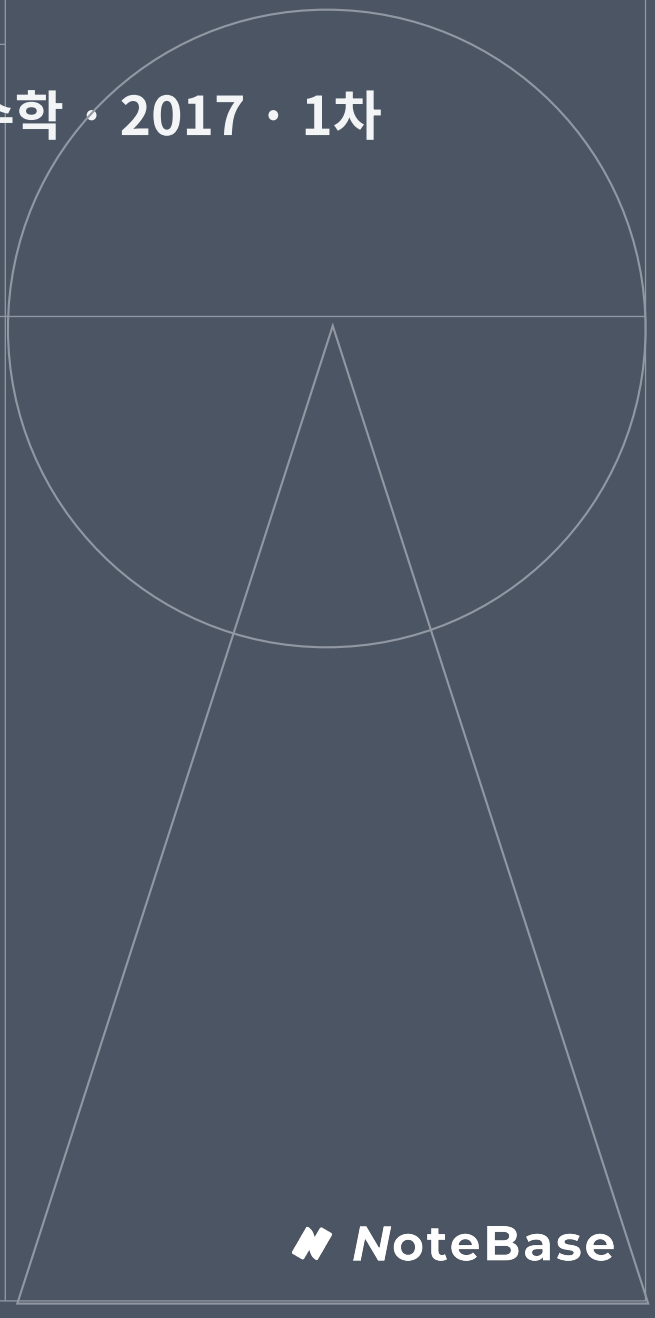
# 기출OX 해설집

공무원/경찰/공채(순경) · 수학 · 2017 · 1차



NoteBase

# 기출OX 해설집

## 공무원/경찰/공채(순경) · 수학 · 2017 · 1차

**공무원/경찰/공채(순경) · 수학 · 2017 · 1차**

**문 1. 이차방정식 $x^2 - 10x + 4k = 0$의 두 근의 비가 2:3일 때, 상수 $k$의 값은?**

① 4

② 5

③ 6

④ 7

**정답 3번**

**출제 포인트**

두 근의 비와 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용해 상수 $k$의 값을 구하는 문제이다.

**조건 정리**

두 근의 비가 2:3이므로 두 근을 $2t$, $3t$로 둔다. 두 근의 합은 10이고, 두 근의 곱은 $4k$이다.

**사용할 공식**

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$이다. 주어진 식에서 두 근의 합과 곱을 계수로 바로 나타낼 수 있으므로 이 공식을 사용한다.

**계산 과정**

두 근을 $2t$, $3t$로 두면 근의 합에서 $2t + 3t = 10$이므로 $5t = 10$, $t = 2$이다. 따라서 두 근은 4와 6이다. 근의 곱을 비교하면 $4 \times 6 = 4k$이므로 $24 = 4k$, $k = 6$이다.

**선지 판단**

① X — 선지의 값 4는 계산 결과 $k = 6$과 다르다. 올바르게는 6이다.
② X — 선지의 값 5는 계산 결과 $k = 6$과 다르다. 올바르게는 6이다.
③ O — 근의 합으로 두 근이 4와 6임을 구하고, 근의 곱 $4 \times 6 = 4k$를 적용하면 $k = 6$이다.
④ X — 선지의 값 7은 계산 결과 $k = 6$과 다르다. 올바르게는 6이다.

NoteBase

**오답 포인트**

두 근의 비 2:3을 두 근 자체로 보아 2와 3을 바로 대입하면 안 된다. 공통배수 $t$를 붙여 $2t$, $3t$로 두고, 합으로 $t$를 먼저 정해야 한다. 또한 근의 곱은 $k$가 아니라 상수항인 $4k$이다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

근의 비가 주어지면 두 근을 공통문자가 포함된 비례식으로 두고, 근의 합으로 공통문자를 구한 다음 근의 곱으로 미지의 계수를 결정한다.

**암기 포인트**

근의 비는 2 : 3이면 $2t$, $3t$로 두며, 이차방정식에서는 근의 합과 곱을 계수와 연결한다.

NoteBase

**문 2. 두 실수 $x, y$에 대하여, $x+y=3$이고 $x^3+y^3=9$일 때, $x^2+y^2$의 값은?**

① 5

② 8

③ 11

④ 14

**정답 1번**

**출제 포인트**

이 문제는 세제곱의 합 공식으로 $xy$를 구한 뒤, 합의 제곱 공식으로 $x^2+y^2$를 구하는 문제이다.

**조건 정리**

주어진 값은 $x+y=3$, $x^3+y^3=9$이다. 구해야 할 값은 $x^2+y^2$이다. 두 식을 연결하려면 먼저 $xy$를 구한다.

**사용할 공식**

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
첫 번째 공식은 주어진 $x+y$와 $x^3+y^3$으로 $xy$를 구할 수 있게 하고, 두 번째 공식은 $x+y$와 $xy$로 목표값을 구할 수 있게 한다.

**계산 과정**

세제곱의 합 공식에 조건을 대입하면
$9=3^3-3xy\cdot 3=27-9xy$
이므로 $9xy=18$, 따라서 $xy=2$이다. 이제
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\cdot 2=9-4=5$
이므로 구하는 값은 5이다.

**선지 판단**

① O — 계산 결과가 5이므로 맞는 선지이다.
② X — '8'은 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $x^2+y^2=5$이다.
③ X — '11'은 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $x^2+y^2=5$이다.
④ X — '14'는 계산 결과와 다르다. 올바르게는 $x^2+y^2=5$이다.

NoteBase

### 오답 포인트

$x^3+y^3$를 $(x+y)^3$과 같다고 보는 것이 핵심 함정이다. 실제로는 $(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$이므로 교차항 $3xy(x+y)$를 포함해야 한다. 또한 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서 $2xy$를 빼는 부호를 놓치면 안 된다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

합 $x+y$와 세제곱의 합 $x^3+y^3$이 주어지면 세제곱의 합 공식으로 $xy$를 먼저 구한다. 그다음 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에 대입하여 계산한다.

### 암기 포인트

세제곱의 합에서 $xy$를 찾고, 제곱의 합에서는 $2xy$를 뺀다.

NoteBase

**문 3.** $7a+5b=6ab$을 만족하는 두 양수 $a$, $b$의 곱 $ab$의 최솟값보다 작거나 같은 자연수의 개수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

**정답 2번**

### 출제 포인트

이 문제는 산술평균과 기하평균의 관계로 $ab$의 최솟값을 구한 뒤, 그 값 이하인 자연수의 개수를 세는 문제이다.

### 조건 정리

주어진 조건은 $a>0$, $b>0$, $7a+5b=6ab$이다. 구해야 할 것은 $ab$의 최솟값 이하인 자연수의 개수이다.

### 사용할 공식

양수 $x$, $y$에 대하여 $x+y\geq 2\sqrt{xy}$이고, 등호는 $x=y$일 때 성립한다. $7a$와 $5b$가 모두 양수이므로 이 관계를 적용할 수 있다.

### 계산 과정

$7a+5b\geq 2\sqrt{35ab}$이고 $7a+5b=6ab$이므로

$6ab\geq 2\sqrt{35ab}$

이다. $t=ab>0$로 놓으면 $3t\geq\sqrt{35t}$이므로, 양변을 제곱하고 $t$로 나누어

$9t^2\geq 35t,\qquad t\geq\frac{35}{9}$

을 얻는다. 등호 조건 $7a=5b$와 주어진 식을 함께 만족하는 값은 $a=\frac{5}{3}$, $b=\frac{7}{3}$이므로 $ab=\frac{35}{9}$가 실제 최솟값이다. $\frac{35}{9}=3+\frac{8}{9}$이므로 이 값 이하인 자연수는 1, 2, 3의 3개이다.

### 선지 판단

① X — 2개가 아니라 1, 2, 3의 3개이다. 따라서 올바른 값은 3이다.

② O — $ab$의 최솟값 $\frac{35}{9}$ 이하인 자연수가 1, 2, 3으로 정확히 3개이다.

③ X — 4는 $\frac{35}{9}$보다 크므로 포함되지 않는다. 따라서 4개가 아니라 3개이다.

④ X — 4와 5가 모두 $\frac{35}{9}$보다 크므로 포함되지 않는다. 따라서 5개가 아니라 3개이다.

NoteBase

### 오답 포인트

최솟값 $\frac{35}{9}$를 구하는 데서 끝내지 않고, 그 값 이하인 자연수의 개수를 다시 세어야 한다. 특히 0을 자연수에 포함하거나 $\frac{35}{9}$를 4로 올림하면 4개라고 잘못 세어 ③을 고르게 된다. 이 문항에서 세는 자연수는 1부터 시작하며 4는 범위 밖이다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

양수 두 항의 합과 곱이 연결된 최솟값 문제에서는 산술평균과 기하평균의 관계를 적용하고, 등호 조건이 실제로 성립하는지 확인한다. 마지막에는 문제에서 요구한 것이 최솟값 자체인지 그 값 이하의 정수 개수인지 구분한다.

### 암기 포인트

양수의 합에는 산술평균과 기하평균의 관계를 적용하고, 최솟값은 등호 조건까지 확인한다. $\frac{35}{9}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3이다.

NoteBase

**문 4. 다항식 $P(x)$을 $x^2-8x+12$로 나누었을 때의 나머지가 $2x+1$이고, $(x^2+1)P(x+3)$을 $x^2-2x-3$으로 나누었을 때의 나머지가 $R(x)$일 때, $R(3)-2R(1)$의 값은?**

① $-40$

② $-30$

③ $-20$

④ $-10$

**정답 4번**

### 출제 포인트

나누는 다항식의 근을 대입하여 원래 다항식과 나머지의 값을 연결하고, 일차식인 나머지의 중점 성질을 이용하는 문제이다.

### 조건 정리

$x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$이므로 $P(2)=5, P(6)=13$이다.
또한 $x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$이고, 나머지 $R(x)$는 차수가 2보다 작은 일차 이하의 다항식이다.

### 사용할 공식

다항식 $F(x)$를 $(x-a)(x-b)$로 나눈 나머지가 $S(x)$이면 $F(a)=S(a), F(b)=S(b)$이다. 이는 $F(x)-S(x)$가 $(x-a)(x-b)$의 배수이기 때문이다.
또한 일차함수는 두 점의 중점에서 함숫값도 두 함숫값의 평균이 된다.

### 계산 과정

$Q(x)=(x^2+1)P(x+3)$라고 두면 $Q(x)$를 $(x-3)(x+1)$로 나눈 나머지가 $R(x)$이다.
$R(3)=Q(3)=(3^2+1)P(6)=10\cdot 13=130$
$R(-1)=Q(-1)=((-1)^2+1)P(2)=2\cdot 5=10$
$R(x)$는 일차 이하이고 1은 $-1$과 3의 중점이므로
$R(1)=\frac{R(-1)+R(3)}{2}=\frac{10+130}{2}=70$
따라서
$R(3)-2R(1)=130-2\cdot 70=-10$이다.

NoteBase

**선지 판단**

① X — 계산값은 $-10$이므로 $-40$은 일치하지 않는다. 틀린 값 $-40$은 올바르게는 $-10$이다.
② X — 계산값은 $-10$이므로 $-30$은 일치하지 않는다. 틀린 값 $-30$은 올바르게는 $-10$이다.
③ X — 계산값은 $-10$이므로 $-20$은 일치하지 않는다. 틀린 값 $-20$은 올바르게는 $-10$이다.
④ O — 계산 결과 $R(3)-2R(1)=-10$이므로 일치한다.

**오답 포인트**

두 나눗셈의 근을 혼동하기 쉽다. 첫 번째 나눗셈에서는 $P(2)$와 $P(6)$을 구하고, 두 번째 나눗셈에서는 $R(-1)$과 $R(3)$을 구한다. 또한 $R(1)$을 구할 때 1이 $-1$과 3의 중점이라는 점을 놓치면 불필요하게 $R(x)$의 계수를 따로 구하게 된다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

다항식의 나머지 문제에서는 먼저 나누는 식을 인수분해하고 그 근을 대입한다. 나머지가 일차식이면 두 근에서 얻은 함숫값으로 필요한 값을 보간하며, 구하려는 점이 두 근의 중점이면 두 함숫값의 평균을 사용한다.

**암기 포인트**

나머지는 나누는 식의 근에서 원래 다항식과 같은 값을 가지며, 일차식은 중점에서 함숫값도 평균이 된다.

NoteBase

**문 5. 실수 $a$에 대하여 $\frac{\sqrt{2a+2}}{\sqrt{2a-2}} = -\sqrt{\frac{2a+2}{2a-2}}$을 만족할 때, $|a-1| - |a+1|$의 값은?**

① $2a$

② $2$

③ $-2$

④ $-2a$

**정답 4번**

**출제 포인트**

복소수 범위의 주제곱근에서 근호의 부호를 비교해 $a$의 범위를 구한 뒤 절댓값을 정리하는 문제이다.

**조건 정리**

분모의 $\sqrt{2a-2}$가 0이 아니어야 한다. 주어진 등식이 성립하려면 2a+2≥0이고 $2a-2<0$인 경우를 살펴야 하므로 $-1 \le a < 1$이다. 이 범위에서는 $\sqrt{2a-2} = i\sqrt{2-2a}$가 된다.

**사용할 공식**

음수 $-t$에 대한 주제곱근은 $t>0$일 때 $\sqrt{-t} = i\sqrt{t}$이다. 또한 $x<0$이면 $|x| = -x$, x≥0이면 $|x| = x$이다.

**계산 과정**

1. $-1 \le a < 1$에서는
$\sqrt{2a-2} = i\sqrt{2-2a}$
이므로 좌변은
$\frac{\sqrt{2a+2}}{i\sqrt{2-2a}} = -i\sqrt{\frac{2a+2}{2-2a}}$
가 되어 우변과 일치한다.
2. 이 범위에서 $a-1<0$, a+1≥0이므로
$|a-1| = 1-a, \qquad |a+1| = a+1$
이다.
3. 따라서
$|a-1| - |a+1| = (1-a) - (a+1) = -2a$
이다.

NoteBase

### 선지 판단

① X — 절댓값을 모두 양의 식으로 바꾸어 더하면 안 된다. 올바른 값은 $-2a$이다.
② X — 계산 결과는 상수 2가 아니라 $-2a$이다.
③ X — 계산 결과는 상수 $-2$가 아니라 $-2a$이다.
④ O — $(1-a)-(a+1)=-2a$이므로 맞다.

### 오답 포인트

근호를 실수 범위에서만 해석하면 주어진 등식이 성립하지 않는 것처럼 보인다. 이 문항은 음수의 제곱근을 주제곱근으로 다루는 복소수 범위의 해석이 필요하다. 또한 구한 범위에서 $a-1$과 $a+1$의 부호를 각각 판단해야 한다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

음수의 제곱근이 포함된 등식은 먼저 주제곱근의 $i$와 부호를 정리하여 성립 범위를 구한다. 그 범위에서 절댓값 안의 각 식의 부호를 따로 판정한다.

### 암기 포인트

$-1 \le a < 1$이면 $|a-1|=1-a$, $|a+1|=a+1$이므로 두 식의 차는 $-2a$이다.

NoteBase

**문 6. 원 $(x-3)^2+(y-4)^2=4$ 위를 움직이는 점 $P(x, y)$에 대하여 $\frac{y}{x}$의 최댓값을 $M$, 최솟값을 $m$이라고 할 때, $Mm+M+m$의 값은?**

① $\frac{34}{5}$
② $\frac{36}{5}$
③ $\frac{38}{5}$
④ 8

**정답 2번**

### 출제 포인트

원 위의 점과 원점을 잇는 직선의 기울기 $y/x$가 최대 또는 최소가 될 때 그 직선이 원에 접한다는 사실을 이용하는 문제이다.

### 조건 정리

원의 중심은 (3, 4), 반지름은 2이다. 원 위에서는 1≤ x≤5이므로 $x>0$이고, $y/x$는 원점과 점 $P$를 잇는 직선의 기울기이다. 구해야 할 값은 두 극값의 곱과 합인 $Mm+M+m$이다.

### 사용할 공식

기울기를 $k=y/x$라 두면 직선은 $y=kx$이다. 이를 원의 방정식에 대입해 얻은 $x$에 관한 이차방정식이 중근을 가질 때 직선이 원에 접하므로 판별식 $D=0$을 사용한다. 이때 얻는 $k$의 두 값이 각각 $M$과 $m$이다.

### 계산 과정

$y=kx$를 원의 방정식에 대입하면
$(x-3)^2+(kx-4)^2=4$
$(1+k^2)x^2-(6+8k)x+21=0$
이다. 접할 조건인 판별식 $D=0$을 적용하면
$(6+8k)^2-84(1+k^2)=0$
$5k^2-24k+12=0$
을 얻는다. 두 근이 $M, m$이므로 비에타 정리에 따라
$M+m=\frac{24}{5}, \quad Mm=\frac{12}{5}$
이다. 따라서
$Mm+M+m=\frac{12}{5}+\frac{24}{5}=\frac{36}{5}$
이다.

NoteBase

### 선지 판단

① X — $\frac{34}{5}$는 계산 결과와 일치하지 않는다. 틀린 값 $\frac{34}{5}$ → 올바르게는 $\frac{36}{5}$이다.
② O — $Mm = \frac{12}{5}$, $M + m = \frac{24}{5}$이므로 합은 $\frac{36}{5}$이다.
③ X — $\frac{38}{5}$는 계산 결과와 일치하지 않는다. 틀린 값 $\frac{38}{5}$ → 올바르게는 $\frac{36}{5}$이다.
④ X — 8은 $\frac{40}{5}$이므로 계산 결과보다 $\frac{4}{5}$ 크다. 틀린 값 8 → 올바르게는 $\frac{36}{5}$이다.

### 오답 포인트

$M$과 $m$을 각각 직접 구할 필요는 없다. $5k^2 - 24k + 12 = 0$에서 근의 합과 곱을 서로 바꾸거나, $Mm + M + m$에서 곱 또는 합을 빠뜨리면 오답이 된다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

원 위의 점에 대한 기울기의 극값은 원점을 지나는 직선 $y = kx$를 세운 뒤, 원과 직선이 접하도록 판별식을 0으로 둔다. 극값의 합과 곱만 묻는 경우에는 기울기를 직접 구하지 않고 비에타 정리를 적용한다.

### 암기 포인트

기울기의 극값은 접선에서 생기며, 두 극값의 합과 곱은 비에타 정리로 바로 구한다.

NoteBase

**문 7. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$의 해가 $-1 < x < 3$일 때, $a^2b$의 값은?**

① 24

② 6

③ −12

④ −30

**정답 3번**

**출제 포인트**

이 문제는 이차부등식의 해 구간에서 두 근을 찾고, 근과 계수의 관계로 $a$, $b$를 구하는 문제이다.

**조건 정리**

주어진 이차식은 최고차항의 계수가 양수인 $x^2 + ax + b$이다.
부등식의 해가 $-1 < x < 3$이므로 경계값 $-1$, 3은 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 두 근이다.
구해야 할 값은 $a^2b$이다.

**사용할 공식**

두 근이 $\alpha$, $\beta$인 최고차항의 계수가 1인 이차식은
$(x - \alpha)(x - \beta) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$
로 나타낸다. 이 문제에서는 이차식이 두 경계값에서 0이 되고, 최고차항의 계수가 양수이므로 두 근 사이에서 음수가 된다.

**계산 과정**

두 근이 $-1$, 3이므로
$x^2 + ax + b = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$
이다. 따라서 $a = -2$, $b = -3$이다.
$a^2b = (-2)^2 \times (-3) = 4 \times (-3) = -12$
이므로 구하는 값은 $-12$이다.

**선지 판단**

① X — 24는 계산 결과 $-12$와 다르다. 올바른 값은 $-12$이다.
② X — 6은 계산 결과 $-12$와 다르다. 올바른 값은 $-12$이다.
③ O — $a = -2$, $b = -3$을 대입하면 $a^2b = -12$이므로 계산 결과와 일치한다.
④ X — $-30$은 계산 결과 $-12$와 다르다. 올바른 값은 $-12$이다.

NoteBase

**오답 포인트**

해 구간의 양 끝 $-1, 3$을 계수 $a$, $b$로 바로 착각하면 안 된다. 두 값은 이차방정식의 근이므로 먼저 $(x+1)(x-3)$으로 인수분해 형태를 만들고 계수를 비교해야 한다. 또한 $a^2b$에서는 $a$만 제곱되므로 $b=-3$의 음수가 그대로 남는다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

이차부등식의 해가 두 경계값 사이로 주어지면 경계값을 이차방정식의 두 근으로 잡고, 인수분해식 전개 → 계수 비교 → 요구식 대입의 순서로 판단한다.

**암기 포인트**

해 구간의 경계는 두 근이다. 두 근이 $r_1$, $r_2$이면 최고차항의 계수가 1인 이차식은 $(x-r_1)(x-r_2)$이다.

NoteBase

**문 8. 세 실수 $x, y, z$에 대하여, $x-2y-z=0$이고 $3x+y+z=0$일 때, $\frac{x^2-4y^2+z^2}{2xy-3xz+yz}$의 값은? (단, $xyz \neq 0$이다.)**

① $-14$

② $-4$

③ $4$

④ $14$

**정답 1번**

**출제 포인트**

두 일차방정식에서 $x, y, z$의 비를 구한 뒤, 동차식의 분자와 분모에 대입하여 식의 값을 계산하는 문제이다.

**조건 정리**

주어진 조건은 $x-2y-z=0$, $3x+y+z=0$이다. 구해야 할 값은 $\frac{x^2-4y^2+z^2}{2xy-3xz+yz}$이다. 또한 $xyz \neq 0$이므로 세 변수는 모두 0이 아니다.

**사용할 공식**

첫째 식에서 $x=2y+z$로 정리하여 둘째 식에 대입한다. 분자와 분모가 모두 이차 동차식이므로 $x:y:z$의 비만 알면 공통배수가 약분되어 식의 값이 결정된다.

NoteBase

**계산 과정**

$x = 2y + z$를 $3x + y + z = 0$에 대입하면

$3(2y + z) + y + z = 0$
$7y + 4z = 0$

이므로 $z = -\frac{7}{4}y$이다. 따라서 $y = 4t$로 놓으면 $x = t$, $z = -7t$이고, $xyz \neq 0$에서 $t \neq 0$이다. 이를 분자에 대입하면

$x^2 - 4y^2 + z^2 = t^2 - 4(4t)^2 + (-7t)^2 = -14t^2$

이고, 분모에 대입하면

$2xy - 3xz + yz = 2(t)(4t) - 3(t)(-7t) + (4t)(-7t) = t^2$

이다. 따라서 주어진 식의 값은 $\frac{-14t^2}{t^2} = -14$이다.

**선지 판단**

① O — 계산값이 $-14$이므로 옳다.
② X — $-4$는 계산값과 다르다. 틀린 값 $-4$를 올바르게 고치면 $-14$이다.
③ X — 4는 계산값과 다르다. 틀린 값 4를 올바르게 고치면 $-14$이다.
④ X — 14는 분자의 음의 부호를 놓친 값이다. 틀린 값 14를 올바르게 고치면 $-14$이다.

**오답 포인트**

$z = -7t$의 음의 부호를 놓치면 분모의 $-3xz$와 $yz$의 부호가 함께 달라진다. 특히 분자는 $-14t^2$이므로 마지막에 부호를 빠뜨려 ④의 14를 고르지 않도록 한다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

변수의 개수보다 독립인 일차조건이 하나 적고 구하려는 식의 분자·분모 차수가 같으면, 먼저 변수의 비를 구해 가장 간단한 매개변수 형태로 놓은 뒤 대입한다.

**암기 포인트**

같은 차수의 동차식끼리의 비는 변수의 공통배수와 관계없이 변수의 비로 결정된다.

NoteBase

**문 9. 자연수 $k$에 대하여, $S(k)=\sqrt{2k+1-2\sqrt{k^2+k}}$라 하자. 이때, $\sum_{k=1}^{2017} S(k)$의 값보다 작은 소수(prime number)의 개수는? (단, 소수는 1과 자기 자신만으로 나누어떨어지는 1보다 큰 자연수이다.)**

① 12

② 13

③ 14

④ 15

**정답 3번**

**출제 포인트**

근호 안을 완전제곱식으로 바꾸어 $S(k)$를 단순화하고, 망원합을 계산한 뒤 그 값보다 작은 소수의 개수를 구하는 문제이다.

**조건 정리**

주어진 식은 $S(k)=\sqrt{2k+1-2\sqrt{k^2+k}}$이다. 구해야 할 것은 $\sum_{k=1}^{2017} S(k)$보다 작은 소수의 개수이다. $k$가 자연수이므로 $\sqrt{k+1}-\sqrt{k}>0$임에 주의한다.

**사용할 공식**

$(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})^2=(k+1)+k-2\sqrt{k(k+1)}=2k+1-2\sqrt{k^2+k}$
따라서 제곱근의 양의 값을 취하면 $S(k)=\sqrt{k+1}-\sqrt{k}$이다. 이 꼴을 사용하면 이웃한 항의 $+\sqrt{k+1}$과 $-\sqrt{k+1}$이 차례로 소거된다.

**계산 과정**

$\sum_{k=1}^{2017} S(k)=\sum_{k=1}^{2017}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$
=(2-1)+(3-2)+⋯+(√(2018)-√(2017))=√(2018)-1
$44^2=1936<2018<2025=45^2$이므로 $43<\sqrt{2018}-1<44$이다. 따라서 이 값보다 작은 소수는 43 이하의 소수와 같다.
2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43으로 모두 14개이다.

NoteBase

### 선지 판단

① X — 12는 37 이하의 소수만 센 값이다. 41과 43도 $\sqrt{2018}-1$보다 작으므로 올바른 개수는 14이다. 틀린 표현 '12'는 '14'로 고쳐야 한다.
② X — 13은 41까지 세고 43을 빠뜨린 값이다. $43<\sqrt{2018}-1$이므로 올바른 개수는 14이다. 틀린 표현 '13'은 '14'로 고쳐야 한다.
③ O — 43 이하의 소수는 모두 14개이므로 계산 결과와 일치한다.
④ X — 15는 소수가 아닌 1까지 포함하면 나올 수 있는 값이다. 1은 소수가 아니므로 올바른 개수는 14이다. 틀린 표현 '15'는 '14'로 고쳐야 한다.

### 오답 포인트

합을 대략 44로만 보고 경계값 43을 누락하기 쉽다. 또한 소수의 개수를 셀 때 1을 포함하면 안 된다. 이 문제에서는 $43<\sqrt{2018}-1<44$이므로 43은 포함되고 44는 소수가 아니며, 1도 소수가 아니다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

중첩근호가 $a+b-2\sqrt{ab}$ 꼴이면 ( a- b)^2인지 먼저 확인한다. 합이 연속된 제곱근의 차로 바뀌면 처음 항과 마지막 항만 남기고, 마지막에는 연속한 두 정수의 제곱으로 값의 범위를 정해 경계에 있는 소수의 포함 여부를 판단한다.

### 암기 포인트

a+b-2√(ab)=| a- b|이고, 연속항의 차의 합은 중간항이 소거된다. 소수는 1을 포함하지 않는다.

NoteBase

**문 10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여**
$f\left(\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{1}{2}-x\right)$
**을 만족한다. 함수 $f(x)$가 $x$축과 서로 다른 네 점 $a, b, c, d$에서만 만날 때, $2a+b+c+2d$의 값은? (단, $a<b<c<d$이다.)**

① 4

② 6

③ 8

④ 10

**정답 2번**

**출제 포인트**

함수의 대칭 조건에서 대칭축을 찾고, 네 영점을 대칭인 두 쌍으로 묶어 식의 값을 계산하는 문제이다.

**조건 정리**

주어진 조건: 모든 실수 $x$에 대하여 $f\left(\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{1}{2}-x\right)$이다.
구해야 할 값: $2a+b+c+2d$이다.
주의할 조건: $a<b<c<d$이고 네 점은 모두 $x$축과의 교점이므로 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)=0$이다.

**사용할 공식**

$t=\frac{3}{2}+x$로 놓으면 $\frac{1}{2}-x=2-t$이므로 주어진 식은 $f(t)=f(2-t)$가 된다. 이는 함수의 그래프가 직선 $x=1$에 대하여 대칭임을 뜻한다. 따라서 대칭인 두 영점의 합은 각각 2이다.

**계산 과정**

1. 네 영점은 대칭축 $x=1$을 기준으로 바깥쪽의 $a, d$, 안쪽의 $b, c$가 각각 한 쌍을 이룬다.
2. 따라서 $a+d=2, b+c=2$이다.
3. $2a+b+c+2d=2(a+d)+(b+c)=2\cdot 2+2=6$이다.

**선지 판단**

① X — 계산 결과는 4가 아니라 6이다. 즉, 4 → 6으로 고쳐야 한다.
② O — $2(a+d)+(b+c)=2\cdot 2+2=6$이므로 옳다.
③ X — 계산 결과는 8이 아니라 6이다. 즉, 8 → 6으로 고쳐야 한다.
④ X — 계산 결과는 10이 아니라 6이다. 즉, 10 → 6으로 고쳐야 한다.

NoteBase

**오답 포인트**

주어진 두 입력값 $\frac{3}{2}+x$와 $\frac{1}{2}-x$의 평균이 항상 1이라는 점을 놓치면 대칭축을 잘못 정하게 된다. 또한 $a+d=2, b+c=2$를 구한 뒤 계수 2가 붙은 항은 $2a+2d=2(a+d)$로 묶어야 한다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

$f(u)=f(v)$ 꼴에서 $u+v$가 일정하면 대칭축은 두 입력의 평균 $\frac{u+v}{2}$이다. 영점들을 대칭인 쌍으로 묶어 각 쌍의 합을 먼저 구한 뒤 목표식을 변형한다.

**암기 포인트**

$f(t)=f(2h-t)$이면 대칭축은 $x=h$이고, 대칭인 두 영점의 합은 $2h$이다.

NoteBase

**문 11. 실수 $x, y$에 대하여 $-1 \le y \le 2$이고 $y = x - 1$일 때, $x^2 + y^2 + 1$의 최솟값을 $m$, 최댓값을 $M$이라 하자. 이때 $2m + M$의 값은?**

① 15

② 17

③ 19

④ 21

**정답 2번**

**출제 포인트**

이 문제는 일차 관계식으로 변수를 하나로 줄인 뒤, 이차식의 꼭짓점과 닫힌 구간의 양 끝점에서 최솟값과 최댓값을 구하는 문제이다.

**조건 정리**

주어진 조건은 $-1 \le y \le 2, y = x - 1$이다. 따라서 $x = y + 1$로 놓고 $x^2 + y^2 + 1$을 $y$만의 식으로 나타낸다. 구해야 할 값은 최솟값 $m$과 최댓값 $M$을 이용한 $2m + M$이다.

**사용할 공식**

x^2+y^2+1=(y+1)^2+y^2+1=2y^2+2y+2=2≤ft(y+12)^2+32 이차항의 계수가 양수이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다. 최댓값은 닫힌 구간 $[-1, 2]$의 양 끝점 값을 비교하여 구한다.

**계산 과정**

1. y=-12은 구간 $[-1, 2]$ 안에 있으므로 m=32이다.
2. $y = -1$일 때 식의 값은 2, $y = 2$일 때 식의 값은 14이므로 $M = 14$이다.
3. 따라서 2m+M=2×32+14=17이다.

**선지 판단**

① X — 15는 계산 결과 17과 다르다. '15'는 틀린 값이며, 올바르게는 m=32, $M = 14$를 대입한 17이다.
② O — 2m+M=2×32+14=17이므로 옳다.
③ X — 19는 계산 결과 17과 다르다. '19'는 틀린 값이며, 올바르게는 꼭짓점에서 구한 최솟값과 끝점에서 구한 최댓값을 대입한 17이다.
④ X — 21은 계산 결과 17과 다르다. '21'은 틀린 값이며, 올바르게는 $2m = 3$과 $M = 14$를 더한 17이다.

NoteBase

### 오답 포인트

최댓값도 꼭짓점에서 구하거나, $y$의 범위를 $x$의 범위로 착각하는 것이 함정이다. 위로 열린 이차식의 꼭짓점은 최솟값을 주며, 최댓값은 주어진 $y$의 닫힌 구간에서 양 끝점 값을 모두 비교해야 한다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

변수 사이의 관계식으로 하나를 소거하고, 이차식을 완전제곱식으로 고친다. 꼭짓점이 주어진 구간 안에 있는지 확인하여 최솟값을 구하고, 최댓값은 양 끝점 값을 비교하여 판단한다.

### 암기 포인트

위로 열린 이차함수의 구간 최솟값은 꼭짓점을 먼저 확인하고, 구간 최댓값은 양 끝점을 비교한다.

NoteBase

**문 12. 방정식 $x^2+x+1=0$의 한 허근을 $\omega$라 할 때, $\frac{2\omega+\overline{\omega^2}}{\omega^2+\omega^{276}}$의 값은? (단, $\overline{\omega}$는 $\omega$의 켤레복소수이다.)**

① $-1$

② $-2$

③ $-3$

④ $-4$

**정답 3번**

### 출제 포인트

이 문제는 $x^2+x+1=0$의 허근이 1이 아닌 세제곱근이라는 성질과 켤레복소수의 관계를 이용하여 복소수 식의 값을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

주어진 값: $\omega^2+\omega+1=0$이다.
구해야 할 값: $\frac{2\omega+\overline{\omega^2}}{\omega^2+\omega^{276}}$이다.
주의할 조건: $\omega$는 허근이므로 $\omega\neq 1$이고, $\overline{\omega}=\omega^2$이다.

### 사용할 공식

$\omega^2+\omega+1=0, \qquad \omega^3=1, \qquad \overline{\omega}=\omega^2$

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$이고 $\omega\neq 1$이므로 $\omega^3=1$이다. 또한 두 허근은 서로 켤레이므로 $\overline{\omega}=\omega^2$이다. 따라서 높은 거듭제곱은 지수를 3으로 나눈 나머지에 따라 정리할 수 있다.

### 계산 과정

1. 켤레복소수 항은 $\overline{\omega^2}=(\omega^2)^2=\omega^4=\omega$이므로 분자는 $2\omega+\overline{\omega^2}=3\omega$이다.
2. $276=3\times 92$이므로 $\omega^{276}=(\omega^3)^{92}=1$이다.
3. 분모는 $\omega^2+1=-\omega$이다.
4. 따라서
$\frac{2\omega+\overline{\omega^2}}{\omega^2+\omega^{276}}=\frac{3\omega}{-\omega}=-3$
이다.

NoteBase

**선지 판단**

① X

$-1$은 계산 결과와 다르다. $\overline{\omega^2} = \omega$와 $\omega^2 + 1 = -\omega$를 모두 적용하면 값은 $-3$이다. 틀린 값 $-1$ → 올바르게는 $-3$이다.

② X

$-2$는 계산 결과와 다르다. 분자는 $2\omega + \omega = 3\omega$이므로 계수 3을 유지해야 하며, 전체 값은 $-3$이다. 틀린 값 $-2$ → 올바르게는 $-3$이다.

③ O

분자가 $3\omega$, 분모가 $-\omega$이므로 식의 값은 $-3$이다.

④ X

$-4$는 계산 결과와 다르다. $\omega^{276} = 1$이고 분모는 $\omega^2 + 1 = -\omega$이므로 전체 값은 $-3$이다. 틀린 값 $-4$ → 올바르게는 $-3$이다.

**오답 포인트**

$\overline{\omega} = \omega^2$에서 제곱을 한 번 더 해야 하므로 $\overline{\omega^2} = \omega^4 = \omega$이다. 또한 276은 3의 배수이므로 $\omega^{276} = 1$이다. 켤레의 제곱과 거듭제곱의 주기를 혼동하면 분자 또는 분모가 잘못 정리된다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

$x^2 + x + 1 = 0$의 허근이 나오면 먼저 $\omega^3 = 1, 1 + \omega + \omega^2 = 0, \overline{\omega} = \omega^2$를 정리한 뒤, 모든 지수를 3으로 나눈 나머지로 줄여 계산한다.

**암기 포인트**

세제곱근의 허근에서는 $\omega^3 = 1, \overline{\omega} = \omega^2, 1 + \omega + \omega^2 = 0$이다.

NoteBase

**문 13. 두 상수 $a$, $b$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax-b}{x^3-1}=2$일 때, $ab$의 값은?**

① 20

② 24

③ 28

④ 32

**정답 1번**

### 출제 포인트

분모가 0으로 가는 유리함수의 극한이 유한한 값으로 수렴하기 위한 조건을 세운 뒤, 인수분해와 약분으로 두 상수와 그 곱을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

주어진 조건은 $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax-b}{x^3-1}=2$이다. $x\to 1$일 때 분모 $x^3-1$은 0으로 간다. 극한값이 유한한 2가 되려면 분자도 0으로 가야 하므로 $1+a-b=0$, 즉 $b=a+1$이어야 한다. 구해야 할 값은 $ab$이다.

### 사용할 공식

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$

분자도 $x=1$을 근으로 가지므로 $b=a+1$을 대입하면 다음과 같이 인수분해된다.

$x^2+ax-b=x^2+ax-a-1=(x-1)(x+a+1)$

분모와 분자에 공통인 $x-1$을 약분하면 극한값을 직접 계산할 수 있다.

### 계산 과정

1. 유한한 극한값을 갖기 위한 조건에서 $b=a+1$을 얻는다.
2. 공통인수 $x-1$을 약분한다.

$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+a+1}{x^2+x+1}=\frac{a+2}{3}$

3. 주어진 극한값이 2이므로 $\frac{a+2}{3}=2$에서 $a=4$이다. 따라서 $b=a+1=5$이고, $ab=4\times 5=20$이다.

### 선지 판단

① O — 계산 결과 $ab=20$이므로 옳다.

② X — $ab=24$가 아니라 $a=4, b=5$이므로 올바른 값은 $ab=20$이다.

③ X — $ab=28$은 계산 결과와 일치하지 않는다. 틀린 값 28을 올바르게 고치면 20이다.

④ X — $ab=32$는 계산 결과와 일치하지 않는다. 틀린 값 32를 올바르게 고치면 20이다.

NoteBase

**오답 포인트**

분모가 0으로 간다는 사실만 보고 곧바로 값을 대입하면 안 된다. 먼저 분자도 0이 되어야 한다는 조건 $1 + a - b = 0$을 세워야 한다. 또한 약분 뒤 분모를 $x^2 + x + 1$로 두어야 하며, $x = 1$을 대입한 분모의 값은 3이다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

분모가 0으로 가는데 극한값이 유한하게 주어지면 먼저 분자도 0이 되는 조건을 세운다. 그 조건으로 분자와 분모의 공통인수를 만든 뒤 약분하고, 남은 식에 극한점을 대입해 상수를 결정한다.

**암기 포인트**

유한한 0/0형 극한에서는 '분자도 0이 되는 조건 → 공통인수 약분 → 극한값 대입'의 순서로 계산한다.

NoteBase

**문 14. 수직선 위를 움직이는 두 점 $P$, $Q$에 대하여 시각 $t$일 때의 위치가 각각**
$f(t)=\frac{3}{2}t^2-4t,\quad g(t)=t^2-11t$
**이다. 두 점 $P$, $Q$가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 $t$의 범위에 속하는 모든 자연수의 합은?**

① 8

② 11

③ 14

④ 17

**정답 3번**

### 출제 포인트

이 문제는 위치함수를 미분하여 두 점의 속도를 구하고, 두 속도의 부호가 반대가 되는 시간 구간에 속한 자연수의 합을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

주어진 위치함수는 $f(t)=\frac{3}{2}t^2-4t$, $g(t)=t^2-11t$이다. 두 점이 서로 반대 방향으로 움직이려면 두 속도의 곱이 음수여야 한다. 속도가 0인 시각에는 점이 움직이지 않으므로 경계값은 포함하지 않는다.

### 사용할 공식

위치함수를 미분하면 속도이므로 $v_P(t)=f'(t)=3t-4$, $v_Q(t)=g'(t)=2t-11$이다. 서로 반대 방향으로 움직이는 조건은 $v_P(t)v_Q(t)<0$, 즉 $(3t-4)(2t-11)<0$이다.

### 계산 과정

두 속도가 0이 되는 시각은 각각 $t=\frac{4}{3}$, $t=\frac{11}{2}$이다. 두 일차식의 곱은 두 근 사이에서 음수이므로
$\frac{4}{3}<t<\frac{11}{2}$
이다. 이 범위에 속하는 자연수는 2, 3, 4, 5이고, 그 합은 $2+3+4+5=14$이다.

### 선지 판단

① X — 8은 범위에 속하는 자연수 전체의 합이 아니다. 올바른 합은 $2+3+4+5=14$이다.
② X — 11은 범위에 속하는 자연수 전체의 합이 아니다. 올바른 합은 14이다.
③ O — 계산 결과가 14이므로 옳다.
④ X — 17은 범위에 속하는 자연수 전체의 합이 아니다. 올바른 합은 14이다.

NoteBase

### 오답 포인트

위치 $f(t)$, $g(t)$의 부호를 비교하는 것이 아니라 이를 미분한 속도 $f'(t)$, $g'(t)$의 부호를 비교해야 한다. 또한 $t=\frac{4}{3}$, $t=\frac{11}{2}$에서는 한 점의 속도가 0이므로 반대 방향으로 움직이는 시각에 포함되지 않는다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

수직선 위 운동에서 방향은 속도의 부호로 판단한다. 위치함수를 미분해 각 속도를 구한 뒤, 속도의 곱이 음수인 구간을 찾고 그 구간에 속하는 정수나 자연수를 조건대로 계산한다.

### 암기 포인트

위치의 미분은 속도이고, 두 점이 반대 방향으로 움직일 조건은 두 속도의 곱이 음수인 것이다.

NoteBase

**문 15. 함수 $f(x)=\int(x^2+3x)dx$일 때, $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{h}$의 값은?**

① 11

② 10

③ 9

④ 8

**정답 4번**

### 출제 포인트

이 문제는 미적분학의 기본정리와 대칭차분의 극한을 이용해 함수의 도함숫값을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

주어진 함수: $f(x)=\int(x^2+3x)dx$
구해야 할 값: $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{h}$
주의할 조건: 대칭차분의 표준 분모 $2h$가 아니라 $h$이므로 도함숫값의 2배가 된다.

### 사용할 공식

미적분학의 기본정리에 따라 $f'(x)=x^2+3x$이다. 또한
$\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}=f'(a)$
이므로, 이 문제의 극한은 $2f'(1)$이다. 분자의 두 함수값이 $a$를 중심으로 대칭이고 분모가 $h$이기 때문에 이 공식을 적용한다.

### 계산 과정

1. $f'(1)=1^2+3\cdot1=4$이다.
2. 주어진 분모는 $2h$가 아니라 $h$이므로 극한값은 $2f'(1)$이다.
3. 따라서 $2\cdot4=8$이다.

### 선지 판단

① X — 11은 계산 결과 8과 일치하지 않는다. 틀린 값 11은 올바르게는 8이다.
② X — 10은 계산 결과 8과 일치하지 않는다. 틀린 값 10은 올바르게는 8이다.
③ X — 9는 계산 결과 8과 일치하지 않는다. 틀린 값 9는 올바르게는 8이다.
④ O — 8은 $2f'(1)=2\cdot4$와 일치한다.
계산 결과가 8이므로 정답은 4번이다.

NoteBase

### 오답 포인트

분모가 $h$인 식을 표준 대칭차분 $\frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}$와 그대로 같다고 보면 계수 2를 놓친다. 이 문항에서는 먼저 표준형을 만든 뒤 $2f'(1)$로 계산해야 한다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

$f(a+h)-f(a-h)$가 보이면 대칭차분을 떠올리고, 분모가 $h$인지 $2h$인지 확인한다. 분모가 $h$이면 극한은 $2f'(a)$가 된다.

### 암기 포인트

대칭차분은 분모 $2h$가 기준이다. 분모가 $h$이면 도함숫값의 2배이다.

NoteBase

**문 16. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건**
$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3\int_0^1 f(x)dx$
**을 만족할 때, $f(2)$의 값은?**

① $\frac{47}{2}$
② $\frac{45}{2}$
③ $\frac{43}{2}$
④ $\frac{41}{2}$

**정답 1번**

### 출제 포인트

정적분으로 주어진 상수를 하나의 미지수로 놓고, 식의 양변을 적분하여 그 상수를 결정한 뒤 함수값을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

$I = \int_0^1 f(t)dt$로 놓으면 $I$는 $x$와 무관한 상수이다. 따라서 주어진 식은 $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3I$로 나타낼 수 있다.

### 사용할 공식

정적분의 선형성을 이용해 주어진 식의 양변을 0부터 1까지 적분한다.
$I = \int_0^1 (4x^3 - 2x^2)dx + \int_0^1 3I dx$
적분식 자체가 포함된 함수이므로, 양변을 적분하면 $I$에 관한 일차방정식을 만들 수 있다.

### 계산 과정

먼저 양변을 0부터 1까지 적분한다.
$I = \left[x^4 - \frac{2}{3}x^3\right]_0^1 + 3I = \frac{1}{3} + 3I$
따라서 $-2I = \frac{1}{3}$이므로 $I = -\frac{1}{6}$이다. 이를 $x = 2$일 때의 식에 대입하면
$f(2) = 4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3\left(-\frac{1}{6}\right) = 32 - 8 - \frac{1}{2} = \frac{47}{2}$
이다.

### 선지 판단

① O — 계산 결과 $f(2) = \frac{47}{2}$이므로 옳다.
② X — $\frac{45}{2}$는 계산 결과와 일치하지 않는다. 올바르게는 $f(2) = \frac{47}{2}$이다.
③ X — $\frac{43}{2}$는 계산 결과와 일치하지 않는다. 올바르게는 $f(2) = \frac{47}{2}$이다.
④ X — $\frac{41}{2}$는 계산 결과와 일치하지 않는다. 올바르게는 $f(2) = \frac{47}{2}$이다.

NoteBase

**오답 포인트**

$\int_0^1 f(x)dx$를 $x$에 따라 변하는 항으로 다루거나, 양변을 적분할 때 상수항 $3I$의 적분을 빠뜨리기 쉽다. 적분 구간의 길이가 1이므로 $\int_0^1 3I dx = 3I$가 된다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

함수식 안에 함수의 정적분이 상수처럼 들어 있으면 그 정적분을 $I$로 놓는다. 이어서 식의 양변을 같은 구간에서 적분해 $I$를 먼저 구하고, 마지막에 요구된 함수값을 계산한다.

**암기 포인트**

함수식 속 정적분은 상수로 치환하고, 양변 적분으로 그 상수를 결정한다.

NoteBase

**문 17. 다항함수 $f(x)=3x^2+4x$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(1+\frac{2k}{n}\right)$의 값은? (단, $n$은 자연수이다.)**

① 15

② 17

③ 19

④ 21

**정답 4번**

### 출제 포인트

이 문제는 주어진 합을 리만 합으로 해석하여 정적분의 값을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

표본점은 $x_k=1+\frac{2k}{n}$이고, 구간 $[1,3]$을 $n$등분할 때의 구간 폭은 $\Delta x=\frac{2}{n}$이다. 문제의 계수 $\frac{1}{n}$은 $\frac{1}{2}\Delta x$이므로 정적분 앞에 $\frac{1}{2}$이 붙는다.

### 사용할 공식

리만 합의 정의에 따라
$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(1+\frac{2k}{n}\right)\frac{2}{n}=\int_1^3 f(x)dx$
이다. 따라서 문제의 합은 $\frac{1}{2}\int_1^3 f(x)dx$이다. 표본점이 $[1,3]$을 같은 폭으로 나눈 오른쪽 끝점이고 함수가 다항함수이므로 이 공식을 적용할 수 있다.

### 계산 과정

$f(x)=3x^2+4x$을 대입하면
aligned_n→∞(1)/(n)Σ_k=1^nf≤ft(1+(2k)/(n))&=(1)/(2)∫_1^3(3x^2+4x)
dx\\&=(1)/(2)≤ft[x^3+2x^2]_1^3\\&=(1)/(2)\(27+18)-(1+2)\\\&=(1)/(2)·42=21.aligned

### 선지 판단

① X — 계산값은 21이므로 15는 일치하지 않는다. 틀린 값 15는 21로 고쳐야 한다.
② X — 계산값은 21이므로 17은 일치하지 않는다. 틀린 값 17은 21로 고쳐야 한다.
③ X — 계산값은 21이므로 19는 일치하지 않는다. 틀린 값 19는 21로 고쳐야 한다.
④ O — 리만 합을 정적분으로 계산한 값이 21이므로 옳다.

### 오답 포인트

구간 $[1,3]$의 분할 폭은 $\frac{2}{n}$인데 문제에는 $\frac{1}{n}$이 곱해져 있다. 이를 그대로 정적분의 구간 폭으로 보면 계수 $\frac{1}{2}$을 놓치게 된다.

NoteBase

**다시 나오면 이렇게 판단**

합의 함수 안에서 표본점과 구간을 확인하고, 실제 분할 폭을 구한 다음, 합 앞의 계수를 분할 폭과 비교하여 정적분의 배수를 결정한다.

**암기 포인트**

$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} g(\frac{k}{n}) \to \int_0^1 g(t)dt$이고, $g(t) = f(1+2t)$이면 치환에 따라 $\frac{1}{2}\int_1^3 f(x)dx$가 된다.

NoteBase

**문 18. 1에서 10까지의 자연수가 하나씩 적힌 10장의 카드에서 두 장을 동시에 뽑을 때, 두 카드에 적힌 숫자의 곱이 짝수일 확률은?**

① $\frac{5}{9}$
② $\frac{2}{3}$
③ $\frac{7}{9}$
④ $\frac{8}{9}$

**정답 3번**

### 출제 포인트

전체 경우에서 두 카드가 모두 홀수인 경우를 빼는 여사건을 이용해 곱이 짝수일 확률을 구하는 문제이다.

### 조건 정리

1부터 10까지의 자연수 중 홀수는 1, 3, 5, 7, 9의 5개이고 짝수는 2, 4, 6, 8, 10의 5개이다.
두 장을 동시에 뽑으므로 순서를 구별하지 않는다.
두 수의 곱이 홀수가 되는 경우는 두 수가 모두 홀수일 때뿐이다.

### 사용할 공식

전체 두 장 선택의 수는 $\binom{10}{2}$이고, 두 장이 모두 홀수인 선택의 수는 $\binom{5}{2}$이다. 따라서 여사건을 이용하면
P(곱이 짝수)=1-P(두 수가 모두 홀수)
이다. 곱이 짝수가 되려면 적어도 한 카드가 짝수여야 하므로, 그 반대인 '두 카드가 모두 홀수'인 경우를 빼는 것이 간단하다.

### 계산 과정

전체 경우의 수는
$\binom{10}{2} = 45$
이고, 두 수가 모두 홀수인 경우의 수는
$\binom{5}{2} = 10$
이다. 따라서
P(곱이 짝수)=1-(10)/(45)=(35)/(45)=(7)/(9)
이다.

NoteBase

### 선지 판단

① X — $\frac{5}{9}$는 계산 결과와 다르다. 틀린 값 $\frac{5}{9}$가 아니라 올바른 확률은 $\frac{7}{9}$이다.
② X — $\frac{2}{3}$는 계산 결과와 다르다. 틀린 값 $\frac{2}{3}$가 아니라 올바른 확률은 $\frac{7}{9}$이다.
③ O — 여사건으로 계산한 확률 $\frac{35}{45}$를 약분하면 $\frac{7}{9}$이므로 일치한다.
④ X — $\frac{8}{9}$는 두 장이 모두 홀수일 경우를 정확히 제외한 값이 아니다. 틀린 값 $\frac{8}{9}$가 아니라 올바른 확률은 $\frac{7}{9}$이다.

### 오답 포인트

곱이 짝수인 경우를 직접 나누어 세다가 중복하거나 빠뜨리기 쉽다. 또한 동시에 두 장을 뽑는 경우에는 순서를 구별하지 않으므로 전체 경우의 수를 $10 \times 9$가 아니라 $\binom{10}{2}$로 센다.

### 다시 나오면 이렇게 판단

곱의 홀짝 문제에서는 '곱이 홀수이면 모든 인수가 홀수'라는 기준을 먼저 적용한다. 곱이 짝수일 확률은 전체 확률 1에서 모든 카드가 홀수일 확률을 빼서 구한다.

### 암기 포인트

곱이 짝수이면 적어도 하나가 짝수이고, 그 여사건은 모두 홀수인 경우이다.

NoteBase

**문 19.** $\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{x}\right)^8$의 전개식에서 $x^2$의 계수를 구하면?

① $\frac{56}{9}$
② $\frac{56}{27}$
③ $\frac{56}{81}$
④ $\frac{56}{243}$

**정답 1번**

### 출제 포인트

이항정리의 일반항에서 원하는 항의 지수를 맞추어 계수를 구하는 문제이다.

### 조건 정리

주어진 식은 $\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{x}\right)^8$이고, 구해야 하는 값은 전개식의 $x^2$의 계수이다. 두 번째 항 $\frac{3}{x}$을 선택한 횟수를 $k$라 두고 $x$의 지수를 먼저 맞춘다.

### 사용할 공식

이항정리에 따라 일반항은 $\binom{8}{k}\left(\frac{x}{3}\right)^{8-k}\left(\frac{3}{x}\right)^k=\binom{8}{k}x^{8-2k}3^{2k-8}$이다. 전개식의 각 항을 이 일반항으로 나타낼 수 있으므로, $x$의 지수가 2가 되는 $k$를 찾으면 된다.

### 계산 과정

$x$의 지수에 관하여 $8-2k=2$이므로 $k=3$이다. 따라서 $x^2$의 계수는 $\binom{8}{3}3^{2\cdot 3-8}=56\cdot 3^{-2}=\frac{56}{9}$이다.

### 선지 판단

① O. 계산한 $x^2$의 계수 $\frac{56}{9}$와 일치한다.
② X. $\frac{56}{27}$은 계산 결과와 다르다. 틀린 값 $\frac{56}{27}$이 아니라 올바른 계수는 $\frac{56}{9}$이다.
③ X. $\frac{56}{81}$은 계산 결과와 다르다. 틀린 값 $\frac{56}{81}$이 아니라 올바른 계수는 $\frac{56}{9}$이다.
④ X. $\frac{56}{243}$은 계산 결과와 다르다. 틀린 값 $\frac{56}{243}$이 아니라 올바른 계수는 $\frac{56}{9}$이다.

### 오답 포인트

조합계수 $\binom{8}{3}=56$만 구한 뒤 3의 지수를 잘못 처리하기 쉽다. $\left(\frac{x}{3}\right)^{8-k}$에서는 $3^{-(8-k)}$, $\left(\frac{3}{x}\right)^k$에서는 $3^k$가 나오므로 합친 지수는 $2k-8$이다.

NoteBase

**다시 나오면 이렇게 판단**

이항전개에서 특정 차수의 계수를 묻는 문제는 일반항을 세우고, 변수의 지수로 $k$를 결정한 뒤, 그 $k$를 조합계수와 상수 부분에 대입하는 순서로 판단한다.

**암기 포인트**

특정 항의 계수는 '일반항 작성 → 지수 맞추기 → 상수계수 계산'의 순서로 구한다.

NoteBase

**문 20. 어느 공장에서 생산되는 골프공을 일정한 높이에서 강철 바닥에 떨어뜨렸을 때 골프공이 튀어 오른 높이는 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 골프공 중 임의로 추출한 64개에 대하여 튀어 오른 높이를 측정하였더니 평균이 180, 표준편차가 16이었다. 이 공장에서 생산되는 골프공 전체의 튀어 오른 높이의 모평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간에 속하는 자연수의 개수는? (단, 높이의 단위는 mm이고, Z가 표준정규분포를 따를 때 $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$이다.)**

① 5

② 7

③ 9

④ 11

**정답 2번**

### 출제 포인트

표본평균과 표본표준편차로 모평균의 95% 신뢰구간을 구한 뒤, 그 구간에 속하는 자연수의 개수를 세는 문제이다.

### 조건 정리

표본의 크기는 $n = 64$, 표본평균은 $\bar{x} = 180$, 표본표준편차는 $s = 16$이다. 95% 신뢰구간에 대응하는 표준정규분포의 임계값은 1.96이다. 구해야 할 것은 신뢰구간의 길이가 아니라 그 안에 들어가는 자연수의 개수이다.

### 사용할 공식

모평균의 95% 신뢰구간은 다음과 같이 구한다.
$\bar{x} \pm 1.96\frac{s}{\sqrt{n}}$
표본평균의 표준오차가 $s/\sqrt{n}$이고, 문제에서 95%에 해당하는 표준정규분포의 임계값 1.96을 주었으므로 이 공식을 사용한다.

### 계산 과정

표준오차는
$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{64}} = \frac{16}{8} = 2$
이다. 따라서 오차한계는
$1.96 \times 2 = 3.92$
이고, 95% 신뢰구간은
$180 \pm 3.92 = [176.08, 183.92]$
이다. 이 구간에 속하는 자연수는 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183이므로 모두 7개이다.

NoteBase

**선지 판단**

① X — 신뢰구간에 속하는 자연수는 7개이므로 ‘5’는 틀린 값이다. 올바르게는 ‘7’이다.
② O — 177부터 183까지 세면 자연수가 7개이다.
③ X — 신뢰구간의 양 끝 176.08과 183.92 사이에 있는 자연수만 세어야 하므로 ‘9’는 틀린 값이다. 올바르게는 ‘7’이다.
④ X — 신뢰구간의 폭이나 끝값을 자연수 개수와 혼동하면 안 되므로 ‘11’은 틀린 값이다. 올바르게는 ‘7’이다.

**오답 포인트**

오차한계 3.92를 구한 뒤 이를 자연수의 개수로 착각하거나, 구간의 양 끝을 부정확하게 반올림하면 오답이 된다. 실제 구간 [176.08, 183.92] 안의 첫 자연수는 177이고 마지막 자연수는 183이다.

**다시 나오면 이렇게 판단**

표준오차 $s/\sqrt{n}$를 구하고, 임계값을 곱해 오차한계를 계산한 다음, 신뢰구간의 실제 양 끝을 확인하여 그 사이의 정수 또는 자연수를 센다.

**암기 포인트**

95% 신뢰구간은 ‘표본평균 ± 1.96×표준오차’이고, 구간 속 자연수는 양 끝값을 구한 뒤 따로 센다.

NoteBase