac{3}{2}$, $s_3=-10$의 연결은 틀리다.
- 틀린 표현은 두 값 모두이다. 올바르게는 $K=\frac{5}{2}$, $s_3=-5$이다.
- $K=\frac{3}{2}$는 상수항 비교를 잘못한 값이고, $s_3=-10$은 계수비교 없이 비우세극점이 더 왼쪽일 것이라고만 추정할 때 나오는 오답이다.

② X
- 계산 결과와 비교하면 $K=\frac{3}{2}$가 틀리다.
- 틀린 표현은 $K=\frac{3}{2}$이다. 올바르게는 $K=\frac{5}{2}$이다.
- $s_3=-5$는 맞지만, K를 상수항 $4a=8K$에서 구하지 않으면 이 오답을 고르기 쉽다.

③ X
- 계산 결과와 비교하면 $s_3=-10$이 틀리다.
- 틀린 표현은 $s_3=-10$이다. 올바르게는 $s_3=-5$이다.
- $K=\frac{5}{2}$는 맞지만, s^2의 계수 비교 $a+2=7$을 놓치면 -10으로 잘못 연결하기 쉽다.

④ O
- $K=\frac{5}{2}$, $s_3=-5$가 계수 비교 결과와 정확히 일치한다.
- 비우세극점 -5는 우세극점의 실수부 -1보다 충분히 왼쪽에 있어 비우세극점 조건에도 맞는다.

계산 결과 $K=\frac{5}{2}$, $s_3=-5$이므로 정답은 4번이다.

오답 포인트

감쇠비 0.5만 보고 바로 극점을 쓰지 못하거나, 우세극점의 실수부 -1에서 $\zeta\omega_n=1$을 세우지 못하면 처음부터 어긋난다. 또 우세 2차항을 구한 뒤 마지막 실근을 감으로 정하면 -10 같은 오답이 나온다. 이 문제는 반드시 3차식 계수 비교까지 마쳐야 한다.

다시 나오면 이렇게 판단

폐루프 극점 조건 문제는 먼저 특성방정식을 만든다. 다음으로 주어진 감쇠비와 실수부에서 우세 2차항 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$를 복원한다. 마지막으로 남은 1차항을 곱해 전체 다항식을 만들고 계수를 비교하면 K와 나머지 극점이 정리된다.

암기 포인트

실수부 $-\zeta\omega_n$, 표준형 $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$, 마지막은 계수 비교라는 순서로 묶어 기억한다.

NoteBase

문 22. 다음 상태공간 방정식을 갖는 제어시스템의 전달함수 $\frac{Y(s)}{U(s)}$는?

bmatrixx_1(t) \ x_2(t)bmatrix=bmatrix-1 & -3 \ -2 & 0bmatrixbmatrixx_1(t) \ x_2(t)bmatrix+bmatrix2 \ 5bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix4 & 1bmatrixbmatrixx_1(t) \ x_2(t)bmatrix

① $\frac{13s-40}{s^2+2s-5}$
② $\frac{13s-59}{s^2+s-6}$
③ $\frac{13s-48}{s^2+s-6}$
④ $\frac{19}{s^2+2s-6}$

정답 2번

출제 포인트

이 문제는 상태공간 표현에서 $G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$를 이용해 전달함수를 구하는 문제이다.

조건 정리

주어진 행렬은 A=bmatrix-1 & -3 \ -2 & 0bmatrix, B=bmatrix2 \ 5bmatrix, C=bmatrix4 & 1bmatrix이다.
출력식에 직접전달항이 없으므로 $D=0$이다.
구해야 할 값은 $G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}$이다.

사용할 공식

전달함수는
$G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$
이다.
이 문제는 선형 시불변 상태방정식이 그대로 주어졌으므로 $sI-A$를 만든 뒤 역행렬을 구하면 된다.

계산 과정

sI-A=bmatrixs+1 & 3 \ 2 & sbmatrix
$\det(sI-A)=s(s+1)-3\cdot 2=s^2+s-6$
(sI-A)^-1=(1)/(s^2+s-6)bmatrixs & -3 \ -2 & s+1bmatrix
따라서
(sI-A)^-1B=(1)/(s^2+s-6)bmatrix2s-15 \ 5s+1bmatrix
이고,
G(s)=bmatrix4 & 1bmatrix(1)/(s^2+s-6)bmatrix2s-15 \ 5s+1bmatrix=(13s-59)/(s^2+s-6)
이다.

NoteBase

선지별 해설

① X. 분모는 항상 $\det(sI-A)$이므로 s^2+s-6이어야 한다. ①의 s^2+2s-5는 $sI-A$를 잘못 만든 값이다. 올바르게는 $\frac{13s-59}{s^2+s-6}$이다.
② O. 계산 결과 $\frac{13s-59}{s^2+s-6}$와 정확히 일치한다.
③ X. 분모 s^2+s-6은 맞지만 분자 상수항이 틀렸다. $4(2s-15)+(5s+1)=13s-59$이므로 $13s-48$이 될 수 없다. 올바르게는 $\frac{13s-59}{s^2+s-6}$이다.
④ X. 분자는 $C(sI-A)^{-1}B$ 계산 결과이므로 s를 포함하는 1차식이 된다. ④는 분자를 상수 19로 두었고 분모도 s^2+2s-6으로 잘못 적었다. 올바르게는 $\frac{13s-59}{s^2+s-6}$이다.

오답 포인트

분모를 $\det(sI-A)$로 보지 않고 대각성분을 성급히 옮기면 ① 같은 오답이 나온다. 또 마지막에 C=bmatrix4 & 1bmatrix을 곱할 때 상수항 계산을 놓치면 ③처럼 분자만 틀리기 쉽다.

다시 나오면 이렇게 판단

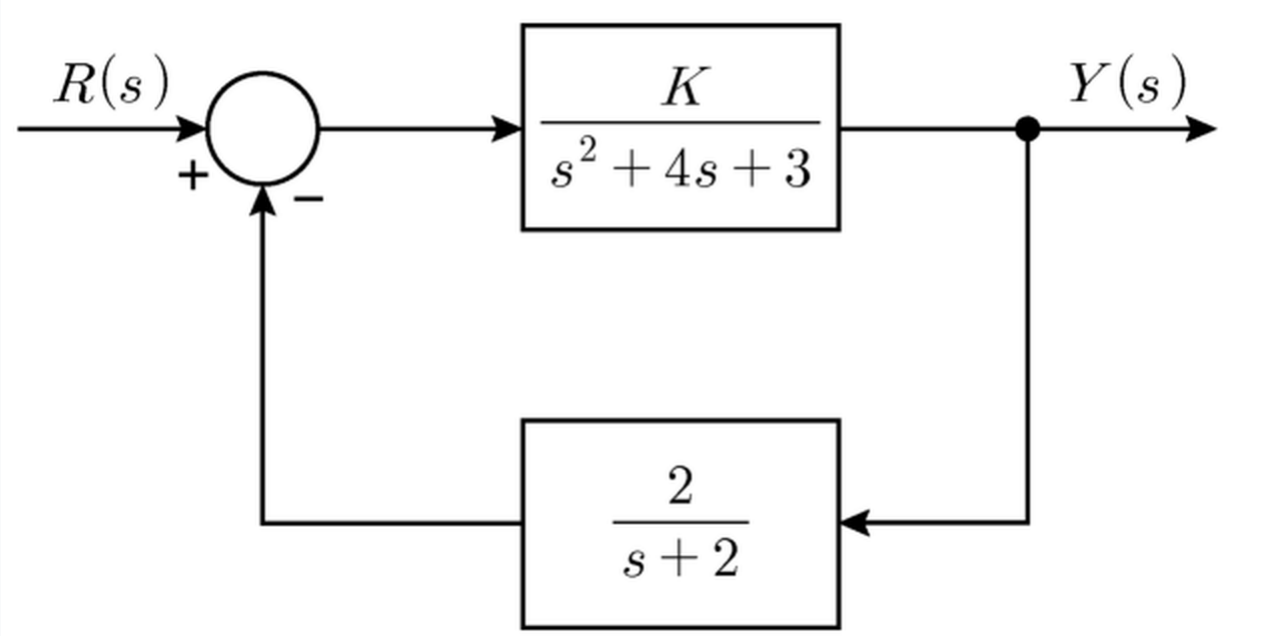
상태공간 전달함수 문제는 A, B, C, D를 먼저 분리한 뒤 $sI-A$ 작성, 행렬식으로 분모 확인, $(sI-A)^{-1}B$ 계산, 마지막에 C를 곱하는 순서로 판단한다.

암기 포인트

분모는 $\det(sI-A)$, 분자는 $C\text{adj}(sI-A)B$라는 구조를 기억하면 된다.

NoteBase

문 23. 다음 제어시스템이 안정하고, 단위계단입력에 대한 정상상태오차가 10 % 미만이 되기 위한 K의 범위는? (단, $K > 0$이다)



① $27 < K < 30$

② $0 < K < 30$

③ $K > 27$

④ $0 < K < 27$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 폐루프 안정조건과 단위계단입력에 대한 정상상태오차 조건을 함께 적용해 K의 범위를 구하는 문제이다.

조건 정리

- 전진경로 전달함수는 $G(s) = \frac{K}{s^2 + 4s + 3}$이다.
- 피드백 전달함수는 $H(s) = \frac{2}{s+2}$이다.
- 구해야 할 값은 시스템이 안정하고 정상상태오차가 10% 미만이 되는 K의 범위이다.
- 문제의 조건은 $K > 0$이다.

NoteBase

사용할 공식

$1 + G(s)H(s) = 0$
$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}, \quad K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s)$
이 공식을 쓰는 이유는 폐루프 안정성은 특성방정식으로 판단하고, 단위계단입력의 정상상태오차는 위치오차상수 K_p로 바로 구할 수 있기 때문이다.

계산 과정

1. 안정조건을 구한다.
$1 + \frac{K}{s^2+4s+3} \cdot \frac{2}{s+2} = 0$
$(s^2 + 4s + 3)(s + 2) + 2K = 0$
$s^3 + 6s^2 + 11s + (6 + 2K) = 0$
3차식 $s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$의 안정조건은 계수가 양수이고 $a_2 a_1 > a_0$이어야 한다.
따라서 $6 + 2K > 0$와 $6 \cdot 11 > 6 + 2K$이므로 $K > -3, K < 30$이다. 문제의 조건 $K > 0$을 반영하면 안정조건은 $0 < K < 30$이다.

2. 정상상태오차 조건을 구한다.
$K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \frac{K}{3}$
피드백 경로의 직류이득은 $H(0) = 1$이므로 단위계단입력에 대한 정상상태오차는
$e_{ss} = \frac{1}{1+K/3} = \frac{3}{K+3}$
이다.

3. 오차가 10% 미만이 되도록 한다.
$\frac{3}{K+3} < 0.1$
$30 < K + 3$
$K > 27$

4. 두 조건을 동시에 만족시킨다.
안정조건 $0 < K < 30$과 오차조건 $K > 27$을 결합하면
$27 < K < 30$
이다.

NoteBase

선지 판단

① O
- 계산 결과가 $27 < K < 30$이므로 옳다.

② X
- $0 < K < 30$은 안정조건만 반영한 범위이다. 정상상태오차가 10% 미만이라는 조건이 빠져 있다.
- 틀린 표현은 "$0 < K < 30$" 전체 범위이다. 올바르게는 "안정조건만 보면 $0 < K < 30$, 오차조건까지 포함하면 $27 < K < 30$"이다.

③ X
- $K > 27$은 정상상태오차 조건만 반영한 범위이다. 폐루프 안정조건인 $K < 30$이 빠져 있다.
- 틀린 표현은 "$K > 27$"이다. 올바르게는 "정상상태오차만 보면 $K > 27$, 안정조건까지 포함하면 $27 < K < 30$"이다.

④ X
- $0 < K < 27$이면 $e_{ss} = \frac{3}{K+3} \geq 0.1$이 되어 오차가 10% 미만이라는 조건을 만족하지 못한다.
- 틀린 표현은 "$0 < K < 27$"이다. 올바르게는 "오차 10% 미만 조건은 $K > 27$이며, 안정조건과 함께 보면 $27 < K < 30$"이다.

오답 포인트

이 문항의 함정은 안정조건과 정상상태오차 조건을 따로 구한 뒤 교집합을 취해야 한다는 점이다. ②는 안정조건만 보고 멈춘 경우의 오답이고, ③은 오차조건만 보고 상한 $K < 30$을 놓친 경우의 오답이다.

다시 나오면 이렇게 판단

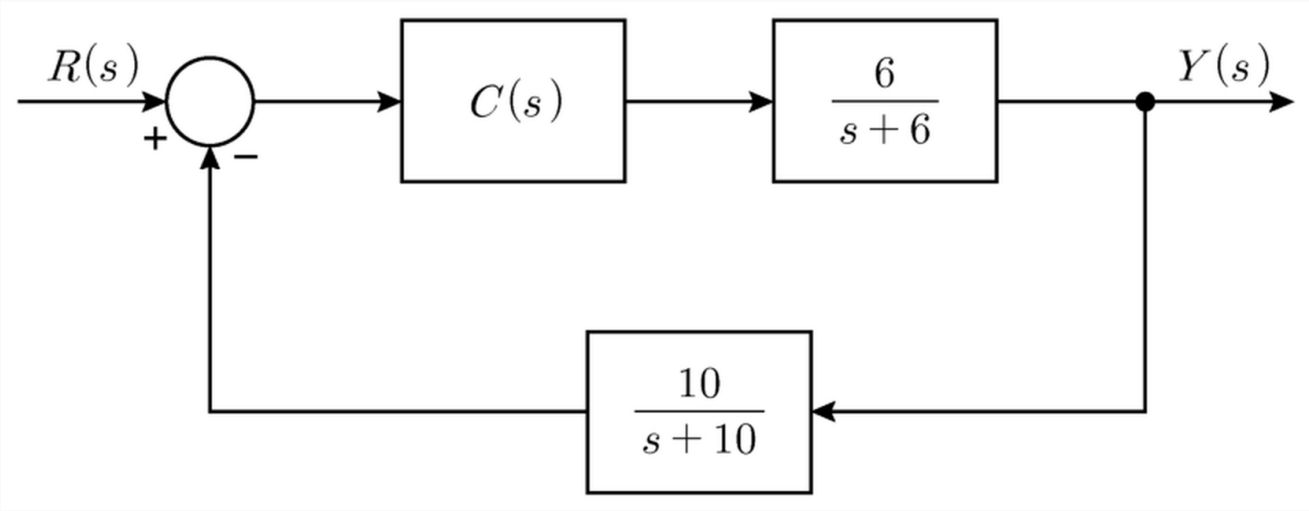
블록선도에서 K의 범위를 묻는 문제는 먼저 특성방정식으로 안정범위를 구하고, 다음으로 정상상태오차나 응답조건을 식으로 만든 뒤 마지막에 두 범위의 교집합을 취하면 된다.

암기 포인트

범위 문제는 안정조건과 성능조건을 따로 구한 뒤 반드시 교집합으로 마무리한다.

NoteBase

문 24. 다음 폐루프 제어시스템에서 단위계단입력에 대한 정상상태오차가 0.5가 되는 지상보상기 $C(s)$는?



① $\frac{1}{7}\left(\frac{s+7}{s+1}\right)$
② $7\left(\frac{s+1}{s+7}\right)$
③ $7\left(\frac{s+7}{s+1}\right)$
④ $\frac{s+70}{s+10}$

정답 1번

출제 포인트

이 문제는 비단위 피드백 폐루프계의 단위계단 정상상태오차를 이용해 $C(s)$의 직류이득을 구하고, 그 보상기가 지상보상기인지까지 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 전진경로는 $G(s) = C(s) \cdot \frac{6}{s+6}$이다.
주어진 피드백 경로는 $H(s) = \frac{10}{s+10}$이다.
구해야 할 값은 단위계단입력에 대해 정상상태오차가 0.5가 되게 하는 지상보상기 $C(s)$이다.
$\frac{6}{s+6}$와 $\frac{10}{s+10}$의 직류이득은 모두 1이다.

NoteBase

사용할 공식

오차 전달식은 $E(s)=\frac{R(s)}{1+G(s)H(s)}$이다.
단위계단입력 $R(s)=\frac{1}{s}$에 대한 정상상태오차는
$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{1}{1+G(s)H(s)}$
이다.
이 공식을 쓰는 이유는 그림이 음의 피드백 폐루프계이고, 문제에서 묻는 값이 단위계단입력에 대한 정상상태오차이기 때문이다.

계산 과정

1. $e_{ss}=0.5$이므로
$0.5=\frac{1}{1+G(0)H(0)}$
이다.
2. 따라서 $1+G(0)H(0)=2$, 즉 $G(0)H(0)=1$이다.
3. $\frac{6}{s+6}$와 $\frac{10}{s+10}$의 직류이득이 각각 1이므로 $G(0)H(0)=C(0)$가 된다. 따라서 $C(0)=1$이어야 한다.
4. 선택지 중 $C(0)=1$인 것은 ①과 ②이다.
5. 지상보상기는 극이 영점보다 원점에 더 가까워야 한다. ①은 영점이 -7, 극이 -1이므로 지상보상기이고, ②는 영점이 -1, 극이 -7이므로 진상보상기이다.

선지별 해설

① O
$C(s)=\frac{1}{7}\frac{s+7}{s+1}$이면 $C(0)=\frac{1}{7}\cdot\frac{7}{1}=1$이므로 $e_{ss}=\frac{1}{1+1}=0.5$가 된다. 또 극 -1이 영점 -7보다 원점에 가까워 지상보상기이므로 조건을 모두 만족한다.

② X
$C(s)=7\frac{s+1}{s+7}$이면 $C(0)=7\cdot\frac{1}{7}=1$이라 정상상태오차 0.5 조건 자체는 만족한다. 그러나 영점이 -1, 극이 -7이므로 극보다 영점이 원점에 더 가깝다. 틀린 표현은 지상보상기 판정이며, 올바르게는 진상보상기이다.

③ X
$C(s)=7\frac{s+7}{s+1}$이면 극 -1, 영점 -7이라 지상보상기인 점은 맞다. 그러나 $C(0)=7\cdot\frac{7}{1}=49$이므로 $e_{ss}=\frac{1}{1+49}=0.02$가 된다. 틀린 표현은 정상상태오차 0.5 충족 여부이며, 올바르게는 직류이득이 1이어야 한다.

④ X
$C(s)=\frac{s+70}{s+10}$이면 영점 -70, 극 -10이어서 지상보상기이다. 그러나 $C(0)=\frac{70}{10}=7$이므로 $e_{ss}=\frac{1}{1+7}=0.125$가 된다. 틀린 표현은 정상상태오차 0.5 충족 여부이며, 올바르게는 직류이득이 1이어야 한다.

NoteBase

오답 포인트

이 문항의 함정은 정상상태오차 조건과 지상보상기 조건을 따로 보지 않고 하나만 확인하는 데 있다. ②는 $C(0)=1$이라 오차 조건은 맞지만 진상보상기이고, ③과 ④는 지상보상기이지만 직류이득이 1이 아니어서 오차 조건을 만족하지 못한다.

다시 나오면 이렇게 판단

비단위 피드백의 정상상태오차 문제는 먼저 $e_{ss}=\frac{1}{1+G(0)H(0)}$로 직류이득 조건을 구한 뒤, 그다음에 극과 영점의 상대적 위치로 진상인지 지상인지를 판별하면 된다.

암기 포인트

단위계단 정상상태오차가 0.5이면 $1+G(0)H(0)=2$이므로 직류루프이득은 1이다. 지상보상기는 극이 영점보다 원점에 더 가깝다.

NoteBase

문 25. 다음 상태공간 방정식으로 표현된 시스템에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, a는 상수이다)

x(t)=bmatrixa & 1\\0 & 0bmatrixx(t)+bmatrix0\\2bmatrixu(t)
y(t)=bmatrix3 & 1bmatrixx(t)

① a값에 상관없이 가제어하다.

② 가관측성은 a값에 의존한다.

③ $a = 0$일 때, 제어기 u(t)=-bmatrixk_1 & k_2bmatrixx(t)+r(t)를 갖는 폐루프 제어시스템의 특성방정식은 $s^2 + 2k_2s + 2k_1 = 0$이다.

④ $a = 0$일 때, 제어기 u(t)=-bmatrixk_1 & k_2bmatrixx(t)+r(t)를 갖는 폐루프 제어시스템의 단위계단입력에 대한 정상상태오차는 k_2값에 의존한다.

정답 4번

출제 포인트

이 문제는 상태공간모형의 가제어성, 가관측성, 상태궤환 폐루프의 특성방정식, 단위계단입력에 대한 정상상태오차를 판별하는 문제이다.

조건 정리

주어진 상태방정식은 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$이고
A=bmatrixa&1\\0&0bmatrix, B=bmatrix0\\2bmatrix, C=bmatrix3&1bmatrix
이다.
③, ④는 $a = 0$에서 상태궤환 $u(t) = -[k_1\ k_2]x(t) + r(t)$를 적용한 경우를 묻는다.

사용할 공식

가제어성은 가제어행렬 $\mathcal{C} = [B\ AB]$의 rank로 판단한다.
가관측성은 가관측행렬 O=bmatrixC\bmatrix의 rank로 판단한다.
폐루프 특성방정식은 $\det(sI - (A - BK)) = 0$으로 구한다.
정상상태오차는 안정한 계에서 $e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s)$ 또는 $e_{ss} = 1 - T(0)$로 판단할 수 있다.
이 공식을 쓰는 이유는 각 선지가 서로 다른 시스템 성질을 직접 묻고 있기 때문이다.

NoteBase

계산 과정

1. 가제어행렬은
AB=bmatrixa&1\\0&0bmatrixbmatrix0\\2bmatrix=bmatrix2\\0bmatrix,
C=bmatrix0&2\\2&0bmatrix
이므로 $\det(\mathcal{C}) = -4 \neq 0$이다.
2. 가관측행렬은
CA=bmatrix3&1bmatrixbmatrixa&1\\0&0bmatrix=bmatrix3a&3bmatrix,
O=bmatrix3&1\\3a&3bmatrix
이므로 $\det(\mathcal{O}) = 9 - 3a = 3(3 - a)$이다.
3. $a = 0$이면
A=bmatrix0&1\\0&0bmatrix,
BK=bmatrix0\\2bmatrixbmatrixk_1&k_2bmatrix=bmatrix0&0\\2k_1&2k_2bmatrix
이어서
A-BK=bmatrix0&1\\-2k_1&-2k_2bmatrix
이다. 따라서 특성방정식은
bmatrixs&-1\\2k_1&s+2k_2bmatrix=s^2+2k_2s+2k_1=0
이다.
4. 폐루프 전달함수는
$T(s) = C(sI - (A - BK))^{-1}B = \frac{2s + 6}{s^2 + 2k_2 s + 2k_1}$
이고, 단위계단입력 $R(s) = 1/s$에 대한 정상상태오차는
$e_{ss} = 1 - T(0) = 1 - \frac{6}{2k_1} = 1 - \frac{3}{k_1}$
이므로 k_1에 의존한다.

NoteBase

선지별 해설

① O

가제어행렬의 determinant가 -4로 0이 아니므로 rank가 2이다. 따라서 이 시스템은 a값과 무관하게 항상 가제어하다.

② O

가관측행렬의 determinant가 $3(3-a)$이므로 $a=3$이면 가관측이 아니고, $a \neq 3$이면 가관측이다. 따라서 가관측성은 a값에 의존한다.

③ O

$a=0$에서 상태궤환을 적용하면 폐루프 행렬은 A-BK=bmatrix0&1\\-2k_1&-2k_2bmatrix가 된다. 여기서 구한 특성방정식이 $s^2+2k_2s+2k_1=0$이므로 선지의 식은 맞다.

④ X

단위계단입력에 대한 정상상태오차는 $e_{ss}=1-3/k_1$이므로 k_1에 의존하고 k_2에는 직접 의존하지 않는다. 틀린 표현은 '정상상태오차는 k_2값에 의존한다'이고, 올바르게는 '정상상태오차는 k_1값에 의존한다'이다.

오답 포인트

④에서 폐루프 특성방정식의 감쇠항 계수 $2k_2$만 보고 정상상태오차도 k_2가 정한다고 착각하기 쉽다. 그러나 정상상태오차는 $s \to 0$에서의 DC 이득으로 판단하므로 이 문제에서는 $T(0)=3/k_1$만 남아 k_1이 핵심이다.

다시 나오면 이렇게 판단

상태공간 선지는 먼저 가제어행렬과 가관측행렬의 rank를 확인하고, 상태궤환이 나오면 $A-BK$를 만든 뒤 특성방정식과 $T(0)$를 따로 계산해 판단한다.

암기 포인트

가제어성은 $[B\ AB]$, 가관측성은 bmatrixC\bmatrix, 정상상태오차는 최종값과 DC 이득으로 정리된다.

NoteBase